Fondamenti dell'Informatica

Compito scritto

22 febbraio 2012

Cognome:

Nome:

Matricola:

Note

1. Per i quiz a risposta multipla, fare una croce sulla/e lettera/e che identifica/no la/e risposta/e desiderata/e.
2. Per i quiz a risposta multipla, c'è sempre almeno una risposta corretta. Talvolta ci sono più risposte corrette. Si richiede che siano marcate *tutte e sole* le risposte corrette. In altre parole, una crocetta in più o in meno invalida il quiz.
3. Per i quiz descrittivi e gli esercizi, la risposta va data sulla stessa facciata che contiene il testo dell'esercizio. Lo spazio lasciato a questo scopo è sempre sufficiente.
4. È possibile usare il retro dei fogli per eventuali calcoli e verifiche.
5. L'orario di consegna scritto alla lavagna è tassativo.
6. Non è consentita la consultazione di alcunché.
7. Gli esercizi verranno corretti solo se il numero di punti conseguiti nei quiz supera la soglia di 23 punti riducibili a 20 a patto che le risposte ai quiz 1, 2, 3, 4, 5, 7, 11 e 12 siano corrette. In caso contrario il compito è insufficiente.

Quiz

1. (1 punto) Una grammatica lineare destra:

(A) è acontestuale; (B) è in forma normale di Chomsky;
(C) può essere in forma normale di Chomsky; (D) è in forma normale di Greibach;
(E) può essere in forma normale di Greibach; (F) *né (A) né (B) né (C) né (D) né (E).*

2. (1 punto) Qual è la cardinalità dell'insieme dei linguaggi acontestuali che si possono definire su di un alfabeto Σ di $n = 1$ simboli?

(A) 2^n; (B) 2^{2^n}; (C) $|\mathbb{N}|$; (D) $|\wp(\mathbb{N})|$;
(E) *né (A) né (B) né (C) né (D).*

3. (2 punti) I linguaggi acontestuali infiniti sono chiusi rispetto a

(A) complementazione; (B) concatenazione; (C) intersezione;
(D) stella di Kleene; (E) differenza insiemistica; (F) *nessuna di queste.*

4. (2 punti) Dato un alfabeto Σ, si dica che relazione intercorre tra (1) l'insieme dei linguaggi regolari su Σ, e (2) il più piccolo insieme di linguaggi che comprende i linguaggi finiti su Σ ed è chiuso per unione, intersezione e complemento.

(A) sono uguali; (B) il primo è contenuto nel secondo;
(C) il secondo è contenuto nel primo; (D) sono incomparabili;
(E) *nessuna di queste.*

5. (2 punti) Si scriva un'espressione regolare che denoti il linguaggio accettato dal DFA caratterizzato dalla seguente tabella di transizione, con q_0 iniziale e q_1 finale:

δ	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_0

$L(M) =$

6. (4 punti) Quali dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\Sigma = \{0,1,2\}$ sono regolari?

$L_1 = \{ 0^{2n+1} \in \Sigma^\star \mid n \geq 1 \}$; $L_2 = \{ 0^m 1^n 2^{n+m} \in \Sigma^\star \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$;

$L_3 = \{ 0^{2^{n+1}} \in \Sigma^\star \mid n \geq 1 \}$, $L_4 = \{ x \in \Sigma^* \mid x \text{ non ha tre 0 consecutivi} \}$;

$L_5 = \{ 0^m 1^n 1^{n+m} \in \Sigma^\star \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$; $L_6 = \{ 0^n \in \Sigma^\star \mid n \geq 1 \text{ è primo} \}$.

(A) L_1; (B) L_2; (C) L_3; (D) L_4;
(E) L_5; (F) L_6; (G) *nessuno di essi.*

7. (1 punto) Si dia un'espressione regolare e_1 per il seguente linguaggio su $\Sigma = \{a, b\}$:

$$L_1 = \{ x \in \Sigma^\star \mid x \text{ contiene } 2\ a \text{ o } 3\ b \}.$$

$e_1 =$

8. (2 punti) Si dia un'espressione regolare e_2 per il seguente linguaggio su $\Sigma = \{a, b\}$:

$$L_2 = \{ x \in \Sigma^\star \mid x \text{ contiene le sottostringhe } aa \text{ e } bb \}.$$

