

SERWAY • JEWETT

Quinta edizione

Principi di Fisica



undefined

Principi di Fisica

QUINTA EDIZIONE



Raymond A. Serway

Emeritus, James Madison University

John W. Jewett, Jr.

Emeritus, California State Polytechnic University, Pomona



Titolo originale:

Raymond A. Serway and John W. Jewett, Jr.

Principles of Physics: A Calculus - Based Text

5th Edition, International Edition

Copyright © 2013 Brooks/Cole, Cengage Learning

Principi di Fisica - V edizione

Copyright © 2015, EdiSES s.r.l. - Napoli

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

2019 2018 2017 2016 2015

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.

L'Editore

Stampato presso

Petruzzi S.r.l.

Via Venturelli, 7/B - Città di Castello (PG)

per conto della

EdiSES - Piazza Dante, 89 - Napoli

www.edises.it

info@edises.it

ISBN 978 88 7959 8644

Indice

Principi di Fisica

Copyright

Curatori dell'edizione italiana

Autori

Prefazione

Per gli studenti

Elenco delle applicazioni e dei problemi riguardanti le Scienze della Vita

Invito alla fisica

1 Introduzione e vettori

1.1 Campioni di lunghezza, massa e tempo

1.2 Analisi dimensionale

1.3 Conversione delle unità

1.4 Calcoli di ordini di grandezza

1.5 Cifre significative

1.6 Sistemi di coordinate

1.7 Vettori e scalari

1.8 Alcune proprietà dei vettori

1.9 Componenti di un vettore e versori
1.10 Modellistica, rappresentazioni alternative e strategia per la risoluzione dei problemi

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI

PROBLEMI

Contesto 1 Veicoli con combustibili alternativi

2 Moto in una dimensione

2.1 Velocità media

2.2 Velocità istantanea

2.3 Modello di analisi: particella con velocità costante

2.4 Accelerazione

2.5 Diagrammi del moto

2.6 Modello di analisi: particella con accelerazione costante

2.7 Corpi in caduta libera

2.8 Collegamento al contesto: accelerazione richiesta dai consumatori

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI

PROBLEMI

3 Moto in due dimensioni

3.1 Vettori di posizione, velocità e accelerazione

3.2 Moto in due dimensioni con accelerazione costante

3.3 Moto del proiettile

3.4 Modello di analisi: particella in moto circolare uniforme

3.5 Accelerazione tangenziale e radiale

3.6 Velocità relativa e accelerazione relativa

3.7 Collegamento al contesto: accelerazione laterale delle automobili

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI

PROBLEMI

4 Le leggi del moto

4.1 Il concetto di forza

4.2 La prima legge di Newton

4.3 Massa

4.4 La seconda legge di Newton

- 4.5 La forza gravitazionale e il peso
 - 4.6 La terza legge di Newton
 - 4.7 Applicazioni delle leggi di Newton
 - 4.8 Collegamento al contesto: forze su automobili
- QUESITI
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

5 Altre applicazioni delle leggi di Newton

- 5.1 Forze di attrito
 - 5.2 Estensione del modello per una particella in moto circolare uniforme
 - 5.3 Moto circolare non uniforme
 - 5.4 Moto in presenza di forze d'attrito dipendenti dalla velocità
 - 5.5 Le forze fondamentali della natura
 - 5.6 Collegamento al contesto: coefficienti di resistenza delle automobili
- QUESITI
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

6 Energia di un sistema

- 6.1 Sistemi e ambienti
 - 6.2 Lavoro svolto da una forza costante
 - 6.3 Prodotto scalare di due vettori
 - 6.4 Lavoro svolto da una forza variabile
 - 6.5 Energia cinetica e teorema dell'energia cinetica
 - 6.6 Energia potenziale di un sistema
 - 6.7 Forze conservative e non conservative
 - 6.8 Relazione tra forze conservative ed energia potenziale
 - 6.9 Energia potenziale per le forze gravitazionale ed elettrica
 - 6.10 Diagrammi di energia ed equilibrio di un sistema
 - 6.11 Connessione al contesto: energia potenziale nei carburanti
- QUESITI
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

7 Conservazione dell'energia

- 7.1 Modello di analisi: sistema non isolato (energia)
 - 7.2 Modello di analisi: sistema isolato (energia)
 - 7.3 Modello di analisi: sistema non isolato nello stato stazionario (energia)
 - 7.4 Situazioni con attrito dinamico
 - 7.5 Variazioni di energia meccanica dovute a forze non conservative
 - 7.6 Potenza
 - 7.7 Collegamento al contesto: valutazione della potenza delle automobili
- QUESITI
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

Contesto 1 CONCLUSIONI Possibilità presenti e future

Contesto 2 Missione su Marte

8 Quantità di moto ed urti

- 8.1 Quantità di moto
 - 8.2 Modello di analisi: sistema isolato (quantità di moto)
 - 8.3 Modello di analisi: sistema non isolato (quantità di moto)
 - 8.4 Urti in una dimensione
 - 8.5 Urti in due dimensioni
 - 8.6 Il centro di massa
 - 8.7 Moto di un sistema di particelle
 - 8.8 Collegamento al contesto: propulsione di un razzo
- QUESITI
DOMANDE CONCETTUALI

PROBLEMI

9 Relatività

- 9.1 Il principio di relatività galileiana
- 9.2 L'esperimento di Michelson-Morley
- 9.3 Il principio di relatività di Einstein
- 9.4 Conseguenze della relatività ristretta
- 9.5 Le trasformazioni di Lorentz
- 9.6 Quantità di moto relativistica e forma relativistica delle leggi di Newton
- 9.7 Energia relativistica
- 9.8 Massa ed energia
- 9.9 Relatività generale
- 9.10 Collegamento al contesto: da Marte alle stelle

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI

PROBLEMI

10 Moto rotazionale

- 10.1 Posizione, velocità e accelerazione angolare
- 10.2 Modello di analisi: corpo rigido soggetto ad accelerazione angolare costante
- 10.3 Relazioni fra grandezze rotazionali e traslazionali
- 10.4 Energia cinetica rotazionale
- 10.5 Momento di una forza e prodotto vettoriale
- 10.6 Modello di analisi: corpo rigido in equilibrio
- 10.7 Modello di analisi: corpo rigido sottoposto a momento risultante delle forze
- 10.8 Considerazioni energetiche nel moto rotazionale
- 10.9 Modello di analisi: momento angolare nei sistemi non isolati
- 10.10 Modello di analisi: momento angolare nei sistemi isolati
- 10.11 Moto di precessione dei giroscopi
- 10.12 Rotolamento dei corpi rigidi
- 10.13 Collegamento al contesto: ruotare l'astronave

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI

PROBLEMI

11 La gravità, le orbite planetarie e l'atomo di idrogeno

- 11.1 Rivisitazione della legge di Newton della gravitazione universale
- 11.2 Modelli strutturali
- 11.3 Le leggi di Keplero
- 11.4 Considerazioni energetiche sul moto dei pianeti e dei satelliti
- 11.5 Spettri atomici e teoria di Bohr dell'atomo di idrogeno
- 11.6 Collegamento al contesto: passare da un'orbita circolare ad una ellittica

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI

PROBLEMI

Contesto 2 CONCLUSIONI Pianificazione di una missione di successo

Contesto 3 Terremoti

12 Moto oscillatorio

- 12.1 Moto di un corpo collegato a una molla
- 12.2 Modello di analisi: particella in moto armonico semplice
- 12.3 Energia di un oscillatore armonico semplice
- 12.4 Il pendolo semplice
- 12.5 Il pendolo fisico
- 12.6 Oscillazioni smorzate
- 12.7 Oscillazioni forzate
- 12.8 Collegamento al contesto: risonanza nelle strutture

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI PROBLEMI

13 Onde meccaniche

- 13.1 Propagazione di una perturbazione**
- 13.2 Modello di analisi: l'onda che si propaga**
- 13.3 La velocità delle onde trasversali nelle corde**
- 13.4 Riflessione e trasmissione delle onde**
- 13.5 Potenza trasmessa dalle onde sinusoidali nelle corde**
- 13.6 Onde acustiche**
- 13.7 L'effetto Doppler**
- 13.8 Collegamento al contesto: le onde sismiche**

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI PROBLEMI

14 Sovrapposizione e onde stazionarie

- 14.1 Modello di analisi: interferenza tra onde**
- 14.2 Onde stazionarie**
- 14.3 Modello di analisi: onde sottoposte a condizioni al contorno**
- 14.4 Onde stazionarie nelle colonne d'aria**
- 14.5 Battimenti: interferenza temporale**
- 14.6 Configurazioni d'onda non sinusoidali**
- 14.7 Orecchio e teorie di percezione del tono**
- 14.8 Collegamento al contesto: costruzione sui ventri**

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI PROBLEMI

Contesto 3 CONCLUSIONI Minimizzare il rischio

Contesto 4 Attacchi di cuore

15 Meccanica dei fluidi

- 15.1 Pressione**
- 15.2 Variazione della pressione con la profondità**
- 15.3 Misure di pressione**
- 15.4 Forze di galleggiamento e principio di Archimede**
- 15.5 Dinamica dei fluidi**
- 15.6 Linee di corrente ed equazione di continuità dei fluidi**
- 15.7 Teorema di Bernoulli**
- 15.8 Altre applicazioni di dinamica dei fluidi**
- 15.9 Collegamento al contesto: flusso turbolento del sangue**

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI PROBLEMI

Contesto 4 CONCLUSIONI Individuazione dell'aterosclerosi e prevenzione degli attacchi di cuore

Contesto 5 Il riscaldamento globale

16 Temperatura e teoria cinetica dei gas

- 16.1 Temperatura e principio zero della termodinamica**
- 16.2 I termometri e le scale di temperatura**
- 16.3 Dilatazione termica di solidi e liquidi**
- 16.4 Descrizione macroscopica di un gas perfetto**
- 16.5 La teoria cinetica dei gas**
- 16.6 Distribuzione delle velocità molecolari**
- 16.7 Collegamento al contesto: il gradiente verticale di temperatura dell'atmosfera**

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI PROBLEMI

17 Energia nelle trasformazioni termodinamiche: il primo principio della termodinamica

- 17.1 Calore ed energia interna
- 17.2 Calore specifico
- 17.3 Calore latente
- 17.4 Lavoro nelle trasformazioni termodinamiche
- 17.5 Il primo principio della termodinamica
- 17.6 Alcune applicazioni del primo principio della termodinamica
- 17.7 Calori specifici molari dei gas perfetti
- 17.8 Trasformazioni adiabatiche per un gas perfetto
- 17.9 Calori specifici molari ed equipartizione dell'energia
- 17.10 Meccanismi di trasferimento di energia nei processi termici
- 17.11 Collegamento al contesto: bilancio energetico per la Terra

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI PROBLEMI

18 Macchine termiche, entropia e secondo principio della termodinamica

- 18.1 Macchine termiche e secondo principio della termodinamica
- 18.2 Trasformazioni reversibili e irreversibili
- 18.3 La macchina di Carnot
- 18.4 Pompe di calore e frigoriferi
- 18.5 Un enunciato alternativo del secondo principio
- 18.6 Entropia
- 18.7 Entropia e secondo principio della termodinamica
- 18.8 Variazioni di entropia nelle trasformazioni irreversibili
- 18.9 Collegamento al contesto: l'atmosfera come macchina termica

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI PROBLEMI

Contesto 5 CONCLUSIONI Stima della temperatura sulla superficie della Terra

Contesto 6 Fulmini

19 Forze elettriche e campi elettrici

- 19.1 Cenni storici
- 19.2 Proprietà delle cariche elettriche
- 19.3 Isolanti e conduttori
- 19.4 La legge di Coulomb
- 19.5 Campi elettrici
- 19.6 Linee di campo elettrico
- 19.7 Moto di particelle cariche in un campo elettrico uniforme
- 19.8 Flusso elettrico
- 19.9 Il teorema di Gauss
- 19.10 Applicazioni del teorema di Gauss a distribuzioni simmetriche di cariche
- 19.11 Conduttori in equilibrio elettrostatico
- 19.12 Collegamento al contesto: il campo elettrico atmosferico

QUESITI

DOMANDE CONCETTUALI PROBLEMI

20 Potenziale elettrico e capacità

- 20.1 Potenziale elettrico e differenza di potenziale
- 20.2 Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme
- 20.3 Potenziale elettrico ed energia potenziale elettrica di cariche puntiformi
- 20.4 Ricavare il valore del campo elettrico dal potenziale elettrico
- 20.5 Potenziale elettrico dovuto a distribuzioni continue di carica
- 20.6 Potenziale elettrico di un conduttore carico

- 20.7 La capacità**
 - 20.8 Collegamento di condensatori**
 - 20.9 Energia immagazzinata in un condensatore carico**
 - 20.10 Condensatori con dielettrici**
 - 20.11 Collegamento al contesto: l'atmosfera come condensatore**
- QUESITI**
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

21 Corrente e circuiti a corrente continua

- 21.1 La corrente elettrica**
 - 21.2 Resistenza e legge di Ohm**
 - 21.3 Superconduttori**
 - 21.4 Un modello per la conduzione elettrica**
 - 21.5 Energia e potenza nei circuiti elettrici**
 - 21.6 Sorgenti di f.e.m.**
 - 21.7 Resistori in serie e in parallelo**
 - 21.8 Leggi di Kirchhoff**
 - 21.9 Circuiti RC**
 - 21.10 Collegamento al contesto: l'atmosfera come conduttore**
- QUESITI**
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

Contesto 6 CONCLUSIONI Determinazione del numero di fulmini che colpiscono la Terra

Contesto 7 Magnetismo in medicina

22 Forze e campi magnetici

- 22.1 Introduzione storica**
 - 22.2 Il campo magnetico**
 - 22.3 Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme**
 - 22.4 Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico**
 - 22.5 Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente**
 - 22.6 Momento delle forze agente su una spira in un campo magnetico uniforme**
 - 22.7 La legge di Biot-Savart**
 - 22.8 Forza magnetica fra due conduttori paralleli**
 - 22.9 Teorema di Ampère**
 - 22.10 Il campo magnetico di un solenoide**
 - 22.11 Magnetismo nella materia**
 - 22.12 Collegamento al contesto: navigazione magnetica a distanza per operazioni di ablazione cardiaca con catetere**
- QUESITI**
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

23 Legge di Faraday e induttanza

- 23.1 Legge di Faraday dell'induzione**
 - 23.2 Forza elettromotrice dinamica**
 - 23.3 Legge di Lenz**
 - 23.4 Forze elettromotrici indotte e campi elettrici**
 - 23.5 Autoinduzione**
 - 23.6 Circuiti RL**
 - 23.7 Energia immagazzinata in un campo magnetico**
 - 23.8 Collegamento al contesto: l'uso della stimolazione magnetica transcranica nella depressione BIO**
- QUESITI**
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

Contesto 7 CONCLUSIONI Risonanza magnetica nucleare e imaging a risonanza magnetica

Contesto 8 Laser

24 Onde elettromagnetiche

- 24.1 Corrente di spostamento e teorema di Ampère generalizzato
 - 24.2 Le equazioni di Maxwell e le scoperte di Hertz
 - 24.3 Le onde elettromagnetiche
 - 24.4 Energia trasportata dalle onde elettromagnetiche
 - 24.5 Quantità di moto e pressione di radiazione
 - 24.6 Lo spettro delle onde elettromagnetiche
 - 24.7 Polarizzazione della luce
 - 24.8 Collegamento al contesto: le particolari proprietà della luce laser
- QUESITI
DOMANDE CONCETTUALI
PROBLEMI

25 Riflessione e rifrazione della luce

- 25.1 La natura della luce
- 25.2 Il modello di raggio luminoso in ottica geometrica
- 25.3 Modello di analisi: riflessione di un'onda
- 25.4 Modello di analisi: rifrazione di un'onda
- 25.5 Dispersione e prismi
- 25.6 Il principio di Huygens
- 25.7 Riflessione interna totale
- 25.8 Collegamento al contesto: le fibre ottiche

26 Formazione dell'immagine da specchi e lenti

- 26.1 Immagini formate da specchi piani
- 26.2 Immagini formate da specchi sferici
- 26.3 Immagini formate per rifrazione
- 26.4 Lenti sottili
- 26.5 L'occhio
- 26.6 Collegamento al contesto: alcune applicazioni mediche

27 Ottica ondulatoria

- 27.1 Condizioni per l'interferenza
- 27.2 L'esperimento della doppia fenditura di Young
- 27.3 Modello di analisi: l'interferenza delle onde
- 27.4 Cambiamento di fase dovuto alla riflessione
- 27.5 Interferenza nelle lame sottili
- 27.6 Figure di diffrazione
- 27.7 Risoluzione della singola fenditura e di aperture circolari
- 27.8 Il reticolo di diffrazione
- 27.9 Diffrazione di raggi X da cristalli
- 27.10 Collegamento al contesto: olografia

Appendice A Tabelle

Appendice B Richiami di analisi matematica

- B.1 Notazione scientifica
- B.2 Algebra
- B.3 Geometria
- B.4 Trigonometria
- B.5 Sviluppo in serie
- B.6 Calcolo differenziale
- B.7 Calcolo integrale
- B.8 Propagazione degli errori

Appendice C Tavola periodica degli elementi

Appendice D Unità SI

Carta dei colori

undefined

Curatori dell'edizione italiana

Traduzione a cura di:

Carlo Maria Carbonaro - Università degli Studi di Cagliari

Giovanni De Lellis - Università degli Studi di Napoli "Federico II"

Angelo Galante - Università degli Studi dell'Aquila

Giuseppe Gorini - Università degli Studi di Milano-Bicocca

Simonetta Marcelllo - Università degli Studi di Torino

Massimo Moraldi - Università degli Studi di Firenze

Tiziano Rovelli - Università degli Studi di Bologna

Roberto Stroili - Università degli Studi di Padova

Lorenzo Torrisi - Università degli Studi di Messina

Cristiano Viappiani - Università degli Studi di Parma

Revisione a cura di:

Vittorio Cataudella - Università degli Studi di Napoli "Federico II"

Autori



Raymond A. Serway ha ricevuto il suo dottorato all'Illinois Institute of Technology ed è attualmente Professore Emerito alla James Madison University. Nel 2011, è stato insignito di un titolo di dottorato onorario dalla sua *alma mater*, lo Utica College. Nel 1990, la James Madison University, dove avrebbe insegnato per 17 anni, gli aveva conferito il Madison Scholar Award. Cominciò la sua carriera di insegnante alla Clarkson University, dove condusse attività di ricerca ed insegnò dal 1967 al 1980. Nel 1977, ricevette il Distinguished Teaching Award dalla Clarkson University e lo Alumni Achievement Award dall'Utica College nel 1985. È stato Guest Scientist allo IBM Research Laboratory a Zurigo, in Svizzera, dove ha lavorato con K. Alex Müller, premio Nobel nel 1987. Il Dr. Serway è stato anche scienziato ospite all'Argonne National Laboratory, dove ha collaborato con il suo maestro ed amico Sam Marshall. È coautore, oltre che delle precedenti edizioni di questo testo, di *College Physics*, nona edizione, *Fisica per Scienze ed Ingegneria*, quinta edizione, *Essentials of College Physics*, *Modern Physics*, terza edizione, e del testo *Physics* per le scuole superiori, pubblicato da Holt McDougal. Il Dr. Serway ha pubblicato più di 40 articoli scientifici nel campo della fisica dei mezzi condensati ed ha svolto più di 60 presentazioni a convegni scientifici. Il Dr. Serway e sua moglie Elizabeth amano viaggiare, giocare a golf e trascorrere il loro tempo libero con i loro quattro figli, dieci nipoti e un pronipote.



John W. Jewett, Jr. ha conseguito la laurea in Fisica alla Drexel University e il dottorato all'Ohio State University, specializzandosi in ottica e proprietà magnetiche della materia condensata. Ha iniziato la sua carriera accademica presso il Richard Stockton College nel New Jersey, dove ha insegnato dal 1974 al 1984. È attualmente Professore di Fisica alla California State Polytechnic University, Pomona. Attraverso tutta la sua carriera di insegnante, il Dr. Jewett si è particolarmente impegnato a dare impulso all'istruzione scientifica. Oltre a ricevere quattro finanziamenti dalla National Science Foundation, ha contribuito a fondare e dirigere il Southern California Area Modern Physics Institute (SCAMPI) e il Science IMPACT (Institute for Modern Pedagogy and Creative Teaching). Fra i riconoscimenti ricevuti dal Dr. Jewett vanno citati lo Stockton Merit Award del Richard Stockton College nel 1980, l'Outstanding Professor Award della California State Polytechnic University per il 1991-1992 e, nel 1998, l'Excellence in Undergraduate Physics Teaching Award dalla American Association of Physics Teachers (AAPT). Nel 2010, è stato insignito dell'Alumni Lifetime Achievement Award dalla Drexel University in riconoscimento del suo contributo all'insegnamento della fisica. Ha tenuto più di 100 presentazioni in conferenze scientifiche nazionali ed internazionali dell'AAPT. Ha pubblicato 25 articoli di ricerca in fisica della materia condensata e ricerca sull'insegnamento della fisica. È autore di *The World of Physics: Mysteries, Magic, and Myth*, che fornisce numerose correlazioni tra la fisica e le esperienze quotidiane. Oltre ad essere coautore di questo libro di testo, è anche coautore di *Fisica per Scienze ed Ingegneria*, quinta edizione, e di *Global Issues*, un'opera in quattro volumi di manuali di istruzioni per la scienza integrata per le scuole superiori. Il Dr. Jewett si diletta a suonare la tastiera nella sua band di soli fisici, a viaggiare, a fare foto subacquee, a imparare le lingue e a collezionare oggetti antichi che possano servire per dimostrazioni di fisica nelle lezioni. Trascorre il suo tempo libero con la moglie Lisa, i figli ed i nipotini.

Prefazione

Principi di Fisica è progettato per un corso annuale introduttivo di Fisica basato sul calcolo, per studenti delle facoltà di Scienze e Medicina. Questa quinta edizione contiene molte novità didattiche tra le quali una strategia per la risoluzione dei problemi che utilizza un approccio modellistico. Sulla base dei commenti sulla quarta edizione da parte degli studenti, e dei suggerimenti dei revisori, è stato attuato uno sforzo maggiore per migliorare l'organizzazione, la chiarezza dell'esposizione, la precisione del linguaggio e l'accuratezza dell'insieme.

Questo libro di testo è stato inizialmente concepito a seguito dei problemi ben noti riguardanti l'insegnamento di un corso introduttivo di fisica basato sul calcolo. Il contenuto del corso (così come la dimensione dei testi) continua a crescere, mentre il numero di ore di interazione con gli studenti diminuisce o rimane invariato [nei nostri corsi triennali cade drammaticamente N.d.T.] Inoltre, il corso tradizionale di un anno copre appena, quando la copre, la Fisica del XIX secolo.

Nel preparare questo testo, siamo stati influenzati dalla diffusione dell'interesse nel riformulare l'insegnamento e l'apprendimento della Fisica, specialmente dagli sforzi compiuti attraverso l'"Introductory University Physics Project" (IUPP, Progetto di Fisica Introduttiva per l'Università), promosso dalla Associazione Americana Insegnanti di Fisica e dall'Istituto Americano di Fisica. Gli scopi principali e le linee guida di questo progetto sono:

- Ridurre il contenuto del corso, seguendo il tema "meno può essere meglio";
- Inserire in modo naturale la Fisica contemporanea nel corso;
- Organizzare il corso nel contesto di uno o più "filoni storici";
- Trattare tutto ciò che riguarda gli studenti ragionevolmente.

Riconoscendo la necessità di un testo che esprimesse queste linee guida già diversi anni fa, abbiamo studiato i vari modelli IUPP proposti e i diversi rapporti delle commissioni IUPP. In seguito, uno di noi (RAS) fu attivamente coinvolto nella revisione e nella pianificazione di un modello specifico, inizialmente sviluppato dall'Accademia Aeronautica degli Stati Uniti, chiamato "Un approccio particolare alla Fisica di base". Una lunga permanenza presso l'Accademia consentì di collaborare con il Colonnello James Head e il Tenente Col. Rolf Enger, i principali autori del Modello a Particelle (Punti materiali), e con altri membri del dipartimento. Questa utilissima collaborazione è stata il punto di partenza di questo progetto.

Il coautore (JWJ) venne coinvolto con il modello IUPP chiamato "Fisica nel Contesto", sviluppato da John Ridgen (American Institute of Physics), David Griffiths (Oregon State University) e Lawrence Coleman (University of Arkansas a Little Rock). Questa collaborazione ha ricevuto il supporto della National Science Foundation (NSF) per lo sviluppo di nuovi approcci contestuali e, in seguito, per la sovrapposizione contestuale usata in questo libro e descritta più avanti in dettaglio nella Prefazione.

L'approccio combinato IUPP in questo libro ha le seguenti caratteristiche:

- È un approccio evolutivo (piuttosto che un approccio rivoluzionario), che dovrebbe soddisfare l'attuale richiesta della comunità dei fisici.
- Elimina alcuni argomenti di Fisica classica (come i circuiti in corrente alternata e gli strumenti ottici) e pone minore enfasi sul modo del corpo rigido, sull'ottica e su alcuni aspetti della termodinamica.
- Introduce subito nel testo alcuni argomenti della Fisica contemporanea, come le forze fondamentali, la relatività ristretta, la quantizzazione dell'energia e il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno.
- Esprime un tentativo voluto di mostrare l'unità della Fisica e la natura globale dei principi fisici.
- Come strumento incentivante, il testo collega i principi di Fisica a interessanti argomenti biomedici, alle conseguenze di interesse sociale, ai fenomeni naturali e ai progressi tecnologici.

Altri sforzi di inglobare i risultati della ricerca in didattica della Fisica hanno portato all'aggiunta di diversi contenuti presenti nel testo. Questi includono: Quiz rapidi, Domande oggettive, Prevenire le insidie, **E se?** presenti negli esempi guidati, l'uso degli istogrammi energetici, l'approccio modellistico alla risoluzione dei problemi e l'approccio energetico globale introdotto nel Capitolo 7.

Obiettivi

Questo testo introduttivo di Fisica ha due obiettivi principali: fornire allo studente una presentazione chiara e logica dei concetti e dei principi fisici di base, e rafforzare la comprensione dei concetti e dei principi mediante un ampio campo di interessanti applicazioni nel mondo reale. Per raggiungere questi obiettivi, abbiamo enfatizzato solide argomentazioni fisiche e metodologie per la risoluzione dei problemi. Allo stesso tempo, abbiamo cercato di motivare lo studente utilizzando esempi pratici che dimostrano il ruolo della Fisica nelle altre discipline, quali l'Ingegneria, la Chimica e la Medicina.

Variazioni nella Quinta Edizione

In questa quinta edizione, sono stati apportati numerosi miglioramenti; molti di essi derivano dalle recenti scoperte della didattica della Fisica e dai commenti e suggerimenti forniti dai revisori del manoscritto e dei docenti che hanno adottato le prime quattro edizioni. Le seguenti rappresentano le variazioni più importanti della quinta edizione:

Nuovi contesti. L'approccio di sovrapposizione contestuale è descritto più avanti alla voce "Organizzazione". La quinta edizione introduce due nuovi Contesti: per il Capitolo 15, "Attacchi di cuore" e per i Capitoli 22-23, "Magnetismo in Medicina". Entrambi i Contesti sono finalizzati all'applicazione della Fisica nel campo biomedico.

Nel Contesto "Attacchi di cuore", studieremo il flusso di fluidi attraverso dei tubi, in analogia col flusso sanguigno attraverso il sistema vascolare umano. Molti dettagli del flusso sanguigno sono correlati ai rischi di malattie cardiovascolari. Inoltre, discuteremo i nuovi sviluppi nello studio del flusso sanguigno e degli attacchi di cuore, che si avvalgono dell'utilizzo di nanoparticelle e imaging computerizzata.

Il Contesto "Magnetismo in Medicina" esplora le applicazioni dei principi dell'elettromagnetismo per la diagnosi e le procedure terapeutiche in medicina. Cominceremo descrivendo la storia dell'uso del magnetismo, inclusi alcuni dispositivi medici da ciarlatani. Applicazioni più recenti includono le procedure di navigazione magnetica a distanza per l'ablazione cardiaca con catetere, usate per la cura della fibrillazione atriale, la stimolazione magnetica transcranica per il trattamento della depressione, e l'imaging a risonanza magnetica come strumento diagnostico.

Esempi guidati. Gli esempi guidati sono stati rielaborati e sono presentati in un formato a doppia colonna per accettare i concetti di fisica. La colonna a sinistra mostra le informazioni testuali che descrivono i passaggi per risolvere il problema. La colonna a destra mostra le operazioni matematiche e i risultati di ciascun passaggio. Questa struttura facilita il confronto tra il concetto e la sua esecuzione matematica e aiuta gli studenti a organizzare il lavoro. Gli esempi seguono fedelmente la Strategia generale per la risoluzione dei problemi introdotta nel Capitolo 1, e in tal modo migliorano la capacità di risoluzione dei problemi. In quasi tutti i casi, gli esempi sono risolti simbolicamente fino alla fine, quando il dato numerico viene sostituito all'interno del risultato simbolico finale. Questa procedura permette allo studente di analizzare il risultato simbolico per verificare come il risultato dipenda dai parametri del problema oppure per verificare la correttezza del risultato finale. Un esempio guidato è mostrato nella pagina successiva.

Revisione progressiva dei quesiti e dei gruppi di problemi. Per la quinta edizione, gli autori hanno revisionato ciascun quesito e incorporato le revisioni per migliorarne chiarezza e leggibilità. Per rendere i problemi più comprensibili sia agli studenti che ai docenti, questa revisione ha previsto modifiche di contenuto e di lunghezza, aggiunta di figure laddove appropriato e introduzione di una architettura del problema, mediante la suddivisione in parti ben definite.

Ogni soluzione è stata scritta in modo da seguire fedelmente la Strategia per la risoluzione dei problemi presentata nel Capitolo 1, in modo tale da rafforzare la capacità di risoluzione dei problemi.

Ciascun passaggio della soluzione è presentato in un formato a due colonne. La colonna di sinistra fornisce una spiegazione di ogni passaggio matematico presente nella colonna di destra, in modo da consolidare meglio i concetti di Fisica.

Gli incisi "**E se?**" sono presenti in circa un terzo degli esempi svolti e presentano una variante della situazione descritta nel testo dell'esempio. Ad esempio, un tale elemento potrebbe esplorare gli effetti di una variazione delle condizioni iniziali, determinare cosa accade quando una grandezza viene assunta a un certo valore limite, o chiedere se possano essere determinate informazioni aggiuntive relative al

problema. Questo elemento incoraggia gli studenti a riflettere sui risultati dell'esempio e assiste nella comprensione concettuale dei principi.

Il risultato finale è simbolico; i valori numerici vengono sostituiti nel risultato finale.

Esempio 6.6 Un blocco trascinato su una superficie senza attrito

Un blocco di 6.00 kg, inizialmente fermo, è tirato verso destra su una superficie orizzontale liscia da una forza costante orizzontale di 12.0 N. Trovare la velocità del blocco dopo che si è spostato di 3.00 m.

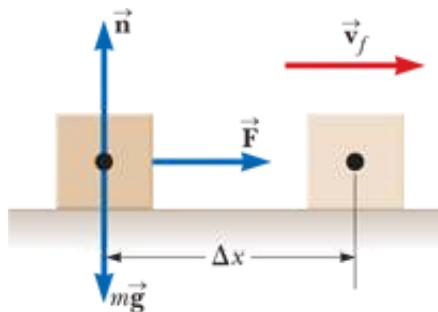


FIGURA 6.14 (Esempio 6.6) Un blocco tirato verso destra su una superficie priva di attrito da una forza costante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problema dalla Quarta Edizione...

35. (a) Consideriamo un corpo esteso le cui differenti parti si trovano a differenti altezze. Assumere che l'accelerazione di caduta libera sia uniforme su tutto il corpo. Provare che l'energia potenziale gravitazionale del sistema corpo-Terra è data da $U_g = Mgy_{CM}$, dove M è la massa totale del corpo e y_{CM} è l'altezza del centro di massa rispetto al livello di riferimento scelto. (b) Calcolare l'energia potenziale gravitazionale associata a una rampa costruita rispetto al suolo con pietre di densità 3 800 kg/m³ e larga 3.60 m (Fig. P8.35). Vista di lato la rampa è un triangolo rettangolo di altezza 15.7 m e base 64.8 m.

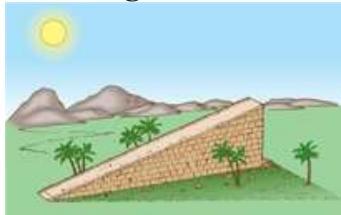


FIGURA P8.35

...Come revisionato nella Quinta Edizione:

Viene fornita una breve introduzione riguardo al problema.

Il calcolo richiesto viene reso più personale richiedendo la stima del lavoro fatto dagli uomini piuttosto che il calcolo dell'energia potenziale gravitazionale.

L'espressione per l'energia potenziale gravitazionale viene fornita, mentre inizialmente veniva richiesto di dimostrarla.

37. Degli esploratori trovano nella giungla un antico monumento della forma di un grande triangolo isoscele come mostrato in Figura P8.37. Il monumento è formato da migliaia di piccoli blocchi di pietra di densità 3 800 kg/m³. Il monumento è alto 15.7 m e largo 64.8 m

alla base, con uno spessore uniforme di 3.60 m. Prima della costruzione del monumento, i blocchi di pietra giacevano al suolo. Quanto lavoro hanno compiuto i lavoratori sui blocchi nel portarli nella loro posizione attuale, quando hanno costruito il monumento? *Nota*: l'energia potenziale gravitazionale di un sistema oggetto-Terra è data da: $U_g = Mgy_{CM}$, dove M è la massa totale dell'oggetto e y_{CM} l'altezza del centro di massa al di sopra del livello di riferimento scelto.

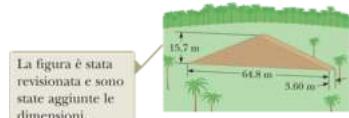


FIGURA P8.37

Nuova organizzazione dei quesiti. In questa nuova edizione, abbiamo riorganizzato i quesiti di fine capitolo. Rispetto all'edizione precedente, la sezione è stata suddivisa in *Quesiti* e *Domande concettuali*.

I **Quesiti** sono domande a risposta multipla, problemi vero/falso, problemi di ordinamento o altre domande di tipo intuitivo. Alcuni richiedono calcoli mirati ad aumentare la familiarità dello studente con le equazioni, le variabili utilizzate, i concetti che rappresentano le variabili e la relazione tra i concetti. Altri sono di natura prevalentemente concettuale e sono concepiti per incoraggiare la riflessione concettuale. I Quesiti, inoltre, sono scritti tenendo a mente i sistemi di *personal response* e molte di essi possono facilmente essere impiegati utilizzando questi sistemi.

Le **Domande concettuali** sono quesiti più tradizionali di tipo discorsivo e a risposta breve, che richiedono che una riflessione concettuale da parte dello studente riguardo a una situazione fisica.

Problemi. In questa edizione, i problemi di fine capitolo sono più numerosi e più variegati (complessivamente, più di 2 200 problemi distribuiti in tutto il testo). Per comodità sia dello studente che del docente, circa i due terzi dei problemi sono connessi a specifici paragrafi del capitolo, inclusi i paragrafi di Collegamento al contesto. I problemi rimanenti, denominati "Problemi generali", non sono connessi ad alcun paragrafo. L'icona **BIO** identifica problemi correlati ad applicazioni mediche e biologiche. Le risposte ai problemi con numero dispari sono riportate alla fine del libro. Per una più immediata identificazione, i numeri dei problemi di facile risoluzione sono contrassegnati in **nero**, quelli di livello intermedio in **azzurro**, e quelli impegnativi in **rosso**.

Nuove tipologie di problemi. Abbiamo introdotto quattro tipi di problemi per questa edizione:

I problemi **quantitativi/concettuali** contengono parti che richiedono agli studenti di pensare in modo sia quantitativo che concettuale. Un esempio di problema quantitativo/concettuale è riportato qui di seguito:

Le parti (a)-(c) del problema richiedono calcoli quantitativi.

La parte (d) pone un quesito concettuale relativo alla situazione descritta.

55. Una molla orizzontale attaccata a una parete ha una costante di forza $k = 850 \text{ N/m}$. Un blocco di massa $m = 1.00 \text{ kg}$ è attaccato alla molla e si trova su una superficie senza attrito, orizzontale come nella Figura P7.55. (a) Il blocco è tirato in una posizione $x_i = 6.00 \text{ cm}$ dalla posizione di equilibrio e rilasciato. Trova l'energia potenziale elastica immagazzinata nella molla quando il blocco è a 6.00 cm dalla posizione di equilibrio e quando il blocco passa per la posizione di equilibrio. (b) Trova la velocità del blocco quando passa per la posizione di equilibrio. (c) Qual è la velocità del blocco quando è in una posizione $x_i/2 = 3.00 \text{ cm}$? (d) Perché la risposta al quesito (c) non è la metà della risposta al quesito (b)?

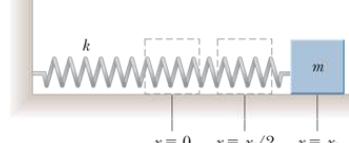


FIGURA P7.55

I problemi **simbolici** richiedono agli studenti di risolvere un problema utilizzando la sola manipolazione simbolica. La maggior parte degli intervistati in un ampio sondaggio ha richiesto specificamente un aumento del numero di problemi simbolici nel testo, in quanto essi rispecchiano al meglio il modo in cui i docenti vogliono che i loro studenti ragionino quando risolvono i problemi di Fisica. Un esempio di problema simbolico è riportato qui di seguito:

Non sono presenti valori numerici.

57. Problema di ricapitolazione. Una tavola uniforme di lunghezza L scorre lungo un piano orizzontale, liscio, senza attrito come mostrato in Figura P7.57a. La tavola poi scivola oltre il bordo con una superficie orizzontale ruvida. Il coefficiente di attrito dinamico tra la tavola e la seconda superficie è μ_d . (a) Trova l'accelerazione della tavola all'istante in cui la sua prima estremità ha percorso una distanza x oltre il bordo. (b) La tavola si ferma nel momento in cui la sua seconda estremità raggiunge il bordo come mostrato in Figura P7.57b. Trova la velocità iniziale v della tavola.



FIGURA P7.57

Le risposte al problema sono esclusivamente simboliche.

$$57. \text{ (a)} -\mu_k g x / L \text{ (b)} (\mu_k g L)^{1/2}$$

I **problemI guidati** aiutano gli studenti a scomporre i problemi in passaggi. Un problema di **Fisica**, tipicamente, chiede di trovare una grandezza fisica in un dato contesto. Spesso, però, per ottenere la risposta finale è richiesta l'applicazione di vari concetti e l'esecuzione di un certo numero di calcoli. Molti studenti non sono abituati a un tale livello di complessità e il più delle volte non sanno da dove cominciare. Un problema guidato scomponete un problema standard in passaggi più piccoli, consentendo agli studenti di afferrare tutti i concetti e le strategie richiesti per arrivare alla soluzione esatta. A differenza dei problemi di fisica standard, la guida è spesso inglobata nel testo del problema. I problemi guidati riflettono il modo in cui uno studente dovrebbe interagire con un docente in una sessione di ricevimento. Questi problemi (ce n'è uno in ogni capitolo) permettono agli studenti di allenarsi a suddividere un problema complesso in una serie di problemi più semplici, un'abilità di risoluzione essenziale. Un esempio di problema guidato è riportato nella pagina seguente.

Viene identificato l'obiettivo del problema.

L'analisi comincia con l'identificazione del modello di analisi appropriato.

Vengono forniti dei suggerimenti sui passi da seguire per risolvere il problema.

Viene richiesto il calcolo associato all'obiettivo.

28. Un'asta uniforme appoggiata ferma su due perni ha lunghezza $L = 6.00 \text{ m}$ e massa $M = 90.0 \text{ kg}$. Il perno al di sotto dell'estremità sinistra esercita una forza normale n_1 sull'asta e il secondo perno posizionato a distanza $l = 4.00 \text{ m}$ dall'estremo sinistro esercita una forza normale n_2 . Una donna di massa $m = 55.0 \text{ kg}$ sale sull'estremo sinistro dell'asta e inizia a camminare verso destra come in Figura P10.28. Lo scopo di questo esercizio è trovare la posizione della donna quando l'asta inizia a inclinarsi. (a) Qual è il modello appropriato di analisi per l'asta prima che si inclini? (b) Disegnare il diagramma delle forze per l'asta evidenziando le forze gravitazionali e normali agenti sull'asta e ponendo la donna a distanza x dal primo perno, che funge da origine dell'asse. (c) Dove si trova la donna quando la forza normale n_1 ha il valore massimo? (d) Quanto vale n_1 quando l'asta sta per inclinarsi? (e) Usare l'Equazione 10.27 per trovare il valore di n_2 quando l'asta sta per inclinarsi. (f) Usando il risultato del punto (d) e l'Equazione 10.28, calcolando i momenti delle forze rispetto al secondo perno, trovare la posizione x della donna quando l'asta sta per inclinarsi. (g) Controllare la risposta al quesito (e) calcolando il momento intorno al primo perno.

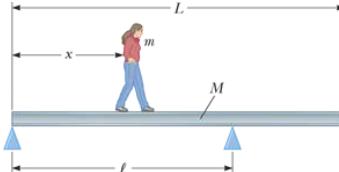


FIGURA P10.28

Problemi di impossibilità. La ricerca sulla didattica della Fisica si è concentrata molto sulle abilità di risoluzione dei problemi degli studenti. Benché la maggior parte dei problemi di questo testo sia strutturata in una forma che fornisce dati e richiede un risultato di calcolo, due problemi in ciascun capitolo, in media, sono strutturati come problemi di impossibilità. Questi sono introdotti con la frase *Perché la seguente situazione è impossibile?*, seguita dalla descrizione di una situazione. L'aspetto sorprendente di questi

problemi è il fatto che essi non pongono alcuna domanda agli studenti oltre a quella introduttiva in corsivo. Lo studente deve determinare quali domande bisogna porsi e quali calcoli bisogna eseguire. Sulla base dei risultati di tali calcoli, lo studente deve determinare il motivo per cui la situazione descritta non è possibile. Tale determinazione potrebbe richiedere informazioni derivanti da esperienze personali, buon senso, ricerche su Internet o in letteratura, misurazioni, strumenti matematici, conoscenza di convenzioni o pensiero scientifico.

Questi problemi possono essere assegnati agli studenti allo scopo di far sviluppare loro abilità di pensiero critico. Essi sono anche divertenti, avendo l'aspetto di "misteri" della fisica che gli studenti, individualmente o in gruppo, devono risolvere. Un esempio di problema di impossibilità è riportato di seguito:

La domanda iniziale in corsivo designa un problema di impossibilità.

Viene descritta la situazione.

Non viene posto alcun quesito. Lo studente deve determinare ciò che è necessario per il calcolo e il motivo per il quale la situazione è impossibile.

51. Perché la seguente situazione è impossibile? Albert Pujols scaglia un fuori campo che va a sfiorare la fila più alta delle gradinate, a 24.0 m di altezza e a 130 m dal punto di battuta. La velocità impressa alla palla è 41.7 m/s a un angolo di 35.0° rispetto all'orizzontale. La resistenza dell'aria è trascurabile.

Incremento del numero di problemi accoppiati. In seguito al riscontro positivo ottenuto da una ricerca di mercato, abbiamo aggiunto altri problemi accoppiati in questa edizione. Si tratta di problemi identici, ma uno richiede una soluzione numerica e l'altro una derivazione simbolica. In questa edizione, sono presenti tre coppie di tali problemi alla fine della maggior parte dei capitoli, indicati da un'ombreggiatura.

Estensiva revisione della grafica. Ogni elemento iconografico della Quinta edizione è presentato in uno stile moderno che contribuisce a esprimere i principi di Fisica in azione in modo chiaro e preciso. Ciascun elemento iconografico è stato inoltre revisionato in modo tale da garantire che la situazione fisica presentata corrisponda esattamente alla discussione in esame.

In molte figure sono inclusi *fumetti esplicativi*, che sottolineano aspetti importanti della figura o guidano gli studenti attraverso un processo illustrato dalla figura o dalla foto. Questo formato aiuta gli studenti che hanno un tipo di apprendimento più visivo. Esempi di figure con fumetti esplicativi sono riportati di seguito.



FIGURA 10.28 Due punti su un oggetto che rotola percorrono diversi cammini nello spazio.

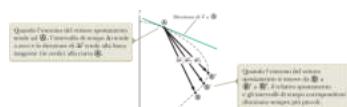


FIGURA 3.2 Quando una particella si muove tra due punti, la sua velocità media ha la direzione del vettore spostamento $\Delta\mathbf{r}$. Per definizione, la velocità istantanea in A è diretta lungo la linea tangente in A alla curva.

Miglioramento dell'approccio con modelli di analisi. Gli studenti affrontano centinaia di problemi durante il corso di Fisica, le cui basi sono costituite da un numero esiguo di principi fondamentali. Quando si trova ad affrontare un nuovo problema, il fisico crea un *modello* del problema che possa essere risolto in modo semplice identificando il principio fondamentale applicabile ad esso. Ad esempio, molti problemi riguardano la conservazione dell'energia, la seconda legge di Newton o le equazioni cinematiche. Poiché il fisico ha studiato estesamente questi principi e comprende le applicazioni ad essi associate, egli applica tali conoscenze come modello per la soluzione di un nuovo problema.

Benché sarebbe l'ideale per gli studenti seguire questa stessa procedura, la maggior parte di essi ha difficoltà ad acquisire dimestichezza con l'intero spettro di principi fondamentali disponibili. Per gli studenti è più semplice identificare una *situazione* piuttosto che un principio fondamentale. L'approccio con *modelli di analisi* su cui focalizziamo l'attenzione si basa su un insieme standard di situazioni che compaiono nella maggior parte dei problemi di fisica. Tali situazioni sono riferite a un'entità appartenente a uno di quattro modelli semplificati: punto materiale, sistema, corpo rigido e onda.

Una volta identificato il modello semplificato, lo studente pensa a cosa l'entità sta facendo o a come interagisce con il suo ambiente, e questo lo conduce a identificare un determinato modello di analisi per il problema. Ad esempio, se un oggetto sta cadendo, esso è riconosciuto come un punto materiale sottoposto a un'accelerazione costante dovuta alla gravità. Lo studente ha appreso che questa situazione è descritta dal modello di analisi di un punto materiale sottoposto ad accelerazione costante. Inoltre, questo modello ha un piccolo numero di equazioni associate da usare per dare inizio alla soluzione dei problemi, le equazioni cinematiche presentate nel Capitolo 2. Pertanto, la comprensione della situazione ha condotto a un modello di analisi, che ha poi indicato un piccolissimo numero di equazioni per dare inizio alla soluzione del problema piuttosto che la miriade di equazioni che gli studenti vedono nel testo. In questo modo, l'uso dei modelli di analisi porta lo studente a identificare il principio fondamentale che i fisici identificherebbero. Con l'acquisizione di un'esperienza sempre maggiore, lo studente farà sempre meno ricorso all'uso dei modelli di analisi e comincerà a identificare direttamente i principi fondamentali, come fanno i fisici. L'approccio è ulteriormente approfondito nel box al termine dei capitoli dal titolo Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi.

Variazione dei contenuti. I contenuti e l'organizzazione del testo è essenzialmente la stessa rispetto alla quarta edizione. Molti paragrafi in vari capitoli sono stati ridotti, eliminati o combinati con altri paragrafi per permettere una presentazione più equilibrata. I Capitoli 6 e 7 sono stati completamente riorganizzati per preparare gli studenti a un approccio unificato riguardante l'energia che è usato in tutto il testo. Sono stati aggiunti degli aggiornamenti che riflettono lo stato dell'arte di molte aree di ricerca e applicazione della Fisica, incluse informazioni sulla scoperta di oggetti nella fascia di Kuiper (Capitolo 11), confronti tra teorie contrastanti sulla percezione dei suoni nell'uomo (Capitolo 14), e progressi nell'utilizzo del reticolo di valvole luminose per le applicazioni ottiche (Capitolo 27).

Organizzazione

Abbiamo incorporato nel testo uno schema del tipo “sovraposizione contestuale”, come risposta al metodo IUPP “Fisica nel Contesto”. Questa nuova caratteristica aggiunge interessanti applicazioni del materiale alle reali esigenze. Abbiamo sviluppato questa caratteristica in modo da renderla flessibile; è una sovrapposizione nel senso che il docente che non volesse seguire l'approccio potrà semplicemente ignorare i contenuti contestuali aggiuntivi senza sacrificare la completa copertura dei contenuti esistenti. Crediamo, tuttavia, che molti studenti trarranno beneficio da questo approccio.

L'organizzazione della sovrapposizione contestuale suddivide il testo in otto paragrafi o contesti, dopo il Capitolo 1, nel modo seguente:

Numero del contesto	Contesto	Argomento di Fisica	Capitoli
1	Veicoli con combustibili alternativi	Meccanica classica	2-7
2	Missione su Marte	Meccanica classica	8-11
3	Terremoti	Vibrazioni e onde	12-14
4	Attacchi di cuore	Fluidi	15
5	Il riscaldamento globale	Termodinamica	16-18
6	Fulmini	Elettricità	19-21
7	Magnetismo in medicina	Magnetismo	22-23
8	Laser	Ottica	24-27

Ciascun Contesto inizia con una introduzione che fornisce qualche nota storica oppure traccia un collegamento tra l'argomento del Contesto e le questioni sociali correlate. L'introduzione del Contesto si conclude con una “domanda centrale” capace di motivare lo studio all'interno del Contesto. Il paragrafo finale di ciascun capitolo è un Collegamento al contesto, in cui si discute la relazione tra l'argomento del capitolo e la domanda centrale. Il capitolo finale di ciascun Contesto è seguito dalle “Conclusioni”. Ciascuna di queste sezioni applica i principi appresi nei vari capitoli al Contesto per rispondere in modo esauriente alla domanda centrale. Ciascun capitolo, così come le Conclusioni, includono problemi correlati ai contenuti contestuali.

Caratteristiche del testo

La maggior parte dei docenti ritiene che il libro di testo scelto per il corso debba costituire la guida principale per la comprensione e l'apprendimento della materia. In aggiunta, il testo dovrebbe essere di facile accessibilità, nel senso che lo stile e la scrittura dovrebbero rendere più semplici sia l'insegnamento che l'apprendimento. Considerando tali requisiti,

abbiamo incluso molti aspetti didattici, elencati di seguito, che hanno lo scopo di accrescere l'utilità di questo testo sia per gli studenti che per gli insegnanti.

Soluzione dei problemi e comprensione dei concetti

Strategia generale per la risoluzione dei problemi. Una strategia generale, delineata alla fine del Capitolo 1, fornisce agli studenti un processo strutturato per affrontare i problemi. Questa strategia viene seguita esplicitamente in tutti gli esempi che si incontrano nei restanti capitoli, in modo che lo studente impari ad applicarla. Lo studente è anche incoraggiato ad applicare questa strategia nell'affrontare i problemi alla fine dei capitoli.

In molti capitoli, sono stati inclusi strategie più specifiche e suggerimenti per risolvere i tipi di problemi presentati alla fine di ogni capitolo. Questa caratteristica aiuta gli studenti a identificare i passaggi essenziali per la risoluzione dei problemi e a potenziare le proprie abilità di risoluzione.

Fisica ragionata. Abbiamo incluso molti esempi di Fisica Ragionata nei vari capitoli. Queste domande connettono i concetti fisici alle esperienze comuni o estendono i concetti oltre ciò che è discusso nel testo. Queste domande sono immediatamente seguite dalla sezione “Ragionamento” che risponde alla domanda. Lo studente può usare questi suggerimenti per capire meglio i concetti di fisica prima che siano presentati con esempi quantitativi e prima di svolgere gli esercizi a casa.

Quiz rapidi. I quiz sono una opportunità per verificare la comprensione del concetto fisico appena incontrato. Per rispondere ai quiz gli studenti devono decidere in base a ragionamenti sensati e molti dei quiz sono stati studiati per aiutare gli studenti ad evitare fraintendimenti molto comuni. Il formato dei quiz è oggettivo, e include domande a risposta multipla, il vero-falso e l'ordinamento. Le risposte ai quiz si trovano alla fine del libro. I docenti possono scegliere di usare i quiz in modo tradizionale o con sistemi interattivi e di *personal response*. Di seguito è riportato un esempio di quiz.

QUIZ RAPIDO 6.5

Una freccia è inserita in una pistola lancia-frecce a molla. Quest'ultima viene compressa di una quantità x . Per caricare la freccia successiva, la molla viene compressa $2x$. Quanto più elevata sarà la velocità di questa seconda freccia rispetto alla prima? (a) Quattro volte (b) Due volte (c) Uguale (d) La metà (e) Un quarto.

Prevenire le insidie 13.2Due tipi di velocità

Attenzione a non confondere la velocità v dell'onda mentre si propaga nella corda, con v_y , velocità trasversale di un elementino di corda. La velocità v è costante per un dato mezzo uniforme, mentre v_y varia con legge sinusoidale.

Prevenire le insidie. Il testo mette a disposizione più di 150 Prevenire le insidie (come quello a lato), che hanno lo scopo di aiutare gli studenti ad evitare errori e fraintendimenti diffusi. Questi inserti, posizionati a margine del testo, riguardano sia i fraintendimenti più comuni che quelle situazioni tipiche in cui gli studenti tendono ad avventurarsi su strade senza sbocco.

Sommari. Ogni capitolo termina con un sommario che riassume i concetti e le equazioni più importanti appena discussi. La novità della quinta edizione è l'inserto Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi presente nel Sommario, che evidenzia i modelli di analisi rilevanti presenti in un determinato capitolo.

Domande. Come discusso precedentemente, la sezione “Quesiti” della precedente edizione è adesso suddivisa in *Quesiti* e *Domande concettuali*. Il docente può scegliere di selezionarne alcune e assegnarle come compito a casa o in classe, possibilmente con sistemi interattivi e di *personal response*. Più di settecento Quesiti e Domande concettuali sono incluse nella presente edizione.

Problemi. Un'ampia raccolta di problemi è presente alla fine di ogni capitolo; complessivamente, questa edizione contiene più di 2 200 problemi. Risposte ai problemi con numero dispari sono presenti alla fine del testo.

In aggiunta ai nuovi tipi di problemi menzionati precedentemente, in questo testo vengono presentati numerosi altri tipi di problemi:

- **Problemi biomedici.** In questa edizione abbiamo aggiunto un certo numero di problemi correlati a situazioni mediche (ciascuno identificato con l'icona **BIO**), per sottolineare la rilevanza dei principi di Fisica per gli studenti dei corsi di laurea in scienze della vita.
- **Problemi accoppiati.** Per garantire un supporto agli studenti che apprendono la risoluzione simbolica dei problemi, in tutti i capitoli del testo è stata aggiunta una coppia di problemi simbolici e numerici. I problemi accoppiati sono indicati da un'ombreggiatura.
- **Problemi di ricapitolazione.** Molti capitoli contengono problemi di riepilogo, che richiedono allo studente di combinare i concetti esposti in quel capitolo con altri già acquisiti in capitoli precedenti. Questi problemi (indicati come **Problemi di ricapitolazione**) riflettono il carattere integrativo dei principi presenti nel testo e dimostrano come la Fisica sia una costruzione di idee non dissociate. Di fronte ad argomenti del mondo reale, come il riscaldamento globale o le armi nucleari, potrebbe essere necessario fare appello ad idee che si trovano esposte in parti diverse di un testo di Fisica come questo.
- **“Problemi alla Fermi”.** Ogni capitolo contiene almeno un problema che chiede allo studente di ragionare in termini di ordini di grandezza.
- **Problemi di progettazione.** In parecchi capitoli compaiono dei problemi per i quali lo studente deve determinare i parametri di un progetto affinché il prodotto finale possa funzionare correttamente.
- **Problemi basati sul calcolo differenziale.** La maggior parte dei capitoli contiene almeno un problema per cui sono essenziali le idee ed i metodi propri del calcolo differenziale e integrale.

Rappresentazioni alternative. Vengono enfatizzate rappresentazioni alternative dell'informazione, incluse quelle mentali, visive, grafiche, tabulari e matematiche. Molti problemi sono più semplici da risolvere se le informazioni sono presentate in modi alternativi, per soddisfare i differenti metodi di studio.

Appendice di Matematica. L'Appendice B è uno strumento prezioso per gli studenti, che mostra gli strumenti matematici nel contesto fisico. Questa risorsa è ideale per gli studenti che necessitano di una rapida revisione su argomenti come algebra, trigonometria e calcolo.

Aspetti coadiuvanti

Stile. Per facilitare una rapida comprensione, abbiamo provato a comporre il testo in uno stile che fosse chiaro, logico e coinvolgente. Allo stesso tempo, abbiamo scelto uno stile piuttosto informale e scorrevole, in modo tale che lo studente trovi la lettura più interessante e gradevole. I nuovi termini sono accuratamente definiti, e abbiamo evitato l'uso del gergo.

Definizioni ed equazioni importanti. Le definizioni più importanti appaiono in **grassetto** o evidenziate separandole dal paragrafo e centrandole per aggiungere enfasi e facilitare la ripetizione. Analogamente, le equazioni importanti sono evidenziate con un'ombreggiatura.

Note a margine. I commenti e le note al margine contrassegnate dall'icona ► possono essere usati per individuare importanti definizioni, equazioni o concetti significativi.

Uso pedagogico del colore. I lettori dovrebbero consultare la **carta dei colori** che appare nella seconda di copertina per un elenco dei simboli colorati che vengono impiegati nei diagrammi del testo. Il sistema è seguito in modo coerente in tutto il testo.

Livello matematico. Abbiamo introdotto il calcolo matematico gradualmente, tenendo a mente che gli studenti spesso seguono contemporaneamente corsi introduttivi di calcolo e di fisica. Molti passaggi sono mostrati quando le equazioni di base vengono sviluppate, e viene fatto un riferimento alle appendici matematiche alla fine del libro. Anche se i vettori sono discussi in dettaglio nel Capitolo 1, i prodotti dei vettori sono introdotti più tardi nel testo, dove sono richiesti nelle applicazioni fisiche. Il prodotto indicato dal punto viene introdotto nel Capitolo 6, in cui si discute dell'energia di un sistema; il prodotto indicato dalla croce viene introdotto nel Capitolo 10, in cui si discute del momento angolare.

Cifre significative. Sia negli esempi svolti che nei problemi di fine capitolo, una cura particolare è stata dedicata al trattamento delle cifre significative. La maggior parte degli esempi viene risolta con due o tre cifre significative, a seconda della precisione dei dati forniti. Di norma, la precisione dei dati e delle risposte dei problemi di fine capitolo è di tre cifre significative. Laddove si effettuino calcoli di stima, tipicamente si opera con una sola cifra significativa. (Una discussione più approfondita delle cifre significative si può trovare nel Capitolo 1.)

Unità di misura. Il testo si basa sul Sistema Internazionale delle unità di misura (SI). Occasionalmente, e solo nei capitoli dedicati alla meccanica ed alla termodinamica, si farà uso del sistema pratico statunitense.

Appendici e risvolti di copertina. Una serie di appendici è presente alla fine del libro. Molte di esse sono una rassegna dei concetti e delle tecniche di matematica impiegati nel testo, come la notazione scientifica, l'algebra, la geometria, la trigonometria, il calcolo differenziale ed integrale. Nel testo viene fatto riferimento a queste appendici. La maggior parte delle ricapitolazioni matematiche delle appendici contiene esempi svolti ed esercizi con risposta. Altre appendici contengono tavole di dati fisici, tabelle di conversione, le unità SI delle grandezze fisiche e la tavola periodica degli elementi. I risvolti di copertina contengono altre informazioni utili: costanti fondamentali, dati di fisica, dati del Sistema Solare, una lista dei prefissi standard, simboli matematici, l'alfabeto greco e le abbreviazioni standard delle unità di misura.

Opzioni per i docenti

Sebbene molti argomenti presenti nei testi tradizionali siano stati omessi in questo testo, i docenti potrebbero ritenere che in questo volume vi sia più materiale di quanto se ne possa trattare in due semestri. Per questa ragione, si possono seguire i seguenti suggerimenti. Se si desidera porre maggiore enfasi sugli argomenti di Fisica moderna, possono essere tralasciati i Capitoli 15, 16, 17, 18, 24, 25 e 26. Al contrario, se si vuole seguire un approccio più tradizionale con maggiore enfasi sulla Fisica classica, i capitoli da tralasciare sono 9 e 11. Entrambi gli approcci possono essere seguiti senza alcuna perdita di continuità. Altre opzioni possono prevedere un approccio intermedio tra i due, scegliendo di omettere alcuni o tutti i seguenti paragrafi, che possono essere considerati facoltativi:

- 3.6 Velocità relativa e accelerazione relativa
- 6.10 Diagrammi di energia ed equilibrio di un sistema
- 9.9 Relatività generale
- 10.12 Rotolamento dei corpi rigidi
- 12.6 Oscillazioni smorzate
- 12.7 Oscillazioni forzate
- 14.6 Configurazioni d'onda non sinusoidali
- 14.7 Orecchio e teorie della percezione del tono
- 15.8 Altre applicazioni di dinamica dei fluidi
- 16.6 Distribuzione delle velocità molecolari
- 17.7 Calori specifici molari dei gas perfetti
- 17.8 Trasformazioni adiabatiche per un gas perfetto
- 17.9 Calori specifici molari ed equipartizione dell'energia
- 20.10 Condensatori con dielettrici
- 22.11 Magnetismo nella materia
- 26.5 L'occhio
- 27.9 Diffrazione di raggi X da cristalli

Materiale di supporto per i docenti. I docenti che utilizzano il testo a scopo didattico possono scaricare dal sito www.edises.it, previa registrazione all'area docenti, le immagini del libro in formato Power Point.

Per gli studenti

È giusto dare qualche suggerimento a vantaggio dello studente. Si presume che questi abbia già letto la Prefazione, che descrive le varie caratteristiche del testo e dei materiali di supporto che potranno aiutarlo durante tutto il corso.

Come studiare

Molto spesso ai docenti viene chiesto: “Come dovrei studiare la Fisica e prepararmi per l’esame?” Non è semplice rispondere a questa domanda, ma desideriamo comunque offrire alcuni suggerimenti basati sulle nostre esperienze personali, maturata in lunghi anni di apprendimento e poi di insegnamento.

La cosa più importante è mantenere sempre un atteggiamento positivo verso ciò che si sta studiando, tenendo presente che la Fisica è la più fondamentale fra le scienze naturali. Altri corsi scientifici che seguiranno faranno uso dei principi della Fisica ed è quindi importante che lo studente comprenda e sia capace di applicare i vari concetti e le teorie discussi nel libro.

Concetti e principi

È essenziale che lo studente comprenda bene i concetti e i principi di base prima di tentare di risolvere i problemi assegnati. Il modo migliore per far ciò è leggere in anticipo quella parte del testo che riguarda gli argomenti della lezione che dovrà seguire. Nel leggere il testo, lo studente dovrebbe annotare i punti che gli sembrano poco chiari. Inoltre sarebbe meglio fare un serio tentativo di rispondere alle domande dei Quiz Rapidi nel momento in cui si presentano. Ci siamo impegnati per preparare delle domande che permettano allo studente di verificare autonomamente la qualità del suo apprendimento. Si studino, inoltre, con attenzione le note **E se?** presenti in molti degli esempi svolti, che saranno utili per ampliare la comprensione al di là dello svolgimento delle operazioni che portano all’ottenimento di un risultato numerico. Le note “Prevenire le insidie” saranno una guida utile per evitare le convinzioni errate in Fisica. Durante le lezioni, si prendano appunti e si facciano domande sugli argomenti poco chiari. Si tenga in mente che solo poche persone riescono, alla prima lettura, ad assimilare tutte le informazioni contenute nel materiale didattico; sono spesso necessarie più riletture del testo e degli appunti. Le lezioni e il lavoro aggiuntivo in laboratorio sono complementari alla rilettura del testo e dovrebbero servire a chiarire gli argomenti più difficili. Si dovrebbe ridurre al minimo lo studio mnemonico. Memorizzare frasi, di equazioni e dimostrazioni non significa necessariamente che lo studente abbia compreso gli argomenti. La comprensione del materiale didattico aumenterà sicuramente se, ad uno studio efficace, si associano le discussioni con altri studenti e docenti e la capacità di risolvere i problemi presentati nel testo. Si facciano domande ognqualvolta se ne avverte la necessità.

Programma di studio

È importante fare un programma di studio, preferibilmente giornaliero, leggere il programma del corso e attenersi al percorso didattico indicato dal docente. Le lezioni appariranno più piene di significato se, *in precedenza*, è stato letto il corrispondente materiale del testo. Come regola generale, si dovrebbero dedicare due ore di studio a casa per ogni ora di lezione in aula. Se si hanno problemi con il corso, si cerchi il consiglio del docente o anche di altri studenti che frequentano il corso; spesso sono utili i consigli degli studenti più anziani. Di frequente, i docenti offrono lezioni di ricapitolazione al di fuori delle ore di lezione regolari. È importante non rimandare lo studio a qualche giorno prima dell’esame; il più delle volte questa abitudine risulta disastrosa. Piuttosto che studiare tutta la notte prima di una verifica, è meglio ripassare rapidamente i concetti e le equazioni di base e farsi un buon sonno.

Utilizzo delle peculiarità del testo

È consigliabile utilizzare pienamente la varie peculiarità del testo discusse nella prefazione. Per esempio, le note a margine sono utili per localizzare e descrivere le equazioni e i concetti importanti, e i caratteri **in grassetto** evidenziano le affermazioni e le definizioni importanti. Molte delle tavole utili sono contenute nelle appendici, ma la maggior parte è incorporata nel testo, nei passaggi in cui viene più spesso utilizzata. L'Appendice B è un utile riassunto delle tecniche matematiche.

Le risposte ai Quiz Rapidi e ai problemi con numero dispari sono riportate alla fine del libro. L'Indice generale fornisce una visione concisa dell'intero testo, mentre l'Indice analitico assicura una facile localizzazione degli argomenti. Le note a piè di pagina sono spesso usate per fornire informazioni aggiuntive o per citare altri riferimenti sugli argomenti trattati.

Dopo aver letto un capitolo, si deve essere capaci di definire tutte le grandezze nuove introdotte in quel capitolo e di discutere i principi e le ipotesi usati per giungere a certe relazioni chiave. In alcuni casi può essere necessario consultare l'Indice analitico del libro per localizzare certi argomenti. È fondamentale associare alle singole grandezze i simboli usati per rappresentarle e le loro unità di misura. Inoltre, bisogna essere capaci di esprimere ciascuna relazione importante in una forma verbale concisa e precisa.

Come risolvere i problemi

R. P. Feynman, premio Nobel per la Fisica, una volta disse: "Tu non conosci nulla fino a che non lo hai messo in pratica". E con questa frase in mente, invitiamo lo studente a sviluppare le capacità indispensabili per risolvere una vasta gamma di problemi. L'abilità nel risolvere i problemi è la migliore verifica del grado di apprendimento della Fisica e quindi è necessario esercitarsi e risolvere il maggior numero possibile di problemi; tuttavia è essenziale che si comprendano bene i concetti e i principi di base prima di provare a risolvere i problemi. È buona pratica cercare soluzioni alternative per risolvere lo stesso problema. Per esempio, i problemi di meccanica si risolvono usando le leggi di Newton, ma spesso la loro soluzione è più semplice e più rapida se si utilizzano considerazioni energetiche. Non bisogna illudersi pensando di aver capito come risolvere un problema semplicemente perché è stato risolto in aula. Si deve essere capaci di risolvere quel problema o problemi simili per conto proprio.

L'approccio alla risoluzione dei problemi deve essere pianificato con cura. Un piano sistematico è importante specialmente per quei problemi che coinvolgono molti concetti. Per prima cosa, si deve leggere il problema più volte fino a che non risulti chiaro cosa il problema richiede. Si faccia attenzione a qualche parola chiave che aiuti a comprendere il problema e che probabilmente suggerisce qualche ipotesi da fare. L'abilità di capire correttamente le domande è parte integrante della strategia di risoluzione. In secondo luogo, si deve acquisire l'abitudine di scrivere l'elenco dei dati forniti dal problema e le grandezze che sono invece da trovare; per esempio, si può costruire una tabella che contenga le grandezze date e quelle incognite. Questo procedimento viene spesso utilizzato nella soluzione degli esempi svolti proposti nel testo. Infine, dopo aver scelto il metodo che si ritiene appropriato per un determinato problema, si procede alla sua risoluzione. La "Strategia generale per la risoluzione dei problemi" sarà una guida nell'affrontare i problemi complessi. Seguendo questo protocollo (*Concettualizzazione, Classificazione, Analisi, Conclusione*), lo studente non solo troverà più facile arrivare ad una soluzione, ma dagli sforzi fatti riceverà maggiori vantaggi. Tale strategia, presentata alla fine del Capitolo 1, viene utilizzata in tutti gli esempi svolti dei capitoli che seguono, in modo che lo studente impari ad applicarla. Nel testo sono presenti anche delle strategie specifiche per la risoluzione dei problemi, riferite a determinati tipi di situazioni e indicate con un titolo particolare; esse seguono comunque il profilo della "Strategia generale per la soluzione dei problemi".

Spesso, gli studenti hanno difficoltà nel riconoscere i limiti di applicabilità di certe formule o di certe leggi fisiche. È molto importante comprendere e ricordare le ipotesi che stanno alla base di una certa teoria o di un certo formalismo. Per esempio in cinematica, certe equazioni si applicano solo a corpi in moto con accelerazione costante. Queste equazioni non sono valide per i moti per i quali l'accelerazione non è costante, come nel caso del moto di un oggetto attaccato ad una molla o del moto di un corpo immerso in un fluido. Si consiglia di studiare con attenzione i "Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi" presenti nei sommari dei capitoli, in modo da capire come ciascun modello possa essere applicato ad una specifica situazione. I modelli di analisi forniscono una struttura logica per la risoluzione dei problemi e rendono le abilità di riflessione più simili a quelle dei fisici.

Esperimenti

La Fisica è una scienza basata sulle osservazioni sperimentali. Per questa ragione, raccomandiamo allo studente di non limitarsi alla lettura del testo, ma di compiere degli esperimenti sia a casa che in laboratorio. Tali esperimenti possono essere usati per

verificare concetti e modelli discussi in aula o nel libro di testo. Per esempio, la molla-giocattolo "Slinky" è un eccellente strumento per studiare la propagazione delle onde; una palla appesa ad un filo che oscilla può essere usata per analizzare il moto di un pendolo; masse diverse appese in verticale ad una molla o un elastico possono essere utilizzate per determinarne le proprietà elastiche; un vecchio paio di occhiali Polaroid, delle lenti non più usate e una lente di ingrandimento sono i componenti con cui eseguire molti esperimenti di ottica; misurando con un cronometro il tempo impiegato da una palla a cadere da un'altezza conosciuta si può ottenere una misura approssimata dell'accelerazione di gravità. L'elenco di possibili esperimenti di questo tipo è senza fine. Quando non si hanno a disposizione modelli fisici già pronti, si usi l'immaginazione e si cerchi di costruirne uno.

È nostra speranza che lo studente trovi la Fisica un'esperienza eccitante ed interessante e che traggia profitto da questa esperienza, al di là della sua scelta professionale. Benvenuto nell'eccitante mondo della Fisica!

Lo scienziato non studia la natura perché è utile; la studia perché ne riceve gioia, e ne riceve gioia perché la natura è bella. Se la natura non fosse bella, non meriterebbe di essere conosciuta, e se la natura non meritasse di essere conosciuta, la vita non meriterebbe di essere vissuta.

—HENRI POINCARÉ

undefined

Elenco delle applicazioni e dei

Capitolo 1: Introduzione e Vettori 4

Problemi 16 e 68

Capitolo 2: Moto in una dimensione 37

Esempio 2.5: Un corridore come un punto materiale, pag. 46

Problemi 40 e 41

Capitolo 3: Moto in due dimensioni 69

Problemi 6, 10 e 15

Capitolo 4: Le leggi del moto 97

Problemi 20 e 55

Capitolo 5: Altre applicazioni delle leggi di Newton 125

Domanda concettuale 13

Problema 6

Capitolo 7: Conservazione dell'energia 192

Il corpo umano come sistema non isolato, pag. 203

Tabella 7.1 Consumo energetico per un'ora di varie attività

Problemi 31, 32, 59, 62, 63 e 75

Capitolo 8: Quantità di moto ed urti 235

Vantaggi degli airbag nel ridurre le lesioni, pag. 242

Test per il glaucoma, pag. 244

Problemi 3 e 51

Capitolo 9: Relatività 272

Variazione nella velocità di invecchiamento e relatività, pag. 281

Limiti umani all'accelerazione tollerabile, pag. 297

Problema 14

Capitolo 10: Moto rotazionale 305

Problemi 29, 35, 69, 77, 79 e 85

Contesto 2 Conclusioni: Pianificazione di una missione di successo 384

Effetti dei viaggi spaziali sulla salute, pag. 386

Capitolo 12: Moto oscillatorio 390

Problema 58

Capitolo 13: Onde meccaniche 415

Sonografia Doppler, pag. 433

Problemi 30, 33, 40 e 69

Capitolo 14: Sovrapposizione e onde stazionarie 447

Paragrafo 14.7: Orecchio e teorie di percezione del tono, pag. 464

Impianti cocleari, pag. 466

Problemi 30, 39, 49 e 50

Contesto 4: Attacchi di cuore 479-481

Capitolo 15: Meccanica dei fluidi 482

Aghi ipodermici, 483

Ossigenoterapia iperbarica, pag. 484

Misurazione della pressione del sangue, pag. 486

Paragrafo 15.9: Flusso turbolento del sangue, pag. 499

Domanda concettuale 2

Problemi 33 e 52

Contesto 4 Conclusioni: Individuazione dell'aterosclerosi e prevenzione degli attacchi di cuore 509-512

Flutter vascolare, pag. 510

Problemi 1-4

Capitolo 16: Temperatura e teoria cinetica dei gas 515

Senso di caldo e freddo, pag. 516

Sopravvivenza dei pesci in inverno, pag. 524

Soffocamento a causa del rilascio esplosivo di anidride carbonica, pag. 525

Raffreddamento della fronte di un paziente con un panno inzuppato d'alcool, pag. 534

Problemi 3, 8, 11, 57 e 59

Capitolo 17: Energia nelle trasformazioni termodinamiche: il primo principio della termodinamica 545

Esempio 17.1: Un modo drastico di perdere peso, pag. 547

Termoregolazione nell'uomo, pag. 572

L'ipotalamo, pag. 572

Meccanismi per il raffreddamento del corpo, pag. 572

Meccanismi per il riscaldamento del corpo, pag. 573

Fisica Ragionata 17.3, pag. 573

Problemi 3, 20, 62, 63, 70 e 80

Capitolo 18: Macchine termiche, entropia e secondo principio della termodinamica 586

Secondo principio ed evoluzione, pag. 597

Problema 60

Capitolo 19: Forze elettriche e campi elettrici 619

Attrazione elettrica delle lenti a contatto, pag. 621

Capitolo 20: Potenziale elettrico e capacità 656

Capacità delle membrane cellulari, pag. 673

Potenziale d'azione, pag. 673

Problemi 57, 60 e 69

Capitolo 21: Corrente e circuiti a corrente continua 697

Diffusione in sistemi biologici, pag. 703

Attività elettrica nel cuore, pag. 704

Ablazione mediante catetere per la cura della fibrillazione atriale, pag. 704-705

Modello a cavo per la propagazione di un potenziale d'azione lungo un nervo, pag. 726

Il ruolo della mielina nella conduzione nervosa, pag. 727

Problemi 20 e 36

Contesto 7: Magnetismo in Medicina 741-742

Capitolo 22: Forze e campi magnetici 743

Usi del ciclotrone in medicina, pag. 753

Paragrafo 22.12: Collegamento al contesto: navigazione magnetica a distanza per operazioni di ablazione cardiaca con catetere, pagg. 769-770

Problemi 61, 62, 72 e 73

Capitolo 23: Legge di Faraday e induzione 781

Paragrafo 23.8: Collegamento al contesto: l'uso della stimolazione magnetica transcranica nella depressione, pagg. 804-805

Stimolazione magnetica transcranica, pag. 805

Problemi 4, 54, 53, 54, 57 e 63

Contesto 7 Conclusioni: Risonanza magnetica nucleare e imaging a risonanza magnetica 817-819

Imaging a risonanza magnetica (MRI), pag. 817

Problema 2

Capitolo 24: Onde elettromagnetiche 822

Sensibilità dell'occhio, pag. 837

Applicazioni del laser in oftalmologia, pag. 841

Chirurgia laser, pag. 841

Separatore di cellule a laser, pag. 841

Pinzette ottiche, pag. 841

Problemi 38 e 41

Capitolo 25: Riflessione e rifrazione della luce 852

Visione subacquea, pag. 860

Problema 21

Capitolo 26: Formazione dell'immagine da specchi e lenti 879

Lenti correttive per maschere subacquee, pag. 895

Paragrafo 26.5: L'occhio, pagg. 898-900

Ipermetropia, pag. 899

Miopia, pag. 899

Presbiopia, pag. 900

Astigmatismo, pag. 900

Paragrafo 26.6: Collegamento al contesto: alcune applicazioni mediche, pagg. 900-901

Usi medici del fibroscopio, pag. 900

Usi medici dell'endoscopio, pag. 900

Il sistema chirurgico Da Vinci, pag. 900

Uso del laser per la misura dell'emoglobina, pag. 901

Uso del laser nel trattamento dell'idrocefalia, pag. 901

Chirurgia LASIK, pag. 901

Uso del laser per la rimozione di tatuaggi, pag. 901

Uso del laser nell'iperplasia prostatica benigna, pag. 901

Quesiti 3 e 7

Domande concettuali 6, 11, 13 e 14

Problemi 13, 28, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51 e 52

Capitolo 27: Ottica ondulatoria 910

Esempio 27.5: Risoluzione dell'occhio, pag. 924

Figura di Laue di un enzima cristallino, pag. 928

Quesito 12

Problemi 38, 57, 68 e 69

Invito alla fisica



Stephen Inglis/Shutterstock.com

Stonehenge, nel Sud dell'Inghilterra, fu costruita migliaia di anni fa. Sono state proposte diverse teorie riguardo alla sua funzione, tra le quali un cimitero, un sito per la guarigione, e un luogo per la preghiera degli avi. Una delle teorie più affascinanti suggerisce che Stonehenge fosse un osservatorio in grado di consentire la predizione di eventi celesti come le eclissi, i solstizi, e gli equinozi.

