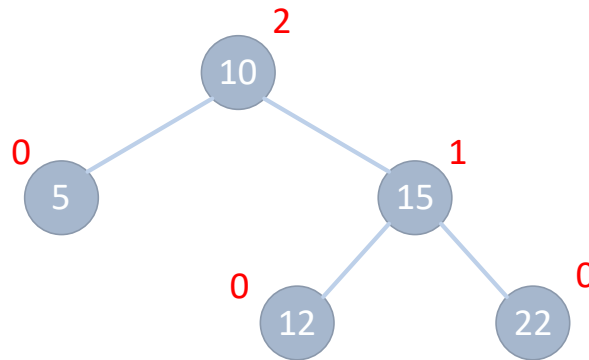


Da se podsetimo...

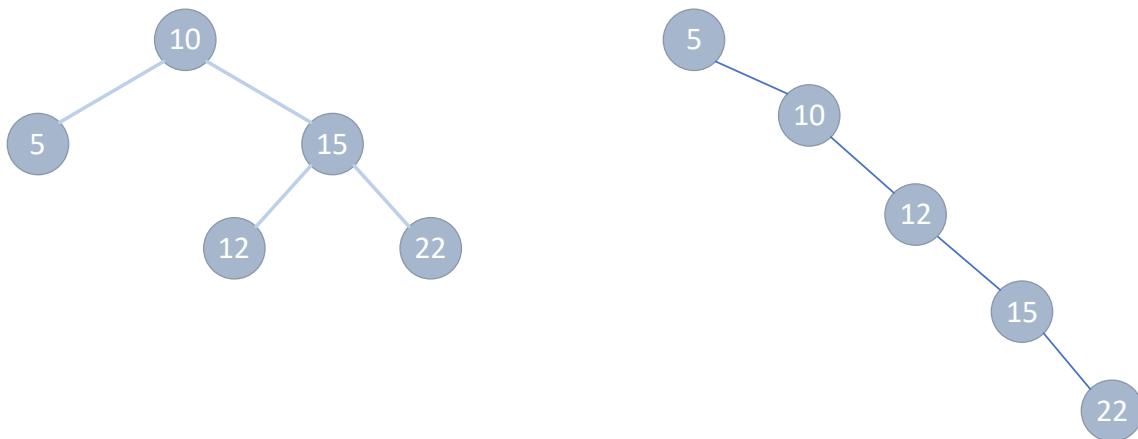
Binarno stablo (Binary Search Tree - BST) je struktura podataka sastavljena od međusobno povezanih čvorova u kojoj svaki čvor ima nijedan, jedan ili dva čvora potomka. U binarnom stablu pretrage važi osobina da je vrednost roditeljskog čvora uvek **veća** od vrednosti **levog** čvora potomka, a **manja** od vrednosti desnog čvora potomka.



Slika 1: BST primer

Visina čvora predstavlja udaljenost datog čvora od lista. Visina stabla je jednaka visini korena stabla. Visina čvora lista je 0. Na primeru sa slike vidimo da je visina čvorova listova (5, 12 i 22) **0**, visina čvora 15 je **1**, a visina čvora korena (10) je **2**. Iz ovoga zaključujemo da je visina stabla **2**.

$$h = \max(h_l, h_r) + 1$$



Slika 2: Levo - balansirano binarno stablo, desno - nebalansirano binarno stablo

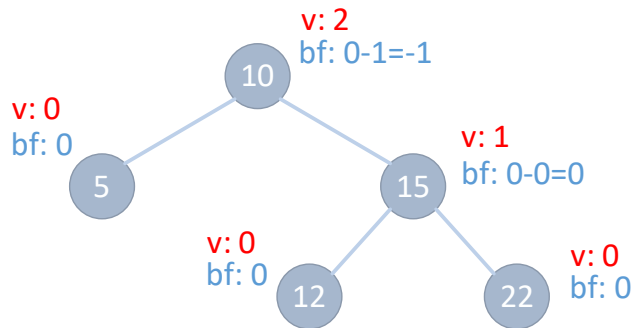
Levo stablo sa slike 2 predstavlja **balansirano** stablo, a desno stablo predstavlja **nebalansirano** stablo. Svaki čvor u oba stabla zadovoljava pravilo da su vrednosti svih potomaka levo od njega manje od vrednosti samog čvora, a vrednosti svih potomaka desno od njega veće od vrednosti samog čvora. Međutim, visina levog, balansiranog stabla sa slike 2 je $lg(n)$, gde je n

broj elemenata stabla, a visina desnog, nebalansiranog stabla sa slike 2 je n . Ukoliko posmatramo primer stabla koje ima milion čvorova, balansirano stablo imalo bi visinu **20**, dok bi nebalansirano stablo imalo visinu **1000000**.

