LU3iN005
Stats

TD 2

08/10/2020

Exercice 5 : Histoires de portables

S.1.1) $P(A) = 0,05$ 5% des boites sont abimés

$P(D|A) = 0,6$ 60% boites abimées contiennent des tel défectueux

$P(\bar{D}|\bar{A}) = 0,98$

98 % boites non-abimées aucun tel défectueux

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,95$

$P(D|\bar{A}) = 1 - P(\bar{D}|\bar{A}) = 0,02$

$P(\bar{D}|A) = 1 - P(D|A) = 0,4$

$P(D) = \frac{P(D|A)\, P(A)}{P(A|D)}$ mais on n'a pas $P(A|D)$

$= P(D \cap A) + P(D \cap \bar{A})$

$= P(D|A)\,P(A) + P(D|\bar{A})\,P(\bar{A})$

$P(D) = 0,6 \times 0,05 + 0,02 \times 0,95$

$= 0,049$

S.1.2) $P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|A)\, P(A)}{P(D)}$

$P(A|D) = \frac{0,6 \times 0,05}{0,049} \simeq 0,61$

Exercice 6 : Loi Totale et autres

6.2) P : "pile" M : "magicien"

$P(P|\overline{M}) = 0{,}5 \qquad P(M) = x \qquad P(P|M) = 1$

$$P(M|P) = \frac{P(P|M)\,P(M)}{P(P)}$$

$$= \frac{P(P|M)\,P(M)}{P(P|M)\,P(M) + P(P|\overline{M})\,P(\overline{M})}$$

$$P(M|P) = \frac{x}{x + 0{,}5(1-x)} = \frac{x}{0{,}5(1+x)}$$

Exercice 7 : Indépendance

7.1) X_1, X_2 indépendants

$P(X_1 = i) = \frac{1}{10}$ avec $i = 1$ à 10

$$P(X_1 = i, X_2 = j) = P(X_1 = i)\,P(X_1 = j) = \frac{1}{10^2}$$

pas de remise : $P(X_1 = i) = \frac{1}{10}$

$P(X_2 = j | X_1 = i) = \frac{1}{9}$ avec $i \neq j$

$P(X_2 = i | X_1 = i) = 0$

$$P(X_1 = i, X_2 = j) = P(X_2 = j | X_1 = i)\,P(X_1 = i)$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$$

avec $i \neq j$

$P(X_1 = i, X_2 = i) = 0$

$$P(X_2 = j) = \sum_{i=1}^{10} P(X_2 = j | X_1 = i)\,P(X_1 = i)$$

$$= \frac{1}{90} \times 9 = \frac{1}{10}$$

7.2.1) (A, B) indépendants

(A, D) indépendants car $P(A)P(D) = P(A \cap D)$

car $P(A) = \frac{1}{2}$ et $P(D) = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} = \frac{1}{4}$

donc $P(A)P(D) = \frac{1}{8}$ et $P(A \cap D) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

(A, E) non indep car $P(A)P(E) \neq P(A \cap E)$

car $P(E) = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8}$

donc $P(A)P(E) = \frac{3}{16}$ et $P(A \cap E) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

(D, E) non indep

car $P(D \cap E) = 0$

alors que $P(D) \neq 0$ et $P(E) \neq 0$

donc $P(D)P(E) \neq 0$

7.2.2) (A, B, C) indépendants

(A, B, D) non indep car $P(A \cap B \cap D) = 0$

(C, D, E) non indep car $P(C \cap D) = 0$ et $P(D \cap E) = 0$

Exercice 8 : Risque conditionnel

A : "accident" $\quad P(R_1) = 0{,}3$

R_1 : "hauts risques" $\quad P(A|R_1) = 0{,}4$

R_2 : "faibles risques" $\quad P(A|R_2) = 0{,}2$

8.1) $P(A) = P(A|R_1)P(R_1) + P(A|R_2)P(R_2)$

$= 0{,}4 \times 0{,}3 + 0{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}14$

avec $P(R_2) = \overline{P(R_1)} = 1 - P(R_1)$

$= 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

8.2) $P(R_1 | A) = \dfrac{P(A|R_1)\,P(R_1)}{P(A)}$

$P(R_1 | A) = \dfrac{0{,}4 \times 0{,}3}{0{,}14} \simeq 0{,}86$

8.3) A_1 : " accident 1ère année "

A_2 : " accident 2ème année "

$P(A_2 | A_1) = \dfrac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)}$

$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1 \cap A_2 | R_2)\,P(R_2) + P(A_1 \cap A_2 | R_1)\,P(R_1)$

$P(A_1 \cap A_2 | R_1) = (0{,}4)^2$

$P(A_1 \cap A_2 | R_2) = (0{,}2)^2$

donc $P(A_1 \cap A_2) = (0{,}2)^2 \times 0{,}7 + (0{,}4)^2 \times 0{,}3$

$= 0{,}076$

Donc $P(A_2 | A_1) = \dfrac{0{,}076}{0{,}14} \simeq 0{,}54$

FIN