Exercice 5 x majoritaire dans $E \iff nb\text{-}oc(x) > \frac{n}{2}$

$|E| = n$

5.1)

1) NbreOc (E, x, i, j)

cpt = 0

Pour k de i à j, faire

si E[k] = x alors cpt++

Retourner cpt

Complexité : $j - i + 1$ comparaisons

2) Majoritaire (E)

n = len (E)

i = 1

cpt = 0

Tant que cpt $\leq \frac{n}{2}$ et i $\leq \lceil \frac{n}{2} \rceil$

cpt = NbreOc (E, E[i], i, n)

i++

Si cpt $> \frac{n}{2}$ alors

Renvoyer E[i - 1]

Sinon

Renvoyer None

il n'est pas nécessaire de tester jusqu'à i <= n, car si E[i] majoritaire, il apparait nécessairement au moins une fois dans la partie gauche du tableau, et on aura donc compté son nb d'occurences.

→ il n'est pas nécessaire d'appeler NbreOc(E, E[i], i, n) car si E[i] apparait avant la cellule i, on aurait déjà compté son nb d'occurences dans le tableau

Complexité (pire cas) :

- On effectue (au pire) n itérations de la boucle
- Chaque itération est de coût $n - i + 1$.

$$c(n) = \sum_{i=1}^{n} (n - i + 1)$$

$j = n - i + 1$

$i = 1 \equiv j = n$

$i = n \equiv j = 1$

$$c(n) = \sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2}$$

$\Rightarrow c(n)$ est en $O(n^2)$

Donc le pire cas $c(n)$ est en $O(n^2)$.

5.2) Soit $E[i..j]$.

* Soit $E_1 = E[i..\lfloor \frac{i+j}{2} \rfloor]$ (sous-tableau gauche);
* Soit $E_2 = E[\lfloor \frac{i+j}{2} \rfloor + 1..j]$ (sous-tableau droit).

Si x_1 est l'élément majoritaire de E_1
et x_2 est l'élément majoritaire de E_2
alors :

* si $x_1 = x_2 \Rightarrow x_1$ majoritaire dans $E[i..j]$
* si $x_1 \neq x_2$ mais Nbre-oc $(E, x_1, i, j) > \frac{n}{2}$
  $\Rightarrow x_1$ est majoritaire.
* idem pour x_2
* $\nexists x_3 \neq x_1$ et $\neq x_2$ tq m_3 majoritaire car si x_3 n'est majoritaire ni dans E_1, ni dans E_2, il ne peut être majoritaire dans E.

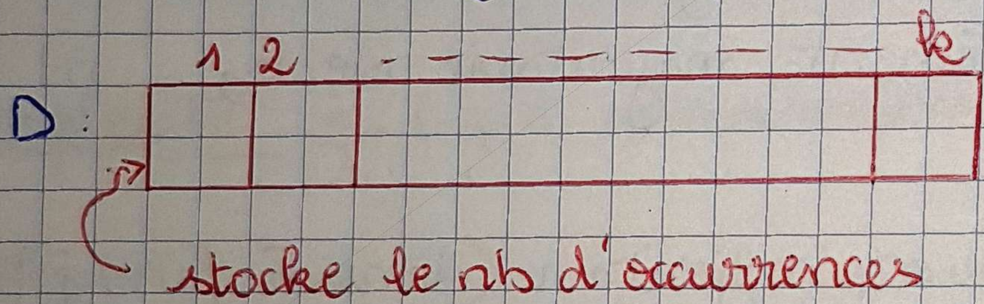
5.3)
```
Maj-Rec (E, i, j)
    Si i = j alors
        Renvoyer E[i]
    x1 = Maj-Rec(E, i, ⌊(i+j)/2⌋)
    x2 = Maj-Rec(E, ⌊(i+j)/2⌋ + 1, j)
    Si x1 = x2 (et x1 ≠ None) alors
        Renvoyer x1
    Sinon
        Si (Nbre_Oc(E, x1, i, j) > (j-i+1)/2) et x1 ≠ None alors
            Renvoyer x1
        Si (Nbre-Oc(E, x2, i, j) > (j-i+1)/2) et x2 ≠ None alors
            Renvoyer x2
    Renvoyer None
```

Complexité : $T(n) = 2 * T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \quad \Rightarrow a = b^d \Rightarrow O(n \log_b(n)) \\ d = 1 \qquad\qquad\qquad \Rightarrow O(n \log_2(n)) \end{cases}$$

d'après le théorème maître.

5.4) Hypothèse : les éléments de E sont dans $\{1 .. k\}$, k constante ($k \leq n$).



On parcourt E, et à chaque valeur i, on incrémente $D[i]$ de 1.

Si $D[i] > \frac{n}{2}$, on renvoie i.