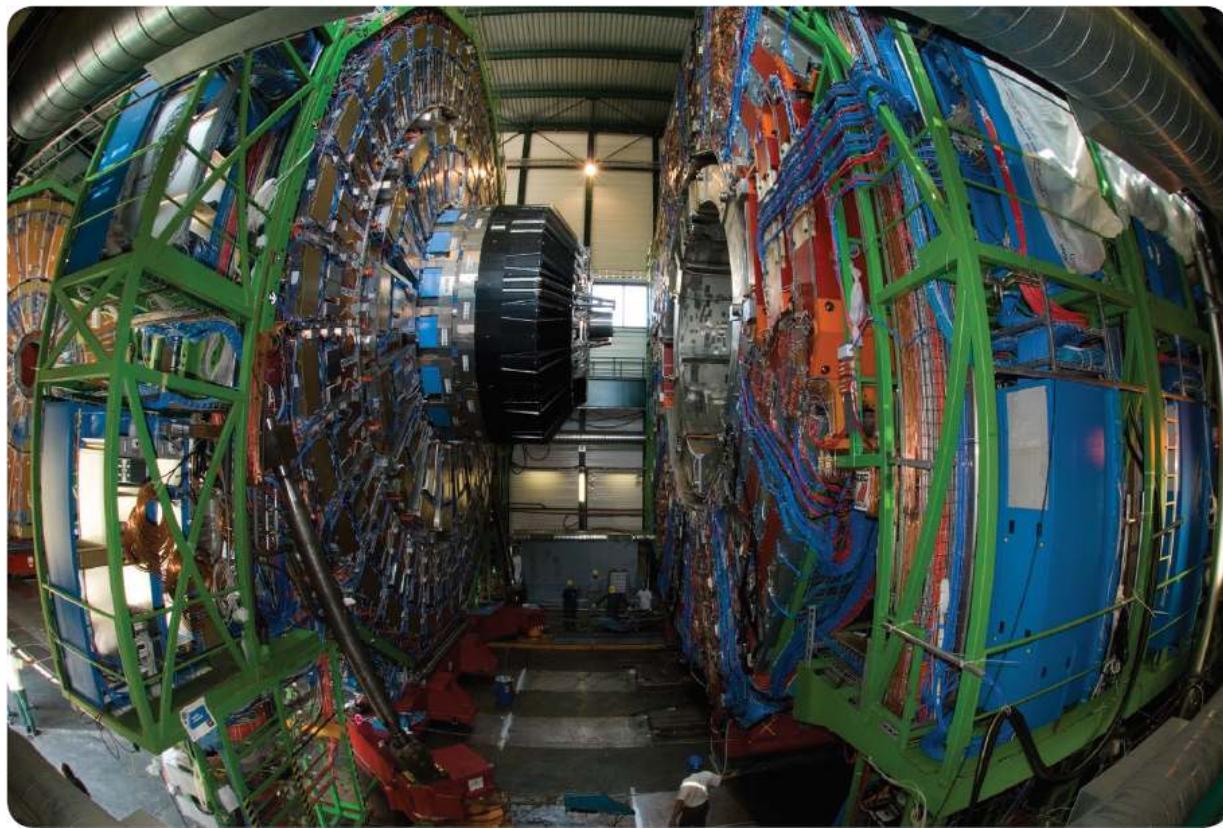
La fisica è una scienza fondamentale che si occupa della comprensione dei fenomeni naturali che accadono nell'Universo. Essa è alla base dell'ingegneria, della tecnologia e delle altre scienze naturali – l'astronomia, la biologia, la chimica e la geologia. La bellezza della fisica sta nella semplicità delle sue leggi fondamentali e nel modo in cui un limitato numero di concetti, equazioni e assunzioni di base può cambiare ed espandere le nostre conoscenze sul mondo che ci circonda.

La *fisica classica*, elaborata prima del 1900, comprende le teorie, i concetti, le leggi e gli esperimenti della meccanica classica, della termodinamica, dell'elettromagnetismo e dell'ottica. Per esempio, Galileo Galilei (1564-1642) diede contributi significativi alla meccanica classica con il suo lavoro sulle leggi del moto in presenza di una accelerazione costante. Nello stesso periodo, Johannes Kepler (1571-1630) usò le osservazioni astronomiche per elaborare delle leggi empiriche sul moto dei pianeti.

I contributi più importanti alla meccanica classica, tuttavia, furono forniti da Isaac Newton (1642-1727), il quale sviluppò la meccanica classica come teoria sistematica e fu uno dei progenitori dell'analisi differenziale quale strumento matematico. Sebbene i principali sviluppi nella fisica classica siano proseguiti nel XVIII secolo, la termodinamica e l'elettromagnetismo non si svilupparono fino alla seconda metà del secolo XIX, soprattutto perché le apparecchiature necessarie ad eseguire esperimenti ben controllabili erano o troppo grossolane o non ancora disponibili. Nonostante molti fenomeni elettrici e magnetici fossero stati studiati precedentemente, una teoria unificata dell'elettromagnetismo si ebbe solo grazie al lavoro di James Clerk Maxwell (1831-1879). In questo testo le varie discipline della fisica classica saranno trattate in sezioni separate; tuttavia, come vedremo, le discipline della meccanica e dell'elettromagnetismo sono fondamentali per tutte le branche della fisica.

Verso la fine del XIX secolo ebbe inizio una grande rivoluzione nella fisica, che viene usualmente indicata come *fisica moderna*. La fisica moderna si sviluppò soprattutto in seguito alla scoperta di svariati fenomeni fisici che non potevano essere spiegati nell'ambito della fisica classica. I due più importanti sviluppi in questa era moderna furono la teoria della relatività e la meccanica quantistica. La teoria della relatività di Albert Einstein rivoluzionò completamente i concetti tradizionali di spazio, tempo ed energia. Questa teoria

descrive correttamente il moto di oggetti che viaggiano con velocità paragonabili alla velocità della luce. La teoria della relatività mostra inoltre come la velocità della luce sia il limite superiore della velocità di un oggetto e che massa ed energia sono tra loro collegate. La meccanica quantistica fu formulata da un certo numero di brillanti scienziati per fornire una descrizione dei fenomeni fisici che hanno luogo a livello atomico.



© 2011 CERN

Il rivelatore Compatto per Muoni a Solenoide (CMS), parte del grande collisore di adroni funzionante al CERN (Consiglio Europeo per la Ricerca Nucleare). Il sistema è stato progettato per rivelare e misurare particelle create nella collisione di protoni di alta energia. Malgrado il nome *compatto*, il rivelatore ha un diametro di 15 metri. Per dare un'idea della scala, notate l'operaio con il casco blu in basso nella foto e gli altri operatori con casco giallo sullo sfondo del rivelatore.

Gli scienziati lavorano costantemente per migliorare la nostra comprensione delle leggi fondamentali e nuove scoperte si susseguono quotidianamente. In molte aree di ricerca esistono notevoli sovrapposizioni fra fisica, chimica e biologia. Una dimostrazione di questa sovrapposizione si può notare nei nomi di alcuni indirizzi scientifici specialistici quali: la biofisica, la biochimica, la chimica fisica, le biotecnologie, e così via. I numerosi progressi tecnologici occorsi in tempi recenti sono il risultato degli sforzi di molti scienziati, ingegneri e tecnici. Alcuni degli sviluppi più importanti avvenuti nella seconda metà del XX secolo sono (1) le missioni spaziali e l'esplorazione della Luna e degli altri pianeti, (2) i microcircuiti e i calcolatori super-veloci, (3) le sofisticate tecniche di trattamento delle immagini utilizzate nella ricerca scientifica e in medicina, e (4) le diverse e rimarchevoli conquiste nel campo dell'ingegneria genetica. I primi anni del XXI secolo hanno portato ulteriori sviluppi. Nuovi materiali, come i nanotubi di carbonio, trovano oggi una grande varietà di applicazioni. Il Premio Nobel per la Fisica del 2010 è stato assegnato in seguito agli esperimenti sul grafene, un materiale bi-dimensionale costituito da atomi di carbonio. Potenziali applicazioni includono il suo utilizzo in una varietà di componenti elettrici e dispositivi utilizzati in ambito biomedico, come quelli impiegati per il sequenziamento del DNA. L'impatto di questi sviluppi e scoperte nella nostra società è stato indubbiamente notevole ed è presumibile che le scoperte e gli sviluppi futuri saranno eccitanti, stimolanti e di notevole beneficio per l'umanità.

Allo scopo di analizzare l'impatto della fisica sugli sviluppi che avvengono nella nostra società, nello studio del contenuto di questo testo utilizzeremo un approccio *contestuale*. Il libro è suddiviso in nove *Contasti*, visti in rapporto alle ricadute sociali, ai fenomeni naturali, o alle applicazioni tecnologiche e/o in ambito medicale, come indicato di seguito:



La Fisica viene largamente applicata oggigiorno nel campo biomedico. In figura è mostrato il Sistema Chirurgico Da Vinci, un dispositivo robotico utilizzato per effettuare operazioni come prostatectomie, isterectomie, riparazione di valvole mitraliche, e anastomosi di arterie coronarie. Il chirurgo siede alla console sulla sinistra e osserva un'immagine stereoscopica del campo chirurgico. I movimenti delle sue mani sono tradotti da un computer nei movimenti delle braccia del robot visibili sopra il tavolo chirurgico sulla destra.

Capitoli	Contesto
2-7	Veicoli con combustibili alternativi
8-11	Missione su Marte
12-14	Terremoti
15	Attacchi di cuore
16-18	Riscaldamento globale
19-21	Fulmini
22-23	Magnetismo in medicina
24-27	Laser

I Contesti forniscono un percorso storico per ciascuna sezione del testo, che aiuteranno a dare rilevanza e motivazione allo studio dei contenuti.

Ciascun Contesto inizia con una discussione sull'argomento, culminante in una *domanda centrale*, che definisce il punto focale per lo studio della fisica nel Contesto. Il paragrafo finale di ciascun capitolo è un “Collegamento al contesto” nel quale il contenuto del capitolo viene esplorato avendo in mente la domanda centrale. Alla fine di ciascun Contesto, un paragrafo “Conclusioni” conterrà tutti i principi necessari per rispondere, per quanto possibile, in maniera esauriente alla domanda centrale.

Nel primo capitolo, analizzeremo alcuni dei fondamenti matematici e delle strategie per risolvere i problemi che useremo nel nostro studio della fisica. Il primo Contesto, *Veicoli con combustibili alternativi*, è introdotto subito prima del Capitolo 2; in questo Contesto i principi della meccanica classica vengono applicati al problema di progettare, sviluppare, produrre e commercializzare un veicolo che possa aiutare nel ridurre la dipendenza dal petrolio ed emettere nell'atmosfera prodotti di scarico contenenti meno sostanze dannose degli attuali motori a benzina.

Introduzione e vettori



Un cartello a Saint Petersburg, Florida, indica la distanza e la direzione per diverse città. Le grandezze che sono definite sia da una intensità sia da una direzione, come la velocità, si chiamano vettori.

Lo scopo della fisica è di fornire una comprensione quantitativa di certi fenomeni di base che hanno luogo nel nostro universo. La fisica è una scienza basata su osservazioni sperimentali ed analisi matematiche. Gli obiettivi principali di questi esperimenti ed analisi consistono sia nello sviluppo di teorie che spieghino i fenomeni in corso di studio sia nel collegamento di tali teorie con altre teorie comprovate. Per nostra fortuna, è possibile spiegare il comportamento di diversi sistemi fisici utilizzando un numero relativamente piccolo di leggi fondamentali. Le procedure analitiche richiedono l'espressione di queste leggi in un linguaggio matematico, uno strumento che funge da ponte tra la teoria e l'esperimento. In questo capitolo discuteremo di alcuni concetti e tecniche matematiche che saranno utilizzate in tutto il testo. Inoltre, illustreremo un'efficace strategia di soluzione dei problemi che sarà adottata ed utilizzata nell'attività di risoluzione dei problemi nel corso di tutto il testo.

1.1

Campioni di lunghezza, massa e tempo

Per descrivere i fenomeni naturali, dobbiamo effettuare misure associate a quantità fisiche, come la lunghezza di un oggetto. Le leggi della fisica possono essere espresse mediante relazioni matematiche tra quantità fisiche che saranno introdotte e discusse nel testo. In meccanica le tre quantità fondamentali sono lunghezza, massa, e tempo. In meccanica, tutte le altre quantità possono essere espresse in termini di queste tre.

Se vogliamo misurare una certa grandezza e indicare i risultati a qualcuno, dobbiamo specificare e definire una unità per la grandezza. Per esempio, sarebbe privo di significato se un visitatore di un altro pianeta ci parlasse di una lunghezza di 8 "glitch" se non conosciamo il significato dell'unità "glitch". D'altra parte, se qualcuno che conosce il nostro sistema di misura riporta che un muro ha altezza di 2.0 metri e la nostra unità di lunghezza è definita come 1.0 metro, sappiamo che l'altezza del muro vale due volte la nostra unità fondamentale di lunghezza. Un comitato internazionale ha stabilito un insieme di definizioni e di campioni per descrivere le grandezze fisiche fondamentali. Esso si chiama **Sistema SI** (Sistema Internazionale) di unità. Le sue unità di lunghezza, massa e tempo sono, rispettivamente, il metro, il chilogrammo e il secondo.

Lunghezza



© 2005 Geoffrey Wheeler Photography

FIGURA 1.1 Un orologio atomico a fontana di Cesio. L'errore dell'orologio sarà inferiore a un secondo in 20 milioni di anni.

Nel 1120 d.C., il Re Enrico I d'Inghilterra con un decreto fissò per quel paese un campione di lunghezza corrispondente alla iarda, vale a dire la distanza corrente tra la punta del suo naso e la fine del braccio teso. Similmente, il campione originale per il piede adottato dai francesi era la lunghezza del piede reale del Re Luigi XIV. Questo campione fu usato fino al 1799, quando il campione legale di lunghezza in Francia divenne il **metro**, definito come la decimilionesima parte della distanza dall'Equatore al Polo Nord.

Molti altri sistemi sono stati sviluppati in aggiunta a quelli già discussi, ma i vantaggi del sistema francese hanno fatto sì che esso prevalesse nella maggior parte dei paesi e ovunque nei circoli scientifici. Fino al 1960, la lunghezza del metro era definita come la distanza fra due tacche su di una particolare barra di platino-iridio mantenuta in condizioni controllate. Anche questo campione è stato abbandonato per diverse ragioni, la principale delle quali è la limitata accuratezza con cui può essere determinata la separazione fra le tacche sulla barra, tale da non soddisfare gli attuali requisiti della scienza e della tecnologia. Fino a poco tempo fa, il metro era definito come 1 650 763.73 lunghezze d'onda della luce rossa-arancione emessa da una lampada al cripton-86. Nell'ottobre del 1983, il metro fu ridefinito come **la distanza percorsa dalla luce nel vuoto durante il tempo di 1/299 792 458 secondi**. In effetti, quest'ultima definizione deriva dall'avere stabilito che la velocità della luce nel vuoto vale esattamente 299 792 458 metri al secondo. Nel testo, per i numeri con più di tre cifre noi utilizzeremo la notazione scientifica standard nella quale gruppi di tre cifre sono separati da spazi invece che da virgole. Pertanto, 1 650 763.73 e 299 792 458 riportati prima in questo paragrafo corrispondono alla più popolare notazione Americana di 1,650,763.73 e 299,792,458. Analogamente, $\pi = 3.14159265$ viene scritto come 3.141 592 65.

DEFINIZIONE DI METRO MASSA

Massa

La massa rappresenta una misura della resistenza di un corpo a cambiamenti del suo stato di moto. L'unità SI di massa, il **chilogrammo**, è definita come **la massa di un particolare cilindro di lega platino-iridio conservato all'Ufficio Internazionale di Pesi e Misure di Sèvres, Francia**. A questo punto, valga un consiglio di cautela. La maggior parte degli studenti che cominciano lo studio della fisica tende a confondere le grandezze fisiche denominate *peso* e *massa*. Al momento non discuteremo delle differenze fra loro; esse saranno chiaramente definite nei capitoli che seguiranno. Valga per ora l'imperativo di considerarle grandezze fisiche completamente differenti.

DEFINIZIONE DI CHILOGRAMMO TEMPO

Tempo

Prima del 1967, il campione di tempo era definito in funzione del *giorno solare medio* (un giorno solare è l'intervallo di tempo fra due comparse successive del Sole nel punto più alto che esso raggiunge nel cielo ogni giorno). L'unità base di tempo, il **secondo**, fu definita come $(1/60)(1/60)(1/24) = 1/86\ 400$ di un giorno solare medio. Nel 1967, il secondo fu ridefinito, avvantaggiandosi dell'alta precisione che poteva essere ottenuta utilizzando un dispositivo noto come orologio atomico (Fig. 1.1), che usa la frequenza caratteristica dell'atomo di cesio-133 come "orologio di riferimento".

DEFINIZIONE DI SECONDO

Il secondo viene quindi definito come **9 192 631 770 volte il periodo di oscillazione della radiazione dell'atomo di cesio**. È possibile oggi comprare orologi e cronometri capaci di ricevere segnali radio dall'orologio atomico in Colorado (in Italia dall'Istituto Galileo Ferraris), che viene utilizzato per sincronizzare continuamente gli stessi orologi e cronometri col tempo corretto.

TABELLA 1.1 | Valori approssimati di alcune lunghezze misurate

	Lunghezza (m)
Distanza dalla Terra alla più lontana quasar nota	1.4×10^{26}
Distanza dalla Terra alla più lontana galassia normale nota	9×10^{25}
Distanza dalla Terra alla più vicina grande galassia (M 31, Andromeda)	2×10^{22}
Distanza dal Sole alla stella più vicina (Proxima Centauri)	4×10^{16}
Un anno-luce	9.46×10^{15}
Raggio orbitale medio della Terra	1.50×10^{11}
Distanza media Terra-Luna	3.84×10^8
Distanza dall'equatore al polo nord	1.00×10^7
Raggio medio della Terra	6.37×10^6
Tipica altezza di un satellite terrestre orbitante	2×10^5
Lunghezza di un campo di calcio	9.1×10^1
Lunghezza di questo manuale	2.8×10^{-1}
Lunghezza di una mosca domestica	$\sim 10^{-3}$
Dimensione della più piccola particella di polvere	$\sim 10^{-4}$
Dimensione delle cellule della maggior parte degli organismi viventi	$\sim 10^{-5}$
Diametro di un atomo di idrogeno	$\sim 10^{-10}$
Diametro di un nucleo di uranio	$\sim 10^{-14}$
Diametro di un protone	$\sim 10^{-15}$

TABELLA 1.2 | Masse di alcuni corpi (valori approssimati)

	Massa (kg)
Universo visibile	$\sim 10^{52}$
Via Lattea (galassia)	$\sim 10^{42}$
Sole	1.99×10^{30}
Terra	5.98×10^{24}
Luna	7.36×10^{22}
Squalo	$\sim 10^3$
Uomo	$\sim 10^2$
Rana	$\sim 10^{-1}$
Zanzara	$\sim 10^{-5}$
Batterio	$\sim 10^{-15}$
Atomo di idrogeno	1.67×10^{-27}
Elettrone	9.11×10^{-31}

Valori approssimati di lunghezza, massa e tempo

Gli ordini di grandezza (valori approssimati) di varie lunghezze, masse, ed intervalli di tempo sono presentati nelle Tabelle 1.1, 1.2 e 1.3, rispettivamente. Si noti il grande intervallo di variabilità di queste grandezze.¹ Dovreste studiare queste tabelle e cercare di visualizzare che cosa si intende per una massa di 100 chilogrammi, ad esempio, o per un intervallo di tempo di 3.2×10^7 secondi.

Alcuni dei prefissi più frequentemente adoperati per le varie potenze di dieci e le loro abbreviazioni sono elencati nella Tabella 1.4. Per esempio, 10^{-3} m equivale a 1 millimetro (mm), e 10^3 m è 1 chilometro (km). Analogamente, 1 kg è 10^3 g ed 1 megavolt (MV) vale 10^6 volt (V).

Un altro esempio di grandezza derivata è la **densità**. La densità ρ (lettera greca rho; una tabella delle lettere dell'alfabeto greco si trova alla fine del testo) di qualunque sostanza è definita come la sua *massa per unità di volume*:

DEFINIZIONE DI DENSITÀ

$$\rho \equiv \frac{m}{V}$$

1.1 ◀

Prevenire le insidie

1.1 Valori ragionevoli

Immaginare i valori tipici delle quantità quando si risolve un problema è importante perché si deve pensare al risultato finale e determinare se sembra ragionevole. Per esempio, se si sta calcolando la dimensione di una mosca e si ottiene un valore di 100 kg, il risultato non è ragionevole e si è commesso un errore da qualche parte.

TABELLA 1.3 | Valori approssimati di alcuni intervalli di tempo

	Intervallo di tempo (s)
Età dell'Universo	4×10^{17}
Età della Terra	1.3×10^{17}
Tempo dalla caduta dell'Impero Romano	5×10^{12}
Età media di uno studente universitario	6.3×10^8
Un anno	3.2×10^7
Un giorno (tempo per una rivoluzione della Terra attorno al suo asse)	8.6×10^4
Tempo di una lezione in classe	3.0×10^3
Tempo fra normali battiti cardiaci consecutivi	8×10^{-1}
Periodo di un'onda sonora nell'udibile	$\sim 10^{-3}$
Periodo di una tipica onda radio	$\sim 10^{-6}$
Periodo di vibrazione di un atomo in un solido	$\sim 10^{-13}$
Periodo di un'onda luminosa nel visibile	$\sim 10^{-15}$
Durata di una collisione nucleare	$\sim 10^{-22}$
Tempo richiesto dalla luce per attraversare un protone	$\sim 10^{-24}$

TABELLA 1.4 | Alcuni prefissi per le potenze di dieci

Potenza	Prefisso	Abbrev.
10^{-24}	yotto	y
10^{-21}	zepto	z
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ
10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	deci	d
10^3	chilo	k
10^6	mega	M
10^9	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E
10^{21}	zetta	Z
10^{24}	yotta	Y

che è il rapporto della massa e del prodotto di tre lunghezze. Per esempio, l'alluminio ha una densità di $2.70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, mentre il piombo ha una densità di $11.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Una estrema differenza in densità la si può immaginare tenendo in una mano un cubo di 10 centimetri (cm) di gommapiuma e nell'altra un cubo di 10 cm di piombo.

I sistemi di unità comunemente adoperati nella scienza, nel commercio, nei manufatti e nella vita quotidiana sono (1) il *sistema SI*, in cui le unità di lunghezza, massa, tempo sono il metro (m), il chilogrammo (kg), e il secondo (s), rispettivamente; e (2) il *sistema tradizionale americano* (detto anche sistema convenzionale) in cui le unità di lunghezza, di massa e di tempo sono piede (ft), slug, e secondo, rispettivamente. Nella maggior parte di questo testo adopereremo le unità SI in quanto quasi universalmente adottate nella scienza e nell'industria. Faremo un uso alquanto limitato delle unità convenzionali nello studio della meccanica classica.

Le variabili lunghezza, tempo, massa sono esempi di *grandezze fondamentali*. Un elenco molto più lungo di variabili contiene *grandezze derivate* o grandezze che possono essere espresse come una combinazione matematica di grandezze fondamentali. Esempi comuni sono l'*area*, che è un prodotto di due lunghezze, e la *velocità*, che è un rapporto fra una lunghezza e un intervallo di tempo.

¹ Se l'uso delle potenze del dieci (notazione scientifica) non ti è familiare, dovresti rivedere l'Appendice B.1.

Analisi dimensionale

In fisica la parola *dimensione* denota la natura fisica di una grandezza. La distanza tra due punti, per esempio, può essere misurata in unità di piedi, di metri o di miglia, modi differenti di esprimere la dimensione della lunghezza.

I simboli usati in questo libro per specificare le dimensioni² di lunghezza, massa e tempo sono, rispettivamente, L, M e T. Spesso adopereremo delle parentesi quadre [] per denotare le dimensioni di una grandezza fisica. Per esempio, in questa notazione le dimensioni della velocità v sono scritte $[v] = L/T$, mentre le dimensioni dell'area A sono $[A] = L^2$. Le dimensioni dell'area, del volume, della velocità e dell'accelerazione sono elencate nella Tabella 1.5, unitamente alle loro unità nei due sistemi di uso comune. Le dimensioni di altre grandezze, quali forza ed energia, verranno determinate man mano che verranno introdotte nel testo. In alcuni casi può accadere di dover derivare o verificare una ben determinata formula. Sebbene i dettagli della derivazione possano essere stati dimenticati, esiste una procedura utile e potente chiamata **analisi dimensionale** che può essere adoperata come un controllo di coerenza per aiutarci nella derivazione o nella verifica dell'espressione finale. L'analisi dimensionale utilizza il fatto che le dimensioni possono essere trattate come grandezze algebriche. Per esempio, le grandezze possono essere sommate o sottratte fra loro solamente se hanno le stesse dimensioni. Inoltre, i termini di ciascun membro di una equazione debbono avere le stesse dimensioni. Seguendo queste semplici regole, si può adoperare l'analisi dimensionale come valido ausilio per giudicare la correttezza della forma di una espressione, poiché

Prevenire le insidie 1.2 Simboli delle grandezze

Alcune grandezze hanno un numero piccolo di simboli che le rappresentano. Per esempio, il simbolo per il tempo è quasi sempre t . Altre grandezze possono avere diversi simboli a seconda dell'uso. La lunghezza può essere descritta mediante i simboli x , y , e z (per la posizione); r (per il raggio); a , b , e c (per i lati di un triangolo); ℓ (per la lunghezza di un oggetto); d (per la distanza); h (per l'altezza); e così via.

 **TABELLA 1.5 | Dimensioni ed unità di quattro grandezze derivate**

Grandezza	Area (A)	Volume (V)	Velocità (v)	Accelerazione (a)
Dimensioni	L^2	L^3	L/T	L/T^2
Sistema SI	m^2	m^3	m/s	m/s^2
Sistema convenzionale U.S.	ft^2	ft^3	ft/s	ft/s^2

²Le dimensioni di una variabile saranno rappresentate mediante lettere maiuscole non corsive, come ad esempio nel caso della lunghezza, L. Il simbolo per la stessa variabile sarà scritto in corsivo, come L per la lunghezza di un oggetto o t per il tempo.

la relazione può essere corretta solamente se le dimensioni in ambo i membri dell'equazione sono le stesse.

Per illustrare il procedimento, supponiamo di volere derivare una formula per la posizione x di un'automobile al tempo t se l'automobile parte da ferma a $t = 0$ e si muove con accelerazione costante a . Troveremo nel Capitolo 2 che l'espressione corretta in questo caso particolare è $x = \frac{1}{2} at^2$. Verifichiamo la validità di questa espressione seguendo il criterio dell'analisi dimensionale.

La grandezza x al primo membro ha le dimensioni di una lunghezza. Affinché l'equazione sia dimensionalmente corretta, anche la grandezza al secondo membro deve avere le dimensioni di una lunghezza. Possiamo effettuare una verifica dimensionale sostituendo le unità fondamentali per l'accelerazione, L/T^2 (Tabella 1.5), e per il tempo, T, nell'equazione. Cioè, la forma dimensionale per l'equazione $x = \frac{1}{2} at^2$ può essere scritta come

$$[x] = \frac{L}{T^2} T^2 = L$$

Le unità di tempo si semplificano, lasciando la dimensione di lunghezza, che è la dimensione corretta per la posizione x . Notiamo che il numero $\frac{1}{2} at$ nell'equazione non ha unità, quindi

non entra nell'analisi dimensionale.

QUIZ RAPIDO 1.1 Vero o Falso:

L'analisi dimensionale può fornire il valore numerico delle costanti di proporzionalità che sono presenti in una espressione algebrica.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 1.1 Analisi di una equazione

Dimostrare che l'equazione $v = at$ è dimensionalmente corretta, dove v rappresenta la velocità, a l'accelerazione e t un istante di tempo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Conversione delle unità

A volte è necessario convertire le unità da un sistema ad un altro, oppure fare una conversione fra unità diverse dello stesso sistema, come per esempio fra chilometri e metri. I fattori di conversione fra le unità SI e le unità convenzionali U.S. di lunghezza sono i seguenti:

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ miglio (mi)} = 1\,609 \text{ m} = 1.609 \text{ km} & 1 \text{ ft (piede)} = 0.3048 \text{ m} = 30.48 \text{ cm} \\ 1 \text{ m} = 39.37 \text{ in.} = 3.281 \text{ ft} & 1 \text{ in. (pollice)} = 0.0254 \text{ m} = 2.54 \text{ cm} \end{array}$$

$$15.0 \text{ in.} = (15.0 \text{ in.}) \left(\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in.}} \right) = 38.1 \text{ cm}$$

Una lista più completa di fattori di conversione può essere reperita nell'Appendice A.

Le unità possono essere trattate come grandezze algebriche che si possono elidere tra di loro. Per operare una conversione, una grandezza deve essere moltiplicata per un **fattore di conversione**, che è una frazione uguale a 1, con il numeratore e il denominatore aventi diverse unità, per fornire le unità desiderate nel risultato finale. Per esempio, supponiamo di volere convertire 15.0 in. in centimetri. Poiché 1 in. = 2.54 cm, moltiplichiamo per un fattore di conversione che è l'appropriato rapporto di queste grandezze uguali, e troviamo che

$$(38.0 \text{ m/s}) \frac{1 \text{ mi}}{1\,609 \text{ m}} = 2.36 \times 10^{-2} \text{ mi/s}$$

dove il rapporto in parentesi è uguale a 1. Da notare che noi scegliamo di porre l'unità di un inch al denominatore ed essa si elide con l'unità nell'originaria grandezza. L'unità che rimane è il centimetro, che è il risultato da noi voluto.

Prevenire le insidie 1.2 Includi sempre le unità

Quando esegui i calcoli, prendi l'abitudine di includere le unità di misura per ogni grandezza e di portare avanti le unità per l'intero svolgimento del calcolo. Evita la tentazione di lasciar perdere le unità durante i passaggi del calcolo e poi applicare l'unità di misura attesa al numero che viene fuori per la risposta. Includendo le unità in ogni passaggio, puoi trovare gli errori nel caso le unità della risposta siano sbagliate.

QUIZ RAPIDO 1.2

La distanza fra due città è 100 mi. Il numero di chilometri che intercorre fra le due città è **(a)** minore di 100, **(b)** maggiore di 100, **(c)** uguale a 100.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Esempio 1.2 È in eccesso di velocità ?

Un'auto sta viaggiando ad una velocità di 38.0 m/s su un'autostrada nella regione rurale del Wyoming. Sta superando il limite di velocità di 75.0 mi/h?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Calcoli di ordini di grandezza

Supponiamo che qualcuno ti chieda il numero di bit di dati presenti su un tipico compact disc musicale. In genere non ci si aspetta un numero esatto come risposta, ma piuttosto una stima, che può essere espressa in notazione scientifica. La stima può essere resa ancora più approssimata esprimendola mediante l'ordine di *grandezza*, che è una potenza di dieci determinata come segue:

1. Esprimi il numero in notazione scientifica, con il numero che moltiplica la potenza di dieci compreso fra 1 e 10 e l'unità di misura.
2. Se il moltiplicatore è inferiore a 3.162 (la radice quadrata di dieci), l'ordine di grandezza del numero è la potenza di dieci nella notazione scientifica. Se il moltiplicatore è maggiore di 3.162, l'ordine di grandezza è la potenza di dieci nella notazione scientifica più uno.

Noi usiamo il simbolo \sim per indicare “è dell'ordine di”. Usa la procedura indicata sopra per verificare l'ordine di grandezza delle seguenti lunghezze:

$$0.008\ 6\ \text{m} \sim 10^{-2}\ \text{m} \quad 0.002\ 1\ \text{m} \sim 10^{-3}\ \text{m} \quad 720\ \text{m} \sim 10^3\ \text{m}$$

Generalmente, quando si fa un calcolo di ordine di grandezza, i risultati sono accettabili entro un fattore 10. Se una quantità aumenta di valore di tre ordini di grandezza ciò significa che il suo valore è aumentato di un fattore $10^3 = 1\ 000$.

Esempio 1.3 Il numero di atomi in un solido

Stima il numero di atomi in un cm^3 di un solido.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 1.4 Respiri nell'arco della vita

Stimare il numero di respiri nell'arco di una vita umana.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Cifre significative

Quando vengono misurate certe grandezze, i valori ottenuti sono conosciuti entro i limiti dell'incertezza sperimentale. Il grado di incertezza può dipendere da vari fattori, come la qualità dell'apparecchiatura utilizzata, la perizia dello sperimentatore ed il numero di misure effettuate. Il numero di **cifre significative** in una misura può essere usato per comunicare qualcosa sull'incertezza. Il numero di cifre significative è legato al numero di cifre utilizzate per esprimere la misura, come discuteremo nel seguito.

Come esempio di cifre significative, supponiamo ci sia richiesto di misurare il raggio di un compact disc usando come strumento di misura un metro rigido. Assumiamo che l'accuratezza con la quale possiamo misurare il raggio del disco sia ± 0.1 cm. A causa dell'incertezza di ± 0.1 cm, se la misura del raggio è 6.0 cm, possiamo affermare solo che il raggio è compreso tra 5.9 e 6.1 cm. In questo caso, possiamo dire che il valore misurato di 6.0 cm ha due cifre significative. Si noti che *le cifre significative includono la prima cifra ottenuta*. Perciò, possiamo scrivere il raggio come (6.0 ± 0.1) cm.

Gli zeri possono essere cifre significative oppure no. Quelli che vengono usati per fissare la posizione del punto decimale come nei numeri 0.03 e 0.007 5 non sono cifre significative. Quindi, nei precedenti due valori vi sono, rispettivamente, una e due cifre significative. Quando, tuttavia, la posizione degli zeri si trova dopo altre cifre vi è la possibilità di una interpretazione non univoca. Per esempio, supponiamo che la massa misurata di un oggetto sia 1 500 g. Questo valore è ambiguo giacché non sappiamo se gli ultimi due zeri vengono adoperati per collocare il punto decimale o se essi rappresentano cifre significative nella misura. Per rimuovere questa ambiguità, è pratica comune l'uso della notazione scientifica per indicare il numero di cifre significative. In questo caso, esprimeremo la massa come 1.5×10^3 g se ci sono due cifre significative nel valore misurato, 1.50×10^3 g se ci sono tre cifre significative e 1.500×10^3 se ce ne sono quattro. La stessa regola vale per i numeri inferiori a 1, ad esempio 2.3×10^{-4} ha due cifre significative (e quindi può essere scritto come 0.000 23) e 2.3×10^{-4} ha tre cifre significative (e quindi può anche essere scritto come 0.000 230). Nel risolvere problemi, spesso combiniamo matematicamente quantità mediante moltiplicazione, divisione, addizione, sottrazione, e così via. Nel farlo, bisogna essere sicuri che il risultato abbia il numero appropriato di cifre significative. Una buona regola empirica da usare nel determinare il numero di cifre significative che possono risultare in una moltiplicazione o una divisione è la seguente: Quando si moltiplicano diverse grandezze, la risposta finale ha lo stesso numero di cifre significative della grandezza col più basso numero di cifre significative. La stessa regola vale per la divisione.

Applichiamo questa regola per trovare l'area del compact disc il cui raggio abbiamo misurato in precedenza. Utilizzando l'equazione che esprime l'area di un cerchio,

$$A = \pi r^2 = \pi(6.0 \text{ cm})^2 = 1.1 \times 10^2 \text{ cm}^2$$

Sesieffettuaquestocalcoloconlacalcolatrice,probabilmenteoterà113.0973355. Dovrebbe essere chiaro che non vogliamo mantenere tutte queste cifre, e potremmo essere tentati di riportare il risultato come 113 cm^2 . Questo risultato non è giustificato perché ha tre cifre significative, mentre il raggio ne ha solo due. Perciò, dobbiamo riportare il risultato con solo due cifre significative come riportato sopra.

Per l'addizione e la sottrazione si deve tener conto del numero di posti decimali quando si determina il numero di cifre significative da riportare.

Quando i numeri vengono sommati o sottratti, il numero di posti decimali nel risultato è uguale al numero più piccolo di posti decimali di ciascun termine della somma.

Come esempio di questa regola, si consideri la somma

$$23.2 + 5.174 = 28.4$$

Si noti che non riportiamo la risposta come 28.374 perché il numero di posti decimali è uno, nel caso di 23.2. Perciò, la nostra risposta deve riportare un solo posto decimale.

La regola per addizioni e sottrazioni può spesso risultare in risposte che hanno un numero differente di cifre significative rispetto alla quantità di partenza. Per esempio, consideriamo queste operazioni che soddisfano la precedente regola:

$$1.000\ 1 + 0.000\ 3 = 1.000\ 4$$

$$1.002 - 0.998 = 0.004$$

Nel primo esempio, il risultato ha cinque cifre significative anche se uno dei termini, 0.000 3, ha solo una cifra significativa. Analogamente, nel secondo calcolo, il risultato ha solo una cifra significativa anche se i numeri sottratti ne hanno quattro e tre, rispettivamente.

LINEE GUIDA PER LE CIFRE SIGNIFICATIVE IN QUESTO TESTO

In questo testo, la maggior parte degli esempi numerici e dei problemi di fine capitolo prevede risposte con tre cifre significative. Nell'effettuare delle stime, tipicamente lavoreremo con una sola cifra significativa.

Se il numero di cifre significative nel risultato di un calcolo dovesse essere ridotto, una regola generale per arrotondare i numeri stabilisce che l'ultima cifra mantenuta deve essere aumentata di 1 se l'ultima cifra trascurata è maggiore di 5. (Per esempio, 1.346 diventa 1.35.) Se l'ultima cifra trascurata è minore di 5, l'ultima cifra mantenuta rimane invariata. (Per esempio, 1.343 diventa 1.34.) Se l'ultima cifra trascurata è uguale a 5, la rimanente cifra dovrà essere arrotondata al numero pari più vicino. (Questa regola aiuta ad evitare l'accumulo di errori nei lunghi processi aritmetici.)

Una tecnica per evitare l'accumulo di errori è ritardare l'arrotondamento di numeri in un lungo calcolo fino al risultato finale. Aspetta fino al momento in cui sei pronto a copiare il risultato finale dalla tua calcolatrice prima di arrotondare al corretto numero di cifre significative. In questo testo, mostriamo i valori numerici arrotondati a due o tre cifre significative. Occasionalmente questo può far apparire strana o errata qualche manipolazione matematica. Per esempio, guardando all'Esempio 1.8 a pagina 21, vedrai l'operazione $- 17.7 \text{ km} + 34.6 \text{ km} = 17.0 \text{ km}$. Questo sembra una sottrazione errata, ma solo perché abbiamo mostrato i numeri 17.7 km e 34.6 km arrotondati. Se avessimo mantenuto tutte le cifre di questi due numeri intermedi ed effettuato l'arrotondamento solo sul numero finale, avremmo ottenuto il risultato corretto di 17.0 km con tre cifre significative.

Prevenire le insidie 1.4 Leggi attentamente

Si noti che la regola dell'addizione e sottrazione è differente da quella della moltiplicazione e divisione. Nel caso di addizioni e sottrazioni, è importante il numero di *posti decimali*, non il numero di cifre significative

Prevenire le insidie 1.5 Soluzioni in forma algebrica

Quando si risolvono problemi, è molto utile effettuare il calcolo completamente in forma algebrica ed attendere fino al termine prima di sostituire i valori numerici al posto delle espressioni simboliche. Questo metodo eviterà l'uso ripetuto della calcolatrice, specialmente se alcune quantità si cancellano in modo tale da non dover inserire mai il loro valore nella calcolatrice! Inoltre, si dovrà arrotondare una sola volta, cioè il risultato finale.

Esempio 1.5 Posizionamento di un tappeto

Un tappeto deve essere posizionato in una stanza rettangolare la cui lunghezza misura 12.71 m, e la cui larghezza misura 3.46 m. Si trovi l'area della stanza.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Sistemi di coordinate

Molti aspetti della fisica in un modo o nell'altro hanno a che fare con la collocazione spaziale. Per esempio, la descrizione matematica del moto di un oggetto richiede un metodo per specificare la posizione dell'oggetto. Quindi, è meglio discutere prima come sia possibile descrivere la posizione di un punto nello spazio mediante le coordinate in una rappresentazione grafica. Un punto su una linea può essere descritto da una sola coordinata; un punto in un piano è individuato da due coordinate, e tre coordinate sono necessarie per posizionare un punto nello spazio.

Un sistema di coordinate usato per specificare posizioni nello spazio consiste di:

Un punto di riferimento fisso O , detto origine

Un insieme di assi o direzioni specificate, ciascuno con scala di misura ed un nome appropriati

Istruzioni che ci dicono come contrassegnare un punto dello spazio rispetto all'origine e agli assi

Un sistema conveniente di coordinate che verrà usato frequentemente è il *sistema di coordinate cartesiane*, detto talvolta *sistema di coordinate ortogonali*. Un siffatto sistema in due dimensioni è illustrato in Figura 1.3. Un punto arbitrario in questo sistema è contrassegnato con le coordinate (x, y) . x è positiva nei punti a destra dell'origine e y è positiva in alto rispetto all'origine. x è negativa a sinistra dell'origine e y è negativa in basso rispetto all'origine.

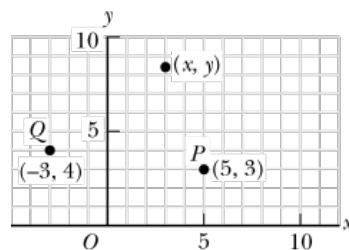


FIGURA 1.3 Designazione di punti in un sistema di coordinate cartesiane. Ogni quadratino nel piano xy ha lato 1 m. Ogni punto è individuato dalle coordinate (x, y) .

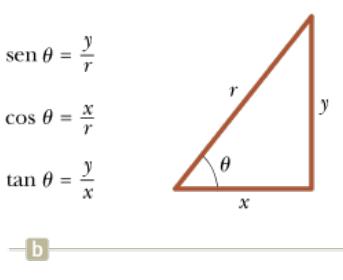
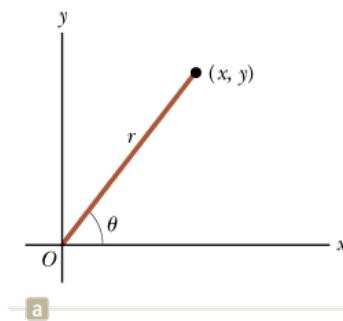


FIGURA 1.4 (a) Le coordinate polari piane di un punto sono rappresentate dalla distanza r e dall'angolo θ , dove θ è misurato in verso antiorario rispetto all'asse x positivo. (b) Il triangolo rettangolo utilizzato per collegare (x, y) a (r, θ) .

Per esempio il punto P , che ha coordinate $(5, 3)$, può essere raggiunto percorrendo prima 5 metri a destra dell'origine e poi 3 metri al di sopra dell'origine (*oppure* percorrendo 3 m al di sopra dell'origine e poi 5 m a destra dell'origine). Similmente, il punto Q ha coordinate $(-3, 4)$ che corrispondono ad uno spostamento di 3 metri a sinistra dell'origine e di 4 metri al di sopra dell'origine.

Talvolta è più conveniente rappresentare un punto in un piano tramite le sue *coordinate polari piane* (r, θ), come nella Figura 1.4a. In questo sistema di coordinate, r è la distanza dall'origine al punto e θ è l'angolo fra r e un asse fisso, generalmente misurato in verso antiorario rispetto all'asse x positivo. Dal triangolo rettangolo nella Figura 1.4b, troviamo $\sin \theta = y/r$ e $\cos \theta = x/r$ (un richiamo delle funzioni trigonometriche è fornito in Appendice B.4). Pertanto, partendo dalle coordinate polari piane, si ottengono le coordinate cartesiane tramite le equazioni

$$x = r \cos \theta \quad \text{1.2} \blacktriangleleft$$

$$y = r \sin \theta \quad \text{1.3} \blacktriangleleft$$

Inoltre, se conosciamo le coordinate cartesiane, dalle definizioni trigonometriche segue che

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad \text{1.4} \blacktriangleleft$$

e

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{1.5} \blacktriangleleft$$

Va osservato che queste espressioni che legano le coordinate (x, y) alle coordinate (r, θ) si applicano solamente quando θ è definito come in Figura 1.4a, dove un valore θ positivo è un angolo misurato *in verso antiorario* a partire dall'asse x positivo. Scelte diverse sono fatte nella navigazione e in astronomia. Se l'asse di riferimento per l'angolo polare θ è scelto diversamente dall'asse x positivo o il verso di θ crescente viene scelto in modo diverso, allora le corrispondenti espressioni che legano i due sistemi di coordinate cambieranno.

Vettori e scalari

Le grandezze fisiche che incontreremo in questo testo possono essere suddivise in due categorie: scalari e vettori. Uno **scalare** è una grandezza che è completamente specificata da un numero positivo o negativo espresso in unità appropriate. Invece, un **vettore** è una grandezza fisica che deve essere specificata in intensità, direzione e verso.

Il numero di acini in un grappolo d'uva (Fig. 1.5a) è un esempio di grandezza scalare. Se si dice che nel grappolo vi sono 38 acini, si specifica in maniera completa l'informazione richiesta; non è necessario specificare una direzione

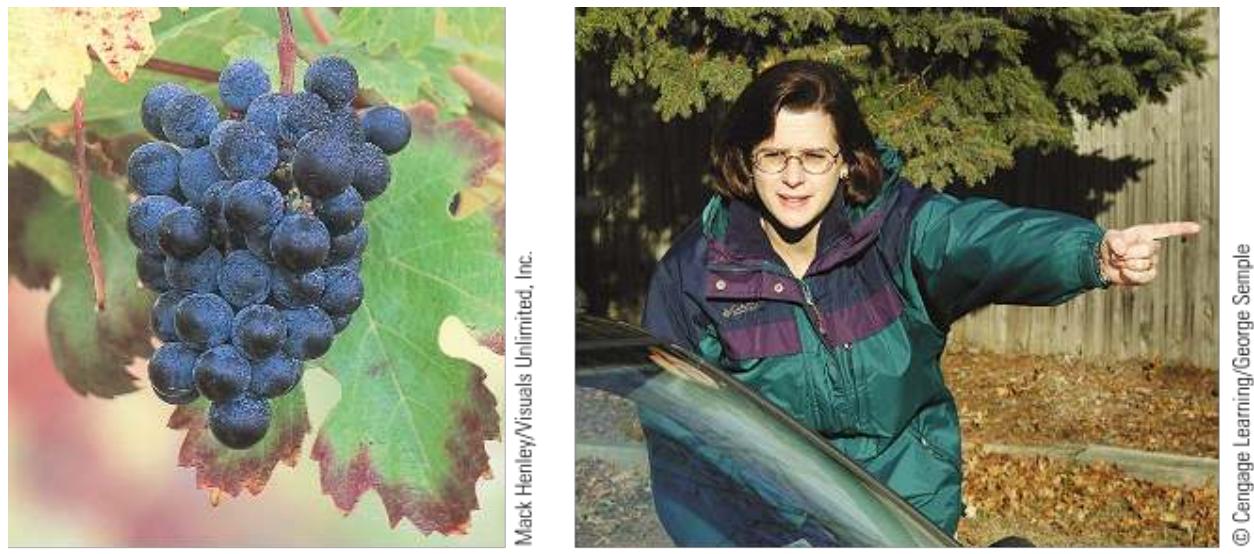


FIGURA 1.5 (a) Il numero di acini in questo grappolo è un esempio di quantità scalare. Puoi pensare ad altri esempi? (b) Questa persona indicando la direzione corretta ci dice di viaggiare per cinque isolati in direzione nord per raggiungere il palazzo di giustizia. Un vettore è un quantità fisica che è specificata da modulo, direzione e verso.

Altri esempi di grandezze scalari sono la temperatura, il volume, la massa e gli intervalli di tempo. Per manipolare le grandezze scalari si adoperano le regole dell'aritmetica ordinaria – esse possono essere sommate o sottratte (assumendo che esse abbiano le stesse unità!), moltiplicate o divise liberamente.

► Spostamento

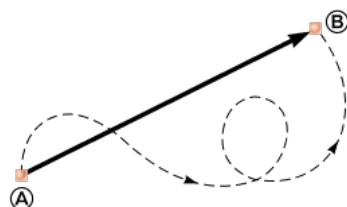


FIGURA 1.6 Quando un punto materiale si muove da A a B lungo un percorso arbitrario rappresentato dalla linea tratteggiata, il suo spostamento è un vettore indicato dalla freccia che unisce A e B.

► Distanza

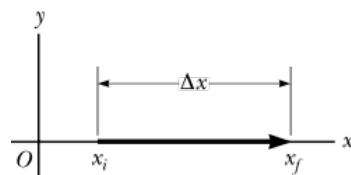


FIGURA 1.7 Un punto materiale in moto lungo l'asse delle x da x_i a x_f subisce uno spostamento $\Delta x = x_f - x_i$.

La forza costituisce un esempio di grandezza vettoriale. Per descrivere completamente la forza agente su un oggetto, dobbiamo specificare sia direzione e verso della forza applicata sia un numero che indichi il modulo (l'intensità) della forza.

Altro esempio semplice di grandezza vettoriale è lo spostamento di una particella, definito come il cambiamento della sua posizione. La persona in Figura 1.5b sta indicando la direzione del vettore spostamento per raggiungere il palazzo di giustizia; in più ci dirà anche il modulo dello spostamento insieme alla direzione orientata, per esempio, “5 isolati verso nord”.

Supponiamo che una particella (punto materiale) si muova da un punto A ad un punto B lungo una retta come in Figura 1.6. Rappresentiamo questo spostamento disegnando una freccia da A a B, in cui la punta della freccia rappresenta il verso dello spostamento e la lunghezza della freccia rappresenta il modulo dello spostamento. Se il punto materiale descrive un qualche altro percorso da A a B, quale quello tratteggiato in Figura 1.6, il suo spostamento è ancora il vettore da A a B. Il vettore spostamento lungo qualsiasi percorso non rettilineo da A a B è definito come equivalente allo spostamento rettilineo da A a B. Il modulo dello spostamento è la distanza più breve tra i punti estremi. Così, lo **spostamento di un punto materiale è completamente noto se sono note le sue coordinate iniziali e finali**. Il percorso non va necessariamente specificato. In altre parole, lo **spostamento è indipendente dal percorso**, se gli estremi del percorso sono fissati.

È importante sottolineare che la **distanza** percorsa da un punto materiale non va confusa con il suo spostamento. La distanza percorsa (che è una grandezza scalare) rappresenta la lunghezza del percorso, che generalmente è maggiore del modulo del vettore spostamento. In Figura 1.6 la lunghezza della linea tratteggiata è molto maggiore del modulo del vettore spostamento, in nero.

Se il punto materiale si muove lungo l'asse x dalla posizione x_i alla posizione x_f , come in Figura 1.7, il suo spostamento è dato da $x_f - x_i$. (Gli indici i ed f si riferiscono ai valori iniziale e finale). Usiamo la lettera greca delta (Δ) per indicare la *variazione* di una grandezza. Pertanto, scriviamo la variazione di posizione del punto materiale (lo spostamento) come

$$\Delta x \equiv x_f - x_i$$

1.6◀

Da questa definizione, vediamo che Δx è positivo se x_f è maggiore di x_i e negativo se x_f è minore di x_i . Per esempio, se una particella cambia la sua posizione da $x_i = -5$ m a $x_f = 3$ m, il suo spostamento è $\Delta x = +8$ m.

Oltre allo spostamento esistono molte altre grandezze fisiche che sono dei vettori. Queste includono la velocità, l'accelerazione, la forza, la quantità di moto, che verranno tutte definite nei capitoli successivi. In questo testo, useremo lettere in → grassetto con una freccia sopra, ad esempio \vec{A} , per rappresentare i vettori. Un altro metodo largamente diffuso per la notazione vettoriale, di cui deve esservi familiare l'uso, è di adoperare semplicemente una lettera in grassetto: **A**.

Il modulo del vettore si scrive A oppure, alternativamente, $|A|$. Il modulo di un vettore è sempre positivo e porta con sé le unità della grandezza che il vettore rappresenta, come per esempio il metro per lo spostamento o il metro al secondo per la velocità. I vettori si compongono secondo regole particolari, che verranno discusse nei Paragrafi 1.8 e 1.9.

QUIZ RAPIDO 1.3

Quali delle seguenti quantità sono vettoriali e quali scalari?

- (a) la tua età (b) l'accelerazione (c) la velocità (d) la rapidità (e) la massa

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 1.1

Considera il tuo percorso per andare la mattina al lavoro o a scuola. Qual è maggiore, la lunghezza del percorso o il modulo del vettore spostamento?

Ragionamento Il percorso effettuato, a meno che non utilizzi un percorso fuori dal comune, deve essere maggiore del modulo del vettore spostamento. Il percorso include tutti i giri e le svolte che fai nel seguire la strada da casa al lavoro o a scuola. Invece, il modulo del vettore spostamento è la lunghezza della linea retta che congiunge casa tua con il posto di lavoro o la scuola. Ciò è spesso descritto informalmente come “la distanza in linea d’aria”. Il solo modo in cui il percorso possa essere lo stesso del modulo del vettore spostamento sarebbe quello in cui il tuo percorso fosse in linea retta perfetta, cosa altamente improbabile! La lunghezza del percorso non può mai essere inferiore al modulo del vettore spostamento, poiché la distanza più breve fra due punti è una linea retta.

Typesetting math: 100%

Alcune proprietà dei vettori

Uguaglianza di due vettori

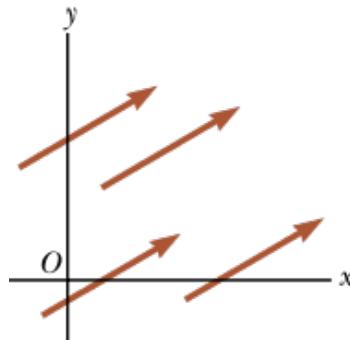


FIGURA 1.8 Queste quattro rappresentazioni di vettori sono uguali perché tutti i vettori hanno lo stesso modulo, stessa direzione e stesso verso.

Due vettori \vec{A} e \vec{B} sono per definizione uguali se hanno le stesse unità di misura, lo stesso modulo e puntano nella stessa direzione e verso. Cioè, $\vec{A} = \vec{B}$ solo se $A = B$ e \vec{A} e \vec{B} puntano concordemente nella stessa direzione. Per esempio, tutti i vettori in Figura 1.8 sono uguali anche se hanno differenti origini. Questa proprietà permette di traslare un vettore parallelamente a se stesso in un diagramma senza alterarlo.

Addizione

Le regole per le somme vettoriali sono convenientemente descritte da metodi geometrici. Per sommare il vettore \vec{B} al vettore \vec{A} , prima si disegna il vettore \vec{A} , con il suo modulo rappresentato in una scala opportuna, su una carta millimetrata, e poi si disegna il vettore \vec{B} nella stessa scala, con il suo inizio a partire dalla punta di \vec{A} , come nella Figura 1.9a. Il vettore risultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ è il vettore tracciato dalla coda di \vec{A} alla punta di \vec{B} . La tecnica di somma descritta è spesso chiamata “metodo punta-coda”.

Quando due vettori vengono sommati, la somma è indipendente dall'ordine. Ciò può essere visto nella costruzione geometrica di Figura 1.9b ed è noto come **proprietà commutativa della somma**:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

1.7◀

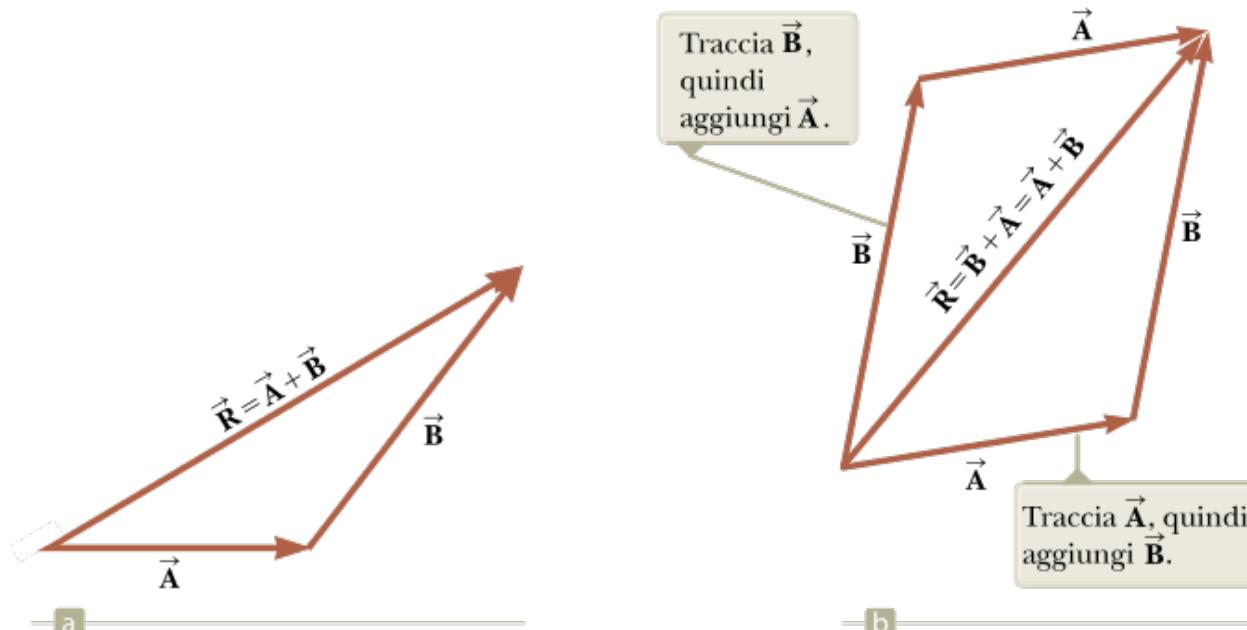


FIGURA 1.9 (a) Quando il vettore \vec{B} è sommato al vettore \vec{A} , il risultante \vec{R} è il vettore che va dalla coda di \vec{A} alla punta di \vec{B} . (b) Questa costruzione mostra

che $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$; la somma tra vettori è commutativa.

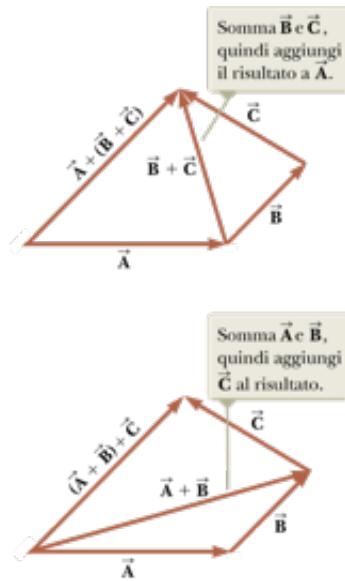


FIGURA 1.10 Costruzione geometrica per verificare la proprietà associativa dell'addizione.

Se tre o più vettori vengono sommati, la loro somma è indipendente dal modo in cui i singoli vettori vengono raggruppati. Una prova geometrica di questa proprietà, nel caso di tre vettori, è data in Figura 1.10. Questa viene detta **proprietà associativa della somma**:

Prevenire le insidie 1.6 Confronto tra l'addizione di vettori e scalari

Tieni a mente che $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ è molto diverso da $A + B = C$. La prima equazione è una somma vettoriale, che deve essere maneggiata con attenzione, con il metodo grafico descritto in Figura 1.9. La seconda equazione è una semplice addizione algebrica di numeri che è trattata con le normali regole aritmetiche.

$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$$

1.8◀

Le costruzioni geometriche possono anche essere adoperate per sommare più di tre vettori, come mostrato in Figura 1.11 nel caso di quattro vettori. Il vettore somma risultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ è il vettore che completa il poligono formato dai vettori che si sommano. In altre parole, è il vettore disegnato dalla coda del primo vettore alla punta dell'ultimo vettore. Ancora una volta ribadiamo che l'ordine con cui si effettua la somma è irrilevante.

Concludendo, **un vettore è una grandezza che possiede sia modulo che direzione e verso e che obbedisce alle leggi della somma vettoriale** così come descritte nelle Figure da 1.9 fino a 1.11. Quando due o più vettori vengono sommati, *tutti* i vettori implicati devono avere le stesse unità. Per esempio, sarebbe privo di significato sommare un vettore velocità (per esempio 60 km/h verso est) ad un vettore spostamento (200 km verso nord) in quanto essi sono grandezze fisiche diverse. Anche gli scalari obbediscono alla stessa legge. Per esempio, sarebbe privo di significato sommare intervalli di tempo e temperature.

Opposto di un vettore

L'opposto del vettore \vec{A} è definito come il vettore che, sommato ad \vec{A} , dà un vettore somma uguale a 0. Cioè, $\vec{A} + (-\vec{A}) = 0$. I vettori \vec{A} e $-\vec{A}$ hanno lo stesso modulo ma puntano in

versi opposti.

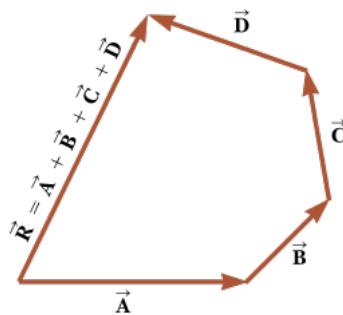


FIGURA 1.11 Costruzione geometrica per sommare quattro vettori. Il vettore risultante \vec{R} completa il poligono e unisce la coda del primo vettore alla punta dell'ultimo.

Sottrazione di vettori

L'operazione di sottrazione vettoriale fa uso della definizione di opposto di un vettore. Definiamo l'operazione $\vec{A} - \vec{B}$ come la somma del vettore $-\vec{B}$ con il vettore \vec{A} :

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) \quad 1.9 \blacktriangleleft$$

La costruzione geometrica per sottrarre due vettori è mostrata in Figura 1.12.

Moltiplicazione di un vettore per uno scalare

Se un vettore \vec{A} viene moltiplicato per una grandezza scalare positiva s , il prodotto $s\vec{A}$ è un vettore che ha la stessa direzione e verso di \vec{A} e modulo sA . Se s è una grandezza scalare negativa, il vettore $s\vec{A}$ è diretto in verso opposto ad \vec{A} . Per esempio, il vettore $5\vec{A}$ è lungo cinque volte \vec{A} e punta nello stesso verso di \vec{A} . D'altra parte, il vettore $-\frac{1}{3}\vec{A}$ è un vettore che ha una lunghezza pari a un terzo della lunghezza di \vec{A} e punta in verso opposto ad \vec{A} (a causa del segno negativo).

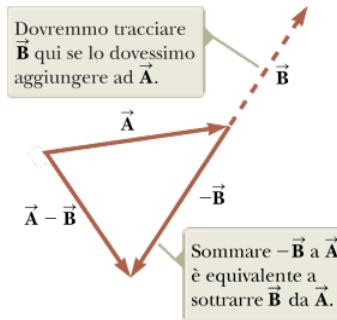


FIGURA 1.12 Sottrarre il vettore \vec{B} dal vettore \vec{A} . Il vettore $-\vec{B}$ è uguale in modulo al vettore \vec{B} e punta nel verso opposto.

Moltiplicazione di due vettori

Due vettori \vec{A} e \vec{B} possono essere moltiplicati in due diversi modi per produrre sia una grandezza scalare che vettoriale. Il **prodotto scalare** (prodotto indicato col punto) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ è una grandezza scalare uguale ad $AB \cos \theta$, dove θ è l'angolo tra \vec{A} e \vec{B} . Il **prodotto vettoriale** (prodotto indicato con la \times) $\vec{A} \times \vec{B}$ è una grandezza vettoriale il cui modulo è uguale ad $AB \sin \theta$. Discuteremo questi prodotti più a fondo nei Capitoli 6 e 10, dove si inizierà ad utilizzarli.

QUIZ RAPIDO 1.4

Il modulo dei vettori \vec{A} e \vec{B} è $A = 12$ unità e $B = 8$ unità. Quale coppia di numeri rappresenta il *più grande* e *più piccolo* valore possibile per il modulo del vettore risultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$? ? (a) 14.4 unità, 4 unità (b) 12 unità, 8 unità (c) 20 unità, 4 unità (d) nessuna delle precedenti risposte.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 1.5

Se il vettore \vec{B} è aggiunto al vettore \vec{A} , in quale condizione il vettore risultante $\vec{A} + \vec{B}$ ha modulo $A + B$? (a) \vec{A} e \vec{B} sono paralleli e hanno lo stesso verso (b) \vec{A} e \vec{B} sono paralleli e hanno verso opposto (c) \vec{A} e \vec{B} sono perpendicolari.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Componenti di un vettore e versori

Il metodo geometrico di somma vettoriale non è una procedura raccomandabile in situazioni in cui si richiede alta precisione, oppure in problemi tridimensionali, poiché implica il disegno su una carta bidimensionale. In questo paragrafo, descriviamo un metodo per sommare i vettori che fa uso delle *proiezioni* di un vettore secondo gli assi di un sistema di coordinate ortogonali. Queste proiezioni sono chiamate le **componenti** del vettore o le sue **componenti rettangolari**. Ogni vettore può essere completamente descritto mediante le sue componenti. Consideriamo un vettore \vec{A} nel piano xy che forma un angolo θ arbitrario con l'asse x positivo come in Figura 1.13a. Questo vettore può essere espresso come la somma di altri due vettori componenti \vec{A}_x , che è parallelo all'asse delle x , e \vec{A}_y , parallelo all'asse delle y . Dalla Figura 1.13b, vediamo che i tre vettori formano un triangolo rettangolo e che $\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$. Spesso ci riferiremo alle "componenti di un vettore \vec{A} ", come A_x e A_y (senza grassetto). La componente A_x rappresenta la proiezione di \vec{A} lungo l'asse x , mentre A_y rappresenta la proiezione di \vec{A} lungo l'asse y . Le componenti di un vettore, che sono grandezze scalari, possono essere sia positive che negative. La componente A_x è positiva se il vettore componente \vec{A}_x punta nel verso positivo dell'asse x ed è negativo se \vec{A}_x punta nel verso negativo dell'asse delle x . Una simile considerazione vale per la componente A_y .

Dalla Figura 1.13b e dalla definizione di seno e coseno di un angolo, vediamo che $\cos \theta = A_x/A$ e $\sin \theta = A_y/A$. Quindi, le componenti di \vec{A} sono date da

Prevenire le insidie 1.7 Componenti x e y

L'Equazione 1.10 mette in relazione il coseno dell'angolo con la componente x e il seno dell'angolo con la componente y . Questa relazione esiste solamente perché l'angolo θ è stato misurato rispetto all'asse delle x . Pertanto, queste equazioni non vanno memorizzate come tali. Infatti, quando l'angolo θ è misurato rispetto all'asse y (come in alcuni problemi) queste equazioni non sono corrette. Considera quale lato del triangolo contenente le componenti è adiacente all'angolo e quale lato è opposto, e su questa base assegna seno e coseno.

$$A_x = A \cos \theta \quad \text{e} \quad A_y = A \sin \theta$$

1.10 ◀

I moduli di queste componenti sono le lunghezze dei due lati del triangolo rettangolo di ipotenusa di lunghezza A . Ne consegue che il modulo di \vec{A} e la sua direzione orientata sono correlate alle sue componenti attraverso il teorema di Pitagora e la definizione della funzione tangente:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

1.11 ◀ ► Modulo di \vec{A}

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

1.12 ◀ ► Direzione di \vec{A}

Risolvendo rispetto a θ , possiamo scrivere $\theta = \arctan(A_y/A_x)$ che si legge " θ è uguale all'angolo la cui arcotangente è il rapporto A_y/A_x ". Si noti che i segni delle componenti A_x e A_y dipendono dall'angolo θ . Per esempio, se $\theta = 120^\circ$, A_x è negativa e A_y positiva. D'altra parte, se $\theta = 225^\circ$, sia A_x che A_y sono negative. La Figura 1.14 riassume i segni delle componenti quando \vec{A} giace nei vari quadranti.

Se si scelgono assi di riferimento o un angolo diversi da quelli indicati in Figura 1.13, bisogna modificare coerentemente le componenti di un vettore. In molte applicazioni è più conveniente esprimere le componenti di un vettore in un sistema di coordinate avente gli assi perpendicolari l'uno all'altro pur non essendo orizzontali → e verticali. Supponiamo che un vettore \mathbf{B} formi un angolo θ' con l'asse x' definito in

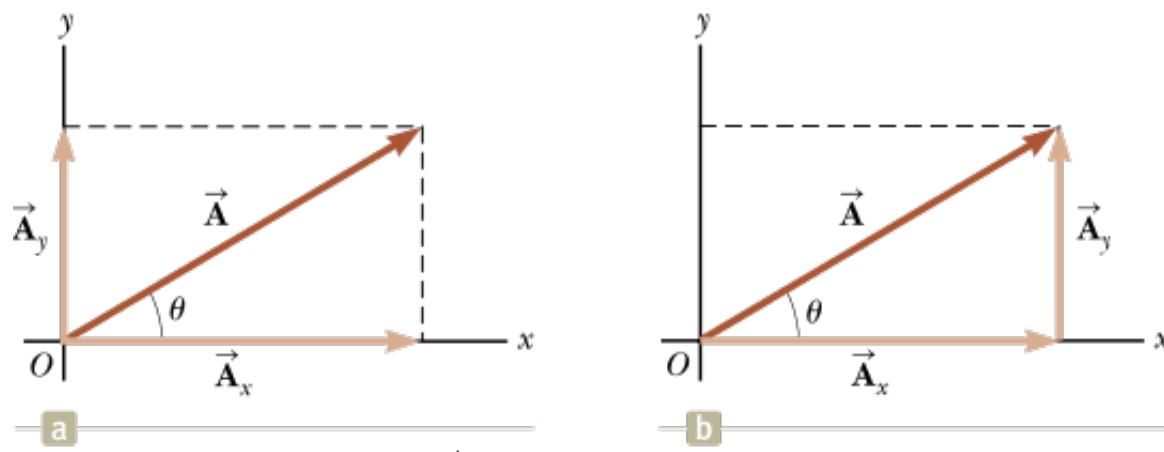


FIGURA 1.13 (a) Un vettore \vec{A} che giace nel piano xy si può rappresentare per mezzo dei suoi componenti \vec{A}_x e \vec{A}_y . (b) Il vettore componente \vec{A}_y può essere spostato verso destra per essere sommato ad \vec{A}_x . Il vettore somma dei vettori componenti è \vec{A} . Questi tre vettori formano un triangolo rettangolo.

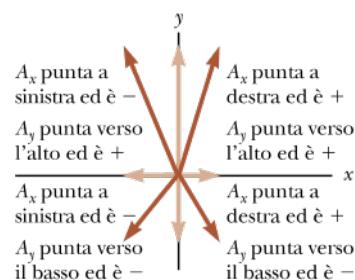


FIGURA 1.14 I segni delle componenti di un vettore \vec{A} dipendono dal quadrante in cui giace il vettore.

Figura 1.15. Le componenti di \vec{B} lungo questi assi sono date da $B_{x'} = B \cos \theta'$ e $B_{y'} = B \sin \theta'$, come nell'Equazione 1.10. Il modulo, la direzione e verso di \vec{B} si ottengono dalle espressioni equivalenti alle Equazioni 1.11 e 1.12. Così, le componenti di un vettore possono essere espresse in un *qualsiasi* sistema di coordinate opportunamente scelto a seconda della particolare situazione.

QUIZ RAPIDO 1.6

Scegliere la risposta corretta che renda vera la frase: Una componente di un vettore è **(a)** sempre, **(b)** mai, **(c)** talvolta maggiore del modulo del vettore.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

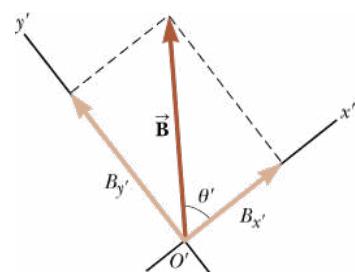


FIGURA 1.15 Le componenti di un vettore \vec{B} in un sistema di coordinate ruotato.

Versori

Le grandezze vettoriali sono spesso espresse in termini di versori. Un **versore** è un vettore adimensionale di lunghezza unitaria introdotto per specificare una data direzione orientata. I versori non hanno nessun altro significato fisico. Essi vengono adoperati semplicemente perché convenienti a descrivere una orientazione nello spazio. Useremo i simboli \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} per rappresentare i versori che puntano nelle direzioni x , y e z , rispettivamente. Il “cappelletto” sopra la lettera rappresenta una notazione comune per indicare un versore; per esempio \hat{i} viene indicato come “icapelletto”. I versori \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} formano un insieme di vettori mutuamente perpendicolari come mostrato in Figura 1.16a, in cui il modulo dei versori è uguale a 1 ovvero dove $|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$. Consideriamo un vettore \vec{A} che giace nel piano xy come in Figura 1.16b. Il prodotto della componente A_x per il versore \hat{i} è il vettore $\vec{A}_x = A_x \hat{i}$ parallelo all’asse x di modulo A_x . Analogamente, $\vec{A}_y = A_y \hat{j}$ è un vettore di modulo A_y parallelo all’asse y . Così, nella notazione dei versori il vettore \vec{A} si scrive

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad 1.13 \blacktriangleleft$$

Supponiamo ora di voler sommare il vettore \vec{B} al vettore \vec{A} , dove \vec{B} ha componenti B_x e B_y . La procedura per effettuare questa somma consiste semplicemente nel sommare le componenti x ed y separatamente. Il vettore risultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ è pertanto dato da

$$\vec{R} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} \quad 1.14 \blacktriangleleft$$

Così, le componenti del vettore risultante sono date da

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x \\ R_y &= A_y + B_y \end{aligned} \quad 1.15 \blacktriangleleft$$

Perciò, si vede che nell’addizione di vettori mediante il metodo delle componenti, si sommano tutte le componenti x per trovare la componente x del vettore risultante e

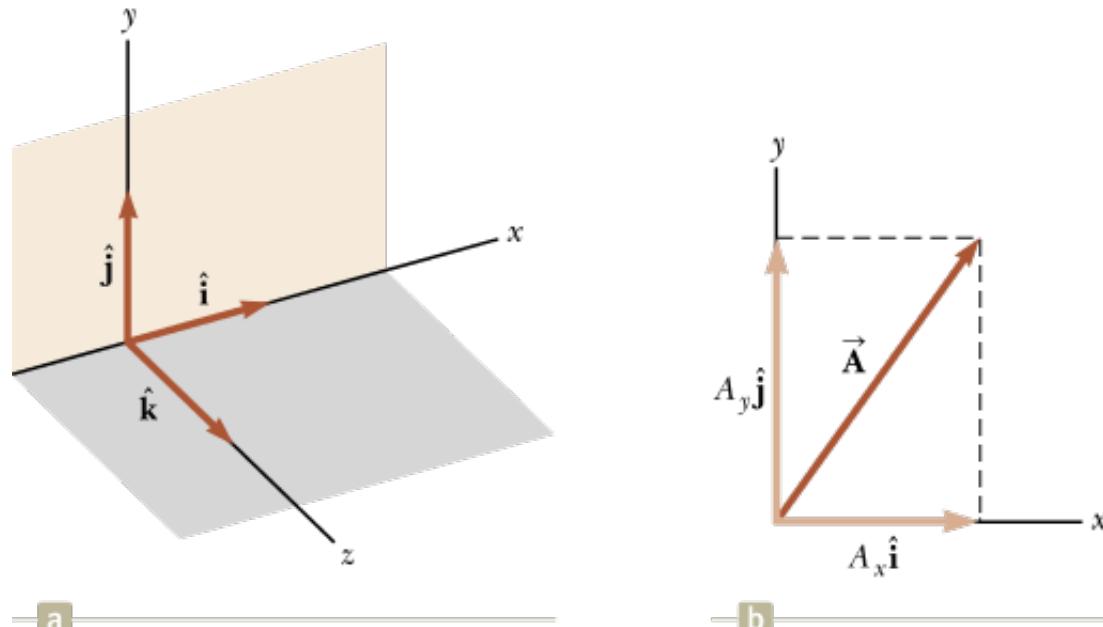


FIGURA 1.16 (a) I versori \hat{i} , \hat{j} , e \hat{k} sono diretti lungo gli assi x , y , e z , rispettivamente. (b) Un vettore \vec{A} che giace nel piano xy ha componenti $A_x \hat{i}$ e $A_y \hat{j}$, dove A_x e A_y sono le componenti di \vec{A} .

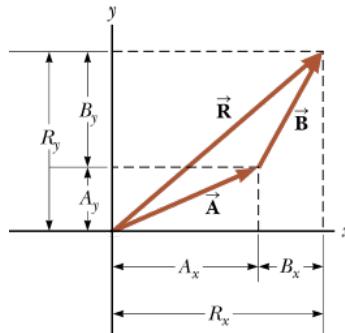


FIGURA 1.17 Una costruzione geometrica che mostra la relazione fra le componenti della risultante \vec{R} di due vettori e le singole componenti dei vettori di partenza.

lo stesso si fa per le componenti y . La procedura appena descritta per sommare due vettori \vec{A} e \vec{B} , usando il metodo delle componenti, può essere verificata usando una costruzione geometrica, come in Figura 1.17. Il modulo di \vec{R} e l'angolo che esso forma con l'asse x possono essere ottenuti dalle sue componenti usando le relazioni

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \quad \text{1.16} \blacktriangleleft$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \quad \text{1.17} \blacktriangleleft$$

L'estensione di questi metodi a vettori tridimensionali è immediata. Se \vec{A} e \vec{B} hanno entrambi componenti x , y e z , li esprimiamo nella forma

$$\begin{aligned}\vec{A} &= A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}} + A_z \hat{\mathbf{k}} \\ \vec{B} &= B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}} + B_z \hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

La somma di \vec{A} e \vec{B} è data da

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y) \hat{\mathbf{j}} + (A_z + B_z) \hat{\mathbf{k}} \quad \text{1.18} \blacktriangleleft$$

Se un vettore \vec{R} ha componenti x , y e z , il modulo del vettore è

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

L'angolo θ_x che \vec{R} forma con l'asse x è dato da

$$\cos \theta_x = \frac{R_x}{R}$$

con una espressione analoga per gli angoli riferiti agli assi y e z .

Lo stesso procedimento si può usare per sommare tre o più vettori. Per esempio, $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (A_x + B_x + C_x) \hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y + C_y) \hat{\mathbf{j}} + (A_z + B_z + C_z) \hat{\mathbf{k}}$. La somma di vettori spostamento è relativamente facile da visualizzare. Noi possiamo sommare anche altri tipi di vettori, come vettori velocità, forza, e campo elettrico, come sarà mostrato nei capitoli successivi.

QUIZ RAPIDO 1.7

Se almeno una componente di un vettore è un numero positivo, il vettore non può (a) avere nessuna componente negativa, (b) essere zero, (c) avere tre dimensioni.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Prevenire le insidie
1.8

**Calcolare la tangente
di un angolo con la
calcolatrice**

L'Equazione 1.17 riguarda il calcolo di un angolo mediante la funzione tangente. In genere, l'inverso della funzione tangente sulla calcolatrice restituisce un angolo compreso tra -90° e $+90^\circ$. Di conseguenza, se il vettore in esame giace nel secondo o terzo quadrante, l'angolo misurato dall'asse x positivo sarà l'angolo indicato dalla calcolatrice più 180° .

QUIZ RAPIDO 1.8

Se $\vec{A} + \vec{B} = \vec{0}$, le corrispondenti componenti dei due vettori A e B devono essere (a) uguali, (b) positive, (c) negative, (d) di segno opposto.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 1.2

Chiedendo la direzione per una qualche destinazione in città puoi aver ottenuto una risposta del tipo "cammina per tre isolati a est e poi per 5 isolati a sud". Se è così, pensi di aver avuto a che fare con le componenti di un vettore?

Ragionamento Sì! Sebbene puoi non aver pensato in termini di componenti vettoriali quando hai seguito queste direzioni, tuttavia è esattamente ciò che esse rappresentano. Le strade perpendicolari della città riflettono il sistema di coordinate xy , potendo noi assegnare l'asse x alle strade da ovest verso est e l'asse y alle strade da sud verso nord. Quindi, l'indicazione della persona che ti ha dato la direzione si può tradurre così: "Percorri un vettore spostamento che ha una componente x di + 3 isolati e una componente y di - 5 isolati". Arriveresti alla stessa destinazione se percorressi prima la componente y , seguita dalla componente x , la qual cosa dimostra la proprietà commutativa della somma.

Esempio 1.6 Somma di due vettori

Trovare la somma di due vettori spostamento \vec{A} e \vec{B} e giacenti nel piano xy e dati da

$$\vec{A} = (2.0\hat{i} + 2.0\hat{j}) \text{ m} \quad \text{e} \quad \vec{B} = (2.0\hat{i} - 4.0\hat{j}) \text{ m}$$

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 1.7 Lo spostamento risultante

Una particella effettua tre spostamenti consecutivi

$$\Delta r_1 = (15\hat{i} + 30\hat{j} + 15\hat{k}) \text{ cm}, \Delta r_2 = (23\hat{i} - 14\hat{j} + 5.0\hat{k}) \text{ cm},$$

$\Delta r_3 = (-13\hat{i} + 15\hat{j}) \text{ cm}$, Determinare le componenti dello spostamento risultante e il suo modulo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 1.8 Facendo una escursione

Un escursionista inizia una gita di due giorni, camminando prima per 25.0 km esattamente in direzione sud-est dalla sua macchina. Si ferma e monta la sua tenda per la notte. Al secondo giorno, cammina per 40.0 km in una direzione a 60.0° nord-est e trova una torre della guardia forestale.

(A) Determinare le componenti degli spostamenti dell'escursionista il primo e il secondo giorno.

(B) Determinare le componenti dello spostamento \vec{R} complessivo dell'escursionista. Esprimere \vec{R} utilizzando i versori.

