Vendredi 9 Octobre

HUYNH
Frédéric

TD4 Algo

p 1/1

$\boxed{\text{TD4 . Algo.}}$

## Exercice 2

1) 1. Formule associée à la complexité du 1er algorithme :

$$T(n) = 2\,T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n^2)$$

on en déduit par le théorème maître :

$$T(n) = \Theta(n^2).$$

2. De même pour le 2e algorithme :

$$T(n) = 4\,T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta\left(\sqrt{n}\right) \Rightarrow T(n) = \Theta(n^2).$$

Conclusion :
On en déduit que la complexité est du même ordre de grandeur.

2) 1. Formule associée à la complexité du 1er algorithme :

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta\left(\sqrt{n}\right) \Rightarrow T(n) = \Theta\left(\sqrt{n}\right).$$

2. De même pour le 2ème algorithme :

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(1) \Rightarrow T(n) = \Theta(n).$$

Conclusion : le premier algorithme a une meilleure complexité.

## Exercice 6

1) Montrons par récurrence forte que :

$h(n)$ : Stooge trie A un tableau de taille $n$

(Base) : • pour $n = 1$ :

il y a 1 case, le tableau est trié.

$\Rightarrow$ $h(1)$ vraie.

• pour $n = 2$ :

la première condition intervertit les 2 éléments du tableau si nécessaire.

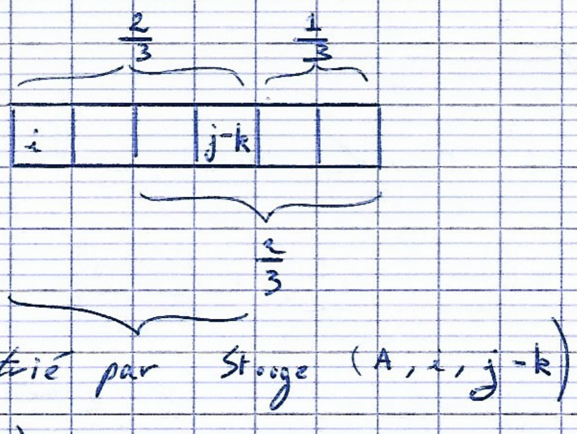
$\Rightarrow$ $h(2)$ vraie.

Donc la base est vérifiée.

(Induction) :

Soit $n > 2$. Supposons $h(i)$ vraie pour tout $1 \leq i < n$.

Montrons $h(n)$.




• Stooge$(A, i, j-k)$ :

on a donc que $A[i+k ; \dots ; j]$ contient le tier des plus grands éléments du tableau.

- Ensuite, Stooge $(A, i+k, j)$ trie le $2^e$ $\frac{2}{3}$ du tableau qui contient le tier des plus grands éléments (HR).

Donc le dernier tier de A contient le tier des plus grands éléments du tableau et ils sont triés.

- Stooge $(A, i, j-k)$ trie les $\frac{2}{3}$ des plus petits éléments du tableau par (HR).

Conclusion : le tableau A est trié.

2) $T(n) = 3T\left(\frac{2}{3}n\right) + \Theta(1)$

Par le théorème maître (cas 3) : $T(n) = \Theta\left(n^{\log_{\frac{3}{2}}(3)}\right)$.

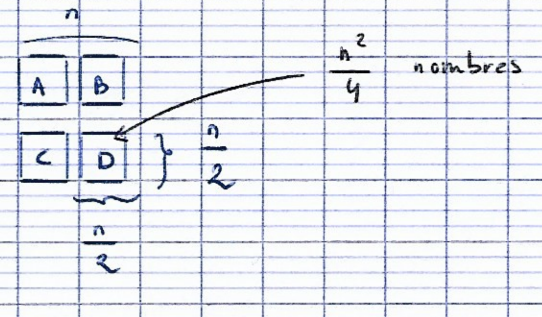
où $\log_{\frac{3}{2}}(3) \simeq 2,71$.

3) On en déduit que Stooge n'est pas un très bon algorithme de tri.

---

Exercice 11

1) Soit $X =$




La complexité de l'opération de fusion des réponses aux sous-problèmes est en $\Theta(n^2)$ : on regroupe les 4 sous-opérations qui contiennent $\frac{n^2}{4}$ nombres.

Plus précisément :
chaque addition de 2 scalaires se fait en $\Theta(1)$.
Chaque addition de 2 blocs nécessite
$\frac{n^2}{4}$ additions de scalaire.
Etant donné qu'il y a 4 blocs, on fait
$4 \times \frac{n^2}{4} = n^2$ additions.

2) On a l'équation de récurrence :

$$T(n) = 8\,T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n^2)$$

Par application du théorème maître :

$$T(n) \in \underbrace{\Theta\left(n^{\log_2(8)}\right)}_{\Theta(n^3)}.$$

3) On a :
$$T(n) = 7\,T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n^2)$$

ce qui implique que : $T(n) \in \Theta\left(n^{\log_2(7)}\right)$.

où $\log_2(7) \approx 2,8 < 3$.