



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ Фундаментальные науки

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ Прикладная математика

## Отчёт по лабораторной работе №3

### *Численное решение краевых задач для одномерного волнового уравнения*

Студент: \_\_\_\_\_  
ФН2-62Б  
(Группа)

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

А. И. Токарев  
\_\_\_\_\_  
(И. О. Фамилия)

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

Ю. А. Сафронов  
\_\_\_\_\_  
(И. О. Фамилия)

Проверил:

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

\_\_\_\_\_  
(И. О. Фамилия)

2021 г.

## Оглавление

1. Исходные данные . . . . .	3
2. Контрольные вопросы . . . . .	4

## 1. Исходные данные

## 2. Контрольные вопросы

1. Предложите разностные схемы, отличные от схемы «крест», для численного решения задачи.

Схема "крест":

$$\frac{1}{\tau^2}(y_n^{j+1} - 2y_n^j + y_n^{j-1}) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1}^j - 2y_n^j + y_{n-1}^j).$$

Схема аналогичная схеме Дюфорта - Франкела для уравнения теплопроводности:

$$\frac{1}{\tau^2}(y_n^{j+1} - (y_{n+1}^j + y_{n-1}^j) + y_n^{j-1}) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1}^j - (y_n^{j+1} + y_n^{j-1}) + y_{n-1}^j).$$

В этой схеме мы просто заменили значение точки в середине "креста" на полусумму двух соседних точек.

2. Постройте разностную схему с весами для уравнения колебаний струны. Является ли такая схема устойчивой и монотонной?

Конструировать схему можно из следующих соображений. Вторую производную по времени мы будем аппроксимировать как обычно, то есть производная назад от производных вперед или наоборот. Вторую производную по пространству можно искать как комбинацию вторых разностных производных с весами на разных временных слоях:

$$y_{\bar{t}t} - a^2(\sigma \hat{y}_{\bar{x}x} + (1 - 2\sigma)y_{\bar{x}x} + \sigma \check{y}_{\bar{x}x}) = 0.$$

Данная схема имеет второй порядок аппроксимации и по пространству и по времени. Эта схема является устойчивой при выполнении условия

$$\sigma \geq \frac{1}{4} - \frac{h^2}{4c^2\tau^2}$$

и не является монотонной.

3. Предложите способ контроля точности полученного решения.
4. Приведите пример трехслойной схемы для уравнения теплопроводности. Как реализовать вычисления по такой разностной схеме? Является ли эта схема устойчивой?

Схема "крест" подходит для решения уравнения теплопроводности.