E se...? Raggiunta la torre, l'escursionista desidera tornare alla sua macchina mediante uno spostamento rettilineo. Quali sono le componenti che rappresentano questo spostamento? Quale la sua direzione e verso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modellistica, rappresentazioni alternative e strategia per la risoluzione dei problemi

Molti corsi di fisica generale richiedono che lo studente impari a risolvere i problemi, e gli esami usualmente prevedono dei problemi per saggiare tale apprendimento. Questo paragrafo descrive alcune idee utili per aiutarti nella comprensione dei concetti fisici, per incrementare la tua accuratezza nella risoluzione dei problemi, per eliminare il panico iniziale o la mancanza di direzione nell'affrontare un problema, e organizzare il tuo lavoro. Uno dei principali metodi per risolvere i problemi in fisica è di costruire un appropriato **modello** del problema. **Un modello è una sostituzione semplificata del problema reale che ci consente di risolvere il problema in un modo relativamente semplice.** Il modello è tanto più valido quanto meglio le sue previsioni si accordano e soddisfano l'effettivo comportamento del sistema reale. Se le predizioni non si accordano, allora il modello deve essere ridefinito o sostituito con un altro modello. La potenza nella costruzione di modelli (modellistica) sta nella sua abilità nel ridurre una grande varietà di problemi molto complessi a un numero limitato di classi di problemi che possono essere affrontati in modo simile.

Nella scienza, un modello è molto diverso, per esempio, da quello in scala di un edificio, che appare come una versione ridotta di quello che rappresenta. Un modello scientifico è una costruzione teorica e può non avere alcuna somiglianza visuale col problema fisico. Una semplice applicazione di modellistica è presentata nell'Esempio 1.9, e incontreremo molti esempi di modelli proseguendo nel testo.

I modelli sono necessari perché il reale funzionamento dell'Universo è estremamente complicato. Supponiamo, per esempio, che ci sia chiesto di risolvere un problema sul moto della Terra intorno al Sole. La Terra è molto complicata, con parecchi processi che avvengono simultaneamente. Questi comprendono gli eventi stagionali, l'attività sismica, i movimenti degli oceani, così come la moltitudine di processi che coinvolgono l'attività umana. Tentare di mantenere una conoscenza e una comprensione di tutti questi processi è un'operazione impossibile.

L'approccio modellistico riconosce che nessuno di questi processi influenza in grado misurabile il moto della Terra attorno al Sole. Quindi, tutti questi dettagli vengono ignorati. Inoltre, come troveremo nel Capitolo 11, le dimensioni della Terra non influenzano la forza gravitazionale fra la Terra e il Sole; soltanto le masse della Terra e del Sole e la loro distanza determinano questa forza. In un modello semplificato, immaginiamo la Terra come un punto materiale, un corpo con una massa ma di estensione nulla. Questa sostituzione di un corpo esteso con un punto materiale si chiama **modello del punto materiale**, usato estensivamente in fisica. Analizzando il moto di una particella con la massa della Terra in orbita attorno al Sole, troviamo che le predizioni del moto della particella sono in eccellente accordo con il moto reale della Terra.

Le due principali condizioni per usare il modello del punto materiale sono:

- Le dimensioni dell'oggetto reale non hanno conseguenze nell'analisi del suo moto.
- Qualunque processo che avviene all'interno dell'oggetto non ha conseguenze nell'analisi del suo moto.

Entrambe queste condizioni sono soddisfatte nel modello della Terra come punto materiale o particella. Il suo raggio non è un fattore determinante del suo moto, e i processi interni come le tempeste, i terremoti, e i manufatti si possono ignorare.

Quattro categorie di modelli usati in questo libro ci aiuteranno a capire e risolvere i problemi di fisica. La prima categoria è costituita dal **modello geometrico**. In questo modello, realizziamo una costruzione geometrica che rappresenta la situazione reale. Mettiamo, quindi, da parte il problema reale e mettiamo a punto un'analisi della costruzione geometrica. Consideriamo un notissimo problema in trigonometria elementare, come nell'esempio seguente.

Esempio 1.9 Trovare l'altezza di un albero

Desideri trovare l'altezza di un albero, ma non puoi misurarla direttamente. Ti trovi a 50.0 m dall'albero, e determini che la linea di vista dal suolo alla cima

dell'albero forma un angolo di 25.0° con il suolo. Quanto è alto l'albero?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Potresti avere risolto un problema molto simile all'Esempio 1.9, ma giammai pensando alla nozione di modello. Dall'approccio modellistico, tuttavia, una volta tracciato il triangolo di Figura 1.19, il triangolo è un modello geometrico del problema reale; è un suo *sostituto*. Finché non arriviamo alla fine del problema, noi non continueremo a pensare che il problema riguardi un albero, ma che riguardi un triangolo. Useremo la trigonometria per trovare il lato verticale del triangolo, che ci conduce al valore di 23.3 m. Poiché questo lato *rappresenta* l'altezza dell'albero, possiamo ora ritornare al problema originario e dichiarare che l'altezza dell'albero è 23.3 m.

Altri esempi di modelli geometrici comprendono il modello della Terra come una sfera perfetta, una pizza come un disco perfetto, l'asta metrica come un lungo bastoncino senza spessore, e un filo elettrico come un lungo cilindro rettilineo.

La terza categoria è quella dei **modelli di analisi**, che tiene conto dei problemi che abbiamo già risolto. Una tecnica importante per risolvere i problemi è configurare un nuovo problema in una forma simile a una di quelle che abbiamo già risolto e che può essere usata come modello. Come vedremo, vi sono circa due dozzine di modelli di analisi che possono essere adoperati per risolvere la maggior parte dei problemi che incontreremo. Vedremo il nostro primo modello di analisi nel Capitolo 2, dove discuteremo in maggior dettaglio questa categoria di modelli.

Il modello del punto materiale è un esempio della seconda categoria di modelli, che chiameremo semplicemente **modelli semplificati**. In un modello semplificato, tutti i dettagli che non sono significativi per determinare la soluzione del problema sono trascurati. Quando studieremo le rotazioni nel Capitolo 10, gli oggetti avranno come modello un *corpo rigido*. Tutte le molecole di un corpo rigido mantengono le loro esatte posizioni relativamente le une alle altre. Questo è un modello semplificato, e noi lo adottiamo perché una pietra che ruota è molto più facile da analizzare che non un blocco di gelatina, che *non* è un corpo rigido. Altri modelli semplificati assumeranno che grandezze quali le forze d'attrito siano trascurabili, rimangano costanti o siano proporzionali a qualche potenza della velocità dell'oggetto.

La quarta categoria è rappresentata dai **modelli strutturali**. Questi si usano generalmente per capire il comportamento di un sistema che è molto diverso in scala dal nostro mondo macroscopico – sia molto più piccolo che molto più grande – cosicché noi non possiamo interagire con esso direttamente. Per esempio, la nozione di atomo d'idrogeno con un elettrone in orbita circolare attorno a un protone è un modello strutturale dell'atomo. Discuteremo questo modello e i modelli strutturali in generale nel Capitolo 11.

Intimamente correlata alla nozione di modello è quella della formazione di una **rappresentazione alternativa** del problema. Una rappresentazione è un metodo di vedere o presentare l'informazione relativa a un problema. Gli scienziati dovrebbero essere capaci di comunicare idee complesse a persone prive di basi scientifiche. La migliore rappresentazione da usare nel trasmettere con successo l'informazione varierà da un individuo all'altro. Alcuni saranno convinti da un diagramma ben disegnato, e altri richiederanno un'immagine. I fisici spesso si persuadono nel concordare con un punto di vista esaminando un'equazione, ma i non fisici potrebbero non essere convinti da questa rappresentazione matematica dell'informazione.

Un problema espresso con parole, come quelli che si trovano alla fine dei capitoli di questo libro, è una rappresentazione di un problema. Nel "mondo reale" nel quale entrerai dopo la laurea, la rappresentazione iniziale di un problema potrebbe essere proprio una situazione esistente, come gli effetti del riscaldamento globale, oppure un paziente in pericolo di morte. Potresti dover identificare dati e informazioni importanti, e poi affrontare la situazione con un equivalente problema espresso con parole!

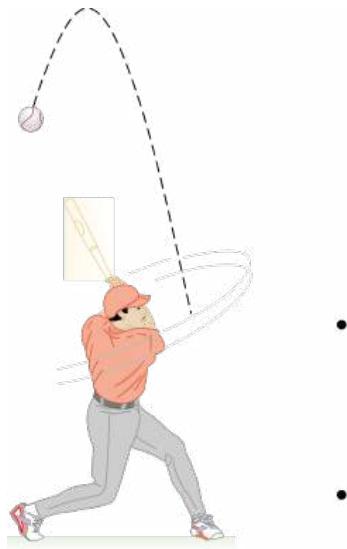


FIGURA 1.20 Una rappresentazione pittorica di una palla colpita da un giocatore di baseball.

Considerare delle rappresentazioni alternative può aiutarti a riflettere sull'informazione contenuta nel problema in molti modi diversi per aiutarti a comprenderlo e risolverlo. Diversi tipi di rappresentazioni possono aiutarci in questo tentativo:

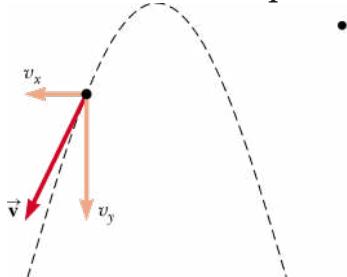


FIGURA 1.21 Una rappresentazione grafica semplificata per la situazione mostrata in Figura 1.20.

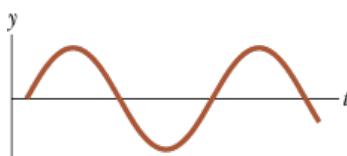


FIGURA 1.22 Una rappresentazione grafica della posizione in funzione del tempo di un blocco appeso verticalmente ad una molla ed in moto oscillatorio.

- **Rappresentazione mentale.** Dalla descrizione del problema, immaginare una scena che descriva ciò che accade nel problema espresso a parole, e quindi far scorrere il tempo in modo da capire la situazione e prevedere quali variazioni avverranno nella situazione. Questo passo è critico nell'affrontare *qualsiasi* problema.
- **Rappresentazione pittorica.** Tracciare un disegno della situazione descritta nel problema può essere di grande aiuto per la comprensione del problema. Nell'Esempio 1.9, la rappresentazione pittorica della Figura 1.19 ci permette di identificare il triangolo come un modello geometrico del problema. In architettura, una copia cianografica è una rappresentazione pittorica della costruzione proposta. Generalmente, una rappresentazione pittorica descrive *ciò che vedresti* se stessi osservando la situazione considerata nel problema. Per esempio, la Figura 1.20 mostra una rappresentazione pittorica di un giocatore di baseball che esegue un colpo. Tutti gli assi coordinati compresi nella tua rappresentazione pittorica saranno in due dimensioni: gli assi x e y .
- **Rappresentazione pittorica semplificata.** Si usa spesso ridisegnare la rappresentazione pittorica senza la complicazione di dettagli applicando così un modello semplificato. Ciò è qualcosa di simile alla discussione sul modello di punto materiale descritto precedentemente. In una rappresentazione pittorica della Terra in orbita attorno al Sole, potresti disegnare la Terra e il Sole come sfere, con la possibilità di tracciare i continenti per identificare la sfera che rappresenta la Terra. Nella rappresentazione pittorica semplificata, la Terra e il Sole devono essere disegnati semplicemente come punti, che rappresentano particelle. La Figura 1.21 mostra una

rappresentazione pittorica semplificata corrispondente alla rappresentazione pittorica della traiettoria della palla nella Figura 1.20. Le notazioni v_x e v_y sono riferite alle componenti del vettore velocità della palla. Noi useremo tali rappresentazioni semplificate in tutto il testo.

- **Rappresentazione grafica.** In alcuni problemi, tracciare un grafico che descriva la situazione può aiutare moltissimo. In meccanica, per esempio, i grafici posizione-tempo possono esser di grande aiuto. Similmente, in termodinamica, i grafici pressione-volume sono essenziali per capire. La Figura 1.22 mostra una rappresentazione grafica della posizione in funzione del tempo di un blocco posto all'estremo di una molla verticale che oscilla su e giù. Un tale grafico è utilissimo per capire il moto armonico semplice, che studieremo nel Capitolo 12.
Una rappresentazione grafica è molto diversa da quella pittorica, che è pure una visione bidimensionale dell'informazione, ma i cui assi, semmai, rappresentano coordinate di *lunghezze*. In una rappresentazione grafica, gli assi possono rappresentare *qualsiasi* coppia di variabili correlate. Per esempio, una rappresentazione grafica può avere degli assi riferiti alla temperatura e al tempo. Quindi, in confronto con la rappresentazione pittorica, una rappresentazione grafica *non* è generalmente qualcosa che puoi vedere quando osservi il problema.
- **Rappresentazione tabulare.** È qualche volta utile organizzare l'informazione in forma tabulare come aiuto per fare chiarezza. Per esempio, alcuni studenti trovano che fare delle tabelle per le grandezze incognite e note sia utile. La tavola periodica è una utilissima rappresentazione tabulare dell'informazione in chimica e in fisica.
- **Rappresentazione matematica.** Lo scopo ultimo nel risolvere un problema è spesso la rappresentazione matematica. Si può partire dall'informazione contenuta nel problema espresso a parole, percorrere varie rappresentazioni del problema che consentono di capire ciò che accade, fino a una o più equazioni che rappresentano la situazione nel problema e possono essere risolte matematicamente per ottenere il risultato desiderato.

Al di là di quello che ti puoi attendere dall'imparare concetti di fisica, un'abilità molto utile che dovresti acquisire dal tuo corso di fisica è la capacità di risolvere problemi complessi. Il modo in cui i fisici affrontano situazioni complesse e le suddividono in pezzi trattabili è molto utile. Quella che segue è una strategia generale per guidarti passo-passo alla risoluzione dei problemi. Per aiutarti a ricordare i vari passi della strategia, essi sono Concettualizzazione, Classificazione, Analisi, e Conclusione.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Concettualizzazione

- La prima cosa da fare nell'affrontare un problema è comprendere la situazione. Studia attentamente ogni rappresentazione delle informazioni (ad esempio, diagrammi, grafici, tabelle, o fotografie) che accompagnano il problema. Immagina un film, nella tua mente, di ciò che avviene nel problema.
- Se non è fornita una rappresentazione pittorica, dovresti disegnare una rapida rappresentazione della situazione. Indica i valori noti, magari in una tabella o direttamente nella tua rappresentazione.
- Ora focalizza l'attenzione su quali informazioni algebriche o numeriche sono fornite. Leggi attentamente il problema, cercando frasi chiave come “parte da fermo” ($v_i = 0$) o “si arresta” ($v_f = 0$).

- Focalizza quindi l'attenzione sul risultato atteso dalla risoluzione del problema. Esattamente che cosa richiede la domanda? Il risultato finale sarà numerico o algebrico? Sai qual è l'unità di misura attesa della risposta?
- Non dimenticare di utilizzare le informazioni che ti vengono dall'esperienza e dal senso comune. Come dovrebbe essere una risposta ragionevole? Per esempio, non ci si aspetta di ottenere per la velocità di un automobile un valore di 5×10^6 m/s.

Classificazione

- Una volta raggiunta un'idea completa del problema, bisogna *semplificarlo*. Elimina tutti i dettagli che non sono necessari alla soluzione. Ad esempio, rappresenta un oggetto in movimento come una particella. Se appropriato, trascura la resistenza dell'aria o l'attrito tra l'oggetto che scivola su una superficie e la superficie stessa.
- Una volta che è stato semplificato, è importante *classificare* il problema. È un semplice *problema di sostituzione* nel quale puoi sostituire i numeri in una equazione? Se questo è il caso, è probabile che il problema sia concluso una volta effettuata la sostituzione. In caso contrario, devi affrontare un *problema analitico*, e la situazione deve essere analizzata in maggior dettaglio prima di arrivare alla soluzione.
- Se si tratta di un problema analitico, deve essere classificato ulteriormente. Hai mai incontrato prima questo tipo di problema? Fa parte della lista di problemi che hai risolto in precedenza? Se è questo il caso, identifica ogni modello di analisi appropriato per il problema per affrontare la fase successiva di analisi. Essere capaci di classificare un problema all'interno di un modello di analisi può rendere molto più semplice la risoluzione del problema. Ad esempio, se la semplificazione indica che il problema può essere trattato come una particella soggetta ad accelerazione costante e tu hai già risolto questo tipo di problema (come l'esempio che discuteremo nel Paragrafo 2.6), la soluzione del problema attuale seguirà una procedura simile.

Analisi

- Adesso devi analizzare il problema sforzandoti di trovare una sua rappresentazione matematica. Dato che hai già classificato il problema e identificato il modello di analisi, non dovrebbe essere difficile selezionare le equazioni rilevanti da applicare al modello. Ad esempio, se il problema riguarda una particella soggetta ad accelerazione costante (che discuteremo nel Paragrafo 2.6) le Equazioni 2.10 e 2.14 sono rilevanti per la soluzione.

- Usa l'algebra (e il calcolo differenziale, se necessario) per ricavare simbolicamente la variabile incognita in termini delle quantità date. Sostituisci i valori dati nel problema, calcola il risultato e arrotondalo al numero di cifre significative appropriato.

Conclusione

- Esamina il tuo risultato finale. Le unità di misura sono corrette? Il risultato è in accordo con le attese della tua concettualizzazione del problema? Cosa puoi dire sulla forma algebrica del risultato, prima di sostituire i valori numerici? Ha senso? Esamina le variabili del problema per vedere se la risposta cambia in maniera fisicamente significativa se i valori delle variabili vengono drasticamente aumentati, ridotti o addirittura posti uguali a zero. L'utilizzo dei casi limite per la verifica dei risultati attesi costituisce un utile maniera per verificare se i risultati che si sono ottenuti sono ragionevoli.
- Pensa come confrontare questo problema con altri precedentemente risolti. In che cosa è simile? In cosa differisce in maniera importante? Perché è stato assegnato? Puoi immaginare cosa hai imparato nel risolverlo? Se rappresenta una nuova categoria di problemi, assicurati di averlo compreso bene in modo da poterlo utilizzare come modello di analisi per risolvere problemi simili in futuro.

Nel risolvere problemi complessi, potresti aver bisogno di identificare una serie di sotto problemi e applicare la strategia di risoluzione a ciascuno di essi. Nel caso di problemi semplici probabilmente non avrai bisogno di questa procedura. Nel tentare di risolvere un problema, se non sai come procedere, ricorda le fasi della strategia di risoluzione ed applicala come guida.

Nel seguito del testo, indicheremo le fasi *Concettualizzazione*, *Classificazione*, *Analisi* e *Conclusione* in modo esplicito in alcuni esempi risolti. Molti capitoli in questo testo includono una sezione chiamata Strategia per la risoluzione dei problemi che dovrebbero aiutarti nei passaggi difficili. Queste sezioni sono organizzate in accordo con la Strategia Generale per la risoluzione dei problemi delineata prima e sono adattate al tipo specifico di problemi trattati nel capitolo.

Per spiegare come la strategia si applica, ripetiamo l'Esempio 1.8 applicando le fasi della strategia identificata.

Quando tu **concettualizzi** un problema, cerca di comprendere la situazione che è presentata nel problema. Studia attentamente ogni rappresentazione delle informazioni (ad esempio, diagrammi, grafici, tabelle, o fotografie) che accompagnano il problema. Immagina un film, nella tua mente, di ciò che avviene nel problema.

Semplifica il problema. Rimuovi i dettagli che non sono importanti per la soluzione del problema. Quindi **classifica** il problema. È un problema semplice nel quale puoi semplicemente sostituire i numeri in una equazione? In caso contrario, devi affrontare un problema analitico. In questo caso, identifica il modello di analisi appropriato (i modelli di analisi saranno introdotti nel Capitolo 2).

Ora **analizza** il problema. Seleziona le equazioni rilevanti da applicare al modello. Risovi simbolicamente la variabile incognita in termini delle quantità date. Sostitisci i valori dati nel problema, calcola il risultato e arrotondalo al numero di cifre significative appropriato.

Concludi il problema. Esamina il tuo risultato finale. Le unità di misura sono corrette? Il valore ottenuto è ragionevole? Il risultato è in accordo con le attese della tua concettualizzazione del problema? Cosa puoi dire sulla forma algebrica del risultato, prima di sostituire i valori numerici? Ha senso? Esamina le variabili del problema per vedere se la risposta cambia in maniera fisicamente significativa se i valori delle variabili vengono drasticamente aumentati, ridotti o addirittura posti uguali a zero.

La domanda **E se...?** Sarà presente in molti esempi nel testo, e offre una variante sulla situazione appena analizzata. Questa domanda ti incoraggia a pensare al risultato dell'esempio e ti aiuta nel concettualizzare la comprensione dei principi.

Esempio 1.8 Facendo una escursione

Un escursionista inizia una gita di due giorni, camminando prima per 25.0 km esattamente in direzione sud-est dalla sua macchina. Si ferma e monta la sua tenda per la notte. Al secondo giorno, cammina per 40.0 km in una direzione a 60.0° nord-est e trova una torre della guardia forestale.

(A) Determinare le componenti degli spostamenti dell'escursionista il primo e il secondo giorno.

(B) Determinare le componenti dello spostamento \mathbf{R} complessivo dell'escursionista. Esprimere \mathbf{R} utilizzando i versori.

E se...? Raggiunta la torre, l'escursionista desidera tornare alla sua macchina mediante uno spostamento rettilineo. Quali sono le componenti che rappresentano questo spostamento? Quale la sua direzione e verso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

SOMMARIO

Le grandezze meccaniche possono essere espresse in termini di tre grandezze fondamentali – **lunghezza**, **massa**, e **tempo** – che hanno le unità di **metro** (m), **chilogrammo** (kg), e **secondo** (s), rispettivamente, nel sistema SI. È spesso utile adoperare il metodo dell'**analisi dimensionale** per verificare le equazioni ed aiutarsi nel derivare le espressioni.

La **densità** di una sostanza è definita come la sua massa per unità di volume:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

1.1◀

I **vettori** sono delle grandezze che hanno sia modulo che direzione e verso ed obbediscono alla legge della somma vettoriale. Gli **scalari** sono delle grandezze che si sommano algebricamente.

Due vettori \vec{A} e \vec{B} possono essere sommati usando il metodo del triangolo. In questo metodo (vedi Fig. 1.9), il vettore $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ va dalla coda di \vec{A} alla punta di \vec{B} .

La componente x , A_x , del vettore \vec{A} è uguale alla sua proiezione lungo l'asse x di un sistema di coordinate dove $A_x = A \cos \theta$, essendo θ l'angolo tra \vec{A} e l'asse x . Analogamente, la componente y , A_y di \vec{A} è la sua proiezione lungo l'asse y , dove $A_y = A \sin \theta$.

Se un vettore \vec{A} ha una componente x uguale ad A_x e una componente y uguale ad A_y , nel formalismo dei versori può essere espresso come $\vec{A} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j})$. Secondo questa notazione, \hat{i} è un versore che punta nella direzione x positiva e \hat{j} è un versore nella direzione y positiva. Poiché \hat{i} e \hat{j} sono vettori unitari, $|\hat{i}| = |\hat{j}| = 1$. Nelle tre dimensioni, un vettore si può esprimere come $\vec{A} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k})$, dove \hat{k} è un versore nella direzione z .

Il risultante di due o più vettori si può trovare scomponendo tutti i vettori nelle loro componenti x , y e z e sommando le loro componenti:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k} \quad 1.18◀$$

L'abilità nel risolvere i problemi e comprendere la fisica può essere accresciuta usando la **modellistica** per i problemi e costruendo diverse **rappresentazioni** del problema. I modelli che aiutano a risolvere i problemi comprendono i **modelli geometrico**, **semplificato** e **di analisi**. Gli scienziati usano i **modelli strutturali** per comprendere sistemi molto più grandi o molto più piccoli in scala di quelli con i quali normalmente si ha diretta esperienza. Rappresentazioni utili includono le **rappresentazioni mentale**, **pittorica**, **pittorica semplificata**, **grafica**, **tabulare**, e **matematica**. Problemi complessi possono essere affrontati in maniera più efficace attraverso una procedura organizzata. Quando necessario, ricorda e applica le fasi *Concettualizzazione*, *Classificazione*, *Analisi* e *Conclusione* della **strategia generale per la risoluzione dei problemi**.

QUESITI

1. Rispondi a ciascuna domanda con un sì o un no. Due quantità devono avere le stesse dimensioni se (a) devono essere sommate? (b) se devono essere moltiplicate? (c) se devono essere sottratte? (d) se devono essere divise? (e) se devono essere uguagliate?

2. Qual è la somma dei valori misurati $21.4 \text{ s} + 15 \text{ s} + 17.17 \text{ s} + 4.00 \text{ s}$? (a) 57.573 s (b) 57.57 s (c) 57.6 s (d) 58 s (e) 60 s

3. Quale delle seguenti è la migliore stima della massa della popolazione della Terra? (a) $2 \times 10^8 \text{ kg}$ (b) $1 \times 10^9 \text{ kg}$ (c) $2 \times 10^{10} \text{ kg}$ (d) $3 \times 10^{11} \text{ kg}$ (e) $4 \times 10^{12} \text{ kg}$

4. Qual è la componente y del vettore $(3\hat{i} - 8\hat{k}) \text{ m/s}$? (a) 3 m/s (b) -8 m/s (c) 0 (d) 8 m/s (e) nessuna delle risposte precedenti

5. Riordina le cinque quantità seguenti dalla più grande alla più piccola. Se due quantità sono uguali, assegna loro la stessa posizione. (a) 0.032 kg (b) 15 g (c) $2.7 \times 10^5 \text{ mg}$ (d) $4.1 \times 10^{-8} \text{ Gg}$ (e) $2.7 \times 10^8 \text{ mg}$

6. Il prezzo della benzina ad un distributore è 1.5 euro al litro. Una studentessa americana può acquistare 33 euro di benzina. Sapendo che 4 quarti fanno un gallone e che un litro è circa un quarto, quanti litri di benzina può acquistare? (a) meno di un gallone (b) circa 5 galloni (c) circa 8 galloni (d) più di 10 galloni

7. Uno studente usa un metro per misurare lo spessore di un libro ed ottiene $4.3 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ cm}$. Un altro studente misura lo spessore mediante un calibro e ottiene quattro differenti misure: (a) $4.32 \text{ cm} \pm 0.01 \text{ cm}$ (b) $4.31 \text{ cm} \pm 0.01 \text{ cm}$ (c) $4.24 \text{ cm} \pm 0.01 \text{ cm}$ (d) $4.43 \text{ cm} \pm 0.01 \text{ cm}$. Quale di queste misure è eventualmente in accordo con la misura ottenuta dal primo studente?

8. Un vettore che giace nel piano xy ha componenti di segno opposto. In quale quadrante deve trovarsi il vettore? (a) il primo quadrante (b) il secondo quadrante (c) il terzo quadrante (d) il quarto quadrante (e) sia il secondo che il quarto quadrante sono possibili.

9. Qual è la componente x del vettore mostrato in Figura Q1.9? (a) 3 cm (b) 6 cm (c) -4 cm (d) -6 cm (e) nessuna delle precedenti risposte

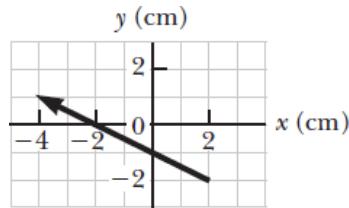


FIGURA Q1.9 Quesiti 9 e 10.

10. Qual è la componente y del vettore mostrato in Figura Q1.9? (a) 3 cm (b) 6 cm (c) - 4 cm (d) - 6 cm (e) nessuna delle precedenti risposte

11. Qual è l'ampiezza del vettore $(10\hat{i} - 10\hat{k})$ m/s? (a) 0 (b) 10 m/s (c) - 10 m/s (d) 10 (e) 14.1 m/s

12. La seconda legge del moto di Newton (Capitolo 4) dice che la massa di un oggetto moltiplicata per la sua accelerazione è uguale alla forza netta agente sull'oggetto. Quale delle seguenti risposte contiene la corretta unità di misura della forza? (a) $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ (b) $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ (c) $\text{kg/m} \cdot \text{s}^2$ (d) $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ (e) nessuna delle precedenti risposte

13. La Figura Q1.13 mostra due vettori \vec{D}_1 e \vec{D}_2 . Quale delle proposte da (a) a (d) rappresenta il vettore \vec{D}_2 , o (e) nessuna delle proposte?

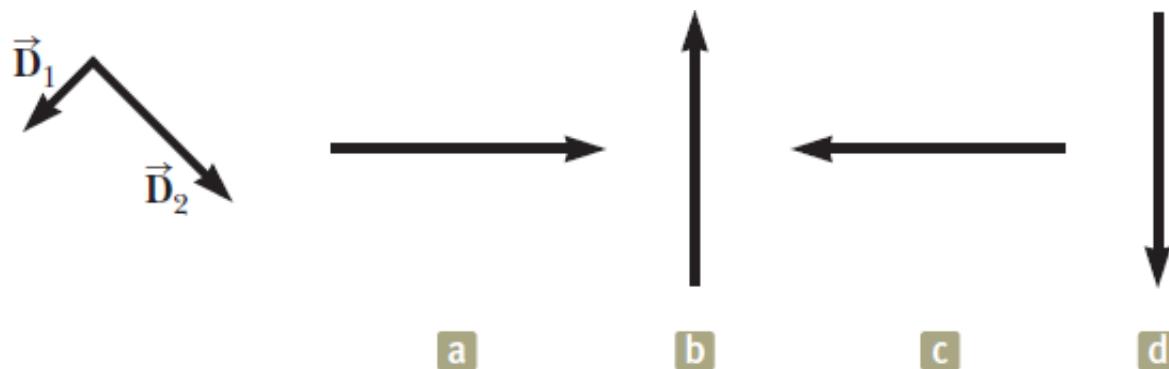


FIGURA Q1.13

14. Un vettore punta dall'origine nel secondo quadrante del piano xy. Cosa puoi concludere riguardo alle sue componenti? (a) entrambe le componenti sono positive (b) la componente x è positiva, la componente y è negativa (c) la componente x è negativa, la componente y è positiva (d) entrambe le componenti sono negative (e) la risposta non è univoca

15. Rispondi sì o no: quale delle seguenti quantità è un vettore? (a) forza (b) temperatura (c) il volume di acqua in un recipiente (d) l'audience di un programma TV (e) l'altezza di un edificio (f) la velocità di un'automobile sportiva (g) l'età dell'Universo

→ **16.** Il vettore \vec{A} giace nel piano xy . Le sue componenti saranno entrambe negative se punta dall'origine verso quale quadrante? (a) il primo quadrante (b) il secondo quadrante (c) il terzo quadrante (d) il quarto quadrante (e) il secondo o il quarto quadrante

DOMANDE CONCETTUALI

1. Un libro viene mosso una volta sola lungo il perimetro di un tavolo di dimensioni $1.0\text{ m} \times 2.0\text{ m}$. Se il libro viene arrestato nella sua posizione iniziale, (a) qual è il suo spostamento? (b) Qual è la distanza percorsa?

2. Se la componente di un vettore \vec{A} lungo la direzione del vettore \vec{B} è zero, cosa puoi concludere riguardo i due vettori?

3. Supponiamo che i tre campioni del sistema metrico siano lunghezza, *densità*, e tempo piuttosto che lunghezza, *massa*, e tempo. Il campione di densità in questo sistema viene definito come quello dell'acqua. Quali considerazioni sarebbero necessarie, riguardo l'acqua, per essere sicuri che l'unità campione della densità sia la più accurata possibile?

4. Esprimi le seguenti grandezze usando i prefissi assegnati in Tabella 1.4: (a) $3 \times 10^{-4}\text{ m}$, (b) $5 \times 10^{-5}\text{ s}$, (c) $72 \times 10^2\text{ g}$.

5. Quali tipi di fenomeni naturali potrebbero servire come campioni di tempo alternativi?

6. Può il modulo di un vettore avere valore negativo? Spiegare.

7. In una calcolatrice, la funzione inversa della tangente restituisce un valore fra -90° e $+90^\circ$. In quali casi questo valore indica la direzione di un vettore nel piano xy , mediante un angolo misurato in verso antiorario dall'asse positivo delle x? In quali casi sarà sbagliato?

8. È possibile sommare una grandezza vettoriale ad una scalare? Spiegare.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 1.1 Campioni di lunghezza, massa e tempo

Nota: consultare i risguardi, le appendici e le tabelle del testo ogniqualvolta sia necessario per risolvere i problemi. Per questo capitolo può essere particolarmente utile l'Appendice B.3 e la Tabella 15.1. Le risposte ai problemi con numero dispari si trovano in fondo al testo.

- 1.** Una delle maggiori case automobilistiche espone un modello presso-fuso della sua prima automobile, ottenuta con 9.35 kg di ferro. Per celebrare il centesimo anno di attività, un operaio rifarà un modello in oro utilizzando lo stesso stampo. Quale massa d'oro è necessaria per fare 11 nuovi modelli?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 2.** (a) Utilizzare le informazioni riportate nelle pagine finali del testo per determinare la densità media della Terra. (b) Dove cade fra quelli elencati in Tabella 15.1? Trovare la densità di una tipica roccia di superficie come il granito da un'altra fonte e paragonarla con la densità della Terra.

- 3.** Due sfere sono tagliate da una roccia uniforme. Una ha raggio 4.50 cm. La massa dell'altra è cinque volte maggiore. Si trovi il suo raggio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 4.** Quale massa di materiale con densità ρ è necessaria per costruire un guscio sferico cavo con raggio interno r_1 e raggio esterno r_2 ?

Paragrafo 1.2 Analisi dimensionale

- 5.** Quali delle seguenti equazioni sono dimensionalmente corrette? (a) $v_f = v_i + ax$ (b) $y = (2 \text{ m})\cos(kx)$, dove $k = 2 \text{ m}^{-1}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 6.** La Figura P1.6 mostra un *tronco di cono*. Delle seguenti espressioni (geometriche) di misurazione, (a) $\pi(r_1 + r_2)[h^2 + (r_1 - r_2)^2]^{1/2}$ (a) $2\pi(r_1 + r_2)$ e (c) $\pi h(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)/3$, quale descrive: (d) la circonferenza totale delle facce piane circolari, (e) il volume, o (f) l'area della superficie laterale?

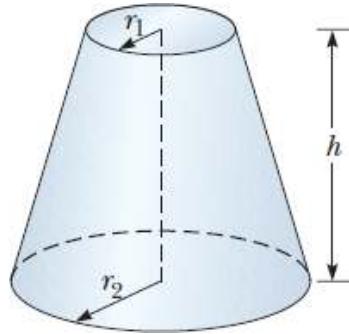


FIGURA P1.6

7. La posizione di una particella quando si muove con accelerazione costante è una certa funzione del tempo trascorso e dell'accelerazione. Supponiamo di scrivere questa posizione come $x = ka^m t^n$, dove k è una costante adimensionale. Mostrare con l'analisi dimensionale che questa espressione è soddisfatta se $m = 1$ e $n = 2$. Può questa analisi dare il valore di k ?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 1.3 Conversione delle unità

8. La massa del Sole è 1.99×10^{30} kg, e la massa di un atomo di idrogeno, del quale il Sole è prevalentemente composto, è 1.67×10^{-27} kg. Quanti atomi ci sono nel Sole?

9. Un gallone di vernice (volume = 3.78×10^{-3} m³) ricopre un'area di 25.0 m². Si determini lo spessore della vernice sulla parete.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

10. Un atomo d'idrogeno ha un diametro approssimativamente di 1.06×10^{-10} m, così come è definito dal diametro della nube elettronica sferica attorno al nucleo. Il nucleo dell'idrogeno ha un diametro di 2.40×10^{-15} m circa. (a) Per un modello in scala, rappresentare il diametro dell'atomo d'idrogeno quanto la lunghezza di un campo di calcio americano (100 yard = 300 ft), e determinare il diametro del nucleo in millimetri. (b) Quante volte l'atomo è più grande in volume del suo nucleo?

11. Si assuma che siano necessari 7.00 minuti per riempire con 30.0 gal di benzina un serbatoio. (a) Calcolare la velocità con cui viene riempito il serbatoio, espressa in galloni al secondo. (b) Calcolare la velocità con cui viene riempito il serbatoio, espressa in metri cubi al secondo. (c) Determinare il tempo, in ore, necessario per riempire il volume di un metro cubo alla stessa velocità (1 U.S. gal = 231 in.³)

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Un pezzo di terreno ha un'area di un miglio quadrato e contiene 640 acri. Determinare il numero di metri quadrati in un acro.

13. Un metro cubo (1.00 m^3) di alluminio ha una massa di $2.70 \times 10^3 \text{ kg}$, e un metro cubo di ferro ha una massa di $7.86 \times 10^3 \text{ kg}$. Determinare il raggio di una sfera piena fatta di alluminio che equilibri, in una bilancia a bracci uguali, una sfera piena fatta di ferro di raggio 2.00 cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. La densità dell'alluminio sia ρ_{Al} e quella del ferro ρ_{Fe} . Trovare il raggio di una sfera piena fatta di alluminio che equilibri in una bilancia a bracci uguali una sfera piena fatta di ferro di raggio r_{Fe} .

15. Un trasportatore meccanico muove 1 200 ton/h da una miniera alla superficie. Convertire questo valore in lb/s, usando 1 ton = 2 000 lb.

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. BIO Supponiamo che i capelli crescano al tasso di $1/32 \text{ in. per giorno}$. Trovare il tasso al quale crescono in nano-metri al secondo. Poiché la distanza fra gli atomi in una molecola è dell'ordine di 0.1 nm , la tua risposta suggerisce quanto rapidamente gli strati di atomi si assemblino in questa sintesi proteica.

Paragrafo 1.4 Calcoli di ordini di grandezza

17. Trovare l'ordine di grandezza del numero di palline da ping-pong che potrebbero entrare in una stanza di dimensioni normali (senza essere schiacciate).

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Si stima che un pneumatico di automobile possa durare almeno 50 000 miglia. Come ordine di grandezza, quanti giri compie?

19. Come ordine di grandezza, quanti accordatori di piano ci sono a New York? Il fisico Enrico Fermi era famoso per fare domande del genere negli esami per accedere al dottorato.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Calcolare l'ordine di grandezza della massa di una vasca da bagno semipiena d'acqua. Calcolare l'ordine di grandezza della massa di una vasca da bagno semipiena di monete ordinarie.

Paragrafo 1.5 Cifre significative

21. L'anno *tropico*, il tempo fra due successivi equinozi di primavera, è la base del nostro calendario. Esso contiene 365.242 199 giorni. Trovare il numero di secondi di un anno tropico.

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Eseguire le seguenti operazioni aritmetiche: (a) la somma dei valori misurati 756, 37.2, 0.83, e 2; (b) il prodotto $0.003\ 2 \times 356.3$; (c) il prodotto $5.620 \times \pi$.

23. Quante cifre significative vi sono nei seguenti numeri: (a) 78.9 ± 0.2 , (b) 3.788×10^9 , (c) 2.46×10^{-6} , (d) $0.005\ 3$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Nota: L'appendice B.8 sulla propagazione degli errori può essere utile nella risoluzione dei due problemi successivi.

24. Il raggio misurato di una sfera piena risulta (6.50 ± 0.20) cm, e la sua massa misurata è (1.85 ± 0.02) kg. Determinare la densità della sfera, in chilogrammi per metro cubo, e l'indeterminazione nella densità.

25. Un marciapiede deve essere costruito attorno a una piscina che misura (10.0 ± 0.1) m per (17.0 ± 0.1) m. Se il marciapiede deve misurare (1.00 ± 0.01) m di larghezza per (9.0 ± 0.1) cm di spessore, quale sarà il volume di calcestruzzo necessario e qual è l'incertezza approssimativa di questo volume?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Nota: i quattro problemi che seguono richiedono abilità matematica che sarà utile in tutto il corso.

26. Problema di ricapitolazione. Dal sistema di equazioni

$$p = 3q$$

$$pr = qs$$

$$\frac{1}{2}pr^2 + \frac{1}{2}qs^2 = \frac{1}{2}qt^2$$

con incognite p, q, r, s, t determinare il valore di t/r .

27. Problema di ricapitolazione. Una curva dell'autostrada ha la forma di un tratto di circonferenza. Una macchina percorre la curva come mostrato in una vista aerea nella Figura P1.27. La bussola del cruscotto mostra che la macchina inizialmente sta puntando diritto verso est. Dopo che ha percorso $d = 840$ m, la macchina punta a $\theta = 35^\circ$ sud-est. Trovare il raggio di curvatura del percorso.
Suggerimento: potrebbe essere d'aiuto imparare il teorema enunciato nell'Appendice B.3.

VISUALIZZA SOLUZIONE

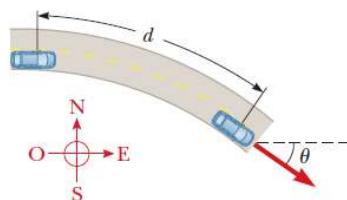


FIGURA P1.27

28. Problema di ricapitolazione. Provare che $x = -2.22$ è una soluzione dell'equazione

$$2.00x^4 - 3.00x^3 + 5.00x = 70.0$$

29. Problema di ricapitolazione. Trovare tutti i valori dell'angolo θ compresi fra 0 e 360° per i quali il rapporto tra $\sin \theta$ e $\cos \theta$ è -3.00 .

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 1.6 Sistemi di coordinate

30. Se le coordinate polari del punto (x, y) sono (r, θ) , determinare le coordinate polari per i punti: (a) $(-x, y)$, (b) $(-2x, -2y)$, e (c) $(3x, -3y)$.

31. Le coordinate polari di un punto sono $r = 5.50$ m e $\theta = 240^\circ$. Quali sono le sue coordinate cartesiane?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Due punti nel piano xy hanno coordinate cartesiane $(2.00, -4.00)$ m e $(-3.00, 3.00)$ m. Determinare (a) la distanza fra questi due punti e (b) le loro coordinate polari.

33. Una mosca atterra sulla parete di una stanza. L'angolo in basso a sinistra della parete viene scelto come origine di un sistema di coordinate cartesiano ortogonale bidimensionale. Se la mosca si trova nel punto di coordinate $(2.00, 1.00)$ m, (a) quanto dista dall'angolo in basso a sinistra della stanza? (b) qual è la sua posizione in coordinate polari?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 1.7 Vettori e scalari

Paragrafo 1.8 Alcune proprietà dei vettori

34. Ciascuno dei vettori spostamento \vec{A} e \vec{B} mostrati in Figura P1.34 ha modulo 3.00 m. L'angolo formato dal vettore \vec{A} con l'asse delle x è $\theta = 30^\circ$. Trovare graficamente (a) $\vec{A} + \vec{B}$ (b) $\vec{A} - \vec{B}$ (c) $\vec{B} - \vec{A}$ e (d) $\vec{A} - 2\vec{B}$. Considerare tutti gli angoli in senso antiorario rispetto all'asse x positivo.

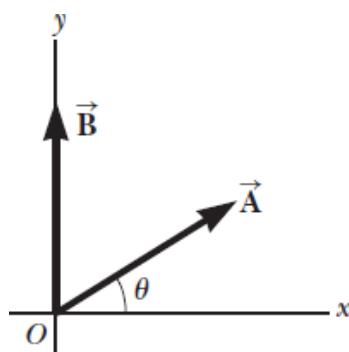


FIGURA P1.34 Problemi 34 e 48.

35. Perché la seguente situazione è impossibile? Una pattinatrice si muove lungo un percorso circolare e definisce un certo punto lungo la circonferenza come origine. Successivamente, lei passa attraverso una posizione per la quale la distanza percorsa lungo la circonferenza dall'origine è inferiore al modulo del vettore spostamento misurato sempre dall'origine.

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Un aereo vola dal campo base a un lago A, che si trova a una distanza di 280 km in direzione 20.0° nord-est. Dopo aver lanciato tutti i rifornimenti, vola verso il lago B, che si trova a 190 km 30.0° a nord-ovest dal lago A. Determinare graficamente la distanza e la direzione dal lago B al campo base.

37. Un vagoncino delle montagne russe si muove di 200 ft orizzontalmente e poi sale per 135 ft a un angolo di 30.0° rispetto all'orizzontale. Poi, viaggia per altri 135 ft verso il basso a un angolo di 40.0° . Di quanto si è spostato rispetto al punto di partenza? Si usi un metodo grafico.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 1.9 Componenti di un vettore e versori

38. Il vettore \vec{B} ha le componenti x, y e z di 4.00, 6.00 e 3.00 unità rispettivamente. Calcolare il modulo di \vec{B} e l'angolo che \vec{B} forma con gli assi coordinati.

39. Una persona spinge uno straccio sul pavimento imprimendogli due spostamenti. Il primo spostamento ha ampiezza di 150 cm e fa un angolo di 120° con l'asse positivo delle x. Lo spostamento complessivo ha un'ampiezza di 140 cm ed è diretto ad un angolo di 35° rispetto all'asse positivo delle x. Si determini il modulo e la direzione del secondo spostamento.

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Determinare la componente orizzontale e quella verticale del tragitto, di 100 m, percorso da un supereroe che vola dalla sommità di un grattacielo seguendo il cammino indicato in Figura P1.40.

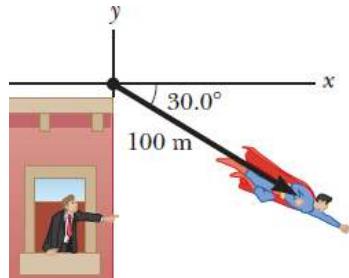


FIGURA P1.40

- 41.** Un vettore ha componente x di -25.0 unità e componente y di 40.0 unità. Trovare il modulo e la direzione del vettore.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 42.** Dati i vettori $\vec{A} = 2.00\hat{i} + 6.00\hat{j}$ e $\vec{B} = 3.00\hat{i} - 2.00\hat{j}$, (a) disegnare il vettore somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ e il vettore differenza $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$. (b) Calcolare \vec{C} e \vec{D} , prima utilizzando i versori e poi (c) le coordinate polari, con gli angoli misurati rispetto all'asse x positivo.

- 43.** Il vettore \vec{A} ha le componenti x , y , e z rispettivamente di 8.00 , 12.0 e -4.00 unità. (a) Scrivere un'espressione del vettore \vec{A} col formalismo dei versori. (b) Ottenere con i versori un'espressione per il vettore \vec{B} che sia un quarto della lunghezza di \vec{A} e che punti nella stessa direzione e verso. (c) Ottenere con i versori una espressione per il vettore che sia tre volte la lunghezza di \vec{A} e che punti in verso opposto a quello di \vec{A} .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 44.** Tre vettori spostamento di una palla da croquet sono mostrati in Figura P1.44, dove $|\vec{A}| = 20.0$ unità, $|\vec{B}| = 40.0$ unità e $|\vec{C}| = 30.0$ unità. Trovare (a) il risultante con l'utilizzo dei versori e (b) il modulo e la direzione orientata dello spostamento risultante.

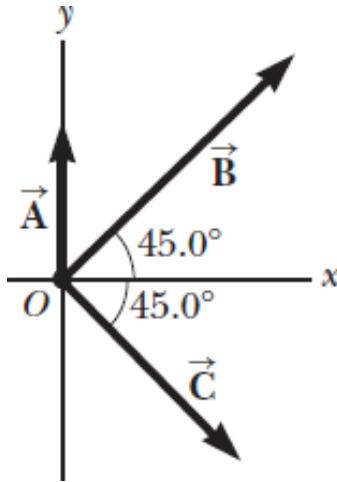


FIGURA P1.44

- 45.** Se $\vec{A} = (6.00\hat{i} - 8.00\hat{j})$ unità, $\vec{B} = (-8.00\hat{i} + 3.00\hat{j})$ unità, e $\vec{C} = (26.0\hat{i} + 19.0\hat{j})$ unità, determinare a e b tali che $\vec{A}a + \vec{B}b + \vec{C} = 0$. (b) Uno studente sa che una singola equazione consente di ricavare una sola grandezza incognita. Come spiegheresti che sia a che b possono essere ricavati dall'unica equazione usata nella parte (a)?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 46.** Un vettore \vec{A} ha le componenti x e y di -8.70 cm e 15.0 cm rispettivamente; il vettore \vec{B} ha le componenti x e y di 13.2 cm e -6.60 cm, rispettivamente. Se $\vec{A} - \vec{B} + 3\vec{C} = 0$, quali sono le componenti di \vec{C} ?

- 47.** Considera due vettori $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ e $\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j}$. Calcolare (a) $\vec{A} + \vec{B}$ (b) $\vec{A} - \vec{B}$ (c) $|\vec{A} + \vec{B}|$, (d) $|\vec{A} - \vec{B}|$, (e) le direzioni orientate di $\vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{A} - \vec{B}$

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 48.** Usare il metodo delle componenti per sommare i vettori \vec{A} e \vec{B} mostrati nella Figura P1.34. Esprimere il risultante $\vec{A} + \vec{B}$ per mezzo dei versori.

- 49.** In una operazione di assemblaggio illustrata in Figura P1.49, un robot muove un oggetto prima rettilineamente verso l'alto e poi verso est, lungo un arco di un quarto di circonferenza di raggio 4.80 cm che giace in un piano verticale est-ovest. Il robot muove successivamente l'oggetto verso l'alto e verso nord lungo un quarto di circonferenza di raggio 3.70 cm che giace nel piano verticale nord-sud.

Trovare (a) il modulo dello spostamento totale dell'oggetto, e (b) l'angolo che lo spostamento totale forma con la verticale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

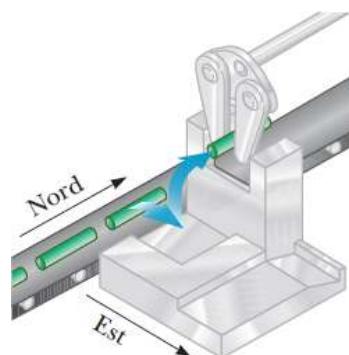


FIGURA P1.49

50. (a) Il vettore \vec{E} ha modulo 17.0 cm ed è diretto a 27° in senso antiorario rispetto all'asse $+x$. Esprimerlo nella notazione con i versori. (b) Il vettore \vec{F} ha modulo 17.0 cm ed è diretto a 27° in senso antiorario rispetto all'asse $+y$. Esprimerlo nella notazione con i versori. (c) Il vettore \vec{G} ha modulo 17.0 cm ed è diretto a 27° in senso orario rispetto all'asse $-y$. Esprimerlo nella notazione con i versori.

51. Una persona che va a fare una passeggiata segue l'itinerario mostrato in Figura P1.51. L'escursione totale consta di quattro tratti rettilinei. Alla fine della passeggiata, qual è lo spostamento risultante misurato a partire dall'origine?

VISUALIZZA SOLUZIONE

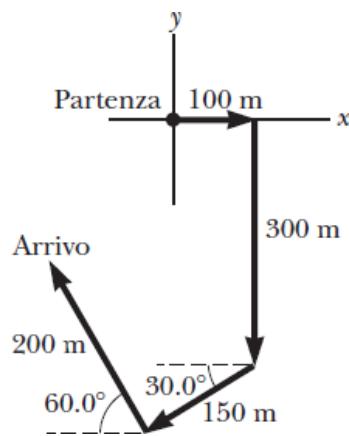


FIGURA P1.51

52. Considera i tre vettori spostamento $\vec{A} = (3\hat{i} - 3\hat{j})$ m, $\vec{B} = (\hat{i} - 4\hat{j})$ m, e $\vec{C} = (2\hat{i} + 5\hat{j})$ m. Usa il metodo delle componenti per determinare (a) il modulo e la direzione orientata del vettore $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ (b) il modulo e la direzione orientata di $\vec{E} = -\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$.

Paragrafo 1.10 Modellistica, rappresentazioni alternative e strategia per la risoluzione dei problemi

53. Un solido cristallino consiste di atomi impacchettati in una struttura reticolare periodica. Considerare un cristallo come mostrato in Figura P1.53a. Gli atomi si trovano agli angoli di cubi di lato $L = 0.200$ nm. Una dimostrazione della configurazione regolare degli atomi proviene dalle superfici piatte lungo le quali i cristalli si separano, o sfaldano, quando si rompono. Supponiamo che questo cristallo si sfaldi lungo una faccia diagonale, come è mostrato in Figura P1.53b. Calcolare la distanza d fra due piani atomici adiacenti che si separano quando il cristallo si sfalda.

VISUALIZZA SOLUZIONE

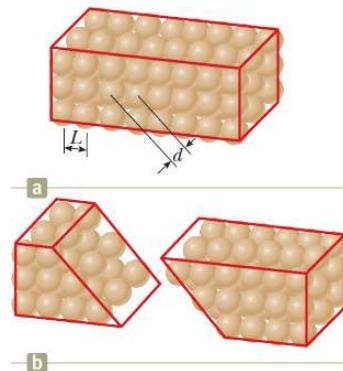


FIGURA P1.53

54. Nel passare a prendere i passeggeri, si supponga che un autista nel centro di Montgomery effettui quattro spostamenti successivi rappresentati dall'espressione

$$(-6.30 b)\hat{i} - (4.00 b \cos 40^\circ)\hat{i} - (4.00 b \sin 40^\circ)\hat{j} \\ + (3.00 b \cos 50^\circ)\hat{i} - (3.00 b \sin 50^\circ)\hat{j} - (5.00 b)\hat{j}$$

Qui b rappresenta un isolato, una conveniente unità per la distanza; \hat{i} = este \hat{j} = nord. Gli spostamenti a 40° e 50° rappresentano tratti lungo strade che formano tali angoli rispetto alle vie principali in direzione est-ovest e nord-sud. (a) Disegnare una mappa degli spostamenti successivi; (b) Che distanza totale ha percorso l'autista? (c) Calcolare il modulo e la direzione orientata dello spostamento totale. La struttura logica di questo problema e di molti altri problemi nei capitoli successivi sono stati suggeriti da Alan Van Heuvelen e David Maloney, *American Journal of Physics* **67**(3) (Marzo 1999) 252-256.

55. Un agrimensore misura la larghezza di un fiume rettilineo col seguente metodo (Fig. P1.55). Partendo perpendicolarmente alla linea di vista di un albero che si trova sulla riva opposta, egli cammina per $d = 100$ m lungo la riva del fiume per fissare una linea di base. Poi traggarda l'albero. L'angolo fra la linea di base e l'albero è $\theta = 35.0^\circ$. Quanto è largo il fiume?

VISUALIZZA SOLUZIONE

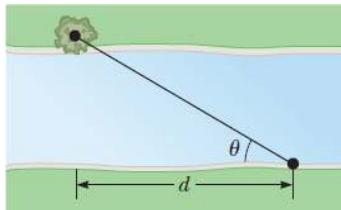


FIGURA P1.55

Problemi generali

56. La distanza tra il Sole e la stella più vicina è 4×10^{16} m. La Via Lattea (Fig. P1.56) è un disco con raggio $\sim 10^{21}$ m, e di spessore $\sim 10^{19}$ m. Trovare l'ordine di grandezza del numero di stelle nella Via Lattea. Supporre che la distanza tra il Sole e il corpo più vicino sia tipica.



FIGURA P1.56 La Via Lattea.

57. I vettori \vec{A} e \vec{B} hanno moduli uguali a 5.00. Se la somma di \vec{A} e \vec{B} è il vettore $6.00\hat{j}$ determinare l'angolo fra \vec{A} e \vec{B} .

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Il consumo di gas naturale di una fabbrica segue la seguente equazione empirica $V = 1.50t + 0.008 \text{oot}^2$, dove V è il volume in milioni di piedi cubi e t il tempo in mesi. Si esprima questa equazione in unità di piedi cubi e secondi. Si assegnino le giuste unità ai coefficienti. Si assuma che un mese sia 30.0 giorni.

59. Quando i dati sono noti con tre cifre significative, noi scriviamo $6.379 \text{ m} = 6.38 \text{ m}$ e $6.374 \text{ m} = 6.37 \text{ m}$. Quando un numero finisce con 5, noi scriviamo $6.375 \text{ m} = 6.38 \text{ m}$. Potremmo ugualmente bene scrivere $6.375 \text{ m} = 6.37 \text{ m}$, con un “arrotondamento per difetto” invece di un “arrotondamento per eccesso”, poiché si potrebbe cambiare il numero 6.375 con un uguale incremento in ambedue i casi, ma noi scegliamo la convenzione di arrotondare al numero pari più vicino. Consideriamo, ora, una stima di ordine di grandezza, nella quale sono importanti i fattori invece degli incrementi. Noi scriviamo $500 \text{ m} \sim 10^3 \text{ m}$ perché 500 differisce da 100 per un fattore 5 ma da 1 000 soltanto per un fattore 2. Scriviamo $437 \text{ m} \sim 10^3 \text{ m}$ e $305 \text{ m} \sim 10^2 \text{ m}$. Quale lunghezza differisce da 100 m e da 1 000 m per lo stesso fattore, cosicché possiamo scegliere di rappresentare l’ordine di grandezza sia come $\sim 10^2$ che come $\sim 10^3 \text{ m}$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. In fisica è importante usare le approssimazioni matematiche, (a) dimostrare che per piccoli angoli ($< 20^\circ$)

$$\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha = \frac{\pi \alpha'}{180^\circ}$$

dove α è espresso in radianti e α' in gradi. (b) Usare una calcolatrice per trovare l’angolo più grande per il quale $\tan \alpha$ può essere approssimato ad α se l’errore deve essere contenuto entro il 10.0%.

61. In un anno vi sono circa $\pi \times 10^7 \text{ s}$. Trovare l’errore percentuale con questa approssimazione, dove “errore percentuale” è definito come

$$\text{errore percentuale} = \frac{|\text{valore assunto} - \text{valore vero}|}{\text{valore vero}} \times 100\%$$

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Un controllore del traffico aereo nota due aerei sul suo schermo radar. Il primo è a 800 m di altezza, distanza orizzontale 19.2 km, 25.0° sud-ovest. Il secondo aereo è a un’altitudine di 1 100 m, distanza orizzontale 17.6 km, 20.0° sud-ovest. Qual è la distanza tra i due aerei? (Posizionare l’asse x ad ovest, l’asse y a sud e l’asse z verticale.)

63. I due vettori \vec{A} e \vec{B} hanno esattamente lo stesso modulo. Affinché il modulo di $\vec{A} + \vec{B}$ sia 100 volte maggiore del modulo di $\vec{A} - \vec{B}$ quale dovrebbe essere l’angolo fra di essi?

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. I due vettori \vec{A} e \vec{B} hanno esattamente lo stesso modulo. Affinché il modulo di $\vec{A} + \vec{B}$ sia maggiore del modulo di $\vec{A} - \vec{B}$ di un fattore n, quale dovrebbe essere l'angolo fra di essi?

65. A un bambino piace guardare mentre riempie una bottiglia di plastica trasparente con dello shampoo (Fig. P1.65, pag. 34). Ogni sezione orizzontale della bottiglia è un cerchio, ma i diametri dei cerchi hanno valori diversi, poiché la bottiglia è molto più larga in alcuni punti piuttosto che altri. Tu la riempie con uno shampoo verde chiaro con un flusso di volume costante a un tasso di $16.5 \text{ cm}^3/\text{s}$. Con quale rapidità aumenta il livello nella bottiglia (a) in un punto dove il diametro della bottiglia è 6.30 cm e (b) in un punto dove il diametro è 1.35 cm ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

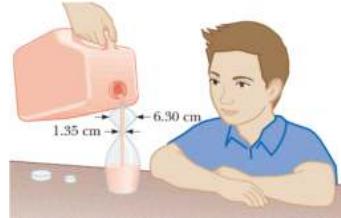


FIGURA P1.65

66. Una donna che desidera conoscere l'altezza di una montagna misura un angolo di elevazione della cima rispetto all'orizzonte pari a 12.0° . Dopo essersi avvicinata di 1.00 km alla base della montagna, misura un angolo di 14.0° . (a) Disegna una rappresentazione del problema, trascurando l'altezza degli occhi della donna rispetto al suolo. *Suggerimento:* usa due triangoli. (b) Usa il simbolo y per indicare l'altezza della montagna e il simbolo x per indicare la distanza iniziale della donna dalla montagna. (c) A partire dalla rappresentazione geometrica, scrivi due equazioni trigonometriche che colleghino le due variabili indicate. (d) Trova l'altezza y .

67. La vista aerea in Figura P1.67 mostra due persone che tirano un mulo ostinato. La persona a destra tira con una forza \vec{F}_1 di modulo 120 N e direzione $\theta_1 = 60.0^\circ$. La persona a sinistra tira con una forza \vec{F}_2 di modulo 80 N e direzione $\theta_2 = 75.0^\circ$. Trovare (a) la singola forza che è equivalente alle due forze mostrate. (b) Trovare la forza che una terza persona dovrebbe esercitare sul mulo per rendere la forza risultante uguale a zero. Le forze sono espresse in newton (simbolo N).

VISUALIZZA SOLUZIONE

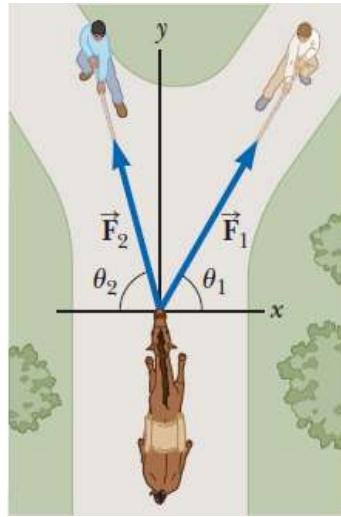


FIGURA P1.67

68. BIO Un centimetro cubo di acqua ha una massa di 1.00×10^{-3} kg. (a) Determinare la massa di 1.00 m^3 di acqua. (b) Le sostanze biologiche contengono il 98% di acqua. Si assuma che esse abbiano la stessa densità dell'acqua per stimare le masse di una cellula che abbia un diametro di 1.00 mm, di un rene umano, e di una mosca. Si modelli il rene come una sfera di raggio 4.00 cm e la mosca come un cilindro di lunghezza 4.00 mm e diametro 2.00 mm.

69. Un pirata ha sepolto il suo tesoro in un'isola con 5 alberi, posti nei seguenti punti: (30.0 m, - 20.0 m), (60.0 m, 80.0 m), (- 10.0 m, - 10.0 m), (40.0 m, - 30.0 m) e (- 70.0 m, 60.0 m), tutti quanti misurati rispetto a una certa origine come in Figura P1.69. Il registro della sua barca ti informa di partire dall'albero A e di andare verso l'albero B, ma di percorrere soltanto la metà della distanza fra A e B. Poi di andare verso l'albero C, percorrere soltanto un terzo della distanza fra la posizione attuale e C. Successivamente, di muoverti verso D, percorrendo un quarto della distanza fra dove ti trovi e D. Infine, di muoverti verso E, percorrendo soltanto un quinto della distanza fra te ed E, fermarti e scavare. (a) Assumi di avere determinato correttamente l'ordine nel quale il pirata ha indicato gli alberi A, B, C, D, ed E, come mostrato nella figura. Quali sono le coordinate del punto dove ha sepolto il tesoro? (b) **E se?** E se non conoscessi esattamente il modo in cui il pirata ha indicato gli alberi? Cosa accadrebbe alla risposta se rimesscolassi l'ordine degli alberi [per es., B(30 m, - 20 m), A(60 m, 80 m), E(- 10 m, - 10 m), C(40 m, - 30 m), e D(- 70 m, 60 m)]? Ripeti il calcolo per mostrare che la risposta non dipende dall'ordine col quale vengono indicati gli alberi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

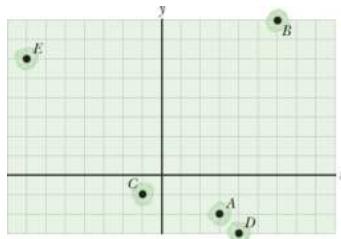


FIGURA P1.69

70. Ti trovi in un campo e osservi due mucche (Fig. P1.70). La mucca A si trova a nord rispetto a te e dista 15.0 m. La mucca B dista 25.0 m da te. Dalla tua posizione di osservazione, l'angolo tra la mucca A e la mucca B è 20.0° , con la mucca B posta alla destra rispetto alla mucca A. (a) Quanto distano la mucca A e la mucca B l'una dall'altra? (b) Considera ora il punto di osservazione della mucca A. Qual è l'angolo fra te e la mucca B visto dalla mucca A? (c) Considera il punto di osservazione della mucca B. Qual è l'angolo tra te e la mucca A visto dalla mucca B? *Suggerimento:* come appare la situazione ad un passero che osserva il campo dall'alto? (d) Due stelle nel cielo formano un angolo di 20.0° . La stella A dista 15.0 anni luce dalla Terra, la stella B, alla destra della stella A, è a 25.0 anni luce dalla Terra. Per un abitante di un pianeta che orbita intorno alla stella A, quale sarà l'angolo nel cielo fra la stella B e il nostro Sole?

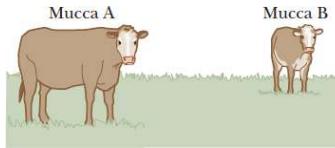


FIGURA P1.70 Due mucche in un campo viste dalla tua posizione. La mucca A è a nord rispetto a te. Devi ruotare gli occhi di un angolo di 20.0° per passare lo sguardo dalla mucca A alla mucca B.

71. Un parallelepipedo ha dimensioni a , b , c come in Figura P1.71. (a) Ottenere un'espressione vettoriale per il vettore diagonale \vec{R}_1 di una faccia. (b) Qual è il modulo di questo vettore \vec{R}_1 ? (c) Notare che \vec{R}_1 , $c\hat{k}$ e \vec{R}_2 formano un triangolo rettangolo. Ottenere un'espressione vettoriale per il vettore diagonale del parallelepipedo \vec{R}_2 .

VISUALIZZA SOLUZIONE

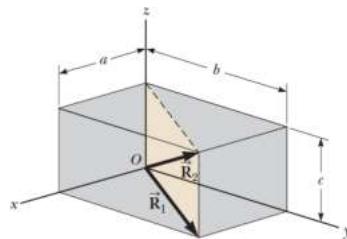


FIGURA P1.71

Typesetting math: 100%

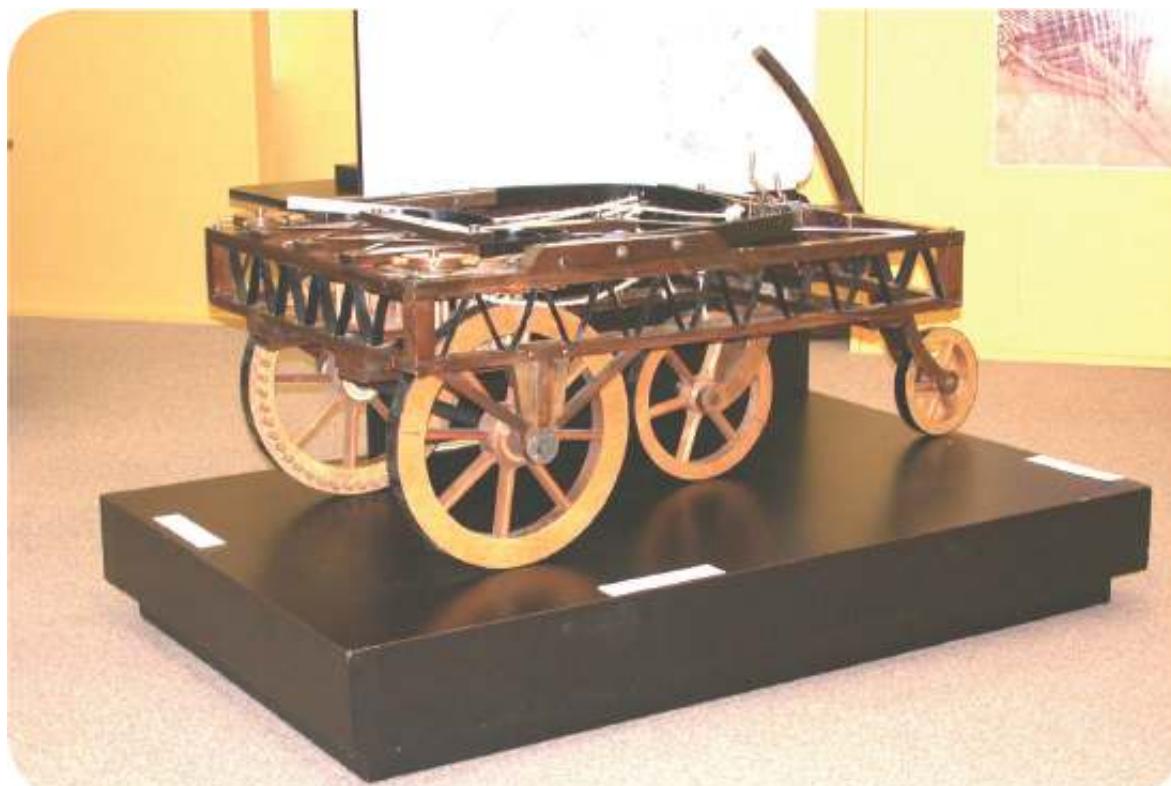
Contesto 1

Veicoli con combustili

L'idea di veicoli a propulsione autonoma ha fatto parte dell'immaginazione umana per secoli. Nel 1478 Leonardo da Vinci disegnò i progetti per un veicolo alimentato da una molla. Questo veicolo non fu mai realizzato, sebbene vari modelli siano stati costruiti a partire dai progetti di Leonardo e siano presenti oggi in diversi musei. Nel 1680, Isaac Newton sviluppò un veicolo che funzionava attraverso l'emissione di vapore, in maniera simile al motore di un razzo. Questa invenzione non fu però sviluppata in un congegno utile. Nonostante questi ed altri tentativi, i veicoli a propulsione autonoma non ebbero successo; cioè, essi non cominciarono a rimpiazzare il cavallo come mezzo primario di trasporto prima del XIX secolo.

La storia dei veicoli a propulsione autonoma di successo inizia in Francia nel 1769 con l'invenzione di un trattore militare ad opera di Nicholas Joseph Cugnot. Questo veicolo, come pure i successivi veicoli di Cugnot, era alimentato da un motore a vapore. Durante il resto del XVIII secolo e per buona parte del XIX secolo, altri veicoli a vapore furono sviluppati in Francia, Gran Bretagna e negli Stati Uniti.

In seguito all'invenzione della pila elettrica da parte dell'italiano Alessandro Volta e al suo ulteriore sviluppo nei trent'anni successivi, negli anni intorno al 1830 arrivò anche l'invenzione del primo veicolo elettrico. Lo sviluppo nel 1859 degli accumulatori, che possono essere ricaricati, diede un notevole impeto allo sviluppo dei veicoli elettrici. Dagli inizi del XX secolo, furono sviluppate auto elettriche con una percorrenza di circa 20 miglia e una velocità massima di 15 miglia all'ora.



Per gent. conc. di The Exhibition Alliance, Inc., Hamilton, NY

FIGURA 1 Un modello di auto alimentato da una molla disegnato da Leonardo da Vinci.

Un motore a combustione interna fu disegnato, ma mai costruito, dal fisico olandese Christiaan Huygens nel 1680. L'invenzione di moderni motori a combustione interna alimentati a benzina è generalmente attribuita a Gottlieb Daimler nel 1885 e Karl Benz nel 1886, per quanto molti altri veicoli, fin dal 1807, usassero motori a combustione interna funzionanti con diversi carburanti, fra i quali gas fossile e benzina primitiva.

All'inizio del XX secolo, negli Stati Uniti, le strade erano attraversate da auto alimentate a vapore, benzina ed elettriche. Le auto elettriche non erano soggette alle vibrazioni, alla puzza ed al rumore delle macchine alimentate a benzina e non soffrivano dei lunghi tempi di avviamento, fino a 45 minuti, cui erano soggette le auto a vapore nelle mattinate fredde.

Le auto elettriche erano preferite soprattutto dalle donne, alle quali non piaceva il difficoltoso compito di avviare il motore di una macchina a benzina mediante l'accensione a manovella. La percorrenza limitata delle auto elettriche non costituiva un problema importante a quei tempi poiché le uniche strade si trovavano in zone altamente popolate e le macchine erano utilizzate principalmente per brevi percorsi in città.

La fine delle auto elettriche iniziò agli inizi del XX secolo grazie ai seguenti sviluppi:

- 1901: Una grossa scoperta di petrolio greggio in Texas fece calare i prezzi della benzina a livelli largamente accessibili.
- 1912: Per i motori a benzina venne inventata l'accensione elettrica, eliminando la necessità di avviare il motore con la manovella.
- Agli inizi del secolo: Henry Ford introdusse con molto successo la produzione di massa di veicoli a combustione interna, con una conseguente riduzione del prezzo di questi veicoli a valori di molto inferiori rispetto a quelli di un'auto elettrica.
- Primi anni del 1920: Le strade degli Stati Uniti diventarono di qualità molto superiore rispetto a prima e collegarono le città, in modo tale che erano richiesti veicoli con percorrenze superiori rispetto a quelle delle auto elettriche.



© Bettmann/CORBIS

FIGURA 2 La tipica pubblicità di un'auto elettrica del tipo di auto popolare nei primi anni del XX secolo.

A causa di tutti questi fattori, a partire dal 1920 le strade furono quasi esclusivamente dominate dalle auto a benzina. La benzina, comunque, è un prodotto limitato e di breve durata. Ci avviciniamo oramai alla fine della nostra capacità di utilizzare la benzina nei trasporti; alcuni esperti predicono che la diminuzione delle riserve di petrolio greggio spingerà il costo della benzina a livelli proibitivi nei prossimi due decenni. Inoltre, la benzina e il diesel comportano emissioni dannose per l'ambiente. Nel cercare un sostituto della benzina, vorremmo anche trovare carburanti che fossero meno inquinanti per l'atmosfera. Questi carburanti aiuteranno a ridurre gli effetti del riscaldamento globale, che studieremo nel Contesto 5.



© Images-USA/Alamy

FIGURA 3 Un bus funzionante a gas naturale in servizio nella città di Port Huron, Michigan. Numerose città come Port Huron hanno realizzato stazioni di servizio di gas naturale cosicché una grande percentuale dei loro automezzi può essere alimentata con tale combustibile che è meno caro del diesel ed emette meno particolato nell'atmosfera.



© iStockphoto.com/joel-tipelt

FIGURA 4 Un'auto elettrica moderna che si rifornisce ad una centralina ora disponibile in alcune località per consentire la ricarica durante la sosta nei parcheggi.

Che cosa hanno in comune il motore a vapore, elettrico e a combustione interna? Cioè, che cosa ognuno di questi estrae dalla sorgente, sia esso un tipo di combustibile o una batteria elettrica? La risposta a questa domanda è *energia*. Indipendentemente dal tipo di automobile, deve esserci una sorgente di energia. L'energia è uno dei concetti fisici che studieremo in questo Contesto. Un carburante come la benzina contiene energia grazie alla sua composizione chimica e alla capacità di dar luogo ad un processo di combustione. Anche la batteria di un auto elettrica contiene energia, ancora in seguito alla sua composizione chimica, ma stavolta questa è associata alla capacità di produrre una corrente elettrica.

Un aspetto sociale difficile dello sviluppo di una nuova sorgente di energia per autotrazione è che deve esserci uno sviluppo contemporaneo sia delle nuove automobili sia delle infrastrutture per la distribuzione della nuova sorgente di energia. Questo aspetto richiede una stretta collaborazione fra industrie automobilistiche e fabbricanti e fornitori di energia. Per esempio, le auto elettriche non potranno essere utilizzate per percorrere lunghe

distanze finché non si svilupperà in parallelo con lo sviluppo delle auto elettriche anche un'infrastruttura di stazioni di ricarica.

Siccome ci avviciniamo al momento in cui la benzina si esaurirà, la nostra domanda centrale in questo Contesto 1 è un'importante domanda per il nostro sviluppo futuro:

Quale fonte oltre alla benzina può essere utilizzata per fornire l'energia necessaria ad un'automobile riducendo contemporaneamente le emissioni dannose per l'ambiente?

Moto in una dimensione

Una delle quantità fisiche che studieremo in questo capitolo è la velocità di un oggetto in moto rettilineo. Sciatori in discesa libera possono raggiungere velocità in modulo maggiori di 100 km/h.

Per iniziare lo studio della dinamica, è importante essere in grado di *descrivere* il moto usando i concetti di spazio e tempo, indipendentemente dalle cause del moto. Questa sezione della meccanica è nota sotto il nome di *cinematica* (dalla stessa radice deriva la parola cinema). In questo capitolo considereremo il moto lungo una linea retta, cioè il moto unidimensionale. Nel Capitolo 3 estenderemo la nostra discussione al moto bidimensionale. Dall'esperienza quotidiana sappiamo che il moto rappresenta il cambiamento continuo della posizione di un oggetto. Ad esempio, se si sta guidando da casa propria ad una certa destinazione, varia la propria posizione sulla superficie della Terra. Il moto di un oggetto attraverso lo spazio (traslazione) può essere accompagnato dalla rotazione e dalla vibrazione dell'oggetto. Moti di questo genere possono essere alquanto complessi. In ogni modo, spesso, è possibile semplificare le cose trascurando inizialmente la rotazione e i moti interni dell'oggetto in movimento. Il risultato è un modello semplificato che noi chiamiamo modello del punto materiale, discusso nel Capitolo 1. In molti casi, un oggetto può essere trattato come una particella se l'unico moto preso in considerazione è una traslazione nello spazio. Useremo estensivamente il modello del punto materiale in questo libro.

2.1

Velocità media

Iniziamo il nostro studio della cinematica con la nozione di velocità media. Si può acquistare familiarità con una simile nozione, velocità scalare media, dall'esperienza di guida. Se si guida la macchina per 160 chilometri, misurati sul contachilometri, e si impiegano 2.0 ore, la velocità scalare media è $(160 \text{ km})/(2.0 \text{ h}) = 80 \text{ km/h}$. Per una particella che si muove di un tratto d in un intervallo di tempo Δt , la **velocità scalare media** v_{med} è matematicamente definita come

DEFINIZIONE DI VELOCITÀ SCALARE MEDIA

$$v_{\text{med}} \equiv \frac{d}{\Delta t}$$

2.1◀

La velocità scalare non è un vettore, cosicché non c'è alcuna direzione associata con la velocità scalare media.

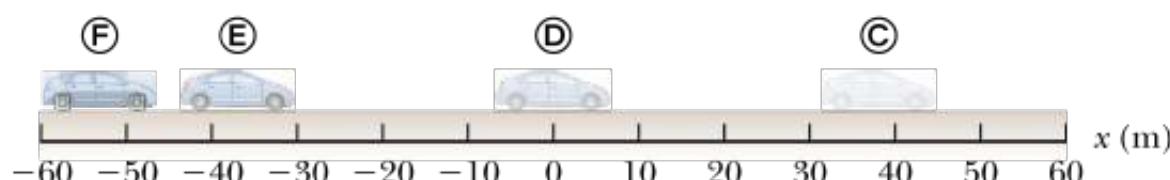
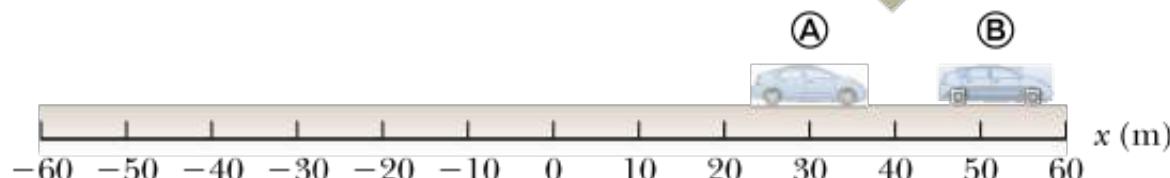
La velocità media può esserti un po' meno familiare, a causa della sua natura vettoriale. Partiamo immaginando il moto di una particella, che, grazie al modello del punto materiale, può rappresentare il moto di molti tipi di oggetti. Restringeremo, al momento, il nostro studio al moto unidimensionale lungo l'asse x .

Il moto di una particella è determinato in maniera completa se la posizione della particella nello spazio è conosciuta in ogni istante. Consideriamo una macchina che si muova avanti e indietro lungo l'asse x , e immaginiamo di registrare i dati della sua posizione ogni 10 secondi. La Figura 2.1a è una rappresentazione *pittorica* di questo moto unidimensionale che mostra le posizioni della macchina ad intervalli di 10 secondi. I dati sui sei punti che abbiamo registrato sono rappresentati dalla lettera A fino alla F. La Tabella 2.1 è una rappresentazione *tabulare* del moto. Essa elenca i dati come posizioni in ciascun istante. I punti neri in Figura 2.1b mostrano la rappresentazione *grafica* del moto. Un tale diagramma spesso è chiamato **grafico posizione-tempo**. La linea curva in Figura 2.1b non può essere tracciata senza ambiguità attraverso i sei punti dati perché non abbiamo informazioni riguardo a ciò che può essere accaduto tra questi punti. La linea curva è, tuttavia, una *possibile*

TABELLA 2.1 | Posizione della macchina a vari istanti

Posizione	t (s)	x (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	-37
Ⓕ	50	-53

La macchina si muove verso destra dalla posizione Ⓐ alla posizione Ⓑ.



