

Fondamenti dell'Informatica

Compito scritto

26 febbraio 2003

Cognome:

Nome:

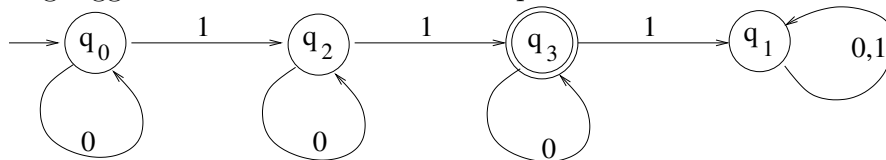
Matricola:

Note

1. Per i quiz a risposta multipla, fare una croce sulla/e lettera/e che identifica/no la/e risposta/e desiderata/e.
2. Per i quiz a risposta multipla, c'è sempre almeno una risposta corretta. Talvolta ci sono più risposte corrette. Si richiede che siano marcate *tutte e sole* le risposte corrette.
3. Per i quiz descrittivi e gli esercizi, la risposta va data sulla stessa facciata che contiene il testo dell'esercizio. Lo spazio lasciato a questo scopo è sempre sufficiente.
4. È possibile usare il retro dei fogli per eventuali calcoli e verifiche.
5. L'orario di consegna scritto alla lavagna è tassativo.
6. Non è consentita la consultazione di alcunché.
7. Gli esercizi verranno corretti solo se il numero di punti conseguiti nei quiz supera una certa soglia. In caso contrario il compito è insufficiente. Le soglie sono:
 - per i matematici, 18 punti riducibili a 16 a patto che le risposte ai quiz 1, 2, 3, 4, 5 e 9 siano corrette.
 - per gli informatici, 23 punti riducibili a 20 a patto che le risposte ai quiz 1, 2, 3, 4, 5, 9, 11 e 12 siano corrette.

Quiz per tutti

- (1 punto) Un linguaggio finito
(A) è degenere; (B) è regolare; (C) è irregolare; (D) *né (A) né (B) né (C)*.
- (1 punto) Quale è la cardinalità dell'insieme dei linguaggi che si possono definire su di un alfabeto Σ di $n > 0$ simboli?
(A) 2^n ; (B) 2^{2^n} ; (C) $|\mathbb{N}|$; (D) *né (A) né (B) né (C)*.
- (2 punti) I linguaggi regolari sono chiusi rispetto a
(A) complementazione; (B) concatenazione; (C) intersezione;
(D) stella di Kleene; (E) unione; (F) *nessuna di queste*.
- (2 punti) Si descriva, usando la notazione insiemistica, il linguaggio accettato dall'automa M qui sotto:



$L(M) =$

- (2 punti) Si consideri la relazione $R \subset \{a, b, c, d, e\}^2$ data dalla tabella qui sotto, dove 1 o 0 all'incrocio tra la riga x e la colonna y indicano se $(x, y) \in R$ o se $(x, y) \notin R$, rispettivamente:

R	a	b	c	d	e
a	1	0	1	1	0
b	0	1	0	0	1
c	1	0	1	1	0
d	1	0	1	1	0
e	0	1	0	0	1

Le classi di equivalenza di R sono

- (A) $\{a, c, d\}, \{b, e\}$; (B) $\{a\}, \{b\}, \{c, d\}, \{e\}$;
(C) $(a, c), (c, d), (d, a), (b, e), (e, b)$; (D) *nessuna: R non è di equivalenza*.

6. (5 punti) Quali dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ sono regolari?

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \in \Sigma^* \mid n > 0, m > 0\};$$

$$L_2 = \{a^n b^m c^n \in \Sigma^* \mid 0 < n < 10, m > 0\};$$

$$L_3 = \{a^n a^m a^{n+m} \in \Sigma^* \mid n > 2, m > 3\};$$

$$L_4 = \{a^n b^m c^n \in \Sigma^* \mid n > 0, m = 5\};$$

$$L_5 = \{a^n b^m b^n \in \Sigma^* \mid n = 5, m > 0\}.$$

- (A) L_1 ; (B) L_2 ; (C) L_3 ;
 (D) L_4 ; (E) L_5 ; (F) *nessuno di essi*.

