

---

### Exercice 15 – Arbre couvrant et arborescence de chemins

---

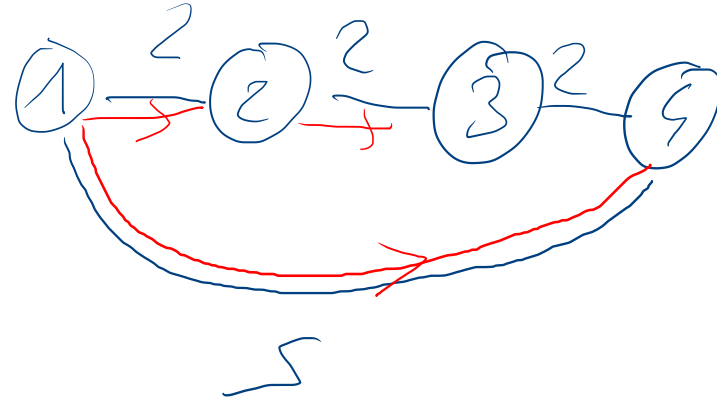
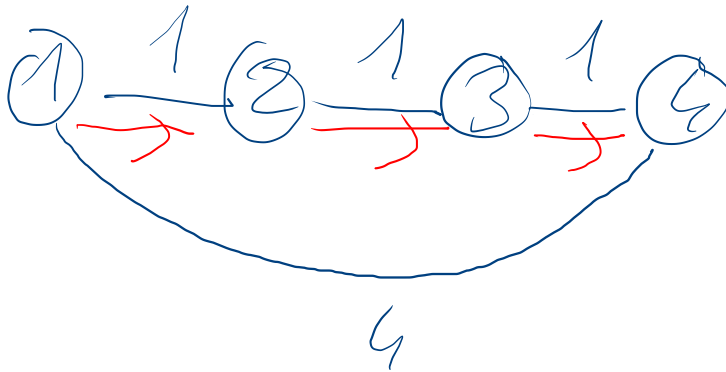
Soit  $G = (S, A, v)$  un graphe non orienté valué connexe, tel que pour tout  $e \in A$ ,  $v(e) \geq 0$ . On suppose que l'on a construit un arbre de poids minimum de  $G$ , ainsi qu'une arborescence des plus courts chemins d'un sommet  $s \in S$  à tous les autres sommets du graphe. On suppose maintenant que le coût de chaque arête augmente de 1 : les nouveaux coûts sont  $v'(e) = v(e) + 1$ .

**Q 15.1** Est-ce que l'arbre couvrant de poids minimum change? Donner un exemple dans lequel il change, ou bien prouver qu'il ne peut pas changer.

Un arbre couvrant comporte exactement  $(n-1)$  arête.

Incrémente de 1 la valeur de chaque arête conduit donc à incrémente de  $(n-1)$  la valeur de chaque arbre couvrant. L'ACM reste donc inchangée!

**Q 15.2** Est-ce que l'arborescence des plus courts chemins change ? Donner un exemple ou elle change, ou bien prouver que cela n'est jamais le cas.



Cela change !