

Exercice 38 : Ver de Terre

X = nb ver de terre vivant à 14 jours

$$E(X) = 0,5 \times \text{nb ver total}$$

$$H_0 : p = 0,5$$

$$H_1 : p \neq 0,5 \quad (\text{test bilatéral})$$

$$\rightarrow p < 0,5 \text{ ou } p > 0,5$$

$$\text{sous } H_0 : X \sim \mathcal{B}(20; 0,5)$$

$$\alpha = 5\%$$

Risque : $P(\text{rejet } H_0 \mid H_0 \text{ vraie})$

d'après la table dans
p'exo 39 :

$$\text{on a } t_1 = 5 \text{ et } t_2 = 14$$

si hésitation entre 2 nombres, alors prendre celui $< \bar{\alpha}$

Les résultats sont compatibles avec H_0

donc on ne peut pas rejeter H_0

si résultats pas compatibles avec H_0 , alors rejeter H_0

test unilatéral pour p'exo 39

Exercice 41 : Couples de jumeaux

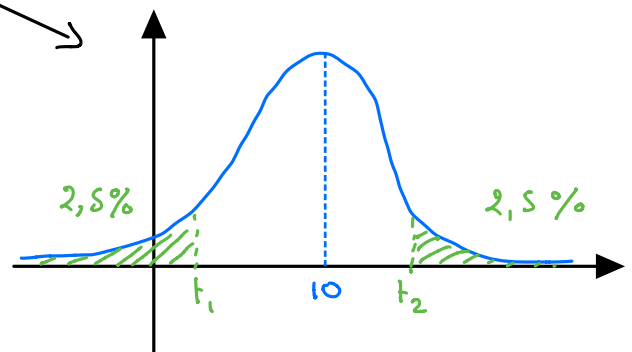
$$41.1) X = \text{nb} \{ \text{cadet} < \text{aîné} \}$$

$$H_0 : p = 0,5$$

(\hat{m} capacité respiratoire)

$$H_1 : p \neq 0,5$$

$$41.2) \text{ sous } H_0 : X \sim \mathcal{B}(10; 0,5)$$



$$41.3) \alpha = 10\% : t_1 = 1, t_2 = 8$$

$$\alpha = 5\% : t_1 = 1, t_2 = 8$$

$$\alpha = 1\% : t_1 = 2, t_2 = 9$$

$$41.4) X = 8 \quad (t_2 = 8 \rightarrow 98,9\% \rightarrow 2,1\%)$$

on rejette H_0 pour les risques à 10% et 5%

mais on ne rejette pas H_0 pour 1%

donc on préfère choisir 5%

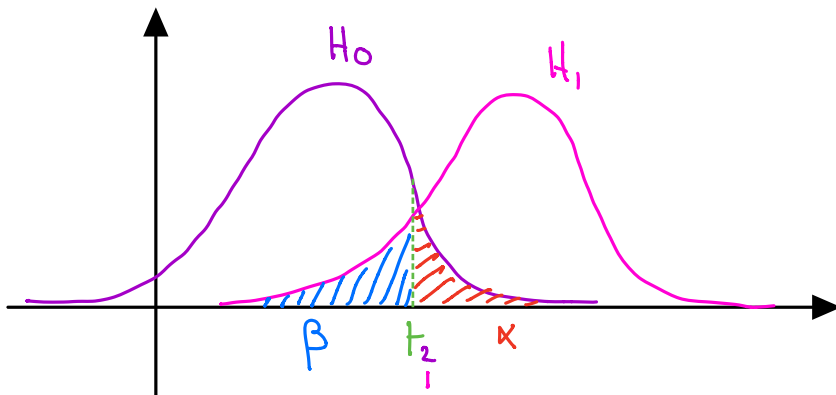
car pas conclusion possible pour 1%

et 10% c'est trop (borne t_2 à 2,1%)

Exercice 44 : Pièce truquée ?

44.1) Risque 1^{ère} espèce : $\alpha = P(\text{rejet } H_0 \mid H_0 \text{ vraie})$

Risque 2^{ème} espèce : $\beta = P(\text{rejet } H_1 \mid H_1 \text{ vraie})$
accepter



$$H_0 : P(\text{pile}) = \frac{1}{2}$$

$$H_1 : P(\text{pile}) = \frac{3}{4}$$

X : obtenir pile

$$\alpha = P(X \geq 3 \mid H_0)$$

$$= P(X \geq 3 \mid X \sim \mathcal{B}(4, \frac{1}{2}))$$

$$= P(X=3 \mid X \sim \mathcal{B}(4, \frac{1}{2})) + P(X=4 \mid X \sim \mathcal{B}(4, \frac{1}{2}))$$

$$= 4 \times (0,5)^4 + 1 \times (0,5)^4$$

$$\alpha \approx 0,31$$

$$\begin{aligned}\beta &= P(X < 3 \mid H_1) \quad \text{sous } H_1: X \sim \mathcal{B}(4, \frac{3}{4}) \\ &= 1 - P(X \geq 3 \mid H_1) \\ &= 1 - 4 \times (0,75)^3 \times 0,25 - (0,75)^4\end{aligned}$$

$$\beta \simeq 0,26$$

puissance du test : $1 - \beta$

\Rightarrow à quel point on est certain que H_1 est vraie sachant que H_1 vraie

Rejet \ vraie	H_0	H_1
H_0	α	$1 - \beta$
H_1		β

$$\begin{aligned}44.3) \quad P(X \geq n_0 \mid H_0) &\leq \alpha & \alpha = 5\% \rightarrow 2,5\% \\ \text{comme } P(X \leq 17) &= 0,978 \rightarrow 2,4\% \rightarrow 1,2\% \\ P(X \leq 16) &= 0,946 \rightarrow 5,1\% \rightarrow 2,58\% \\ \text{alors } n_0 &= 18\end{aligned}$$

$$44.4) \quad X = 17 \rightarrow \text{rejet } H_0 \quad \text{pour } \alpha = 5\%$$

FIN