$e_2 =$

9. (3 punti) Si dia un'espressione regolare e_3 per il seguente linguaggio su $\Sigma = \{0, 1\}$:

$$L_3 = \{ x \in \Sigma^\star \mid \text{in } x \text{ ogni occorrenza di 00 precede tutte le occorrenze di 11} \}.$$

$e_3 =$

10. (2 punti) Quali delle seguenti identità tra espressioni regolari è valida?
(A) $(r^\star)^\star = r^\star$; (B) $(\varepsilon + r^\star r) = r^\star$; (C) $(r^\star + s^\star)^\star = (rs)^\star$;
(D) $(r^\star s^\star)^\star = (s^\star r^\star)^\star$; (E) $(\varepsilon + r)^\star = r^\star$; (F) $r^\star s = s^\star r$;
(G) *nessuna di esse.*

11. (2 punti) Si consideri la MdT definita dal seguente programma:

Q	0	1	$
q_0	q_0 0 R	q_0 1 R	q_1 $ L
q_1	q_2 1 L	q_1 0 L	q_2 1 L
q_2	q_2 1 L		q_2 1 L

Si supponga che la MdT cominci la computazione nello stato q_0, avendo per input sul nastro la stringa "0", con la testina posizionata sull'unico simbolo della stringa stessa. Allora la computazione suddetta:
(A) termina dopo 3 passi; (B) termina dopo 5 passi; (C) termina dopo 6 passi;
(D) non termina; (E) *nessuna di queste.*

12. (2 punti) L'affermazione *"Se $I \subseteq \mathbb{N}$ è un insieme* X *e $\overline{I} = \mathbb{N} \setminus I$ allora anche $\overline{I}$ è* X*"*
(A) è vera, se al posto di X scrivo "ricorsivo";
(B) è vera, se al posto di X scrivo "ricorsivamente enumerabile";
(C) è vera, se al posto di X scrivo "ricorsivamente enumerabile non ricorsivo";
(D) è vera, se al posto di X scrivo "non ricorsivamente enumerabile";
(E) *né (A) né (B) né (C) né (D).*

13. (2 punto) Marcare tutte e sole le affermazioni valide:
(A) una configurazione semantica di un programma *While* può avere più di un successore;
(B) i programmi *While* hanno a disposizione una quantità di memoria illimitata;
(C) *While* è Turing-equivalente;
(D) *While* privato del comando `skip` è Turing-equivalente;
(E) in *While* privato del comando di assegnamento la terminazione è decidibile;
(F) *né (A) né (B) né (C) né (D) né (E).*

14. (2 punti) Gli insiemi ricorsivamente enumerabili sono chiusi rispetto a
(A) rimozione di un elemento; (B) differenza; (C) intersezione;
(D) unione; (E) *nessuna di queste.*

15. (3 punti) Sia $G = \big(S, a, b, P, S\big)$ una grammatica acontestuale con P dato da $\{S \to AaB,\ A \to aAa|bAb|\epsilon,\ B \to bBb|\epsilon\}$.
(A) esistono $x, y \in L(G)$ tali che $xay \notin L(G)$; (B) G è ambigua;
(C) $aabbaaabbbb \in L(G)$; (D) *né (A) né (B) né (C).*

Esercizio 1

Si dimostri (formalmente!) che non esiste una funzione ricorsiva f tale che per ogni x:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } \varphi_x \text{ è totale;} \\ 0, & \text{se } \varphi_x \text{ non è totale.} \end{cases}$$

Si usi questo risultato per dimostrare che la seguente funzione non è calcolabile:

$$e(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } \varphi_x = \varphi_y; \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Esercizio 2

Sia $A = \{a, \ldots, z\}$. Si scriva un programma While che verifica se un elemento x_1 di A è presente nell'albero x_2, restituendo $y = (\mathsf{nil}.\mathsf{nil})$ in caso affermativo, $y = \mathsf{nil}$ altrimenti. Se lo si ritiene conveniente, si consideri la versione di While aumentata con il costrutto if-then-else.

Esercizio 3

Sia $L = \{\, a^m c b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, m \neq n \,\}$. Si definisca un automa a pila (possibilmente deterministico) che accetti L.