

Cours DH

Introduction à l'analyse de réseau

Simon Gabay

Neuchâtel, Lundi 30 mars 2020

Introduction

SOLVTIO PROBLEMATIS

AD

GEOMETRIAM SITVS

PERTINENTIS.

AVCTORE

Leont. Euler.

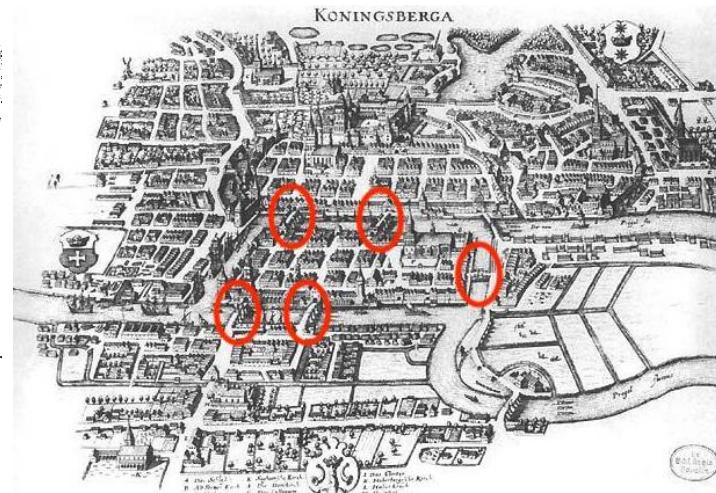
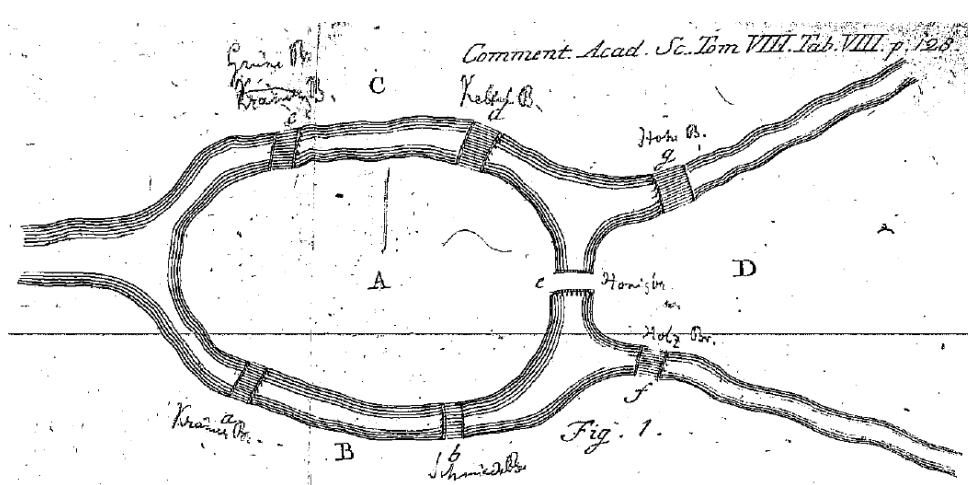
§. I.

Tabula VIII. Praeter illam Geometriae partem, quae circa quantitates versatur, et omni tempore summo studio est exculta, alterius partis etiamnum admodum ignotae primus mentionem fecit *Leibnitzius*, quam Geometriam situs vocavit. Ista pars ab ipso in solo situ determinando, situsque proprietatibus eruendis occupata esse statuitur; in quo negotio neque ad quantitates respiciendum, neque calculo quantitatum vtendum sit. Cuiusmodi autem problemata ad hanc situs Geometriam pertineant, et quali methodo in iis resoluendis vti oporteat, non satis est definitum. Quamobrem, cum nuper problematis cuiusdam mentio esset facta, quod quidem ad geometriam pertinere videbatur, at ita erat comparatum, vt neque determinationem quantitatum requireret, neque solutionem calculi quantitatum ope admitteret, id ad geometriam situs referre haud dubitauit: praeferentim quod in eius solutione solus situs in considerationem veniat, calculus vero nullius prorsus sit vius. Methodum ergo meam quam ad huius generis proble-

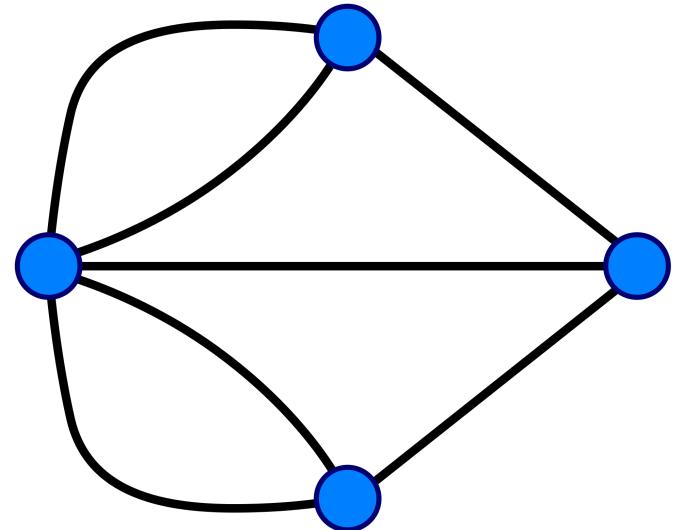
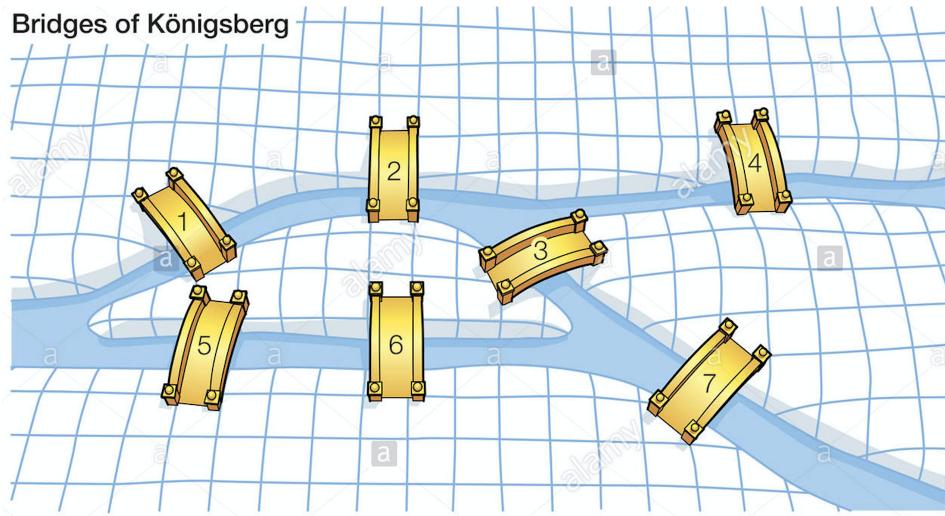
mata

Les sept ponts de Königsberg

- Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien et physicien suisse
- «Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis», *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*, 1735
- Est-ce qu'il existe une promenade dans Königsberg permettant, peu importe le point de départ, de revenir à son point de départ en prenant tous les ponts une seule fois?
- Euler l'origine de la théorie des graphes parce qu'il fut le premier à proposer un traitement mathématique de la question, suivi par Alexandre-Théophile Vandermonde.