La macchina si muove verso sinistra dalla posizione Ⓑ alla posizione Ⓒ.

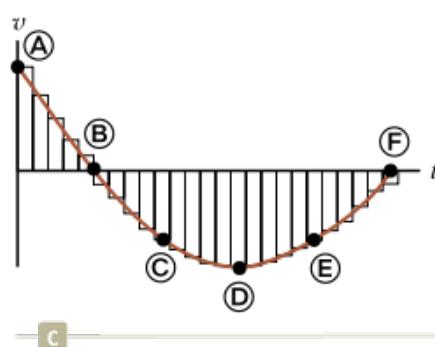
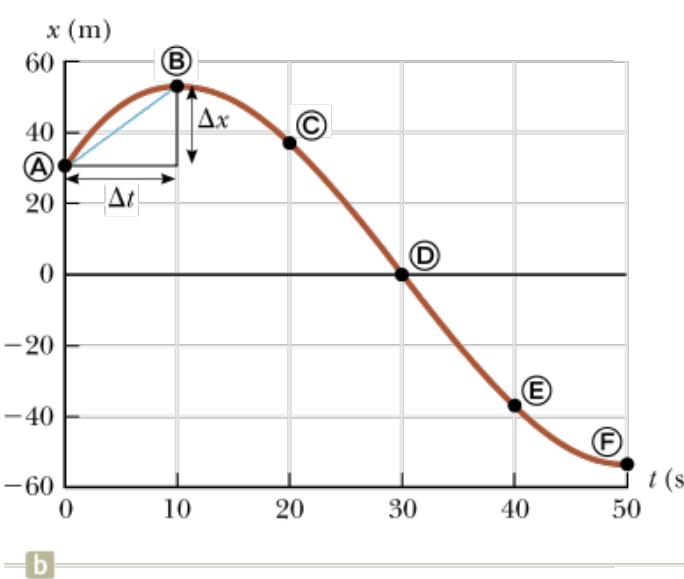


FIGURA 2.1 Una macchina si muove avanti e indietro lungo una traiettoria rettilinea. Visto che siamo interessati solo al moto traslazionale della macchina, possiamo rappresentarla come una particella. Diverse rappresentazioni delle informazioni relative al moto della macchina possono essere utilizzate. La Tabella è una rappresentazione tabulare dell'informazione. (a) Una rappresentazione pittorica del moto dell'auto. (b) Una rappresentazione grafica del moto dell'auto, nota come grafico spazio-tempo. La velocità media $v_{x,\text{med}}$ nell'intervallo da $t = 0$ a $t = 10$ s si ottiene dalla pendenza della linea retta che unisce i punti A e B. (c) Un grafico velocità-tempo del moto dell'auto descritto in Figura 2.1a.

rappresentazione grafica della posizione della macchina per tutti gli istanti di tempo durante i 50 secondi.

Se la particella si muove nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$, lo spostamento della particella è descritto come $\Delta \vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i = (x_f - x_i)\hat{i}$. (Ricordiamo che lo spostamento è definito come la variazione della posizione della particella, che è uguale alla differenza fra la sua posizione finale e quella iniziale). Poiché in questo capitolo stiamo considerando solo moti unidimensionali, ometteremo a questo punto la notazione vettoriale per riprenderla di nuovo nel Capitolo 3. Il verso del vettore in questo capitolo sarà indicato per mezzo del segno positivo o negativo.

La **velocità media** $v_{x,\text{med}}$ della particella è definita come il rapporto fra il suo spostamento Δx e l'intervallo di tempo Δt durante il quale avviene lo spostamento:

DEFINIZIONE DI VELOCITÀ MEDIA

$$v_{x,\text{med}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

2.2

dove il pedice x indica il moto lungo l'asse x . Da questa definizione vediamo che la velocità media ha le dimensioni di una lunghezza divisa per un tempo, ovvero metri al secondo nelle unità SI e piedi al secondo nelle unità in uso negli USA. La velocità media è *indipendente* dal percorso seguito fra i punti iniziale e finale. Questa indipendenza è la maggiore differenza con la velocità scalare media discussa al principio di questo paragrafo. La velocità media è indipendente dal cammino poiché è proporzionale allo spostamento Δx , che dipende solo dalle coordinate iniziali e finali della particella. La velocità scalare media si trova dividendo la *distanza* percorsa per l'intervallo di tempo, mentre la velocità media (un vettore!) è lo *spostamento* diviso per l'intervallo di tempo. Pertanto la velocità media non ci fornisce alcun dettaglio del moto; piuttosto ci dà soltanto il risultato del moto. Infine, notiamo che la velocità media in una dimensione può essere positiva o negativa, a seconda del segno dello spostamento. (L'intervallo di tempo Δt è sempre positivo.) Se la coordinata x della particella cresce durante l'intervallo di tempo (cioè se $x_f > x_i$), allora Δx è positivo e $v_{x,\text{med}}$ è positiva, che corrisponde ad una velocità media nel verso positivo delle x . D'altra parte, se la coordinata decresce nel tempo ($x_f < x_i$), Δx è negativo; quindi, $v_{x,\text{med}}$ è negativa, che corrisponde ad una velocità media nel verso negativo delle x .

Prevenire le insidie 2.1 Simboli delle grandezze Velocità media e velocità scalare media

Il modulo della velocità media *non* è la velocità scalare media.

Considera una particella in moto dall'origine fino a $x = 10$ m e quindi nuovamente indietro fino alla posizione iniziale in un intervallo di tempo di 4.0 s. Il modulo della velocità media è zero perché la posizione iniziale e finale coincidono; lo spostamento è zero. La velocità scalare media, invece, è la distanza totale percorsa divisa per l'intervallo di tempo: 20 m/4.0 s = 5.0 m/s.

QUIZ RAPIDO 2.1

In quale delle seguenti condizioni il modulo della velocità media di una particella che si muove in una dimensione è più piccolo della velocità scalare media in un qualche intervallo di tempo? **(a)** Una particella che si muove nella direzione $+x$ senza tornare indietro. **(b)** Una particella che si muove nella direzione $-x$ senza tornare indietro. **(c)** Una particella che si muove nella direzione $+x$ e poi inverte la direzione della sua velocità. **(d)** Non ci sono condizioni per cui ciò è verificato.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

La velocità media può anche essere interpretata geometricamente come vediamo nella rappresentazione grafica in Figura 2.1b. Si può tracciare una linea retta fra una qualunque coppia di punti sulla curva. La Figura 2.1b mostra una tale retta tra i punti A e B. Usando il

modello geometrico, questa linea forma l'ipotenusa di un triangolo rettangolo di altezza Δx e base Δt . La pendenza dell'ipotenusa è il rapporto $\Delta x/\Delta t$. Quindi, si vede che la velocità media della particella durante l'intervallo di tempo da t_i a t_f è uguale alla pendenza del tratto di retta che congiunge i punti iniziale e finale del grafico posizione-tempo. Per esempio, la velocità media della macchina fra i punti A e B è $v_{x,\text{med}} = (52 \text{ m} - 30 \text{ m})/(10 \text{ s} - 0) = 2.2 \text{ m/s}$.

Possiamo anche trovare riscontro in un'interpretazione geometrica per lo spostamento totale durante l'intervallo di tempo. La Figura 2.1c mostra la rappresentazione grafica velocità-tempo del moto delle Figure 2.1a e 2.1b. L'intervallo di tempo totale del moto è stato diviso in piccoli incrementi di durata Δt_n . Durante ciascuno di questi piccoli incrementi, se assumiamo costante la velocità durante il breve incremento, lo spostamento della particella è dato da $\Delta x_n = v_n \Delta t_n$.

Geometricamente, il prodotto a destra di questa espressione rappresenta l'area del sottile rettangolo associato a ciascun incremento di tempo in Figura 2.1c; l'altezza del rettangolo (misurata a partire dall'asse dei tempi) è v_n e la larghezza è Δt_n . Lo spostamento totale della particella sarà la somma degli spostamenti durante ciascun incremento:

$$\Delta x \approx \sum_n \Delta x_n = \sum_n v_n \Delta t_n$$

Prevenire le insidie 2.2Pendenze nei grafici

In un qualunque grafico relativo a dati fisici, la pendenza rappresenta il rapporto tra la variazione della grandezza rappresentata sull'asse verticale e la variazione della grandezza rappresentata sull'asse orizzontale. Ricorda che la pendenza ha unità di misura (a meno che entrambi gli assi abbiano le stesse unità). L'unità di misura della pendenza nella Figura 2.1b e 2.2 (pag. 42) è metri al secondo, l'unità di misura della velocità.

Questa somma è un'approssimazione perché abbiamo ritenuto la velocità costante in ciascun incremento, che non è vero. Il termine sulla destra rappresenta l'area totale di tutti i sottili rettangoli. Consideriamo, ora, il limite di questa espressione quando gli incrementi di tempo tendono a zero, nel qual caso l'approssimazione diventa esatta:

$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \rightarrow 0} \sum_n \Delta x_n = \lim_{\Delta t_n \rightarrow 0} \sum_n v_n \Delta t_n$$

In questo limite, la somma delle aree di tutti i sottili rettangoli diventa uguale all'area sotto la curva. Quindi, lo spostamento della particella durante l'intervallo di tempo da t_i a t_f è uguale all'area sotto la curva fra i punti iniziale e finale nel grafico velocità-tempo. Utilizzeremo questa interpretazione geometrica nel Paragrafo 2.6.

ESEMPIO 2.1 Calcolo della velocità media e della velocità scalare media

Trova lo spostamento, la velocità media, e la velocità scalare media dell'auto in Figura 2.1a tra le posizioni A e F.

VISUALIZZA SOLUZIONE

ESEMPIO 2.2 Moto di un praticante di jogging

Un atleta pratica “jogging” lungo una strada rettilinea, con un modulo della velocità media di 5.00 m/s per 4.00 min, e poi con un modulo della velocità media di 4.00 m/s per 3.00 min.

(A) Qual è il modulo dello spostamento finale dalla sua posizione iniziale?

(B) Qual è il modulo della sua velocità media durante l'intero intervallo di tempo di 7.00 min?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Velocità istantanea

Supponiamo di guidare un'automobile per uno spostamento di modulo pari a 60 km impiegando un'ora, dalle 1:00:00 p.m. alle 2:00:00 p.m. Allora, la velocità media avrà un modulo di 60 km/h nell'intervallo di un'ora. Ma quanto velocemente si andava nel particolare *istante* di tempo 1:20:00 p.m.? È probabile che la velocità sia variata durante il viaggio, per via delle salite, dei semafori, delle auto più lente davanti, e simili, per cui non vi sarà stata una sola velocità mantenuta costante durante l'intera ora di viaggio. La velocità di una particella ad un qualsiasi istante di tempo è detta **velocità istantanea**.

Consideriamo ancora il moto della macchina mostrato in Figura 2.1a. La Figura 2.2a (pag. 42) è di nuovo la rappresentazione grafica, con due linee blu che rappresentano le velocità medie su intervalli di tempo molto diversi. Una linea blu rappresenta la velocità media da noi calcolata precedentemente relativa all'intervallo da A a B. La seconda linea blu rappresenta la velocità media calcolata sull'intervallo molto più lungo da A a F. Quanto accuratamente ciascuna di queste rappresenta la velocità istantanea nel punto A? In Figura 2.1a, la macchina inizia a muoversi verso destra, che noi identifichiamo come una velocità positiva. La velocità media da A a F è *negativa*

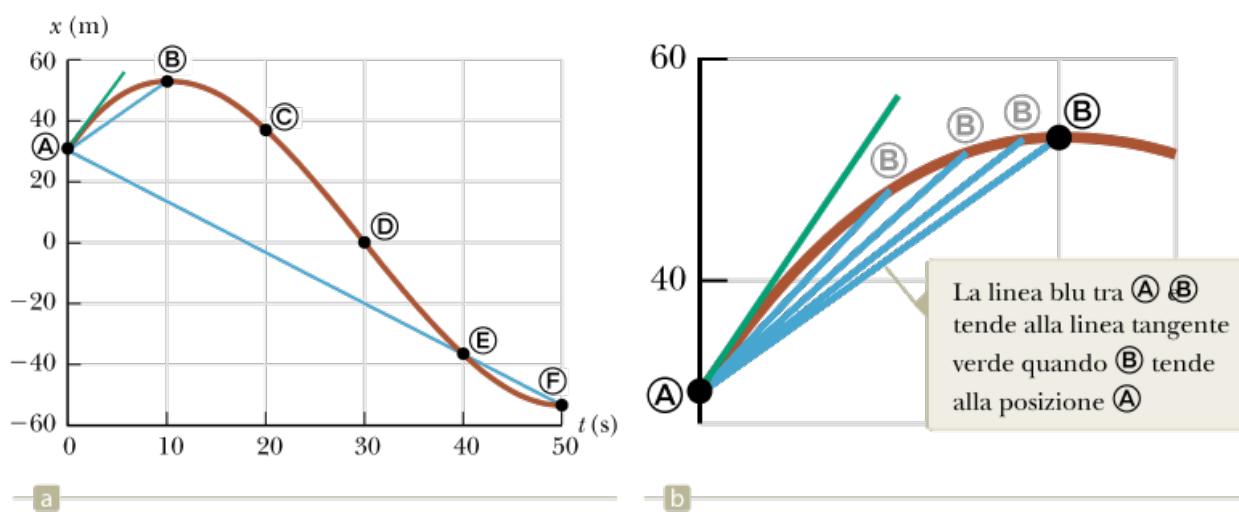


FIGURA 2.2 (a) Grafico spazio-tempo relativo al moto dell'auto in Figura 2.1.
(b) Un'immagine ingrandita della parte sinistra del grafico.

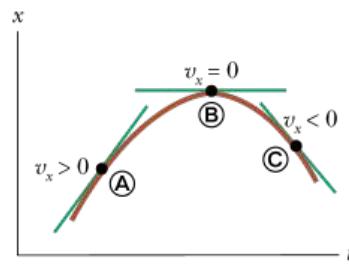


FIGURA 2.3 Nel grafico spazio-tempo qui mostrato, la velocità è positiva in A, dove la pendenza della tangente è positiva; la velocità è zero in B, dove la pendenza della tangenza è zero; e la velocità è negativa in C dove la pendenza della tangente è negativa.

(poiché la pendenza della retta da A a F è negativa), cosicché chiaramente questa non è un'accurata rappresentazione della velocità istantanea in A. La velocità media nell'intervallo da A a B è *positiva*, per cui questa velocità ha almeno il segno giusto.

In Figura 2.2b, si mostra il risultato ottenuto tracciando le linee rette che rappresentano la velocità media della macchina quando il punto B si avvicina sempre di più al punto A. Quando ciò avviene, la pendenza della retta blu si avvicina a quella della retta verde, che è la retta tangente alla curva nel punto A. Quando B si avvicina ad A, l'intervallo di tempo che include il punto A diventa infinitamente piccolo. Quindi, la velocità media in questo intervallo quando l'intervallo si riduce fino a zero può essere interpretato come la velocità istantanea nel punto A. Inoltre, la pendenza della retta tangente alla curva in A è la velocità istantanea al tempo t_A . In altre parole, **la velocità istantanea v_x** , è uguale al valore limite del rapporto $\Delta x / \Delta t$ quando Δt tende a zero:¹

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Con la notazione dell'analisi matematica, questo limite è chiamato *derivata* di x rispetto a t , e scritto dx/dt :

DEFINIZIONE DI VELOCITÀ Istantanea

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

2.3 ◀

La velocità istantanea può essere positiva, negativa o nulla. Quando la pendenza del grafico posizione-tempo è positiva, come nel punto A in Figura 2.3, v_x è positiva. Nel punto C, v_x è negativa giacché la pendenza è negativa. Infine, la velocità istantanea è nulla nel picco B (punto di inversione), dove la pendenza è nulla. Da ora in poi, adopereremo generalmente il termine *velocità* per indicare la velocità istantanea.

La **velocità scalare istantanea** di una particella è definita come il modulo del vettore velocità istantanea; quindi, per definizione, la *velocità scalare* non può mai essere negativa.

QUIZ RAPIDO 2.2

La Polizia stradale è più interessata alla tua velocità scalare media (**a**) o istantanea (**b**) quando guidi?

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Prevenire le insidie
**2.3 Velocità
istantanea e
velocità scalare
instantanea**

In Prevenire le insidie 2.1 abbiamo evidenziato che il modulo della velocità media non è la velocità scalare media. Tuttavia, il modulo della velocità istantanea è la velocità scalare instantanea. Infatti, in un intervallo di tempo infinitesimo, il modulo dello spostamento è uguale alla distanza percorsa dalla particella.

Se hai un po' di familiarità con l'analisi matematica, saprai che esistono specifiche regole per esprimere le derivate delle funzioni. Queste regole, che sono elencate in Appendice B.6, consentono di calcolare le derivate rapidamente.

Supponiamo che x sia proporzionale a una certa potenza di t , come

$$x = At^n$$

dove A e n sono delle costanti. (Questa è una forma di funzione molto comune.) La derivata di x rispetto a t è

$$\frac{dx}{dt} = nAt^{n-1}$$

Per esempio, se $x = 5t^3$ si vede che $dx/dt = 3(5)t^2 = 15t^2$.

¹ Si noti che anche lo spostamento Δx tende a zero quando Δt tende a zero. Tuttavia, quando Δx e Δt tendono a zero, il rapporto $\Delta x/\Delta t$ tende ad un valore uguale alla pendenza della retta tangente alla curva x in funzione di t .

FISICA RAGIONATA 2.1

Consideriamo il seguente moto unidimensionale di un oggetto: **(a)** una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto, sale fino al punto più alto, e poi ritorna cadendo nella mano del lanciatore. **(b)** Una macchina da corsa parte da ferma e aumenta la sua velocità fino a 100 m/s lungo una linea retta. **(c)** Una sonda spaziale si muove nel vuoto a velocità costante. Vi sono dei punti nel moto di questi corpi per i quali la velocità media (sull'intero intervallo) e la velocità istantanea (per un istante di tempo all'interno dell'intervallo) sono uguali? Se sì, identificare i punti.

Ragionamento **(a)** La velocità media per la palla è zero; la palla ritorna al punto di partenza alla fine dell'intervallo di tempo. Vi è un punto, alla sommità del moto, nel quale la velocità istantanea è zero. **(b)** La velocità media nel moto della macchina da corsa non può essere calcolata univocamente con l'informazione data, ma deve essere un qualche valore compreso fra 0 e 100 m/s. Infatti, poiché la macchina nei vari istanti dell'intervallo andrà acquistando tutti i valori della velocità istantanea compresi fra 0 e 100 m/s, vi deve essere un qualche istante nel quale la velocità istantanea sia uguale alla velocità media. **(c)** Poiché la velocità istantanea dell'astronave è costante, la sua velocità istantanea in *ogni* tempo e la sua velocità media per *qualunque* intervallo di tempo sono uguali.

ESEMPIO 2.3 Il procedimento del limite

La posizione di una particella che si muove lungo l'asse x varia nel tempo secondo l'espressione² $x = 3t^2$, dove x è in metri, e t in secondi. Trovare la velocità in funzione di t per ogni valore di t .

VISUALIZZA SOLUZIONE

ESEMPIO 2.4 Velocità media e istantanea

Una particella si muove lungo l'asse x . La sua coordinata x varia con il tempo secondo l'espressione $x = -4t + 2t^2$, dove x è espresso in metri e t in secondi. Il grafico posizione-tempo per questo tipo di moto è mostrato in Figura 2.5a. Poiché la posizione della particella è data da una funzione matematica, il moto della particella è noto completamente, diversamente dal caso dell'auto in Figura 2.1. Si noti che la particella si muove nella direzione negativa dell'asse delle x per il primo secondo del moto, successivamente si ferma nell'istante $t = 1$ s, e quindi si muove nella direzione delle x positive per $t > 1$ s.

(A) Determinare lo spostamento della particella negli intervalli di tempo da $t = 0$ a $t = 1$ s e da $t = 1$ s a $t = 3$ s.

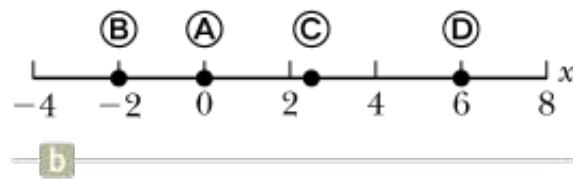
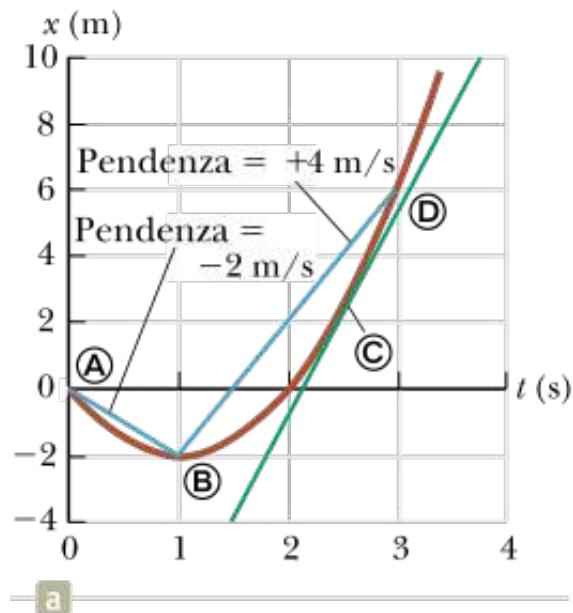


FIGURA 2.5 (Esempio 2.4) (a) Grafico spazio-tempo di una particella la cui coordinata x varia secondo l'equazione $x = -4t + 2t^2$. (b) La particella si muove in una dimensione lungo l'asse delle x .

(B) Calcolare la velocità media durante questi intervalli temporali.

(C) Trovare la velocità istantanea della particella per $t = 2.5$ s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: particella con velocità costante

Come abbiamo detto nel Paragrafo 1.10, la terza categoria di modelli usati in questo libro è quella dei *modelli di analisi*. Tali modelli ci aiutano ad analizzare la situazione in un problema di fisica e ci guidano alla soluzione. **Un modello di analisi è un problema che abbiamo già risolto in precedenza.** Esso è una descrizione o (1) del comportamento di qualche entità fisica o (2) dell'interazione fra questa entità e l'ambiente circostante. Quando si incontra un nuovo problema, si dovrebbero identificare i dettagli fondamentali del problema e tentare di riconoscere quali dei tipi di problemi già risolti potrebbero essere usati come modello per il nuovo problema.

Questo metodo è in qualche modo simile a quanto praticato nella professione forense per trovare i “precedenti legali”. Se un caso precedentemente risolto è molto simile dal punto di vista legale a quello presente, è preso a modello, e in dibattimento si dimostra che essi sono logicamente collegati. Ciò che è stato trovato per il caso precedente può allora essere usato per venire a capo del caso presente. Noi faremo qualcosa di simile in fisica. Per un dato problema, cercheremo i “precedenti fisici” – un modello col quale abbiamo già familiarità e che può essere applicato al presente problema.

Potremo generare modelli di analisi basati su quattro fondamentali modelli semplificati. Il primo modello semplificato è il modello del punto materiale discusso nel Capitolo 1. Considereremo una particella sottoposta a vari comportamenti e a varie interazioni con l'ambiente circostante. Ulteriori modelli di analisi saranno introdotti nei capitoli che seguiranno con modelli semplificati di un *sistema*, un *corpo rigido*, e un'*onda*. Una volta introdotti questi modelli di analisi, vedremo che essi compariranno continuamente più avanti nel testo in diverse situazioni.

Nel risolvere un problema, dovrasti evitare di cercare nel capitolo una equazione che contenga la variabile incognita che è richiesta nel problema. In molti casi, infatti, l'equazione che potresti trovare non ha nulla a che fare con il problema che stai tentando di risolvere. È molto meglio, invece, compiere questo primo passo: **identificare il modello di analisi che è appropriato al problema.** Pensa attentamente a cosa succede nel problema e cerca di ricondurlo a una situazione che hai incontrato in precedenza. Quale modello semplificato è appropriato per l'entità fisica coinvolta nel problema? Si tratta di una particella, di un sistema, un oggetto rigido, o un'onda? Ad esempio, il modello di analisi riportato nel titolo di questa sezione indica che noi abbiamo modellato l'entità di interesse come una particella. Inoltre, abbiamo determinato che la particella si muove con velocità costante.

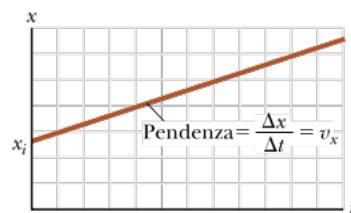


FIGURA 2.6 Grafico spazio-tempo per una particella in moto con velocità costante. Il valore della velocità è la pendenza della retta.

Una volta che il modello di analisi è stato identificato, ci sono un numero limitato di equazioni fra le quali scegliere quelle che sono appropriate per questo modello. Perciò, **il modello ci dice quali equazioni utilizzare per la rappresentazione matematica.**

In questa sezione impareremo quali equazioni matematiche sono associate con il modello di analisi di una particella in moto con velocità costante. In futuro, quando identifierai in un problema la particella in moto con velocità costante come il modello appropriato, immediatamente conoscerai quali equazioni devi usare per risolvere il problema.

Usiamo l'Equazione 2.2 per costruire il nostro primo modello di analisi. Immaginiamo una particella che si muova con velocità costante. Il modello di analisi di una **particella che si muove con velocità costante** può essere applicato in *qualunque* situazione in cui un'entità che possa essere considerata una particella si muova con velocità costante. Questa situazione si presenta frequentemente, cosicché rappresenta un modello importante.

Se la velocità di una particella è costante, la sua velocità istantanea in ogni istante durante qualunque intervallo di tempo è la stessa della velocità media sull'intervallo, $v_x = v_{x,\text{med}}$. Pertanto, partiamo con l'Equazione 2.2 per generare un'equazione da usare nella rappresentazione matematica di questa situazione:

$$v_x = v_{x,\text{med}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

2.4◀

Ricordando che $\Delta x = x_f - x_i$, si vede che $v_x = (x_f - x_i)/\Delta t$, ovvero

$$x_f = x_i + v_x \Delta t$$

Questa equazione ci dice che la posizione della particella è data dalla somma della sua posizione iniziale x_i più lo spostamento $v_x \Delta t$ che avviene durante l'intervallo di tempo Δt . Nella pratica, usualmente sceglieremo il tempo all'inizio dell'intervallo $t_i = 0$ e il tempo alla fine dell'intervallo $t_f = t$, per cui le nostre equazioni diventano

LA POSIZIONE IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UNA PARTICELLA IN MOTO CON VELOCITÀ COSTANTE

$$x_f = x_i + v_x t \quad (\text{per } v_x \text{ costante})$$

2.5◀

Le Equazioni 2.4 e 2.5 sono le equazioni primarie usate nel modello del punto materiale con velocità costante. Esse possono essere applicate alle particelle o agli oggetti che possono essere trattati come punti materiali. In futuro, ogni volta che identificherai che un problema richiede il modello della particella che si muove con velocità costante, potrai usare ciascuna di queste equazioni per risolvere il problema.

La Figura 2.6 è una rappresentazione grafica della particella con velocità costante. Nel grafico posizione-tempo, la pendenza della linea che rappresenta il moto è costante ed è uguale al modulo della velocità. Ciò è in accordo con la rappresentazione matematica, l'Equazione 2.5, che è l'equazione di una linea retta. La pendenza della linea retta è v_x , e l'intercetta con l'asse delle ordinate è x_i in entrambe le rappresentazioni.

ESEMPIO 2.5 Un corridore come un punto materiale

Una chinesiologa studia la biomeccanica del corpo umano. (La *Chinesiologia* è lo studio del movimento del corpo umano. Si noti il legame con la parola *cinematica*). La scienziata determina la velocità di un corridore mentre corre a velocità costante lungo un percorso rettilineo. La scienziata fa partire il cronometro nel momento in cui il corridore passa un certo punto e lo ferma quando il corridore passa da un punto 20 m più avanti. L'intervallo di tempo indicato dal cronometro è 4.0 s.

(A) Qual è la velocità del corridore?

(B) Se il corridore continua la sua corsa, qual è la posizione dopo 10 s da quando è passato?

VISUALIZZA SOLUZIONE

I passaggi matematici per la particella con velocità costante derivano dall'Equazione 2.4 e dalla sua conseguenza, l'Equazione 2.5. Queste equazioni si possono usare per ricavare qualsiasi variabile delle equazioni che compaia come incognita se le altre variabili sono note. Per esempio, nella parte (B) dell'Esempio 2.5, troviamo la posizione quando sono noti la velocità e il tempo. Analogamente, se conosciamo la velocità e la posizione finale, possiamo usare l'Equazione 2.5 per trovare il tempo in cui il corridore si trova in quella posizione. Presenteremo altri esempi di particella con velocità costante nel Capitolo 3.

Una particella con velocità costante si muove con velocità scalare costante lungo una linea retta. Consideriamo, ora, una particella che si muove con velocità scalare costante lungo un percorso curvilineo. Essa può essere rappresentata mediante il modello di una **particella che si muove con velocità scalare costante**. L'equazione primaria per questa situazione è l'Equazione 2.1, con la velocità scalare media, v_{med} , rimpiazzata dalla velocità scalare costante v :

$$v \equiv \frac{d}{\Delta t}$$

2.6◀

Come esempio, immaginiamo una particella che si muova con velocità scalare costante lungo un percorso circolare. Se la velocità scalare è 5.00 m/s e il raggio del percorso è 10.0 m, possiamo calcolare il tempo necessario per completare un giro lungo la circonferenza:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{d}{v} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(10.0 \text{ m})}{5.00 \text{ m/s}} = 12.6 \text{ s}$$

Accelerazione

Quando la velocità di una particella varia nel tempo, si dice che la particella è *accelerata*. Per esempio, la velocità di un'automobile aumenta quando “si dà gas”, l'automobile rallenta quando si azionano i freni e cambia direzione quando si gira il volante; questi cambiamenti sono tutte accelerazioni. Avremo bisogno di una definizione precisa di accelerazione per i nostri studi del moto.

Supponiamo che una particella in moto lungo l'asse x abbia velocità v_{xi} all'istante t_i e velocità v_{xf} all'istante t_f . L'**accelerazione media** $a_{x,\text{med}}$ di una particella nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$ è definita come il rapporto $\Delta v_x / \Delta t$, in cui $\Delta v_x = v_{xf} - v_{xi}$ è la *variazione* di velocità nell'intervallo di tempo:

DEFINIZIONE DI ACCELERAZIONE MEDIA

$$a_{x,\text{med}} \equiv \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad 2.7 \blacktriangleleft$$

Quindi, l'accelerazione è una misura della rapidità di variazione della velocità. L'accelerazione è una grandezza vettoriale avente le dimensioni di una lunghezza divisa per un tempo al quadrato, ovvero L/T^2 . Alcune unità usualmente adoperate per l'accelerazione sono metri al secondo per secondo (m/s^2) e piedi al secondo quadrato (ft/s^2). Per esempio, un'accelerazione di 2 m/s^2 significa che la velocità varia di 2 m/s durante ogni secondo di tempo che passa.

In alcune situazioni, il valore dell'accelerazione media può essere diverso in diversi intervalli di tempo. È pertanto utile definire l'**accelerazione istantanea** come il limite dell'accelerazione media quando Δt tende a zero, analogamente alla definizione di velocità istantanea discussa nel Paragrafo 2.2:

DEFINIZIONE DI ACCELERAZIONE ISTANTANEA

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \quad 2.8 \blacktriangleleft$$

Cioè, l'accelerazione istantanea è uguale alla derivata della velocità rispetto al tempo, che per definizione è la pendenza del grafico velocità-tempo. Si noti che se a_x è positiva, l'accelerazione è diretta secondo le x positive, mentre una a_x negativa implica un'accelerazione nella direzione delle x negative. Un'accelerazione negativa non significa necessariamente che la particella si stia *muovendo* nel verso negativo delle x , un punto che considereremo brevemente in maggior dettaglio. D'ora in poi useremo il termine *accelerazione* per indicare l'accelerazione istantanea.

Poiché $v_x = dx/dt$, l'accelerazione può anche essere scritta

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad 2.9 \blacktriangleleft$$

cioè, l'accelerazione è uguale alla *derivata seconda* della posizione rispetto al tempo.

La Figura 2.7 mostra come la curva accelerazione-tempo possa essere dedotta dalla curva velocità-tempo in una rappresentazione grafica. In questi diagrammi, l'accelerazione della particella in un generico istante è semplicemente la pendenza del grafico velocità-tempo a quell'istante. Valori positivi dell'accelerazione corrispondono a quei punti (fra 0 e t_B) in cui la velocità cresce in modulo nella direzione delle x positive (la particella aumenta la sua

Prevenire le insidie 2.4 Accelerazione negativa

Tieni a mente che *accelerazione negativa non significa necessariamente che il corpo stia rallentando*. Se l'accelerazione è negativa e la velocità è negativa, il corpo sta accelerando.

Prevenire le insidie 2.5 Decelerazione

La parola decelerazione ha il significato comune di riduzione della velocità. L'uso di tale

velocità). L'accelerazione raggiunge un massimo all'istante t_A , quando la pendenza del grafico velocità-tempo è massima. L'accelerazione si riduce a zero all'istante t_B , quando la velocità è massima (cioè quando la velocità è momentaneamente costante e la pendenza della curva v in funzione di t è nulla). Infine, l'accelerazione è negativa quando la velocità nella direzione delle x positive decresce in modulo (fra t_B e t_C).

sostantivo può creare ulteriori confusioni se combinato con l'erronea interpretazione della accelerazione negativa sottolineata in Prevenire le insidie 2.4. Pertanto in questo testo non utilizzeremo la parola decelerazione.

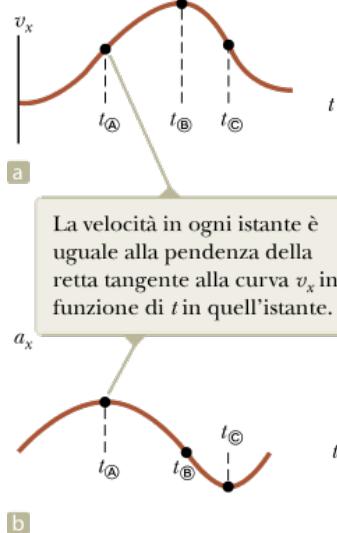


FIGURA 2.7 (a) Grafico velocità-tempo di una particella in moto lungo l'asse delle x . (b) L'accelerazione istantanea può essere ottenuta dal grafico velocità-tempo.

QUIZ RAPIDO 2.3

Utilizzando la Figura 2.8, abbinare i grafici v_x - t in alto con i grafici a_x - t riportati in basso che meglio descrivono il moto.

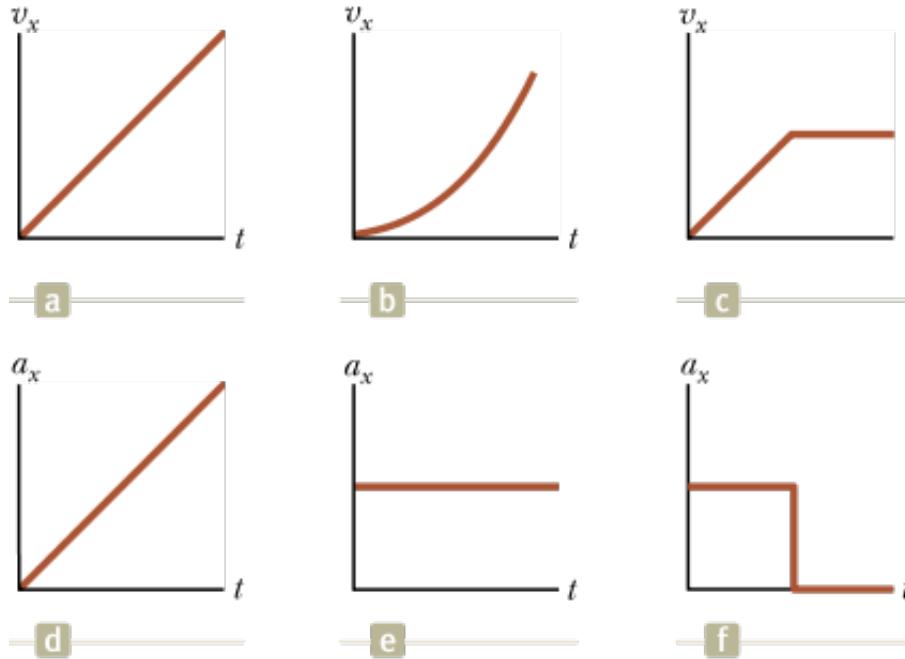


FIGURA 2.8 (Quiz rapido 2.3) I riquadri (a), (b) e (c) sono i grafici velocità-tempo di corpi in moto unidimensionale. I possibili grafici accelerazione-tempo di ogni corpo sono riportati in ordine sparso nei riquadri (d), (e) ed (f).

VISUALIZZA SOLUZIONE

Come esempio del calcolo dell'accelerazione, si consideri la raffigurazione pittorica del moto di un'auto in Figura 2.9. In questo caso, la velocità dell'auto è cambiata da un valore iniziale di 30 m/s a un valore finale di 15 m/s in un intervallo di tempo di 2.0 s. L'accelerazione media durante questo intervallo di tempo è

$$a_{x,\text{med}} = \frac{15 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}} = -7.5 \text{ m/s}^2$$

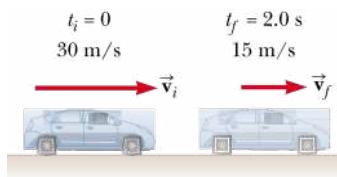


FIGURA 2.9 La velocità di un'auto diminuisce da 30 m/s a 15 m/s in un intervallo di tempo di 2.0 s.

Il segno meno in questo esempio indica che il vettore accelerazione è nella direzione x negativa (a sinistra in Fig. 2.9). Nel caso di moto rettilineo, la direzione della velocità di un oggetto e la direzione della sua accelerazione sono correlate come segue. Quando la velocità e l'accelerazione dell'oggetto sono nello stesso verso, l'oggetto aumenta il modulo della velocità in quel verso. D'altro canto, quando la velocità e l'accelerazione dell'oggetto sono in versi opposti, la velocità scalare dell'oggetto diminuisce nel tempo.

Come aiuto alla discussione sui segni della velocità e dell'accelerazione, diamo una sbirciatina avanti al Capitolo 4, dove metteremo in relazione l'accelerazione di un corpo con la *forza* agente sul corpo. Ci risparmiamo i dettagli fino a quella discussione, ma per ora, prendiamo a prestito la nozione che la **forza è proporzionale all'accelerazione**:

$$\vec{F} \propto \vec{a}$$

Questa proporzionalità indica che l'accelerazione è causata dalla forza. Per di più, come è indicato dalla notazione vettoriale nella proporzionalità, forza e accelerazione sono nella stessa direzione e verso. Quindi, possiamo ragionare intorno ai segni della velocità e dell'accelerazione formandoci una rappresentazione mentale in cui una forza è applicata al corpo per causare l'accelerazione. Consideriamo ancora il caso in cui la velocità e l'accelerazione siano nello stesso verso. Ciò è equivalente a un oggetto che si muove in una data direzione orientata, e subisce una forza che lo spinge nella stessa direzione. Risulta chiaro, in questo caso che il corpo accelera! Se la velocità e l'accelerazione sono in versi opposti, il corpo si muove in un verso e la forza spinge nel verso opposto. In questo caso, il corpo rallenta! È molto utile uguagliare il verso dell'accelerazione in queste situazioni con il verso della forza poiché è più facile per l'esperienza quotidiana ragionare in termini degli effetti di una forza su un corpo piuttosto che soltanto in termini di direzione e verso dell'accelerazione.

QUIZ RAPIDO 2.4

Se un'auto viaggia in direzione est e rallenta, qual è la direzione della forza agente sull'auto che determina il rallentamento? (a) est, (b) ovest, (c) nessuna delle direzioni precedenti

VISUALIZZA SOLUZIONE

ESEMPIO 2.6 Accelerazione media e istantanea

La velocità di una particella in moto lungo l'asse x varia nel tempo secondo l'espressione $v_x = 40 - 5t^2$, dove v_x è in metri al secondo t è in secondi.

- (A) Trovare l'accelerazione media nell'intervallo di tempo da $t = 0$ a $t = 2.0$ s.

L'accelerazione in (B) è uguale alla pendenza della retta tangente (in verde) a $t = 2$ s, cioè -20 m/s^2 .

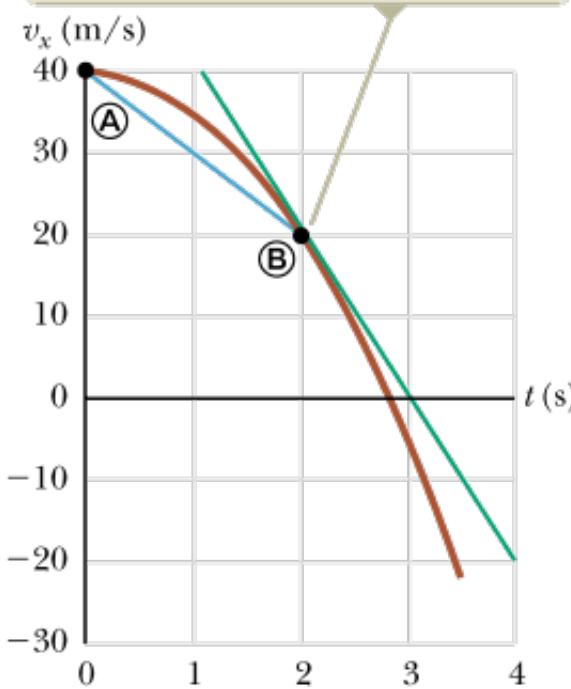


FIGURA 2.10 (Esempio 2.6) Il grafico velocità-tempo per una particella che si muove lungo l'asse delle x secondo l'espressione $v_x = 40 - 5t^2$.

- (B) Determinare l'accelerazione a $t = 2.0$ s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Diagrammi del moto

I concetti di velocità e accelerazione sono confusi spesso tra loro, pur riferendosi in realtà a due grandezze del tutto diverse. È istruttivo utilizzare quella rappresentazione pittorica che si chiama **diagramma del moto** specializzata per descrivere i vettori velocità e accelerazione mentre un oggetto è in movimento.

Una *fotografia stroboscopica* del moto di un oggetto mostra parecchie immagini dell'oggetto, ciascuna presa quando si accende il flash della luce stroboscopica a intervalli costanti. **La Figura 2.1a è un diagramma del moto relativo all'auto studiata nel Paragrafo 2.1.** La Figura 2.11 rappresenta tre insiemi di foto stroboscopiche di auto che si muovono da sinistra verso destra lungo una strada rettilinea. Gli intervalli di tempo fra i flash dello stroboscopio sono uguali in ogni parte del diagramma. Per non confondere queste due grandezze vettoriali, in Figura 2.11 si utilizza il rosso per i vettori velocità, e il viola per i vettori accelerazione. I vettori sono disegnati a istanti di tempo diversi durante il moto dell'oggetto. Descriviamo il moto della macchina in ciascun diagramma.

Nella Figura 2.11a, le immagini della macchina sono ugualmente spaziate e la macchina subisce lo stesso spostamento in ciascun intervallo di tempo. Quindi, la macchina si muove con una *velocità positiva costante* e ha *accelerazione zero*. Possiamo considerare la macchina come una particella e descriverla come soggetta a una velocità costante.

Nella Figura 2.11b, le immagini della macchina si distanziano progressivamente al passare del tempo. In questo caso, il vettore velocità cresce nel tempo poiché lo spostamento della macchina fra posizioni adiacenti aumenta col passare del tempo. Quindi, la macchina si muove con una *velocità positiva* e un'*accelerazione positiva*. La velocità e l'accelerazione sono nello stesso verso. In termini della nostra precedente discussione sulla forza, immaginiamo una forza che spinge la macchina nello stesso verso del suo moto: la sua velocità cresce.

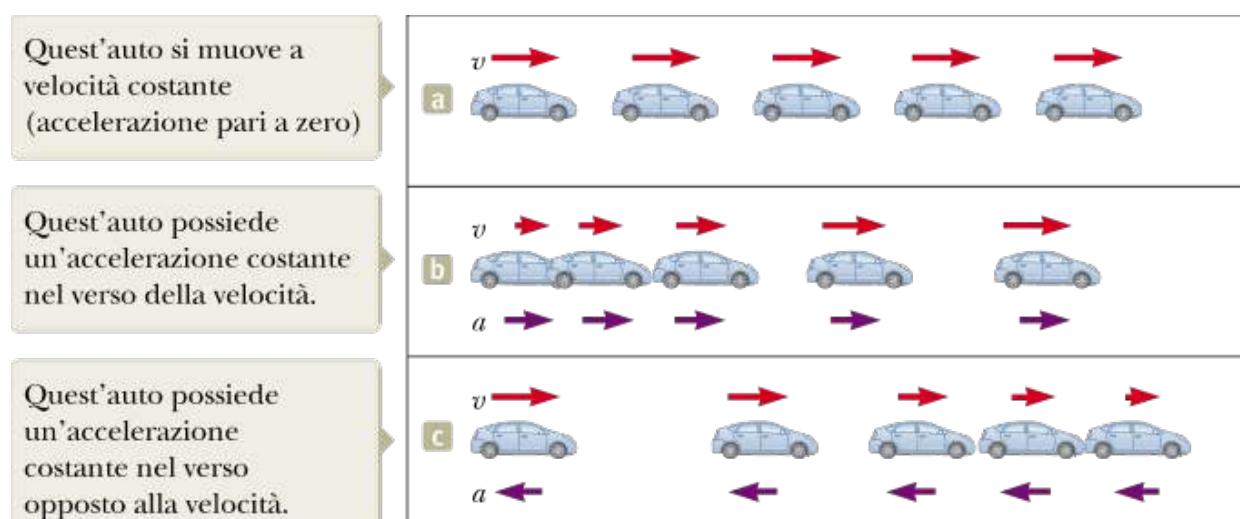


FIGURA 2.11 Diagrammi del moto di un'auto in moto lungo una traiettoria rettilinea. La velocità istantanea è indicata da una freccia rossa, l'accelerazione da una viola.

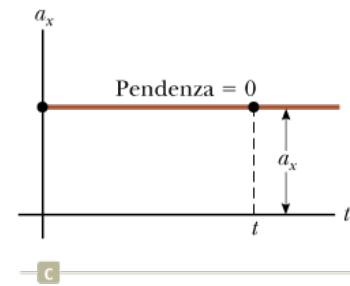
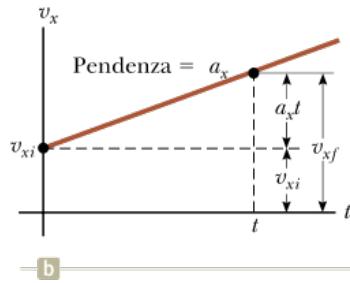
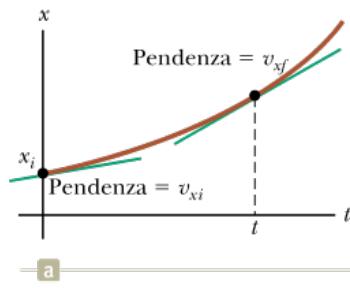


FIGURA 2.12 Rappresentazione grafica di una particella in moto lungo l'asse delle x con accelerazione costante a_x . (a) Grafico spazio-tempo. (b) Grafico velocità-tempo. (c) Grafico accelerazione-tempo.

Nella Figura 2.11c, la macchina rallenta muovendosi verso destra poiché il suo spostamento fra posizioni adiacenti diminuisce al passare del tempo. In questo caso, la macchina si muove inizialmente verso destra con una *velocità positiva* e un'*accelerazione negativa*. Il vettore velocità diminuisce nel tempo ed alla fine raggiunge lo zero. (Questo tipo di moto lo si osserva in una macchina che si arresta ad uno stop dopo aver schiacciato i freni.) Da questo diagramma si vede che i vettori accelerazione e velocità *non* sono nello stesso verso. Velocità e accelerazione sono in verso opposto. In termini della nostra precedente discussione sulla forza, immaginiamo una forza che spinge la macchina nel verso opposto a quello del suo moto: essa rallenta.

I vettori accelerazione di colore viola nelle Figure 2.11b e 2.11c sono tutti della stessa lunghezza. Pertanto, questi diagrammi rappresentano un moto con accelerazione costante. Questo tipo importante di moto sarà discusso nel prossimo paragrafo.

QUIZ RAPIDO 2.5

Quale delle seguenti affermazioni è vera? (a) Se un'auto sta viaggiando verso est, la sua accelerazione è rivolta verso est. (b) Se un'auto sta rallentando, la sua accelerazione deve essere negativa. (c) Una particella dotata di accelerazione costante, non può fermarsi e stare ferma.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: particella con accelerazione costante

Se l'accelerazione di una particella varia nel tempo, il moto può essere complicato e difficile da analizzare. Un tipo molto comune e semplice di moto unidimensionale si ha quando l'accelerazione è costante, come per il moto della macchina nelle Figure 2.11b e 2.11c. In questo caso, l'accelerazione media relativa a qualunque intervallo di tempo è uguale all'accelerazione istantanea in ogni istante di tempo entro l'intervallo. Conseguentemente, la velocità cresce o decresce con la stessa rapidità durante il moto. La *particella sottoposta ad accelerazione costante* forma la base di un comune modello di analisi che possiamo applicare ad appropriati problemi. Esso è spesso usato come modello in situazioni come un oggetto che cade e una macchina che frena.

Se sostituiamo $a_{x,\text{med}}$ con la costante a_x nell'Equazione 2.7, troviamo che

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

Per convenienza, sia $t_i = 0$ e t_f sia un istante di tempo arbitrario t . Con questa notazione possiamo esprimere l'accelerazione v_{xf} :

VELOCITÀ ISTANTANEA IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UNA PARTICELLA IN MOTO CON ACCELERAZIONE COSTANTE

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \quad (\text{per } a_x \text{ costante})$$

2.10◀

Questa espressione ci permette di prevedere la velocità ad *ogni* istante t se la velocità iniziale e l'accelerazione costante sono note. Essa è la prima di quattro equazioni che possono essere usate per risolvere i problemi in cui una particella è sottoposta ad accelerazione costante. Una rappresentazione grafica della posizione in funzione del tempo per questo moto è mostrata in Figura 2.12a. Il grafico velocità-tempo mostrato in Figura 2.12b è una retta la cui pendenza è l'accelerazione costante a_x . La linea retta su questo grafico è in accordo col fatto che $a_x = dv_x / dt$ è una costante. Da questo grafico e dalla Equazione 2.10, vediamo che la velocità a un istante arbitrario t è la somma della velocità iniziale v_{xi} e della variazione di velocità $a_x t$ dovuta all'accelerazione. Il grafico dell'accelerazione in funzione del tempo (Fig. 2.12c) è una retta con pendenza nulla, poiché l'accelerazione è costante. Se l'accelerazione fosse negativa, la pendenza nella Figura 2.12b sarebbe negativa e la linea orizzontale in Figura 2.12c starebbe al di sotto dell'asse dei tempi.

Possiamo produrre un'altra equazione per il modello della particella con accelerazione costante richiamando un risultato dal Paragrafo 2.1, ossia che lo spostamento di una particella è uguale all'area sotto la curva del grafico velocità-tempo. Poiché la velocità varia linearmente con il tempo (Fig. 2.12b), l'area sotto la curva è la somma di un'area rettangolare (sotto la linea orizzontale tratteggiata in Fig. 2.12b) e di un'area triangolare (dalla linea orizzontale tratteggiata alla parte superiore della curva). Quindi,

$$\Delta x = v_{xi} \Delta t + \frac{1}{2}(v_{xf} - v_{xi}) \Delta t$$

che si può semplificare nel modo seguente:

$$\Delta x = (v_{xi} + \frac{1}{2}v_{xf} - \frac{1}{2}v_{xi}) \Delta t = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf}) \Delta t$$

In generale, dall'Equazione 2.2, lo spostamento in un intervallo di tempo è

$$\Delta x = v_{x,\text{med}} \Delta t$$

Confrontando queste ultime due equazioni, troviamo che la velocità media per qualunque intervallo di tempo è la media aritmetica della velocità iniziale v_{xi} e della velocità finale v_{xf} :

VELOCITÀ MEDIA IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UNA PARTICELLA IN MOTO CON ACCELERAZIONE COSTANTE

$$v_{x,\text{med}} = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf}) \quad (\text{per } a_x \text{ costante})$$

2.11◀

Si noti che questa espressione è valida solamente quando l'accelerazione è costante, cioè quando la velocità varia linearmente con il tempo.

Usiamo ora le Equazioni 2.2 e 2.11 per ottenere la posizione in funzione del tempo. Ancora, scegliamo $t_i = 0$, istante in cui la posizione iniziale è x_i . Questo dà

POSIZIONE IN FUNZIONE DELLA VELOCITÀ E DEL TEMPO PER UNA PARTICELLA IN MOTO CON ACCELERAZIONE COSTANTE

$$\Delta x = v_{x,\text{med}} \Delta t = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf}) t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf}) t \quad (\text{per } a_x \text{ costante})$$

2.12◀

Possiamo ottenere un'altra utile espressione per la posizione sostituendo l'Equazione 2.10 per v_{xf} nell'Equazione 2.12:

POSIZIONE IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UNA PARTICELLA IN MOTO CON ACCELERAZIONE COSTANTE

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}[v_{xi} + (v_{xi} + a_x t)] t$$

$$x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad (\text{per } a_x \text{ costante})$$

2.13◀

Notiamo che la posizione in ogni istante t è la somma della posizione iniziale x_i , dello spostamento $v_{xi}t$ che risulterebbe se la velocità fosse rimasta costante al valore della velocità iniziale, e dello spostamento $\frac{1}{2} a_x t^2$ dovuto al fatto che la particella è accelerata. Consideriamo ancora il grafico posizione-tempo per il moto con accelerazione costante mostrato in Figura 2.12a. La curva che rappresenta l'Equazione 2.13 è una parabola, come si vede dalla dipendenza da t^2 nell'equazione. La pendenza della tangente a questa curva per $t = 0$ è uguale alla velocità iniziale v_{xi} , e la pendenza della retta tangente per ogni istante t è uguale alla velocità in quell'istante.

Infine, possiamo ottenere un'espressione che non contiene il tempo sostituendo il valore di t tratto dall'Equazione 2.10 nell'Equazione 2.12. Si ottiene

VELOCITÀ Istantanea in funzione della posizione per una particella in moto con accelerazione costante

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf}) \left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x} \right) = x_i + \frac{v_{xf}^2 - v_{xi}^2}{2a_x}$$

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i) \quad (\text{per } a_x \text{ costante})$$

2.14◀

TABELLA 2.2 | Equazioni cinematiche per il moto rettilineo con accelerazione costante di una particella

Numero dell'equazione	Equazione	Informazione fornita dall'equazione
2.10	$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Velocità in funzione del tempo
2.12	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xf} + v_{xi})t$	Posizione in funzione della velocità e del tempo
2.13	$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Posizione in funzione del tempo
2.14	$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$	Velocità in funzione della posizione

Nota: il moto avviene lungo l'asse x . Per $t = 0$, la posizione della particella è x_i e la sua velocità è v_{xi} .

Questa non è un'equazione indipendente, perché deriva dalla combinazione delle Equazioni 2.10 e 2.12. Essa è utile, tuttavia, per quei problemi in cui non è coinvolto un valore del tempo.

Se il moto avviene con un valore costante dell'accelerazione uguale a zero, allora dalle Equazioni 2.10 e 2.13 si ottiene

$$\left. \begin{array}{l} v_{xf} = v_{xi} \\ x_f = x_i + v_{xi}t \end{array} \right\} \text{quando } a_x = 0$$

Cioè, quando l'accelerazione è zero, la velocità rimane costante e la posizione varia linearmente col tempo. In questo caso, il modello della particella con *accelerazione costante* viene ricondotto a quello con *velocità costante* (Eq. 2.5).

Le Equazioni 2.10, 2.12, 2.13 e 2.14 sono quattro **equazioni cinematiche** che si possono usare per risolvere qualsiasi problema per un moto unidimensionale di una particella (o di un oggetto che si può assimilare a una particella) con accelerazione costante. Se l'analisi del problema in esame indica che il modello di analisi adeguato è quello di una particella dotata di accelerazione costante, allora si seleziona l'equazione opportuna tra queste quattro. Si ricordi che queste relazioni sono tratte dalle definizioni di velocità e accelerazione, per mezzo di semplici passaggi algebrici con la condizione che l'accelerazione sia costante. Spesso è conveniente scegliere la posizione iniziale della particella come origine del moto, cosicché $x_i = 0$ per $t = 0$. Vedremo dei casi, tuttavia, in cui sceglieremo il valore di x_i diverso da zero.

Le quattro equazioni cinematiche per la particella con accelerazione costante sono elencate per comodità nella Tabella 2.2. La scelta di quale equazione o equazioni cinematiche usare in una data situazione dipende da ciò che è noto in anticipo. Qualche volta è necessario usare due di queste equazioni per ricavare due incognite, come la posizione e la velocità a un certo istante. Dovreste riconoscere che le grandezze che variano durante il moto sono la velocità v_{xf} , la posizione x_f e il tempo t . Le altre grandezze – x_i , v_{xi} , e a_x – sono *parametri* del moto e rimangono costanti.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Particella con accelerazione costante

Si raccomanda la seguente procedura per risolvere problemi che coinvolgono un corpo sottoposto a una accelerazione costante. Come menzionato nel Capitolo 1, strategie individuali come questa seguiranno le linee guida della Strategia generale per la risoluzione dei problemi dal Capitolo 1, con suggerimenti specifici che riguardano l'applicazione della strategia generale al materiale dei singoli capitoli.

- Concettualizzazione.** Pensa all'andamento fisico del problema. Stabilisci la rappresentazione mentale.

2. **Classificazione.** Semplifica il problema quanto più possibile. Verifica che il problema coinvolga o una particella o un oggetto il cui modello possa essere una particella e che si muova con una accelerazione costante. Costruisci un'appropriata rappresentazione pittorica, come il diagramma del moto, o una rappresentazione grafica. Assicurati che tutte le unità di misura nel problema siano coerenti. Cioè, se le posizioni sono misurate in metri, assicurarsi che le velocità siano in m/s e le accelerazioni in m/s². Scegli un sistema di coordinate da usare lungo tutto il problema.
3. **Analisi.** Imposta la rappresentazione matematica. Scegli un istante di tempo detto “iniziale” $t = 0$ e un altro t , detto “finale”. La scelta deve essere guidata da ciò che è noto riguardo alla particella e da ciò che s'intende conoscere su di essa. Non è necessario che l'istante iniziale sia quello in cui la particella inizia a muoversi, così come quello finale sarà soltanto raramente quello in cui la particella si ferma. Identifica tutte le grandezze date nel problema in un elenco separato da quelle da trovare. Una rappresentazione tabulare di queste grandezze potrebbe aiutarti. Scegli dall'elenco delle equazioni cinematiche quelle che sono adatte per determinare le incognite. Risovi le equazioni.
4. **Conclusione.** Una volta ottenuto il risultato, controlla per vedere se le risposte sono in accordo con le rappresentazioni mentale e pittorica e che i risultati siano realistici.

ESEMPIO 2.7 Atterraggio su una portaerei

Un jet atterra su una portaerei alla velocità di 140 mi/h (≈ 63 m/s).

(A) Qual è la sua accelerazione (ipotizzata costante) se si arresta in 2.0 s a causa di un cavo di arresto che rallenta il jet e lo conduce all'arresto?

(B) Se il jet atterra in posizione $x_i = 0$, qual è la sua posizione finale?

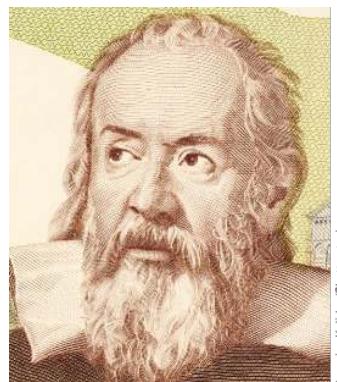
VISUALIZZA SOLUZIONE

ESEMPIO 2.8 Attenzione ai limiti di velocità!

Un'auto, che viaggia a velocità costante di 45.0 m/s , passa davanti a una moto della polizia, nascosta dietro un cartello per affissioni. Un secondo dopo che l'auto è passata di fronte al cartello, la polizia inizia un inseguimento, con un'accelerazione costante di 3.00 m/s^2 . Dopo quanto tempo la polizia raggiunge l'auto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Corpi in caduta libera



Georgios Koidias/Shutterstock.com

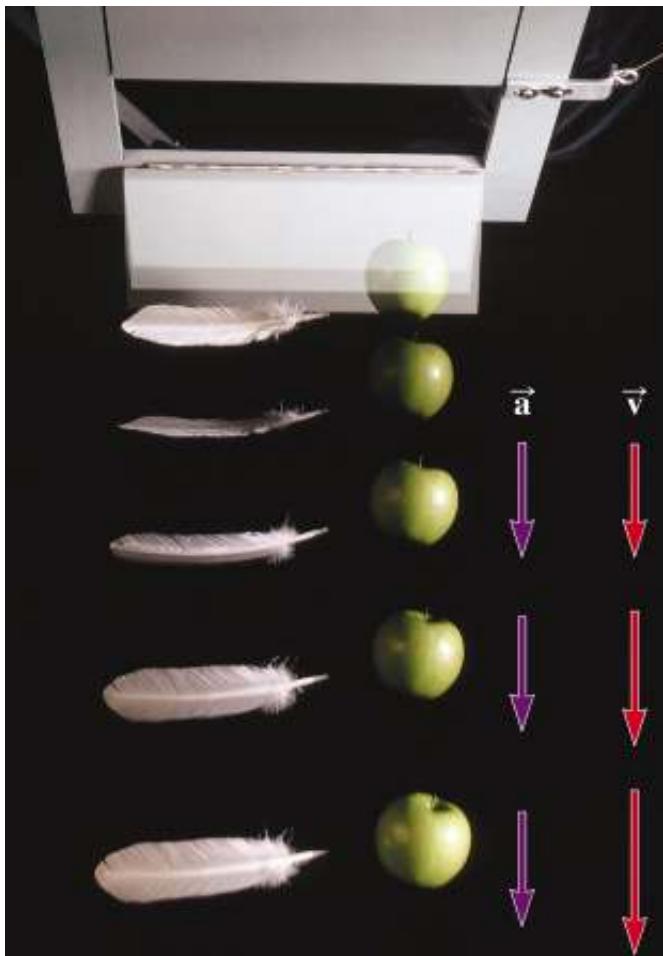
GALILEO GALILEI Fisico italiano e astronomo (1564-1642) Galileo ha formulato le leggi che governano il moto dei corpi in caduta libera e ha fatto numerose altre importanti scoperte in fisica e astronomia. Galileo difese pubblicamente l'affermazione di Nicolaus Copernico che il Sole è al centro dell'Universo (sistema eliocentrico). Per sostenere il modello Copernicano, pubblicò il Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, una visione che la Chiesa Cattolica dichiarò eretica.

È un fatto ben noto che tutti gli oggetti, se lasciati cadere, cadono verso la terra con un'accelerazione pressoché costante. C'è una storia leggendaria che racconta come Galileo Galilei abbia per primo scoperto questo fatto osservando due pesi diversi, caduti simultaneamente dalla torre pendente di Pisa, raggiungere il suolo approssimativamente nello stesso tempo. (La resistenza dell'aria gioca un ruolo nella caduta di un oggetto, ma, per ora, considereremo gli oggetti che cadono come se cadessero nel vuoto – un modello semplificato.) Sebbene vi siano dei dubbi che questo particolare esperimento sia stato realizzato, è un fatto bene assodato che Galileo abbia effettuato molti esperimenti sistematici su oggetti in movimento lungo dei piani inclinati. Per mezzo di misure accurate di distanze e di intervalli di tempo, egli fu in grado di mostrare che lo spostamento di un oggetto che parte dalla quiete è proporzionale al quadrato del tempo durante il quale l'oggetto è in movimento. Questa osservazione è in accordo con una delle equazioni cinematiche che abbiamo derivato per il moto di una particella con accelerazione costante (Eq. 2.13, con $v_{xi} = 0$). I risultati cui Galileo pervenne nella scienza della meccanica spianarono la strada a Newton per il suo sviluppo delle leggi del moto.

Se una moneta e un foglio di carta appallottolato vengono lasciati cadere simultaneamente dalla stessa altezza vi sarà una piccola differenza di tempo tra i loro istanti di arrivo al suolo. Comunque, se lo stesso esperimento fosse condotto in un buon vuoto, dove la resistenza dell'aria è assolutamente trascurabile, la carta e la moneta cadrebbero con la stessa accelerazione, indipendentemente dalla forma e dal peso della carta, anche se la carta fosse ancora liscia. Nel caso ideale, dove la resistenza dell'aria viene ignorata, un tale moto si indica come *caduta libera*. Questo fatto è illustrato in modo convincente in Figura 2.14, che è una fotografia di una mela e di una piuma che cadono nel vuoto. Il 2 agosto 1971 un esperimento del genere fu effettuato sulla Luna dall'astronauta David Scott. Egli lasciò cadere simultaneamente un martello da geologo e una piuma di falco e questi raggiunsero la superficie lunare contemporaneamente. Questa dimostrazione avrebbe certamente fatto gioire Galileo!

Indicheremo il modulo dell'accelerazione di caduta libera col simbolo g , che rappresenta il vettore accelerazione \vec{g} . Alla superficie della Terra, g vale approssimativamente 9.80 m/s^2 , o 980 cm/s^2 , o 32 ft/s^2 . A meno che non venga stabilito diversamente, useremo il valore di 9.80 m/s^2 per effettuare i calcoli. Inoltre, assumeremo che il vettore \vec{g} è diretto in basso verso il centro della Terra.

Quando usiamo l'espressione *oggetto in caduta libera*, non ci riferiamo necessariamente ad un oggetto caduto dallo stato di quiete. Un corpo in caduta libera è un oggetto che si muove liberamente soltanto sotto l'azione della gravità, indipendentemente dal suo moto iniziale. Quindi, oggetti lanciati verso l'alto o verso il basso e quelli lasciati cadere da fermi sono tutti oggetti in caduta libera! Siccome il valore di g è costante fin-



Attenzione a non confondere il simbolo g in corsivo usato per l'accelerazione dei corpi in caduta libera con il simbolo g utilizzato per i grammi.

FIGURA 2.14 Una mela ed una piuma, lasciate cadere nel vuoto da ferme, cadono alla stessa velocità indipendentemente dalla loro massa. Se si trascura la resistenza dell'aria, tutti i corpi cadono sulla Terra con la stessa accelerazione di 9.80 m/s^2 , come indicato dalle frecce viola nell'immagine stroboscopica. La velocità dei due oggetti aumenta linearmente con il tempo, come indicato dalle frecce rosse.

ché si è vicini alla superficie della Terra, possiamo assumere, per un oggetto in caduta libera il modello della particella con accelerazione costante.

Negli esempi precedenti di questo capitolo, le particelle erano effettivamente sottoposte ad accelerazione costante, come imposto dal problema. Così, può essere stato difficile capire la necessità del modello. Adesso, possiamo cominciare a comprendere la necessità di un modello; stiamo *modellizzando* un corpo reale che cade, mediante un modello di analisi. Si noti che stiamo (1) trascurando la resistenza dell'aria e (2) assumendo che l'accelerazione di gravità sia costante. Così, il modello di un punto materiale con accelerazione costante è una sostituzione del problema reale, che potrebbe essere più complicato. In ogni caso, se la resistenza dell'aria e qualsiasi variazione di g fossero piccole, il modello produrrebbe delle previsioni che si accorderebbero bene con la situazione reale.

Si possono applicare agli oggetti che cadono le equazioni sviluppate nel Paragrafo 2.6 per oggetti che si muovono con accelerazione costante. L'unica modifica che dobbiamo apportare per adattare queste equazioni ai corpi in caduta libera consiste nel notare che il moto è in direzione verticale, per cui useremo y invece di x , e l'accelerazione sarà verso il basso, con un modulo di 9.80 m/s^2 . Quindi, per un corpo in caduta libera assumiamo sempre $a_y = -g = -9.80 \text{ m/s}^2$, dove il segno meno indica che l'accelerazione del corpo è verso il basso. La scelta del segno negativo per il basso è arbitraria ma comune.

Prevenire le insidie 2.7 Accelerazione all'apice del moto

Un errore comune è ritenere che l'accelerazione all'apice della traiettoria del moto sia zero. Sebbene la velocità all'apice del moto di una particella lanciata verso l'alto sia momentaneamente pari a zero, l'accelerazione è sempre quella dovuta alla forza di gravità in quel punto. Se la velocità e l'accelerazione fossero entrambe zero, la particella rimarrebbe ferma all'apice.

QUIZ RAPIDO 2.6

Prevenire le insidie 2.8 Il segno di g

Ricorda che g è un numero positivo.

Una palla è lanciata verso l'alto. Quando la palla è in caduta libera, la sua accelerazione **(a)** aumenta, **(b)** diminuisce, **(c)** prima aumenta e quindi diminuisce, **(d)** prima diminuisce e quindi aumenta, o **(e)** rimane costante

Dovete resistere alla tentazione di sostituire il valore -9.80 m/s^2 . Il verso dell'accelerazione di gravità è indicato esplicitamente dall'equazione $a_y = -g$.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 2.2

Un paracadutista salta da un elicottero. Alcuni secondi dopo, un altro paracadutista salta fuori in modo che ambedue cadono lungo la stessa verticale. Trascurando la resistenza dell'aria, i paracadutisti cadono con la stessa accelerazione. La distanza verticale fra di essi rimane la stessa? La differenza fra le loro velocità rimane la stessa?

Ragionamento In ogni istante di tempo, le velocità dei paracadutisti sono totalmente diverse, poiché uno di essi è in vantaggio. In un intervallo di tempo dopo questo istante, tuttavia, ciascun paracadutista aumenta la propria velocità della stessa quantità, poiché essi hanno la stessa accelerazione. Quindi, la differenza di velocità rimane invariata. Il primo paracadutista si muoverà sempre con una velocità maggiore di quella del secondo, per cui, in un dato intervallo di tempo, il primo paracadutista percorrerà una distanza maggiore del secondo. Così, la distanza di separazione fra i due aumenterà.

ESEMPIO 2.9 Un buon tiro per un principiante!

Una pietra è lanciata dal tetto di un palazzo verso l'alto con velocità iniziale di 20.0 m/s . La pietra arriva fino a 50.0 m di altezza rispetto al suolo, e sfiora il tetto nel suo moto discendente come mostrato in Figura 2.15 (pag. 58).

(A) Se $t_A = 0$ è l'istante in cui la pietra lascia la mano del lanciatore nella posizione A, determinare il tempo impiegato per raggiungere la massima altezza.

(B) Trovare la massima altezza raggiunta dalla pietra.

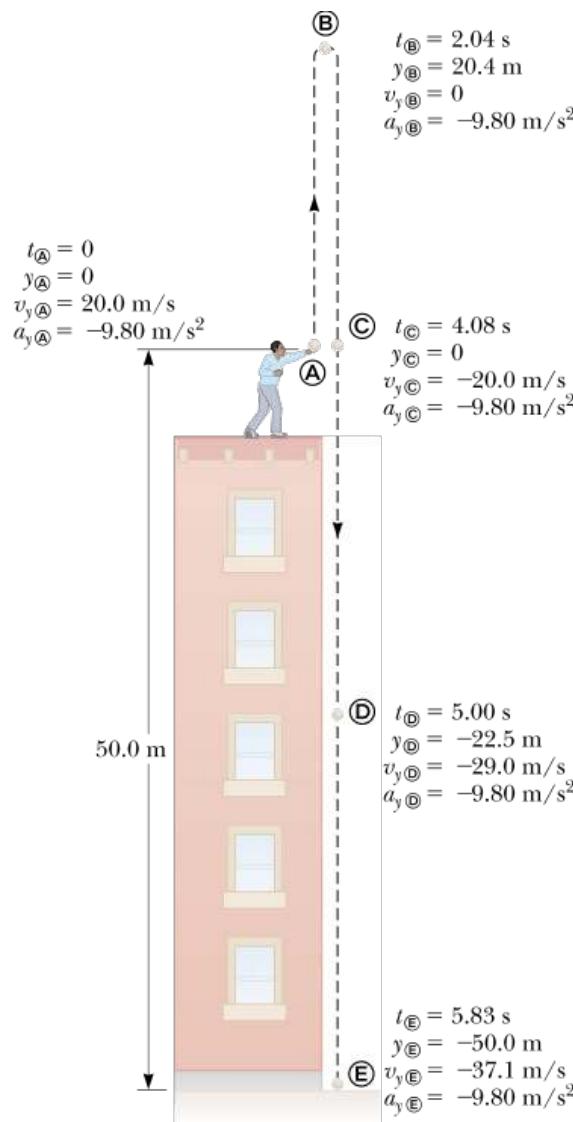


FIGURA 2.15 (Esempio 2.9) Posizione e velocità in funzione del tempo per una pietra in caduta libera lanciata inizialmente verso l'alto con una velocità $v_{yi} = 20.0 \text{ m/s}$. Alcune delle quantità indicate nel moto della pietra sono calcolate nell'esempio. Puoi calcolare le altre?

(C) Determinare la velocità della pietra quando ritorna alla stessa altezza dalla quale era partita.

(D) Trovare la velocità e la posizione nell'istante $t = 5.00 \text{ s}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: accelerazione richiesta dai consumatori

Abbiamo, ora, la prima opportunità di rivolgerci al Contesto in un paragrafo di chiusura, così come faremo per ciascuno dei restanti capitoli. Il nostro attuale Contesto è *Veicoli con combustibili alternativi*, e la nostra domanda centrale è, *quale fonte oltre alla benzina può essere utilizzata per fornire l'energia necessaria ad un'automobile riducendo contemporaneamente le emissioni dannose per l'ambiente?*

I consumatori hanno guidato veicoli a benzina per decenni e sono abituati ad un certo tipo di accelerazione, come quella necessaria per entrare in autostrada da una rampa. Questa esperienza pone la domanda: che tipo di accelerazione il consumatore di oggi si aspetta da una veicolo a carburante alternativo che possa sostituire un veicolo a benzina. Pertanto, i progettisti di veicoli a carburante alternativo dovranno sforzarsi di ottenere una simile accelerazione in modo da soddisfare le aspettative del consumatore e sperare di generare domanda per il nuovo veicolo.

Se consideriamo i tempi di accelerazione da 0 a 60 mi/h (da 0 a 100 km/h) pubblicati per un certo numero di modelli di automobile, troviamo i dati mostrati nella colonna intermedia della Tabella 2.3. L'accelerazione media di ciascun veicolo è calcolata da questi dati usando l'Equazione 2.7. È chiaro dalla parte alta della tabella (*veicoli di lusso*) che un'accelerazione superiore a 20 mi/h · s è molto costosa. L'accelerazione più elevata è 23.1 mi/h · s per la Bugatti Veyron 16.4 Super Sport che costa più di due milioni di dollari. Un'accelerazione leggermente inferiore può essere ottenuta con la Shelby SuperCars Ultimate Aero ad un prezzo "affare" di 654 000\$. I *veicoli ad alte prestazioni* tra 44 000\$ e 102 000\$ hanno un'accelerazione di 14.1 mi/h · s da confrontare con il valore di 19.1 mi/h · s per i veicoli molto costosi. Per il guidatore meno benestante le accelerazioni nella parte centrale della tabella (*veicoli tradizionali*) hanno un valor medio di 6.9 mi/h · s. Questo valore è tipico di veicoli a benzina orientati verso le esigenze del consumatore e costituisce approssimativamente un riferimento per l'accelerazione desiderata in un veicolo a carburante alternativo.

Nella parte inferiore della Tabella 2.3. sono riportati dati per cinque veicoli alternativi. L'accelerazione media per questi veicoli è 6.2 mi/h · s, circa il 90% del valor medio per i veicoli tradizionali. Questa accelerazione è sufficientemente grande per i consumatori che richiedono un'auto del tipo "salta su-e-parti". La Figura 2.16 mostra un grafico del costo dei veicoli in Tabella 2.3 in funzione dell'accelerazione. Il grafico mostra chiaramente l'impennata del costo per accelerazione superiori a 20 mi/h · s.

La Honda CR-Z, la Toyota Prius e l'Honda Insight sono *veicoli ibridi*, dei quali discuteremo ancora nelle Conclusioni del Contesto. Questi veicoli coniugano un motore a benzina con uno elettrico. Le accelerazioni di questi veicoli sono le più basse nella tabella. Lo svantaggio di un'accelerazione bassa è ammortizzato

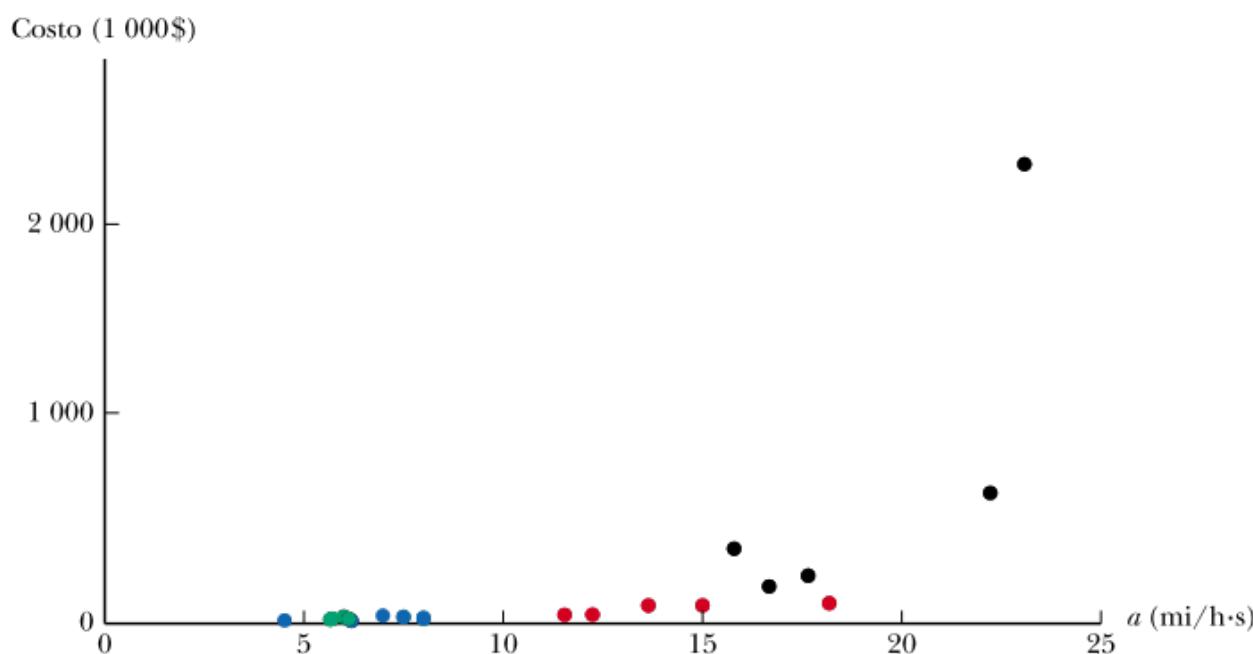


FIGURA 2.16 Il costo per ottenere una certa accelerazione per veicoli alternativi (in verde), veicoli tradizionali (in blu), veicoli ad alte prestazioni (in rosso), e veicoli di lusso (in nero).

