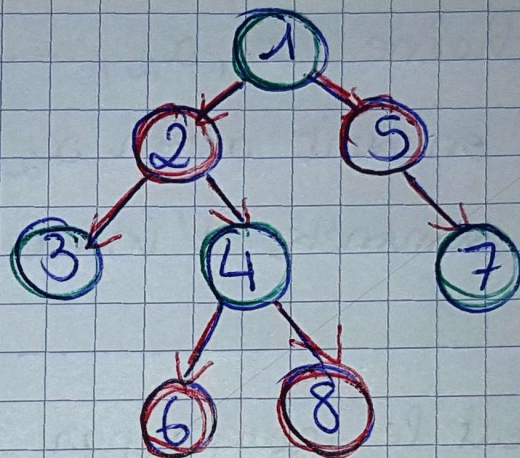


Exercice 8

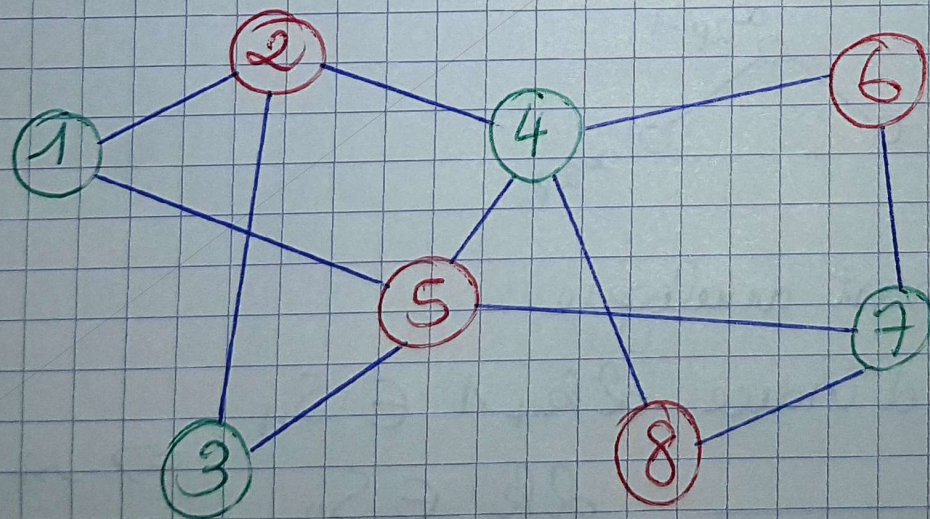
$G = (S, A)$ non-orienté, connexe

$L = (s_1, \dots, s_n)$ parcours de G

8.1) Parcours largeur:



(bleu dans l'énoncé =)
vert ici



Graph biparti

8.2) On veut montrer :

\nexists arête entre 2 sommets de $A \setminus F(L)$ de même couleur
 $\Rightarrow \exists S_1, S_2$ tq $S_1 \cup S_2 = S, S_1 \cap S_2 = \emptyset$
 et \nexists arête dans S_1 ou dans S_2 .

Soit $\left\{ \begin{array}{l} S_1 \text{ ensemble des sommets rouges} \\ S_2 \text{ ensemble des sommets bleus} \end{array} \right.$

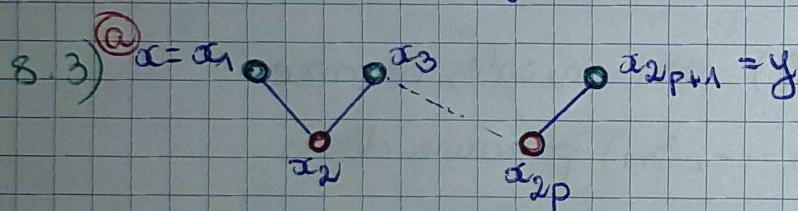
* Pour (u, v) dans $F(L)$

Dans $F(L)$, on connecte un père à ses fils

Donc si (u, v) dans $F(L) \Rightarrow \text{couleur}(u) \neq \text{couleur}(v)$

$\Rightarrow \forall (u, v), u$ et v sont de couleurs différentes.

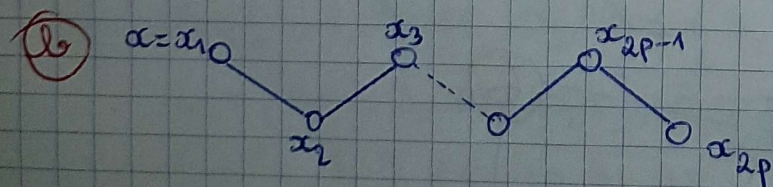
\Rightarrow le graphe est biparti car \nexists arête dans S_1 (ensemble des sommets rouges) ni dans S_2 (ensemble des sommets bleus)



Si on a une chaîne $(x_1, x_2, \dots, x_{2p}, x_{2p+1})$ de longueur paire
 si $x_1 \in S_1$, on doit avoir $x_2 \in S_2$, donc $x_3 \in S_1, \dots$

\Rightarrow tous les sommets d'indice $2k+1 \in S_1$
 $\qquad \qquad \qquad 2k \in S_2$
 \Rightarrow si $x \in S_1, y \in S_1$

Remarque: on peut le prouver par récurrence



Par un raisonnement analogue :

tous les sommets d'indice $2k+1 \in S_1$
 $\qquad \qquad \qquad 2k \in S_2$
 \Rightarrow si $x \in S_1, y \in S_2$

8.4) $\{x, y\}$ entre 2 sommets de même couleur.

On veut montrer G non-biparti.

Par l'absurde, supposons G biparti.

- La chaîne de x à y dans $F(L)$ est de longueur paire, car x et y de même couleur.
- D'après 8.3) a), si G biparti $\Rightarrow x$ et y dans le même ensemble (S_1 ou S_2)

$\Rightarrow \{x, y\}$ relient 2 sommets du même ensemble.

Contradiction.

8.5) Parcours-Rec (G : Graphe, s : Sommet, c : Couleur)

variable locale x : Sommet;

$C[s] \leftarrow c$;

Pour tous les voisins x de s faire

Si $C[x] = c$ alors

└ est-biparti \leftarrow faux;

Si $C[x] = \text{inconnu}$ alors

└ Si $c = \text{bleu}$ alors

└└ Parcours-Rec (G, x, rouge)

└ Sinon

└└ Parcours-Rec (G, x, bleu)