Bridges of Königsberg



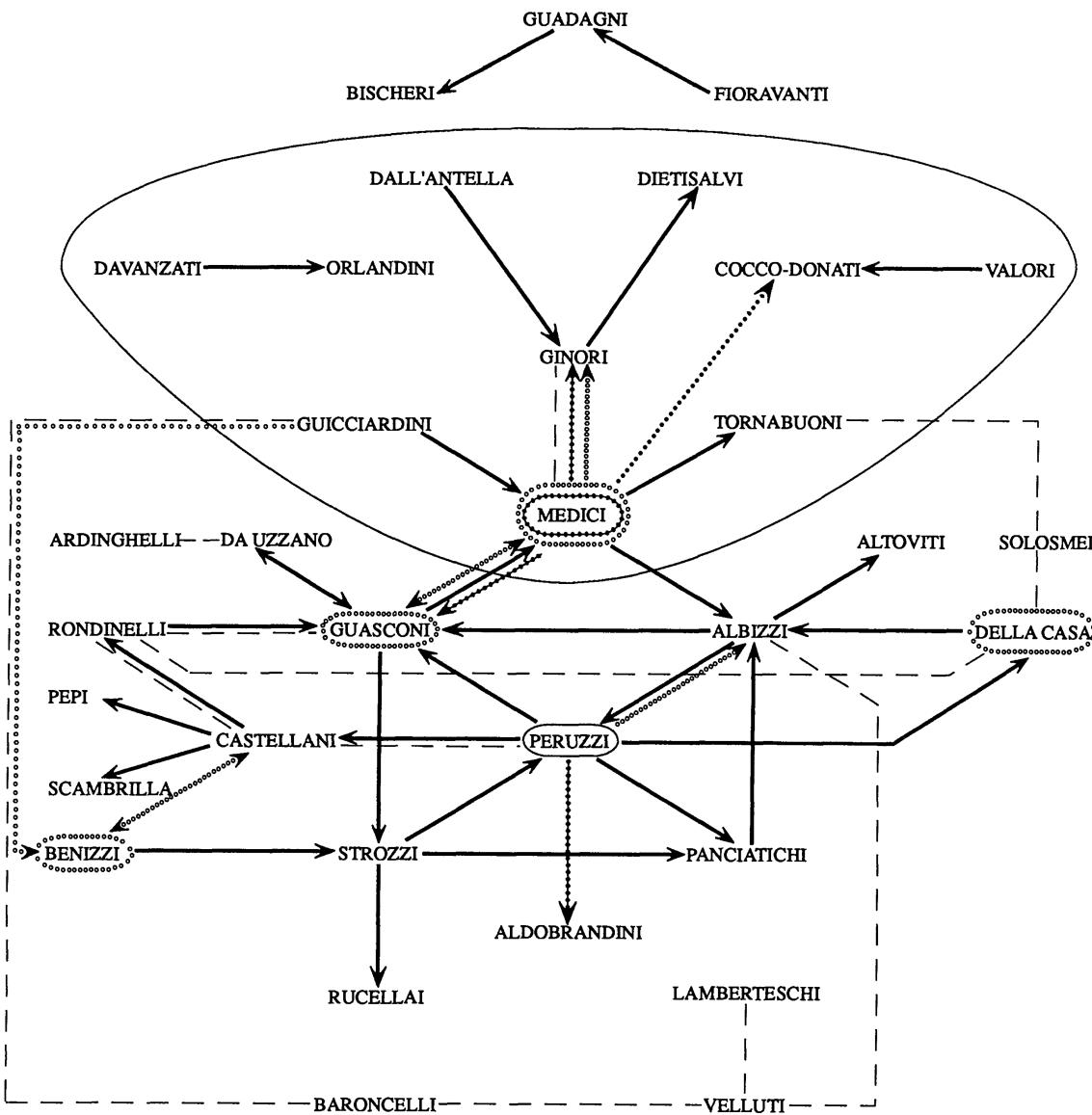
Source: [wikipedia](#), [wikipedia](#), [wikipedia](#), [wikipedia](#)

The Rise of the Medici

to understand state formation one must penetrate beneath the veneer of formal institutions, groups, and goals down to the relational substrata of peoples' actual lives

John F. Padgett et Christopher K. Ansell, Robust Action and the Rise of the Medici, *American Journal of Sociology*, 98(6), 1993

Tentative de représentation graphique des réseaux de sociabilité dans la Florence du XVème s.



Types of Ties:

→ Marriage

..... Partnership

----- Bank Employment

----- Trade

..... Real Estate

FIG. 2a.—Marriage and economic blockmodel structure (92 elite families)

