

# Fondamenti dell'Informatica

Compito scritto

22 febbraio 2012

Cognome:

Nome:

Matricola:

## Note

1. Per i quiz a risposta multipla, fare una croce sulla/e lettera/e che identifica/no la/e risposta/e desiderata/e.
2. Per i quiz a risposta multipla, c'è sempre almeno una risposta corretta. Talvolta ci sono più risposte corrette. Si richiede che siano marcate *tutte e sole* le risposte corrette. In altre parole, una crocetta in più o in meno invalida il quiz.
3. Per i quiz descrittivi e gli esercizi, la risposta va data sulla stessa facciata che contiene il testo dell'esercizio. Lo spazio lasciato a questo scopo è sempre sufficiente.
4. È possibile usare il retro dei fogli per eventuali calcoli e verifiche.
5. L'orario di consegna scritto alla lavagna è tassativo.
6. Non è consentita la consultazione di alcunché.
7. Gli esercizi verranno corretti solo se il numero di punti conseguiti nei quiz supera la soglia di 23 punti riducibili a 20 a patto che le risposte ai quiz 1, 2, 3, 4, 5, 7, 11 e 12 siano corrette. In caso contrario il compito è insufficiente.

## Quiz

1. (1 punto) Una grammatica lineare destra:
  - (A) è acontestuale;
  - (B) è in forma normale di Chomsky;
  - (C) può essere in forma normale di Chomsky;
  - (D) è in forma normale di Greibach;
  - (E) può essere in forma normale di Greibach;
  - (F) *né (A) né (B) né (C) né (D) né (E).*
  
2. (1 punto) Qual è la cardinalità dell'insieme dei linguaggi acontestuali che si possono definire su di un alfabeto  $\Sigma$  di  $n = 1$  simboli?
  - (A)  $2^n$ ;
  - (B)  $2^{2^n}$ ;
  - (C)  $|\mathbb{N}|$ ;
  - (D)  $|\wp(\mathbb{N})|$ ;
  - (E) *né (A) né (B) né (C) né (D).*
  
3. (2 punti) I linguaggi acontestuali infiniti sono chiusi rispetto a
  - (A) complementazione;
  - (B) concatenazione;
  - (C) intersezione;
  - (D) stella di Kleene;
  - (E) differenza insiemistica;
  - (F) *nessuna di queste.*
  
4. (2 punti) Dato un alfabeto  $\Sigma$ , si dica che relazione intercorre tra (1) l'insieme dei linguaggi regolari su  $\Sigma$ , e (2) il più piccolo insieme di linguaggi che comprende i linguaggi finiti su  $\Sigma$  ed è chiuso per unione, intersezione e complemento.
  - (A) sono uguali;
  - (B) il primo è contenuto nel secondo;
  - (C) il secondo è contenuto nel primo;
  - (D) sono incomparabili;
  - (E) *nessuna di queste.*
  
5. (2 punti) Si scriva un'espressione regolare che denoti il linguaggio accettato dal DFA caratterizzato dalla seguente tabella di transizione, con  $q_0$  iniziale e  $q_1$  finale:

$\delta$	a	b
$q_0$	$q_1$	$q_0$
$q_1$	$q_1$	$q_0$

$L(M) =$

**6.** (4 punti) Quali dei seguenti linguaggi sull'alfabeto  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  sono regolari?

$$L_1 = \{0^{2n+1} \in \Sigma^* \mid n \geq 1\};$$

$$L_2 = \{0^m 1^n 2^{n+m} \in \Sigma^* \mid n \geq 1, m \geq 1\};$$

$$L_3 = \{0^{2^{n+1}} \in \Sigma^* \mid n \geq 1\},$$

$$L_4 = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ non ha tre } 0 \text{ consecutivi}\};$$

$$L_5 = \{0^m 1^n 1^{n+m} \in \Sigma^* \mid n \geq 1, m \geq 1\}; \quad L_6 = \{0^n \in \Sigma^* \mid n \geq 1 \text{ è primo}\}.$$

- (A)  $L_1$ ; (B)  $L_2$ ; (C)  $L_3$ ; (D)  $L_4$ ;  
 (E)  $L_5$ ; (F)  $L_6$ ; (G) *nessuno di essi*.

