Fondamenti dell'Informatica

Compito scritto

25 gennaio 2012

Cognome:

Nome:

Matricola:

Note

1. Per i quiz a risposta multipla, fare una croce sulla/e lettera/e che identifica/no la/e risposta/e desiderata/e.

2. Per i quiz a risposta multipla, c'è sempre almeno una risposta corretta. Talvolta ci sono più risposte corrette. Si richiede che siano marcate *tutte e sole* le risposte corrette. In altre parole, una crocetta in più o in meno invalida l'esercizio.

3. Per i quiz descrittivi e gli esercizi, la risposta va data sulla stessa facciata che contiene il testo dell'esercizio. Lo spazio lasciato a questo scopo è sempre sufficiente.

4. È possibile usare il retro dei fogli per eventuali calcoli e verifiche.

5. L'orario di consegna scritto alla lavagna è tassativo.

6. Non è consentita la consultazione di alcunché.

7. Gli esercizi verranno corretti solo se il numero di punti conseguiti nei quiz supera la soglia di 23 punti riducibili a 20 a patto che le risposte ai quiz 1, 2, 3, 4, 5, 9, 11 e 12 siano corrette. In caso contrario il compito è insufficiente.

Quiz

1. (1 punto) Un linguaggio monotono
(A) è di tipo 0; (B) è di tipo 00; (C) è di tipo 1; (D) *né (A) né (B) né (C).*

2. (1 punto) Qual è la cardinalità dell'insieme dei linguaggi finiti che si possono definire su di un alfabeto Σ di $n > 0$ simboli?
(A) 2^n; (B) 2^{2^n}; (C) $|\mathbb{N}|$; (D) $|\wp(\mathbb{N})|$;
(E) *né (A) né (B) né (C) né (D).*

3. (2 punti) I linguaggi finiti sono chiusi rispetto a
(A) complementazione; (B) concatenazione; (C) intersezione;
(D) stella di Kleene; (E) unione; (F) *nessuna di queste.*

4. (2 punti) Si descriva, usando una notazione *formale*, il linguaggio accettato dall'automa M qui sotto:

$L(M) =$

5. (2 punti) Si consideri la relazione $R \subset \{a, b, c, d, e\}^2$ data dalla tabella qui sotto, dove 1 o 0 all'incrocio tra la riga x e la colonna y indicano se $(x, y) \in R$ o se $(x, y) \notin R$, rispettivamente:

R	a	b	c	d	e
a	1	0	0	0	0
b	0	1	0	0	1
c	0	0	0	1	0
d	0	0	1	1	0
e	0	1	0	0	1

Le classi di equivalenza di R sono
(A) (a, c), (c, d), (d, a), (b, e), (e, b); (B) $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c, d\}$, $\{e\}$;
(C) $\{a\}$, $\{c, d\}$, $\{b, e\}$; (D) *nessuna: R non è di equivalenza.*

6. (4 punti) Quali dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ sono regolari?

$L_1 = \{\, a^m b^n \in \Sigma^\star \mid m \geq 1, n \geq 1 \,\}$; $L_2 = \{\, x \in \Sigma^\star \mid x$ ha più a che $b \,\}$;
$L_3 = \{\, a^n b^n \in \Sigma^\star \mid n \geq 1 \,\}$, $L_4 = \{\, x \in \Sigma^* \mid x$ ha tante a quante $b \,\}$;
$L_5 = \{\, a^n a^{(n+1)^2 - n^2} \in \Sigma^\star \mid n \geq 0 \,\}$;

(A) L_1; (B) L_2; (C) L_3;
(D) L_4; (E) L_5; (F) *nessuno di essi.*

7. (1 punto) Si dia un'espressione regolare e_1 per il seguente linguaggio su $\{a, b\}$:

$$L_1 = \{\, a^n b^m \mid n < 4, m \leq 3 \,\}.$$

$e_1 =$

8. (3 punti) Si dia un'espressione regolare e_2 per il seguente linguaggio su $\{a, b\}$:

$$L_2 = \{a, b\}^\star \setminus \{\, a^n b^m \mid n < 4, m \leq 3 \,\}.$$

$e_2 =$

9. (2 punti) Si dia un'espressione regolare e_3 per il seguente linguaggio su $\{a, b\}$:

$L_3 = \{$tutte le stringhe che contengono esattamente una b ed un numero pari di $a\}$.

