Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ Фундаментальные науки

КАФЕДРА Прикладная математика

Отчёт по лабораторной работе №1

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Студент: ФН2-52Б (Группа) ______ (Подпись, дата) Ю. А. Сафронов (И. О. Фамилия)

Проверил: ______ (Подпись, дата) ______ (И. О. Фамилия)

2021 г.

Оглавление

1. Краткое описание алгоритмов

2. Исходные данные

3. Результаты расчетов

4. Анализ результатов

5. Контрольные вопросы

1. **Каковы условия применимости метода Гаусса без выбора и с выбором ведущего элемента?**

   Метод Гаусса применим тогда и только тогда, когда все угловые миноры матрицы $\mathcal{A}$ ненулевые, что равносильно условию ${a_{ii}}^{(i-1)} \neq 0$ для всех $i = 1, 2, ..., n$, где ${a_{ii}}^{(i-1)}$ - элементы матрицы на главной диагонали после приведения ее к ступенчатому виду. Соотвественно, в противном случае метод Гаусса без выбора главного элемента в ходе работы может привести к делению на ноль, при этом матрица может быть и невырождена. Метод Гаусса с выбором главного элемента можно применять для любой невырожденной матрицы. Если матрица будет вырожденной, то в какой-то момент главный элемент будет равен нулю, что недопустимо.

2. **Докажите, что если $\det \mathcal{A} \neq 0$, то при выборе главного элемента в столбце среди элементов, лежащих не выше главной диагонали, всегда найдется хотя бы один элемент, отличный от нуля.**

   Докажем от противного. Допустим, что возможна такая ситуация, когда при условии $\det \mathcal{A} \neq 0$, существует такой шаг k, для которого, соотвественно, в k-ом столбце все элементы не выше главной диагонали нулевые (на примере матрицы $n \times n$):

$$
\begin{pmatrix}
a_{11} & a_{12} & ... & a_{k1} & ... & a_{1n-1} & a_{1n} \\
0 & a_{22} & ... & a_{k2} & ... & a_{2n-1} & a_{2n} \\
... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\
0 & 0 & a_{k-1k-1} & a_{k,k-1} & ... & a_{kn-1} & a_{kn} \\
0 & 0 & 0 & 0 & ... & a_{k+1n-1} & a_{k+1n} \\
... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\
0 & 0 & ... & 0 & ... & a_{n-1n-1} & a_{n-1n} \\
0 & 0 & ... & 0 & ... & 0 & a_{nn}
\end{pmatrix}
$$