

## Exercice 7 – Playlist

Votre lecteur MP3 a une capacité de  $M$  megabits. Vous souhaitez télécharger de la musique sur votre lecteur. Vous sélectionnez  $n$  titres  $t_1, \dots, t_n$  de vos artistes préférés. Chaque titre  $t_i$  occupe  $m_i$  megabits.

On suppose que  $\sum_{i=1}^n m_i > M$  : la capacité de votre lecteur ne vous permet pas de télécharger l'ensemble des  $n$  titres.

**Q 7.2** Supposons maintenant que vous souhaitez maximiser la mémoire occupée dans votre lecteur MP3 par les titres que vous aurez téléchargés. On considère l'algorithme glouton qui sélectionne les titres dans l'ordre de taille  $m_i$  décroissante jusqu'à ce que la capacité de stockage maximale soit atteinte. Cet algorithme fournit-il une solution optimale? Le prouver ou fournir un contre-exemple.

$$M = 5 \quad t_1 = 4, t_2 = 3, t_3 = 2$$

L'algorithme place  $t_1$  sur le lecteur, ce qui occupe 4 mégas, alors qu'en plaçant  $t_2$  et  $t_3$  sur le lecteur, on aurait occupé 5 mégas.

**Q 7.1** Vous souhaitez maximiser le nombre de titres téléchargés sur votre lecteur MP3. On considère l'algorithme glouton qui sélectionne les titres dans l'ordre de taille  $m_i$  croissante jusqu'à ce que la capacité de stockage maximale soit atteinte. Cet algorithme fournit-il une solution optimale? Le prouver ou fournir un contre-exemple.

$m_1 \leq m_2 \leq \dots \leq m_n$   
Propriété du choix glouton: il existe toujours une solution optimale qui comporte le titre  $t_1$ .

Propriété de sous-structure optimale:

Une fois le titre  $t_1$  sélectionné, on se ramène au même problème pour l'ensemble de titres  $\{t_2, \dots, t_n\}$  et une capacité du lecteur  $M - m_1$ .  
Il faut à nouveau résoudre ce pb de façon optimale.