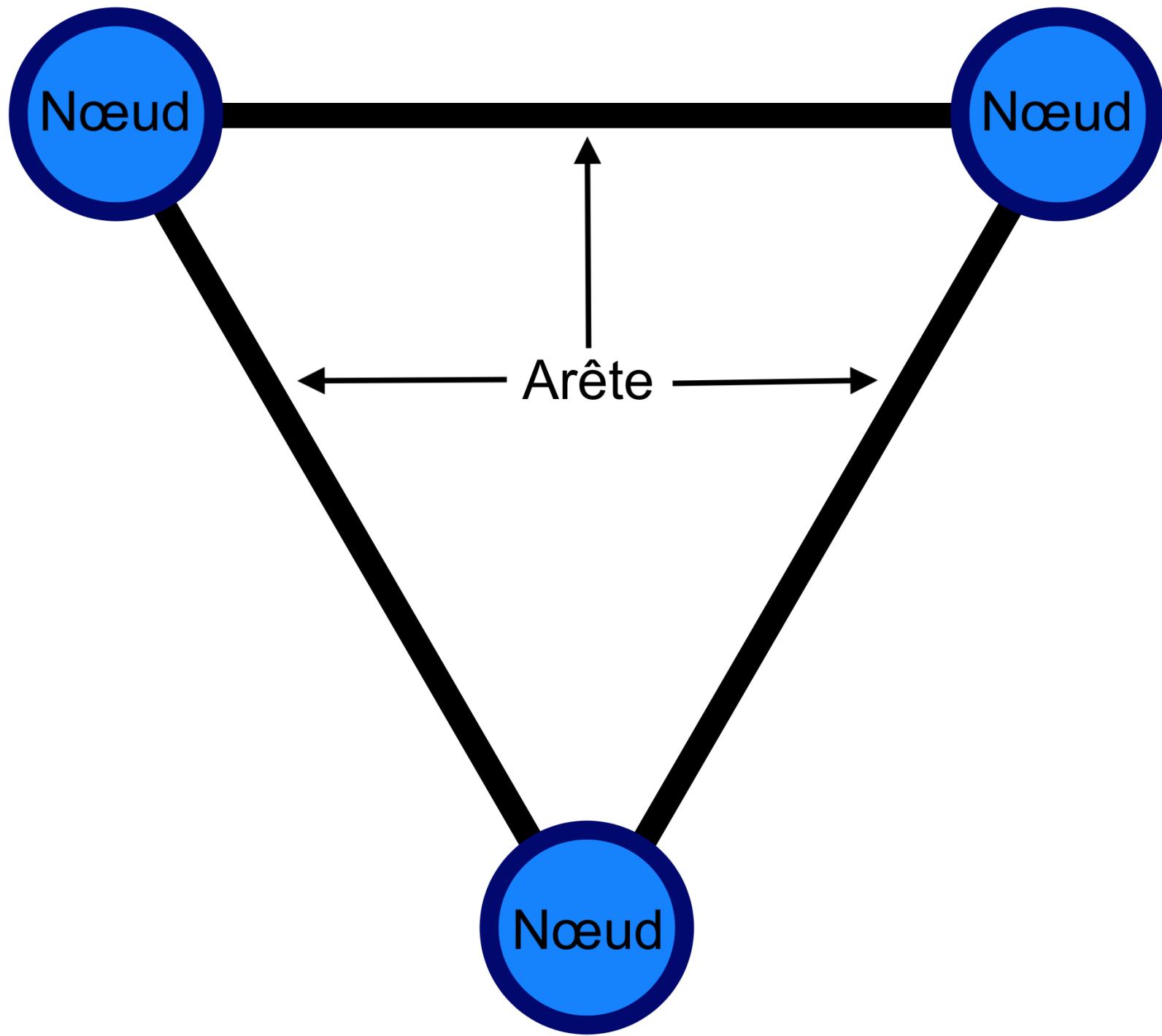
Théorie des graphes

- Comment représenter des relations complexes?
- Le graphe est un modèle abstrait de dessin de réseaux reliant des objets
- C'est aussi une représentation mathématique. Ainsi, dans sa version la plus simple (graphe simples non orienté), un graphe est un couple $G = (V, E)$ où
 - V est un ensemble de sommets
 - E – un ensemble d'arêtes, sachant que $E \subseteq \{\{x, y\} \mid (x, y) \in V^2\}$ c'est-à-dire que E inclus au sens large l'arête (ou paire de sommets) $\{x, y\}$ tel que x, y appartiennent à V au carré.

Nous reviendrons à cette question mathématiques.

Définitions

- Un *graphe* est une somme de points et de lignes
- Un point dans le graphe est appelé *nœud* (*node*)
- Une ligne dans le graphe est appelée *arête* (*edge*)
- Un *réseau* est un graphe avec des attributs

