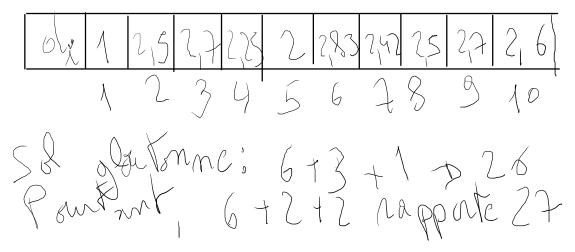
Exercice 2 – Découpe d'une corde

Le magasin "A la vieille campeuse" achète des cordes d'escalade de longueur n et les découpe (soi-gneusement) en cordes plus petites pour les vendre à ses clients. On souhaite déterminer un découpage optimal pour maximiser le revenu, sachant que les prix de ventes p_i d'une corde de i mètres sont donnés. Par exemple, supposons qu'on dispose d'une corde de n=10 mètres, avec les prix de ventes indiqués dans le tableau suivant :

						6				
p_i	1	5	8	9	10	17	17	20	24	26

Q 2.1 Dans un premier temps, on suppose que chaque découpe est gratuite. On définit la densité d'une corde de longueur i comme étant le rapport p_i/i , c'est-à-dire son prix au mètre. Une stratégie gloutonne naturelle consisterait à découper une première corde de longueur i dont la densité soit maximale. On continuerait ensuite en appliquant la même stratégie sur la portion de corde restante de longueur n-i. Montrer que cette stratégie ne conduit pas toujours à un découpage optimal.



- Q 2.2 On cherche à établir un algorithme de programmation dynamique pour déterminer le revenu de ventes maximal que l'on peut obtenir pour une corde, en supposant toujours que chaque découpe est gratuite.
 - a. Quelle est la sous-structure optimale dont on a besoin pour résoudre ce problème?

R(i): nevenu max qu'en peut tiner d'une conde de i mêtres

 $\Lambda(i) = \max \left\{ \Lambda(i-j) + P_{s}^{*}, \Lambda(j \leq i) \right\}$

c. En déduire le revenu de ventes maximal qu'on peut tirer d'une corde.

 $\mathbb{C}(M)$

$$\Lambda(i) = \max \left\{ \Lambda(i-j) + \rho_{s}^{*}, \Lambda(j \leq i) \right\}$$

$$i \quad \bigcirc \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 5 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 17 \quad 17 \quad 20 \quad 24 \quad 26$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 5 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 17 \quad 17 \quad 20 \quad 24 \quad 26$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 5 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 17 \quad 17 \quad 20 \quad 24 \quad 26$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 5 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 17 \quad 17 \quad 20 \quad 24 \quad 26$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 5 \quad 8 \quad 10 \quad 13 \quad 17 \quad 18 \quad 22 \quad 25 \quad 27 \quad 07$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 5 \quad 8 \quad 10 \quad 13 \quad 17 \quad 18 \quad 22 \quad 25 \quad 27 \quad 07$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 6 \quad 17 \quad 27 \quad 3 \quad 2$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 6 \quad 17 \quad 27 \quad 3 \quad 2$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 6 \quad 17 \quad 27 \quad 3 \quad 2$$

$$\rho_{i} \quad \bigcirc \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 6 \quad 17 \quad 27 \quad 3 \quad 2$$

d. Ecrire un algorithme de programmation dynamique pour calculer ce revenu.

pour de la mar faire pour à de la i faire pour à de la i faire n (i) < max falij, n (i-j) + plij} retourner à [m]

e. Quelle est la complexité de cet algorithme?
Conombre de + réalisées par l'algorithme est:
$\frac{m}{2}i - \frac{m(m+2)}{2} \in \mathbb{F}(n^2)$
f. Appliquer l'algorithme à l'exemple.
voir takern précédent
Q 2.3 Modifier l'algorithme précédent afin qu'il renvoie également la découpe optimale. Appliquer à l'exemple.
Sat t (i) la longueur du les monce ou à dé couper dans une cook de longueur 1
mollean à découper dans.
une cook de l'Emqueur 1