

## Exercice 1 : Dénombrement

$$1.1.1) \Omega = \{(i, j, k) \mid i, j, k \in \{1, \dots, 6\}\} \quad |\Omega| = 6^3$$

$$x \in \Omega, \quad P(\{x\}) = \frac{1}{|\Omega|} = \frac{1}{6^3}$$

$$P(A) = P\left(\bigcup_{x \in A} \{x\}\right) = \sum_{x \in A} P(\{x\})$$

$$= \sum_{x \in A} \frac{1}{|\Omega|} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

1.1.2)  $(A_i)$  forment une partition

$$A_1 = \{(i, j, k) \mid i = j = k\}$$

$$A_2 = \Omega \setminus (A_1 \cup A_3) = \overline{A_1 \cup A_3} = \overline{A_1} \cap \overline{A_3}$$

$$A_3 = \{(i, j, k) \mid i \neq j, j \neq k, k \neq i\}$$

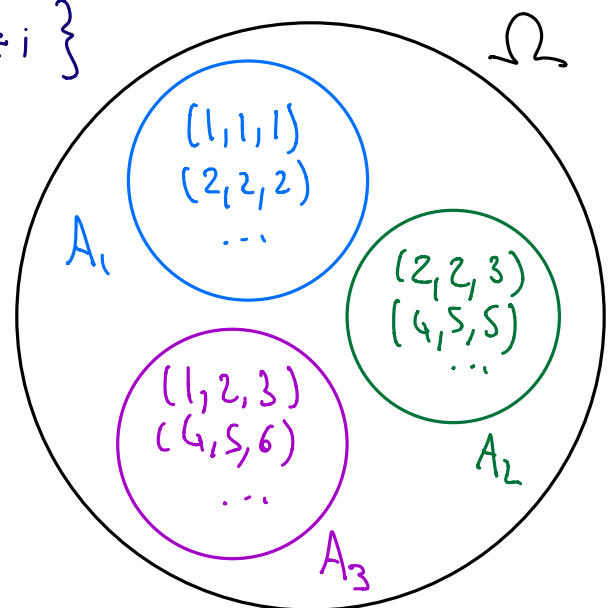
$$\bullet P(A_1) = \frac{|A_1|}{|\Omega|} = \frac{6}{6^3} = \frac{1}{6^2}$$

$$\text{car } A_1 = \{(i, i, i) \mid i \in \{1, \dots, 6\}\}$$

soit  $|A_1| = 6$

$$\bullet |A_3| = 6 \times 5 \times 4 = \frac{6!}{3!}$$

→ 6 possibilités pour le 1<sup>er</sup> et 4 pour le 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> lancer doit être différent  
comme le 2<sup>ème</sup> lancer doit être différent



$$P(A_3) = \frac{6 \times 5 \times 4}{6^3} = \frac{20}{6^2}$$

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 1$$

$$\text{donc } P(A_2) = 1 - P(A_1) - P(A_3)$$

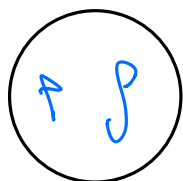
$$\text{soit } P(A_2) = 1 - \frac{1}{6^2} - \frac{20}{6^2} = \frac{15}{6^2}$$

1.2)

$\Omega_1$

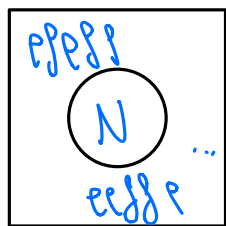
$$P(p) = \frac{1}{2}$$

$$P(j) = \frac{1}{2}$$



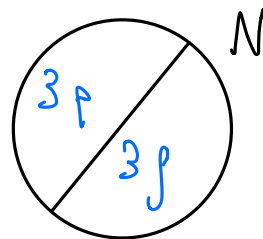
$$|\Omega_1| = 2$$

$\Omega_2$



$$\Omega_2 = \{p, j\}^5 \quad |\Omega_2| = 2^5 = 32$$

N: "3 p consécutifs ou 3 j consécutifs (au moins)"



$|N|$

p

au  $\ominus$   
3

possibilités  
 $\begin{bmatrix} pppj* \\ jpppj \\ *jppp \end{bmatrix}$

2

1

2

au  $\ominus$   
4

$\begin{bmatrix} ppppj \\ jpppp \end{bmatrix}$

1

1

5

$\begin{bmatrix} ppppp \end{bmatrix}$

1

$$|N| = 16$$

$$P(N) = \frac{|N|}{|\Omega_2|} = \frac{16}{32}$$

$$P(N) = \frac{1}{2}$$

} 8

16

1.3.1) Toute place est équiprobable (hypothèse importante)  
 $\Rightarrow P(\text{" } F_i \text{ est un homme "}) = \frac{h}{h+p}$   
avec  $F_i$  la  $i^{\text{ème}}$  personne dans la file

1.3.2)  $(h+p)(h+p-1) \times \dots \times 1 = (h+p)!$

1.3.3)  $h \times p \times (h-1) \times (p-1) \times \dots \times 1 \times 1 = h!p!$

### Exercice 3 : Traduction

- $A \cap \Omega = A$
- $A \cap C \cap \bar{B}$
- $A \cup B \cup C$
- $A \cap B \cap C$
- $\overline{A \cup B \cup C} = \Omega \setminus (A \cup B \cup C) = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
- $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup \overline{(A \cup B \cup C)}$
- $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap C \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$
- $\Omega$  (3 event max, or au plus 3, donc tout, soit  $\Omega$ )

FIN