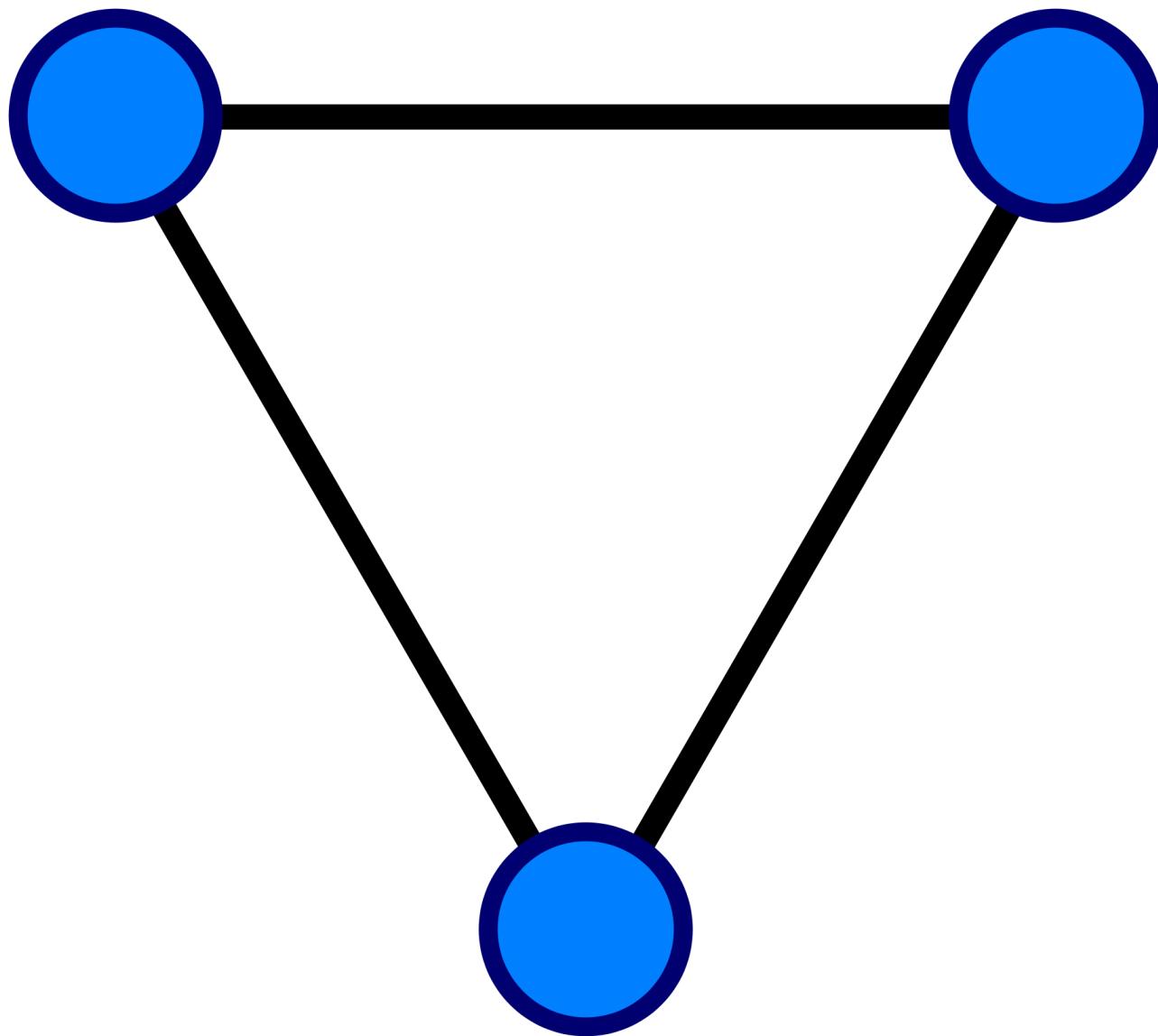


Les types de réseaux

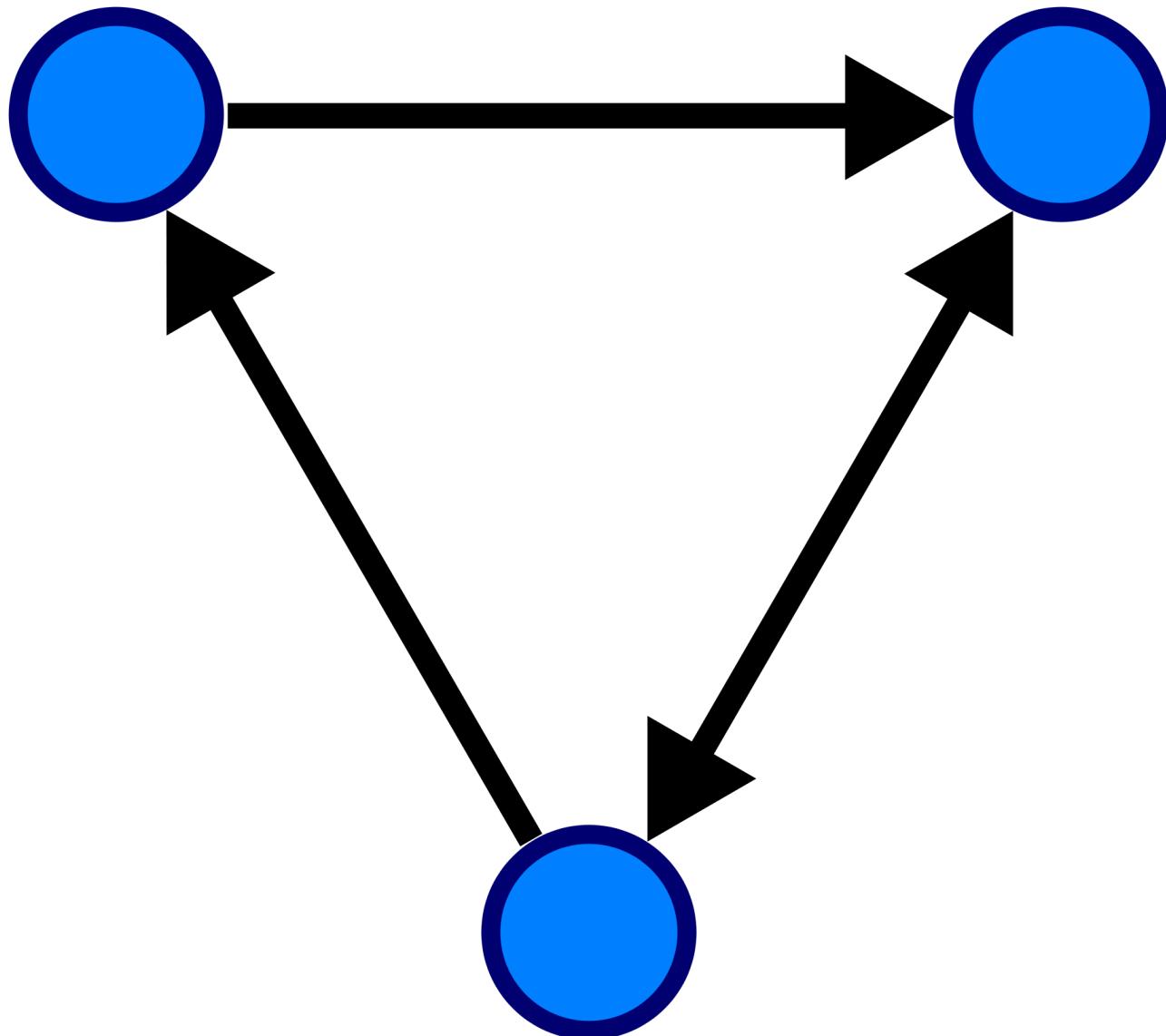
Un réseau peut être

- non-orienté (*undirected graph*) . . .
- . . . orienté (*directed graph*) . . .
- . . . signé (*signed graph*) . . .
- . . . ou valué (*valued graph*)

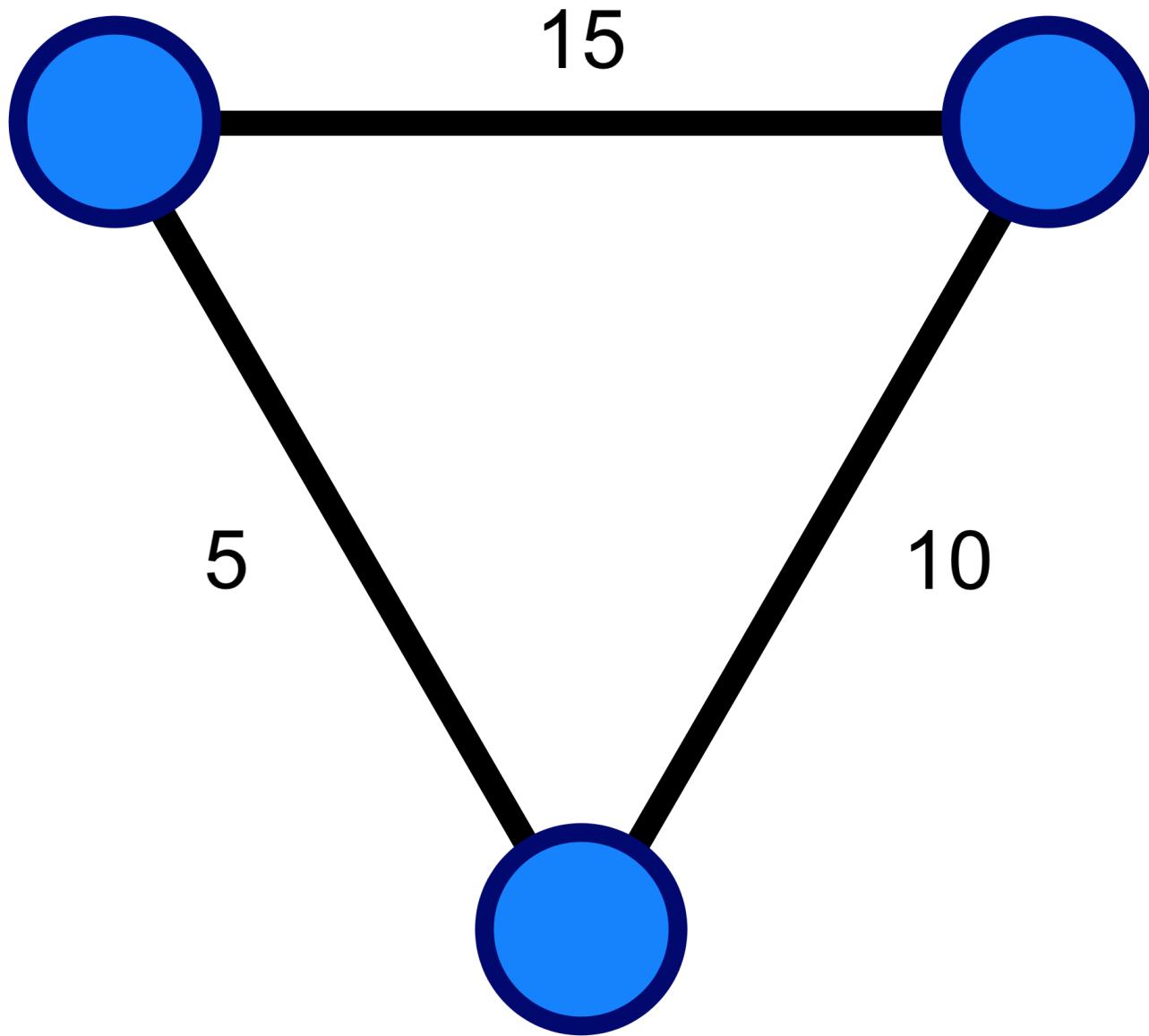
Non-orienté (*undirected graph*)