Balansirano stablo: za svaki čvor stabla važi pravilo da je apsolutna vrednost razlike visina između levog i desnog podstabla manja ili jednaka 1.

$$|h_l - h_r| \leq 1$$

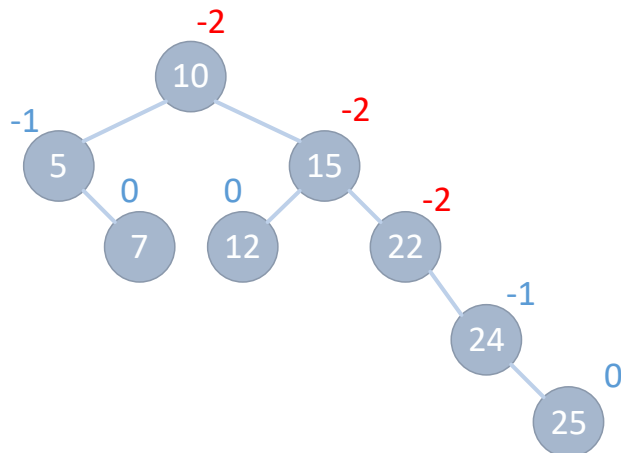
Bilans faktor predstavlja razliku visina levog i desnog podstabla. Na slici 3 dat je primer računanja bilans faktora za čvorove stabla sa slike 1. Čvorovi listovi imaju bilans faktor 0. Kako za svaki čvor važi $|h_l - h_r| \leq 1$, odnosno $-1 \leq bf \leq 1$ za svaki čvor, stablo sa slike 3 je balansirano.



Slika 3: Primer računanja bilans faktora čvorova stabla

Ukoliko posmatramo stablo sa slike 4 primetićemo da čvorovi 10, 15 i 22 imaju balans faktor **-2**, te ovo stablo nije balansirano. Primer računanja bilans faktora za čvor 10:

$$bf_{10} = h_l - h_r = 1 - 3 = -2$$

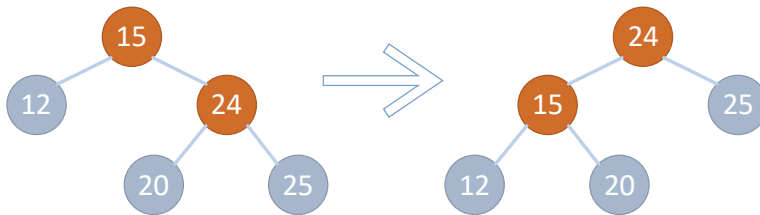


Slika 4: Primer računanje bilans faktora čvorova stable

Pozitivan balans faktor znači da je stablo „teško“ na levu stranu. Negativan balans faktor znači da je stablo „teško“ na desnu stranu.

Rotacija čvorova

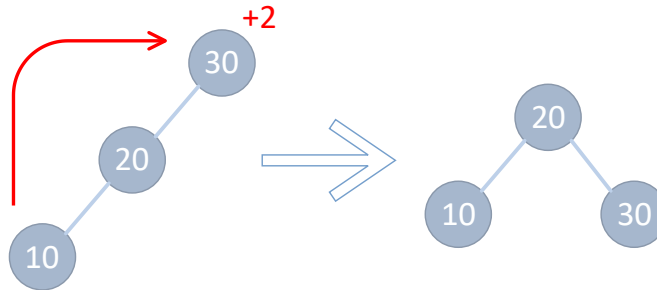
Rotacija čvorova podrazumeva zamenu mesta dva čvora uz održavanje osobine binarnog stabla.