TABELLA 2.3 | Accelerazione di varie automobili, 0-60 mi/h

Automobile	Anno	Intervallo di tempo, 0-60 mi/h (s)	Accelerazione media (mi/h · s)	Prezzo
<i>Veicoli di lusso:</i>				
Bugatti Veyron 16.4 Super Sport	2011	2.60	23.1	2 300 000 \$
Lamborghini LP 570-4 Superleggera	2011	3.40	17.6	240 000 \$
Lexus LFA	2011	3.80	15.8	375 000 \$
Mercedes-Benz SLS AMG	2011	3.60	16.7	186 000 \$
Shelby SuperCars Ultimate Aero	2009	2.70	22.2	654 000 \$
Media		3.22	19.1	751 000 \$
<i>Veicoli ad alte prestazioni:</i>				
Chevrolet Corvette ZR1	2010	3.30	18.2	102 000 \$
Dodge Viper SRT10	2010	4.00	15.0	91 000 \$
Jaguar XJL Supercharged	2011	4.40	13.6	90 500 \$
Acura TL SH-AWD	2009	5.20	11.5	44 000 \$
Dodge Challenger SRT8	2010	4.90	12.2	45 000 \$
Media		4.36	14.1	74 500 \$
<i>Veicoli tradizionali:</i>				
Buick Regal CXL Turbo	2011	7.50	8.0	30 000 \$
Chevrolet Tahoe 1500 LS (SUV)	2011	8.60	7.0	40 000 \$
Ford Fiesta SES	2010	9.70	6.2	14 000 \$
Hummer H3 (SUV)	2010	8.00	7.5	34 000 \$
Hyundai Sonata SE	2010	7.50	8.0	25 000 \$
Smart ForTwo	2010	13.30	4.5	16 000 \$
Media		9.10	6.9	26 500 \$
<i>Veicoli alternativi:</i>				
Chevrolet Volt (ibrida)	2011	8.00	7.5	41 000 \$
Nissan Leaf (elettrica)	2011	10.00	6.0	34 000 \$
Honda CR-Z (ibrida)	2011	10.50	5.7	25 000 \$
Honda Insight (ibrida)	2010	10.60	5.7	21 000 \$
Toyota Prius (ibrida)	2010	9.80	6.1	24 000 \$
Media		9.78	6.2	29 000 \$

Nota: i dati forniti in questa tabella così come in altre tabelle dei Capitoli dal 3 al 6 sono stati acquisiti da un certo numero risorse online, come i test di guida e i siti web delle compagnie automobilistiche. Altri dati come le accelerazioni in questa tabella sono stati calcolati a partire dai dati non trattati.

da altri fattori. Questi veicoli hanno percorrenze per chilometro relativamente lunghe, basse emissioni e non richiedono ricarica come un veicolo puramente elettrico.

La Chevrolet Volt e la Nissan Leaf sono veicoli alimentati solo da motori elettrici. La Leaf è un veicolo puramente elettrico: come sorgente di energia ha unicamente batterie. Quando le batterie sono scariche, il veicolo non può essere utilizzato, consentendo di percorrere circa 73 miglia (U.S. EPA) tra due successive ricariche. La Volt è una serie ibrida (si veda la sezione Conclusioni del Contesto per una discussione sui veicoli ibridi): ha un motore a benzina, ma il motore non alimenta direttamente le ruote alle velocità normali. Il motore è un generatore che ricarica le batterie consentendo di percorrere 35 miglia con l'alimentazione elettrica e ben 350 miglia tra due successive ricariche complete.

A paragone dei veicoli nella parte superiore della Tabella 2.3, consideriamo l'accelerazione di un veicolo di prestazioni ancora superiori, una tipica auto da corsa, come mostrato nella Figura 2.17. Tipici dati mostrano che un tale veicolo copre una



George Lepp/Stone/Getty Images

FIGURA 2.17 Nelle gare di velocità automobilistica, l'accelerazione è una grandezza molto richiesta. Su una distanza di un quarto di miglio, si raggiunge una velocità di 320 mi/h, percorrendo l'intera distanza in meno di 5.0 s.

distanza di 0.25 mi in 5.0 s, partendo da fermo. Possiamo trovare l'accelerazione dall'Equazione 2.13:

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a_x t^2 = 0 + 0(t) + \frac{1}{2}(a_x)(t)^2 \rightarrow a_x = \frac{2x_f}{t^2}$$

$$a_x = \frac{2(0.25 \text{ mi})}{(5.0 \text{ s})^2} = 0.020 \text{ mi/s}^2 \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \right) = 72 \text{ mi/h} \cdot \text{s}$$

Questo valore è molto maggiore di qualsiasi accelerazione della tabella, come c'era da aspettarsi. Possiamo dimostrare che l'accelerazione dovuta alla gravità ha il seguente valore in unità di $\text{mi/h} \cdot \text{s}$:

$$g = 9.80 \text{ m/s}^2 = 21.9 \text{ mi/h} \cdot \text{s}$$

Perciò, l'auto da corsa si muove con un'accelerazione pari a 3.3 volte quella che avrebbe se si muovesse in verticale gettandola giù da un dirupo! (Naturalmente l'accelerazione orizzontale può essere mantenuta solo per un breve intervallo di tempo.)

Quando studieremo il moto bidimensionale nel prossimo capitolo, considereremo un diverso tipo di accelerazione di veicoli, quella associata ad un veicolo che percorre una circonferenza ad alta velocità.

SOMMARIO

La **velocità scalare media** di una particella durante un certo intervallo di tempo è uguale al rapporto tra la distanza d percorsa dalla particella e l'intervallo di tempo Δt :

$$v_{\text{med}} \equiv \frac{d}{\Delta t} \quad \text{2.1} \blacktriangleleft$$

La **velocità media** di una particella che si muove in una dimensione durante un certo intervallo di tempo è uguale al rapporto tra lo spostamento Δx e l'intervallo di tempo Δt :

$$v_{x,\text{med}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{2.2} \blacktriangleleft$$

La **velocità istantanea** di una particella è definita come il limite del rapporto $\Delta x / \Delta t$ quando Δt tende a zero:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad \text{2.3} \blacktriangleleft$$

La **velocità scalare istantanea** di una particella è definita come il modulo del vettore velocità istantanea.

L'**accelerazione media** di una particella che si muove in una dimensione durante un certo intervallo di tempo è definita come il rapporto della variazione della sua velocità Δv_x e l'intervallo di tempo Δt :

$$a_{x,\text{med}} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

2.7◀

L'accelerazione istantanea è uguale al limite del rapporto $\Delta v_x / \Delta t$ quando $\Delta t \rightarrow 0$. Per definizione, questa è uguale alla derivata di v_x rispetto a t , ovvero la rapidità di variazione temporale della velocità:

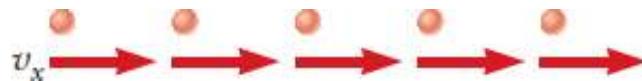
$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \quad 2.8◀$$

La pendenza della tangente alla curva x in funzione di t , ad ogni istante, è uguale alla velocità istantanea della particella.

La pendenza della tangente alla curva v in funzione di t è uguale all'accelerazione istantanea della particella.

Un corpo in caduta libera subisce un'accelerazione diretta verso il centro della Terra. Se si trascura l'attrito dell'aria e se l'altitudine del moto è piccola rispetto al raggio della Terra, si può assumere che l'accelerazione di gravità g è costante nel campo delle altezze in cui avviene il moto, dove g è uguale a 9.80 m/s² o 32 ft/s². Assumendo y positiva diretta verso l'alto, l'accelerazione è data da $-g$, e le equazioni cinematiche per un corpo in caduta libera sono le stesse di quelle date precedentemente con le sostituzioni $x \rightarrow y$ e $a_y \rightarrow -g$.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi

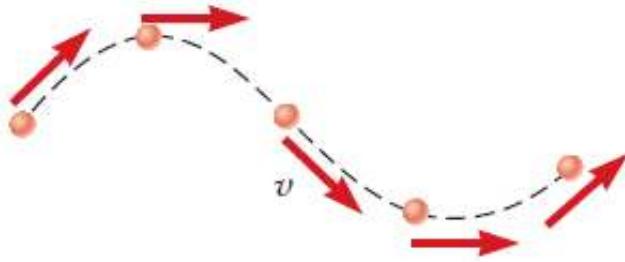


Particella con velocità costante. Se una particella si muove lungo una retta con velocità scalare v costante, la sua velocità è data da

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad 2.4◀$$

e la sua posizione è data da

$$x_f = x_i + v_x t \quad 2.5◀$$



Particella con velocità scalare costante. Se una particella si muove lungo una traiettoria curvilinea o lungo una retta di una distanza d in un intervallo di tempo Δt con velocità scalare costante, la sua velocità scalare è data da

$$v = \frac{d}{\Delta t} \quad 2.6$$



Particella con accelerazione costante. Se una particella si muove lungo una retta con accelerazione costante a_x , il suo moto è descritto dalle equazioni della cinematica:

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \quad 2.10$$

$$v_{x,\text{med}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \quad 2.11$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \quad 2.12$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad 2.13$$

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i) \quad 2.14$$

QUESITI

1. Una goccia d'olio cade sulla strada dal motore di un'auto in moto ogni 5 s. La Figura Q2.1 mostra le gocce cadute sulla strada. Qual è la velocità media dell'auto durante questo tratto del suo moto? (a) 20 m/s, (b) 24 m/s, (c) 30 m/s, (d) 100 m/s, (e) 120 m/s

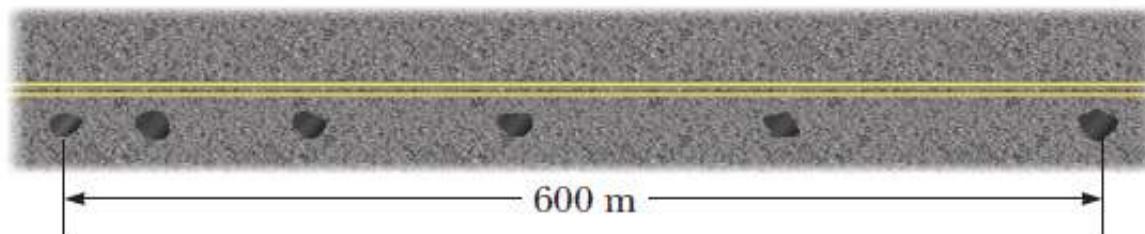


FIGURA Q2.1

2. Una freccia è tirata verso l'alto ad una velocità iniziale di 15 m/s. Dopo quanto tempo la freccia si muove verso il basso ad una velocità di 8.00 m/s? (a) 0.714 s, (b) 1.24 s, (c) 1.87 s, (d) 2.35 s, (e) 3.22 s

3. Un giocatore lancia una palla in aria verso l'alto. Quando la palla lascia la sua mano, e mentre la palla è in aria, quale affermazione è vera? (a) La velocità della palla è sempre nello stesso verso della sua accelerazione. (b) La velocità della palla non ha mai lo stesso verso dell'accelerazione. (c) L'accelerazione della palla è zero. (d) La velocità della palla ha verso opposto rispetto all'accelerazione durante il moto di ascesa. (e) La velocità della palla ha lo stesso verso dell'accelerazione durante il moto di ascesa.

4. Quando si applicano le equazioni cinematiche ad un oggetto in moto in una dimensione, quale delle seguenti affermazioni deve essere vera? (a) La velocità dell'oggetto deve rimanere costante (b) la velocità dell'oggetto deve rimanere costante. (c) La velocità dell'oggetto deve aumentare con il tempo. (d) La posizione dell'oggetto deve aumentare con il tempo. (e) La velocità di un oggetto deve essere sempre nello stesso verso della sua accelerazione.

5. Di un oggetto che si muove lungo l'asse delle x , vengono effettuate numerose misure della posizione, tanto da ottenere un grafico continuo ed accurato della x in funzione del tempo. Quale delle seguenti quantità relative all'oggetto non può essere ottenuta *unicamente* dal grafico? (a) la velocità istantanea (b) l'accelerazione istantanea (c) lo spostamento durante un certo intervallo di tempo (d) la velocità media durante un certo intervallo di tempo (e) la velocità scalare istantanea.

6. Una palla viene lanciata in aria in direzione verticale. In quale situazione sono entrambe zero sia la velocità che l'accelerazione istantanee? (a) durante il moto di ascesa (b) nel vertice della traiettoria (c) durante il moto di discesa (d) a metà del moto di ascesa e a metà del moto di discesa (e) nessuna delle precedenti.

7. Uno studente sul tetto di un edificio di altezza h lancia una palla verso l'alto con velocità iniziale v_i , quindi lancia una palla verso il basso con la stessa velocità iniziale v_i . Un istante prima che raggiunga il suolo, la velocità scalare finale della palla tirata verso l'alto sarà (a) maggiore (b) minore (c) o uguale a quella della palla lanciata verso il basso?

8. Lasci cadere una palla dalla finestra di un piano alto di un palazzo. Essa colpisce il suolo con una velocità v . Ripeti la caduta, ma questa volta c'è un tuo amico sulla strada che a sua volta lancia un'altra palla verso l'alto con velocità v . Il tuo amico lancia la palla esattamente nello stesso istante in cui tu lasci cadere la tua dalla finestra. A un certo punto, le due palle si incrociano. Il punto si trova (a) a metà fra la finestra e il suolo, (b) al di sopra di questo punto o (c) al di sotto di questo punto?

9. Quando il pilota inverte i motori di una nave che si stava muovendo verso nord, la nave si muove con un'accelerazione diretta verso sud. Assumiamo che l'accelerazione rimanga costante in modulo, direzione e verso. Cosa succede alla nave? (a) Si ferma e rimane ferma (b) Si ferma ed accelera in verso opposto (c) Si ferma ed accelera nella stessa direzione (d) Non si ferma mai ma diminuisce sempre la sua velocità (e) Non si ferma mai ma continua ad accelerare nella direzione opposta.

10. Una pietra è gettata da una torre alta 40 m ad una velocità iniziale di 12 m/s. Se la resistenza dell'aria è trascurabile, qual è la velocità della pietra un istante prima di toccare il suolo? (a) 28 m/s (b) 30 m/s (c) 56 m/s (d) 784 m/s (e) Servono maggiori informazioni.

11. Un ragazzo su uno skateboard parte da fermo e scende lungo una collina in linea retta con accelerazione costante per 6 s. Durante un secondo tentativo, si muove lungo la stessa linea retta con la stessa accelerazione per soli 2 s. Qual è lo spostamento nel secondo tentativo rispetto al primo? (a) un terzo (b) tre volte maggiore (c) un nono (d) nove volte maggiore (e) $1/\sqrt{3}$ volte maggiore.

12. Un sasso è lanciato da un scogliera e partendo da fermo cade per 4.9 m in 1.0 s. Di quanto cade ulteriormente nei successivi 2.0 s? (a) 9.8 m (b) 19.6 (c) 39 m (d) 44 m (e) nessuna delle precedenti risposte.

13. Una palla di plastica dura è lanciata dall'altezza delle spalle verso l'alto, successivamente cade verso il terreno dove rimbalza fino ad un'altezza inferiore alla precedente e quindi prosegue nuovamente verso il basso. Il moto è rappresentato in Figura Q2.13 dove le posizioni della palla da A ad E non sono equidistanti nel tempo. Nella posizione D il centro della palla si trova alla minima altezza possibile (la palla è al suolo). Il moto avviene lungo la direzione verticale, ma in figura le posizioni della palla sono rappresentate piegate per evitare sovrapposizioni. Si scelga la direzione delle y positive rivolta verso l'alto. (a) Ordina le posizioni da A a D secondo il modulo della velocità $|v_y|$, partendo dal più grande. (b) Ordina le posizioni da A a D secondo l'accelerazione a_y (In entrambe le graduatorie ricorda che zero è sempre maggiore di un valore negativo. Se due valori risultano uguali, allora indica che si trovano nella stessa posizione della graduatoria).

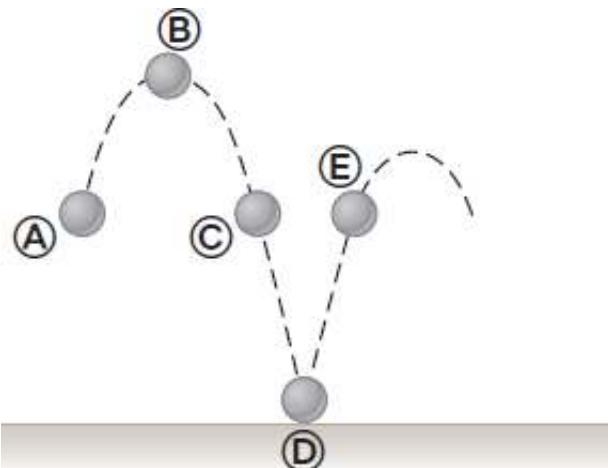
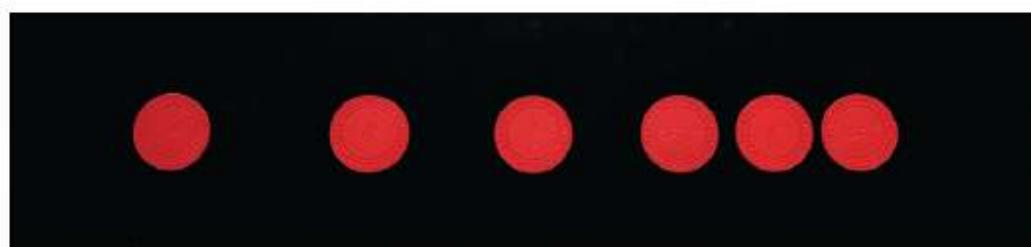
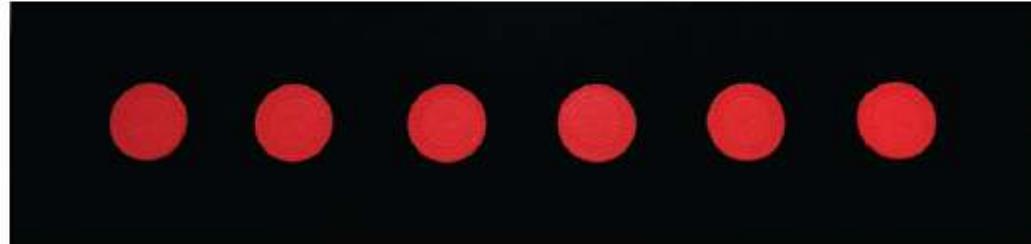


FIGURA Q2.13

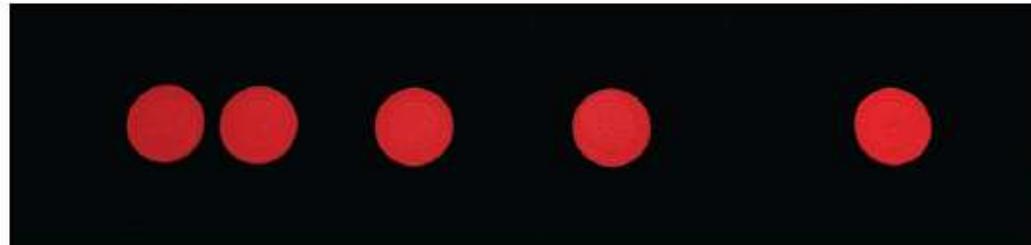
14. Le foto stroboscopiche riportate in Figure Q2.14 rappresentano il moto di un disco verso destra, direzione che si assume positiva. In ciascuna foto, l'intervallo di tempo fra le immagini è costante. (i) Quale fotografia mostra un moto con accelerazione nulla? (ii) Quale fotografia mostra un moto con accelerazione positiva? (iii) Quale fotografia mostra un moto con accelerazione negativa?



a



b



c

© Cengage Learning/Charles D. Winters

FIGURA Q2.14

DOMANDE CONCETTUALI

1. (a) Le equazioni cinematiche (Eqq. da 2.10 a 2.14) possono essere adoperate in situazioni in cui l'accelerazione varia con il tempo? (b) Possono essere adoperate quando l'accelerazione è zero?

2. Effettua il seguente esperimento in una via priva di traffico. Mentre la tua auto si muove lentamente lungo una traiettoria rettilinea lungo un piano orizzontale, metti il motore in folle e lascia procedere l'auto liberamente. Nel momento in cui la macchina si ferma completamente, premi i freni ed annota la sensazione. Ora ripeti l'esperimento lungo una lieve salita. Spiega la differente sensazione provata dal guidatore nei due casi (Questa domanda è stata suggerita da Brian Popp)

3. Se la velocità di una particella è diretta verso est, può la sua accelerazione essere diretta verso ovest? Spiegare.

4. Lancia una palla verticalmente dal suolo verso l'alto con velocità iniziale + 5.00 m/s. (a) Qual è la sua velocità quando raggiunge la massima altezza? (b) Qual è la sua accelerazione in quel punto? (c) Qual è la velocità con cui ritorna al suolo? (d) Qual è la sua accelerazione in quel punto?

5. Se la velocità media di un oggetto è zero in un qualche intervallo di tempo, cosa si può dire dello spostamento dell'oggetto in quell'intervallo?

6. Se la velocità di una particella è nulla può la sua accelerazione essere nulla? Spiegare.

7. Se la velocità di una particella è non nulla può la sua accelerazione essere nulla? Spiegare.

8. (a) Può la velocità istantanea di un oggetto durante un intervallo di tempo essere mai in modulo maggiore della velocità media sull'intero intervallo? (b) Può mai essere minore?

9. Due automobili si stanno muovendo nella stessa direzione su corsie parallele lungo un'autostrada. Ad un certo istante la velocità della macchina A è maggiore di quella della macchina B. Questo significa che l'accelerazione di A è maggiore di quella di B? Spiegare.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 2.1 Velocità media

- 1.** Lo spostamento nel tempo di una certa particella che si muove lungo l'asse x è mostrato in Figura P2.1. Trovare la velocità media negli intervalli di tempo (a) da 0 a 2 s, (b) da 0 a 4 s, (c) da 2 s a 4 s, (d) da 4 s a 7 s, (e) da 0 a 8 s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

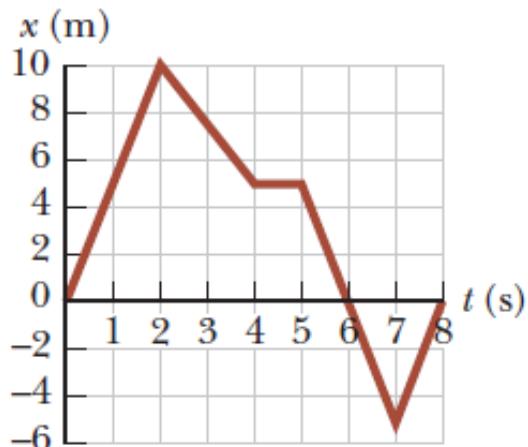


FIGURA P2.1 Problemi 1 e 7.

- 2.** Una particella si muove secondo l'equazione $x = 10t^2$, dove x è espresso in metri e t in secondi. (a) Trovare la velocità media nell'intervallo di tempo da 2.00 s a 3.00 s. (b) Trovare la velocità media per l'intervallo di tempo da 2.0 s a 2.10 s.

- 3.** La posizione di un modellino di auto in legno, su di una pista, è stata registrata a vari tempi; i dati sono riportati nella tabella seguente. Determinare la velocità media dell'auto (a) dopo il primo secondo, (b) durante gli ultimi 3 s e (c) durante l'intervallo completo di osservazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

t (s)	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
x (m)	0	2.3	9.2	20.7	36.8	57.5

- 4.** Una persona prima cammina a una velocità costante di 5. m/s lungo una linea retta da A a B e poi torna indietro da B ad A alla velocità costante di 3.00 m/s. (a) Qual è la velocità scalare media sull'intero percorso? (b) Qual è la velocità media sull'intero percorso?

Paragrafo 2.2 Velocità istantanea

- 5.** Il grafico posizione-tempo per una particella che si muove lungo l'asse x è mostrato in Figura P2.5. (a) Trovare la velocità media nell'intervallo di tempo da $t = 1.5$ s a $t = 4.0$ s. (b) Determinare la velocità istantanea a $t = 2.0$ s, misurando la pendenza della retta tangente mostrata nel grafico. (c) Per quale valore di t la velocità è zero?

VISUALIZZA SOLUZIONE

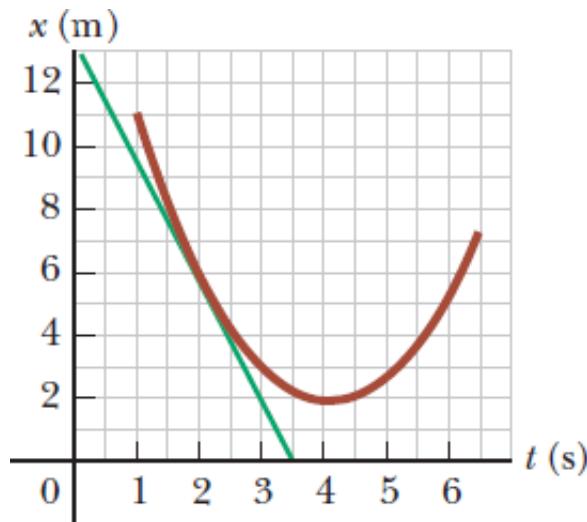


FIGURA P2.5

6. Utilizzando i dati del Problema 2.3, (a) costruire un grafico continuo della posizione in funzione del tempo; (b) tracciare le tangenti alla curva $x(t)$ e determinare la velocità istantanea dell'auto a diversi istanti di tempo; (c) tracciare il grafico della velocità istantanea-tempo e da questo calcolare l'accelerazione media dell'auto. (d) Qual era la velocità iniziale dell'auto?

7. Trovare la velocità istantanea della particella descritta in Figura P2.1 ai seguenti istanti: (a) $t = 1.0 \text{ s}$, (b) $t = 3.0 \text{ s}$, (c) $t = 4.5 \text{ s}$, e (d) $t = 7.5 \text{ s}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. La posizione di una particella che si muove lungo l'asse x varia nel tempo secondo l'espressione $x = 3t^2$, dove x è espresso in metri e t in secondi. Calcolare la sua posizione (a) per $t = 3.00 \text{ s}$ e (b) a $3.00 \text{ s} + \Delta t$. (c) Calcolare il limite del rapporto $\Delta x / \Delta t$ quando Δt tende a zero, per trovare la velocità per $t = 3.00 \text{ s}$.

Paragrafo 2.3 Modello di analisi: particella con velocità costante

9. Una lepre e una tartaruga competono in una gara di corsa lunga 1.00 km. La tartaruga avanza in linea retta e mantiene la sua velocità massima di 0.200 m/s verso la linea di arrivo. La lepre corre alla sua massima velocità di 8.00 m/s verso l'arrivo per 0.800 km e poi si ferma per canzonare la tartaruga. La lepre attende un attimo che la tartaruga superi la sua posizione, quindi parte nuovamente verso la linea d'arrivo alla velocità di 8.00 m/s. Lepre e tartaruga raggiungono il traguardo esattamente nello stesso istante. Si assume che entrambi gli animali, nel muoversi, mantengano costante la loro rispettiva velocità. (a) A che distanza si trova la tartaruga rispetto alla linea finale quando la lepre riprende la sua corsa? (b) Per quanto tempo è rimasta ferma la lepre?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 2.4 Accelerazione

10. Una palla di 50.0 g che viaggia a 25.0 m/s rimbalza su di un muro di mattoni con la velocità di 22.0 m/s. Una macchina fotografica ad alta velocità registra questo evento. Se la palla resta a contatto con la parete per 3.50 ms, qual è il modulo dell'accelerazione media della palla durante questo intervallo di tempo? (Nota : 1 ms = 10^{-3} s).

11. Una particella si muove lungo l'asse x secondo l'equazione $x = 2.00 + 3.00t - 1.00t^2$, dove x è espresso in metri e t in secondi. Al tempo $t = 3.00$ s, trovare (a) la posizione della particella, (b) la sua velocità, (c) la sua accelerazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Uno studente guida un motorino lungo una strada rettilinea come è descritto nel grafico velocità-tempo in Figura P2.12. Tracciare questo grafico al centro di una carta millimetrata. (a) Proprio al di sopra del grafico, disegnare un grafico della posizione in funzione del tempo, allineando le coordinate temporali dei due grafici. (b) Disegnare un grafico dell'accelerazione in funzione del tempo direttamente sotto il grafico v_x - t allineando sempre le coordinate temporali. Su ciascun grafico, mostrare il valore numerico di x e a_x per tutti i punti di inflessione. (c) Qual è l'accelerazione per $t = 6.00$ s? (d) Trovare la posizione (relativa al punto di partenza) per $t = 6.00$ s. (e) Qual è la posizione finale del motorino per $t = 9.00$ s?

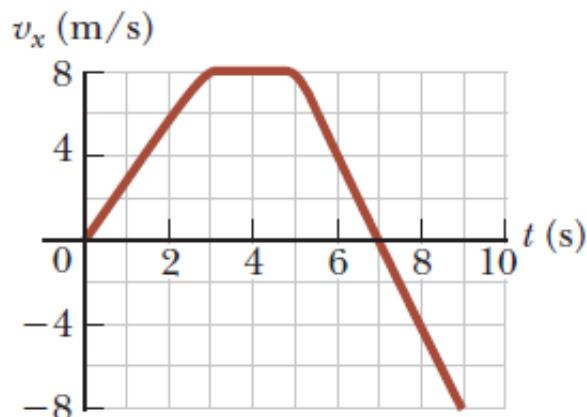


FIGURA P2.12

13. Una particella parte dalla quiete e accelera come mostrato in Figura P2.13. Determinare (a) la velocità scalare media della particella a $t = 10.0$ s e $t = 20.0$ s e (b) la distanza percorsa nei primi 20.0 s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

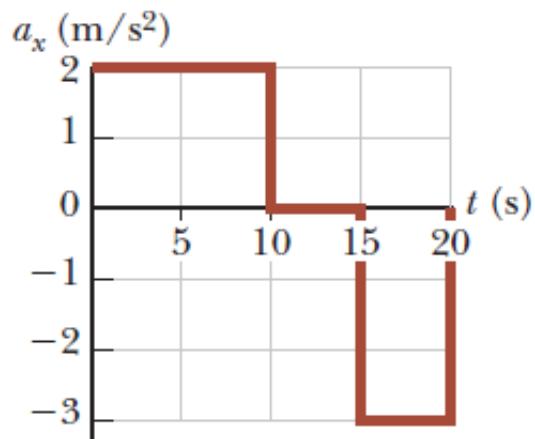


FIGURA P2.13

- 14.** Un oggetto si muove lungo l'asse x secondo l'equazione $x(t) = (3.00t^2 - 2.00t + 3.00)\text{m}$ dove t è in secondi. Determinare (a) la velocità scalare media fra $t = 2.00$ s e $t = 3.00$ s, (b) la velocità istantanea per $t = 2.00$ s e $t = 3.00$ s, (c) l'accelerazione media fra $t = 2.00$ s e $t = 3.00$ s, e (d) l'accelerazione istantanea per $t = 2.00$ s e $t = 3.00$ s. (e) In quale istante l'oggetto è a riposo?

- 15.** La Figura P2.15 mostra un grafico di v_x in funzione di t relativo al moto di un motociclista allorché parte dalla posizione di quiete e si muove lungo una strada rettilinea. (a) Determinare l'accelerazione media nell'intervallo di tempo da $t = 0$ a $t = 6.00$ s. (b) Stimare l'istante in cui l'accelerazione ha il suo massimo valore positivo e il valore dell'accelerazione in quell'istante. (c) Quando si annulla l'accelerazione? (d) Stimare il massimo valore negativo dell'accelerazione e l'istante di tempo in cui ciò avviene.

VISUALIZZA SOLUZIONE

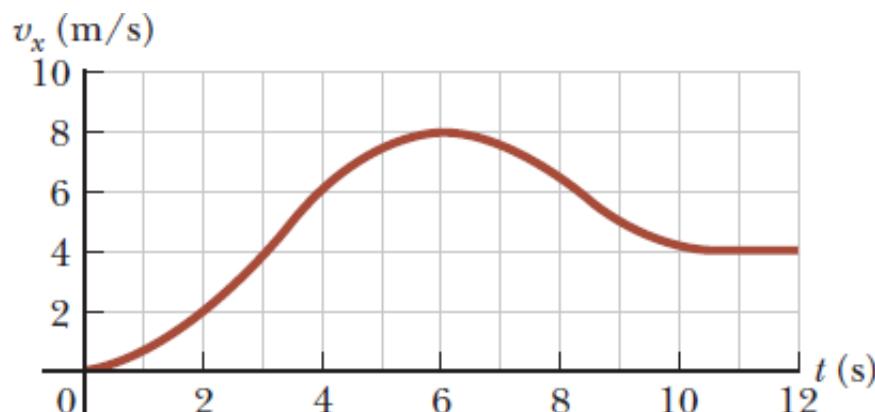


FIGURA P2.15

Paragrafo 2.5 Diagrammi del moto

- 16.** Tracciare i diagrammi del moto per (a) un oggetto che si muove verso destra a velocità costante, (b) un oggetto che si muove verso destra con una velocità che aumenta a un tasso costante, (c) un oggetto che si muove verso destra e rallenta a un tasso costante, (d) un oggetto che si muove verso sinistra e aumenta la sua velocità a un tasso costante, e (e) un oggetto che si muove verso sinistra e rallenta a un tasso costante. (f) Come cambierebbe il disegno se le variazioni della velocità non fossero uniformi, cioè, se la velocità non variasse a un tasso costante?

Paragrafo 2.6 Modello di analisi: particella con accelerazione costante

17. Un oggetto che si muove con un'accelerazione uniforme ha una velocità di 12.0 cm/s nella direzione dell'asse x positivo quando la sua coordinata x è 3.00 cm. Se la sua coordinata x , 2.0 s dopo, è -5.00 cm, qual è la sua accelerazione?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

18. Un motoscafo si muove a 30 m/s e si avvicina ad una boa che si trova a 100 m di distanza. Il pilota rallenta con un'accelerazione costante di -3.50 m/s^2 diminuendo la spinta sull'acceleratore. (a) Quanto impiega la barca a raggiungere la boa? (b) Qual è la velocità della barca quando raggiunge la boa?

19. Un camion parte da fermo su una strada rettilinea, accelera a 2.0 m/s^2 fino a raggiungere una velocità di 20.0 m/s. Poi viaggia per 20.0 s a velocità costante fino a quando agiscono i freni, che fermano il camion in modo uniforme in ulteriori 5.00 s. (a) Per quanto tempo il camion rimane in movimento? (b) Qual è la velocità media del camion nel moto descritto?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

20. Nell'Esempio 2.7 abbiamo preso in considerazione un aereo che atterra su una portaerei. Ora si consideri un aereo che atterra al suolo ad una velocità di 100 m/s e, per fermarsi, può accelerare al massimo di -5.00 m/s^2 . (a) Dall'istante in cui esso tocca il suolo, qual è l'intervallo di tempo minimo necessario per fermarsi? (b) Può questo aereo atterrare su una piccola isola tropicale, che possiede un aeroporto con una pista lunga 0.800 km? (c) Spiegare le risposte.

21. Un motoscafo viaggia lungo una traiettoria rettilinea ed aumenta la sua velocità uniformemente da $v_i = 20.0 \text{ m/s}$ a $v_f = 30 \text{ m/s}$ per uno spostamento Δx di 200 m. Vogliamo trovare l'intervallo di tempo necessario al motoscafo a percorrere questa distanza. (a) Disegna un sistema di coordinate per questo sistema. (b) Quale modello di analisi è più adatto a descrivere questa situazione? (c) Dato il modello di analisi, quale equazione è più adatta per descrivere l'accelerazione del motoscafo? (d) Risvoli l'equazione selezionata nella parte (c) in modo simbolico per l'accelerazione del motoscafo in termini di v_i , v_f e Δx . (e) Sostituisci i valori numerici per trovare il valore dell'accelerazione. (f) Ricava il tempo impiegato richiesto in precedenza.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

22. La minima distanza necessaria a fermare un'automobile che si muove a 35 mi/h è 40.0 ft. Qual è la minima distanza necessaria a fermare la stessa auto che si muove a 70 mi/h, assumendo la stessa accelerazione?

23. Il conducente di un'automobile schiaccia i freni quando vede un albero che blocca la strada. La macchina rallenta uniformemente con una accelerazione di -5.60 m/s^2 per 4.20 s, lasciando dei segni di slittamento lunghi 62.4 m. Con quale velocità la macchina urterà l'albero?

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Nel modello di analisi di una particella con accelerazione costante, descriviamo il moto con accelerazione costante con le variabili e i parametri v_{xi} , v_{xf} , $a_x t$, e $x_f - x_i$. Delle equazioni nella Tabella 2.2, la prima non coinvolge $x_f - x_i$. La seconda non contiene a_x , la terza omette v_{xf} , e l'ultima lascia fuori t . Cosicché per completare l'insieme dovrebbe esserci un'equazione che *non* coinvolga v_{xi} . (a) Derivarla dalle altre. Usare il risultato della parte (a) per risolvere il Problema 23 in un solo passo.

25. Un autocarro copre 40.0 m in 8.50 s mentre rallenta costantemente fino ad una velocità finale di 2.80 m/s. (a) Determinare la sua velocità iniziale. (b) Determinare la sua accelerazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Una particella si muove lungo l'asse x . La sua posizione è data dall'equazione $x = 2 + 3t - 4t^2$ con x espresso in metri e t in secondi. Determinare (a) la sua posizione nell'istante in cui essa cambia verso e (b) la sua velocità quando ritorna alla posizione che aveva per $t = 0$.

27. In un tubo a raggi catodici, un elettrone viene accelerato uniformemente da $2.00 \times 10^4 \text{ m/s}$ to $6.00 \times 10^6 \text{ m/s}$ su 1.50 cm. (a) In quale intervallo di tempo l'elettrone percorre questi 1.50 cm? (b) Qual è la sua accelerazione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 2.7 Corpi in caduta libera

Nota : in tutti i problemi di questo paragrafo, trascurare gli effetti della resistenza dell'aria.

28. È possibile scagliare una freccia ad una velocità di 100 m/s. (a) Se l'attrito può essere trascurato a che altezza arriva una freccia scagliata verso l'alto a questa velocità? Per quanto tempo resta in aria la freccia?

29. Perché la seguente situazione è impossibile? Emily sfida il suo amico David ad afferrare una banconota da un dollaro nel modo seguente. Lei tiene la banconota verticalmente come mostrato in Figura P2.29, con il centro della banconota fra le dita di David. Senza avviso, Emily lascia andare la banconota. David afferra la banconota senza muovere la mano verso il basso. I tempi di reazione di David sono nella media.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)



© Cengage Learning/George Semple

FIGURA P2.29

30. Una palla da baseball viene colpita in modo tale da viaggiare dritta verso l'alto dopo essere stata colpita dalla mazza. Uno spettatore osserva che ci vogliono 3.0 s perché la palla raggiunga la sua massima altezza. Calcolare (a) la sua velocità iniziale e (b) l'altezza raggiunta.

31. Un audace allevatore seduto sul ramo di un albero, vuole lasciarsi cadere verticalmente sulla groppa di un cavallo che passa al galoppo sotto l'albero. La velocità del cavallo è 10.0 m/s, e la distanza dal ramo alla sella è 3.00 m. (a) A quale distanza, in direzione orizzontale, deve trovarsi la sella dal ramo, nell'istante in cui l'allevatore inizia a muoversi? (b) Per quanto tempo egli rimane in aria?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

32. In una classica scena di *America's Funniest Home Videos* un gatto che dorme scivola lentamente dalla sommità di un televisore acceso. Trascurando la resistenza dell'aria, calcolare la posizione e la velocità del gatto dopo (a) 0.100 s, (b) 0.200 s e (c) 0.300 s.

33. Una studentessa lancia verticalmente un mazzo di chiavi alla compagna di studi, affacciata ad una finestra, situata 4.00 m più in alto. Le chiavi vengono afferrate dall'amica dopo 1.50 s. Determinare la velocità del mazzo di chiavi (a) al momento del lancio e (b) all'istante prima di essere afferrato dall'amica.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

34. Al tempo $t = 0$, uno studente lancia verso l'alto un mazzo di chiavi ad una sua collega, che si trova ad una finestra ad altezza h . La collega afferra le chiavi all'istante t . (a) Qual è la velocità iniziale delle chiavi? (b) Qual è la velocità delle chiavi un istante prima di essere afferrate?

35. Una palla viene lanciata verso il basso, da un'altezza di 30.0 m, con una velocità iniziale di 8.00 m/s. Dopo quanto tempo la palla colpisce il suolo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 2.8 Collegamento al contesto: accelerazione richiesta dai consumatori

36. Non appena il semaforo diventa verde un'auto accelera dalla quiete a 50.0 mi/h con accelerazione costante di 9.0 mi/h/s. Nella corsia per le biciclette adiacente un ciclista accelera da zero fino a 20 mi/h con l'accelerazione costante di 13 mi/h/s. Ciascun veicolo mantiene velocità costante dopo aver raggiunto la propria velocità di crociera. (a) Durante quale intervallo di tempo il ciclista è davanti l'auto? (b) Qual è la distanza massima del ciclista dall'auto?

37. Un certo costruttore di auto afferma che le sue auto sportive di lusso accelerano dalla quiete alla velocità di 42.0 m/s in 8.00 s. (a) Determinare l'accelerazione media dell'auto. (b) Assumere che l'auto si muova con accelerazione costante. Trovare la distanza che l'auto percorre nei primi 8.00 s. (c) Qual è la velocità dell'auto 10.00 s dopo che ha iniziato il suo moto se può continuare a muoversi con la stessa accelerazione?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

38. (a) Dimostrare che le accelerazioni medie massima e minima nella Tabella 2.3 sono calcolate in modo corretto a partire dagli intervalli di tempo misurati richiesti dall'auto per accelerare da 0 a 60 mi/h. (b) Convertire entrambe le accelerazioni in unità del Sistema Internazionale. (c) Assumendo che ciascuna accelerazione sia costante, trovare la distanza percorsa da entrambe le automobili quando accelerano. (d) Se un'automobile fosse in grado di mantenere un'accelerazione d'intensità pari a $a = g = 9.80 \text{ m/s}^2$ su di una strada orizzontale, quale intervallo di tempo le sarebbe necessario ad accelerare da zero a 60 mi/h?

Problemi generali

39. Una palla parte dalla quiete e accelera a 0.500 m/s^2 scendendo lungo un piano inclinato lungo 9.00 m. Quando raggiunge la base la palla rotola sopra un

altro piano, dove si ferma dopo aver percorso 15.0 m su quel piano. (a) Qual è la velocità della palla alla base del primo piano? (b) Che intervallo di tempo impiega la palla a rotolare giù dal primo piano? (c) Qual è l'accelerazione lungo il secondo piano? Qual è la velocità della palla dopo 8.00 m lungo il secondo piano?

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Un oggetto si trova in $x = 0$ al tempo $t = 0$ e si muove lungo l'asse delle x secondo il grafico velocità-tempo riportato in Figura P2.40. (a) Qual è l'accelerazione dell'oggetto tra 0 e 4.0 s? (b) Qual è l'accelerazione dell'oggetto tra 4.0 s e 9.0 s? (c) Qual è l'accelerazione dell'oggetto tra 13.0 s e 18.0 s? (d) In quale istante (o istanti) l'oggetto si muove con la velocità minore? (e) In quale istante l'oggetto si trova alla massima distanza da $x = 0$? (f) Qual è la distanza totale percorsa dall'oggetto tra $t = 0$ e $t = 18.0$ s?

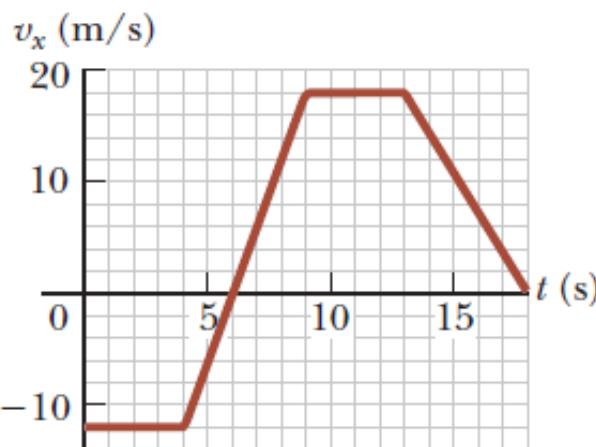


FIGURA P2.40

Nota: il corpo umano può essere soggetto a brevi accelerazioni fino a circa 15 volte l'accelerazione di gravità senza danno o solo con sforzo dei legamenti. Un'accelerazione di lunga durata può produrre danno impedendo la circolazione del sangue. Un'accelerazione di maggiore intensità può causare severi danni interni, come divellere l'aorta dal cuore. I Problemi 2.41 e 2.42 hanno a che fare con varie accelerazioni di grande intensità del corpo umano che possono essere paragonate col dato 15g.

41. BIO Per molti anni il Colonnello John P. Stapp, USAF, detenne il record mondiale di velocità a terra. Egli si occupò di studiare se un pilota di jet potesse sopravvivere a espulsioni di emergenza. Il 19 marzo 1954 egli guidò una slitta con propulsione a razzo che si mosse lungo una pista a 632 mi/h. Egli fu portato a riposo con la slitta, in sicurezza, in 1.40 s (Fig. P2.41). Determinare (a) la sua accelerazione negativa (b) la distanza percorsa durante questa accelerazione negativa, assunta costante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

sinistra, per gent. conc. U.S. Air Force
destra, NASA/Photo Researchers Inc.



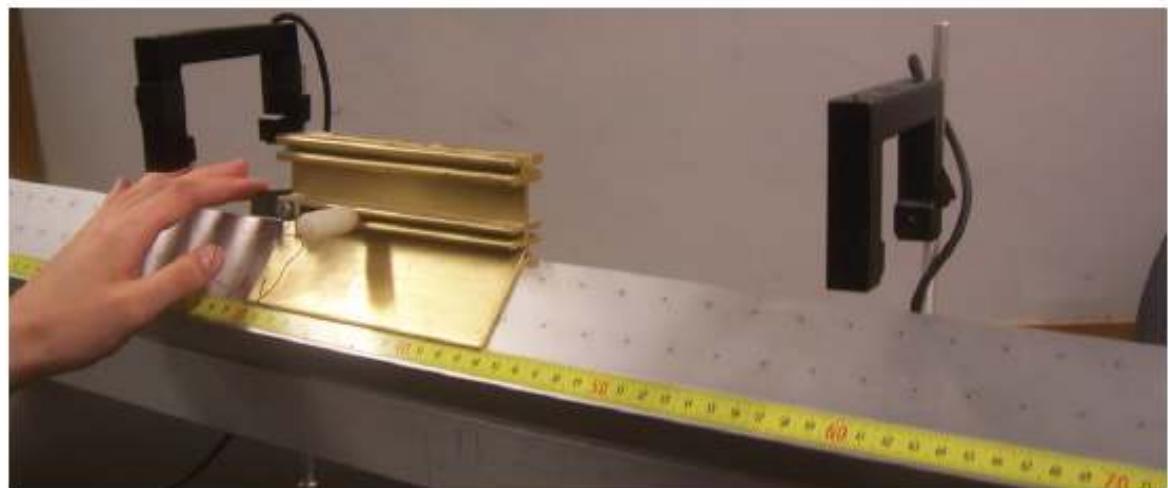
FIGURA P2.41 (a sinistra) Il Col. John P. Stapp sulla slitta a razzo. (a destra) La faccia del Col. Stapp contorta dallo stress per la rapida accelerazione negativa.

42. BIO Si riporta che una donna sia caduta per 144 ft dal diciassettesimo piano di un edificio, atterrando sulla scatola metallica di un ventilatore che schiacciò per una profondità di 18 in. Ella subì solo lievi ferite. Trascurando la resistenza dell'aria, calcolare (a) la velocità della donna subito prima che collidesse col ventilatore e (b) la sua accelerazione media durante il contatto con la scatola. (c) Assumendo che la sua accelerazione fosse costante, calcolare l'intervallo di tempo necessario a schiacciare la scatola.

43. Una catapulta a vapore lancia un caccia dalla portaerei *John C. Stennis* conferendogli una velocità di 175 mi/h in 2.50 s. (a) Trovare l'accelerazione media dell'aereo. (b) Assumendo che l'accelerazione sia costante, trovare la distanza che l'aereo percorre in questo intervallo di tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

44. Un carrello di lunghezza ℓ si muove su un binario ad aria attraverso un rivelatore a fotocellule. Un rivelatore a fotocellule (Fig. P2.44) è un dispositivo che misura l'intervallo di tempo Δt_d durante il quale il carrello blocca un fascio di luce infrarosso mentre attraversa il rivelatore. Il rapporto $v_d = \ell/\Delta t_d$ è la velocità media del carrello durante questa parte del suo moto. Supponiamo che il carrello si muova con accelerazione costante. (a) Discuti se v_d è uguale alla velocità istantanea quando si trova a metà strada del rivelatore nello spazio. (b) Discuti se v_d è uguale alla velocità istantanea quando si trova a metà strada del rivelatore nel tempo.



Ralph McGraw

FIGURA P2.44

45. Problema di ricapitolazione. Il più grande animale impagliato del mondo è un serpente lungo 420 m costruito da bambini norvegesi. Supporre che il serpente sia disteso in un parco come mostrato in Figura P2.45, formando due lati retti ad un angolo di 105° , con un lato lungo 240 m. Olaf e Inge fanno un gioco che hanno ideato. Inge corre direttamente dalla coda alla testa del serpente e Olaf parte dallo stesso posto allo stesso istante ma corre lungo il serpente. (a) Se entrambi i bambini corrono alla velocità costante di 12.0 km/h, quanto tempo prima di Olaf Inge raggiunge la testa del serpente? (b) Se Inge corre alla velocità di 12.0 km/h, a qual velocità deve correre Olaf per raggiungere la testa del serpente contemporaneamente a Inge?

VISUALIZZA SOLUZIONE

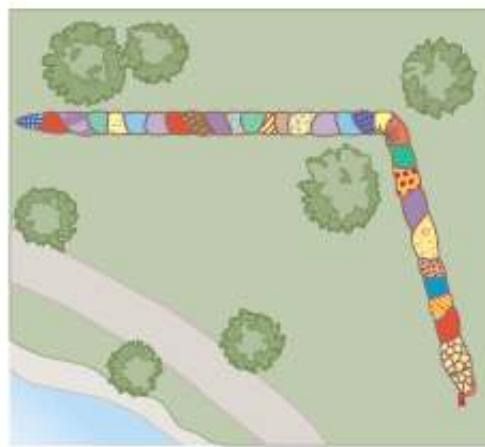


FIGURA P2.45

46. L'Acela è un elettrotreno in servizio sulla tratta Washington- New York-Boston in grado di trasportare passeggeri a 170 mi/h. Un grafico velocità-tempo dell'Acela è mostrato in Figura P2.46. (a) Descrivere il moto del treno in ciascun successivo intervallo di tempo. (b) Trovare il picco dell'accelerazione positiva del treno nel moto graficato. (c) Determinare lo spostamento del treno in miglia tra $t = 0$ e $t = 200$ s.

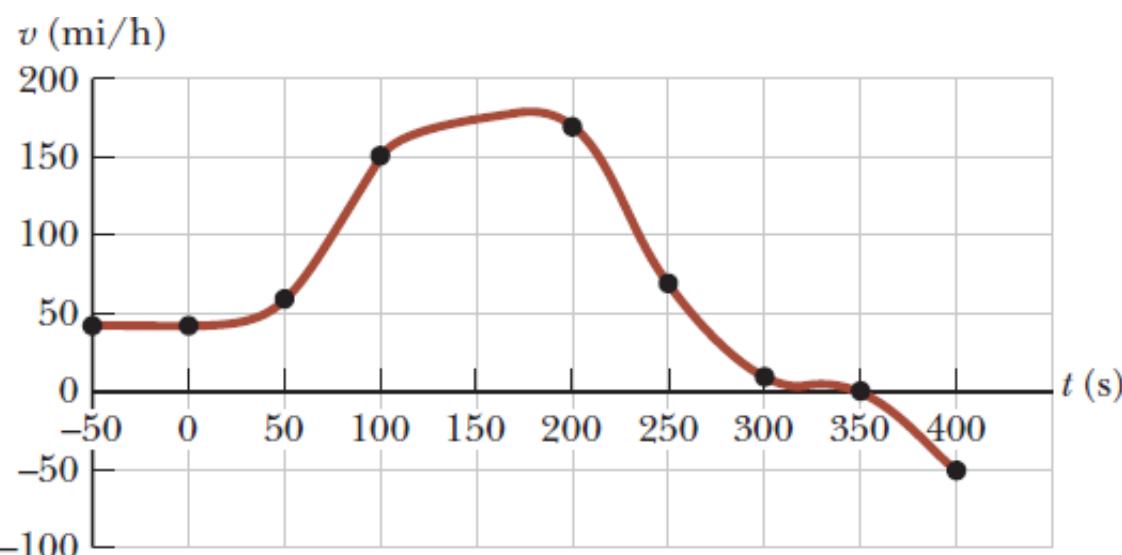


FIGURA P2.46 Grafico velocità-tempo per l'Acela.

47. Stabilendo il record del mondo in una gara di 100 m, Maggie e Judy attraversano la linea del fotofinish alla pari entrambe in 10.4 s. Accelerando uniformemente, Maggie impiega 2.00 s e Judy 3.00 s per raggiungere la massima velocità, che poi mantengono per il resto della corsa. (a) Qual è l'accelerazione di ciascuna sprinter? (b) Quali sono le loro rispettive velocità massime? (c) Quale

sprinter era al comando dopo 6.00 s e di quanto? (d) Qual è la massima distanza cui si trova Maggie da Judy e in quale istante si verifica?

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Una palla di gomma dura, lasciata cadere dall'altezza del torace, cade sul pavimento e rimbalza quasi alla stessa altezza. Quando è a contatto col pavimento la parte inferiore della palla è temporaneamente appiattita. Supponiamo che la massima profondità della deformazione sia dell'ordine di 1 cm. Calcolare una stima dell'ordine di grandezza della massima accelerazione della palla quando è in contatto col pavimento. Stabilire le ipotesi, le quantità che si stimano e determinare la stima di queste.

49. Un masso cade da fermo in un pozzo. (a) Se il suono del contatto con l'acqua è percepito con un ritardo di 2.40 s, determinare la profondità del pozzo. La velocità del suono in aria (a temperatura ambiente) è 336 m/s. (b) **E se?** Se si trascura il tempo di propagazione del suono, quale errore percentuale si introduce nel calcolo della profondità?

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. *Perché la seguente situazione è impossibile?* Un treno merci si muove a velocità costante di 16.0 m/s. Dietro il treno merci viaggia sullo stesso binario un treno passeggeri alla velocità di 40.0 m/s. Quando i due treni distano 58.5 m, il macchinista del treno passeggeri resosi conto del pericolo aziona i freni, imprimendo al treno un'accelerazione di -3.00 m/s^2 . Grazie all'intervento del macchinista, i due treni non si scontrano.

51. Liz si precipita giù nella metropolitana per prendere il suo treno proprio nel momento in cui parte. Ella si ferma e vede il vagone andar via. Ciascun vagone è lungo 8.60 m. Il primo la sorpassa in 1.50 s e il secondo in 1.10 s. Trovare l'accelerazione del treno.

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. Degli astronauti su un lontano pianeta lanciano una pietra in aria. Con l'aiuto di una cinepresa che riprende fotogrammi a un tasso costante, registrano l'altezza della pietra in funzione del tempo secondo i dati riportati nella tabella successiva. (a) Trovare la velocità media della pietra nell'intervallo di tempo fra ciascuna misura e la successiva. (b) Usare queste velocità medie per approssimare le velocità istantanee nel punto di mezzo di questi intervalli, fare un grafico della velocità in funzione del tempo. (c) La pietra si muove con accelerazione costante? Se sì, tracciare la linea retta di migliore interpolazione del grafico e calcolare la sua pendenza per trovare l'accelerazione.

Tempo (s)	Altezza (m)	Tempo (s)	Altezza (m)
0.00	5.00	2.75	7.62
0.25	5.75	3.00	7.25
0.50	6.40	3.25	6.77
0.75	6.94	3.50	6.20
1.00	7.38	3.75	5.52
1.25	7.72	4.00	4.73
1.50	7.96	4.25	3.85
1.75	8.10	4.50	2.86
2.00	8.13	4.75	1.77
2.25	8.07	5.00	0.58
2.50	7.90		

53. Uno studente di fisica, alpinista, scala una parete di 50.0 m che si affaccia su di un calmo specchio d'acqua. Egli scaglia due pietre verticalmente verso il basso ad 1.00 s l'una dall'altra ed osserva che entrambe provocano un unico tonfo. La prima pietra ha una velocità iniziale di 2.0 m/s. (a) Quanto tempo dopo il rilascio della prima pietra le due pietre cadono in acqua? (b) Quale velocità iniziale deve avere la seconda pietra se entrambe devono arrivare simultaneamente? (c) Quale sarà la velocità di ciascuna pietra nell'istante in cui toccano l'acqua?

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Un treno di pendolari viaggia tra due stazioni del centro. Poiché le stazioni distano solo 1.00 km, il treno non raggiunge mai la sua velocità di crociera massima. Durante l'ora di punta il conduttore minimizza l'intervallo di tempo Δt tra le due stazioni accelerando ad $a_1 = 0.100 \text{ m/s}^2$ per un intervallo di tempo Δt_1 e poi frenando immediatamente con accelerazione $a_2 = -0.500 \text{ m/s}^2$ per un intervallo di tempo $-t_2$. Determinare il minimo intervallo di tempo del viaggio $-t$ e l'intervallo $-t_1$.

55. Un razzo da test è lanciato verticalmente verso l'alto da una buca. Una catapulta dà al razzo la velocità iniziale di 80.0 m/s al livello del suolo. Quindi si accendono i motori e accelerano verso l'alto a 4.00 m/s^2 finché il razzo non raggiunge l'altezza di 1000 m. A questo punto i motori si esauriscono e il razzo va in caduta libera, con un'accelerazione di -9.80 m/s^2 . (a) Per quanto tempo il razzo è in moto al di sopra del livello del suolo? (b) Qual è la sua massima altezza? (c) Qual è la sua velocità subito prima di collidere con la Terra? (Sarà necessario considerare il moto a motori accesi separatamente dal moto di caduta libera).

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Una motociclista guida lungo una strada rettilinea ad una velocità costante di 15.0 m/s. Non appena supera un agente di polizia in moto parcheggiato, l'agente comincia ad accelerare a 2.00 m/s^2 per superarla. Assumendo che l'agente

mantenga questa accelerazione, (a) Determinare l'intervallo di tempo necessario perché l'agente raggiunga la motociclista. Trovare (b) la velocità e (c) lo spostamento totale dell'agente quando supera la motociclista.

57. Due oggetti A e B sono collegati ad un'asta rigida che ha una lunghezza L . Gli oggetti scivolano lungo la guida perpendicolare, come mostrato nella Figura P2.57. Se A slitta a sinistra con una velocità costante v , trovare la velocità di B quando $\alpha = 60.0^\circ$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

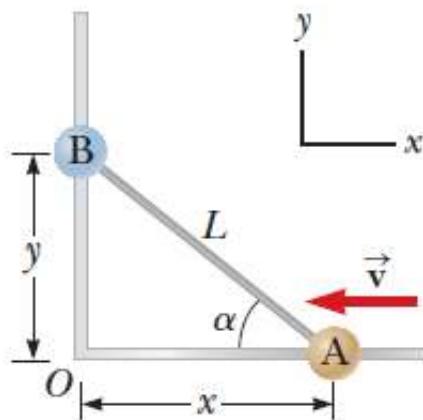


FIGURA P2.57

Moto in due dimensioni

Questo capitolo tratta la cinematica di un oggetto con il modello del punto materiale che si muove su un piano. Questo è il moto bidimensionale. Esempi comuni di moti piani sono il moto dei satelliti in orbita attorno alla Terra, il moto dei proiettili, come quello di una palla da baseball lanciata, e il moto degli elettroni in campi elettrici uniformi. Studieremo pure una particella in moto circolare uniforme e discuteremo vari aspetti delle particelle che si muovono su traiettorie curvilinee.

3.1

Vettori di posizione, velocità e accelerazione

Nel Capitolo 2 si è visto che il moto di una particella lungo una retta è determinato in maniera completa se è nota la sua posizione in funzione del tempo. Estendiamo ora questa idea al moto di una particella nel piano xy . Troveremo equazioni per la posizione e la velocità che sono le stesse di quelle del Capitolo 2, eccetto che per la loro natura vettoriale. Cominciamo col descrivere la posizione di una particella con un **vettore di posizione** \vec{r} , tracciato a partire dall'origine del sistema di riferimento alla posizione della particella posta nel piano xy come in Figura 3.1. All'istante t_i , la particella è nel punto A, e a un qualche istante successivo t_f , la particella è in B, dove i pedici i e f si riferiscono ai valori iniziale e finale. Allorquando la particella si muove da A a B nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$, il vettore posizione cambia da \vec{r}_i a \vec{r}_f . Così come abbiamo appreso nel Capitolo 2, lo spostamento di una particella è la differenza fra la posizione finale e quella iniziale:

$$\Delta \vec{r} \equiv \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

3.1◀

La direzione di $\Delta \vec{r}$ è indicata in Figura 3.1.

Definiamo la **velocità media** \vec{v}_{med} della particella durante l'intervallo di tempo Δt come il rapporto fra lo spostamento e l'intervallo di tempo:

► DEFINIZIONE DI VELOCITÀ MEDIA

$$\vec{v}_{med} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

3.2◀

Poiché lo spostamento è una grandezza vettoriale e l'intervallo di tempo è una grandezza scalare, concludiamo che la velocità media è una grandezza *vettoriale* diretta lungo $\Delta \vec{r}$. Confrontiamo l'Equazione 3.2 con la sua controparte unidimensionale, l'Equazione 2.2. La velocità media fra i punti A e B è *indipendente dal percorso* fra i due punti. Ciò in quanto la velocità media è proporzionale allo spostamento, che a sua volta dipende solamente dai vettori posizione iniziale e finale e non dalla traiettoria fra questi due punti. Come nel caso del moto unidimensionale, se una particella inizia il suo moto in un certo punto e ritorna in questo punto tramite un percorso arbitrario, la sua velocità media è nulla in quanto il suo spostamento è nullo.

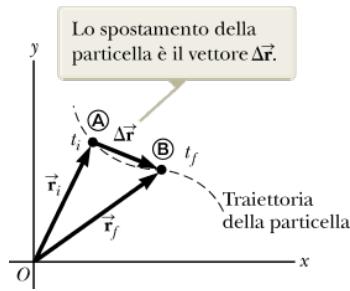


FIGURA 3.1 Una particella in moto nel piano xy è individuata dal vettore posizione $\rightarrow r$ tracciato dall'origine fino alla particella. Lo spostamento della particella quando si muove da A a B nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$ è uguale al vettore $\Delta \rightarrow r \equiv \vec{r}_f - \vec{r}_i$.

Consideriamo ancora il moto di una particella fra due punti nel piano xy come in Figura 3.2. Allorquando gli intervalli di tempo nei quali osserviamo il moto diventano sempre più piccoli, la direzione dello spostamento tende a quella della tangente alla traiettoria nel punto A.

La **velocità istantanea** v è definita come il limite della velocità media $\Delta r / \Delta t$ allorquando Δt tende a zero:

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d \vec{r}}{dt} \quad 3.3$$

Cioè, la velocità istantanea è uguale alla derivata del vettore posizione rispetto al tempo. La direzione del vettore velocità istantanea in ogni punto della traiettoria di una particella è quella della retta tangente alla traiettoria in quel punto e nel verso del moto. Il modulo del vettore velocità istantanea si chiama *velocità scalare*.

Quando una particella si muove da A a B lungo un percorso arbitrario come in Figura 3.3, il suo vettore velocità istantanea cambia da v_i al tempo t_i a v_f al tempo t_f .

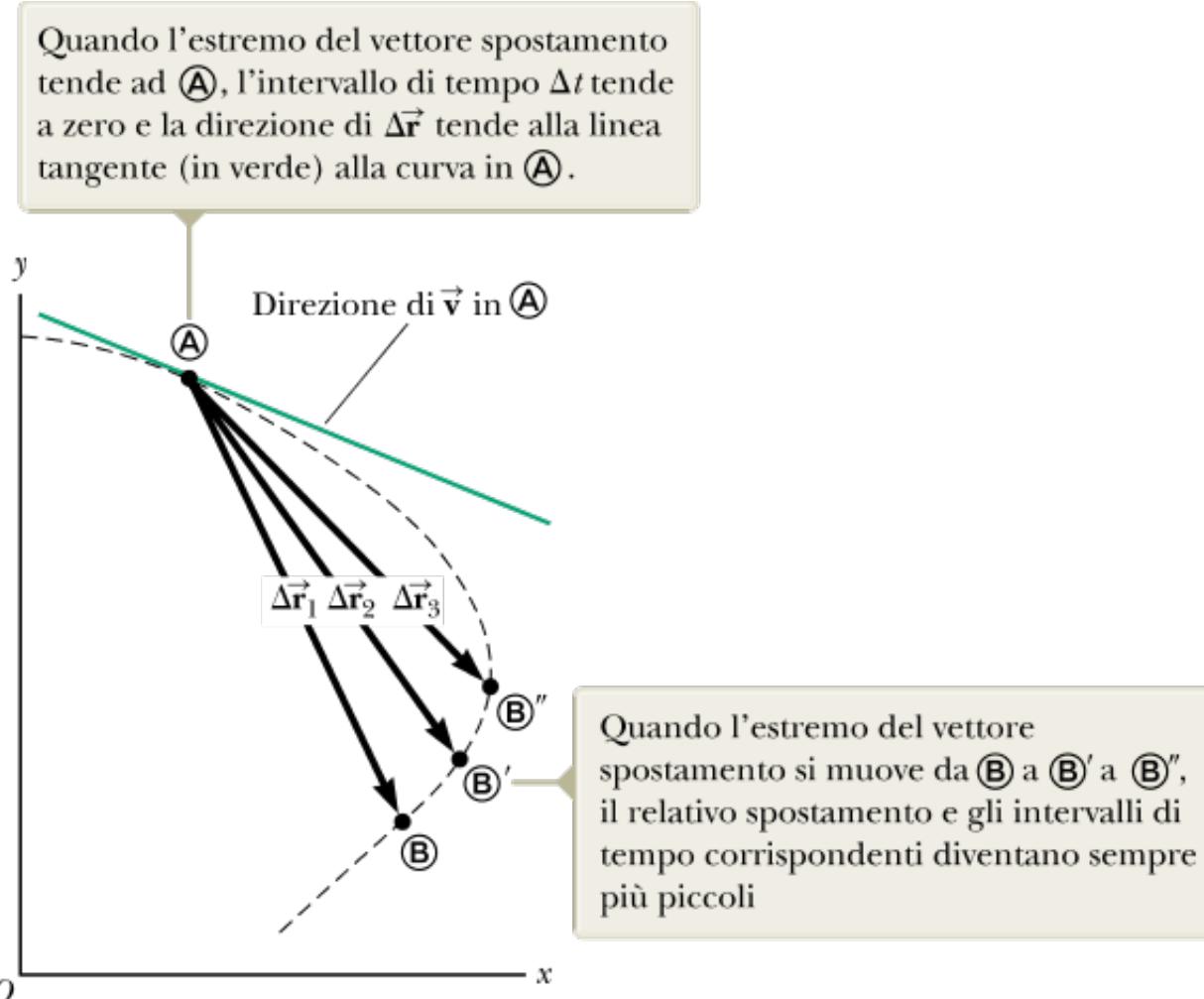


FIGURA 3.2 Quando una particella si muove tra due punti, la sua velocità media ha la direzione del vettore spostamento $\Delta \vec{r}$. Per definizione, la velocità istantanea in A è diretta lungo la linea tangente in A alla curva.

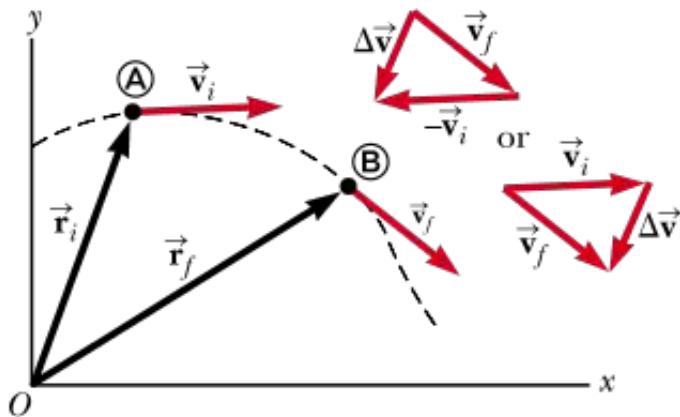


FIGURA 3.3 Una particella si muove dalla posizione A alla posizione B. Il suo vettore velocità cambia da \vec{v}_i all'istante t_i a \vec{v}_f all'istante t_f . I diagrammi di somme vettoriali in alto a destra in figura mostrano due modi differenti di ottenere il vettore $\Delta \vec{v}$ dalle velocità iniziale e finale.

L'**accelerazione media** \vec{a}_{med} della particella in un intervallo di tempo è definita come il rapporto della variazione del vettore velocità $\Delta \vec{v}$ istantanea e l'intervallo di tempo Δt :

► **DEFINIZIONE DI ACCELERAZIONE MEDIA**

$$\vec{a}_{med} \equiv \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad 3.4$$

Poiché l'accelerazione media è il rapporto di una grandezza vettoriale $\Delta \vec{v}$ e di una grandezza scalare Δt , concludiamo che \vec{a}_{med} è una grandezza vettoriale diretta lungo $\Delta \vec{v}_{med}$. Confrontiamo l'Equazione 3.4 con la sua controparte unidimensionale, l'Equazione 2.7. Come indicato in Figura 3.3, la direzione di $\Delta \vec{v}$ si trova aggiungendo il vettore $-\vec{v}_i$ (l'opposto di \vec{v}_i) al vettore \vec{v}_f , poiché per definizione $\Delta \vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i$.

L'**accelerazione istantanea** \vec{a}_{med} è definita come il valore limite del rapporto $\Delta v / \Delta t$ allorché Δt tende a zero:

► **DEFINIZIONE DI ACCELERAZIONE ISTANTANEA**

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d \vec{v}}{dt} \quad 3.5$$

In altre parole, l'accelerazione istantanea è uguale alla derivata del vettore velocità rispetto al tempo. Si confrontino l'Equazione 3.5 e l'Equazione 2.8.

È importante tener presente che possono intervenire diversi fattori che influenzano l'accelerazione di una particella. Primo, può variare nel tempo il modulo del vettore velocità (la velocità scalare) come nel moto rettilineo (unidimensionale). Secondo, può variare nel tempo la direzione del vettore velocità mentre il suo modulo rimane costante. Infine, possono variare sia il modulo sia la direzione del vettore velocità.

QUIZ RAPIDO 3.1

Consideriamo i seguenti comandi di un'automobile: pedale del gas, freno, sterzo. I comandi di questo elenco che causano un'accelerazione della macchina sono (a) tutti e tre, (b) il pedale del gas e il freno (c) solo il freno, (d) solo il pedale del gas, (e) solo lo sterzo.

Prevenire le insidie 3.1

Somma vettoriale

Sembra che la somma vettoriale discussa nel Capitolo 1 riguardi i vettori *spostamento*, tale somma può essere applicata ad *ogni* tipo di grandezza vettoriale. La Figura 3.3, ad esempio, mostra la somma

VISUALIZZA
SOLUZIONE

vettoriale di vettori
velocità mediante il
metodo grafico.

Moto in due dimensioni con accelerazione costante

Consideriamo il moto in due dimensioni durante il quale il modulo e la direzione dell'accelerazione rimangano costanti. In questa situazione, analizzeremo il moto come una versione bidimensionale dell'analisi del Paragrafo 2.6.

Prima di iniziare l'analisi, dobbiamo sottolineare un punto importante riguardo al moto bidimensionale. Immaginiamo un disco di hockey da tavolo in moto lungo una traiettoria rettilinea su una superficie priva di attrito. La Figura 3.4a mostra il diagramma del moto visto dall'alto. Ricordiamo che nel Paragrafo 2.4 abbiamo collegato l'accelerazione di un oggetto alla forza applicata sull'oggetto. Poiché non ci sono forze agenti sul disco nel piano orizzontale, esso si muove con velocità costante lungo la direzione x . Ora supponiamo di soffiare aria sul disco quando passa in corrispondenza della nostra posizione, con la forza esercitata dall'aria *esattamente* rivolta nella direzione delle y . Dato che la forza dovuta al soffio d'aria non ha componenti lungo l'asse delle x , essa non determina alcuna accelerazione in questa direzione. Essa

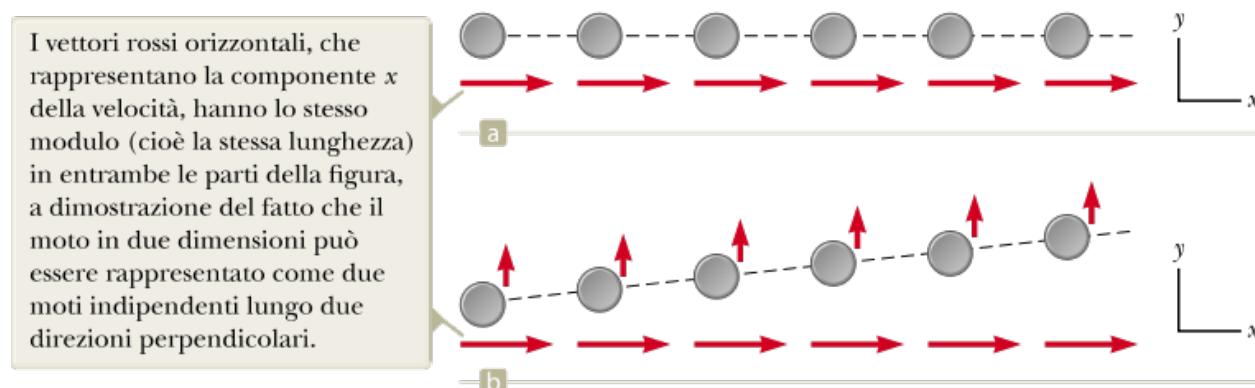


FIGURA 3.4 (a) Un disco di hockey da tavolo si muove orizzontalmente sul tavolo con velocità costante nella direzione x . (b) Dopo che un soffio d'aria sospinge il disco nella direzione y , il disco ha acquistato una componente y della velocità, ma il moto lungo la direzione x non è influenzato dalla forza applicata nella direzione perpendicolare.

determina unicamente un'accelerazione momentanea nella direzione y , facendo in modo che il disco abbia una componente costante della velocità lungo la direzione y una volta che il soffio d'aria è rimosso. Dopo il soffio d'aria sul disco, la sua velocità lungo la direzione x rimane costante, come mostrato in Figura 3.4b. La generalizzazione di questo semplice esperimento è che **il moto in due dimensioni può essere rappresentato come due moti indipendenti in ciascuna delle due direzioni perpendicolari associate con l'asse delle x e l'asse delle y . In altri termini, ciò che succede lungo l'asse delle y non ha effetti sul moto lungo l'asse delle x e viceversa.**

Il moto di una particella può essere descritto se il suo vettore posizione \vec{r} è noto in ogni istante. Il vettore posizione per una particella in moto nel piano xy può essere scritto

$$\vec{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$$

3.6◀

dove x , y , e \vec{r} variano nel tempo al muoversi della particella. Se il vettore posizione è noto, la velocità della particella può essere ottenuta dalle Equazioni 3.3 e 3.6:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}} \quad 3.7◀$$

Poiché assumiamo che \vec{r} sia costante in questa discussione, le sue componenti a_x ed a_y sono pure costanti. Pertanto possiamo applicare le equazioni della cinematica separatamente ad entrambe le componenti x e y del vettore velocità. Sostituendo $v_x = v_{xi} + a_x t$ e $v_y = v_{yi} + a_y t$ nell'Equazione 3.7 otteniamo

$$\begin{aligned}\vec{v}_f &= (v_{xi} + a_x t) \hat{\mathbf{i}} + (v_{yi} + a_y t) \hat{\mathbf{j}} \\ &= (v_{xi} \hat{\mathbf{i}} + v_{yi} \hat{\mathbf{j}}) + (a_x \hat{\mathbf{i}} + a_y \hat{\mathbf{j}}) t\end{aligned}$$

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t$$

3.8◀

► **IL VETTORE VELOCITÀ IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UNA PARTICELLA CON ACCELERAZIONE COSTANTE**

Questo risultato afferma che la velocità \vec{v}_f di una particella a un certo istante t è uguale alla somma vettoriale della sua velocità iniziale \vec{v}_i e della velocità addizionale $\vec{a}t$ acquistata nel tempo in conseguenza della sua accelerazione costante. Questo risultato è lo stesso dell'Equazione 2.10, eccetto che per la sua natura vettoriale.

Similmente, dall'Equazione 2.13 sappiamo che le coordinate x e y di una particella in moto con accelerazione costante sono date da

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \text{e} \quad y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Sostituendo queste espressioni nell'Equazione 3.6 si ottiene

► **IL VETTORE POSIZIONE IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UNA PARTICELLA CON ACCELERAZIONE COSTANTE**

$$\begin{aligned}\vec{r}_f &= (x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2) \hat{\mathbf{i}} + (y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2) \hat{\mathbf{j}} \\ &= (x_i \hat{\mathbf{i}} + y_i \hat{\mathbf{j}}) + (v_{xi} \hat{\mathbf{i}} + v_{yi} \hat{\mathbf{j}}) t + \frac{1}{2}(a_x \hat{\mathbf{i}} + a_y \hat{\mathbf{j}}) t^2\end{aligned}$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \quad 3.9◀$$

Questa equazione implica che il vettore posizione finale \vec{r}_f è la somma vettoriale del vettore posizione iniziale \vec{r}_i più uno spostamento $\vec{v}_i t$, dovuto alla velocità iniziale della particella, e uno spostamento $\frac{1}{2} \vec{a} t^2$, risultante dall'accelerazione uniforme della particella. È lo stesso che l'Equazione 2.13 eccetto che per la sua natura vettoriale.

La rappresentazione grafica delle Equazioni 3.8 e 3.9 è mostrata in Figura 3.5a e 3.5b. Si noti dalla Figura 3.5b che \vec{r}_f in generale non è orientato lungo la direzione di \vec{r}_i , \vec{v}_i , o \vec{a} , poiché la relazione tra queste grandezze è un'espressione vettoriale. Per la stessa ragione, dalla Figura 3.5a, vediamo che \vec{v}_f non è generalmente orientato lungo la direzione di \vec{v}_i o \vec{a}_i . Infine, se confrontiamo le due figure, vediamo che \vec{v}_f e \vec{r}_f non sono nella stessa direzione. Poiché le Equazioni 3.8 e 3.9 sono espressioni *vettoriali*, possiamo anche scrivere le equazioni per le loro componenti x e y :

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t \rightarrow \begin{cases} v_{xf} = v_{xi} + a_x t \\ v_{yf} = v_{yi} + a_y t \end{cases}$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \rightarrow \begin{cases} x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y_f = y_i + v_{yi} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

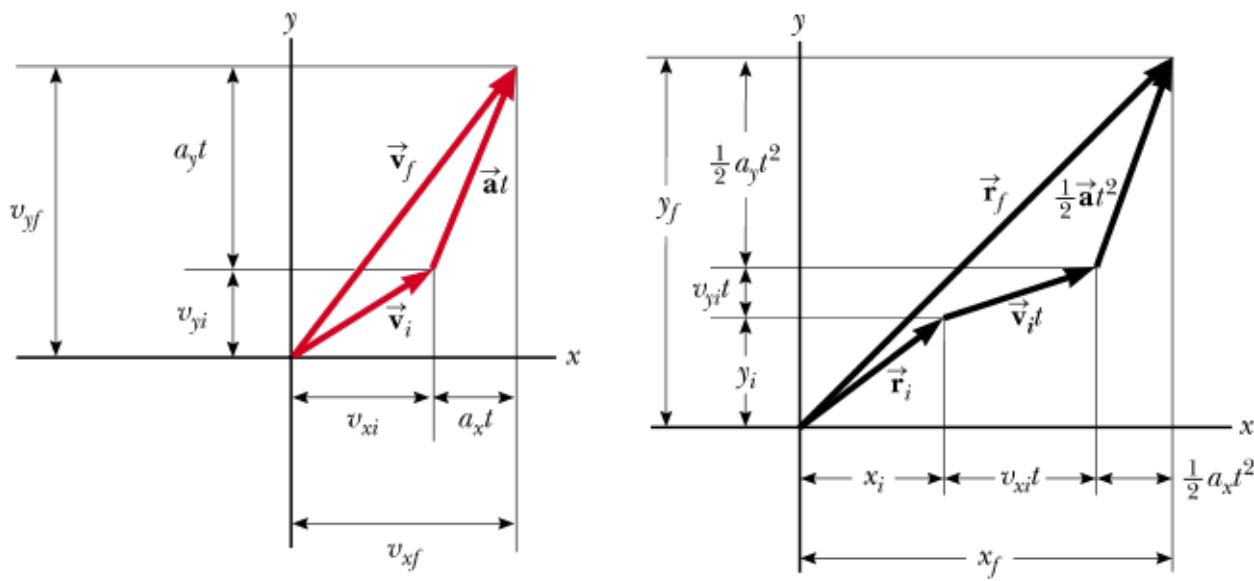


FIGURA 3.5 Rappresentazioni vettoriali e componenti della (a) velocità e della (b) posizione di una particella con accelerazione costante $\rightarrow a$.

