МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Национальный исследовательский университет

Институт информационных технологий, математики и механики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

по параллельному программированию

“Двойные интегралы методом Монте-Карло”

Выполнил:

студент группы 381506-3

Прыгин Владислав Алексеевич

___________ Подпись

Проверил:

Доцент кафедры МОСТ

Кандидат технических наук

Сысоев Александр Владимирович

___________ Подпись

Нижний Новгород

2018

1.Постановка задачи

Требуется освоить метод Монте-Карло для вычисления двойных интегралов, запрограммировать алгоритм решения задачи на языке C++ с использованием OpenMP и библиотека Intel Threading Building Blocks (TBB).

2. Алгоритм Монте Карло

Идея ММК для численного интегрирования $\int baf(x)dx\int abf(x)dx$ заключается в использовании теоремы о среднем из математического анализа, в которой утверждается, что интеграл $\int baf(x)dx\int abf(x)dx$ равен произведению длины отрезка (здесь $b-ab-a$) и среднего значения $f\bar{}f\bar{}$ функции ff на отрезке $[a,b][a,b]$. Среднее значение может быть вычислено с помощью выборки значений ff на множестве случайных точек внутри области и вычислении их арифметического среднего. В многомерном случае, интеграл оценивается как произведение площади (объема) области и среднего значения функции, которое опять вычисляется по выборке на множестве случайных точек.

Введем некоторые величины, которые позволят нам формализовать алгоритм численного интегрирования. Пусть дан двумерный интеграл:

$$\int\Omega f(x,y)dxdy,\int\Omega f(x,y)dxdy,$$

где $\Omega\Omega$ — двумерная область заданная посредством вспомогательной функции $g(x,y)g(x,y)$:

$$\Omega=\{(x,y) : g(x,y)\geq0\}.\Omega=\{(x,y) : g(x,y)\geq0\}.$$

Таким образом, граница области $\partial\Omega\partial\Omega$ задана неявной функцией (кривой) $g(x,y)=0g(x,y)=0$. Такое описание областей распространено в последние десятилетия, при этом gg называется *функцией уровня*, а граница $g=0g=0$ — *нулевым контуром* функции уровня. Для простых областей можно легко построить функцию gg вручную, но в более сложных промышленных приложениях следует обратиться к математическим моделям построения gg.

Пусть $A(\Omega)A(\Omega)$ — площадь области $\Omega\Omega$. Мы можем численно найти интеграл по следующему ММК:

1. помещаем область ΩΩ внутрь прямоугольника RR;
2. генерируем большое число случайных точек на RR;
3. вычисляем долю qq точек, которые попали в область ΩΩ;
4. приближаем A(Ω)/A(R)A(Ω)/A(R) числом q, т.е., полагаем A(Ω)=qA(R)A(Ω)=qA(R);
5. вычисляем среднее значение f¯f¯ функции ff на области ΩΩ;
6. вычисляем приближенное значение интеграла как A(Ω)f¯A(Ω)f¯.

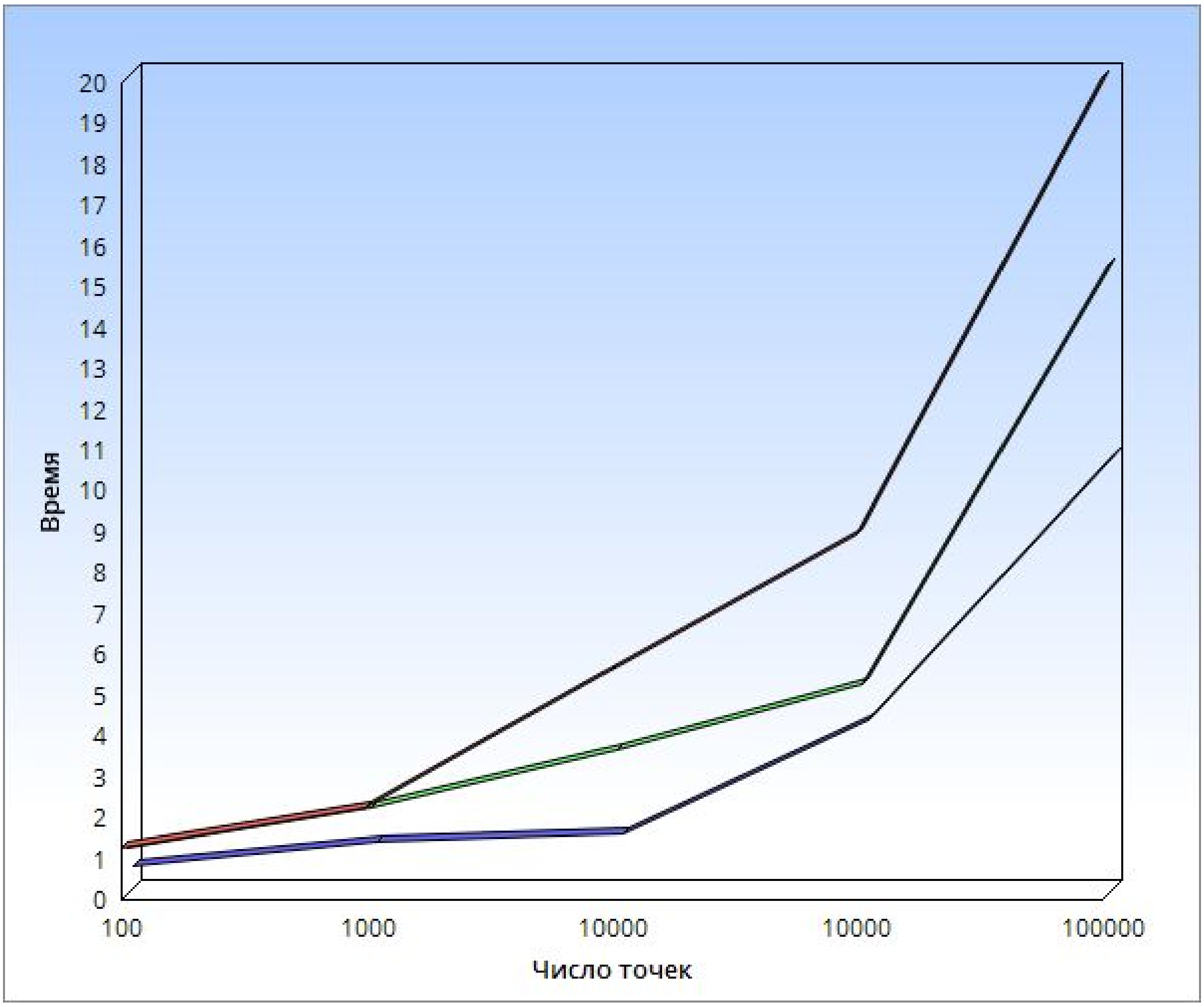
Отметим, что площадь A(R)A(R) прямоугольника RR легко вычислить, при том что площадь A(Ω)A(Ω)нам не известна. Однако, если предположить, что доля площади A(R)A(R) занимаемой областью ΩΩтакая же как доля случайных точек, попавших внутрь ΩΩ, можно получить простое приближение для A(Ω)A(Ω).

3. Реализаци и схема распараллеливания

Для реализации алгоритма нам понадобятся функции вычисления интеграла и вспомогательная функция вычисления среднего арифметического всех значений заданной функции для улучшения читаемости исходного кода.

4. Подтверждение корректности. Результаты экспериментов по оценке масштабируемости

Алгоритм Монте-Карло дает преимущество при малом количестве потоков.


Время
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
100
1000
10000
10000
100000
Число точек