

DLVC Übungsblatt 1: Grundlagen in Machine Learning

Dozent: Nils Wandel

Sommersemester 2024

Bearbeitet von: Carla Münnich, Lennox Wollenweber, Marcel Kämpchen, Tim Nogga

Blatt 1.

Abgabe bis 24.04.2024

Bearbeitung:

Aufgabe 1

a)

$$1 \cdot x - 2 \cdot y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

Siehe Bild 1.

Die Figur nennt sich Hyperebene. Für n Eingabedimensionen ergibt sich als Formel:

$$z(x_1, \dots, x_n) = f(w_1x_1 + \dots + w_nx_n + b)$$

- b) Anhand einer einzelnen Gerade kann die Definitionsmenge in zwei Partitionen überhalb und unterhalb der Gerade aufgeteilt werden. Ergibt der Ausdruck $w_1x + w_2y + b$ einen Wert ≥ 0 für einen Punkt (x, y) , so liegt dieser Punkt unterhalb der Gerade.

Somit kann das Trapez in vier Geraden aufgeteilt werden, wobei jeweils eines der versteckten Neuronen entscheidet, ob ein Punkt überhalb oder unterhalb der jeweiligen Gerade liegt.

Wir wollen also die Geraden so aufstellen, dass die Werte der Neuronen nach Anwenden der ReLU-Funktion $= 0$ sind, falls der Punkt innerhalb des Trapezes liegt. Die Geradengleichungen ergeben sich wie folgt:

RK:

$$y = \frac{1}{2}x + 3 \Leftrightarrow x - 2y + 6 = 0$$

QR:

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3} \Leftrightarrow -x - 3y + 14 = 0$$

KP:

$$y = 2x + 6 \Leftrightarrow 2x - y + 6 = 0$$

PQ:

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \Leftrightarrow x - 3y - 2 = 0$$

Da sich ein Wert von 0 nach Anwenden der ReLU-Funktion nur für Punkte überhalb der Geraden ergibt, müssen die Gewichte und Biases für die Geraden QR, RK und KP mit -1 multipliziert werden. Die Ergebnisse befinden sich in Tabelle 1.