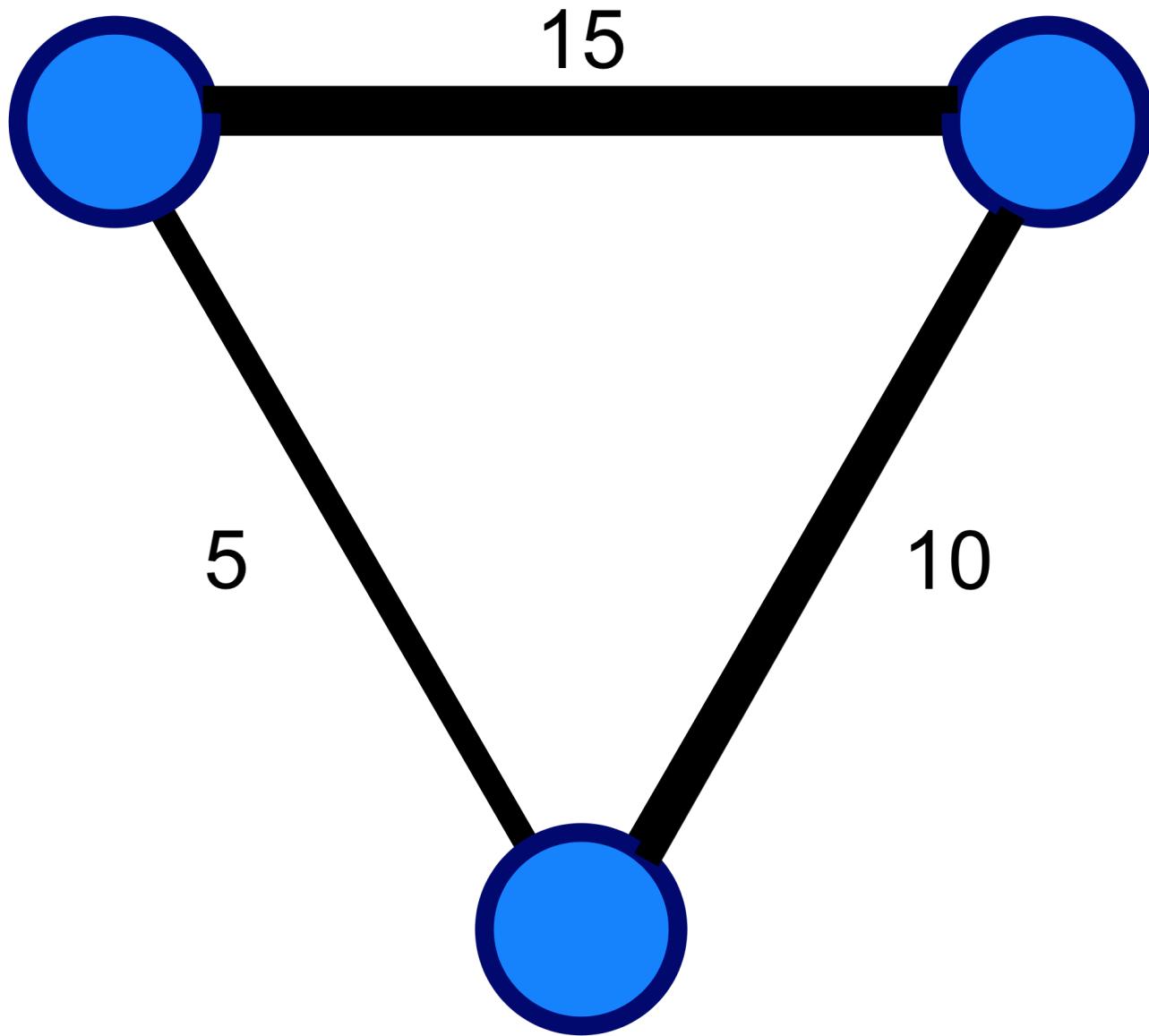
Orienté (*directed graph*)



Valué (*weighted* ou *valued* graph)



Valué (*weighted* ou *valued graph*)

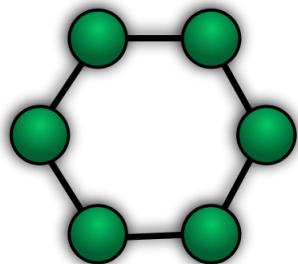


Les Cliques

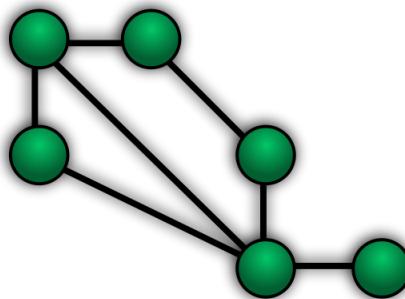
Les réseaux forment des *cliques* (*clusters*) ou *communautés*. Ces clusters peuvent s'organiser selon différents types.