7. (6 punti) Si diano espressioni regolari e_1 , e_2 e e_3 per i seguenti linguaggi su $\{0, 1\}$:

$L_1 = \{\text{tutte le stringhe non nulle che iniziano e finiscono con lo stesso simbolo}\},$

$L_2 = \{\text{tutte le stringhe che contengono le sottostringhe 0011 o 1010}\},$

$L_3 = \{\text{tutte le stringhe che non contengono 111 come sottostringa}\}.$

$$e_1 =$$

$$e_2 =$$

$$e_3 =$$

8. (3 punti) Quali delle seguenti espressioni regolari definiscono il linguaggio

$L = \{\epsilon\} \cup \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{il numero di occorrenze di } a \text{ in } w \text{ è pari e positivo}\}.$

$$e_1 = (a(b+c)^*a(b+c)^*)^*;$$

$$e_2 = ((b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*)^*;$$

$$e_3 = ((b+c)^*a(b+c)^*a)^*;$$

$$e_4 = ((b^*c^*)a(b^*c^*)a(b^*c^*))^*;$$

$$e_5 = ((b^* + c^*)a(b^* + c^*)a(b^* + c^*))^*.$$

- (A) e_1 ; (B) e_2 ; (C) e_3 ;
 (D) e_4 ; (E) e_5 ; (F) *nessuna di esse*.

9. (2 punti) Si consideri la MdT definita dal seguente programma:

Q	0	1	\$
q_0			q_1 \$ R
q_1	q_2 1 L	q_1 0 R	
q_2		q_2 1 L	

Si supponga che la MdT cominci la computazione nello stato q_0 , avendo per input sul nastro la stringa "111010", con la testina posizionata sul primo simbolo \$ alla sinistra della stringa stessa. Allora la computazione suddetta:

- (A) termina dopo 3 passi; (B) termina dopo 5 passi;
 (C) termina dopo 8 passi; (D) non termina.

Quiz per gli “informatici”

10. (2 punti) L’affermazione “Se L è un linguaggio libero dal contesto e $L' \subseteq L$ allora anche L' è libero dal contesto”

(A) è vera solo se L è anche regolare; (B) è sempre vera; (C) è sempre falsa.

11. (1 punto) Avendo un linguaggio L che sospetto non essere libero dal contesto, tento di dimostrare che L non è libero dal contesto usando il “pumping lemma”. Tenta cioè di dimostrare:

$$(A) \quad \exists n \in \mathbb{N} . \forall z \in L : |z| \geq n \implies \left(\exists u, v, w, x, y \in \Sigma^* \right. \\ \left. : z = uvwxy \wedge |vx| \geq 1 \wedge |vwx| \leq n \wedge \forall i \in \mathbb{N} : uv^iwx^iy \in L \right)$$

$$(B) \quad \forall n \in \mathbb{N} : \exists z \in L . |z| \geq n \wedge \forall u, v, w, x, y \in \Sigma^* \\ : \left((z = uvwxy \wedge |vx| \geq 1 \wedge |vwx| \leq n) \implies \forall i \in \mathbb{N} : uv^iwx^iy \notin L \right)$$

$$(C) \quad \forall n \in \mathbb{N} : \exists z \in L . |z| \geq n \wedge \forall u, v, w, x, y \in \Sigma^* \\ : \left((z = uvwxy \wedge |vx| \geq 1 \wedge |vwx| \leq n) \implies \exists i \in \mathbb{N} . uv^iwx^iy \notin L \right)$$

12. (2 punti) I linguaggi liberi dal contesto sono chiusi rispetto a

- (A) complementazione; (B) concatenazione; (C) intersezione;
(D) stella di Kleene; (E) unione; (F) nessuna di queste.

13. (2 punti) Si dia un esempio di grammatica ambigua con un solo simbolo non terminale. Se il linguaggio generato è intrinsecamente ambiguo, lo si dica. Altrimenti, si esibisca un grammatica non ambigua equivalente.

Esercizio 1 (per tutti)

Si enunci e si dimostri il “Pumping Lemma” per i linguaggi regolari.

Esercizio 2 (per tutti)

Scrivere il programma di una MdT che, date in input due stringhe sull'alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$, termina restituendo la stringa 0 se il numero di simboli 0 nella prima stringa è minore o uguale al numero di simboli 1 nella seconda stringa; altrimenti termina restituendo la stringa 1. All'inizio della computazione la testina della MdT è posizionata nella prima cella alla sinistra della prima stringa di input (contenente il carattere speciale \$); le due stringhe sono separate da un solo carattere \$; al termine della computazione la testina deve essere posizionata a sinistra del risultato.

Esercizio 3 (solo per gli “informatici”)

Si converta la seguente grammatica in forma normale di Chomsky:

$$S \rightarrow SaBS \mid AbbB \mid b$$

$$A \rightarrow Aa \mid BS$$

$$B \rightarrow aBbC \mid CC$$

$$C \rightarrow a \mid \epsilon$$

Si mostrino le grammatiche ottenute: (A) dopo aver rimosso le ϵ -produzioni; (B) dopo aver rimosso le produzioni unitarie; e, naturalmente, (C) il risultato finale.