CG-1-Theorie

Marcel, Tim

April 2024

Theorie Aufgabe 1

a) Die Punkte p_1, p_2 und p_3 liegen in der Ebene und sind kollinear, also müssen die Vektoren $p_3 - p_1$ und $p_2 - p_1$ die Ebene aufspannen. Ein Vektor n kann also mithilfe des Kreuzproduktes gefunden werden: $n = (p_3 - p_1) \times (p_2 - p_1)$. Dementsprechend gilt $n \perp (p_3 - p_1) \Leftrightarrow \langle n, p_3 - p_1 \rangle = 0$ und $n \perp (p_2 - p_1) \Leftrightarrow \langle n, p_2 - p_1 \rangle = 0$.

Zusätzlich kann $d = \langle n, p_1 \rangle$ berechnet werden.

Solche Variablenbelegungen für n und d erfüllen die Bedingung, dass die Punkte p_1, p_2 und p_3 in der Ebene liegen:

$$\langle n, p_1 \rangle - d = \langle n, p_1 \rangle - \langle n, p_1 \rangle = 0$$

$$\langle n, p_2 \rangle - d = \langle n, p_2 \rangle - \langle n, p_1 \rangle = \langle n, p_2 - p_1 \rangle = 0$$

$$\langle n, p_3 \rangle - d = \langle n, p_3 \rangle - \langle n, p_1 \rangle = \langle n, p_3 - p_1 \rangle = 0$$

b) Der Strahl sei definiert als

$$r(t) = o + ts$$

Setze dies nun in die Gleichung ein

$$\begin{aligned} 0 &= \langle n, r(t) \rangle - d \\ \Leftrightarrow 0 &= n \cdot (o + ts) - d \text{ nach t umgestellt} \\ \Leftrightarrow t &= \frac{-(n \cdot o) + d}{n \cdot s} \end{aligned}$$

Nun kann man dies wieder in

$$r(t) = o + ts$$

und so den Schnittpunkt erhalten.

Wenn $n \cdot s = 0$ muss gelten, dass der Strahl orthogonal zum Vektor n und somit parallel zur Ebene ist. Dies heißt, außer in den Fall, dass der Strahl in der Ebene liegt, dass es keinen Schnittpunkt gibt, sonst gibt es unendlich viele Schnittpunkte.