Les types de réseaux

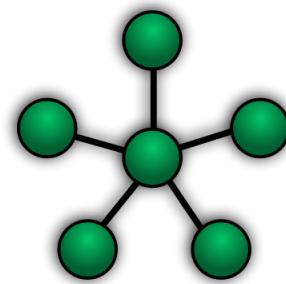
- Cercle (*ring*)
- Filet (de poisson) (*mesh*)
- Étoile (*star*)
- Complet (*fully connected*)
- Ligne (*line*)
- Arbre (*tree*)
- Vide (sans lien)
- Bus (*bus*)



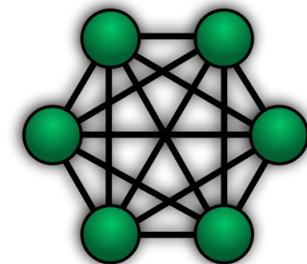
Ring



Mesh



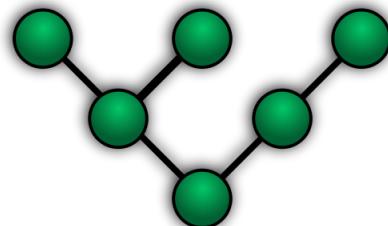
Star



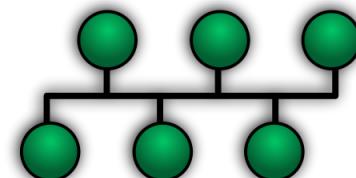
Fully Connected



Line



Tree



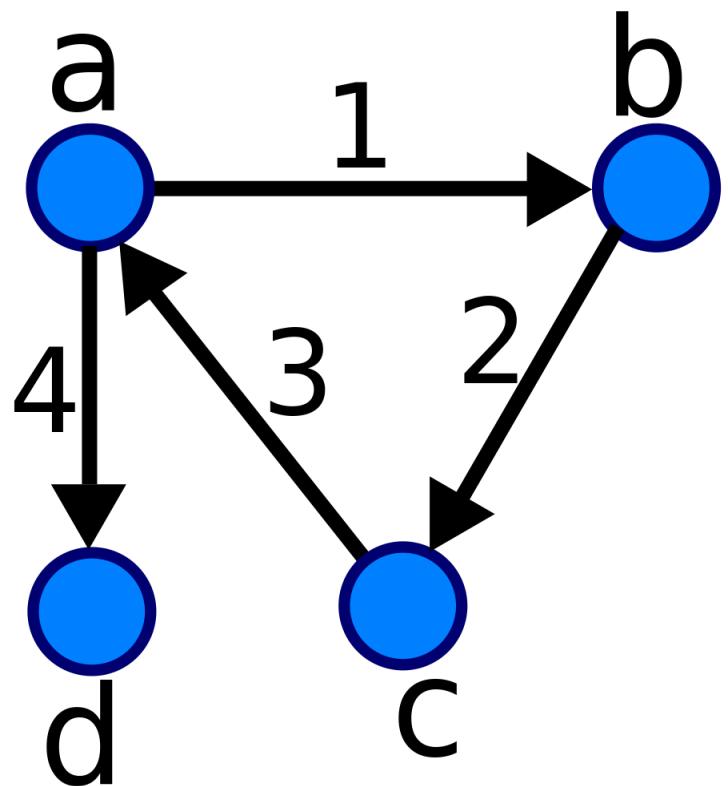
Bus

Construction du réseau

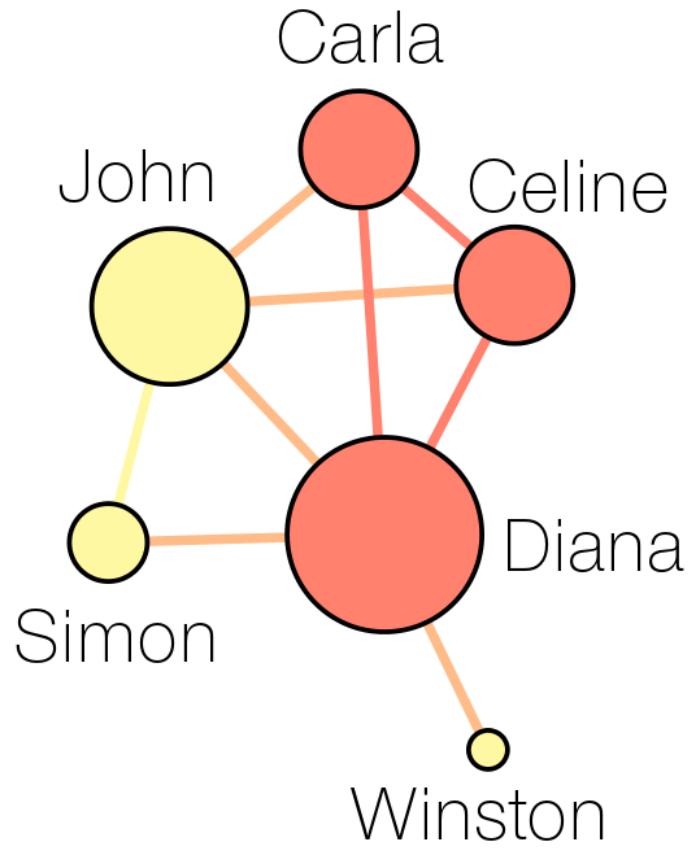
Construction

Un graphe peut se présenter sous trois formes

- Le graphe lui-même
- Une matrice
- Une liste de nœuds et d'arêtes



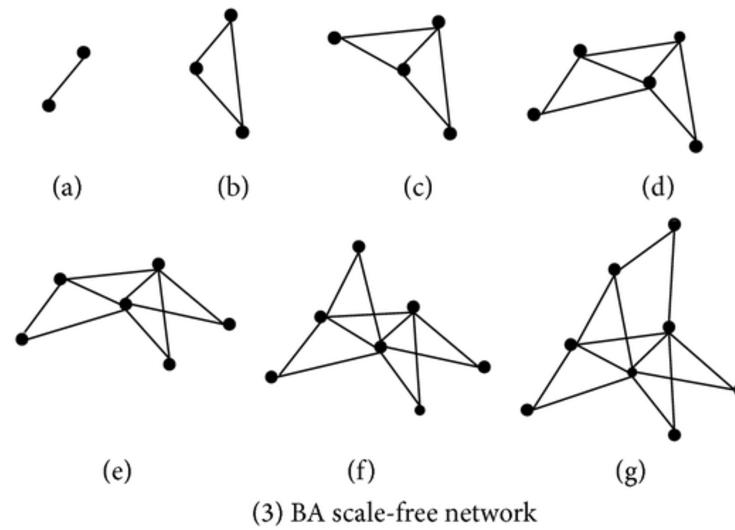
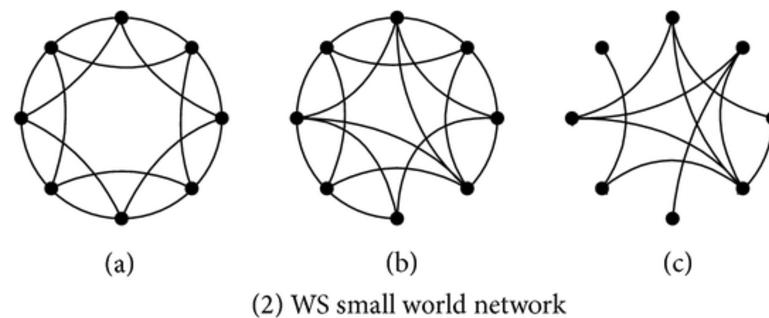
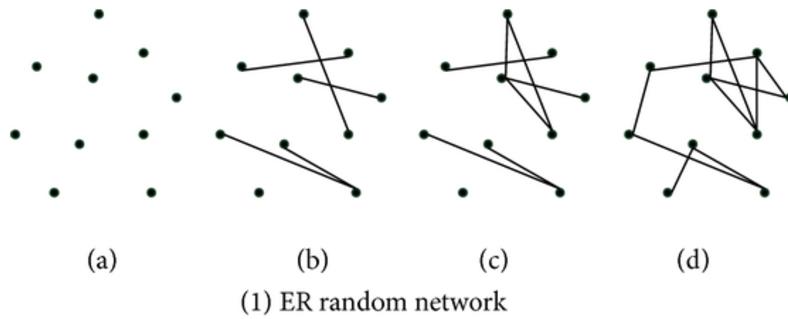
	1	2	3	4
a	1	0	-1	1
b	-1	1	0	0
c	0	-1	1	0
d	0	0	0	-1