Queste componenti sono illustrate in Figura 3.5. In altre parole, in accordo con quanto discusso per la Figura 3.4, il moto in due dimensioni con accelerazione costante è equivalente a due moti *indipendenti* nelle direzioni x e y aventi accelerazioni costanti a_x e a_y . Quindi, non è necessario un nuovo modello per una particella sottoposta ad accelerazione costante bidimensionale; il modello appropriato è proprio quello della particella in moto unidimensionale sottoposta ad accelerazione costante applicato due volte, nelle direzioni x e y separatamente!

Esempio 3.1 Moto in un piano

Una particella parte dall'origine di un sistema di coordinate xy al tempo $t = 0$ con una velocità iniziale di componente 20 m/s lungo l'asse delle x e una di -15 m/s lungo l'asse delle y . La particella si muove nel piano xy con un'accelerazione lungo la direzione x pari a $a_x = 4.0 \text{ m/s}^2$.

(A) Determinare il vettore velocità totale in ogni istante.

(B) Calcolare la velocità della particella in modulo, direzione e verso per $t = 5.0 \text{ s}$ e l'angolo che il vettore velocità forma con l'asse delle x .

(C) Determinare le coordinate x e y della particella ad ogni istante di tempo t ed il vettore posizione in quell'istante.

E se...? E se aspettassimo un tempo molto grande e quindi osservassimo il moto della particella? Come descriveremmo il moto della particella per t molto grandi?

VEDI RISPOSTA

VISUALIZZA SOLUZIONE

Prevenire le insidie 3.2

Accelerazione nel punto più alto

Come discusso in Prevenire le insidie 2.7, molte persone sono convinte che l'accelerazione nel vertice della sua traiettoria sia zero. Questo errore deriva dalla confusione tra velocità verticale nulla e accelerazione nulla. Se il proiettile avesse accelerazione nulla all'apice della traiettoria, la sua velocità in quel punto non cambierebbe; piuttosto si muoverebbe orizzontalmente da quel punto con velocità costante! Questo tuttavia non succede perché l'accelerazione non è mai zero lungo tutta la traiettoria.

Moto del proiettile

Chiunque abbia osservato una palla da baseball in movimento (o, da questo punto di vista, il moto di qualsiasi oggetto lanciato in aria) ha osservato il moto di un proiettile. Se lanciata con un certo angolo rispetto alla superficie terrestre, la palla si muove lungo un percorso curvo. Il **moto di un proiettile** può essere analizzato in modo sorprendentemente semplice se si formulano le seguenti due ipotesi nel costruire un modello per questo tipo di problemi: (1) l'accelerazione di gravità \vec{g} si mantiene costante per tutto il moto ed è diretta verso il basso,¹ e (2) l'effetto della resistenza dell'aria è trascurabile.² Con queste ipotesi, il percorso di un proiettile, che chiameremo *traiettoria*, è *sempre* una parabola.

¹ In effetti, questa approssimazione equivale a considerare la Terra piatta rispetto alla distanza percorsa dall'oggetto e che la massima altezza raggiunta dall'oggetto è piccola confrontata con il raggio della Terra. ² Questa approssimazione è spesso non giustificata, in particolare ad alta velocità. In aggiunta, la rotazione di un proiettile, come una palla da baseball, può dare origini ad alcuni effetti interessanti associati alle forze aerodinamiche (come ad esempio una palla curva lanciata da un giocatore).

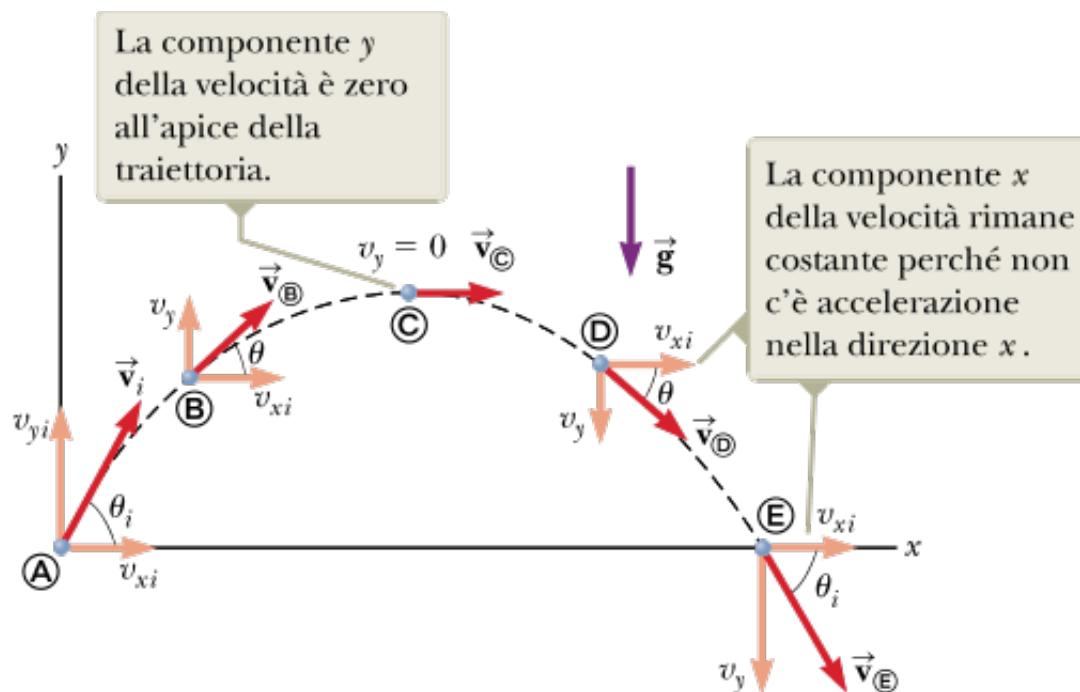


FIGURA 3.7 La traiettoria parabolica di un proiettile che lascia l'origine (punto A) con velocità iniziale \vec{v}_i . Il vettore velocità \vec{v} cambia nel tempo sia in modulo che in direzione. Questa variazione è dovuta all'accelerazione $\vec{a} = \vec{g}$ rivolta nella direzione delle y negative.

Adopereremo un modello semplificato basato su queste ipotesi in tutto questo capitolo.

Se scegliamo il nostro sistema di riferimento in modo tale che la direzione y sia verticale e sia positiva verso l'alto, allora $a_y = 2g$ (come nella caduta libera unidimensionale) e $a_x = 0$ (poiché la sola possibile accelerazione orizzontale sarebbe dovuta alla resistenza dell'aria, ed essa viene trascurata). Inoltre, supponiamo che a $t = 0$ il proiettile abbandoni l'origine (punto A, $x_i = 0$ e $y_i = 0$) con una velocità v_i , come in Figura 3.7. Se il vettore \vec{v}_i forma un angolo θ_i con l'asse orizzontale, possiamo identificare un triangolo rettangolo nel diagramma come un modello geometrico, e dalla definizione delle funzioni coseno e seno abbiamo

$$\cos \theta_i = \frac{v_{xi}}{v_i} \quad \text{e} \quad \sin \theta_i = \frac{v_{yi}}{v_i}$$

Pertanto, le componenti iniziali x e y della velocità sono date da

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i \quad \text{e} \quad v_{yi} = v_i \sin \theta_i$$

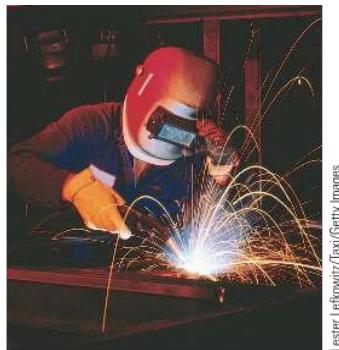
Sostituendo queste espressioni nelle Equazioni 3.8 e 3.9 con $a_x = 0$ e $a_y = -g$ otteniamo le componenti della velocità e le coordinate della posizione del proiettile per ogni istante t :

$$v_{xf} = v_{xi} = v_i \cos \theta_i = \text{costante} \quad \text{3.10} \blacktriangleleft$$

$$v_{yf} = v_{yi} - gt = v_i \sin \theta_i - gt \quad \text{3.11} \blacktriangleleft$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t = (v_i \cos \theta_i) t \quad \text{3.12} \blacktriangleleft$$

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_i \sin \theta_i) t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{3.13} \blacktriangleleft$$



Lester Lefkowitz/Taxi/Getty Images

Un saldatore effettua dei fori in una spessa lastra metallica mediante fiamma ossidrica. Le scintille generate durante il processo seguono una traiettoria parabolica.

Dall'Equazione 3.10 vediamo che v_{xf} rimane costante nel tempo ed è pari a v_{xi} ; non c'è componente orizzontale dell'accelerazione. Pertanto, abbiamo usato il modello del moto orizzontale di una particella con velocità costante. Per il moto lungo y , notiamo che le equazioni per v_{yf} e y_f sono simili alle Equazioni 2.10 e 2.13 per corpi in caduta libera. Quindi, possiamo applicare il modello di una particella che si muove con accelerazione costante al moto lungo y . Infatti, *tutte* le equazioni cinematiche sviluppate nel Capitolo 2 sono applicabili al moto del proiettile.

Se risolviamo l'Equazione 3.12 rispetto a t e sostituiamo l'espressione ottenuta per t nell'Equazione 3.13 troviamo che

$$y_f = (\tan \theta_i) x_f - \left(\frac{g}{2v_i^2 \cos^2 \theta_i} \right) x_f^2 \quad \text{3.14} \blacktriangleleft$$

che è valida per tutti gli angoli nell'intervallo $0 < \theta_i < \pi/2$. Questa espressione ha la forma $y = ax + bx^2$, che è l'equazione di una parabola passante per l'origine. Così, abbiamo provato che la traiettoria di un proiettile può essere modellata geometricamente come una parabola. La traiettoria è *completamente* specificata se v_i e θ_i sono noti.

L'espressione vettoriale per la posizione del proiettile in funzione del tempo segue direttamente dall'Equazione 3.9, con $\vec{a} = \vec{g}$:

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

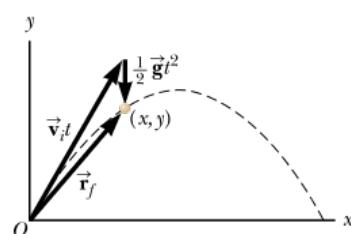


FIGURA 3.8 Il vettore posizione \vec{r}_f di un proiettile la cui velocità iniziale nell'origine è \vec{v}_i . Il vettore $\vec{v}_i t$ sarebbe il vettore posizione del proiettile se l'accelerazione di gravità fosse assente, e il vettore $\frac{1}{2} \vec{g} t^2$ è il vettore spostamento verticale dovuto all'accelerazione di gravità.

Questa espressione è equivalente alle Equazioni 3.12 e 3.13 ed è riportata nel grafico di Figura 3.8. Si noti come quest'equazione per \vec{r}_f sia in accordo con l'Equazione 3.13 poiché l'espressione per \vec{r}_f è un'equazione vettoriale e $\vec{a} = \vec{g}$, quando si prende come positiva la direzione verso l'alto.

La posizione della particella può essere considerata come la sovrapposizione della sua posizione iniziale, il termine $\vec{v}_i t$, che sarebbe lo spostamento in assenza di accelerazione, e del termine $\frac{1}{2} \vec{g} t^2$ dovuto all'accelerazione di gravità. In altre parole, se non ci fosse l'accelerazione di gravità, la particella continuerebbe a muoversi di moto rettilineo nella direzione di \vec{v}_i .

QUIZ RAPIDO 3.2

- (i) Siccome un proiettile sparato verso l'alto segue una traiettoria parabolica (come in Fig. 3.8), a che punto lungo la sua traiettoria i vettori velocità e accelerazione del proiettile sono perpendicolari tra loro? (a) in nessun punto (b) nel punto più alto (c) nel punto di lancio. (ii) In che punto lungo la sua traiettoria i vettori velocità e accelerazione del proiettile sono paralleli tra loro? Scegliere tra le stesse risposte proposte per (i).

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Gittata e altezza massima di un proiettile

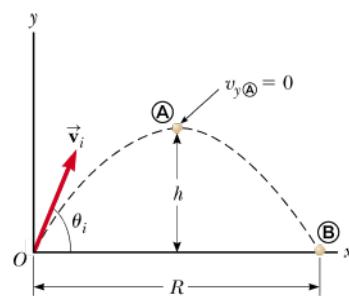


FIGURA 3.9 Un proiettile lanciato dall'origine al tempo $t = 0$ con velocità iniziale \vec{v}_i . La massima altezza raggiunta dal proiettile è h , la sua gittata R . In A, il picco della traiettoria, il proiettile ha coordinate $(R/2, h)$.

Supponiamo che un proiettile venga sparato su un suolo piano dall'origine a $t = 0$ con una componente v_y positiva, come mostrato in Figura 3.9. Questa è una situazione comune in diversi sport, dove una palla da baseball, football o golf raggiunge il suo obiettivo alla stessa altezza dalla quale era stata lanciata.

Vi sono due punti speciali che sono interessanti da analizzare: il picco A, di coordinate cartesiane $(R/2, h)$ e il punto di atterraggio B di coordinate $(R, 0)$. La distanza R è detta *gittata del proiettile* ed h è la sua *altezza massima*. A causa della simmetria della traiettoria, il proiettile raggiunge la sua massima altezza h quando la sua posizione x è la metà della gittata R . Determiniamo h e R in funzione di v_i , θ_i , e g .

Possiamo determinare h , notando che nel punto più alto $v_{yA} = 0$. Pertanto, si può adoperare l'Equazione 3.11 per determinare il tempo t_A che il proiettile impiega per raggiungere il punto più alto:

$$t_{\text{A}} = \frac{v_i \sin \theta_i}{g}$$

Sostituendo questa espressione per t_A nell'Equazione 3.13 e mettendo h al posto di y_f otteniamo h in funzione di v_i e θ_i :

$$h = (v_i \sin \theta_i) \frac{v_i \sin \theta_i}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin \theta_i}{g} \right)^2$$

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g}$$

3.15◀

Notiamo dalla rappresentazione matematica come sia possibile aumentare l'altezza massima h : si può lanciare il proiettile con una maggiore velocità iniziale, a un angolo più grande, oppure in un posto con una minore accelerazione di gravità, come sulla Luna. Ciò risulta in accordo con la tua rappresentazione mentale di questa situazione?

La gittata R è la distanza orizzontale percorsa in un tempo doppio di quello necessario a raggiungere il punto più alto. In modo equivalente, stiamo cercando la posizione del proiettile al tempo $2t_A$. Usando l'Equazione 3.12 e notando che $x_f = R$ per $t = 2t_A$, troviamo che

$$R = (v_i \cos \theta_i) 2t_A = (v_i \cos \theta_i) \frac{2v_i \sin \theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{g}$$

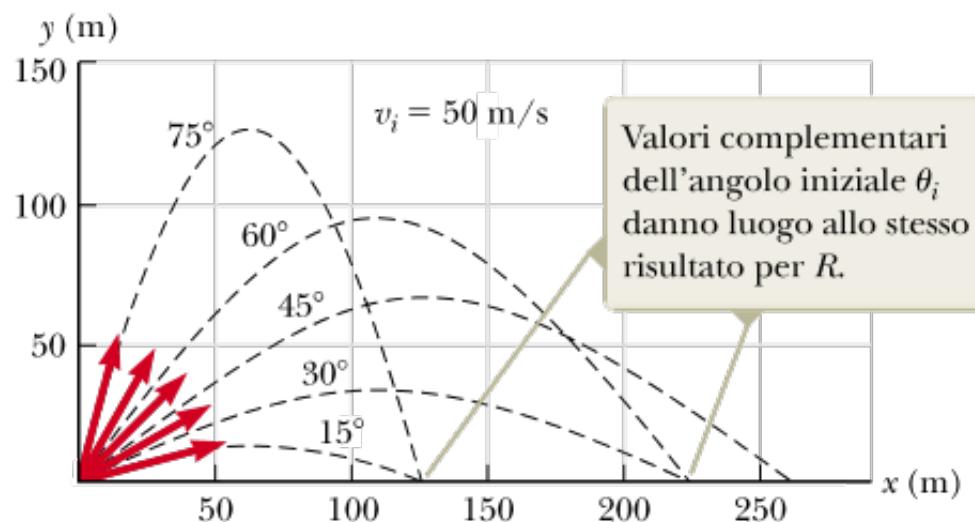


FIGURA 3.10 Un proiettile lanciato dall'origine con velocità scalare iniziale di 50 m/s a differenti angoli con l'asse delle x.

Poiché $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$, R può essere scritta nella forma più compatta

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

3.16◀

Notiamo dall'espressione matematica come si possa aumentare la gittata R : si può lanciare il proiettile con una velocità iniziale maggiore o in un posto con una minore accelerazione di gravità, come sulla Luna. Ciò risulta in accordo con la tua rappresentazione mentale di questa situazione?

La gittata dipende anche dall'angolo formato dal vettore velocità iniziale. Il valore massimo possibile di R dall'Equazione 3.16 è dato da $R_{\max} = v_i^2/g$. Questo risultato deriva dal fatto che il massimo valore assunto da $\sin 2\theta_i$ è l'unità, che si verifica quando $2\theta_i = 90^\circ$. Quindi, R ha un valore massimo quando $\theta_i = 45^\circ$.

La Figura 3.10 illustra varie traiettorie per un proiettile con un dato modulo della velocità iniziale. Come si può vedere, la gittata è massima per $\theta_i = 45^\circ$. Inoltre, per ogni θ_i diverso da 45° , un punto di coordinate $(R, 0)$ può essere raggiunto usando ciascuno dei due valori complementari di θ_i , come 75° e 15° . Naturalmente, la massima altezza e il tempo di volo saranno diversi per questi due valori di θ_i .

Prevenire le insidie 3.3

Equazioni per la gittata e l'altezza massima

Ricorda che le Equazioni 3.15 e 3.16 sono utili per calcolare h e R solo nel caso di traiettoria simmetrica, come mostrato in Figura 3.9. Se la traiettoria non è simmetrica, non usare queste equazioni. Le espressioni generali date dalle Equazioni 3.10-3.13 sono i risultati

QUIZ RAPIDO 3.3

Ordina gli angoli di lancio per le cinque traiettorie riportate in Figura 3.10 rispetto al tempo di volo, dal più corto al più lungo.

più importanti perché consentono di calcolare le coordinate e le componenti della velocità del proiettile ad ogni istante t per qualunque traiettoria.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Il moto del proiettile

Suggeriamo di usare il seguente approccio nel risolvere problemi sul moto dei proiettili:

- Concettualizzazione.** Pensa a cosa succede fisicamente nel problema. Costruisci una rappresentazione mentale immaginando il proiettile in moto lungo la sua traiettoria.
- Classificazione.** Controlla che il problema coinvolga una particella in caduta libera e che la resistenza dell'aria sia trascurabile. Seleziona un sistema di coordinate con x nella direzione orizzontale e y nella direzione verticale.
- Analisi.** Se è dato il vettore velocità iniziale, scomponilo nelle componenti x e y . Tratta indipendentemente i moti orizzontale e verticale. Analizza il moto orizzontale del proiettile come quello di una particella con velocità costante. Analizza il moto verticale del proiettile come quello di una particella con accelerazione costante.
- Conclusioni.** Una volta determinato il risultato, controlla che le tue risposte siano coerenti con le rappresentazioni mentale e pittorica e che i tuoi risultati siano realistici.

FISICA RAGIONATA 3.1

Un battitore nel gioco del baseball va a segno. La palla è colpita dalla casa base verso il centro del campo con una lunga traiettoria parabolica. Qual è l'accelerazione della palla (**a**) mentre sale, (**b**) nel punto più alto della

traiettoria, e (c) mentre scende dopo aver raggiunto il punto più alto? Trascurare la resistenza dell'aria.

Ragionamento Le risposte a tutte e tre le domande sono le stesse – l'accelerazione è quella di gravità, $a_y = -9.80 \text{ m/s}^2$, perché la forza di gravità agisce verso il basso sulla palla durante l'intero moto. Durante la fase di salita della traiettoria, l'accelerazione verso il basso determina la diminuzione dei valori positivi della componente verticale della velocità della palla. Durante la fase di discesa della traiettoria, l'accelerazione verso il basso determina l'aumento dei valori negativi della componente verticale della velocità.

Esempio 3.2 Un bel lancio!

Una pietra viene scagliata verso l'alto dalla sommità di un edificio, con un angolo di 30.0° rispetto all'orizzontale e con una velocità di 20.0 m/s come in Figura 3.11.

(A) Se l'altezza dell'edificio è 45.0 m , per quanto tempo la pietra rimane "in volo"?

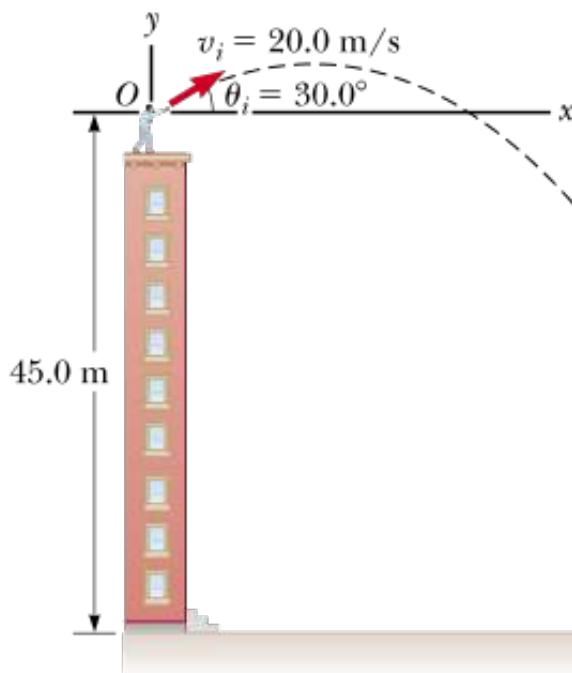


FIGURA 3.11 (Esempio 3.2) Una pietra viene scagliata verso l'alto dalla sommità di un edificio.

(B) Qual è la velocità della pietra appena prima di colpire il suolo?

E se...? E se il vento spirasse nella stessa direzione in cui viene lanciata la pietra e determinasse un'accelerazione sulla particella $a_x = 0.500 \text{ m/s}^2$? Quale parte del problema, (A) o (B), avrà una risposta differente?

VEDI RISPOSTA

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 3.3 Distanza percorsa nel salto dal trampolino sulla neve

Una saltatrice dal trampolino sulla neve lascia il trampolino muovendosi in direzione orizzontale alla velocità di 25.0 m/s come mostrato in Figura 3.12. La discesa di atterraggio forma un angolo di 35.0° rispetto all'orizzonte. Dove atterrerà la saltatrice?

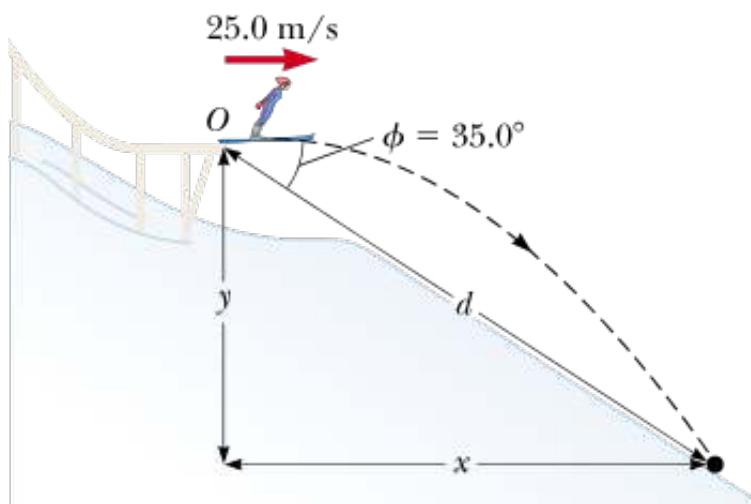


FIGURA 3.12 (Esempio 3.3) Una saltatrice sulla neve lascia il trampolino muovendosi in direzione orizzontale.

E se...? Supponiamo che tutto nell'esempio rimanga uguale salvo che il trampolino sia ora ricurvo in modo tale che la saltatrice sia proiettata verso l'alto con un certo angolo rispetto all'estremità del trampolino. Una tale forma di trampolino consentirebbe di ottenere un salto più lungo?

VEDI RISPOSTA

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 3.4 del giavellotto alle Olimpiadi

Un atleta lancia un giavellotto a una distanza di 80.0 m alle Olimpiadi tenute all'equatore dove $g = 9.78 \text{ m/s}^2$. Quattro anni dopo, le Olimpiadi si tengono al Polo Nord, dove $g = 9.83 \text{ m/s}^2$. Assumendo che il lanciatore imprima al giavellotto esattamente la stessa velocità iniziale che ha impresso all'equatore, quale sarà la distanza alla quale lancerà il giavellotto al Polo Nord?



Stephen McSweeney/Shutterstock.com

Un giavellotto può essere lanciato ad una grande distanza da un atleta di livello mondiale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Prevenire le insidie 3.4

Accelerazione di una particella in moto circolare uniforme

Ricorda che l'accelerazione in fisica è definita come la variazione del vettore velocità, non una variazione nella velocità scalare (contrariamente all'interpretazione quotidiana). Nel moto circolare, il vettore

velocità sta cambiando
in direzione, cosicché
c'è un'accelerazione.

Modello di analisi: particella in moto circolare uniforme

La Figura 3.13a mostra una macchina in moto su un percorso circolare; descriviamo questo moto come **moto circolare**. Se la macchina si muove con una *velocità di modulo v costante*, tale moto si chiama **moto circolare uniforme**. Poiché tale moto si verifica molto spesso, esso viene classificato come un modello di analisi chiamato **particella in moto circolare uniforme**. Discutiamo questo modello in questa sessione.

Spesso lo studente rimane sorpreso dal fatto che, anche se l'oggetto si muove con velocità costante in modulo su una traiettoria circolare, *ha tuttavia un'accelerazione*. Per capire come ciò si verifichi, consideriamo l'equazione che definisce l'accelerazione media $\vec{a}_{med} = \Delta\vec{v}/\Delta t$ (Eq. 3.4). L'accelerazione dipende dalla *variazione del vettore velocità*. Poiché la velocità è un vettore, un'accelerazione può essere prodotta in due modi come già osservato nel Paragrafo 3.1: da una variazione nel *modulo* della velocità o da una variazione nella *direzione* della velocità. È quest'ultima circostanza che si verifica per un oggetto che si muove lungo un percorso circolare con velocità in modulo costante. Il vettore velocità è sempre tangente alla traiettoria dell'oggetto e perpendicolare al raggio del percorso circolare. Quindi, il vettore velocità *cambia* costantemente. Mostreremo inoltre che il vettore accelerazione nel moto circolare uniforme è sempre perpendicolare alla traiettoria e punta sempre verso il centro della circonferenza.

Deduciamo, prima, concettualmente che l'accelerazione deve essere perpendicolare al percorso seguito dalla particella. Se ciò non fosse, vi sarebbe una componente dell'accelerazione parallela al percorso e, quindi, parallela al vettore velocità. Una tale componente dell'accelerazione comporterebbe una variazione del modulo della velocità dell'oggetto, che abbiamo considerato come una particella, lungo la traiettoria. Ma ciò non è coerente con la nostra assunzione del problema per la quale la particella si muove sulla sua traiettoria con velocità costante in modulo. Quindi, per il moto circolare *uniforme*, il vettore accelerazione può avere soltanto una componente perpendicolare alla traiettoria, componente che è perciò diretta verso il centro della circonferenza.

Troviamo ora il modulo dell'accelerazione della particella. Consideriamo la rappresentazione pittorica dei vettori posizione e velocità in Figura 3.13b. Inoltre, la figura mostra il vettore che rappresenta la variazione di posizione, $\Delta\vec{r}$. La particella segue una traiettoria circolare, parte della quale è mostrata dalla curva tratteggiata.

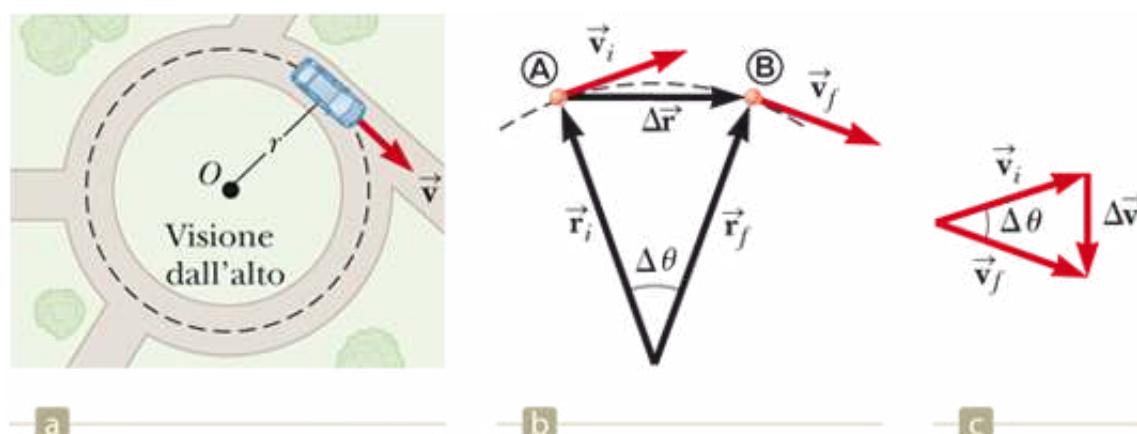


FIGURA 3.13 (a) Un'auto in moto lungo una traiettoria circolare con velocità scalare costante è in moto circolare uniforme. (b) Quando la particella si muove da A a B, la sua velocità cambia da \vec{v}_i a \vec{v}_f . (c) La costruzione geometrica per determinare la variazione della velocità $\Delta\vec{v}$, che è rivolta verso il centro della traiettoria per piccoli $\Delta\theta$.

La particella si trova in A al tempo t_i , e la sua velocità a questo istante è \vec{v}_i ; essa si trova in B qualche tempo dopo t_f , e la sua velocità a tale istante è \vec{v}_f . Assumiamo anche che \vec{v}_i e \vec{v}_f differiscano solo in direzione; i loro moduli sono uguali (cioè, $v_i = v_f = v$, poiché il moto circolare è *uniforme*). Per calcolare l'accelerazione della particella, cominciamo col definire l'equazione dell'accelerazione media (Eq. 3.4):

$$\vec{a}_{med} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Nella Figura 3.13c, i vettori velocità della Figura 3.13b sono stati ridisegnati con le code in comune. Il vettore $\Delta\mathbf{v}$ collega le punte dei vettori, rappresentando il vettore somma, $\vec{v}_f + \vec{v}_i = \Delta\mathbf{v}^{\rightarrow}$. Nelle Figure 3.13b e 3.13c, possiamo identificare i triangoli che servono da modelli geometrici per aiutarci ad analizzare il moto. L'angolo $\Delta\theta$ tra i due vettori posizione in Figura 3.13b è uguale all'angolo fra i vettori velocità in Figura 3.13c, poiché il vettore velocità \vec{v} è sempre perpendicolare al vettore posizione \vec{r} . Quindi, i due triangoli sono *simili*. (Due triangoli sono simili se l'angolo fra due lati qualsiasi è uguale in ambedue e se il rapporto della lunghezza di questi lati è uguale.) Ciò ci permette di scrivere una relazione fra le lunghezze dei lati per i due triangoli:

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{r}$$

dove $v = v_i = v_f$ e $r = r_i = r_f$. Questa equazione si può risolvere per $|\Delta\vec{v}|$ e l'espressione così ottenuta può essere sostituita in $\vec{a}_{med} = \Delta\vec{v}/\Delta t$ (Eq. 3.4) per ottenere il modulo dell'accelerazione media nell'intervallo di tempo in cui la particella si muove da A a B:

$$|\vec{a}_{med}| = \frac{v|\Delta\vec{r}|}{r \Delta t}$$

Ora, immaginiamo che i punti A e B in Figura 3.13b si avvicinino l'uno all'altro. Quando A e B si avvicinano, Δt tende a zero, e il rapporto $|\Delta r|$ tende alla velocità v . Inoltre, l'accelerazione media diventa l'accelerazione istantanea nel punto A. Quindi, nel limite $\Delta t \rightarrow 0$, il modulo dell'accelerazione è

► **MODULO DELL'ACCELERAZIONE CENTRIPETA**

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

3.17 ◀

Un'accelerazione di questo tipo si dice **accelerazione centripeta** (*centripeta* significa *verso il centro*). Il pedice sul simbolo dell'accelerazione ci ricorda che l'accelerazione è centripeta.

In molte situazioni è conveniente descrivere il moto di una particella che si muove con velocità in modulo costante lungo una circonferenza di raggio r in funzione del **periodo** T , che è definito come il tempo necessario per una rivoluzione completa. Nel tempo T la particella si muove su un percorso di $2\pi r$, uguale alla lunghezza della traiettoria circolare. Quindi, poiché il modulo della velocità è uguale alla lunghezza della circonferenza divisa per il periodo, ossia $v = 2\pi r/T$, segue che

► **PERIODO DI UNA PARTICELLA IN MOTO CIRCOLARE UNIFORME**

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

3.18 ◀

La particella *in un moto circolare uniforme* rappresenta una situazione fisica molto comune ed è usata come modello di analisi per risolvere i problemi. Le Equazioni 3.17 e 3.18 devono essere utilizzate quando si riconosce che il modello della particella in moto circolare uniforme è adeguato a descrivere la situazione in esame.

QUIZ RAPIDO 3.4

Quale delle seguenti frasi descrive correttamente il vettore accelerazione centripeta per una particella che si muove di

**Prevenire le insidie
3.5**

**L'accelerazione
centripeta non è
costante**

moto circolare uniforme? (a) costante e sempre perpendicolare al vettore velocità della particella (b) costante e sempre parallelo al vettore velocità della particella (c) di modulo costante e sempre perpendicolare al vettore velocità della particella (d) di modulo costante e sempre parallelo al vettore velocità della particella.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Il modulo dell'accelerazione centripeta è costante nel moto circolare uniforme, ma il vettore accelerazione centripeta non è costante. Esso punta sempre verso il centro della circonferenza, per cui cambia continuamente direzione durante il moto della particella.

FISICA RAGIONATA 3.2

Un aereo va da Los Angeles a Sydney, Australia. Dopo aver raggiunto la quota di crociera, gli strumenti dell'aereo indicano che la velocità rispetto al suolo è mantenuta costante a 700 km/h e che la direzione della prua dell'aereo non varia. Si può affermare che la velocità dell'aereo è costante durante il volo?

Ragionamento La velocità non è costante, a causa della curvatura terrestre. Anche supponendo che il modulo della velocità non vari e che la prua sia sempre diretta verso Sydney (è ciò realmente possibile?), l'aereo viaggia attorno a una porzione significativa della circonferenza terrestre. Quindi, la direzione del vettore velocità varia. Potremmo estendere questo ragionamento immaginando che l'aereo passi su Sydney e continui (assumendo che abbia carburante sufficiente!) attorno alla Terra fino ad arrivare di nuovo a Los Angeles. È impossibile per un aereo mantenere una velocità costante (relativa all'Universo, non alla superficie terrestre) e ritornare al suo punto di partenza.

Esempio 3.5 L'accelerazione centripeta della Terra

Qual è l'accelerazione centripeta della Terra dovuta al suo moto orbitale attorno al Sole?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Accelerazione tangenziale e radiale

Consideriamo ora un moto più generale di quello descritto nel Paragrafo 3.4. Consideriamo il moto di una particella lungo un percorso curvo in cui la velocità varia sia in direzione che in modulo, come descritto in Figura 3.14. In questa situazione il vettore velocità della particella è sempre tangente al percorso; il vettore accelerazione \vec{a} , comunque, forma un certo angolo con la tangente al percorso. In ogni istante, la particella può essere rappresentata come se si stesse muovendo lungo una traiettoria circolare. Il raggio della traiettoria circolare è il raggio di curvatura della traiettoria in quell'istante. Ad un istante successivo, la particella si sta muovendo come se fosse su una diversa traiettoria circolare, con un diverso centro ed un diverso raggio rispetto alla precedente. In ciascuno dei tre punti A, B, e C in Figura 3.14, abbiamo disegnato delle circonferenze tratteggiate che formano il modello geometrico del percorso circolare per una porzione della traiettoria reale in ciascun punto.

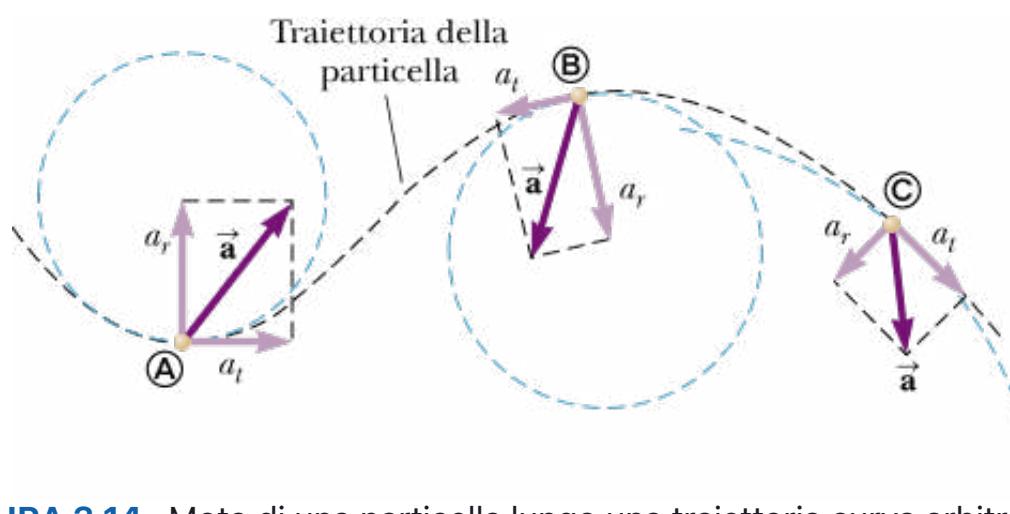


FIGURA 3.14 Moto di una particella lungo una traiettoria curva arbitraria nel piano xy. Se il vettore velocità \vec{v} (sempre tangente alla traiettoria) varia in modulo e direzione, il vettore accelerazione ha una componente tangenziale a_t ed una componente radiale a_r .

Quando la particella si muove lungo il percorso curvo di Figura 3.14 vediamo che la direzione del vettore accelerazione totale \vec{a} , varia da punto a punto. Questo vettore può essere scomposto in due vettori componenti, riferiti ad un'origine posta nel centro della circonferenza modello: una componente radiale a_r lungo il raggio della circonferenza modello, e una componente tangenziale a_t perpendicolare a questo raggio. Il vettore accelerazione *totale* può essere scritto come la somma vettoriale di questi vettori componenti:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

3.19

L'accelerazione tangenziale è dovuta alla variazione del modulo della velocità della particella, e il suo modulo è dato da

► ACCELERAZIONE TANGENZIALE

$$a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

3.20

L'accelerazione radiale è dovuta alla variazione della direzione del vettore velocità e ha un modulo dato da

► ACCELERAZIONE RADIALE

$$a_r = -a_t = -\frac{v^2}{r}$$

dove r è il raggio di curvatura del percorso nel punto in questione, che è il raggio della circonferenza modello. Riconosciamo la componente radiale dell'accelerazione come l'accelerazione centripeta discussa nel Paragrafo 3.4. Il segno negativo indica che la direzione dell'accelerazione centripeta è diretta verso il centro della circonferenza modello, opposta al verso del versore radiale \hat{r} che punta sempre verso l'esterno dal centro della circonferenza.

Poiché \vec{a}_r e \vec{a}_t sono i vettori componenti fra loro perpendicolari di \vec{a} , segue che $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$. Per una data velocità, a_r è grande quando il raggio di curvatura è piccolo (come nei punti A e B in Fig. 3.14) e piccolo quando r è grande (come nel punto C). La direzione di \vec{a}_t è la stessa di \vec{v} (se v è crescente) o è opposta a \vec{v} (se v è decrescente, come nel punto B).

Notiamo che nel caso del moto circolare uniforme, in cui v è costante, $a_t = 0$ e l'accelerazione è sempre radiale, come descritto nel Paragrafo 3.4. In altre parole, il moto circolare uniforme è un caso particolare di moto lungo una traiettoria curva. Inoltre, se la direzione di \vec{v} non muta, allora non c'è accelerazione radiale ed il moto è unidimensionale ($a_r = 0$, ma a_t può essere diversa da zero).

QUIZ RAPIDO 3.5

Una particella segue una certa traiettoria e la sua velocità cresce col tempo. (i) In quali dei seguenti casi la sua velocità e la sua accelerazione sono vettori paralleli? (a) La traiettoria è circolare. (b) La traiettoria è rettilinea. (c) La traiettoria è una parabola. (d) Mai. (ii) Tra le stesse alternative, in quali casi la sua velocità e la sua accelerazione sono vettori perpendicolari ovunque lungo la traiettoria?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Velocità relativa e accelerazione relativa

In questa sessione, descriviamo come siano collegate le osservazioni fatte da due osservatori in due differenti sistemi di riferimento. Un sistema di riferimento può esse

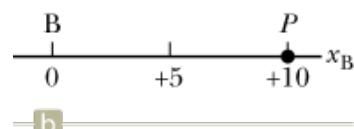
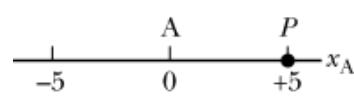
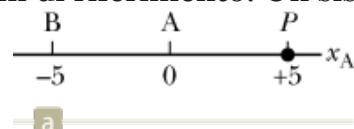


FIGURA 3.15 Diversi osservatori effettuano differenti misure. (a) L'osservatore A è posto nell'origine, l'osservatore B è nella posizione -5 . Entrambi gli osservatori misurano la posizione di una particella in P. (b) Se entrambi gli osservatori vedono se stessi nell'origine del proprio sistema di coordinate, essi saranno in disaccordo riguardo il valore della posizione della particella in P.

re descritto come un sistema di coordinate Cartesiane per il quale un osservatore è a riposo rispetto all'origine. Ora, immaginiamo di avere due differenti osservazioni per due diversi osservatori. Consideriamo i due osservatori A e B lungo la linea in Figura 3.15a. L'osservatore A è situato nell'origine di un asse unidimensionale x_A , mentre l'osservatore B è situato in $x_A = -5$. Chiamiamo la variabile posizione x_A , essendo l'osservatore A nell'origine di questo asse. Entrambi gli osservatori misurano la posizione del punto P che si trova in $x_A = +5$. Supponiamo ora che l'osservatore B decida di trovarsi nell'origine di un asse x_B come in Figura 3.15b. Notiamo che i due osservatori non sono d'accordo circa il valore della posizione del punto P. L'osservatore A dichiara che il punto P si trova in una posizione di valore $+5$, mentre l'osservatore B dichiara che si trova nella posizione di valore $+10$. Entrambi gli osservatori hanno ragione, anche se forniscono misure differenti. Le loro misure differiscono perché effettuano le stesse da diversi sistemi di riferimento.

Immaginiamo ora che l'osservatore B in Figura 3.15b si muova verso destra lungo l'asse x_B . Ora le due misure sono ancora diverse! L'osservatore A dichiara che il punto P rimane fermo nella posizione di valore $+5$, mentre l'osservatore B dichiara che la posizione del punto P cambia continuamente con il tempo, eventualmente lo oltrepassa e continua a muoversi dietro di lui! Ancora una volta, entrambi gli osservatori hanno ragione, le differenze nelle loro misure derivano dai due diversi sistemi di riferimento.



FIGURA 3.16 Due osservatori misurano la velocità scalare di un uomo che cammina su un marciapiede mobile.

Esploriamo questo fenomeno in maggiore dettaglio considerando due osservatrici che guardano un uomo su un marciapiede mobile di un aeroporto (Fig. 3.16). La donna che osserva dal marciapiede mobile vede l'uomo muoversi con una velocità normale di passeggiata. L'altra donna, che osserva l'uomo da un'altra posizione, lo vede muoversi a

velocità maggiore, in quanto la velocità di passeggiata si combina a quella conferita dal movimento del marciapiede. Entrambe le osservatrici, pur guardando lo stesso uomo, hanno percezioni differenti della sua velocità. Entrambe sono corrette, la differenza tra le loro misurazioni dipende dalla velocità relativa dei loro sistemi di riferimento.

In una situazione più generale, consideriamo una particella posta nel punto P in un piano xy , com'è mostrato in Figura 3.17. Immaginiamo che il moto di questa particella sia osservato da due osservatori. L'osservatore A si trova in un sistema di riferimento S_A fisso rispetto alla Terra, l'osservatore B si trova nel riferimento S_B , che si muove verso destra rispetto ad A (e quindi rispetto alla Terra) con velocità costante \vec{v}_{BA} . In questa discussione sulla velocità relativa, usiamo una doppia notazione al pedice; la prima rappresenta ciò che viene osservato e la seconda rappresenta l'osservatore. Pertanto, la notazione \vec{v}_{BA} indica la velocità dell'osservatore B (e del riferimento con esso solidale) misurata dall'osservatore A. Con la stessa notazione \vec{v}_{BA} , l'osservatore B misura che A si sta muovendo verso sinistra con una velocità $\vec{v}_{AB} = -\vec{v}_{BA}$. Assumiamo che ogni osservatore si trovi nell'origine del proprio riferimento.

Definiamo $t = 0$, l'istante in cui le origini dei sistemi di riferimento coincidono. Quindi al tempo t , le origini dei due sistemi di riferimento sono separate da uno spostamento $\vec{v}_{BA}t$. Indichiamo la posizione P della particella rispetto all'osservatore A con il vettore posizione \vec{r}_{PA} e quella relativa all'osservatore B con \vec{r}_{PB} , entrambe al tempo t . Dalla Figura 3.17, vediamo che i vettori posizione \vec{r}_{PA} e \vec{r}_{PB} sono legati dall'espressione:

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{v}_{BA}t$$

3.21

Differenziando l'Equazione 3.21 rispetto al tempo, ricordando che \vec{v}_{BA} è costante, otteniamo:

► **TRASFORMAZIONE GALILEIANA DELLA VELOCITÀ**

$$\frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{PB}}{dt} + \vec{v}_{BA}$$

$$\vec{u}_{PA} = \vec{u}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$

3.22

dove \vec{u}_{PA} indica la velocità della particella P misurata dall'osservatore A e \vec{u}_{PB} indica la velocità della particella misurata dall'osservatore B. (Usiamo il simbolo \vec{u} per la velocità della particella piuttosto che \vec{v} , che abbiamo già utilizzato per la velocità relativa dei due sistemi di riferimento.) Le Equazioni 3.21 e 3.22 sono note come **equazioni della trasformazione Galileiana**. Esse collegano la posizione e la velocità di una particella misurata da osservatori in moto relativo.

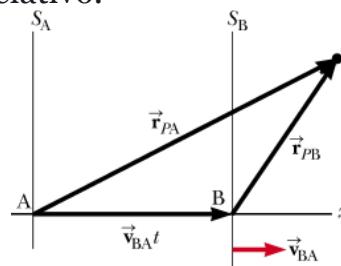


FIGURA 3.17 Una particella posta nel punto P descritta da due osservatori, uno nel sistema di riferimento S_A fisso rispetto alla Terra, l'altro nel riferimento S_B , che si muove verso destra rispetto ad A (e quindi rispetto alla Terra) con velocità costante \vec{v}_{BA} . Il vettore \vec{r}_{PA} è il vettore posizione della particella relativo ad S_A , e \vec{r}_{PB} è il vettore posizione relativo ad S_B .

Si noti l'ordine dei pedici nell'Equazione 3.22. Quando le velocità relative sono sommate, i pedici interni (B) sono gli stessi e quelli esterni (P, A) sono uguali ai pedici della velocità nella parte sinistra dell'equazione.

Sebbene due osservatori misurino differenti velocità, essi misurano la stessa accelerazione se \vec{v}_{BA} è costante. Possiamo verificarlo calcolando la derivata rispetto al tempo dell'Equazione 3.22:

$$\frac{d\vec{\mathbf{u}}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{u}}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{BA}}{dt}$$

Poiché \vec{v}_{BA} è costante, $d\vec{v}_{BA}/dt = 0$. Perciò possiamo concludere che $\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$, perché $\vec{a}_{PA} = d\vec{u}_{PA}/dt$ e $\vec{a}_{PB} = d\vec{u}_{PB}/dt$. Cioè, l'accelerazione di una particella misurata da un osservatore in un riferimento è la stessa di quella misurata da un altro osservatore che si muova con velocità costante rispetto al primo riferimento.

Esempio 3.6 Una barca attraversa un fiume

Una barca che volge la prua esattamente a nord attraversa un largo fiume con una velocità di 10.0 km/h rispetto all'acqua. Il fiume ha una corrente tale per cui l'acqua si muove con velocità uniforme di 5.00 km/h relativamente alle sponde esattamente verso est.

(A) Qual è la velocità della barca rispetto ad un osservatore fermo a terra sulla sponda del fiume?

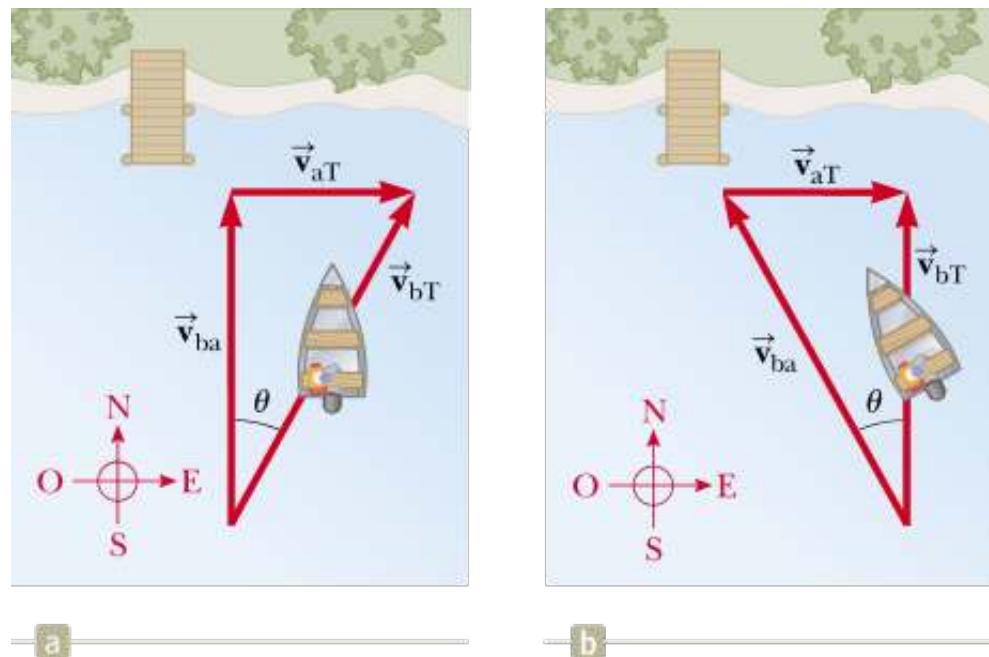


FIGURA 3.18 (Esempio 3.6) (a) Una barca punta la prua perpendicolarmente al fiume e arriva a valle del molo. (b) Per attraversare perpendicolarmente il fiume la barca deve puntare la prua a monte.

(B) A quale angolo la barca dovrebbe porre la prua se volesse attraversare il fiume direttamente verso nord, come mostrato in Figura 3.18b, e quale sarebbe la sua velocità rispetto alla Terra?

E se...? Immagina che le due barche in (A) e (B) stiano facendo una gara. Quale barca arriva prima alla riva opposta?

VEDI RISPOSTA

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: accelerazione laterale delle automobili

Un'automobile non viaggia in linea retta. Essa segue una traiettoria bidimensionale su di una superficie terrestre piatta ed una traiettoria tridimensionale se ci sono colline e vallate. Focalizziamo la nostra attenzione a questo punto su un'automobile che viaggia per una strada su una superficie bidimensionale piatta. Durante una curva, si può pensare all'automobile come se seguisse un arco di traiettoria circolare in ogni punto di questo moto. Di conseguenza, l'automobile avrà un'accelerazione centripeta.

Una caratteristica richiesta nelle automobili è che esse siano in grado di prendere una curva senza rovesciarsi. Questa caratteristica dipende dall'accelerazione centripeta. Immaginiamo di porre un libro dritto in piedi su di una striscia di carta vetrata. Se la carta vetrata viene mossa lentamente sulla superficie di un tavolo con un'accelerazione molto piccola, il libro rimarrà in piedi. Tuttavia, se la carta vetrata è mossa con grande accelerazione, il libro cadrà. Questo è ciò che si vuole evitare in un'auto.

Immaginiamo che invece di accelerare un libro in una dimensione stiamo accelerando una macchina con accelerazione centripeta lungo una traiettoria circolare. L'effetto è lo stesso. Se c'è troppa accelerazione centripeta la macchina si rovescerà e si disporrà a rotolare su di un lato. La massima accelerazione centripeta possibile che una macchina può sostenere senza rovesciarsi in curva si chiama *accelerazione laterale*. Due fattori che contribuiscono all'accelerazione laterale di una macchina sono l'altezza del centro di massa dell'auto sulla terra e la distanza lato-lato tra le ruote. (Studieremo il centro di massa nel Capitolo 8.) Il libro nel nostro precedente esempio ha un rapporto piuttosto grande tra altezza del centro di massa e larghezza della base, pertanto si rovescia con relativa facilità per accelerazioni basse. Un'automobile ha un rapporto molto più piccolo tra altezza del centro di massa e distanza tra le ruote. Perciò, essa può sostenere accelerazioni più elevate.

TABELLA 3.1 | Accelerazioni laterali di varie automobili

Automobile	Accelerazione laterale (g)	Automobile	Accelerazione laterale (g)
<i>Veicoli di lusso:</i>		<i>Veicoli tradizionali:</i>	
Bugatti Veyron 16.4 Super Sport	1.40	Buick Regal CXL Turbo	0.85
Lamborghini LP 570-4 Superleggera	0.98	Chevrolet Tahoe 1500 LS (SUV)	0.70
Lexus LFA	1.04	Ford Fiesta SES	0.84
Mercedes-Benz SLS AMG	0.96	Hummer H3 (SUV)	0.66
Shelby SuperCars Ultimate Aero	1.05	Hyundai Sonata SE	0.85
Media	1.09	Smart ForTwo	0.72
		Media	0.77
<i>Veicoli ad alte prestazioni:</i>		<i>Veicoli alternativi:</i>	
Chevrolet Corvette ZR1	1.07	Chevrolet Volt (ibrida)	0.83
Dodge Viper SRT10	1.06	Nissan Leaf (elettrica)	0.79
Jaguar XJL Supercharged	0.88	Honda CR-Z (ibrida)	0.83
Acura TL SH-AWD	0.91	Honda Insight (ibrida)	0.74
Dodge Challenger SRT8	0.88	Toyota Prius (ibrida)	0.76
Media	0.96	Media	0.79

Si consideri l'accelerazione laterale riportata nella Tabella 3.1 per i veicoli ad alte prestazioni della Tabella 2.3. Tali valori sono riportati come multipli di g , l'accelerazione di gravità. Si noti che la maggior parte dei veicoli molto costosi e di quelli ad alte prestazioni hanno un'accelerazione laterale vicina all'accelerazione di gravità e che l'accelerazione laterale della Bugatti è 40% maggiore di quella di gravità. La Bugatti è una macchina molto stabile!

Al contrario, l'accelerazione laterale di auto non ad alte prestazioni è minore in quanto esse non sono progettate per percorrere curve a velocità così alta come le auto più potenti. Per esempio, la Buick Regal ha un'accelerazione laterale di $0.85g$. Le due SUV in tabella hanno accelerazione laterale minore di questo valore e possono arrivare fino a $0.62g$. In conseguenza, esse hanno la forte tendenza a rovesciarsi in manovre di emergenza.

Se una particella si muove con accelerazione \vec{a} costante e ha velocità \vec{v}_i e posizione \vec{r}_i al tempo $t = 0$, i suoi vettori velocità e posizione dopo un certo tempo t sono

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t \quad 3.8\blacktriangleleft$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad 3.9\blacktriangleleft$$

Per un moto bidimensionale nel piano xy con accelerazione costante, queste espressioni vettoriali sono equivalenti a due espressioni componenti, una per il moto lungo x e una per il moto lungo y .

Il **moto del proiettile** è un caso particolare di moto bidimensionale con accelerazione costante, dove $a_x = 0$ e $a_y = -g$. In questo caso, le componenti orizzontali delle Equazioni 3.8 e 3.9 si riducono a quelle di una particella con velocità costante:

$$v_{xf} = v_{xi} = \text{costante} \quad 3.10\blacktriangleleft$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t \quad 3.12\blacktriangleleft$$

Le componenti verticali delle Equazioni 3.8 e 3.9 sono quelle di una particella con accelerazione costante:

$$v_{yf} = v_{yi} - gt \quad 3.11\blacktriangleleft$$

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad 3.13\blacktriangleleft$$

dove $v_{xi} = v_i \cos \theta_i$, $v_{yi} = v_i \sin \theta_i$, v_i è la velocità iniziale del proiettile, e θ_i è l'angolo che \vec{v}_i forma con l'asse x positivo.

Se una particella si muove lungo una traiettoria curva in modo tale che il modulo e la direzione di \vec{v} varino nel tempo, la particella ha un vettore accelerazione che può essere descritto da due componenti: (1) una componente radiale a_r dovuta alla variazione di direzione di \vec{v} e (2) una componente tangenziale a_t dovuta alla variazione del modulo di \vec{v}

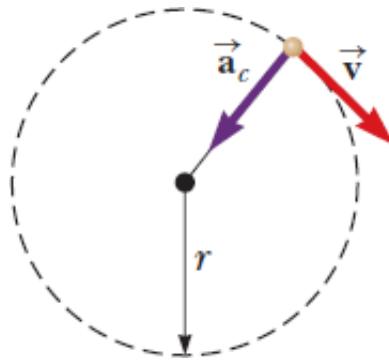
L'accelerazione radiale è chiamata **accelerazione centripeta**, è la sua direzione è sempre rivolta verso il centro della traiettoria circolare.

Se un osservatore B si muove con velocità \vec{v}_{ba} rispetto all'osservatore A, le loro misure della velocità di una particella posta in un punto P sono correlate secondo

$$\vec{u}_{PA} = \vec{u}_{PB} + \vec{v}_{BA} \quad 3.22\blacktriangleleft$$

L'Equazione 3.22 è l'**equazione per la trasformazione Galileiana** delle velocità e indica che osservatori differenti misureranno velocità differenti per la stessa particella.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Particella in moto circolare uniforme Se una particella si muove lungo una circonferenza di raggio r con velocità costante in modulo v , il modulo della sua **accelerazione centripeta** è

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad 3.17 \blacktriangleleft$$

e il **periodo** del moto della particella è dato da

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad 3.18 \blacktriangleleft$$

QUESITI

1. Una macchina in moto lungo una traiettoria circolare con velocità costante ha
(a) accelerazione zero, (b) un'accelerazione nella direzione della sua velocità, (c)
un'accelerazione non diretta verso il centro della traiettoria, (d) un'accelerazione
diretta verso il centro della traiettoria, (e) un'accelerazione la cui direzione non
può essere determinata sulla base delle informazioni date?

2. Un astronauta colpisce una palla da golf sulla Luna. Trovare quali delle
seguenti grandezze, ammesso che ce ne sia una, rimangono costanti quando la
palla si muove nel vuoto. (a) Il modulo della velocità; (b) l'accelerazione; (c) la
componente orizzontale della velocità; (d) la componente verticale della velocità;
(e) la velocità.

3. La Figura Q3.3 mostra la vista dall'alto di un'auto che percorre una curva.
Quando l'auto si muove dal punto 1 al punto 2, la sua velocità raddoppia. Quale
dei vettori indicati in figura (a-e) mostra l'accelerazione media dell'auto tra
queste due posizioni?

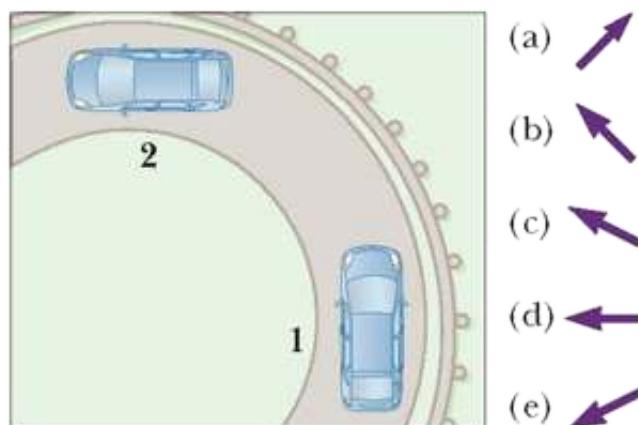


FIGURA Q3.3

4. Dopo essere entrato nella sua stanza, uno studente lancia il suo zaino verso
destra e verso l'alto con un angolo di 45° rispetto all'orizzonte (Fig. Q3.4).
Supponiamo che la resistenza dell'aria sia trascurabile. Lo zaino si muove da A,
posizione immediatamente prossima alla mano, a B, picco del suo volo, fino a C,
un istante prima di toccare il letto. (i) Ordina le seguenti velocità dalla più grande
alla più piccola. (a) v_{Ax} , (b) v_{Ay} (c) v_{Bx} , (d) v_{By} , (e) v_{Cy} . Si noti che zero è maggiore
di un numero negativo. Se due grandezze sono uguali, posizionale allo stesso
livello nella graduatoria. Se una qualche grandezza è zero, indica come tale nella
graduatoria. (ii) In modo simile, ordina le seguenti componenti
dell'accelerazione. (a) a_{Ax} , (b) a_{Ay} (c) a_{Bx} , (d) a_{By} (e) a_{Cy} .

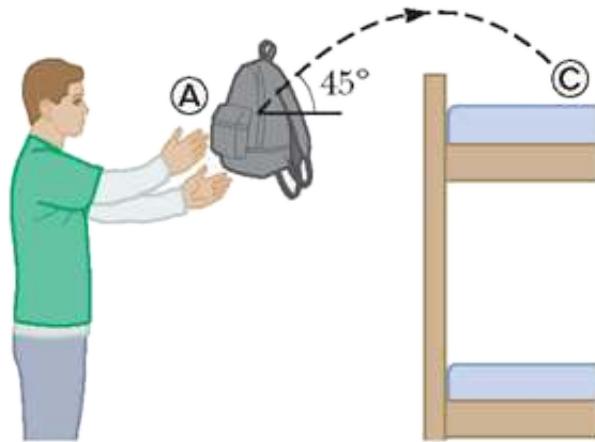


FIGURA Q3.4

5. In quali delle seguenti situazioni l'oggetto in moto può essere rappresentato come un proiettile? Scegli le risposte corrette. (a) Una scarpa è lanciata in una direzione arbitraria. (b) Un jet attraversa il cielo sospinto dai motori. (c) Un razzo lascia la rampa di lancio. (d) Un razzo attraversa il cielo, ad una velocità molto inferiore a quella del suono, una volta aver consumato tutto il propellente. (e) Un sub lancia una pietra sott'acqua.

6. Una palla di gomma attaccata ad una molla viene messa in rotazione lungo una traiettoria circolare parallela al suolo. Inizialmente, si muove ad una velocità v lungo un cerchio di raggio r . Successivamente, si muove ad una velocità $3v$ lungo un cerchio di raggio $3r$. Nel secondo caso, la sua accelerazione è (a) uguale al primo caso, (b) tre volte maggiore, (c) pari ad un terzo, (d) nove volte maggiore, (e) pari ad un nono?

7. Un mazzo di chiavi attaccato ad una molla viene messo in rotazione lungo una traiettoria circolare parallela al suolo. Inizialmente, si muove ad una velocità v lungo un cerchio di raggio r . Successivamente, si muove ad una velocità $4v$ lungo un cerchio di raggio $4r$. Quanto vale il periodo del moto nel secondo caso confrontato con il primo caso? (a) Uguale al primo caso. (b) Quattro volte maggiore. (c) Pari ad un quarto. (d) Sedici volte maggiore. (e) Pari ad un sedicesimo.

8. Un camion può percorrere una curva di raggio 150 m alla velocità massima di 32.0 m/s. Per avere la stessa accelerazione, a quale velocità deve percorrere una curva di raggio 75.0 m? (a) 64 m/s (b) 45 m/s (c) 32 m/s (d) 23 m/s (e) 16 m/s

9. Uno studente lancia orizzontalmente da un balcone di un alto palazzo una pesante palla rossa con velocità iniziale v_i . Nello stesso istante, un altro studente lascia cadere dal balcone una palla blu più leggera. Quale delle seguenti affermazioni è corretta? (Si trascuri la resistenza dell'aria.) (a) La palla blu raggiunge il suolo per prima. (b) Le palle toccano il suolo nello stesso istante. (c) La palla rossa raggiunge il suolo per prima. (d) Entrambe le palle toccano il suolo con la stessa velocità. (e) Nessuna delle precedenti risposte (a-d) è corretta.

10. Un marinaio fa cadere una chiave inglese dalla cima di un albero della barca mentre la barca a vela si muove rapidamente e con velocità costante lungo una retta. In che punto la chiave inglese andrà ad urtare il ponte della barca? (Galileo pose la questione) (a) in avanti rispetto alla base dell'albero (b) alla base dell'albero (c) più indietro rispetto alla base dell'albero (d) lateralmente rispetto

alla base dell'albero secondo la direzione del vento (e) nessuna delle precedenti risposte (a-d) è corretta.

11. Un proiettile viene sparato sulla Terra con una certa velocità. Un secondo proiettile viene sparato sulla Luna con la stessa velocità iniziale (l'accelerazione di gravità sulla Luna è circa un sesto di quella sulla Terra). Confrontando la gittata del proiettile sulla Luna con quella sulla Terra possiamo affermare che (a) vale un sesto, (b) è la stessa (c) è $\sqrt{6}$ volte più grande (d) è 6 volte più grande (e) è 36 volte più grande.

12. Una palla da baseball viene lanciata dal bordo del campo verso il ricevitore. Quando la palla raggiunge il picco della sua traiettoria, quale delle seguenti affermazioni è corretta? (a) La sua velocità e la sua accelerazione sono entrambe zero. (b) La sua velocità è diversa da zero, l'accelerazione è zero. (c) La sua velocità è perpendicolare alla sua accelerazione. (d) La sua accelerazione dipende dall'angolo con cui la palla è stata lanciata. (e) Nessuna delle precedenti risposte (a-d) è corretta.

DOMANDE CONCETTUALI

1. Spiegare se le seguenti particelle hanno una accelerazione: (a) una particella in moto rettilineo con velocità costante e (b) una particella in moto lungo una curva con velocità costante in modulo.

2. Disegnare i diagrammi di moto che rappresentano la velocità e l'accelerazione di un proiettile in diversi punti lungo la sua traiettoria se (a) il proiettile è sparato orizzontalmente e (b) se è sparato ad un angolo θ rispetto all'orizzonte.

3. Se conoscete i vettori posizione di una particella in due punti lungo la sua traiettoria e conoscete anche il tempo che impiega per andare da un punto all'altro, potete determinare la velocità istantanea della particella? La sua velocità media? Spiegare.

4. Descrivere come un guidatore possa condurre un'auto con velocità di modulo costante in modo che (a) l'accelerazione sia zero oppure (b) il modulo dell'accelerazione rimanga costante.

5. Un'astronave si muove nello spazio con velocità costante. Improvvisamente una perdita di gas su un lato causa una accelerazione costante in una direzione perpendicolare alla velocità iniziale dell'astronave. L'orientazione dell'astronave non cambia, cosicché l'accelerazione rimane perpendicolare alla originaria direzione della velocità. Qual è la forma della traiettoria dell'astronave in questa situazione?

6. Una pattinatrice sul ghiaccio sta eseguendo la "figura a otto" che consiste in due percorsi circolari uguali e tangenti. Nel corso del primo anello l'atleta aumenta la sua velocità uniformemente, e durante il secondo anello si muove a

velocità costante in modulo. Disegnare un diagramma del moto che mostri i suoi vettori velocità e accelerazione in diversi punti, lungo la traiettoria.

7. Un proiettile viene sparato con una certa inclinazione rispetto alla direzione orizzontale con una certa velocità iniziale v_i , e la resistenza dell'aria è trascurabile.
(a) Il proiettile si muove in caduta libera? (b) Qual è la sua accelerazione lungo la direzione verticale? (c) Qual è l'accelerazione lungo la direzione orizzontale?

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 3.1 Vettori di posizione, velocità e accelerazione

1. Un motociclista viaggia verso sud per 3.00 min con una velocità di 20.0 m/s, successivamente si sposta per 2.00 min verso ovest con una velocità di 25.0 m/s ed infine viaggia a 30.0 m/s, per 1.00 min, verso nord-ovest. Per questo viaggio di 6.00 min calcolare (a) il vettore spostamento del motociclista, (b) la velocità scalare media e (c) il vettore velocità media. Si orienti l'asse x verso est.

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Supponiamo che la funzione del vettore posizione per una particella sia data da $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$, con $x(t) = at + b$ e $y(t) = ct^2 + d$, dove $a = 1.00 \text{ m/s}$, $b = 1.00 \text{ m}$, $c = 0.125 \text{ m/s}^2$, e $d = 1.00 \text{ m}$. (a) Calcolare la velocità media nell'intervallo di tempo da $t = 2.00 \text{ s}$ fino a $t = 4.00 \text{ s}$. (b) Determinare la velocità in modulo, direzione e verso all'istante $t = 2.00 \text{ s}$.

Paragrafo 3.2 Moto in due dimensioni con accelerazione costante

3. Una particella inizialmente posta nell'origine ha un'accelerazione $\vec{a} = 3.00\hat{j} \text{ m/s}^2$ ed una velocità iniziale $\vec{v}_i = 5.00\hat{i} \text{ m/s}$. Trovare (a) il vettore posizione ad un generico istante t ; (b) la velocità ad un generico istante t ; (c) le coordinate della particella a $t = 2.00 \text{ s}$; (d) il modulo della velocità della particella a $t = 2.00 \text{ s}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. A $t = 0$, una particella in moto nel piano xy con accelerazione costante ha una velocità all'origine $\vec{v}_i = (3.00\hat{i} - 2.00\hat{j}) \text{ m/s}$. A $t = 3.00 \text{ s}$, la sua velocità è $\vec{v}_f = (9.00\hat{i} + 7.00\hat{j}) \text{ m/s}$. Trovare (a) l'accelerazione della particella e (b) le sue coordinate ad un generico istante t .

5. Un pesce che nuota in un piano orizzontale ha una velocità $\vec{v}_i = (4.00\hat{i} + 1.00\hat{j})$ m/s in un punto dell'oceano dove la sua posizione relativa ad un certo scoglio è $\vec{r}_i = (10.0\hat{i} - 4.00\hat{j})$ m. Dopo avere nuotato per 20.0 s con accelerazione costante, il pesce ha raggiunto una velocità $\vec{v}_f = (20.0\hat{i} - 5.00\hat{j})$ m/s. (a) Quali sono le componenti dell'accelerazione? (b) Qual è la direzione dell'accelerazione rispetto al versore i ? (c) Se il pesce mantiene un'accelerazione costante dove si trova il pesce e in che direzione si sta spostando al tempo $t = 25.0$ s?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. BIO Non è possibile vedere oggetti estremamente piccoli, come dei virus, usando un ordinario microscopio ottico. Un microscopio elettronico può vedere tali oggetti usando un fascio elettronico invece di un fascio di luce. La microscopia elettronica ha fornito preziosi risultati sui virus, membrane cellulari e strutture subcellulari, batteri, recettori visivi, cloroplasti, e le proprietà contrattili dei muscoli. Le "lenti" di un microscopio elettronico consistono di campi elettrici e magnetici che controllano il fascio elettronico. Come esempio di manipolazione di un fascio elettronico, consideriamo un elettrone che viaggia allontanandosi dall'origine lungo l'asse x nel piano xy con velocità iniziale $\vec{v}_i = v_i\hat{i}$. Quando esso passa attraverso la regione da $x = 0$ a $x = d$, l'elettrone subisce un'accelerazione $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$, dove a_x e a_y sono costanti. Assumendo che $v_i = 1.80 \times 10^7$ m/s, $a_x = 8.00 \times 10^{14}$ m/s², e $a_y = 1.60 \times 10^{15}$ m/s², determinare per $x = d = 0.010$ m (a) la posizione dell'elettrone, (b) la velocità dell'elettrone, (c) il modulo della velocità dell'elettrone, e (d) la direzione in cui viaggia l'elettrone (cioè, l'angolo fra la sua velocità e l'asse x).

Paragrafo 3.3 Moto del proiettile

Nota: in tutti i problemi trascurare la resistenza dell'aria e usare $g = 9.80$ m/s² sulla superficie terrestre.

7. La velocità di un proiettile quando raggiunge la sua massima altezza è metà della sua velocità quando si trova a metà della sua massima altezza. Qual è l'angolo di lancio del proiettile?

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Un'astronauta su un pianeta sconosciuto scopre che può saltare con una gittata massima di 15.0 m, se la sua velocità iniziale è di 3.00 m/s. Qual è l'accelerazione di gravità su tale pianeta.

9. Un cannone in grado di sparare proiettili con una velocità iniziale di 1 000 m/s viene usato per innescare una valanga sulla cima di una montagna. Il bersaglio è posto a 2 000 m dal cannone lungo l'orizzontale e a 800 m rispetto al suolo. A quale angolo, rispetto al suolo, deve sparare il cannone?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

10. Il piccolo pesce arciere (lunghezza 20-25 cm) vive nelle acque salmastre del sud-est asiatico dall'India alle Filippine. Questa creatura dal nome ben scelto cattura la sua preda lanciando un flusso di gocce d'acqua su un insetto che è in volo o fermo. Quando l'insetto cade nell'acqua, il pesce lo ingoia. Il pesce arciere ha una grande accuratezza per distanze da 1.2 a 1.5 m e qualche volta fa centro per distanze fino a 3.5 m. Una scanalatura sul suo palato, lungo la quale si trova una lingua ricurva, forma un tubo capace di impartire all'acqua un'alta velocità nella bocca quando il pesce improvvisamente chiude le sue branchie. Supponiamo che il pesce arciere miri a un bersaglio distante 2.00 m, a un angolo di 30.0° sopra l'orizzontale. Con quale velocità deve lanciare il flusso d'acqua se esso non deve deviare più di 3.00 cm in verticale nella sua traiettoria verso il bersaglio?

11. In un bar, un avventore lancia lungo il banco un bocciale da birra vuoto perché sia riempito nuovamente. Il barista non vede il bocciale, che cade al suolo, ad una distanza di 1.40 m dalla base del banco. Se l'altezza del banco è di 1.22 m, (a) con quale velocità il bocciale si distacca dal banco e (b) qual è la direzione della velocità del bocciale nell'istante precedente all'impatto con il suolo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

12. In un bar, un avventore lancia lungo il banco un bocciale da birra vuoto perché sia riempito nuovamente. Il barista, momentaneamente distratto, non vede il bocciale, che cade al suolo, ad una distanza d dalla base del banco. L'altezza del banco è h . (a) Con quale velocità il bocciale si distacca dal banco? (b) Qual è la direzione della velocità del bocciale nell'istante precedente all'impatto con il suolo?

13. Un giocatore di rugby calcia il pallone ad una distanza di 36.0 m (circa 40.0 yard) dalla porta e metà della folla degli spettatori spera che il pallone eviti la traversa, che ha un'altezza di 3.05 m. Quando colpito, il pallone lascia il suolo con un angolo di 53.0° rispetto all'orizzontale e velocità di 20.0 m/s. (a) A che distanza il pallone passa sotto o sopra la traversa? (b) Il pallone sfiora la traversa durante la parte ascendente o discendente della traiettoria?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

14. Una palla viene lanciata da una finestra dell'ultimo piano di un edificio. La palla parte con una velocità iniziale di 8.00 m/s e con una inclinazione di 20.0° al disotto dell'orizzontale. La palla arriva al suolo dopo 3.00 s. (a) Qual è la distanza

misurata dalla base dell'edificio, in un piano orizzontale, del punto di impatto con il suolo? (b) Qual è l'altezza da cui viene lanciata la palla? (c) Qual è il tempo impiegato dalla palla per raggiungere un punto nell'aria 10.0 m al disotto del livello di lancio?

15. BIO I re Maya e molte squadre sportive scolastiche prendono il nome dal puma, coguardo, o leone di montagna – *Felis concolor* –, il saltatore migliore tra gli animali. Esso può saltare fino ad un'altezza di 12.0 ft quando si distacca da terra ad un angolo di 45° . Con quale velocità in unità SI si distacca dal suolo per compiere questo balzo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Un vigile del fuoco, che si trova ad una distanza d da un edificio in fiamme, dirige il getto d'acqua con un angolo θ_i rispetto all'orizzontale (Fig. P3.16). Se la velocità del getto è v_i , determinare l'altezza h del getto d'acqua, quando colpisce l'edificio.

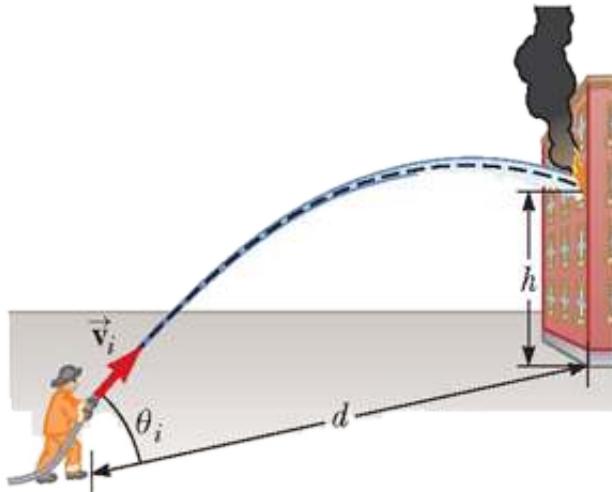


FIGURA P3.16

17. Un calciatore calcia una pietra orizzontalmente da un'altura di 40.0 m mandandola in una pozza di acqua. Se il giocatore ode il rumore dell'impatto 3.00 s dopo il calcio, qual era la velocità iniziale della pietra? Assumere che la velocità del suono in aria sia 343 m/s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Un campione di basket copre 2.80 m orizzontalmente in un salto per insaccare la palla (Fig. P3.18a). Il suo moto nello spazio si può assimilare a quello di una particella situata nel suo *centro di massa*, che sarà definito nel Capitolo 8. Il suo centro di massa ha un'elevazione di 1.02 m quando lascia il pavimento. Esso raggiunge la massima altezza di 1.85 m al di sopra del pavimento e ha ancora un'elevazione di 0.900 m quando tocca nuovamente il suolo. Determinare (a) il suo tempo di volo, (b) la componente orizzontale e (c) la componente verticale della velocità all'istante del salto, e (d) l'angolo del salto. (e) Per confronto, determinare il tempo di volo di un cervo che salta con elevazione del centro di massa $y_i = 1.20$ m, $y_{\max} = 2.50$ m, e $y_f = 0.700$ m (Fig. P3.18b).



a, David Liam Kyle/NBAE/Getty Images;
b, B.G. Smith /Shutterstock.com

FIGURA P3.18

- 19.** Uno studente sul bordo di una scogliera lancia una pietra orizzontalmente con una velocità $v_i = 18.0 \text{ m/s}$. La scogliera è alta $h = 50.0 \text{ m}$ sopra uno specchio d'acqua come mostrato in Figura P3.19. (a) Quali sono le coordinate della posizione iniziale della pietra? (b) Quali sono le componenti della velocità iniziale della pietra? (c) Qual è il corretto modello di analisi per il moto verticale della pietra? (d) Qual è il corretto modello di analisi per il moto orizzontale della pietra? (e) Scrivi delle equazioni simboliche per le componenti x e y della velocità della pietra in funzione del tempo. (f) Scrivi delle equazioni simboliche per la posizione della pietra in funzione del tempo. (g) Quanto tempo dopo esser stata lanciata la pietra raggiunge lo specchio d'acqua? (h) Con quale velocità ed angolo di impatto arriva la pietra?

