INFO-F308 - Projet d'année

Simulation de la réalité

Auteurs :
Romain Liefferinckx - 000591790
Manuel Rocca - 000596086
Matteo Morbée - 000549684
Damian Kazberuk - 000589811
Martin Gouverneur - 000586541

Professeurs :
Gilles Geraerts
Promoteur :
Pascal Tribel

Année académique 2025-2026

Table des matières

1 Introduction

Dans le cadre de notre cours de projet d'année, nous avons choisi comme sujet la simulation de la réalité. Nous en sommes ainsi venus à développer un simulateur physique capable de représenter…

2 Equations utilisées

Dans cette section, nous détaillons les équations qui nous ont permises de modéliser les différents phénomènes physiques dans notre simulateur.

Nous allons commencer par les équations de la physique newtonienne que nous avons utilisées dans notre simulateur.

En deux dimensions, on utilise la deuxième loi de Newton pour modéliser le mouvement des objets comme ceci :

$$F = ma$$

où :

$$\begin{aligned} F &= \text{la force} \\ m &= \text{la masse de l'objet} \\ a &= \text{l'accélération de l'objet} \end{aligned}$$

$$F_{grav} = -G\frac{Mm}{r^2}$$

où :

$$\begin{aligned} F_{grav} &= \text{la force gravitationnelle} \\ G &= \text{la constante gravitationnelle} \\ M &= \text{la masse de la source de gravité} \\ m &= \text{la masse de l'objet attiré par la source} \\ r &= \text{la distance entre les deux masses} \end{aligned}$$

Ces deux équations sont à la base de la physique newtonienne en deux dimensions, or comme nous le savons, notre univers est en trois dimensions. Nous devons donc adapter ces équations pour qu'elles fonctionnent dans un espace tridimensionnel pour coller avec notre thème : la simulation de la réalité.

Nous allons donc repartir de la loi de la gravitation universelle et y ajouter la notion de vecteurs pour obtenir une version de cette loi nous permettant de simuler en 3D.

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} = \frac{(x, y)}{r}$$

puisque :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \mathbf{r} &= (x, y) \end{aligned}$$

A noter que r part de la source (0, 0) donc le soleil vers l'objet (x, y), la bille.

Ceci nous permet d'obtenir les composantes de la force gravitationnelle dans chaque direction et ainsi d'obtenir la version vectorielle de la loi de la gravitation universelle :

$$F_{grav} = -G\frac{M_{soleil}m_{bille}}{r^2}\hat{\mathbf{r}} = -G\frac{M_{soleil}m_{bille}}{r^2}\frac{(x,y)}{r} = -G\frac{M_{soleil}m_{bille}}{r^3}(x,y)$$

Attention, le signe négatif indique que la force est attractive, donc dirigée vers le soleil. Puisque comme dit plus haut, r part du soleil vers la bille, nous devons inverser le sens de la force pour qu'elle pointe bien vers le soleil.

Maintenant que nous avons notre formule de la force gravitationnelle vectorielle, nous pouvons l'intégrer dans la deuxième loi de Newton pour obtenir l'accélération de notre bille dans chaque direction :

$$F_{grav} = ma = -G\frac{M_{soleil}m_{bille}}{r^3}(x,y)$$

donc :

$$a = -G\frac{M_{soleil}}{r^3}(x,y)$$

A partir de ce moment la, nous pourrions nous dire que nous avons tout ce qu'il nous faut pour simuler le mouvement de notre bille dans le champ gravitationnel du soleil, cependant, il ne faut pas oublier les frottements comme dit plus haut, car nous voulons simuler la réalité.

Formule générale de la friction :

$$F_{friction} = -\mu m v$$

où :

$$\begin{aligned} F_{friction} &= \text{la force de friction} \\ \mu &= \text{le coefficient de friction} \\ m &= \text{la masse de l'objet} \\ v &= \text{la vitesse de l'objet} \end{aligned}$$

Par conséquent, l'accélération due à la friction :

$$a_{friction} = -\mu v$$

Nous pouvons maintenant combiner les deux accélérations pour obtenir l'accélération totale de notre bille pour chaque composantes :

$$a_{total} = a_{grav} + a_{friction} = -G\frac{M_{soleil}}{r^3}(x,y) - \mu v$$

Pour terminer, regardons comment nous utilisons cette accélération pour mettre à jour la position et la vitesse de notre bille à chaque itération. Nous savons grâce a Newton encore une fois, que :

$$\frac{dx}{dt} = v$$

La dérivée de la position par rapport au temps est égale à la vitesse. De plus, nous savons que :

$$\frac{dv}{dt} = a$$

La dérivée de la vitesse par rapport au temps est égale à l'accélération.

Malgré cela, dans notre simulation, nous utilisons des pas de temps discrets, nous allons donc approximer ces dérivées par des différences finies grâce à la méthode d'Euler explicite :

$$v_x(t+\Delta t) = v_x(t) + a_x(t)\,\Delta t$$
$$x(t+\Delta t) = x(t) + v_x(t+\Delta t)\,\Delta t$$

où :

$$\begin{aligned}\Delta t &= \text{le pas de temps}\\ t &= \text{le temps à l'instant t}\\ x(t) &= \text{la position à l'instant t}\\ v_x(t) &= \text{la vitesse à l'instant t}\\ a_x(t) &= \text{l'accélération à l'instant t}\end{aligned}$$

Ceci nous permet de mettre à jour la position et la vitesse de notre bille à chaque itération de la simulation.

Maintenant que nous avons vu les équations de la physique newtonienne, nous allons nous pencher sur comment nous allons modéliser le drap avec un puit de gravité au centre. Pour modéliser le drap, nous avons choisi d'utiliser une fonction gaussienne bidimensionnelle centrée en (0, 0) (le centre du drap) qui va représenter la déformation du drap due à la présence du soleil, ou en tout cas une masse.

La fonction représentant notre drap :

$$f(x,y) = A\exp\left(-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- A : amplitude = $-depth$ (négative puisqu'on veut un puit)
- (x_0, y_0) : centre de la gaussienne = $(0,0)$
- σ : écart-type = "largeur" de la cloche

après simplification, nous arrivons à la fonction qui modélise notre puit :

$$f(x,y) = -depth\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

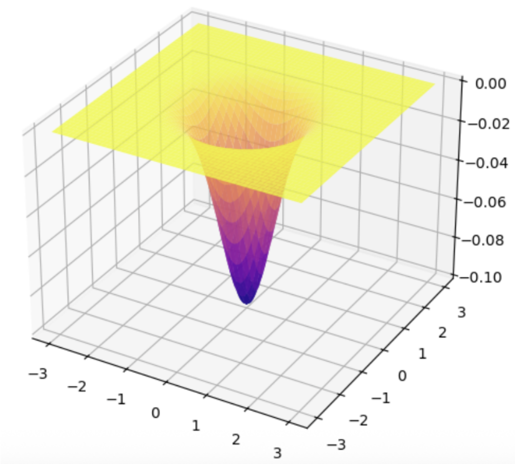

FIGURE 1 – Représentation graphique de notre fonction de drap avec puit de gravité au centre.

La dernière étape, consiste à regarder pour chaque itération avec notre x et y mis à jour, ou se trouve notre z grâce à la fonction de notre drap.

$$z = f(x, y) = -depth \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

Nous avons ainsi notre position en 3D (x, y, z) pour chaque itération de notre simulation.