

Exercice 5

Q5.1) $cpt = 0$
 Q5.1.1) Pour $k = i \dots j$ FAIRE
 Si $E(k) = x$ ALORS
 $cpt = cpt + 1$
 RETOURNE cpt .

Nombre Occurences(E, x, i, j)

COMPLEXITE : $\theta(j - i + 1)$

Q5.1.2) MAJORITAIRE(E) : $\theta(n^2)$

On compte le nombre d'occurences de $T[i]$, $i \in \{1, \dots, n\}$

Q5.2) On découpe E en 2 sous-tableaux E_1 et E_2 de tailles $\simeq \frac{n}{2}$

- Soit x_1 l'élément majoritaire (s'il existe) de E_1
- Soit x_2 " " " " de E_2

CAS 1 : Si $x_1 = x_2 \Rightarrow x_1$ est élément majoritaire de E .

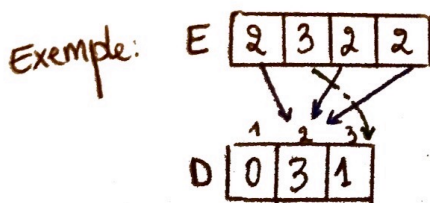
CAS 2 : S'il n'y a pas d'élément majoritaire dans E_1 ni dans E_2
 \Rightarrow pas d'elt maj dans E .

CAS 3 : On calcule le nb d'occurences de x_1, x_2
 • si un de ces elt est majoritaire, on le retourne.

Q5.3) $T(n) = 2\left(\frac{n}{2}\right) + \theta(n)$

COMPLEXITE : $\theta(n \log n)$

Q5.4) D : tableau de taille k stocke le nombre d'occ des $E[i]$ $i \in [1, k]$
 E : " de $\{1, \dots, k\}$



Exercice 12

Q 12.1) Complexité: $\Theta(n^3)$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \sum_{k=i}^j \Theta(1) = \Theta\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (j-i+1)\right)$$

$$= \Theta\left(\sum_{i=1}^n 1 + 2 + \dots + (n-i+1)\right)$$

$$= \Theta\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n-i+1} 1\right)$$

$$= \Theta\left(\sum_{i=1}^n \frac{(n-i+1)(n-i+2)}{2}\right)$$

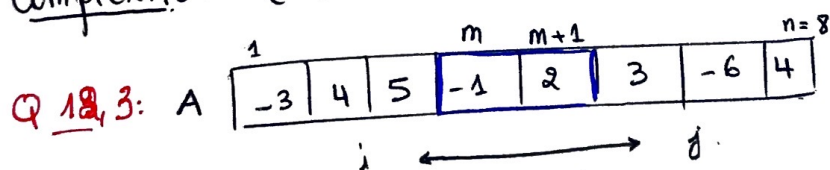
$$\in \Theta(n^3).$$

Q 12.2) $\max = \max \{A[1], \dots, A[n]\}$.

```

POUR i = 1 ... n FAIRE
    temp ← 0
    POUR j = i ... n FAIRE
        temp ← temp + A[j]
        si temp > max
            max ← temp
    retourner max
    
```

Complexité: $\Theta(n^2)$



$$stm_3 = \underbrace{\max_{i \leq m} \sum_{k=i}^m A[k]}_{\substack{\text{boucle de } m \rightarrow 1 \\ \Theta(n)}} + \underbrace{\max_{j \geq m+1} \sum_{k=m+1}^j A[k]}_{\substack{\text{boucle } m+1 \rightarrow n \\ \Theta(n)}}$$

Calcul de stm_3 en $\Theta(n)$

Q12.4) $stm = \max \{ ptm_1, ptm_2, ptm_3 \}$

Complexité de l'opération de fusion (calcul de stm_3) = $\Theta(n)$.

Q12.5) $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n)$.

Par le théorème maître : $\Theta(n \log_2 n)$.

Q12.6)
$$\begin{cases} stm = \max \{ \overset{\leq m}{suff_1} + \overset{\geq m+1}{pref_2}, ptm_1, stm_2 \} \\ pref = pref_1 \\ suff = suff_2 \end{cases}$$

COUNTER EXEMPLE :

• on peut avoir $pref \neq pref_1$

A_1		A_2	
3	-1	100	-1

$$pref_1 = 3$$

$$pref = 102$$

$$suff_2 = 99$$

$$suff = 101$$

Q12.7) On a $A_1(stm_1, pref_1, suff_1, tota_1)$
 $A_2(stm_2, pref_2, suff_2, tota_2)$

$$\begin{cases} stm = \max \{ suff_1 + pref_2, ptm_1, stm_2 \} \\ pref = \max \{ pref_1, tota_1 + pref_2 \} \\ suff = \max \{ suff_2, tota_2 + suff_1 \} \\ tota_1 = tota_1 + tota_2 \end{cases}$$

Fusion en $\Theta(1)$.

Q12.8) $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(1)$

Par le théorème maître : $\Theta(n)$