Nodes	Edges
Id,Label,Gender	Source,Target
1,John,1	1,2
2,Carla,2	1,3
3,Simon,1	1,4
4,Celine,2	1,6
5,Winston,1	2,4
6,Diana,2	2,6
	3,6
	4,6
	5,6

Les modèles de réseaux

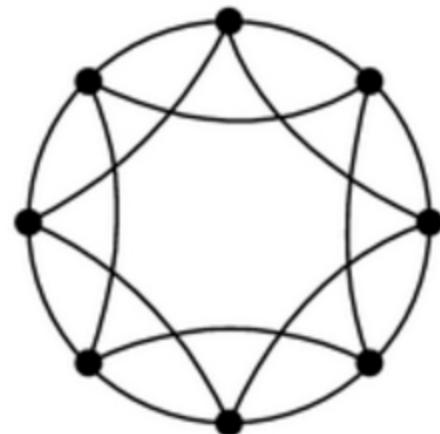
- *Random Network* (RN)
- *Small-World Network* (SWM)
- *Scale-Free Network* (SFN), ou "sans échelle"



Source Xu, Li, Liu 2014

Small-World Network (SWM)

Distribution gaussienne



(a)



(b)



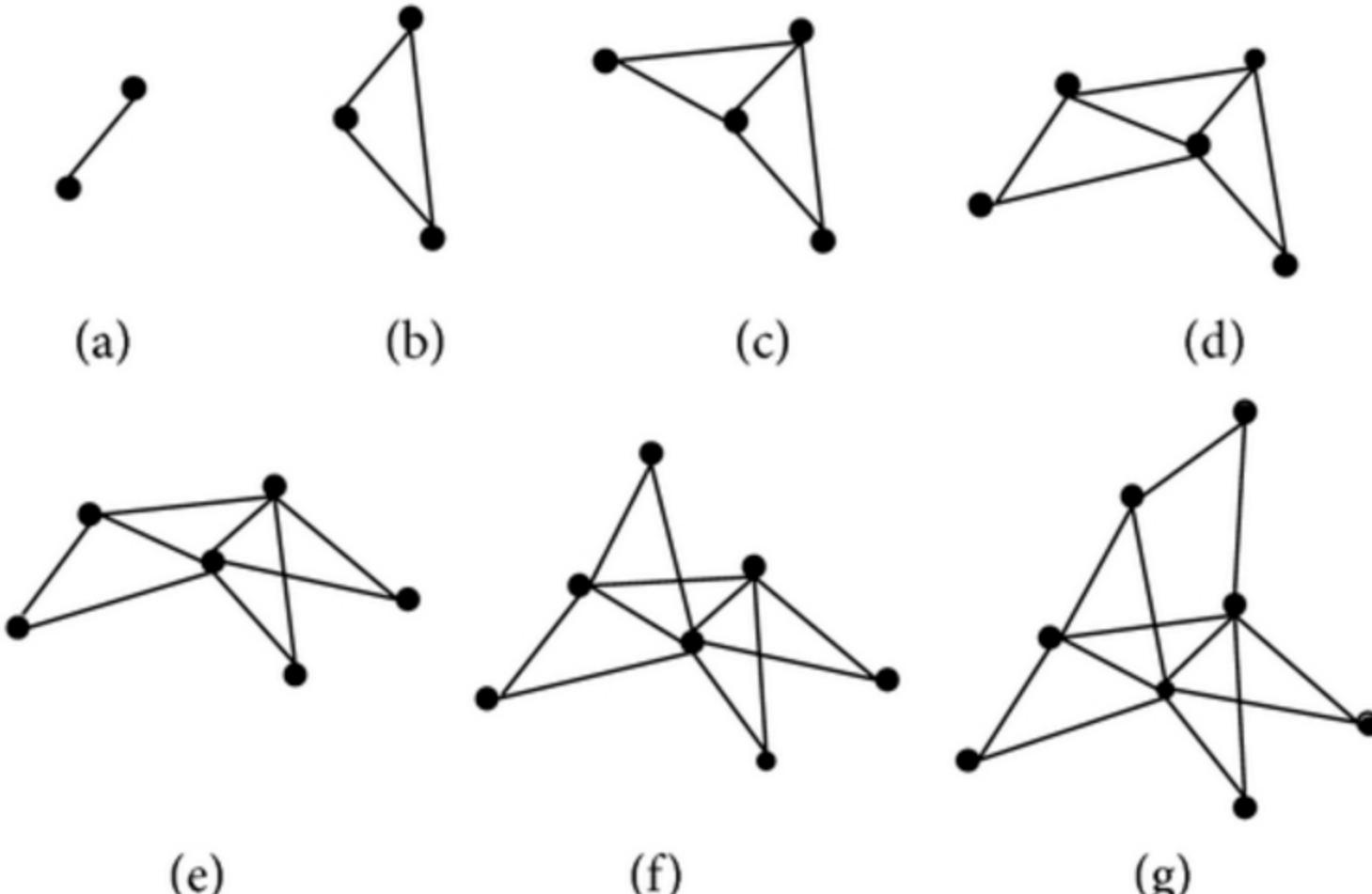
(c)

(2) WS small world network

Source Xu, Li, Liu 2014

Scale-Free Network (SFN)

Loi de puissance



(3) BA scale-free network

Source Xu, Li, Liu 2014

Mise en page

On va parler de *Force-based layout* ou de *Force-directed graph drawing*

L'objectif est de positionner les nœuds d'un graphe pour faciliter sa visualisation en utilisant un système de force appliqués entre les nœuds et les arcs.