Slika 5: Rotacija čvorova 15 i 24

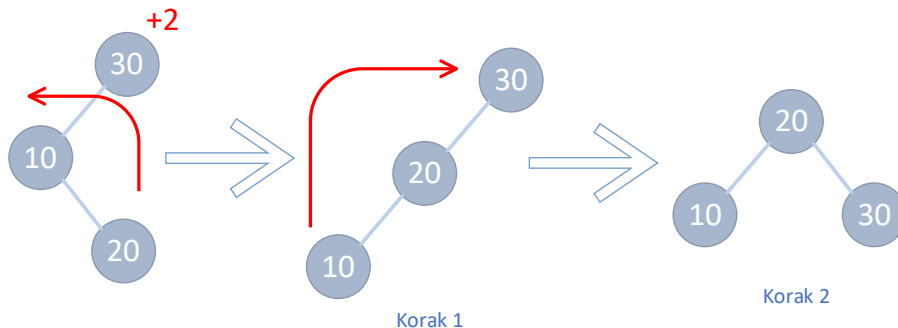
Tipovi rotacija (u stablo se dodaje čvor y koji narušava balansiranost):

1. LL rotacija - čvor x je levo dete čvora y; čvor y je levo dete čvora z



Slika 6: LL rotacija

2. LR rotacija - čvor x je desno dete čvora y; čvor y je levo dete čvora z
 - potrebno je uraditi dve rotacije, prvo na levu stranu, a zatim na desnu



Slika 7: LR rotacija

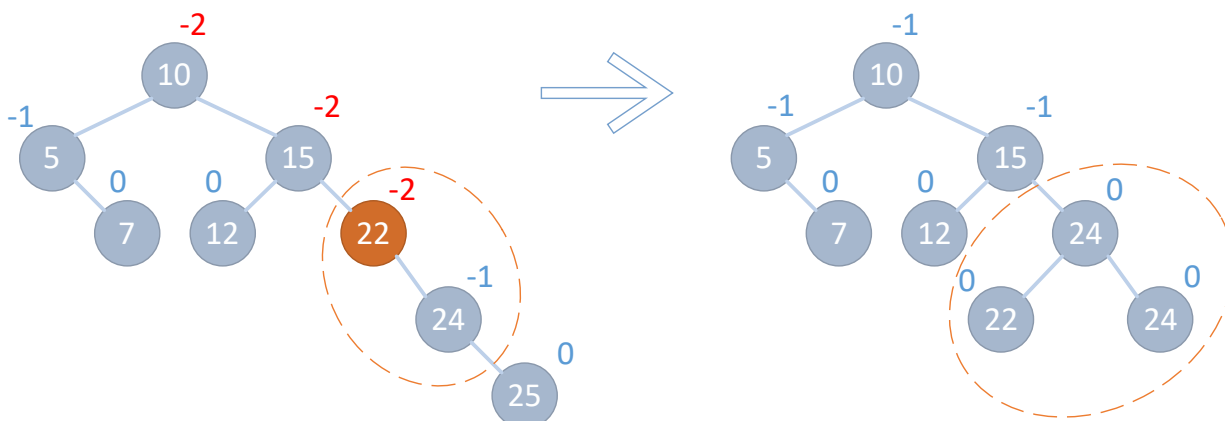
3. RR rotacija - čvor x je desno dete čvora y; čvor y je desno dete čvora z



- potrebno je uraditi dve rotacije, prvo na desnu stranu, a zatim na levu



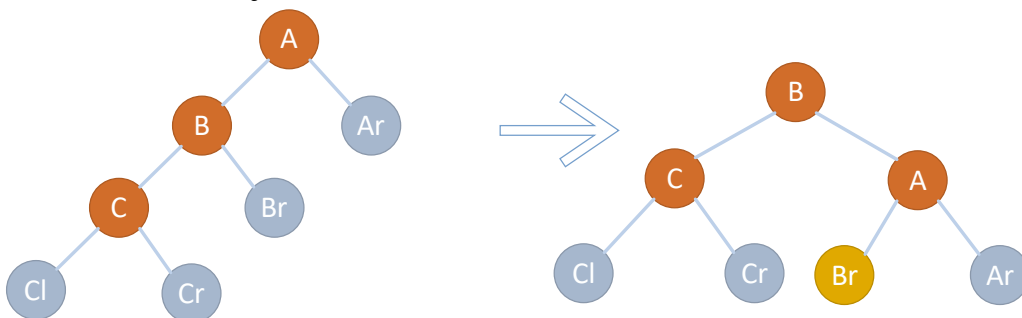
Vratimo se na primer nebalansiranog stabla sa slike 4. Kako bismo od njega kreirali balansirano stablo, polazimo od elementa koji je narušio balansiranost. Krećući se kroz stablo pronalazimo prvi čvor koji ima bilans faktor veći od 1 ili manji od -1. U našem slučaju, balansiranost stabla je narušena dodavanjem čvora 25, a prvi čvor sa nevalidnim balans faktorom je čvor 22. Zamenom čvora 22 sa njegovim potomkom 24 dovodimo stablo u stanje ravnoteže.