**7.** (1 punto) Si dia un'espressione regolare  $e_1$  per il seguente linguaggio su  $\Sigma = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ contiene } 2 \text{ } a \text{ o } 3 \text{ } b\}.$$

$$e_1 =$$

**8.** (2 punti) Si dia un'espressione regolare  $e_2$  per il seguente linguaggio su  $\Sigma = \{a, b\}$ :

$$L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \text{ contiene le sottostringhe } aa \text{ e } bb\}.$$

$$e_2 =$$

**9.** (3 punti) Si dia un'espressione regolare  $e_3$  per il seguente linguaggio su  $\Sigma = \{0, 1\}$ :

$$L_3 = \{x \in \Sigma^* \mid \text{in } x \text{ ogni occorrenza di } 00 \text{ precede tutte le occorrenze di } 11\}.$$

$$e_3 =$$

10. (2 punti) Quali delle seguenti identità tra espressioni regolari è valida?

- (A)  $(r^*)^* = r^*$ ; (B)  $(\varepsilon + r^*r) = r^*$ ; (C)  $(r^* + s^*)^* = (rs)^*$ ;  
 (D)  $(r^*s^*)^* = (s^*r^*)^*$ ; (E)  $(\varepsilon + r)^* = r^*$ ; (F)  $r^*s = s^*r$ ;  
 (G) nessuna di esse.

11. (2 punti) Si consideri la MdT definita dal seguente programma:

Q	0	1	\$
$q_0$	$q_0$ 0 R	$q_0$ 1 R	$q_1$ \$ L
$q_1$	$q_2$ 1 L	$q_1$ 0 L	$q_2$ 1 L
$q_2$	$q_2$ 1 L		$q_2$ 1 L

Si supponga che la MdT cominci la computazione nello stato  $q_0$ , avendo per input sul nastro la stringa “0”, con la testina posizionata sull’unico simbolo della stringa stessa. Allora la computazione suddetta:

- (A) termina dopo 3 passi; (B) termina dopo 5 passi; (C) termina dopo 6 passi;  
 (D) non termina; (E) nessuna di queste.

12. (2 punti) L’affermazione “Se  $I \subseteq \mathbb{N}$  è un insieme X e  $\bar{I} = \mathbb{N} \setminus I$  allora anche  $\bar{I}$  è X”

- (A) è vera, se al posto di X scrivo “ricorsivo”;  
 (B) è vera, se al posto di X scrivo “ricorsivamente enumerabile”;  
 (C) è vera, se al posto di X scrivo “ricorsivamente enumerabile non ricorsivo”;  
 (D) è vera, se al posto di X scrivo “non ricorsivamente enumerabile”;  
 (E) né (A) né (B) né (C) né (D).

13. (2 punto) Marcare tutte e sole le affermazioni valide:

- (A) una configurazione semantica di un programma *While* può avere più di un successore;  
 (B) i programmi *While* hanno a disposizione una quantità di memoria illimitata;  
 (C) *While* è Turing-equivalente;  
 (D) *While* privato del comando **skip** è Turing-equivalente;  
 (E) in *While* privato del comando di assegnamento la terminazione è decidibile;  
 (F) né (A) né (B) né (C) né (D) né (E).

14. (2 punti) Gli insiemi ricorsivamente enumerabili sono chiusi rispetto a

- (A) rimozione di un elemento; (B) differenza; (C) intersezione;  
 (D) unione; (E) nessuna di queste.

15. (3 punti) Sia  $G = (S, a, b, P, S)$  una grammatica acontestuale con P dato da  $\{S \rightarrow AaB, A \rightarrow aAa|bAb|e, B \rightarrow bBb|e\}$ .

- (A) esistono  $x, y \in L(G)$  tali che  $xy \notin L(G)$ ; (B)  $G$  è ambigua;  
 (C)  $aabbaaabb \in L(G)$ ; (D) né (A) né (B) né (C).

## Esercizio 1

Si dimostri (formalmente!) che non esiste una funzione ricorsiva  $f$  tale che per ogni  $x$ :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } \varphi_x \text{ è totale;} \\ 0, & \text{se } \varphi_x \text{ non è totale.} \end{cases}$$

Si usi questo risultato per dimostrare che la seguente funzione non è calcolabile:

$$e(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } \varphi_x = \varphi_y; \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

## Esercizio 2

Sia  $A = \{a, \dots, z\}$ . Si scriva un programma WHILE che verifica se un elemento  $x_1$  di  $A$  è presente nell'albero  $x_2$ , restituendo  $y = (\text{nil.nil})$  in caso affermativo,  $y = \text{nil}$  altrimenti. Se lo si ritiene conveniente, si consideri la versione di WHILE aumentata con il costrutto if-then-else.

### Esercizio 3

Sia  $L = \{ a^m c b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, m \neq n \}$ . Si definisca un automa a pila (possibilmente deterministico) che accetti  $L$ .