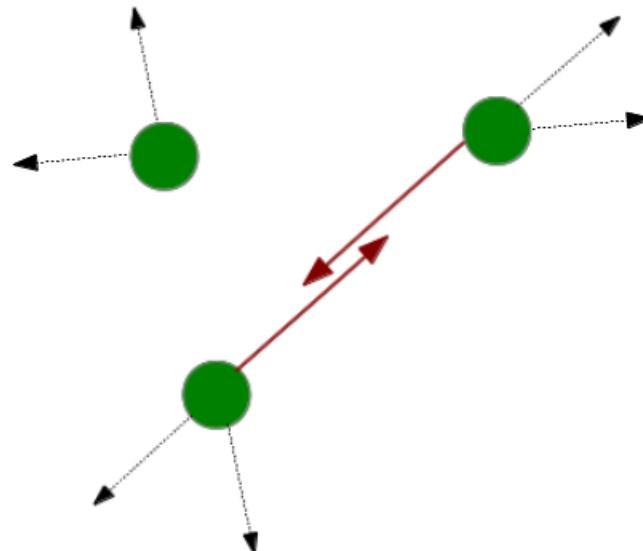
Pour cela, on va utiliser un algorithme qui va

1. Repousser les nœuds entre eux, comme des aimants, les plus éloignés se repoussant le moins



Source [Rémi Damлencour](#)

2. Les liens fonctionnent comme des ressorts



Source [Rémi Damлencour](#)

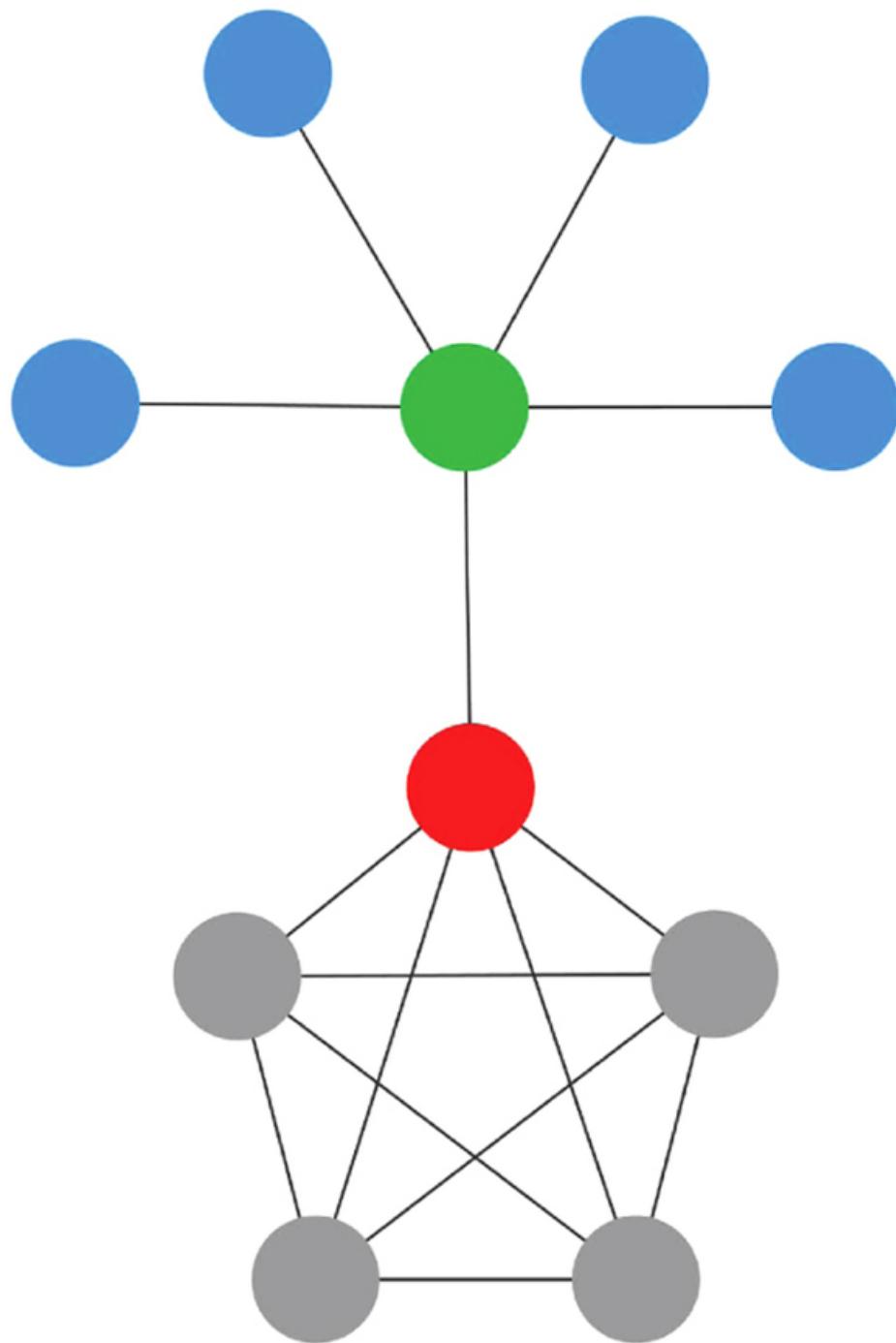
Les algorythmes

- Fruchterman Reingold, le plus ancien, presque obsolète
- Yifan Hu, pour une modélisation rapide de petits réseaux (max 100 000 de nœuds)
- Force Atlas 2, pour analyse de complémentarités et les grands réseaux (1 000 000 de nœuds)
- OpenOrd, pour la distinction de clusters

Analyse

Analyser le réseau

- Robustesse (*robustness*): capaciter du graphe à rester identique malgré des perturbations (enlever un nœud)
- Centralité (*centrality*) : capturer la notion d'importance dans un graphe, en identifiant les sommets les plus significatifs
- Densité (*density*): la proportion de liens dans un réseau relativement au total de liens possibles.



Centralité

- Centralité de degré: Nombre de connexions du nœud (*Degree*)
- Centralité de proximité: Distance moyenne du nœud à tous les autres nœuds (*Closeness*)
- Centralité d'intermédiairité: Nombre de fois que le nœud se trouve sur le plus court chemin entre deux autres nœuds (*Betweenness*)
- Centralité de vecteurs propres Score d'autorité attribué à un nœuds en fonction du score de ses voisins. (*Eigenvector*) C'est l'algorythme de google.