Slika 10: Vraćanje stabla u stanje ravnoteže rotacijom čvorova

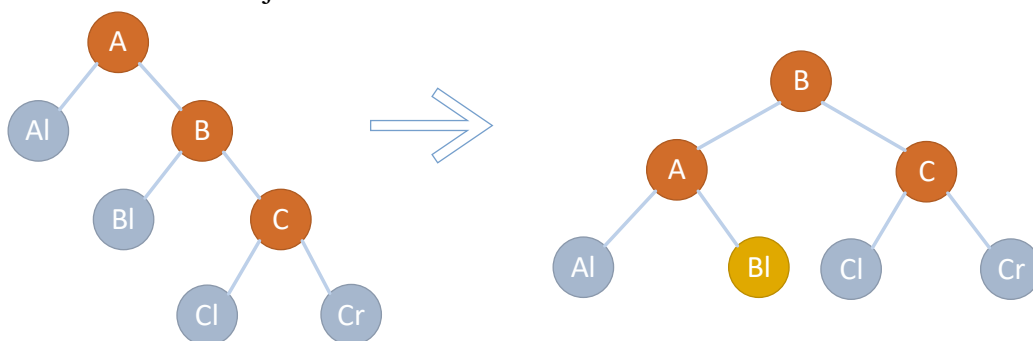
Raspored čvorova stabla u odnosu na rotaciju:

1. LL rotacija



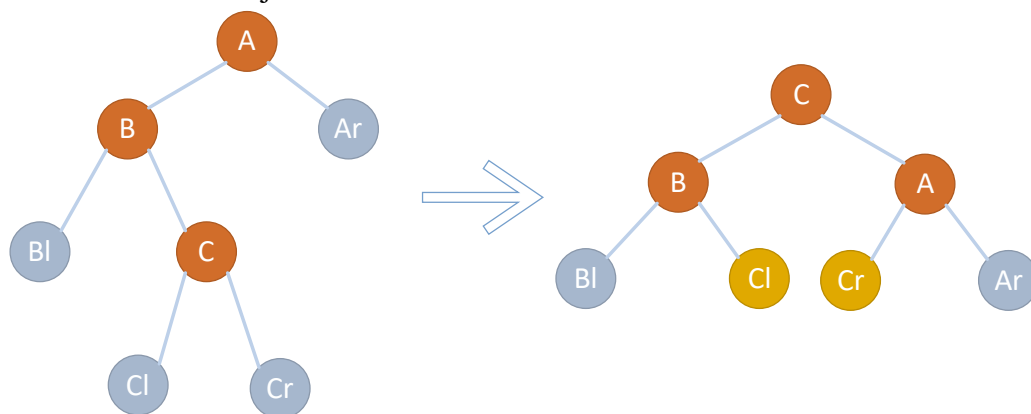
Slika 11: LL rotacija

2. RR rotacija



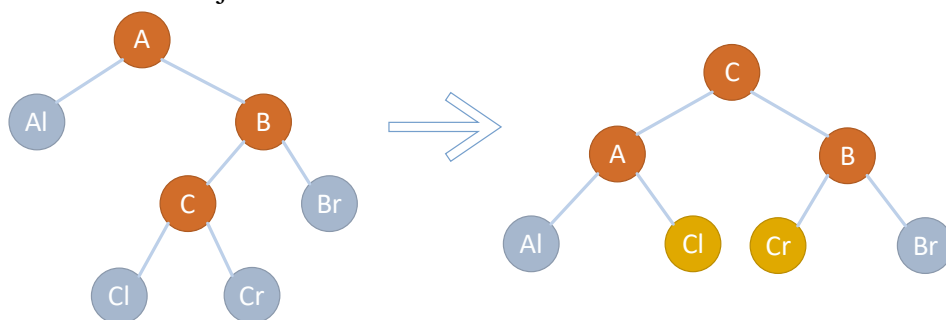
Slika 12: RR rotacija

3. LR rotacija



Slika 13: LR rotacija

4. RL rotacija



Slika 14: RL rotacija

