



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ _____ Фундаментальные науки

КАФЕДРА _____ Прикладная математика

Отчёт по лабораторной работе №1

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Студент: _____
ФН2-52Б
(Группа)

(Подпись, дата)

А. И. Токарев

(И. О. Фамилия)

(Подпись, дата)

Ю. А. Сафронов

(И. О. Фамилия)

Проверил:

(Подпись, дата)

(И. О. Фамилия)

2021 г.

Оглавление

1. Краткое описание алгоритмов

Дана система линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = f_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

2. Исходные данные

Даны две СЛАУ, которые имеют вид:

$$A = \begin{pmatrix} 28.8590 & -0.0080 & 2.4060 & 19.2400 \\ 14.4360 & -0.0010 & 1.2030 & 9.6240 \\ 120.2040 & -0.0320 & 10.0240 & 80.1440 \\ -57.7140 & 0.0160 & -4.8120 & -38.4780 \end{pmatrix}, \quad f_A = \begin{pmatrix} 30.4590 \\ 18.2480 \\ 128.1560 \\ -60.9080 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 117.2000 & 1.0500 & -8.9700 & 0.7500 \\ 4.2600 & 185.8000 & 0.1300 & -8.8600 \\ -3.8100 & 5.2300 & -189.0000 & -4.8800 \\ 5.8200 & 3.8700 & -2.4700 & 81.4000 \end{pmatrix}, \quad f_B = \begin{pmatrix} 455.3400 \\ -924.0400 \\ -1554.4600 \\ 59.7500 \end{pmatrix}$$

3. Результаты расчетов

Результаты для A:

1. Точность double

а) Метод Гаусса

$$x^* = (1.000, 1000.000, -20.000, 3.000)^T, \quad \|Ax^* - b\| = 5.75 \cdot 10^{-14}.$$

б) Метод QR

$$x^* = (1.000, 1000.000, -20.000, 3.000)^T, \quad \|Ax^* - b\| = 9.11 \cdot 10^{-14}.$$

2. Точность float

а) Метод Гаусса

$$x^* = (1.487, 1000.238, -18.078, 2.029)^T, \quad \|Ax^* - b\| = 3.303 \cdot 10^{-5}.$$

б) Метод QR

$$x^* = (1.313, 1000.154, -18.766, 2.377)^T, \quad \|Ax^* - b\| = 7.864 \cdot 10^{-6}.$$

Изменим вектор b на величину $\delta = 0.01$. Тогда для точности double методом Гаусса

$$b^* = (30.4690, 18.2580, 128.1660, -60.9180)^T,$$

$$x^* = (-1278.8167, 378.425, -5019.792, 2547.633), \quad \|Ax^* - b^*\| = 5.15 \cdot 10^{-11}.$$

Для точности float методом Гаусса

$$b^* = (30.4690, 18.2580, 128.1660, -60.9180)^T,$$

$$x^* = (-1006.303, 513.317, -3939.908, 2003.767), \quad \|Ax^* - b^*\| = 0.016.$$

Малое изменение правой части ведет к большому изменению решения, следовательно, матрица плохо обусловлена. Точный расчет числа обусловленности:

$$\text{cond}_1 A = 1.22 \cdot 10^8, \quad \text{cond}_\infty A = 1.09 \cdot 10^8, \quad \text{cond}_{\max} A = 5.63 \cdot 10^8.$$

Оценка числа обусловленности снизу:

$$\text{cond}_A = 42319.177.$$

Результаты для B:

1. Точность double

а) Метод Гаусса

$$x^* = (3.000, -5.000, 8.000, 1.000)^T, \quad \|Ax^* - b\| = 2.163 \cdot 10^{-12}.$$

б) Метод QR

$$x^* = (2.999, -5.000, 8.000, 0.999)^T, \quad \|Ax^* - b\| = 3.019 \cdot 10^{-11}.$$

2. Точность float

а) Метод Гаусса

$$x^* = (3.000, -4.999, 8.000, 1.000)^T, \quad \|Ax^* - b\| = 0.001.$$

б) Метод QR

$$x^* = (3.000, -5.000, 8.000, 0.999)^T, \quad \|Ax^* - b\| = 0.010.$$

Изменим вектор b на величину $\delta = 0.01$. Тогда для точности double методом Гаусса

$$b^* = (455.3500, -924.0500, -1554.4700, 59.7500)^T,$$

$$x^* = (2.999, -5.000, 8.000, 0.999), \quad \|Ax^* - b^*\| = 2.24 \cdot 10^{-12}.$$

Для точности float методом Гаусса

$$b^* = (455.3500, -924.0500, -1554.4700, 59.7500)^T,$$

$$x^* = (2.999, -5.000, 8.000, 0.999), \quad \|Ax^* - b^*\| = 0.001.$$

Малое изменение правой части ведет к малому изменению решения, следовательно, матрица хорошо обусловлена. Точный расчет числа обусловленности:

$$\text{cond}_1 A = 2.64, \quad \text{cond}_\infty A = 2.64, \quad \text{cond}_{\max} A = 37.05.$$

Оценка числа обусловленности снизу:

$$\text{cond}_A = 1.40$$

4. Анализ результатов

5. Контрольные вопросы

1. s