VISUALIZZA SOLUZIONE

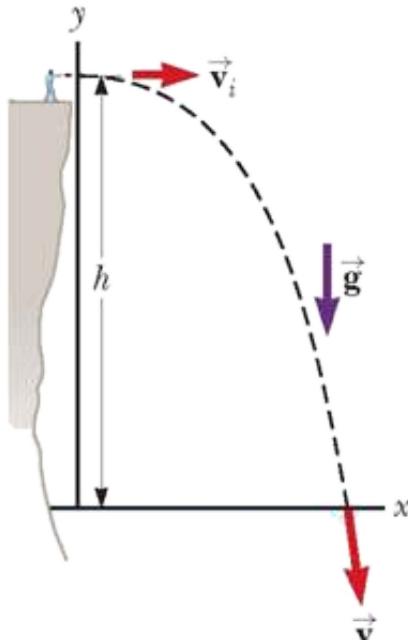


FIGURA P3.19

- 20.** Un razzo pirotecnico esplode a un'altezza h , il picco della sua traiettoria verticale. Esso lancia frammenti luminosi in tutte le direzioni, ma tutti con la stessa velocità v . Pezzetti di metallo solidificato cadono al suolo senza resistenza dell'aria. Trovare l'angolo più piccolo che la velocità finale di un frammento che impatta forma con l'orizzontale.

21. Un parco-giochi si trova sulla terrazza piana di una scuola cittadina, a 6.00 m di altezza rispetto alla sottostante strada (Fig. P3.21). La parete verticale dell'edificio è alta 7. m e forma un parapetto attorno alla terrazza alto 1.0 m. Una palla cade nella strada sottostante, e un passante la rilancia indietro con un angolo $\theta = 53.0^\circ$ al di sopra dell'orizzontale in un punto che dista $d = 24.0$ m dalla base della parete dell'edificio. La palla impiega 2.20 s per raggiungere un punto verticalmente al di sopra della parete. Trovare (a) la velocità con la quale è stata lanciata la palla. Trovare (b) la distanza verticale alla quale la palla supera la parete. Trovare (c) la distanza dalla parete al punto nel quale la palla atterra sulla terrazza.

VISUALIZZA SOLUZIONE

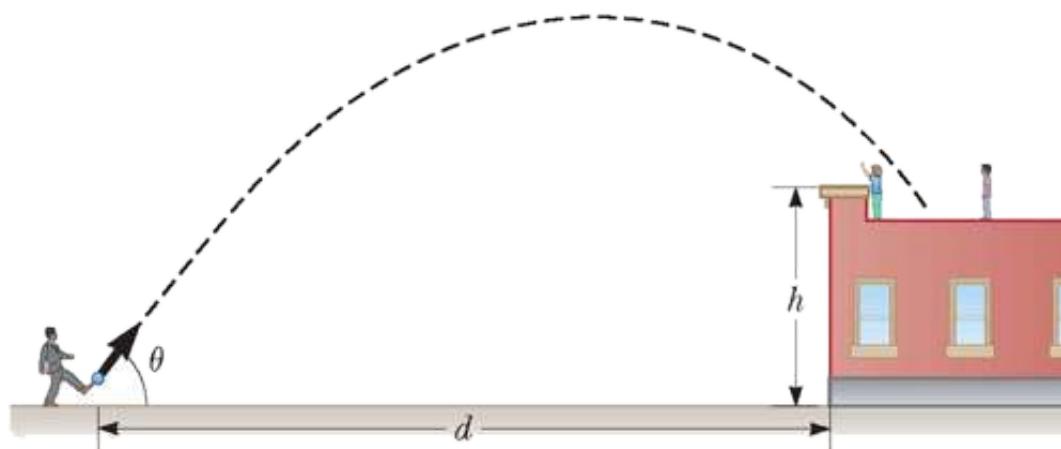


FIGURA P3.21

22. Il moto del corpo umano nello spazio può essere model-lizzato come il moto di una particella localizzata nel centro di massa del corpo, come studieremo nel Capitolo 8. Le componenti dello spostamento del centro di massa di un atleta dal principio alla fine di un certo salto sono descritte dalle equazioni

$$x_f = 0 + (11.2 \text{ m/s}) (\cos 18.5^\circ) t$$

$$0.360 \text{ m} = 0.840 \text{ m} + (11.2 \text{ m/s}) (\sin 18.5^\circ) t - \frac{1}{2} (9.80 \text{ m/s}^2) t^2$$

dove t è l'istante in cui l'atleta atterra, in secondi. Identificare (a) la sua posizione e (b) il suo vettore velocità nel punto di distacco. (c) Quanto distante ha saltato l'atleta in questo problema?

Paragrafo 3.4 Modello di analisi: particella in moto circolare uniforme

23. L'atleta mostrato in Figura P3.23 mette in rotazione un disco di massa 1.00 kg lungo un percorso circolare di raggio 1.06 m. La massima velocità del disco è 20.0 m/s. Determinare il modulo della massima accelerazione radiale del disco.

VISUALIZZA SOLUZIONE



Adrian Dennis/AFP/Getty Images

FIGURA P3.23

24. Uno pneumatico di raggio 0.500 m ruota con una velocità angolare costante di 200 giri/min. Trovare la velocità e l'accelerazione di un sassolino posto nel battistrada.

25. Quando si staccano i razzi, gli astronauti dello space shuttle avvertono accelerazioni fino a $3g$; dove $g = 9.80 \text{ m/s}^2$. Nel loro allenamento, gli astronauti viaggiano in un dispositivo in cui subiscono un'accelerazione come accelerazione centripeta. Particolamente, l'astronauta è allacciato fermamente all'estremità di un braccio meccanico che gira a velocità costante lungo una circonferenza orizzontale. Determinare la frequenza di rotazione in giri al secondo, necessaria per comunicare all'astronauta un'accelerazione centripeta di $3.00g$ mentre è in moto circolare di raggio 9.45 m.

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. La lavorazione di metalli fusi è importante in molti processi industriali. La *colata centrifuga* è usata per la manifattura di canne, condotti e molte altre strutture. Una grande varietà di sofisticate tecniche è stata inventata, ma l'idea di base è quella illustrata in Figura P3.26. Una cavità cilindrica è posta in rapida rotazione attorno ad un asse orizzontale con velocità angolare costante. Il metallo fuso viene versato nella cavità rotante e poi raffreddato in modo da formare il prodotto finito. Girare il cilindro ad alta velocità angolare spinge verso le pareti esterne il metallo che si sta solidificando. Eventuali bolle sono spostate verso l'asse cosicché vuoti indesiderati non saranno presenti nel pezzo lavorato. A volte si desidera formare un pezzo composto, come per un condotto. Qui si versa un acciaio duro per la superficie esterna e, quindi, all'interno un rivestimento di speciale metallo a basso attrito. In alcune applicazioni, si tratta un metallo duro in modo da fornirgli uno strato di metallo anticorrosivo. La lavorazione centrifuga dà luogo ad un legame forte tra i diversi strati. Supponiamo di lavorare una manica di rame di raggio interno 2.10 cm e raggio esterno 2.20 cm. Per eliminare le bolle e fornire elevata integrità strutturale, l'accelerazione centripeta di ogni elemento del metallo dovrebbe essere almeno $100g$. Che velocità di rotazione è richiesta? Dare la risposta in giri per minuto.

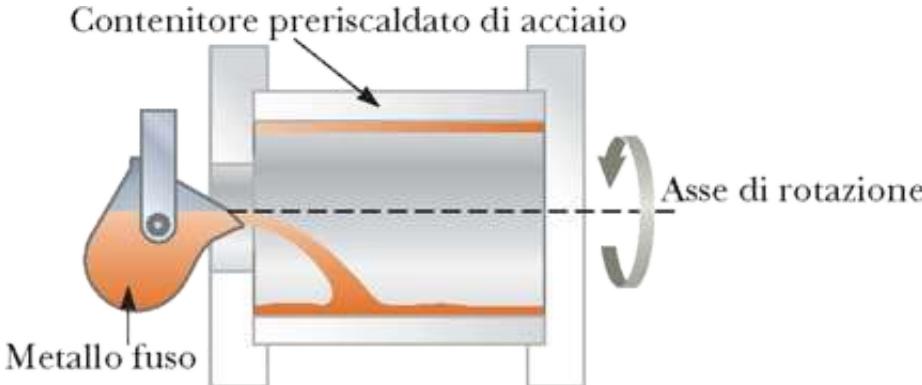


FIGURA P3.26

27. L'astronauta che orbita attorno alla Terra in Figura P3.27 si appresta ad attraccare al satellite Westar VI. Il satellite si muove secondo un'orbita circolare a 600 km dalla superficie della Terra, dove l'accelerazione di gravità è 8.21 m/s^2 . Assumere il raggio della Terra pari a 6 400 km. Determinare la velocità del satellite ed il tempo richiesto per completare un giro attorno alla Terra, che è il periodo del satellite.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)



FIGURA P3.27

28. Con le informazioni che si trovano nelle pagine finali del libro, calcolare l'accelerazione radiale di un punto sulla superficie terrestre all'equatore, dovuta alla rotazione della Terra attorno al suo asse.

Paragrafo 3.5 Accelerazione tangenziale e radiale

29. Un treno affrontando una curva stretta rallenta da 90.0 km/h a 50.0 km/h nei 15.0 s che impiega a completare la curva. Il raggio della curva è 150 m. Calcolare l'accelerazione nel momento in cui la velocità del treno è 50.0 km/h. Si assuma che in quel momento il treno continui a decelerare con lo stesso ritmo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

30. Una palla oscilla lungo una circonferenza verticale all'estremità di una fune lunga 1.50 m. Quando si trova a 36.9° dal punto più basso in fase di salita, la sua accelerazione è $(-22.5\hat{\mathbf{i}} + 20.2\hat{\mathbf{j}}) \text{ m/s}^2$. Per questo istante, (a) disegnare un

diagramma vettoriale che mostri le componenti della sua accelerazione, (b) determinare il modulo dell'accelerazione radiale, e (c) determinare il modulo, la direzione e il verso del vettore velocità della palla.

- 31.** La Figura P3.31 rappresenta l'accelerazione totale di una particella che si muove in verso orario su una circonferenza di raggio 2.50 m ad un certo istante. A questo istante, trovare (a) l'accelerazione centripeta, (b) la velocità della particella e (c) la sua accelerazione tangenziale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

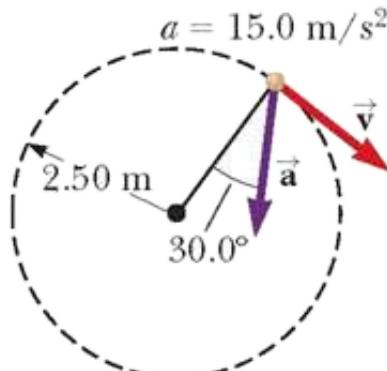


FIGURA P3.31

- 32.** Un punto a 20.0 cm dal centro di un piatto rotante di un giradischi accelera dalla quiete fino a una velocità finale di 0.700 m/s in 1.75 s. Per $t = 1.25$ s, trovare il modulo e la direzione orientata (a) dell'accelerazione centripeta, (b) dell'accelerazione tangenziale, e (c) dell'accelerazione totale del punto.

Paragrafo 3.6 Velocità relativa e accelerazione relativa

- 33.** Una macchina viaggia verso est con velocità in modulo pari a 50.0 km/h. Piove e le gocce d'acqua cadono con velocità in modulo costante verticalmente rispetto alla superficie terrestre. Le tracce delle gocce sui finestrini laterali della macchina formano un angolo di 60.0° rispetto alla verticale. Trovare la velocità delle gocce d'acqua rispetto (a) alla macchina e (b) alla Terra.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 34.** Quanto tempo impiega un'automobile che viaggia nella corsia di sinistra a 60.0 km/h per affiancare un'automobile che viaggia nella corsia di destra a 40.0 km/h se i paraurti anteriori si trovano inizialmente a 100 m di distanza?

- 35.** Un fiume ha una corrente di 0.500 m/s. Uno studente nuota controcorrente per 1.00 km e quindi ritorna al punto di partenza. (a) Se lo studente può nuotare con una velocità di 1.20 m/s in acque ferme quanto tempo richiede il percorso? (b) Quanto tempo è richiesto in acque ferme per percorrere la stessa distanza? (c) Intuitivamente, perché la traversata richiede più tempo se c'è corrente?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

36. Un fiume ha una corrente costante pari a v . Uno studente nuota controcorrente per una distanza d e quindi ritorna al punto di partenza. Lo studente può nuotare con una velocità c in acque ferme. (a) In termini di v , d , e c , quanto tempo richiede il percorso? (b) Quanto tempo è richiesto in acque ferme per percorrere la stessa distanza? (c) Quale intervallo è maggiore? Spiegare se è sempre maggiore.

37. Il pilota di un aeroplano nota che la bussola indica una rotta in direzione ovest. La velocità dell'aeroplano rispetto all'aria è di 150 km/h. Se tira vento a 30.0 km/h in direzione nord, trovare la velocità dell'aeroplano rispetto al suolo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

38. Due nuotatori, Chris e Sarah, partono insieme dallo stesso punto dall'argine di un largo torrente che scorre con una velocità v . Ambedue si muovono con la stessa velocità c (dove $c > v$), relativa all'acqua. Chris nuota nel verso della corrente per una distanza L e poi controcorrente per la stessa distanza. Sarah nuota in modo tale che il suo moto relativo alla Terra sia perpendicolare agli argini del torrente. Ella nuota per una distanza L e poi torna indietro per la stessa distanza, cosicché ambedue i nuotatori ritornano al punto di partenza. In termini di L , c , e v , trovare il tempo richiesto a (a) Chris e a (b) Sarah per effettuare il proprio percorso circolare. (c) Quale nuotatore ritorna per primo?

39. Uno studente di Fisica è sul vagone aperto di un treno che sta viaggiando lungo un binario orizzontale, con una velocità di 10.0 m/s. Lo studente getta una palla in aria con un angolo iniziale di 60.0° rispetto all'orizzontale, nella direzione del binario. Un professore, che è fermo sul marciapiede presso il treno, osserva che la palla sale lungo la verticale. Quale altezza massima raggiungerà la palla?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

40. Una motovedetta della Guardia costiera rileva una nave non identificata alla distanza di 20.0 km in direzione 15.0° (NE). La barca viaggia a 26.0 km/h su una rotta a 40.0° a NE. La Guardia costiera desidera mandare una barca veloce per intercettare la nave e investigare. Se la barca veloce viaggia a 50.0 km/h, in quale direzione deve puntare? Esprimere la direzione rispetto alla direzione nord.

Paragrafo 3.7 Collegamento al contesto: accelerazione laterale delle automobili

41. Un certo camioncino può percorrere una curva senza pendenza di raggio 150 m ad una velocità massima di 32.0 m/s. Con quale velocità massima può percorrere una curva di raggio 75.0 m?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Problemi generali

- 42.** Un'architetta di panorami sta progettando una cascata artificiale in un parco cittadino. L'acqua che scorre a 1.70 m/s lascerà l'estremità del canale orizzontale alla cima di una parete verticale alta $h = 2.35$ m e da lì cadrà in una piscina (Fig. P3.42). (a) Ci sarà abbastanza spazio per un passaggio pedonale alle spalle della cascata? (b) Per vendere il suo progetto al comune l'architetta vuole costruire un modello in scala uno a dodici delle dimensioni reali. Quanto rapidamente deve scorrere l'acqua in questo modello?

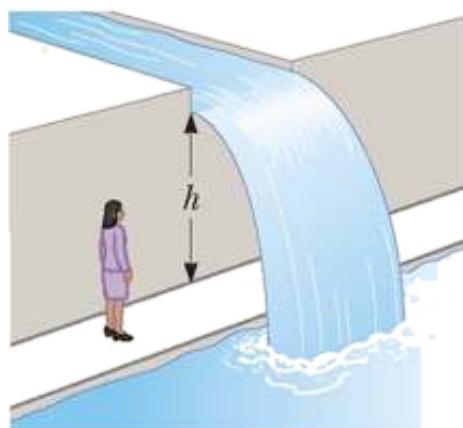


FIGURA P3.42

- 43.** Una palla all'estremità di una fune ruota lungo una circonferenza orizzontale di raggio 0.300 m. Il piano della circonferenza è ad un'altezza di 1.20 m dal suolo. La fune si rompe e la palla atterra a 2.00 m (orizzontalmente) dal punto in cui la fune si rompe. Trovare l'accelerazione centripeta della palla durante il suo moto circolare.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 44.** Una palla è lanciata con una velocità iniziale v_i a un angolo θ_i rispetto all'orizzontale. La gittata della palla è R , e l'altezza massima che raggiunge è $R/6$. In funzione di R e g , trovare (a) il tempo durante il quale la palla è in movimento, (b) la velocità della palla nel punto più alto della sua traiettoria, (c) la componente verticale iniziale della sua velocità, (d) la sua velocità iniziale, e (e) l'angolo θ_i . (f) Supponiamo che la palla sia lanciata con la stessa velocità iniziale trovata in (d), ma ad un angolo appropriato per raggiungere la massima altezza possibile. Trovare quest'altezza. (g) Supponiamo che la palla sia lanciata con la stessa velocità iniziale ma con un angolo adatto a raggiungere la massima gittata possibile. Trovare questa gittata massima.

- 45.** La "Cometa del Vomito". Nell'allenamento con gravità zero degli astronauti e nel test dell'equipaggiamento, la NASA fa volare un aereo KC135A lungo una traiettoria parabolica. Come mostrato in Figura P3.45, l'aereo sale da 24 000 ft a 31 000 ft, laddove entra nella traiettoria parabolica di zero-g con una velocità di 143 m/s col muso inclinato a 45° verso l'alto ed esce con velocità di 143 m/s col

muso inclinato a 45° verso il basso. Durante questa parte del volo, l'aereo e gli oggetti all'interno della sua cabina imbottita sono in caduta libera, gli astronauti e l'equipaggiamento galleggiano liberamente come se fossero in assenza di gravità. Quali sono (a) la velocità e (b) l'altezza dell'aereo nel punto più alto della manovra? (c) Qual è l'intervallo di tempo speso a gravità zero?

VISUALIZZA SOLUZIONE

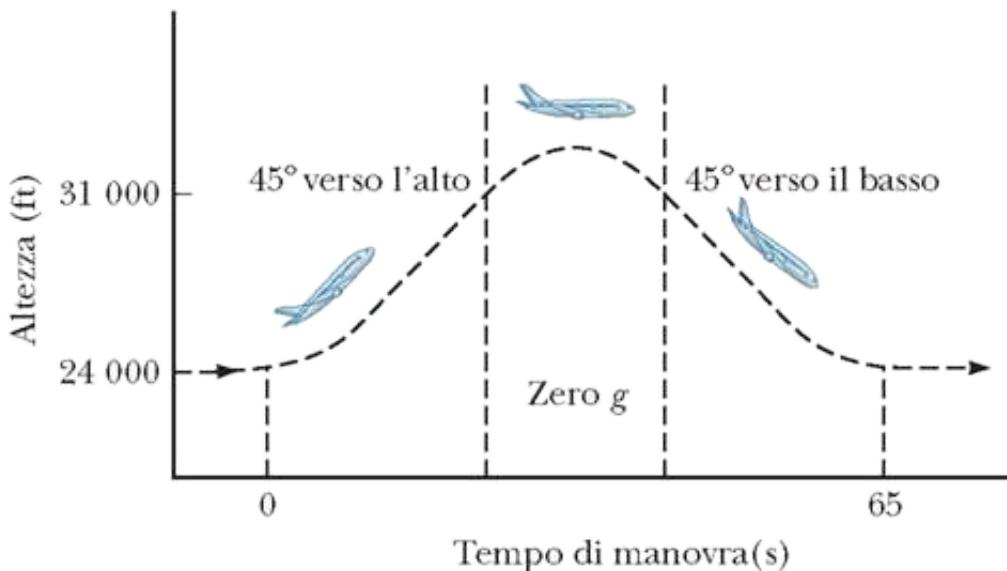


FIGURA P3.45

46. Un proiettile è lanciato lungo un piano inclinato (angolo di inclinazione ϕ) con una velocità iniziale v_i ad un angolo θ_i rispetto all'orizzontale ($\theta_i > \phi$), com'è mostrato in Figura P3.46. (a) Mostrare che il proiettile arriva a una distanza d su per il piano inclinato, dove

$$d = \frac{2v_i^2 \cos \theta_i \sin(\theta_i - \phi)}{g \cos^2 \phi}$$

(b) Quali sono i valori di θ_i per cui d è massimo, e qual è questo valore massimo?

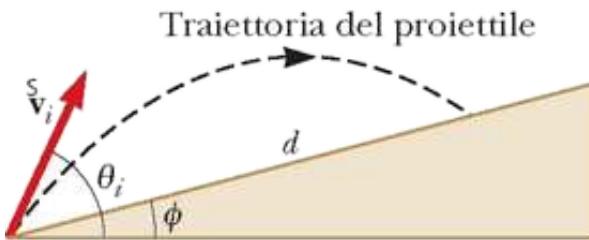


FIGURA P3.46

47. Un giocatore di basket alto 2.00 m è fermo sul campo da gioco a 10.0 m dal canestro, come in Figura P3.47. Egli lancia la palla ad un angolo di 40.0° rispetto all'orizzontale, il canestro si trova a 3.05 m di altezza. (a) Qual è l'accelerazione della palla nel picco della traiettoria? (b) Quale dovrebbe essere la velocità iniziale di lancio per centrare il canestro senza colpire il tabellone?

VISUALIZZA SOLUZIONE

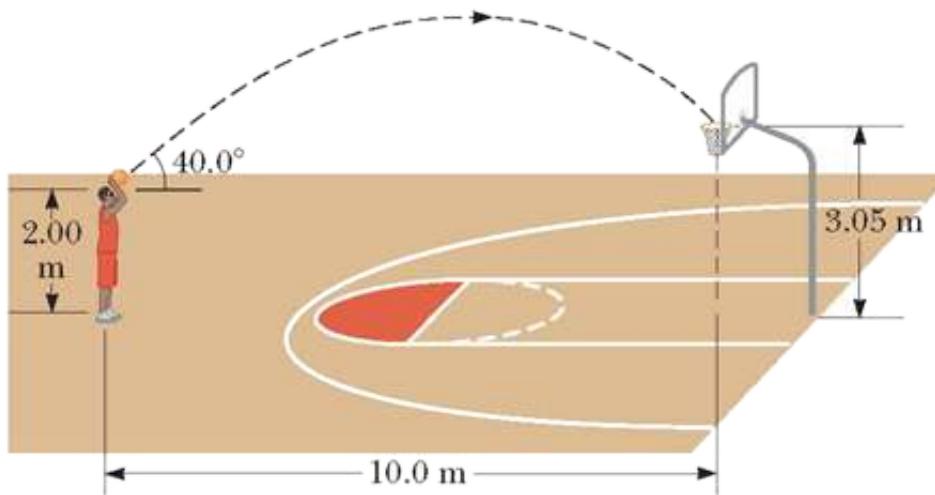


FIGURA P3.47

48. Un furgone carico di angurie si ferma improvvisamente per evitare di cadere oltre il bordo di un ponte interrotto (Fig. P3.48). L'arresto rapido fa sì che un certo numero di angurie voli fuori del furgone. Una di esse rotola oltre il bordo con una velocità iniziale $v_i = 10.0 \text{ m/s}$ nella direzione orizzontale. Una sezione trasversale della scarpata ha la forma della parte bassa di una semiparabola con il vertice sul bordo della strada, e descritta dall'equazione $y^2 = 16x$, dove x e y sono misurati in metri. Quali sono le coordinate x e y dell'anguria quando si spaccica sulla scarpata?

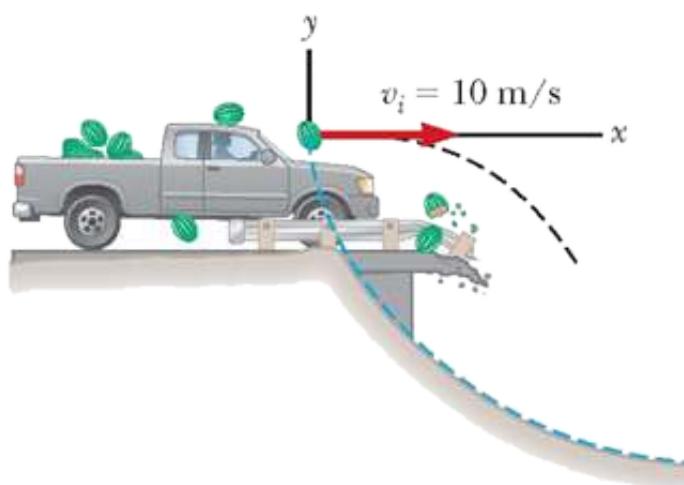


FIGURA P3.48

49. Perché la sedente situazione è impossibile? Un adulto di proporzioni normali cammina rapidamente nella direzione $+x$, rimanendo dritto e mantenendo il suo braccio destro in posizione verticale affianco al suo corpo in modo tale che il braccio non oscilli. Nella mano destra tiene una palla ad un'altezza h rispetto al suolo. Quando la palla passa sopra un punto indicato come $x = 0$ sul pavimento orizzontale, egli apre le dita per rilasciare la palla. La palla colpisce il suolo la prima volta a $x = 7.00 h$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Durante una partita di baseball, un giocatore esterno lancia la palla al suo ricevitore nel tentativo di eliminare un corridore prima che arrivi alla casa base. La palla rimbalza una volta prima di arrivare al ricevitore. Si supponga che dopo il rimbalzo la palla mantenga lo stesso angolo θ con cui il giocatore l'ha lanciata, come in Figura P3.50 ma che perda metà della sua velocità. (a) Assumendo che la palla sia lanciata sempre con la stessa velocità iniziale e trascurando la resistenza

dell'aria, a che angolo θ dovrebbe essere lanciata la palla perché con un rimbalzo (traiettoria blu) raggiunga la stessa distanza D che raggiungerebbe se fosse lanciata con un'angolazione di 45.0° senza rimbalzo (traiettoria verde)? (b) Determinare il rapporto fra i tempi dei lanci con un rimbalzo e senza rimbalzo.

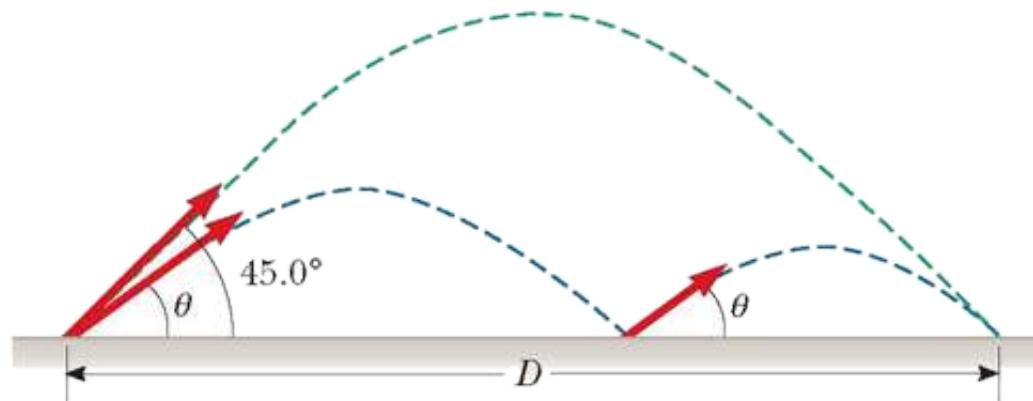


FIGURA P3.50

51. Perché la seguente situazione è impossibile? Albert Pujols colpisce la palla in modo tale da superare appena una parete alta 24.0 m, posta a 130 m dalla pedana di lancio. La palla è colpita a 41.7 m/s ad un angolo di 35.0° con l'orizzontale, e la resistenza dell'aria è trascurabile.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

52. Uno sciatore lascia la rampa di salto con una velocità $v = 10.0$ m/s, a $\theta = 15.0^\circ$ al di sopra dell'orizzontale come in Figura P3.52. La discesa è inclinata a $\phi = 50.0^\circ$, e la resistenza dell'aria è trascurabile. Trovare (a) la distanza alla quale atterra il saltatore sulla discesa e (b) le componenti della velocità proprio prima di atterrare. (c) Come pensate che i risultati possano essere influenzati se si include la resistenza dell'aria?

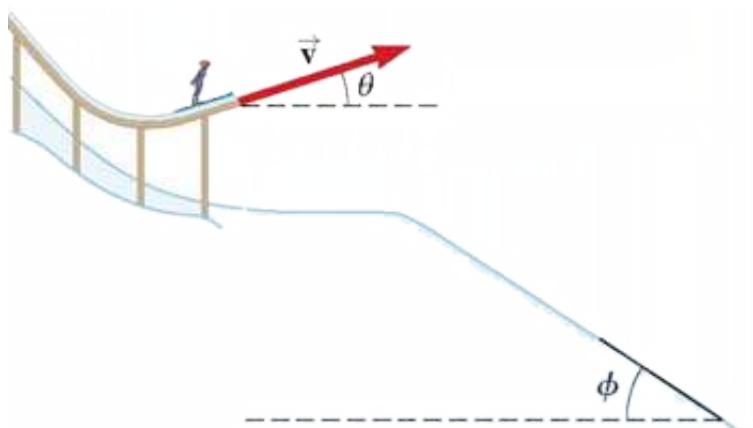


FIGURA P3.52

53. Un bombardiere della Seconda Guerra Mondiale vola orizzontalmente sopra un terreno pianeggiante, con una velocità di 275 m/s relativa al suolo, ad un'altitudine di 3. km. Il bombardiere sgancia una bomba. (a) Quale distanza essa percorre orizzontalmente fra il punto di sgancio e quello dell'impatto col suolo? Si trascuri la resistenza dell'aria. (b) Il pilota mantiene la rotta, l'altezza, e la velocità originarie sotto il fuoco della contraerea. Dove si troverà l'aeroplano quando la bomba colpisce il suolo? (c) L'aereo ha un mirino telescopico in modo che la bomba colpisca il bersaglio visto nel mirino al momento del rilascio. A quale angolo rispetto alla verticale deve essere posto il mirino telescopico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Un astronauta sulla superficie della Luna spara con un cannone per lanciare una sonda per un esperimento, sonda che lascia la canna muovendosi orizzontalmente. (a) Quale deve essere la velocità iniziale della sonda cosicché compia un giro completo intorno alla Luna e ritorni al punto di partenza? (b) Quanto dura questo viaggio intorno alla Luna? Assumere che l'accelerazione di caduta libera sulla Luna sia un sesto di quella sulla Terra.

55. Un'automobile è parcheggiata su di una costa inclinata che sovrasta l'oceano, ad una inclinazione di 37.0° rispetto all'orizzonte. Il conducente negligente lascia la macchina senza marcia innestata ed il freno a mano è difettoso. La macchina parte da ferma giù per la discesa con una accelerazione costante di 4.00 m/s^2 e percorre 50.0 m per raggiungere il bordo dell'altura. Questa è a 30.0 m al di sopra dell'oceano. Trovare (a) la velocità dell'automobile quando raggiunge il bordo dell'altura ed (b) il tempo che impiega ad arrivare lì, (c) la velocità dell'automobile quando arriva al livello dell'oceano, (d) il tempo totale in cui l'automobile è in movimento e (e) la posizione dell'automobile rispetto alla base dell'altura quando l'automobile arriva a livello dell'oceano.

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Una persona che si trova alla sommità di una roccia semisferica di raggio R calcia una palla (inizialmente ferma sulla sommità della roccia) imprimendole una velocità orizzontale \vec{v}_i come in Figura P3.56. (a) Quale dovrebbe essere la sua velocità iniziale minima affinché non urti mai la roccia dopo essere stata calciata? (b) Con questa velocità iniziale, quanto distante, dalla base della roccia, la palla toccherà il suolo?

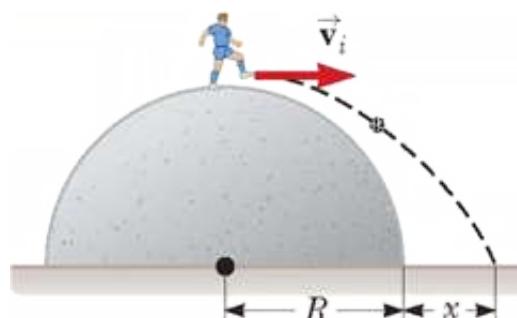


FIGURA P3.56

57. Un coyote ormai anziano non può correre abbastanza veloce da catturare la sua preda (cuculo corridore). Il coyote acquista su eBay un paio di pattini a rotelle Acme a propulsione, che gli forniscono una accelerazione orizzontale costante di 15.0 m/s^2 (Fig. P3.57). Il coyote parte da fermo da un punto a 70.0 m dal bordo di un burrone nell'istante in cui la preda scatta in direzione del burrone. (a) La preda si muove con velocità costante. Determinare la minima velocità che essa deve avere per raggiungere il burrone prima del coyote. Sull'orlo del burrone la preda scappa facendo una brusca virata mentre il coyote continua dritto. I pattini del coyote rimangono orizzontali e continuano ad operare mentre egli è in volo cosicché la sua accelerazione mentre è in aria è $(15.0\hat{i} - 9.80\hat{j}) \text{ m/s}^2$. (b) Il burrone è 100 m al di sopra della base di un canyon. Determinare dove il coyote

atterra nel canyon. (c) Determinare le componenti della velocità del coyote nel momento dell'impatto.

VISUALIZZA SOLUZIONE



FIGURA P3.57

58. L'acqua in un fiume scorre uniformemente ad una velocità costante di 2.50 m/s tra sponde parallele distanti 80.0 m. Devi consegnare un pacco proprio dall'altra parte del fiume, ma puoi nuotare solo a 1.50 m/s. (a) Se scegli di minimizzare il tempo speso nell'acqua, in quale direzione dovresti dirigerti? (b) Quanto lontano sarai portato dalla corrente? (c) Se scegli di minimizzare la distanza di trascinamento nel fiume in quale direzione ti dirigeresti? (d) Quanto lontano sarai portato dalla corrente?

59. Un pescatore si posiziona controcorrente in un fiume. La sua barchetta, spinta da un fuoribordo, naviga a velocità costante v in acque ferme. L'acqua del fiume scorre ad una velocità costante minore v_a . Dopo aver navigato controcorrente per 2.00 km, il suo contenitore del ghiaccio cade fuoribordo. Egli se ne accorge solo dopo aver continuato a navigare controcorrente per altri 15.0 min. A questo punto torna indietro a favore di corrente, sempre navigando alla stessa velocità relativa all'acqua. Egli riprende il suo contenitore di ghiaccio galleggiante proprio all'altezza del punto di partenza. Qual è la velocità della corrente? Risolvere questo problema in due modi. (a) Primo, usare la Terra come sistema di riferimento. Rispetto alla Terra, la barca naviga controcorrente alla velocità $v - v_a$ e a favore di corrente $v + v_a$. (b) Un secondo modo molto più semplice ed elegante consiste nell'usare l'acqua come sistema di riferimento. Questo approccio ha importanti applicazioni in molti problemi più complicati, come quelli del calcolo del moto di razzi e satelliti e nell'analisi della diffusione di particelle subatomiche da parte di bersagli massivi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Non colpirti; non colpire niente con la tua mano. Dai una descrizione di quanto la tua mano possa essere accelerata entro questi limiti. Calcolare un ordine di grandezza per la stima di quest'accelerazione, assegnando le grandezze che misuri o stimi e i loro valori.

61. Una catapulta lancia un razzo a un angolo di 53.0° al di sopra dell'orizzonte con una velocità iniziale di 100 m/s. Il motore a razzo si accende immediatamente e per 3.00 s il razzo si muove lungo la sua iniziale linea di moto con

un'accelerazione di 30.0 m/s^2 . Poi il suo motore si arresta, e il razzo prosegue a muoversi in caduta libera. Trovare (a) l'altezza massima raggiunta dal razzo, (b) il tempo totale di volo, e (c) la sua gittata.

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Una nave nemica è sulla riva est di una isola montagnosa, come mostrato in Figura P3.62. La nave nemica può manovrare entro 2 500 m dal picco della montagna alta 1 800 m e può sparare proiettili con una velocità iniziale di 250 m/s. Se la riva occidentale è a 300 m orizzontalmente dal picco, quali sono le distanze dalla spiaggia ad ovest alle quali una nave può essere al sicuro dal bombardamento della nave nemica?

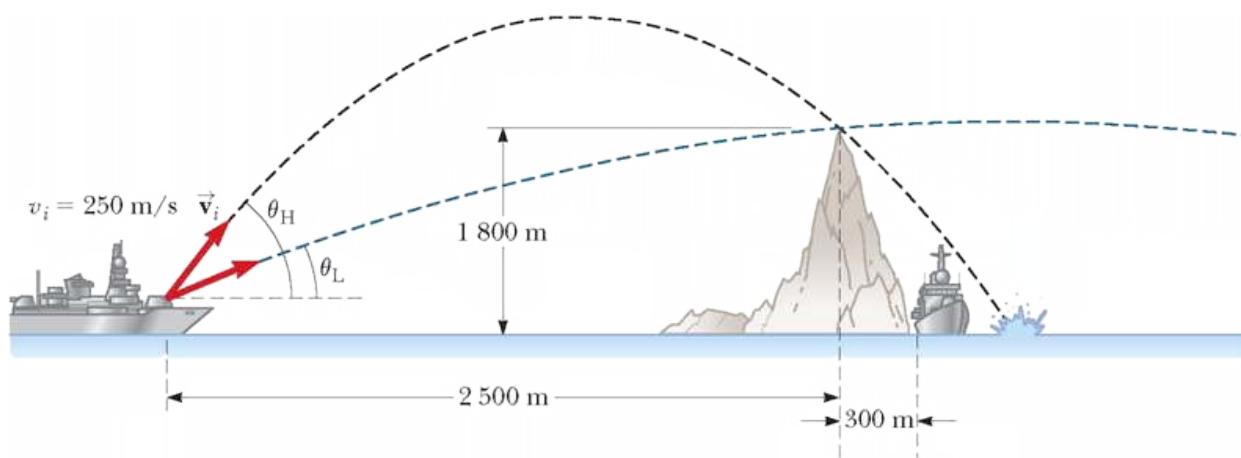


FIGURA P3.62

Le leggi del moto



AL PARKER PHOTOGRAPHY/Shutterstock.com

Due maschi adulti di mufloni, applicando in modo istintivo le leggi di Newton, competono per il dominio del branco. Ciascuno di essi esercita una forza sulla Terra mediante lo sforzo muscolare delle proprie gambe, aiutati dalle forze di attrito che evitano loro di scivolare. Le forze di reazione della Terra agiscono su ciascun animale e consentono loro di impennarsi e scontrare le teste. L'obiettivo è far perdere l'equilibrio all'avversario.

Nei due precedenti capitoli dedicati alla cinematica, abbiamo descritto il moto dei punti materiali basandoci sulla definizione di posizione, velocità ed accelerazione. A parte la nostra discussione sulla forza di gravità per gli oggetti in caduta libera, non abbiamo individuato che cosa determini il movimento di un oggetto in un determinato modo. Vorremmo essere in grado di rispondere a domande specifiche connesse alle cause del moto, come “Quale meccanismo causa il moto?” e “Perché alcuni oggetti accelerano più rapidamente di altri?”. In questo primo capitolo sulla dinamica descriveremo il cambiamento del moto dei punti materiali usando i concetti di forza e di massa. Discuteremo poi le tre leggi fondamentali del moto, che sono basate su osservazioni sperimentali e furono formulate circa tre secoli fa da Sir Isaac Newton.

4.1

Il concetto di forza

Ciascuno di noi ha una comprensione elementare del concetto di forza tratto dall'esperienza quotidiana. Quando spingi o trascini un oggetto, eserciti una forza su di esso. Quando lanci o calci una palla eserciti una forza. In questi esempi, la parola *forza* è associata al risultato dell'attività muscolare e ad un qualche cambiamento nello stato di moto di un oggetto. Però, le forze non sempre causano il movimento di un oggetto. Per esempio, se sei seduto al tavolo leggendo questo libro, la forza di gravità agisce sul tuo corpo e tuttavia resti in quiete. Tu puoi spingere un blocco di pietra senza riuscire a metterlo in moto.

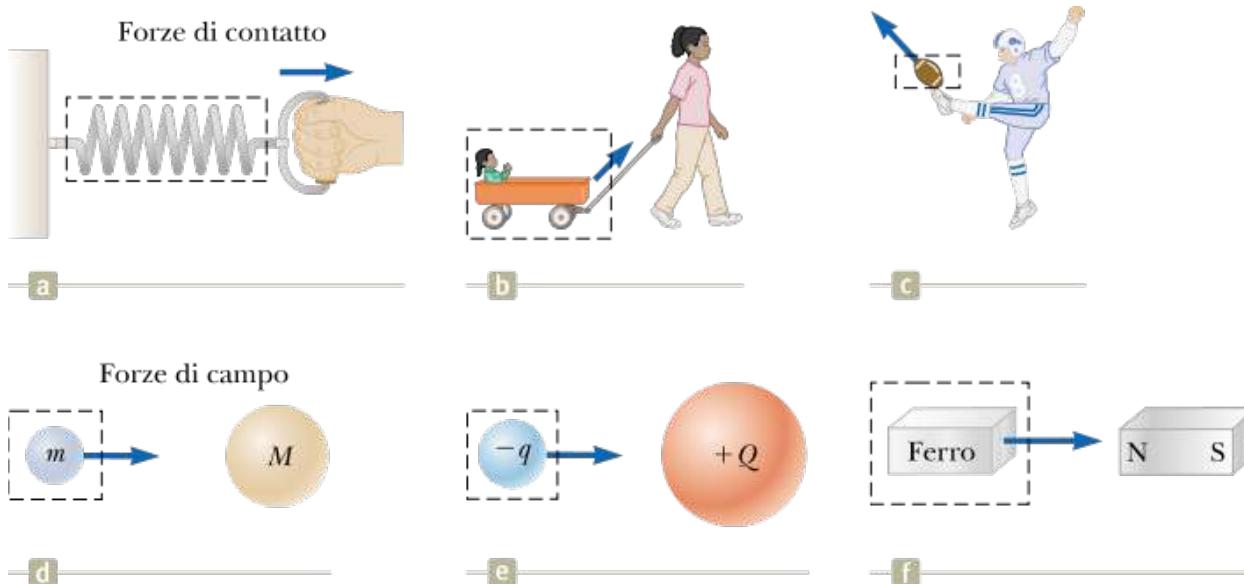


FIGURA 4.1 Alcuni esempi di forze applicate a vari oggetti. In ogni caso, una forza è esercitata su una particella o un oggetto nel riquadro. L'ambiente esterno al riquadro fornisce questa forza.

Questo capitolo tratterà la relazione fra la forza agente su un oggetto e la variazione del moto dell'oggetto. Se si tira una molla, come in Figura 4.1a, la molla si allunga. Se la molla è calibrata, la distanza di cui si allunga può essere adoperata per misurare l'intensità della forza. Se un bambino tira un carrello come in Figura 4.1b, esso si muoverà. Infine, quando si calcia un pallone, come in Figura 4.1c, il pallone viene sia deformato che messo in moto. Questi sono tutti esempi di una classe di forze dette *forze di contatto*. Cioè, esse rappresentano il risultato di un contatto fisico fra due oggetti.



Bridgeman-Giraudon/Art Resource, NY

ISAAC NEWTON Fisico inglese e matematico (1642-1727) Isaac Newton fu uno dei più brillanti scienziati della storia. Prima dei trent'anni, formulò i concetti base e le leggi della meccanica, scoprì la legge di gravitazione universale, e inventò i metodi matematici di calcolo. Come conseguenza delle sue teorie, Newton fu in grado di spiegare il moto dei pianeti, i flussi e riflussi delle maree, e numerose caratteristiche particolari del moto della Luna e della Terra. Egli inoltre interpretò numerose osservazioni fondamentali sulla natura della luce. Il suo contributo alle teorie fisiche dominò il pensiero scientifico per due secoli e rimane ancora oggi fondamentale.

Esiste un'altra classe di forze che non comportano il contatto fisico fra due oggetti. Queste forze, note come *campi di forza*, possono agire attraverso lo spazio vuoto. La forza di attrazione gravitazionale fra due oggetti che causa l'accelerazione di gravità descritta nei Capitoli 2 e 3 è un esempio di questa classe di forze, illustrata in Figura 4.1d. La forza gravitazionale tiene gli oggetti legati alla Terra ed è l'origine di ciò che comunemente chiamiamo *peso* di un oggetto. I pianeti del nostro sistema solare sono tenuti insieme e orbitano intorno al Sole per effetto dell'azione delle forze gravitazionali. Un altro esempio comune di un campo di forza è la forza elettrica che una carica elettrica esercita su un'altra, come in Figura 4.1e. Queste cariche possono essere un elettrone e un protone che formano un atomo di idrogeno. Un terzo esempio di un campo di forza è la forza esercitata da una barra magnetica su un pezzo di ferro, come mostrato in Figura 4.1f.

La distinzione fra forze di contatto e campi di forze non è così netta come si sarebbe portati a ritenerne dalla precedente discussione. A livello atomico, le cosiddette forze di contatto sono in realtà dovute alle forze elettriche (campi) del tipo delle forze elettriche attrattive, illustrato in Figura 4.1e. Nondimeno, nella comprensione dei fenomeni macroscopici è conveniente usare ambedue le classificazioni di forza.

Per misurare una forza è conveniente usare la deformazione lineare di una molla, come nel caso del dinamometro. Supponiamo che una forza sia applicata verticalmente ad una molla

con l'estremità superiore fissata, come in Figura 4.2a. Pos: siamo calibrare la molla definendo l'unità di forza, \vec{F}_1 , come la forza che produce : un'elongazione di 1.00 cm. Se una forza \vec{F}_2 , applicata come in Figura 4.2b, produce : : un'elongazione di 2.00 cm, il modulo di \vec{F}_2 è 2.00 unità. Se le due forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 sono applicate simultaneamente, come in Figura 4.2c, l'elongazione della molla è 3.00 cm poiché le forze sono applicate nella stessa direzione e verso e i loro moduli si : sommano. Se le due forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 sono applicate in direzioni perpendicolari, come in Figura 4.2d, l'elongazione è $\sqrt{(1.00)^2 + (2.00)^2} \text{ cm} = \sqrt{5.00} \text{ cm} = 2.24 \text{ unità}$. La singola forza \vec{F} che produrrebbe la stessa elongazione è la somma vettoriale di \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , come descritto in Figura 4.2d. Cioè, $|\vec{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2.24$ unità, e la sua direzione è $\theta = \tan^{-1}(-0.500) = -26.6^\circ$. Poiché le forze si comportano sperimentalmente come vettori, bisogna adoperare le regole della somma vettoriale per ottenere la forza risultante su un corpo.

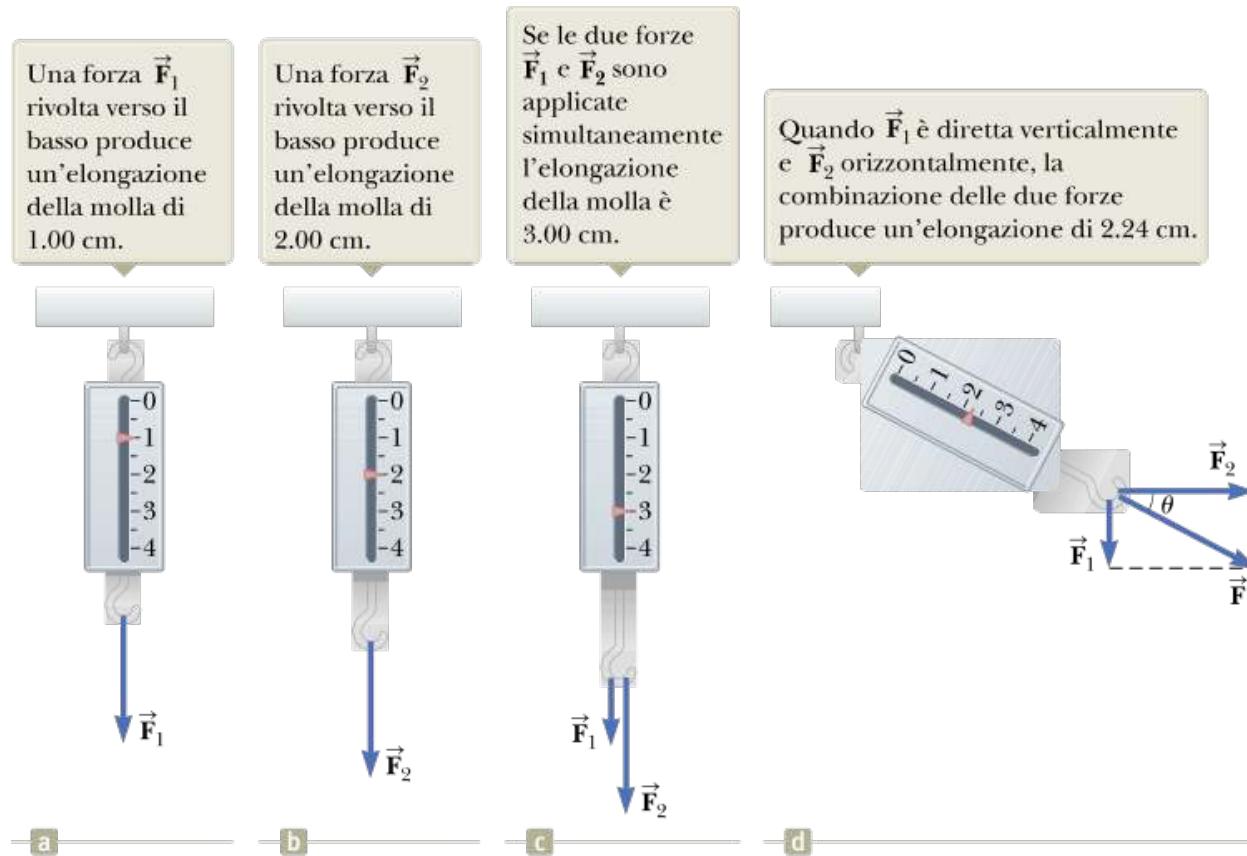


FIGURA 4.2 La natura vettoriale di una forza è verificata con un dinamometro.

La prima legge di Newton

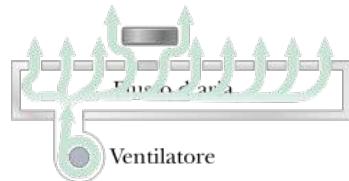


FIGURA 4.3 In un tavolo da hockey ad aria, l'aria che esce dai fori nella superficie del tavolo consente al disco di muoversi quasi senza attrito. Se il tavolo non è accelerato, un disco posto sul tavolo rimarrà in quiete rispetto al tavolo se non ci sono forze orizzontali che agiscono su di esso.

Cominciamo il nostro studio sulle forze immaginando di posizionare un disco su di un tavolo da hockey ad aria perfettamente livellato (Fig. 4.3). Ci si aspetta che il disco rimanga dove è stato messo. Immaginiamo ora di mettere il tavolo di hockey ad aria su di un treno che si muove con velocità costante. Se il disco viene messo sul tavolo, esso rimane dove posizionato anche in questo caso. Se il treno stesse accelerando, invece, il disco comincerebbe a muoversi lungo il tavolo, proprio come le carte sul cruscotto cadono sulla poltrona anteriore dell'auto quando si accelera.

Come si è visto nel Paragrafo 3.6, un corpo in movimento può essere osservato da un qualsiasi numero di sistemi di riferimento. La **prima legge di Newton del moto**, talvolta detta *principio di inerzia*, definisce un insieme speciale di sistemi di riferimento chiamanti *riferimenti inerziali*. Questa legge può essere espressa così:

PRIMA LEGGE DI NEWTON

Se un corpo non interagisce con altri corpi, è possibile identificare un sistema di riferimento nel quale il corpo ha accelerazione nulla.

SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE

Un tale sistema di riferimento è chiamato **sistema di riferimento inerziale**. Quando il disco si trova sul tavolo da hockey ad aria sulla terra, lo stiamo osservando da un sistema di riferimento inerziale; non ci sono interazioni orizzontali del disco con altri oggetti e lo osserviamo con accelerazione nulla in direzione orizzontale. Anche quando siamo sul treno in moto con velocità costante stiamo osservando il disco da un sistema di riferimento inerziale. Un qualsiasi sistema di riferimento che si muove con velocità costante relativa ad un sistema di riferimento inerziale è esso stesso un sistema di riferimento inerziale. Quando il treno accelera, invece, stiamo osservando il disco da un **sistema di riferimento non inerziale** perché, con il treno, anche noi stiamo accelerando rispetto al sistema di riferimento inerziale della superficie terrestre. Sebbene, dalle nostre osservazioni, il disco sembri accelerare, possiamo identificare un sistema di riferimento in cui il disco ha accelerazione zero. Per esempio, un osservatore esterno al treno, a terra, vede il disco che si muove con la stessa velocità che il treno aveva prima che cominciasse ad accelerare (perché manca quasi del tutto l'attrito a vincolare il disco ed il treno insieme). Pertanto, la prima legge di Newton è soddisfatta anche in questo caso anche se la nostra osservazione ci dice il contrario.

Un sistema di riferimento che si muova con velocità costante rispetto alle stelle lontane è la migliore approssimazione di sistema di riferimento inerziale e, per i nostri scopi, possiamo considerare la Terra come un sistema di riferimento siffatto. La Terra non è realmente un riferimento inerziale a causa del suo moto orbitale intorno al Sole e del suo moto di rotazione attorno al proprio asse, che sono entrambi origine di accelerazioni centripete. Queste accelerazioni, comunque, sono piccole se paragonate a g e possono essere spesso trascurate (questo è un modello semplificato). Per questa ragione assumiamo che la Terra sia un riferimento inerziale, così come un qualsiasi riferimento ad essa solidale.

Assumiamo di osservare un corpo da un sistema di riferimento inerziale. Prima del 1600, gli scienziati ritenevano che lo stato naturale della materia fosse lo stato di quiete. Le osservazioni dimostravano che oggetti in moto prima o poi si fermano. Galileo fu il primo ad assumere un atteggiamento alquanto diverso rispetto al moto e allo stato naturale della materia. Egli concepì degli esperimenti concettuali e ne concluse che non è nella natura di un oggetto fermarsi una volta che sia posto in moto: piuttosto è nella sua natura *opporsi alle variazioni di moto*. Come egli stesso affermò, “Una volta comunicata ad un corpo una

qualsiasi velocità, questa sarà invariabilmente mantenuta fino a quando non ci saranno cause esterne ritardanti”.

Data la nostra assunzione di osservazioni fatte da un riferimento inerziale, possiamo formulare per la prima legge del moto di Newton un enunciato più pratico:

UN’ALTRA FORMULAZIONE DELLA PRIMA LEGGE DI NEWTON

In assenza di forze esterne, quando visto da un sistema di riferimento inerziale, un oggetto in quiete rimarrà in quiete e un oggetto in moto persevererà nello stato di moto con velocità costante (vale a dire moto rettilineo a velocità costante).

In termini più semplici, possiamo affermare che **quando su un corpo non agisce alcuna forza, la sua accelerazione è zero**. In assenza di cause che mutino il moto di un corpo la sua velocità non cambia. Dalla prima legge concludiamo che un qualsiasi *corpo isolato* (un corpo che non interagisce con l’ambiente circostante) è o a riposo o in moto con velocità costante. La tendenza di un corpo a resistere ai cambiamenti della sua velocità si chiama **inerzia**.

Consideriamo una navicella spaziale che viaggia nello spazio abbastanza lontano da qualsiasi pianeta o altra materia. La navicella richiede un qualche sistema di propulsione per variare la sua velocità. Se il sistema di propulsione è spento quando la navicella raggiunge una velocità \mathbf{v} ; essa prosegue nello spazio con la stessa velocità e gli astronauti usufruiscono di un “viaggio gratuito” (cioè nessun sistema di propulsione è necessario per mantenerli in moto con velocità \mathbf{v}).

Infine, ricordiamo la nostra discussione nel Capitolo 2 riguardante la proporzionalità fra forza e accelerazione:

$$\vec{\mathbf{F}} \propto \vec{\mathbf{a}}$$

La prima legge di Newton ci dice che la velocità di un oggetto non varia se su di esso non agisce alcuna forza; l’oggetto rimane nel suo stato di moto. La precedente proporzionalità ci dice che se una forza *agisce*, allora si verifica una variazione nel moto, misurata dalla sua accelerazione. Questa nozione formerà la base della seconda legge di Newton, e noi forniremo brevemente altri dettagli su questo concetto.

QUIZ RAPIDO 4.1

Quale di queste affermazioni è corretta? **(a)** È possibile che un oggetto sia dotato di moto in assenza di forze agenti su di esso. **(b)** È possibile che su un oggetto in quiete agiscano delle forze. **(c)** Nessuna delle affermazioni (a) e (b) è corretta. **(d)** Entrambe le affermazioni (a) e (b) sono corrette.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Prevenire le insidie

4.1 Prima legge di Newton

La prima legge di Newton non dice cosa accade ad un oggetto su cui la forza netta agente sia zero, cioè, forze multiple che si cancellano; afferma cosa succede in assenza di forze esterne. Questa sottile ma importante differenza ci consente di definire la forza come ciò che causa una variazione nel moto. La descrizione di un oggetto sotto l’azione di forze che si bilanciano è trattata dalla seconda legge di Newton.

Massa

Immaginiamo di giocare a prendere o una palla da ping-pong o una palla da bowling. Quale delle due è più probabile che continui a muoversi quando cerchi di prenderla? Quale palla ha la tendenza più marcata a rimanere ferma quando cerchi di lanciarla? La palla da bowling è più resistente a cambiamenti di velocità rispetto alla palla da ping-pong. Come si può rendere quantitativamente questo concetto?

DEFINIZIONE DI MASSA

La **massa** è la proprietà di un oggetto che specifica la resistenza a cambiare la propria velocità e, come abbiamo imparato nel Paragrafo 1.1, l'unità del Sistema Internazionale della massa è il chilogrammo. Maggiore è la massa di un oggetto, minore è l'accelerazione dell'oggetto sottoposto ad una data forza applicata.

Per descrivere la massa quantitativamente cominciamo col paragonare sperimentalmente le accelerazioni che una data forza produce per diversi oggetti. Supponiamo che una forza che agisce su di un corpo di massa m_1 produca un'accelerazione \vec{a}_1 e che la stessa forza agendo su di un corpo di massa m_2 produca un'accelerazione \vec{a}_2 . Il rapporto delle due masse è definito come l'inverso del rapporto dei moduli delle accelerazioni prodotte dalla forza:

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$$

4.1◀

Per esempio, se una data forza che agisce su di un corpo di 3 kg produce un'accelerazione di 4 m/s², la stessa forza applicata ad un corpo di 6 kg produce un'accelerazione di 2 m/s². Se un oggetto ha massa nota, la massa di un altro oggetto può essere ricavata dalla misura delle accelerazioni.

La massa è una proprietà intrinseca di un corpo ed è indipendente da ciò che lo circonda e dal metodo adoperato per misurarla. Inoltre, la massa è una quantità scalare e pertanto obbedisce alle regole dell'aritmetica ordinaria. Cioè, masse diverse si possono mettere insieme come semplici numeri. Per esempio, se mettiamo insieme una massa di 3 kg con una massa di 5 kg, la loro massa totale è di 8 kg. Ciò si può verificare sperimentalmente confrontando l'accelerazione di ciascun oggetto prodotta da una forza nota con l'accelerazione del sistema complessivo usando la stessa forza.

MASSA E PESO SONO GRANDEZZE DIFFERENTI

La massa non deve essere confusa con il peso. Massa e peso sono due grandezze diverse. Come vedremo nel seguito di questo capitolo, il peso di un corpo è uguale al modulo della forza gravitazionale esercitata sull'oggetto e dipende dal pianeta sul quale il corpo risiede. Per esempio, una persona che pesa 90 kg-peso sulla Terra pesa soltanto 15 kg-peso sulla Luna. Tuttavia, la massa di un corpo è sempre la stessa ovunque. Un oggetto che ha una massa di 2 kg sulla Terra ha pure una massa di 2 kg sulla Luna.

Prevenire le insidie
4.2 La forza è la causa della variazione del moto

Il ruolo della forza ti deve essere chiaro. Molto spesso gli studenti commettono l'errore di pensare che la forza sia la causa del moto. In realtà un oggetto può essere dotato di moto in assenza di forze agenti su di esso, come

descritto dalla prima legge di Newton. Perciò, la forza non è la causa del *moto*. Sia chiaro, invece, che la forza è la causa delle *variazioni* del moto.

La seconda legge di Newton

La prima legge di Newton spiega cosa accade ad un oggetto quando non agisce su di esso alcuna forza: in tali circostanze, l'oggetto o rimane in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme. Ciò ci consente di definire un sistema di riferimento inerziale. Ci consente pure di identificare la forza come ciò che varia il moto. La seconda legge di Newton risponde alla domanda di cosa accade ad un oggetto su cui agisce una forza risultante non nulla, basata sulla nostra discussione della massa nel paragrafo precedente.

Immagina una situazione in cui stai spingendo un blocco di ghiaccio su una su: perficie orizzontale liscia. Quando eserciti una qualche forza orizzontale \vec{F} , il blocco si muove con una certa accelerazione \vec{a} . Gli esperimenti mostrano che se applichi una forza di intensità doppia, l'accelerazione raddoppia. Analogamente, se la forza è aumentata a $3\vec{F}$, l'accelerazione è triplicata, e così via. Da tali osservazioni possiamo concludere che l'accelerazione di un oggetto è direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di esso. Ci siamo riferiti a questa proporzionalità nella nostra discussione dell'accelerazione nel Capitolo 2. Sappiamo inoltre dalla precedente discussione che il modulo dell'accelerazione di un oggetto è inversamente proporzionale alla sua massa: $|\vec{a}| \propto 1/m$. Queste osservazioni sono riassunte nella **seconda legge di Newton**:

SECONDA LEGGE DI NEWTON

Se osservato da un sistema di riferimento inerziale, l'accelerazione di un oggetto è direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di esso e inversamente proporzionale alla sua massa.

Scriviamo ciò come

$$\vec{a} \propto \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

¹ L'Equazione 4.2 è valida solamente quando la velocità dell'oggetto è molto inferiore alla velocità della luce. Tratteremo gli effetti relativistici nel Capitolo 9.

dove $\sum \vec{F}$ è la **forza risultante**, che è la somma vettoriale di *tutte* le forze agenti sull'oggetto di massa m . Se l'oggetto consiste di un sistema di singoli elementi, la forza risultante è la somma vettoriale di tutte le forze *esterne* al sistema. Qualunque forza *interna* – cioè, forze fra gli elementi del sistema – non sono incluse poiché non influiscono sul moto dell'intero sistema. La forza risultante è qualche volta chiamata *somma delle forze, forza totale* oppure *forza non bilanciata*.

La seconda legge di Newton in forma matematica è un'affermazione di questa relazione che rende la precedente proporzionalità una uguaglianza:¹

RAPPRESENTAZIONE MATEMATICA DELLA SECONDA LEGGE DI NEWTON

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

4.2◀

Si noti che l'Equazione 4.2 è un'espressione *vettoriale* e quindi è equivalente alle seguenti tre equazioni componenti:

SECONDA LEGGE DI NEWTON IN FORMA DI COMPONENTI

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z$$

4.3◀

La seconda legge di Newton ci introduce in un nuovo modello di analisi, la particella sottoposta a una forza risultante. Se una particella, o un oggetto che può essere assimilato a una particella, è sottoposto all'azione di una forza totale, allora l'Equazione 4.2, l'espressione matematica della seconda legge di Newton, può essere usata per descrivere il

suo moto. L'accelerazione è costante se la forza totale è costante. Quindi, la particella sottoposta a una forza totale può avere il suo moto previsto per una particella con accelerazione costante. Non tutte le forze sono costanti e quando non lo sono il moto della particella non sarà un moto con accelerazione costante. Investigheremo delle situazioni in questo capitolo e nel prossimo che coinvolgeranno forze sia costanti sia variabili.

QUIZ RAPIDO 4.2

Un oggetto non è soggetto ad accelerazione. Quale delle seguenti affermazioni non può essere corretta? (a) Una singola forza agisce sull'oggetto. (b) Nessuna forza agisce sull'oggetto. (c) Alcune forze agiscono sull'oggetto, ma la risultante è nulla.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 4.3

Un oggetto, inizialmente a riposo, viene spinto su una superficie liscia con una forza costante per un intervallo di tempo Δt , tale che la velocità finale dell'oggetto sia v . Successivamente l'esperimento viene ripetuto ma con una forza doppia. Qual è l'intervallo di tempo necessario per raggiungere la stessa velocità finale? (a) $4 \Delta t$ (b) $2 \Delta t$ (c) Δt (d) $\Delta t/2$ (e) $\Delta t/4$.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Prevenire le insidie 4.3

$ma\vec{a}$ non è una forza

L'Equazione 4.2 *non* dice che $ma\vec{a}$ è una forza. Tutte le forze agenti su un oggetto sono sommate vettorialmente per determinare, nella parte sinistra dell'equazione, la forza risultante. Questa forza risultante è egualata al prodotto della massa dell'oggetto per l'accelerazione causata dalla stessa forza risultante. *Non* dovete includere nella vostra analisi delle forze agenti su un oggetto "una forza $ma\vec{a}$ ".

Unità di forza

L'unità SI della forza è il **newton**, che è definito come la forza che agendo su una massa di 1 kg produce un'accelerazione di 1 m/s^2 .

Da questa definizione e dalla seconda legge di Newton, vediamo che il newton può essere espresso in termini delle seguenti unità fondamentali di massa, lunghezza e tempo:

DEFINIZIONE DEL NEWTON

$$1 \text{ N} \equiv 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

4.4

Le unità di massa, accelerazione, e forza sono riassunte nella Tabella 4.1. La maggior parte dei calcoli che faremo nel nostro studio della meccanica sarà in unità SI. I fattori di conversione fra le unità SI e il sistema convenzionale U.S. sono dati in Appendice A.

TABELLA 4.1 | Unità di massa, accelerazione, e forza

Sistema di unità	Massa (M)	Accelerazione (L/T ²)	Forza (ML/T ²)
SI	kg	m/s ²	N = kg · m/s ²
Sistema convenzionale U.S.	slug	ft/s ²	lb = slug · ft/s ²

FISICA RAGIONATA 4.1

In un treno le carrozze sono collegate per mezzo di *ganci*. I ganci tra le carrozze sono sottoposti a una tensione quando il treno è tirato dalla locomotiva che si trova in testa. Immagina che il treno aumenti la sua velocità nella direzione di marcia. Procedendo dalla locomotiva all'ultima carrozza la tensione nei ganci *aumenta, diminuisce, o rimane costante?* Cosa accade se il macchinista aziona i freni? Come varia la forza dalla locomotiva all'ultima carrozza in questo caso? (Si assume che i freni applicati siano soltanto quelli sul motore.)

Ragionamento La forza *diminuisce* dalla testa alla coda del treno. Il gancio fra la locomotiva e la prima carrozza deve applicare una forza sufficiente per accelerare tutte le altre carrozze. Muovendosi verso la coda del treno, ciascun gancio accelera una massa minore dietro di esso. L'ultimo gancio accelera soltanto l'ultima carrozza, sicché essa è soggetto alla tensione minima. Se si azionano i freni, la forza diminuisce ancora dalla testa alla coda del treno. Il primo gancio, dietro la locomotiva, deve applicare una forza sufficientemente grande per frenare tutte le carrozze che seguono. Il gancio finale deve soltanto applicare una forza sufficiente a frenare la massa dell'ultima carrozza.

Esempio 4.1 Un disco da hockey accelerato

Un disco da hockey di massa 0.30 kg scorre sulla superficie orizzontale priva d'attrito di una pista di ghiaccio. Esso è colpito simultaneamente da due diverse mazze da hockey, come mostrato in Figura 4.4. La forza \vec{F}_1 ha modulo 5.0 N, e la forza \vec{F}_2 ha modulo 8.0 N. Determinare l'accelerazione del disco mentre è in contatto con le due mazze.

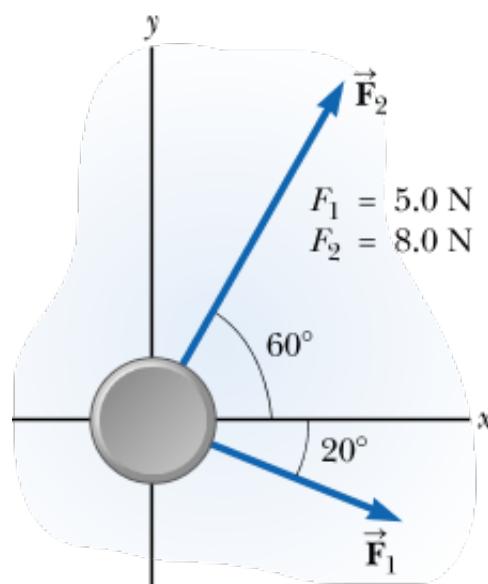


FIGURA 4.4 (Esempio 4.1) Un disco da hockey in moto su una superficie priva di attrito è soggetto alle due forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 .

E se...? Supponiamo che tre diverse mazze da hockey colpiscano contemporaneamente il disco e che due esercitino le forze mostrate in Figura 4.4. Il risultato delle tre forze è tale per cui il disco *non* subisce alcuna accelerazione. Quali devono essere le componenti delle terza forza applicata al disco?

VEDI RISPOSTA

VISUALIZZA SOLUZIONE

La forza gravitazionale e il peso

² Questa affermazione rappresenta un modello semplificato, in quanto trascura che la distribuzione della massa della Terra non è perfettamente sferica.

Siamo tutti consapevoli del fatto che i corpi sono attratti dalla Terra. La forza esercitata dalla Terra su un oggetto è la **forza gravitazionale** \vec{F}_g . Questa forza è diretta verso il centro della Terra.² Il modulo della forza gravitazionale si chiama **peso** F_g dell'oggetto.

Abbiamo visto nei Capitoli 2 e 3 che un corpo in caduta libera subisce un'accelerazione \vec{g} diretta verso il centro della Terra. Un oggetto in caduta libera ha soltanto una forza agente su esso, la forza di gravità, sicché la forza risultante sull'oggetto è uguale alla forza di gravità:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_g$$

Poiché l'accelerazione di un corpo in caduta libera è uguale all'accelerazione di gravità \vec{g} , segue che

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F}_g = m\vec{g}$$

ossia, in modulo,

$$F_g = mg$$

4.5 ◀



Eugene Cernan/NASA

Prevenire le insidie 4.4 "Peso di un oggetto"

L'espressione "peso di un oggetto" è molto comune e frequente. Tuttavia, il peso non è una proprietà intrinseca di un oggetto; piuttosto è una misura della forza di gravitazione tra l'oggetto e la Terra (o un altro pianeta). Pertanto, il peso è una proprietà di un sistema di corpi: l'oggetto e la Terra.

Prevenire le insidie 4.5 Il chilogrammo non è un'unità di peso

Avrai visto la "conversione" 1 kg = 2.2 lb. Malgrado l'uso comune di esprimere il peso in chilogrammi, il chilogrammo non è un'unità del peso, ma un'unità della massa. La conversione riportata sopra non è un'uguaglianza, ma un'equivalenza, valida solo sulla superficie della Terra.

L'unità di supporto vitale posta sulle spalle dell'astronauta Harrison Schmitt pesa 300 lb sulla terra ed ha una massa di 136 kg. Durante la fase di preparazione, fu utilizzato un modello del peso di 50 lb e di massa 23 kg. Sebbene questa strategia simulasse correttamente il peso ridotto dell'unità sulla Luna, non simulava in modo corretto la massa invariata dell'oggetto. Fu molto più difficile accelerare l'unità da 136 kg sulla Luna (ad esempio mediante un salto o una rotazione) che accelerare l'unità da 23 kg sulla Terra.

Poiché dipende da g , il peso varia con la posizione geografica, come abbiamo accennato nel Paragrafo 4.3. I corpi pesano di meno a grandi altezze che al livello del mare poiché g decresce con l'aumentare della distanza dal centro della Terra. Quindi, il peso, diversamente dalla massa, non è una proprietà intrinseca di un corpo. È una proprietà del *sistema* costituito dall'oggetto e dalla Terra. Per esempio, se un corpo ha una massa di 70 kg, allora il suo peso in un posto dove $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ è $mg = 686 \text{ N}$. In cima ad una montagna dove $g = 9.76 \text{ m/s}^2$, il peso del corpo sarebbe 683 N. Quindi, se vuoi perdere

peso senza fare una dieta, scala una montagna oppure pesati a 9 000 m durante un volo in aereo.

Poiché $F_g = mg$, possiamo confrontare le masse di due corpi misurando i loro pesi con un dinamometro. In un dato posto (quindi g è fissato) il rapporto dei pesi di due corpi è uguale al rapporto delle loro masse.

L'Equazione 4.5 quantifica la forza gravitazionale agente sul corpo, ma si noti che questa equazione non richiede che il corpo sia in movimento. Anche per un oggetto fermo, o un oggetto sul quale agiscano diverse forze, si può usare l'Equazione 4.5 per calcolare il modulo della forza di gravità. Questo risultato implica un sottile spostamento nell'interpretazione di m nell'equazione. La massa m nell'Equazione 4.5 gioca il ruolo di determinare l'intensità dell'attrazione gravitazionale fra l'oggetto e la Terra. Questo è un ruolo completamente diverso da quello precedentemente descritto per la massa, quello di misurare la resistenza alle variazioni di moto come risposta ad una forza esterna. In tale ruolo, la massa è anche chiamata **massa inerziale**. Nell'Equazione 4.5 chiamiamo m la **massa gravitazionale**. Nonostante questa grandezza sia diversa dalla massa inerziale, è tuttavia una conclusione sperimentale nella dinamica di Newton che la massa gravitazionale e la massa inerziale, con l'attuale livello di precisione sperimentale, abbiano lo stesso valore.

QUIZ RAPIDO 4.4

Supponi di parlare per mezzo di un telefono interplanetario con un amico che vive sulla Luna. Egli ti dice che in un concorso ha appena vinto un pezzo d'oro del peso di un newton. Concitatamente, gli rispondi che anche tu hai partecipato alla versione terrestre dello stesso concorso e hai vinto un newton d'oro! Chi è più ricco? (a) Sei tu. (b) È il tuo amico. (c) Siete egualmente ricchi.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

La terza legge di Newton

La terza legge di Newton esprime la nozione che le forze sono sempre interazioni fra due oggetti:

TERZA LEGGE DI NEWTON

Se due corpi interagiscono, la forza \vec{F}_{12} esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è uguale in modulo e direzione ma di verso opposto alla forza \vec{F}_{21} esercitata dal corpo 2 sul corpo 1:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

4.6

Quando sarà importante indicare delle forze come interazioni fra due oggetti, use: remo questa notazione con i pedici, dove F_{ab} significa “la forza esercitata da a su b”. La terza legge, illustrata in Figura 4.5a, è equivalente ad affermare che **le forze si presentano sempre in coppia**, ossia che **non esiste una singola forza isolata**. La forza che il corpo 1 esercita sul corpo 2 è a volte chiamata *forza di azione*, mentre la forza che il corpo 2 esercita sul corpo 1 è chiamata *forza di reazione*. In effetti, sia l'una che l'altra forza può essere indicata come azione o reazione. La forza di azione è uguale in modulo e direzione alla forza di reazione ma è di verso opposto. In tutti i casi, le forze di azione e reazione agiscono su oggetti diversi e devono essere dello stesso tipo. Per esempio, la forza agente su un proiettile in caduta libera è la forza di gravità esercitata dalla Terra sul proiettile, $F_g = F_{Tp}$ (T = Terra, p = proiettile), e il modulo di questa forza è mg . La reazione a questa forza è la forza di gravità del proiettile sulla Terra, $F_{pT} = -F_{Tp}$. La forza di reazione F_{pT} dovrebbe accelerare la Terra verso il proiettile proprio come la forza di azione, F_{Tp} , accelera il proiettile verso la Terra. Tuttavia, poiché la Terra ha una massa molto grande, la sua accelerazione dovuta a questa forza di reazione è trascurabilmente piccola. Un altro esempio che chiama in causa la terza legge di Newton è mostrato in Figura 4.5b. La forza F_{mc} esercitata dal martello sul chiodo (l'azione) è uguale e in verso opposto alla forza F_{cm} esercitata dal chiodo sul martello (la reazione). Quest'ultima forza ferma il moto in avanti del martello quando colpisce il chiodo.

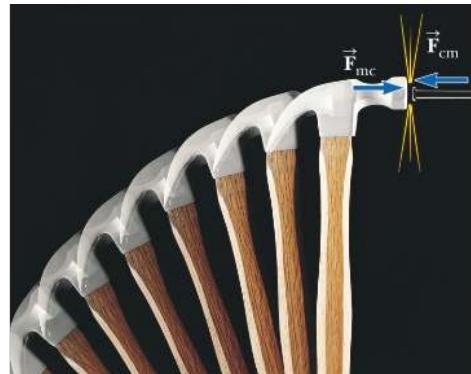
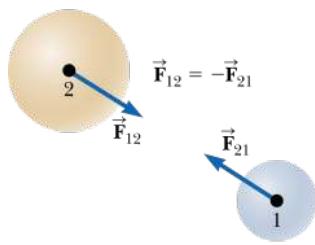


FIGURA 4.5 Terza legge di Newton. (a) La forza esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è uguale in modulo: ma di verso opposto alla forza esercitata dal corpo 2 sul corpo 1. (b) La forza \vec{F}_{mc} esercitata dal martello: sul chiodo è uguale e in verso opposto alla forza \vec{F}_{cm} esercitata dal chiodo sul martello.

Prevenire le insidie 4.6 Terza legge di Newton

La terza legge di Newton è talmente importante e così spesso incompresa che viene qui riportata nuovamente. Nella terza legge di Newton, le forze di azione e reazione agiscono su oggetti *differenti*. Due forze che agiscono sullo stesso oggetto *non possono* essere una coppia azionereazione, malgrado abbiano lo stesso modulo, stessa direzione e verso opposto.

Jim Gilmore/CORBIS

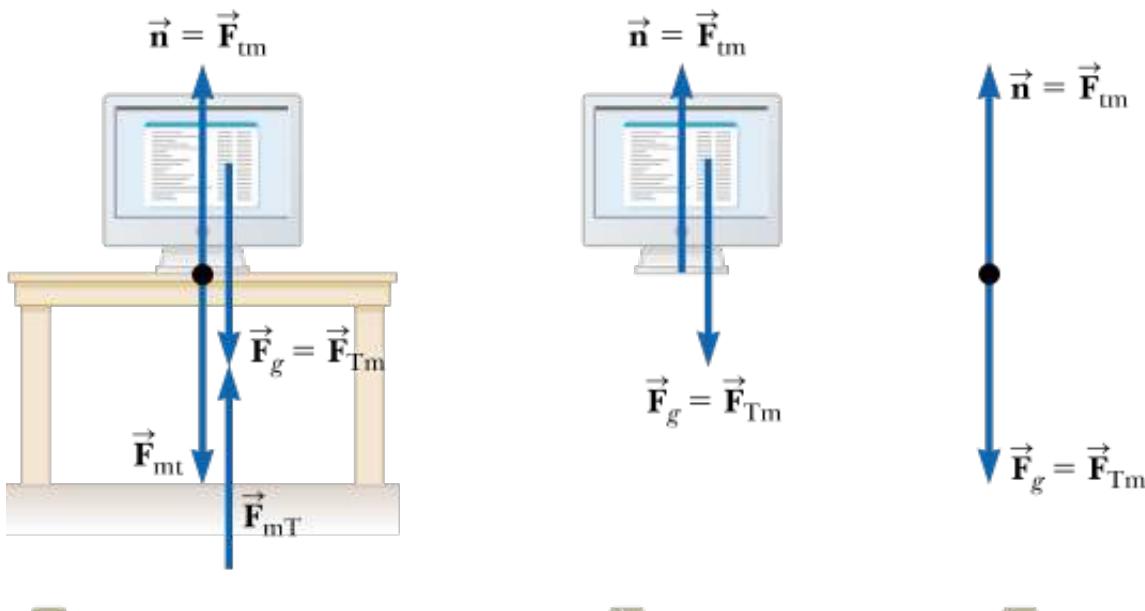


FIGURA 4.6 (a) Quando un monitor di computer è a riposo su un tavolo, le forze che agiscono sul monitor sono la forza normale e la forza gravitazionale \vec{F}_g . La reazione a è la forza esercitata dal monitor sul tavolo. La reazione a \vec{F}_g è la forza \vec{F}_{mT} esercitata dal monitor sulla Terra. (b) Un diagramma che mostra le forze agenti sul monitor. (c) Un diagramma a corpo libero in cui il monitor è rappresentato da un punto sul quale sono applicate le forze.