$e_3 =$

10. (3 punti) Quali delle seguenti espressioni regolari è tale che il linguaggio denotato non contiene stringhe con due 1 consecutivi?

$$e_1 = (1+\epsilon)(01+0)^\star;$$
$$e_2 = (01+10)^\star;$$
$$e_3 = (0+1)^\star(0+\epsilon).$$

(A) e_1; (B) e_2; (C) e_3; (D) *nessuna di esse.*

11. (2 punti) Si consideri la MdT definita dal seguente programma:

Q	0	1	\$
q_0	q_0 0 R	q_0 1 R	q_1 \$ L
q_1	q_2 1 L	q_1 0 L	q_2 1 L
q_2	q_2 1 L		q_2 1 L

Si supponga che la MdT cominci la computazione nello stato q_0, avendo per input sul nastro la stringa "110", con la testina posizionata sul primo simbolo (da sinistra) della stringa stessa. Allora la computazione suddetta:
(A) termina dopo 3 passi; (B) termina dopo 5 passi; (C) termina dopo 6 passi;
(D) non termina; (E) *nessuna di queste.*

12. (2 punti) L'affermazione *"Se I è un insieme* X *e $I' \subseteq I$ allora anche I' è* X*"*
(A) è vera, se al posto di X scrivo "ricorsivo";
(B) è vera, se al posto di X scrivo "ricorsivamente enumerabile";
(C) è vera, se al posto di X scrivo "non ricorsivamente enumerabile";
(D) *né (A) né (B) né (C).*

13. (1 punto) Vero o falso?
(A) ogni funzione totale è primitiva ricorsiva;
(B) ogni funzione primitiva ricorsiva è totale;
(C) ogni funzione totale è parziale ricorsiva;
(D) ogni funzione parziale ricorsiva è totale;
(E) ogni funzione parziale è parziale ricorsiva;
(F) *né (A) né (B) né (C) né (D) né (E).*

14. (2 punti) Gli insiemi ricorsivi sono chiusi rispetto a
(A) complementazione; (B) differenza; (C) intersezione;
(D) unione; (E) *nessuna di queste.*

15. (3 punti) Sia $G = \big(S, a, b, P, S\big)$ una grammatica acontestuale con P dato da $S \to aSb|SS|\epsilon$.
(A) esistono $x, y \in L(G)$ tali che $xy \notin L(G)$; (B) G è ambigua;
(C) G è in forma normale di Chomsky; (D) *né (A) né (B) né (C).*

Esercizio 1

Si enunci e si dimostri (formalmente!) il teorema di Myhill-Nerode.

Esercizio

Sia $A \subseteq \mathbb{N}$ un insieme ricorsivamente enumerabile e sia $f \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una funzione ricorsiva.

- Si dimostri che l'immagine di A secondo f, ovvero l'insieme

  $$f[A] = \left\{\, f(x) \in \mathbb{N} \;\middle|\; x \in A \,\right\},$$

  è ricorsivamente enumerabile.

- Si dica, dimostrando la verità della risposta, se $B = \{\, x^2 + 1 \mid x \in A \,\}$ è ricorsivamente enumerabile.

Esercizio 3

Sia $G = \big(\{S\}, \{a, b\}, P, S\big)$ una grammatica acontestuale con P dato da

$$
\begin{aligned}
S &\to Aab|S \\
A &\to Aab|A|B \\
B &\to a|aB
\end{aligned}
$$

Si definisca un automa a pila non deterministico con che accetti $L(G)$ tale che il numero complessivo dei suoi stati e dei simboli del suo alfabeto della pila non superi 6 ($|Q| + |R| \leq 6$).