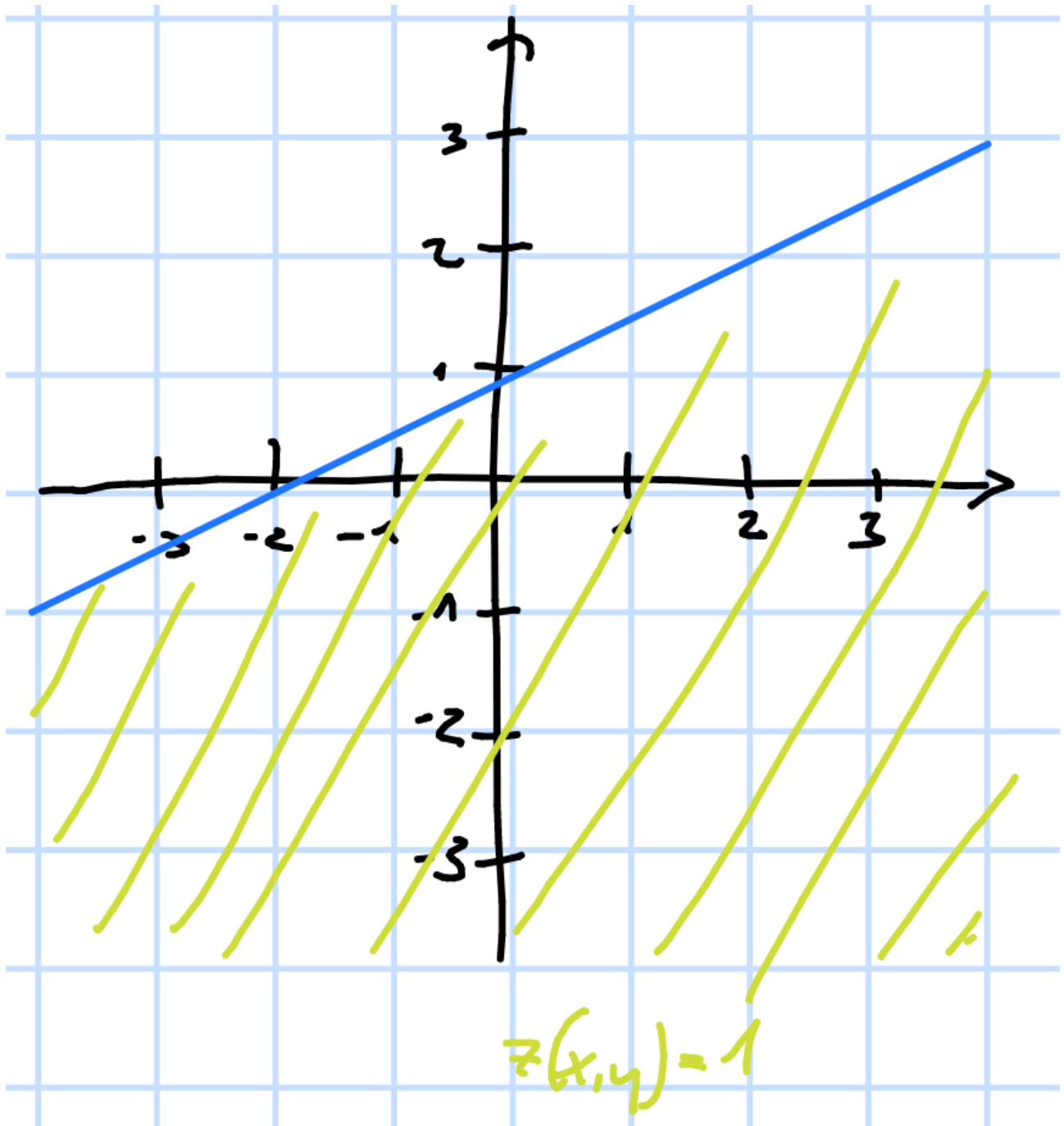


Abbildung 1: Grafische Darstellung des Neurons, unterhalb der Linie ist $z(x, y) > 0$

Neuron	Gewichte	Bias
h_1/RK	$w_1 = -1, w_2 = 2$	$b = -6$
h_2/QR	$w_3 = 1, w_4 = 3$	$b = -14$
h_3/KP	$w_5 = -2, w_6 = 1$	$b = -6$
h_4/PQ	$w_7 = 1, w_8 = -3$	$b = -2$

Tabelle 1: Überblick von Neuronen, Gewichten und Biases

Da die Werte der versteckten Neuronen nun aber > 0 für Punkte außerhalb des Trapezes sind, müssen die Gewichte der Verbindungen der versteckten Neuronen zum Ausgabeneuron alle auf -1 gesetzt werden. Der Bias wird für das Ausgabeneuron auf 0 gesetzt.

c) *Klassifikation von MNIST Bildern:*

Klasse von Aufgaben: Die Aufgabe ist die Klassifikation von Bildern in verschiedene Klassen. Dabei haben die Bilder jeweils eine Größe von 28×28 Pixeln und haben nur einen einzelnen Helligkeits-Channel. Es gibt 10 Klassen, welche die Ziffern von 0 bis 9 sind.

Performanz-Maß: Cross-Entropy Loss $H = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m -\log p_{\Theta}(y_i|x_i)$

Erfahrung: 60000 Beispiel-Bilder mit dazugehörigern Klassen-Labels.

Regression von Surface Reflectance Parametern:

Klasse von Aufgaben: Die Aufgabe ist die Regression, also die vorhersage von kontinuierlichen Werten von Surface Reflectance Parameter.

Performanz-Maß: Mean Squared Error $MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \mu_{\theta}(x_i))^2$

Erfahrung: Beispieldaten, z.B. gerenderte Bilder oder Fotografien