FORZA NORMALE

3 La parola *normale* viene utilizzata perché la direzione di \mathbf{n} è sempre *perpendicolare* alla superficie.

: La Terra esercita una forza gravitazionale \vec{F}_g su tutti gli oggetti. Se l'oggetto è un monitor di computer fermo su un tavolo, come nella rappresentazione pittorica in Figura 4.6a, la forza di reazione a $\vec{F}_g = \vec{F}_{Tm}$ è la forza che il monitor esercita sulla Terra, $\vec{F}_{mT} = -\vec{F}_{Tm}$. Il monitor non accelera, perché esso è sostenuto dal tavolo. Il tavolo, quindi, esercita sul monitor una forza verso l'alto, $\vec{n} = \vec{F}_{Tm}$, chiamata **forza normale**³ Questa è la forza che impedisce al monitor di cadere attraverso il tavolo, e che può assumere qualunque valore sia necessario fino al punto di rottura del tavolo. Dalla seconda legge di Newton, vediamo

che, poiché il monitor ha accelerazione nulla, segue che $\sum \vec{F} = \vec{n} + \vec{F}_g$, ossia $n = mg$. La forza normale bilancia la forza gravitazionale sul monitor, quindi la forza risultante sul monitor è zero. La reazione a \mathbf{n} è la forza verso il basso esercitata dal monitor sul tavolo, $\vec{F}_{mT} = -\vec{F}_{Tm}$. Si noti che le forze agenti sul monitor sono \vec{F}_g e \vec{n} , come mostrato in Figura 4.6b. Le due forze di reazione, \vec{F}_{mT} e \vec{F}_{mt} sono esercitate dal monitor sulla Terra e sul tavolo, rispettivamente. Si ricordi che le due forze in una coppia azione-reazione agiscono sempre su due oggetti diversi.

La Figura 4.6 illustra un'importante differenza fra una rappresentazione pittorica e una rappresentazione pittorica semplificata per risolvere problemi che coinvolgono forze. La Figura 4.6a mostra parecchie forze implicite: quelle sul monitor, sul tavolo, e una sulla Terra. La Figura 4.6b, al contrario, mostra soltanto le forze agenti su *un oggetto*, il monitor, ed è chiamato **diagramma delle forze**, o *diagramma delle forze agenti su un oggetto*. L'utile rappresentazione pittorica semplificata in Figura 4.6c è detta **diagramma di corpo libero**. In un diagramma a corpo libero, l'oggetto è rappresentato nel modello di particella come un punto e le forze agenti sull'oggetto come applicate al punto. Quando analizziamo una particella sottoposta a una forza risultante, siamo interessati alla forza totale agente su un oggetto, un oggetto di massa m , che vogliamo assimilare a una particella. Quindi, un diagramma di corpo libero ci aiuta a isolare soltanto quelle forze agenti sull'oggetto e a eliminare le altre forze dalla nostra analisi.

QUIZ RAPIDO 4.5

**Prevenire le insidie
4.7n non è sempre
uguale a mg**

Nella situazione
mostrata in Figura 4.6

(i) Se un moscerino urta contro il parabrezza di un autobus che si muove velocemente, chi subisce la forza d'urto maggiore? (a) Il moscerino. (b) L'autobus. (c) La stessa forza è applicata su entrambi.

(ii) Chi subisce l'accelerazione maggiore? (a) Il moscerino. (b) L'autobus. (c) La stessa accelerazione è applicata su entrambi.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 4.6

Quale delle seguenti è la forza di reazione alla forza gravitazionale che agisce sul tuo corpo quando siedi sulla sedia della tua scrivania? **(a)** La forza normale da parte della sedia. **(b)** La forza applicata da te verso il basso sulla seduta della sedia. **(c)** Nessuna di queste forze.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

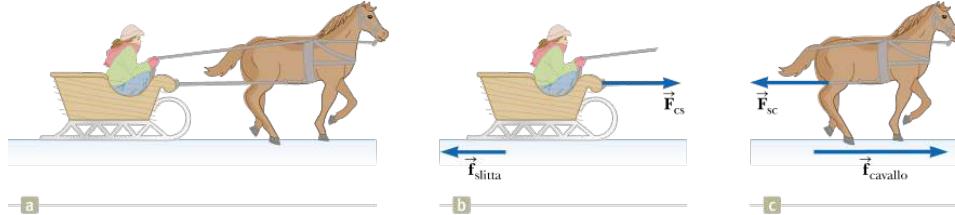


FIGURA 4.7 (Fisica ragionata 4.2) (a) Un cavallo tira una slitta sulla neve. (b) Le forze sulla slitta. (c) Le forze sul cavallo.

FISICA RAGIONATA 4.2

Un cavallo tira una slitta con una forza orizzontale, procurandole un'accelerazione come in Figura 4.7a. La terza legge di Newton dice che la slitta esercita una forza uguale e opposta sul cavallo. Stando così le cose, come può la slitta essere accelerata? Queste forze non si elidono?

Ragionamento Quando applichiamo la terza legge di Newton, è importante ricordare che le forze coinvolte agiscono su oggetti diversi. Nota che la forza esercitata dal cavallo agisce *sulla slitta*, mentre la forza esercitata dalla slitta agisce *sul cavallo*. Poiché queste forze agiscono su corpi diversi, esse non si possono elidere.

ed in molte altre situazioni si trova $n = mg$ (la forza normale ha lo stesso modulo della forza di gravità). Tuttavia, questo risultato non è vero in generale. Se un oggetto si trova su un piano inclinato, se ci sono forze applicate con componenti verticali, o se è presente un'accelerazione verticale del sistema, allora $n \neq mg$. Bisogna applicare sempre la seconda legge di Newton per trovare la relazione tra n e mg .

Prevenire le insidie 4.8 Diagramma a corpo libero

Il passo più importante nel risolvere un problema utilizzando le leggi di Newton è disegnare una rappresentazione pittorica semplificata appropriata, il diagramma a corpo libero. Bisogna essere sicuri di disegnare tutte e solo le forze che agiscono sull'oggetto che si sta isolando, incluse le forze di campo, come la forza di gravità.

Le forze orizzontali esercitate soltanto sulla *slitta* sono la forza in avanti \vec{F}_{cs} esercitata dal cavallo, e la forza d'attrito all'indietro \vec{F}_{slitta} fra la slitta e la superficie (Fig. 4.7b). Quando \vec{F}_{cs} supera \vec{F}_{slitta} la slitta accelera verso destra.

Le forze orizzontali agenti soltanto sul *cavallo* sono la forza d'attrito in avanti \vec{F}_{cav} col suolo e la forza nel verso opposto \vec{F}_{sc} esercitata dalla slitta (Fig. 4.7c). La risultante di queste due forze è la causa dell'accelerazione del cavallo. Quando \vec{F}_{cav} supera \vec{F}_{sc} , il cavallo accelera verso destra.

Applicazioni delle leggi di Newton

In questo paragrafo presentiamo alcune semplici applicazioni delle leggi di Newton a corpi che si trovano in equilibrio ($\vec{a} = 0$) o accelerati sotto l'azione di forze esterne costanti. Assumeremo che i corpi si comportino come punti materiali (particelle) in modo da non doverci preoccupare dei moti rotazionali o altre complicazioni. In questo paragrafo applicheremo pure alcuni ulteriori modelli semplificati. Trascureremo anche gli effetti dell'attrito nei problemi di moto, che è equivalente ad asserire che le superfici sono *prive d'attrito* (lisce). Infine, trascureremo, di norma, la massa di qualsiasi fune o molla implicate in un qualche problema. In questa approssimazione il modulo della forza esercitata in un qualsiasi punto della fune è lo stesso in tutti i punti della fune. Negli enunciati dei problemi il termine *leggero* e la locuzione *di massa trascurabile* sono stati usati per indicare che la massa si può trascurare nello svolgimento del problema. Essi sono sinonimi in questo contesto.

Modello di analisi: particella in equilibrio

4 Questa affermazione è soltanto una delle condizioni di equilibrio per un oggetto. Un oggetto in moto nello spazio si definisce dotato di moto traslazionale. Se l'oggetto sta ruotando, si dice che è dotato di moto rotazionale. Una seconda condizione sull'equilibrio è relativa all'equilibrio rotazionale. Questa condizione sarà discussa nel Capitolo 10 in cui tratteremo gli oggetti in rotazione. L'Equazione 4.7 è sufficiente nell'analisi di oggetti rappresentabili come una particella in moto traslazionale, quelli di interesse in questo momento.

I corpi che sono in quiete o che si muovono con velocità costante sono trattati con il modello della **particella in equilibrio**. Questa condizione di equilibrio, dalla seconda legge di Newton con $\vec{a} = 0$, si può esprimere come

$$\sum \vec{F} = 0$$

4.7 ◀



FIGURA 4.8 (Quiz rapido 4.7) (i) Un individuo tira un dinamometro attaccato ad un muro con una forza di modulo F . (ii) Due individui tirano un dinamometro attaccato a due funi con forze di modulo F dirette in verso opposto.

Tale affermazione significa che la somma vettoriale di tutte le forze (la forza risultante) che agiscono su un corpo in equilibrio è zero.⁴ Se una particella è soggetta a forze, ma ha accelerazione nulla, usiamo l'Equazione 4.7 per analizzare la situazione, come vedremo in alcuni esempi che seguono.

Di solito, i problemi che incontriamo nel nostro studio dell'equilibrio saranno più facilmente risolti se lavoriamo con l'Equazione 4.7 in termini di componenti delle forze esterne che agiscono su un corpo. Con ciò s'intende che, in un problema bidimensionale, la somma di tutte le forze esterne nelle direzioni x e y devono separatamente essere uguali a zero; cioè,

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

4.8◀

L'estensione dell'Equazione 4.8 a una situazione tridimensionale può effettuarsi aggiungendo una terza equazione, $\sum F_z = 0$.

In una data situazione, potremmo equilibrare le forze agenti su un corpo in una direzione, ma non nell'altra. Quindi, per un dato problema, potremmo avere bisogno di un modello dell'oggetto come una particella in equilibrio per una componente e una particella sottoposta a una forza risultante per l'altra.

QUIZ RAPIDO 4.7

Consideriamo le due situazioni mostrate in Figura 4.8, nelle quali non c'è accelerazione. In ambedue i casi, gli individui tirano con una forza di modulo F mediante una fune collegata a un dinamometro. La lettura sul dinamometro nella parte (i) della figura è (a) maggiore che in (ii), (b) minore che in (ii), o (c) uguale alla lettura nella parte (ii)?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: particella soggetta ad una forza risultante

Se un corpo risulta accelerato, il suo moto può essere analizzato mediante il modello di una **particella soggetta ad una forza risultante**. L'equazione appropriata per questo modello è la seconda legge di Newton, Equazione 4.2:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

4.2◀

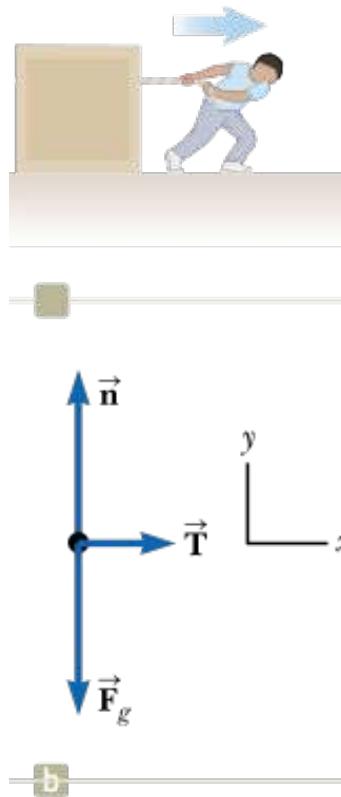


FIGURA 4.9 (a) Una cassa tirata verso destra su una superficie liscia. (b) Il diagramma a corpo libero che rappresenta le forze agenti sulla cassa.

Consideriamo una cassa tirata verso destra su una superficie orizzontale liscia, come in Figura 4.9a. Ovviamente, il pavimento sotto il ragazzo deve produrre attrito, altrimenti i

suoi piedi scivolarebbero nel tentativo di tirare la cassa! Supponete che vi sia richiesto di determinare l'accelerazione della cassa e la forza del pavimento su di essa. Le forze che agiscono sulla cassa sono rappresentate nel diagramma a corpo libero in : Figura 4.9b. Si noti che la forza orizzontale \vec{T} applicata alla cassa agisce attraverso la fune. Il modulo di \vec{T} è uguale alla tensione nella corda. Oltre alla forza \vec{T} , il diagramma a corpo libero per la cassa include la forza gravitazionale \vec{F}_g e la forza normale \vec{n} esercitata dal pavimento sulla cassa. Applichiamo ora la seconda legge di Newton alla cassa. L'unica forza che agisce : nella direzione x è \vec{T} . Utilizzando $\sum F_x = ma_x$ per il moto orizzontale, otteniamo

$$\sum F_x = T = ma_x \quad \text{o} \quad a_x = \frac{T}{m}$$

Lungo l'asse y non c'è nessuna accelerazione, dato che la cassa si muove lungo x . Pertanto, applichiamo il modello della particella in equilibrio lungo la direzione y . Dalla componente y dell'Equazione 4.7 otteniamo

$$\sum F_y = n + (-F_g) = 0 \quad \text{o} \quad n = F_g$$

Cioè, la forza normale è uguale in modulo alla forza di gravità ma diretta in verso opposto. Se la forza \vec{T} è costante, anche l'accelerazione $a_x = T/m$ è costante. Quindi, la cassa è rappresentata come una particella su cui agisce una forza costante anche nella direzione x e le equazioni del moto del Capitolo 2 possono essere utilizzate per ottenere la posizione x e la velocità v_x della cassa in funzione del tempo.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Applicando le leggi di Newton

Si raccomanda la seguente procedura nel risolvere i problemi che riguardano l'applicazione della legge di Newton.

- Concettualizzazione.** Disegna un semplice, nitido diagramma del sistema perché ti aiuti a stabilire una rappresentazione mentale. Adotta assi coordinati convenienti per ciascun corpo del sistema.
- Classificazione.** Se una componente dell'accelerazione per un corpo è zero assumi che il corpo sia in equilibrio in questa direzione e $\sum F = 0$. Altrimenti, assumi che il corpo sia soggetto ad una forza risultante in questa direzione e $\sum F = ma$.
- Analisi.** Isola il corpo in esame. Disegna un diagramma di corpo libero per questo corpo. Per sistemi che contengono più di un corpo, disegna diagrammi di corpo libero separati per ciascun corpo. Non includere nel diagramma di corpo libero forze esercitate dal corpo su ciò che lo circonda. Trova le componenti delle forze lungo gli assi coordinati. Applica la seconda legge di Newton $\sum F = ma$, in componenti. Controlla le dimensioni per esser sicuro che tutti i termini abbiano le stesse unità di forza. Risovi le equazioni per le componenti rispetto alle incognite. Ricorda che per ottenere una soluzione completa si debbono avere tante equazioni indipendenti quante sono le incognite.

4. Conclusione. Assicurati che i tuoi risultati siano coerenti con il diagramma di corpo libero. Controlla pure le previsioni delle tue soluzioni per valori estremi delle variabili. Così facendo, puoi spesso individuare errori nei tuoi risultati.

Esempio 4.2 Un semaforo sospeso

Un semaforo di peso 122 N pende da un cavo legato a due altri cavi trattenuti da un supporto come in Figura 4.10a. I cavi superiori formano due angoli di 37.0° e 53.0° con l'orizzontale. Questi cavi superiori non sono così robusti come il cavo verticale, e si romperebbero se la tensione in essi superasse 100 N. Il semaforo rimarrà in questa situazione oppure uno dei cavi si romperà?

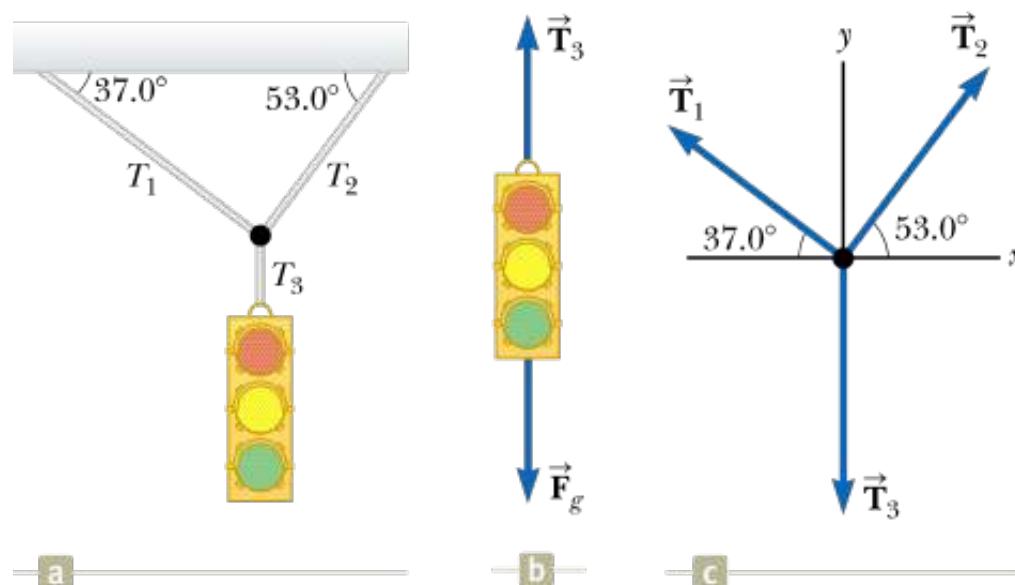


Figura 4.10 (Esempio 4.2) (a) Un semaforo sospeso da cavi. (b) Le forze agenti sul semaforo. (c) Diagramma a corpo libero del punto (nodo) in cui i tre cavi sono collegati.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 4.3 Una macchina fuori controllo

Un'auto di massa m si trova lungo una discesa ghiacciata che forma un angolo θ , come in Figura 4.11a.

(A) Determinare l'accelerazione della macchina, assumendo che il pendio sia privo di attrito.

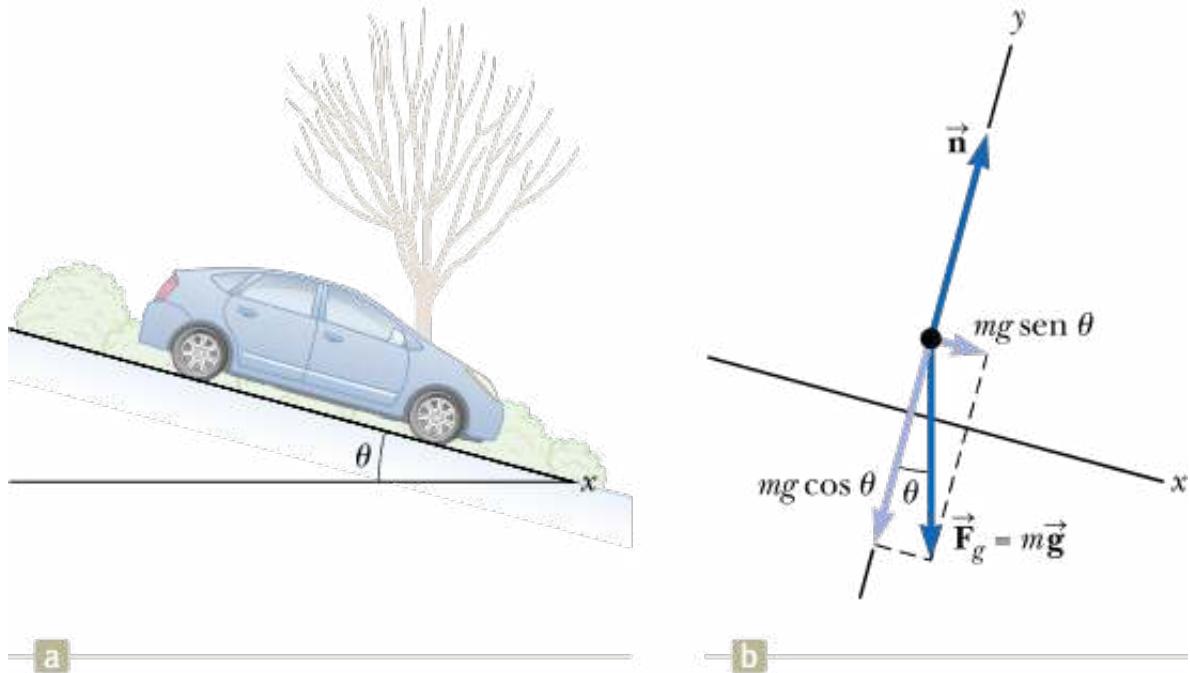


Figura 4.11 (Esempio 4.3) (a) Un'auto lungo un piano inclinato privo di attrito. (b) Diagramma a corpo libero dell'auto. Il punto rappresenta il centro di massa della macchina: discuteremo il centro di massa nel Capitolo 8.

(B) Supponiamo che la macchina sia lasciata andare da ferma alla sommità del pendio, e la distanza tra il paraurti anteriore della macchina ed il fondo del pendio sia d . Quanto tempo impiegherà la parte anteriore della macchina per raggiungere il fondo, e quale sarà la sua velocità proprio quando arriva in questo punto?

E se...? Come cambia il problema risolto in precedenza se $\theta = 90^\circ$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 4.4 La macchina di Atwood

Quando due oggetti con masse diverse sono sospesi verticalmente tramite una puleggia leggera e priva di attrito come in Figura 4.12a, il dispositivo viene chiamato *macchina di Atwood*. Essa viene a volte adoperata in laboratorio per misurare l'accelerazione di gravità. Calcolare il modulo dell'accelerazione delle due masse e la tensione della fune.

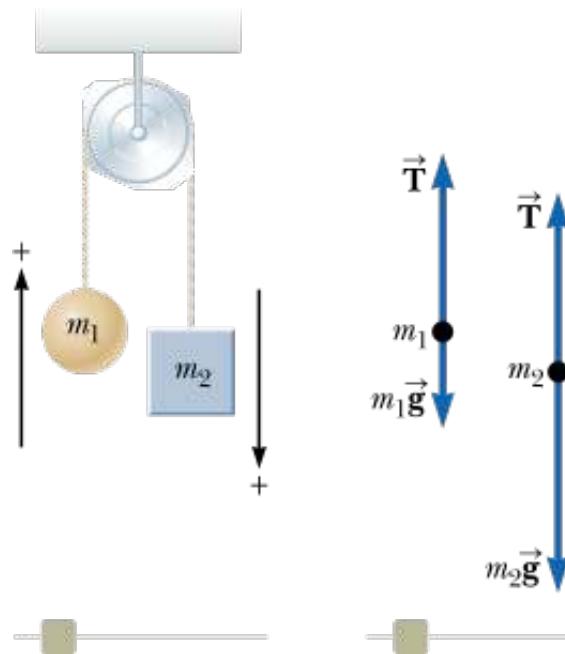


FIGURA 4.12 (Esempio 4.4) La macchina di Atwood. (a) Due oggetti sono collegati da una fune inestensibile priva di massa mediante una puleggia priva di attrito. (b) Il diagramma a corpo libero dei due oggetti.

E se...? Descrivere il moto del sistema se gli oggetti hanno massa uguale, $m_1 = m_2$.

E se...? E se una delle masse fosse molto maggiore dell'altra, $m_1 \gg m_2$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 4.5 Un blocco ne spinge un altro

Due blocchi di massa m_1 e m_2 , con $m_1 > m_2$, sono posti a contatto tra loro su un piano liscio e orizzontale, come riportato in Figura 4.13a. Una : forza costante orizzontale \vec{F} viene applicata a m_1 come indicato.

(A) Determinare il modulo dell'accelerazione del sistema dei due blocchi.

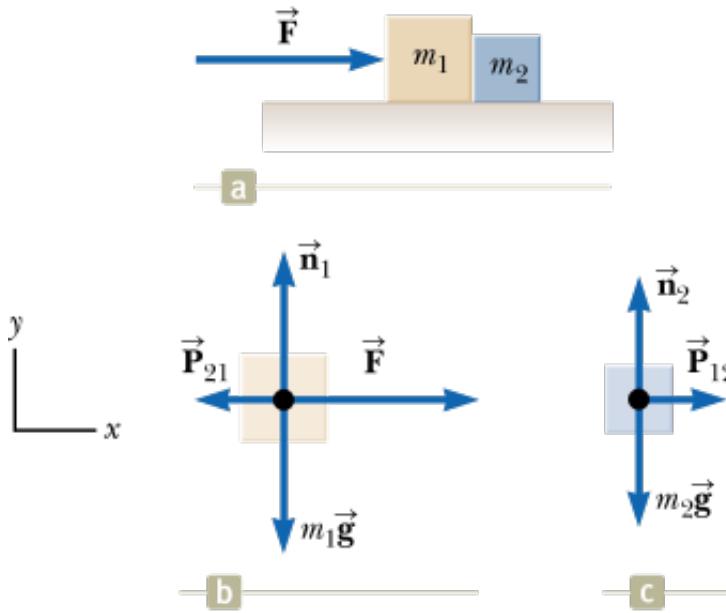


FIGURA 4.13 Esempio 4.5) (a) Una forza è applicata al blocco di massa m_1 che spinge il blocco di massa m_2 . (b) Le forze agenti su m_1 . (c) Le forze agenti su m_2 .

(B) Determinare il modulo della forza di contatto tra i due blocchi.

E se...? S'immagini che la forza nella Figura 4.13 sia applicata verso sinistra sul blocco di destra di massa m_2 . Il modulo della forza \vec{P}_{12} sarà lo stesso di quando la forza era applicata verso destra su m_1 ?

VEDI RISPOSTA

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 4.6 Pesando un pesce in un ascensore

Una persona pesa un pesce con un dinamometro collegato al soffitto di un ascensore, come mostrato in Figura 4.14.

(A) Si mostri che se l'ascensore accelera, l'indice del dinamometro legge un valore diverso dal peso vero del pesce.

Quando l'ascensore accelera verso l'alto, il dinamometro misura un valore maggiore rispetto al reale peso del pesce.

Quando l'ascensore accelera verso il basso, il dinamometro misura un valore inferiore rispetto al reale peso del pesce.

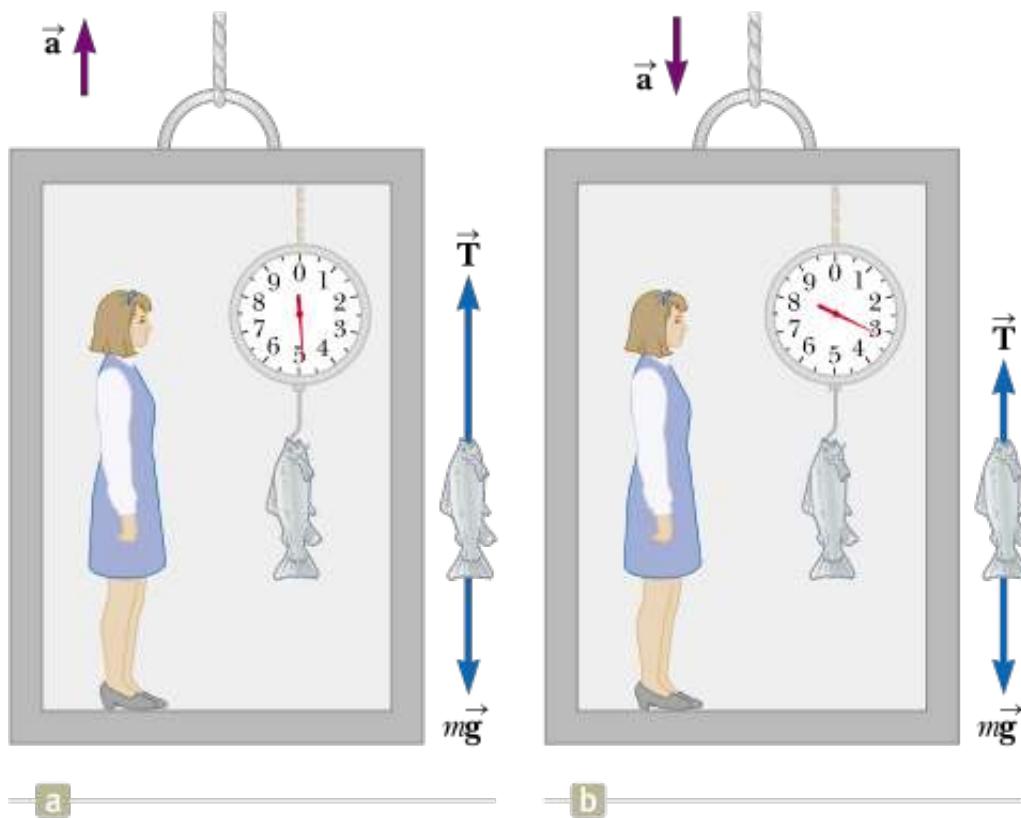


FIGURA 4.14 (Esempio 4.6) Un pesce è pesato con un dinamometro all'interno di un ascensore.

(B) Si valuti la lettura del dinamometro nel caso in cui il peso del pesce è 40.0 N , e l'ascensore si muove con un'accelerazione $a_y = \pm 2.00 \text{ m/s}^2$.

E se...? Supponiamo che il cavo dell'ascensore si spezzi, e l'ascensore ed il suo contenuto cadano liberamente. Cosa succede alla lettura del dinamometro?

VEDI RISPOSTA

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: forze su automobili

Nel Collegamento al contesto dei Capitoli 2 e 3, abbiamo focalizzato la nostra attenzione su due tipi di accelerazione esibita da un certo numero di veicoli. In questo capitolo abbiamo imparato come l'accelerazione di un oggetto sia in relazione con la forza sull'oggetto. Applichiamo quanto abbiamo compreso alle automobili quando esibiscono la loro accelerazione massima, nell'accelerare da fermo fino a 100 km/h (60 mi/h).

La forza che fa accelerare un'automobile è la forza di attrito con il suolo. (Studieremo le forze di attrito in dettaglio nel Capitolo 5.) Il motore applica una forza alle ruote, cercando di farle ruotare in modo che la parte inferiore degli pneumatici applichi una forza all'indietro sulla superficie della strada. Per la terza legge di Newton la superficie della strada applica forze in avanti sugli pneumatici, facendo in modo che l'auto si muova in avanti. Se ignoriamo la resistenza dell'aria, questa forza in avanti può essere assunta come la forza risultante sull'auto.

Nel Capitolo 2, abbiamo passato in rassegna l'accelerazione da 0 a 100 km/h di un certo numero di auto. La Tabella 4.2 ripete tali informazioni sull'accelerazione e mostra anche il peso del veicolo in libbre e la massa in chilogrammi. Disponendo sia dell'accelerazione che della massa possiamo trovare la forza che spinge l'auto in avanti, come mostrato nell'ultima colonna di Tabella 4.2.

TABELLA 4.2 | Forza motrice di vari veicoli

Automobile	Anno	Accelerazione (mi/h · s)	Peso (lb)	Massa (kg)	Forza (N)
<i>Veicoli di lusso:</i>					
Bugatti Veyron 16.4 Super Sport	2011	23.1	4 160	1 887	19.5
Lamborghini LP 570-4 Superleggera	2011	17.6	2 954	1 340	10.5
Lexus LFA	2011	15.8	3 580	1 624	11.5
Mercedes-Benz SLS AMG	2011	16.7	3 795	1 721	12.8
Shelby SuperCars Ultimate Aero	2009	22.2	2 750	1 247	12.4
Media		19.1	3 448	1 564	13.3
<i>Veicoli ad alte prestazioni:</i>					
Chevrolet Corvette ZR1	2010	18.2	3 333	1 512	12.3
Dodge Viper SRT10	2010	15.0	3 460	1 569	10.5
Jaguar XJL Supercharged	2011	13.6	4 323	1 961	11.9
Acura TL SH-AWD	2009	11.5	3 860	1 751	9.0
Dodge Challenger SRT8	2010	12.2	4 140	1 878	10.2
Media		14.1	3 823	1 734	10.8
<i>Veicoli tradizionali:</i>					
Buick Regal CXL Turbo	2011	8.0	3 671	1 665	6.0
Chevrolet Tahoe 1500 LS (SUV)	2011	7.0	5 636	2 556	8.0
Ford Fiesta SES	2010	6.2	2 330	1 057	2.9
Hummer H3 (SUV)	2010	7.5	4 695	2 130	7.1
Hyundai Sonata SE	2010	8.0	3 340	1 515	5.4
Smart ForTwo	2010	4.5	1 825	828	1.7
Media		6.9	3 583	1 625	5.2
<i>Veicoli alternativi:</i>					
Chevrolet Volt (ibrida)	2011	7.5	3 500	1 588	5.3
Nissan Leaf (elettrica)	2011	6.0	3 500	1 588	4.3
Honda CR-Z (ibrida)	2011	5.7	2 637	1 196	3.0
Honda Insight (ibrida)	2010	5.7	2 723	1 235	3.2
Toyota Prius (ibrida)	2010	6.1	3 042	1 380	3.8
Media		6.2	3 080	1 397	3.9

Possiamo notare alcuni interessanti risultati in Tabella 4.2. Si noti che le forze per le auto di lusso e ad alte prestazioni sono grandi se paragonate alle forze di altre parti della tabella. Si noti inoltre che in media le masse delle auto molto costose e ad alte prestazioni sono solo il 10% più grandi di quelle delle auto tradizionali in tabella. Pertanto, le forze più grandi delle auto di lusso e ad alte prestazioni danno luogo alle grandi accelerazioni di questi veicoli. Spicca tra le auto di lusso in tabella la Bugatti Veyron 16.4 Super Sport. È il veicolo più massivo del gruppo, ma la forza enorme generata sulle ruote produce la più grande accelerazione nel gruppo. Il veicolo del gruppo con la seconda accelerazione più grande è la Shelby SuperCars Ultimate Aero. Questo veicolo ha solo il 66% della massa della Bugatti, e quindi una resistenza molto inferiore all'accelerazione. La forza della Shelby tuttavia è solo

il 64% di quella della Bugatti, dando luogo ad un'accelerazione inferiore malgrado la sua massa ridotta.

Come atteso, le forze sulle auto tradizionali sono minori di quelle sulle auto di lusso e ad elevate prestazioni; ciò comporta accelerazioni più contenute per questo gruppo. Si noti, comunque, che le forze per le due SUV sono grandi. Poiché questi due veicoli hanno accelerazioni simili a quelle di altre auto in questa parte della tabella, possiamo comprendere come queste forze maggiori siano necessarie ad accelerare le masse maggiori delle SUV.

Come anche atteso, le forze che spingono i veicoli alternativi sono le più basse della tabella. Questo risultato concorda con le accelerazioni di questi veicoli che sono molto minori delle altre in questa tabella.

Un altro dato interessante in tabella tra i veicoli tradizionali è quello relativo alla Smart ForTwo. La sua forza è di gran lunga la più piccola in tabella, ma anche la sua massa è la più piccola in tabella. Come conseguenza, la sua accelerazione è $4.5 \text{ mi/h} \cdot \text{s}$, che, sebbene non sia impressionante, è sufficiente per alcuni consumatori che cercano altri vantaggi offerti dalla Smart, come l'elevata efficienza nei consumi.

SOMMARIO

La **prima legge di Newton** afferma che, se su un corpo non agisce alcuna forza, è possibile identificare un sistema di riferimento nel quale il corpo ha accelerazione nulla. Quindi, se osserviamo un corpo da tale sistema di riferimento e non c'è alcuna forza che agisca sul corpo, un corpo in quiete rimarrà in quiete, e un corpo in moto rettilineo uniforme manterrà tale moto.

La prima legge di Newton definisce un **sistema di riferimento inerziale** come un riferimento nel quale è valida la prima legge di Newton.

La **seconda legge di Newton** afferma che l'accelerazione di un corpo è direttamente proporzionale alla forza risultante agente sul corpo e inversamente proporzionale alla massa del corpo.

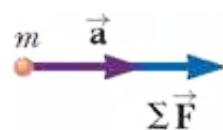
La **terza legge di Newton** afferma che se due corpi interagiscono, la forza esercitata sul corpo 1 dal corpo 2 è uguale in modulo e direzione ma di verso opposto alla forza esercitata sul corpo 2 dal corpo 1. Quindi, una forza isolata non può esistere in natura.

Il **peso** di un oggetto è uguale al prodotto della sua massa (una grandezza scalare) per il modulo dell'accelerazione di gravità, ossia:

$$F_g = mg$$

4.5

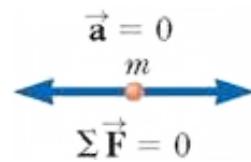
Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Particella soggetta ad una forza risultante Se una particella di massa m subisce una forza risultante diversa da zero, la sua accelerazione è legata alla forza risultante dalla seconda legge di Newton:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

4.2 ◀



Particella in equilibrio Se una particella mantiene velocità costante (in modo tale che $\vec{a} = 0$, incluso il caso con velocità nulla, le forze agenti sulla particella si annullano e la seconda legge di Newton diventa:

$$\sum \vec{F} = 0$$

4.8 ◀

QUESITI

1. Gli alunni del terzo anno e quelli del quarto sono schierati gli uni di fronte agli altri sul campo davanti alla scuola e si stanno lanciando palle di neve. Fra questi, palle di neve di massa differente si muovono con diverse velocità come mostrato in Figura Q4.1. Ordinare le palle di neve dalla (a) alla (e) secondo il modulo della forza risultante esercitata su ciascuna. Si trascuri l'attrito dell'aria. Se due palle occupano la stessa posizione, lo si indichi opportunamente.

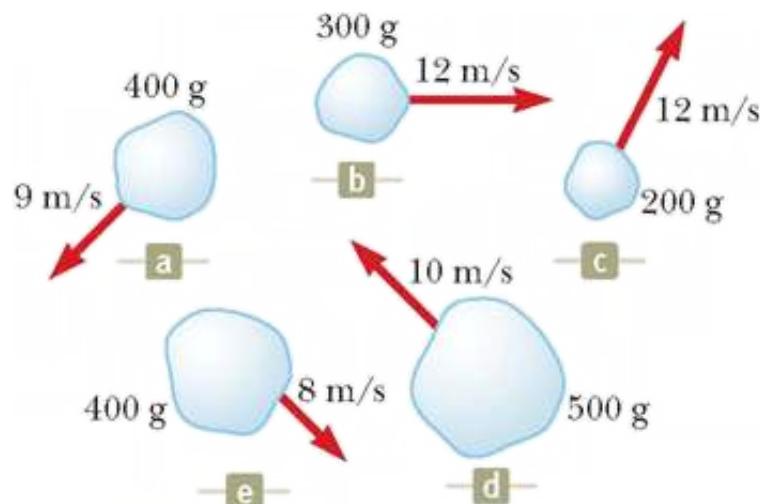


FIGURA Q4.1

2. In Figura Q4.2, una locomotiva sfonda la parete di una stazione. Che cosa possiamo affermare riguardo alla forza esercitata dalla locomotiva sul muro durante la collisione? (a) La forza esercitata dalla locomotiva sulla parete è maggiore della forza che la parete ha esercitato sulla locomotiva. (b) La forza esercitata dalla locomotiva sulla parete è uguale alla forza che la parete ha esercitato sulla locomotiva. (c) La forza esercitata dalla locomotiva sulla parete è minore della forza che la parete ha esercitato sulla locomotiva. (d) Non si può affermare che la parete “eserciti” una forza; infatti viene squarcata.



Studio Lévy and Sons

FIGURA Q4.2

3. Si conduce un esperimento su un disco di un tavolo da hockey ad aria, dove l'attrito è trascurabile. Si applica una forza costante sul disco, e si misura la sua accelerazione. Ora lo stesso disco viene trasportato lontano nello spazio, dove l'attrito e la gravità sono trascurabili. La stessa forza costante viene applicata sul

disco (mediante un dinamometro la cui molla viene allungata allo stesso modo) e si misura l'accelerazione del disco (rispetto alle stelle lontane). Qual è l'accelerazione del disco nello spazio? (a) È maggiore della sua accelerazione sulla Terra. (b) È uguale alla sua accelerazione sulla Terra. (c) È minore della sua accelerazione sulla Terra. (d) È infinita perché non ci sono né l'attrito né la gravità. (e) È molto grande perché l'accelerazione è inversamente proporzionale al peso del disco ed il peso del disco è molto piccolo ma diverso da zero.

4. Due oggetti sono collegati da una fune mediante una puleggia priva di attrito come in Figura 4.12a, dove $m_1 < m_2$ e a_1 e a_2 sono le rispettive accelerazioni. Quale affermazione matematica è corretta riguardo all'accelerazione a_2 della massa m_2 ? (a) $a_2 < g$ (b) $a_2 > g$ (c) $a_2 = g$ (d) $a_2 < a_1$ (e) $a_2 > a_1$.

5. Se un oggetto è in equilibrio, quale delle seguenti affermazioni *non* è corretta? (a) La velocità dell'oggetto rimane costante. (b) L'accelerazione dell'oggetto è zero. (c) La forza risultante agente sull'oggetto è zero. (d) L'oggetto deve essere a riposo. (e) Ci sono almeno due forze agenti sull'oggetto.

6. Supporre che un camion carico di sabbia acceleri lungo un'autostrada. Se la forza di trazione del camion resta costante, cosa succede alla sua accelerazione se il carico si perde in quantità costante per un buco sul fondo? (a) Diminuisce in modo costante. (b) Aumenta in modo costante. (c) Prima aumenta e poi diminuisce. (d) Prima diminuisce e poi aumenta. (e) Resta costante.

DOMANDE CONCETTUALI

1. Una persona tiene in mano una palla. (a) Identificare tutte le forze esterne che agiscono sulla palla e la reazione per ciascuna di esse. (b) Se la palla è lasciata cadere, quale forza è esercitata su di essa mentre sta cadendo? Identificare la forza di reazione in questo caso (si trascuri l'attrito dell'aria).

2. Un palloncino di plastica di forma sferica pieno di aria viene tenuto in equilibrio, mantenendo la sua apertura, rivolta verso ovest, ben chiusa. (a) Descrivi le forze esercitate dentro e fuori dall'aria sulle varie parti del palloncino di plastica. (b) Quando il palloncino viene rilasciato, esso acquista rapidamente velocità muovendosi verso est. Spiega questo moto in relazione alle forze che agiscono ora sulla plastica. (c) Spiega il moto di un missile che decolla dalla sua rampa di lancio.

3. Una passeggera che siede in fondo a un bus si lamenta di essere stata ferita quando l'autista ha frenato bruscamente, facendo sì che un bagaglio volasse verso di lei dalla parte anteriore del bus. Se foste il giudice di questo caso, quale decisione prendereste? Perché?

4. Nel film *Accadde una notte* (Columbia Pictures, 1934), Clark Gable sta in piedi all'interno di un autobus fermo di fronte a Claudette Colbert, che è seduta. Improvvisamente l'autobus parte e Clark cade sulle ginocchia di Claudette. Perché accade ciò?

5. Una palla di gomma viene lasciata cadere sul pavimento. Quale forza fa sì che la palla rimbalzi?

6. Se una macchina viaggia verso ovest con velocità costante di 20 m/s, qual è la forza risultante agente su di essa?

7. Se si sostiene una sbarra di metallo a parecchi centimetri dalla terra e la si muove tra l'erba, ogni filo d'erba si piega allontanandosi al suo passaggio. Se si aumenta la velocità della sbarra, ciascun filo d'erba si piega ancora più rapidamente. Ma allora come fa una falciatrice per prati a tagliare l'erba? Come può esercitare una forza su un filo d'erba tanto intensa da tagliarlo via?

8. Il sindaco di una città decide di licenziare alcuni impiegati comunali perché non rimuovono gli avvallamenti dei cavi che sostengono i semafori della città. Quale motivazione gli impiegati adducono in loro difesa? Chi vincerebbe un'eventuale causa?

9. Un atleta afferra una fune leggera avvolta intorno ad una carrucola attaccata al soffitto di una palestra. Un sacco di sabbia esattamente dello stesso peso dell'atleta viene attaccato all'altra estremità della fune. L'atleta e il sacco di sabbia sono inizialmente a riposo. L'atleta si arrampica sulla fune a volte accelerando a volte rallentando. Che succede al sacco di sabbia? Spiegare.

10. Un corpo può esercitare una forza su se stesso? Motivare la risposta.

11. Un sollevatore di pesi si trova su una bilancia pesa-persone. Egli porta su e giù un bilanciere. Cosa accade all'indice della bilancia durante questo movimento? **E se?** Supponiamo che egli sia sufficientemente forte da *lanciare* addirittura il bilanciere verso l'alto. Di quanto varierà adesso la lettura della bilancia?

12. Motiva le risposte a ciascuna delle seguenti domande. (a) Può una forza normale essere orizzontale? (b) Può una forza normale essere diretta verticalmente verso il basso? (c) Si consideri una palla da tennis in contatto con il pavimento e nient'altro. La forza normale può essere diversa in modulo dalla forza di gravità esercitata sulla palla? (d) La forza esercitata dal pavimento sulla palla può essere diversa in modulo dalla forza esercitata dalla palla sul pavimento?

13. Venti persone partecipano ad un tiro alla fune. Le due squadre di dieci persone sono così equilibrate che nessuna delle due vince. Dopo la gara, notano che la macchina di una persona è intrappolata nel fango. Essi attaccano la fune ai paraurti della macchina e tutte le persone tirano la fune. La pesante macchina si è spostata di appena un paio di decimetri quando la fune si spezza. Perché la fune si spezza in questa situazione quando non si era spezzata quando le stesse venti persone l'avevano tirata nel tiro alla fune?

14. Quando spingi una scatola con una forza di 200 N invece che di 50 N ti accorgi che stai compiendo uno sforzo maggiore. Quando un tavolo esercita una forza normale di 200 N rispetto ad una inferiore, il tavolo sta facendo qualcosa di diverso?

15. Rimanendo in equilibrio, tre ragazzi avanzano lungo un ramo orizzontale di un albero sopra uno specchio d'acqua, con l'idea di tuffarsi. Il terzo ragazzo della fila si accorge che il ramo può a mala pena sostenerli. Decide quindi di saltare sul ramo in modo da romperlo ricadendo su di esso, facendo cadere tutti e tre in acqua. In quale istante il ramo si rompe? Spiegare. Suggerimento: immagina di essere il terzo ragazzo ed imita la sua azione a rallentatore. Se ancora sei insicuro, ripeti l'esperimento su una bilancia pesa persone.

16. In Figura DC4.16 una corda leggera ed inestensibile B collega il blocco 1 al blocco 2 di massa maggiore. La corda A esercita una forza sul blocco 1 facendolo accelerare in avanti. (a) Confrontare il modulo della forza esercitata dalla corda A sul blocco 1 con la forza esercitata dalla corda B sul blocco 2. Essa è maggiore, minore, o uguale? (b) Quanto vale l'accelerazione del blocco 1 rispetto a quella del blocco 2? (c) La corda B esercita una forza anche sul blocco 1? Se la risposta è sì, essa è rivolta in avanti o indietro? In modulo, è maggiore, minore, o uguale alla forza esercitata dalla corda B sul blocco 2?

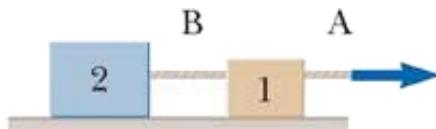


FIGURA DC4.16

17. Identificare la coppia azione-reazione nelle seguenti situazioni: (a) un uomo cammina (b) una palla di neve colpisce una ragazza sulla schiena (c) un giocatore di baseball afferra una palla (d) un soffio di vento urta una finestra.

18. Un bambino lancia una palla verso l'alto e afferma che la palla si allontana dalla sua mano perché su di essa agisce la "forza del lancio" oltre alla forza di gravità. (a) La "forza del lancio" può essere maggiore della forza di gravità? Come si muoverebbe la palla se così fosse? (b) La "forza del lancio" può essere uguale in modulo alla forza di gravità? Spiegare. (c) Quale intensità si può associare alla "forza del lancio"? Spiegare. (d) Perché la palla si allontana dalla mano del bambino?

19. Come mostrato in Figura DC4.19, la studentessa A, una ragazza di 55 kg, siede su una sedia dotata di guide metalliche, a riposo rispetto al pavimento. Lo studente B, un ragazzo di 80 kg, siede su una sedia identica. Entrambi gli studenti poggiano i piedi sul pavimento. Una fune passa dalle mani della studentessa A attraverso una puleggia leggera, quindi sopra le sue spalle fino alle mani di un insegnante in piedi alle sue spalle. Il perno privo di attrito della puleggia è collegato ad una seconda fune tenuta dallo studente B. Tutte le funi scorrono parallelamente alle guide metalliche. (a) Se la studentessa A tira il suo estremo della fune, quale sedia, la sua o quella di B, scivolerà sul pavimento? Spiegare. (b) Se invece l'insegnante tira il suo estremo della fune, quale sedia scivolerà sul pavimento? Perché proprio quella? (c) Se lo studente B tira la sua fune, quale sedia scivolerà sul pavimento? Perché? (d) Ora l'insegnante lega la sua fune alla sedia della studentessa A. La studentessa A tira il suo estremo della fune. Quale sedia scivolerà sul pavimento e perché?

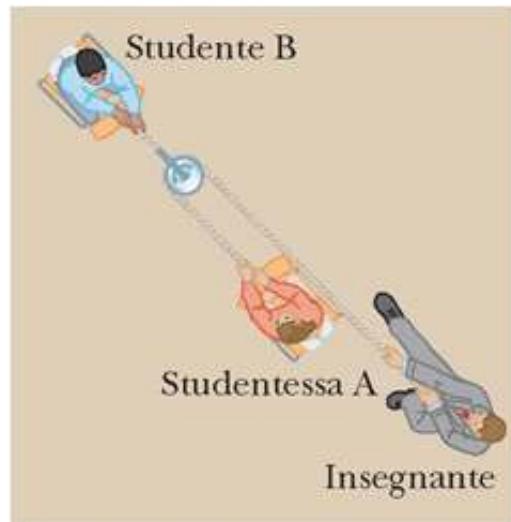


FIGURA DC4.19

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 4.3 Massa

1. Una forza \vec{F} , applicata a un oggetto di massa m_1 produce un'accelerazione di 3.00 m/s^2 . La stessa forza applicata a un oggetto di massa mg produce un'accelerazione di 1.0 m/s^2 . (a) Qual è il valore del rapporto m_1m_2 ? (b) Se m_1 e m_2 vengono unite insieme, trovare la loro accelerazione sotto l'azione della forza \vec{F} .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

2. (a) Un'auto con una massa di 850 kg si muove verso destra a una velocità costante di 1.44 m/s . Qual è la forza totale sulla macchina? (b) Qual è la forza totale sulla macchina se si sposta verso sinistra?

Paragrafo 4.4 La seconda legge di Newton

3. Il motore di un razzo-giocattolo viene assicurato stabilmente ad una grande disco che può scorrere con attrito trascurabile su di una superficie orizzontale, definita come piano xy . Il disco di 4.00 kg ha una velocità di $3.00\hat{i} \text{ m/s}$ ad un certo istante. Otto secondi dopo la sua velocità è $(8\hat{i}+10\hat{j}) \text{ m/s}$. Assumendo che il motore del razzo eserciti una forza orizzontale costante determinare (a) le componenti della forza e (b) il suo modulo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

4. Un corpo di massa di 3.00 kg si muove su un piano. La dipendenza dal tempo delle coordinate x e y è data da $x = 5t^2 - 1$, $y = 3t^3 + 2$, con \mathbf{x} e \mathbf{y} espresse in metri e t in secondi. Determinare il modulo della forza risultante agente sulla massa per $t = 2.00$ s.

5. Una massa di 3.00 kg subisce un'accelerazione data da $\vec{a} = (2.00\hat{i} + 5.00\hat{j}) \text{ m/s}^2$. Determinare (a) la forza risultante e (b) il suo modulo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Problema di ricapitolazione. Tre forze, $\vec{F}_1 = (-2.00\hat{i} + 2.00\hat{j})$, $\vec{F}_2 = (5.00\hat{i} - 3.00\hat{j}) \text{ N}$, e $\vec{F}_3 = (-45.0\hat{i}) \text{ N}$, agiscono su un corpo imprimendogli un'accelerazione di modulo 3.75 m/s^2 . (a) Qual è la direzione e il verso dell'accelerazione? (b) Qual è la massa del corpo? (c) Se il corpo è inizialmente fermo, qual è la velocità dopo 10.0 s? (d) Quali sono le componenti della velocità dopo 10.0 s?

7. Due forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 agiscono su un corpo di massa 5.00 kg. Se $F_1 = 20.0 \text{ N}$ ed $F_2 = 15.0 \text{ N}$, si trovi l'accelerazione nei casi (a) e (b) di Figura P4.7.

VISUALIZZA SOLUZIONE

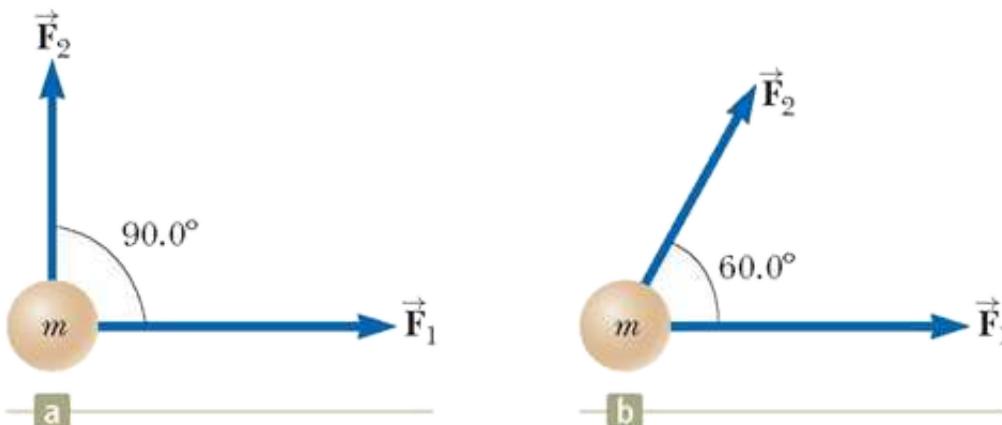


FIGURA P4.7

8. Due forze, $\vec{F}_1 = (-6\hat{i} - 4\hat{j}) \text{ N}$ e $\vec{F}_2 = (-3\hat{i} + 7\hat{j}) \text{ N}$, agiscono su una particella di 2.00 kg di massa, inizialmente ferma nel punto di coordinate $(-2.00 \text{ m}, +4.00 \text{ m})$. Determinare, al tempo $t = 10.0 \text{ s}$: (a) le componenti della velocità, (b) la direzione del moto, (c) lo spostamento e (d) le coordinate della particella.

Paragrafo 4.5 La forza gravitazionale e il peso

9. La distinzione fra massa e peso fu scoperta dopo che Jean Richer trasportò degli orologi a pendolo da Parigi alla Guiana Francese nel 1671. Egli trovò che rallentavano pressoché sistematicamente. L'effetto si invertì quando gli orologi ritornarono a Parigi. Quanto peso perderebbe un uomo di 90 kg nel trasferirsi da Parigi, dove $g = 9.809\ 5 \text{ m/s}^2$, a Cayenna, dove $g = 9.780\ 8 \text{ m/s}^2$? (Considereremo come l'accelerazione di gravità influenza un pendolo nel Paragrafo 12.4.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Oltre al suo peso, un oggetto di 2.80 kg è soggetto a un'altra forza costante. L'oggetto parte da fermo e in 1.20 s compie uno spostamento di $(4.20\hat{i} - 3.30\hat{j})$ m, dove la direzione orientata di \hat{j} è lungo la verticale verso l'alto. Determinare l'altra forza.

11. Problema di ricapitolazione. Un elettrone di massa $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ha una velocità iniziale di $3.00 \times 10^5 \text{ m/s}$. Esso viaggia in linea retta e la sua velocità aumenta a $7. \times 10^5 \text{ m/s}$ in una distanza di 5.00 cm. Assumendo che la sua accelerazione sia costante, (a) determinare la forza sull'elettrone e (b) confrontare questa forza con il peso dell'elettrone, che abbiamo trascurato.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Se un uomo pesa sulla Terra 900 N, quale sarebbe il suo peso su Giove, dove l'accelerazione di gravità vale 25.9 m/s^2 ?

13. Una donna pesa 120 lb. Determinare (a) il peso in newton e (b) la sua massa in chilogrammi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. La forza di gravità su una palla da baseball è $-F_g\hat{j}$. Un giocatore lancia la palla con velocità $v\hat{i}$ accelerandola uniformemente in linea retta orizzontalmente in avanti per un intervallo di tempo $\Delta t = t - 0 = t$. Se la palla parte da ferma, (a) per quale distanza accelera prima di essere abbandonata? (b) Quale forza il giocatore esercita sulla palla?

Paragrafo 4.6 La terza legge di Newton

15. Un blocco di 15.0 lb è fermo sul pavimento. (a) Quale forza esercita il pavimento sul blocco? (b) Al blocco viene collegata una fune che, passando attraverso una puleggia, tiene sospeso liberamente un altro blocco di 10.0 lb. Qual è la forza del pavimento sul blocco da 15.0 lb? (c) Se sostituiamo il blocco da 10.0 lb della domanda (b) con uno del peso di 20.0 lb, qual è la forza del pavimento sul blocco da 15.0 lb?

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Stai in piedi su uno sgabello e poi salti giù. (a) Durante il tempo di volo verso il pavimento, qual è l'ordine di grandezza dell'accelerazione con cui la Terra ti viene incontro? Spiega la logica della soluzione. Assumi che la Terra sia un corpo sferico assolutamente rigido e omogeneo. (b) Qual è l'ordine di grandezza della distanza di cui si muove la Terra?

17. La velocità media di una molecola d'azoto nell'aria è $\sim 6.70 \times 10^2$ m/s, e la sua massa è circa 4.68×10^{-26} kg. (a) Se a una molecola di azoto sono necessari 3.00×10^{-13} s per urtare una parete e rimbalzare indietro con la stessa velocità, qual è l'accelerazione media della molecola durante questo intervallo di tempo? (b) Qual è la forza media che la molecola esercita sulla parete?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 4.7 Applicazioni delle leggi di Newton

18. Due corpi di massa 3.00 kg e 5.00 kg sono collegati da una fune leggera che passa attraverso una puleggia senza attrito a formare una macchina di Atwood, come in Figura 4.12a. Determinare (a) la tensione nella fune, (b) l'accelerazione di ciascun corpo, e (c) la distanza di cui si muoverà ciascun corpo nel primo secondo se essi partono da fermi.

19. Si può ottenere un semplice accelerometro all'interno di un'auto sospendendo una massa m con una funicella di lunghezza L collegata al tetto dell'auto. Quando il veicolo accelera il sistema massa-funicella forma un angolo θ rispetto alla verticale. (a) Assumendo che la massa della funicella sia trascurabile rispetto a m , derivare un'espressione per l'accelerazione del veicolo in funzione di θ e mostrare che essa è indipendente sia dalla massa m che dalla lunghezza L . (b) Determinare l'accelerazione del veicolo quando $\theta = 23.0^\circ$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. BIO Un macchinario come quello mostrato in Figura P4.20 è spesso utilizzato negli ospedali per sostenere e per esercitare una forza di trazione orizzontale su una gamba fratturata. (a) Determinare la forza di tensione nella

fune che sostiene la gamba. (b) Qual è la forza di trazione esercitata verso destra sulla gamba?

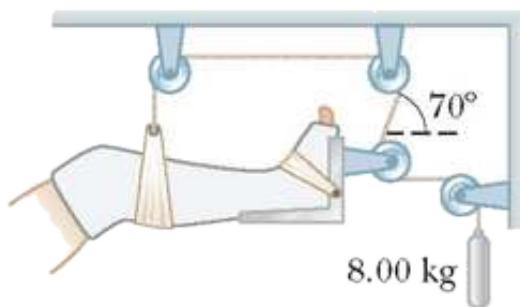


FIGURA P4.20

21. Problema di ricapitolazione. La Figura P4.21 mostra un lavorante che spinge una barca – un mezzo di trasporto molto efficiente – attraverso un lago poco profondo. Egli spinge parallelamente ad un sottile remo, esercitando sul fondo del lago una forza di 240 N. Il remo giace nel piano verticale contenente la chiglia dell'imbarcazione. Ad un certo momento il remo forma un angolo di 35.0° con la verticale e l'acqua esercita una forza di resistenza di 47.5 N sulla barca, opposta alla direzione del moto che avviene con velocità di 0.857 m/s. La massa della barca, incluso il carico e il lavorante, è 370 kg. (a) L'acqua esercita una forza sulla barca verso l'alto che la fa galleggiare. Determinare l'intensità di questa forza. (b) Assumere che le forze siano costanti su di un breve intervallo di tempo e trovare la velocità della barca 0.450 s dopo l'istante descritto.

VISUALIZZA SOLUZIONE



AP Photo/Rebecca Blackwell

FIGURA P4.21

22. I sistemi mostrati in Figura P4.22 sono in equilibrio. Se le scale delle molle sono calibrate in newton, cosa si legge in ciascun caso? (Si trascurino le masse delle pulegge e delle corde e si assuma il piano inclinato liscio.)

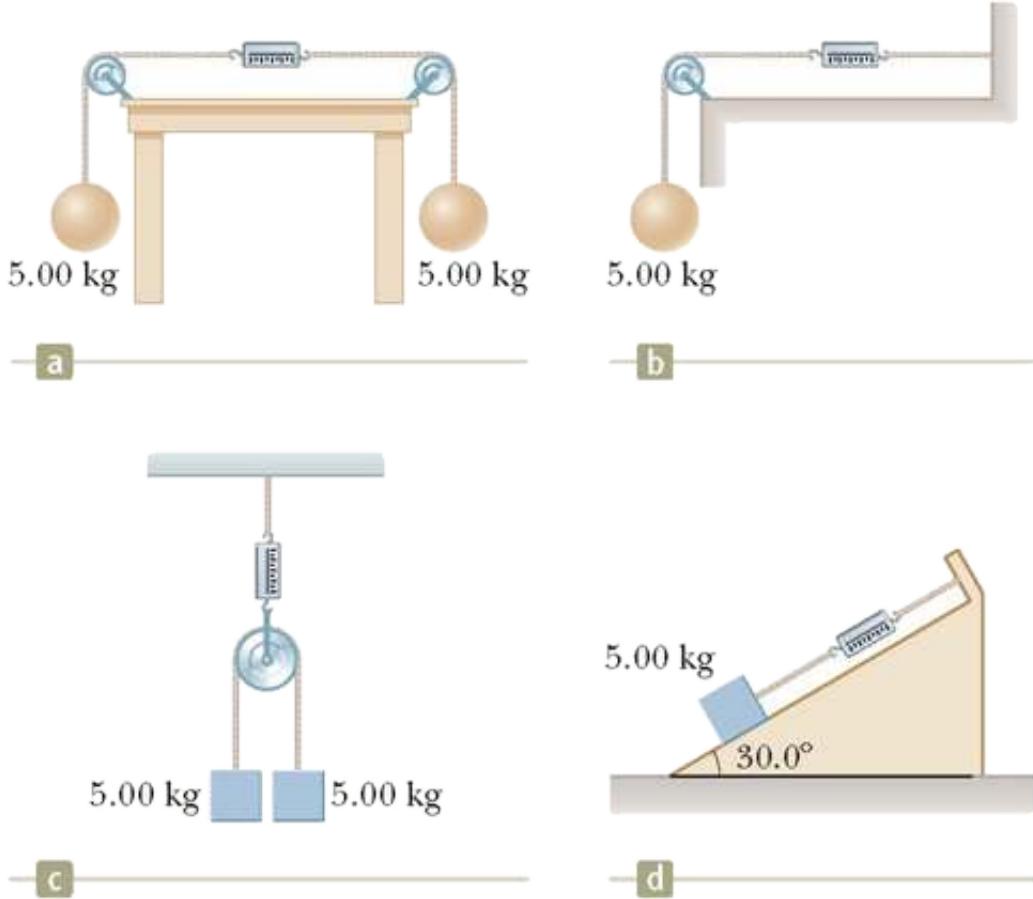


FIGURA P4.22

23. Un sacco di cemento del peso di 325 N è sostenuto da tre funi, in equilibrio, come è mostrato in Figura P4.23. Due funi formano gli angoli $\theta_1 = 60.0^\circ$ e $\theta_2 = 40.0^\circ$ con l'orizzontale. Trovare le tensioni T_1 , T_2 , e T_3 nelle funi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

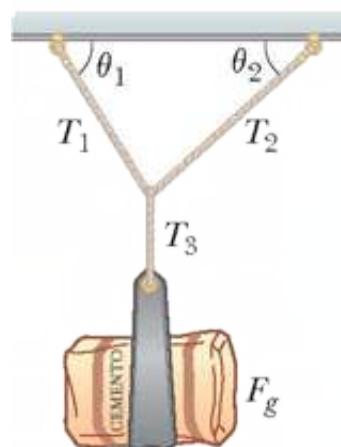


FIGURA P4.23 Problemi 23 e 24

24. Un sacco di cemento che pesa F_g è sostenuto da tre funi, come è mostrato in Figura P4.23. Due funi formano gli angoli θ_1 e θ_2 con l'orizzontale. Se il sistema è in equilibrio, mostrare che la tensione nella fune di sinistra è

$$T_1 = \frac{F_g \cos \theta_2}{\sin (\theta_1 + \theta_2)}$$

25. Nell'Esempio 4.6 abbiamo analizzato il peso apparente di un pesce in un ascensore. Ora consideriamo un uomo di 72.0 kg che si trova in un ascensore su un dinamometro a molla. Partendo da fermo, l'ascensore sale, raggiungendo la sua massima velocità di 1.20 m/s in 0.800 s. L'ascensore continua a questa velocità costante per i successivi 5.00 s. Poi procede con un'accelerazione uniforme per 1.50 s, lungo la direzione negativa dell'asse y , dopodiché si ferma. Cosa registrerà il dinamometro (a) prima che l'ascensore si metta in moto? (b) durante i primi 0.800 s? (c) mentre l'ascensore procede a velocità costante? (d) durante il tempo in cui decelera?

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. La Figura P4.26 mostra alcuni pesi appesi al soffitto di un ascensore che si muove a velocità costante. Trovare la tensione in ciascuno dei tre pezzi di corda che sorreggono ciascun peso.

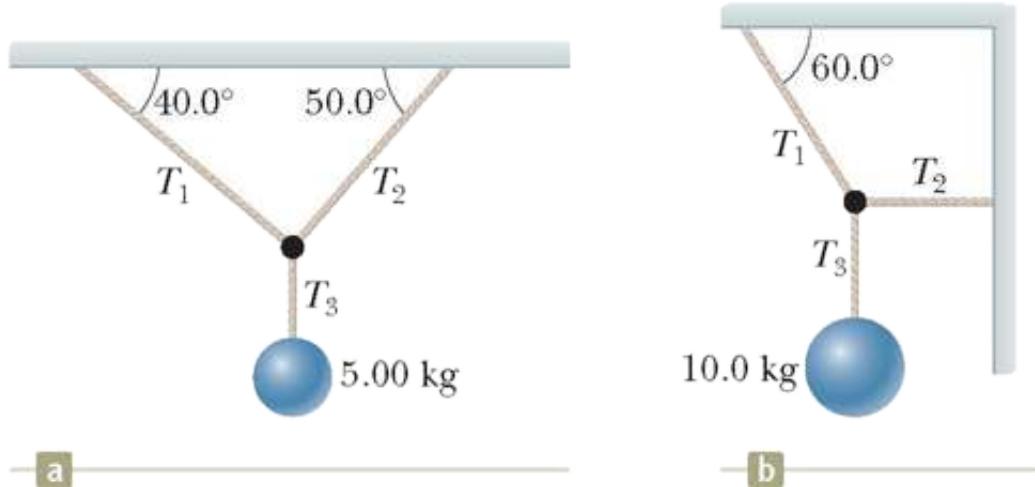


FIGURA P4.26

27. Due persone tirano più che possono una cima orizzontale attaccata ad una barca che ha una massa di 200 kg. Se tirano nella stessa direzione, la barca ha un'accelerazione di 1.52 m/s^2 verso destra. Se tirano in direzioni opposte, la barca ha un'accelerazione di 0.518 m/s^2 verso sinistra. Qual è il modulo della forza che ciascuna persona esercita sulla barca? Trascurare qualsiasi altra forza orizzontale sulla barca.

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Una massa m_1 di 5.00 kg, posta su un tavolo orizzontale privo di attrito, è collegata a un cavo che passa attraverso una puleggia per poi essere legata a una massa pendente m_2 di 9.00 kg, come in Figura P4.28. (a) Tracciare il diagramma di corpo libero per entrambi gli oggetti. Trovare (b) l'accelerazione dei due oggetti e (c) la tensione del cavo.

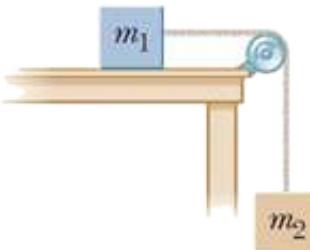


FIGURA P4.28

29. Un corpo di massa $m = 1.00 \text{ kg}$ si muove con una accelerazione \vec{a} di 10.0 m/s^2 in direzione 60.0° nord-est. La Figura P4.29 mostra una vista dall'alto del corpo. La forza \vec{F}_2 agente sul corpo ha un modulo di 5.00 N e direzione nord. Determinare il modulo e la direzione della seconda forza agente \vec{F}_1 orizzontalmente sul corpo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

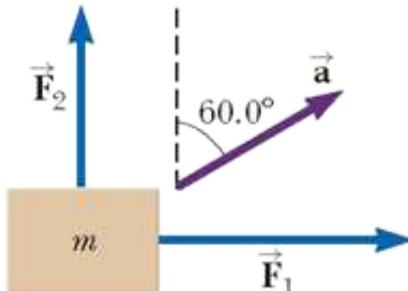


FIGURA P4.29

30. Due corpi sono collegati da una funicella leggera che passa attraverso una puleggia senza attrito, come in Figura P4.30. Il piano inclinato è liscio, $m_1 = 2.00 \text{ kg}$, $m_2 = 6.00 \text{ kg}$ e $\theta = 55.0^\circ$. (a) Disegnare i diagrammi a corpo libero per entrambi i corpi. Trovare (b) le accelerazioni dei corpi, (c) la tensione nella fune e (d) la velocità di ciascun corpo 2.00 s dopo la loro partenza da fermo.

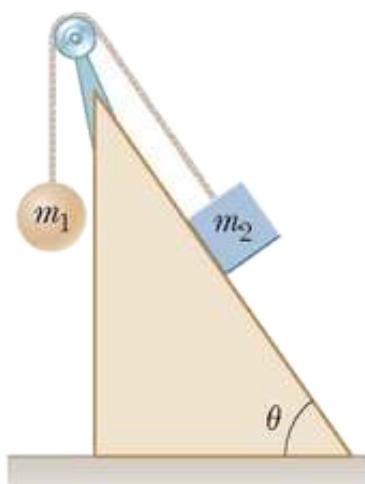


FIGURA P4.30

31. Un blocco su un piano inclinato liscio con inclinazione di 20.0° possiede una velocità iniziale parallela al piano e verso l'alto di 5.0 m/s (Fig. P4.31). Quale tratto percorre in salita il blocco lungo il piano prima di arrestarsi?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

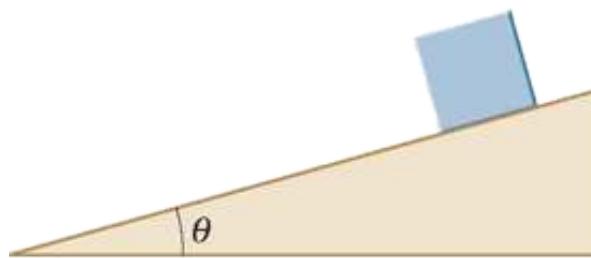


FIGURA P4.31

32. Un'auto è immobilizzata nel fango. Un camion da rimorchio tira l'auto con una forza di 2 500 N, come mostrato in Figura P4.32. Il cavo dell'apparato da rimorchio è in tensione e perciò tira verso il basso e a sinistra il perno e la sua estremità superiore. Il perno leggero è tenuto in equilibrio da forze esercitate dalle due barre A e B. Ciascuna barra è un *puntello*; ossia ha un peso piccolo paragonato alle forze che esercita, le quali sono esercitate solo attraverso perni di cerniera alle proprie estremità. Ciascun puntello esercita una forza diretta parallelamente alla sua lunghezza. Determinare la forza di tensione o compressione in ciascun puntello. Procedere come indicato nel seguito. Fare un'ipotesi di partenza su come, spingendo o tirando, la forza agisca sul perno superiore. Disegnare una diagramma di corpo libero del perno. Usare la condizione di corpo libero del perno per tradurre in equazioni il diagramma di corpo libero del perno. Dalle equazioni calcolare le forze esercitate sui puntelli A e B. Se si ottiene un risultato positivo significa che si era ipotizzato in partenza il verso giusto della forza. Un risultato negativo significa che il verso deve essere invertito, ma il valore assoluto dà il modulo della forza. Se un puntello tira un perno esso è in tensione. Se spinge, il puntello è in compressione. Determinare se ciascun puntello sia in tensione o in compressione.

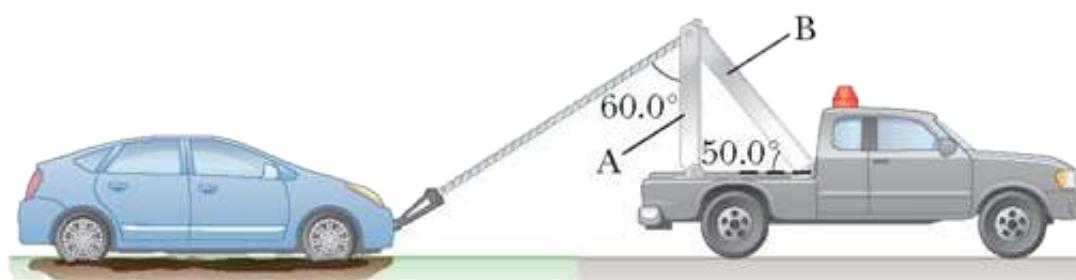


FIGURA P4.32

33. La Figura P4.33 mostra dei pesi di massa $m = 3.50 \text{ kg}$ che pendono dal soffitto di un ascensore. (a) Se l'ascensore si muove verso l'alto con un'accelerazione \vec{a} di 1.60 m/s^2 , trovare le tensioni T_1 e T_2 nelle due funi. (b) Se le funi possono sopportare al massimo una tensione di 85.0 N , quale può essere la massima accelerazione dell'ascensore prima che una fune si spezzi?

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. La Figura P4.33 mostra dei pesi di massa m che pendono dal soffitto di un ascensore. L'ascensore si muove verso l'alto con un'accelerazione a . Le funi hanno massa trascurabile. (a) Trovare le tensioni T_1 e T_2 nelle due funi in funzione di m , a , e g . (b) Confrontare le due tensioni e determinare quale fune si spezza prima se a è sufficientemente grande. (c) Quali sono le tensioni se il cavo che sostiene l'ascensore si rompe?

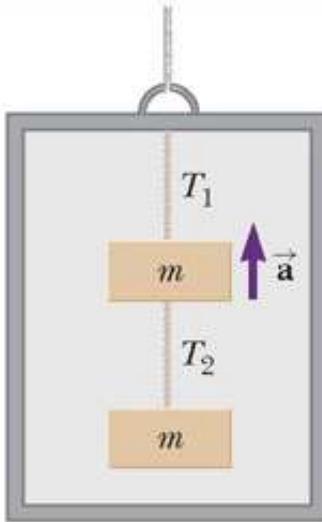


FIGURA P4.33 Problemi 33 e 34

- 35.** In Figura P4.35 l'uomo e l'impalcatura pesano insieme 950 N. Si può assumere che la puleggia sia liscia. Determinare quanto intensamente l'uomo deve tirare la fune per sollevare se stesso in condizioni di equilibrio al di sopra del suolo. (Oppure è impossibile? Se così, spiegare perché.)

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)



FIGURA P4.35

- 36.** Un blocco scivola giù lungo un piano inclinato privo di attrito che forma un angolo $\theta = 15^\circ$ con l'orizzonte. Il blocco parte a riposo dal punto più alto del piano che è lungo 2.00 m. (a) Disegnare un diagramma a corpo libero del blocco. Trovare (b) l'accelerazione del blocco e (c) la velocità quando raggiunge il fondo del piano inclinato.

- 37.** Nel sistema mostrato in Figura P4.37, una forza orizzontale F_x agisce su un oggetto m_2 di 8.00 kg. La superficie orizzontale è priva d'attrito. Si consideri l'accelerazione dell'oggetto in funzione di F_x . (a) Per quali valori di F_x l'oggetto m_1 di 2.00 kg accelera verso l'alto? (b) Per quali valori di F_x la tensione nella fune è zero? (c) Disegnare un grafico dell'accelerazione dell'oggetto m_2 in funzione di F_x . Includere i valori di F_x da -100 N a $+100$ N.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

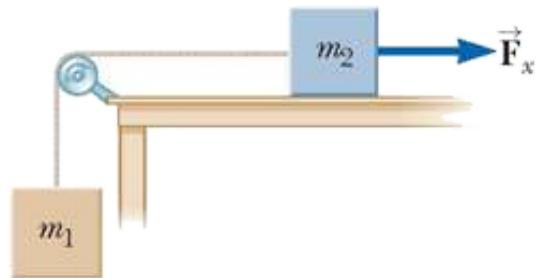


FIGURA P4.37

38. Un piano inclinato privo di attrito è lungo 10.0 m e inclinato di 35.0° . Una slitta parte dal fondo con una velocità iniziale di 5.00 m/s su per il piano inclinato. Quando raggiunge il punto nel quale si ferma momentaneamente, una seconda slitta viene rilasciata dalla sommità del piano inclinato con una velocità iniziale v_i diretta verso il basso. Ambedue le slitte raggiungono il fondo del piano inclinato nello stesso istante. (a) Determinare la distanza che la prima slitta percorre su per il piano inclinato. (b) Determinare la velocità iniziale della seconda slitta.

39. Nella macchina di Atwood discussa nell'Esempio 4.4 e mostrata in Figura 4.12a, $m_1 = 2.00 \text{ kg}$ e $m_2 = 7.00 \text{ kg}$. Le masse della puleggia e della corda sono trascurabili. La puleggia ruota senza attrito e la corda è inestensibile. Il corpo più leggero viene rilasciato con una rapida spinta che lo mette in moto con una velocità $v_i = 2.40 \text{ m/s}$ verso il basso. (a) Di quanto scenderà m_1 al di sotto del suo livello iniziale? (b) Trovare la velocità di dopo 1.80 s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Un corpo di massa m_1 posto su un piano liscio orizzontale è collegato a uno di massa m_2 attraverso una puleggia mobile di massa trascurabile P_1 e una puleggia fissa P_2 , anch'essa di massa trascurabile, come riportato in Figura P4.40. (a) Se a_1 e a_2 sono le accelerazioni delle masse m_1 e m_2 , rispettivamente, qual è la relazione tra le due accelerazioni? Esprimere (b) le tensioni delle funi e (c) le accelerazioni a_1 e a_2 in funzione delle masse m_1 e m_2 e di g .

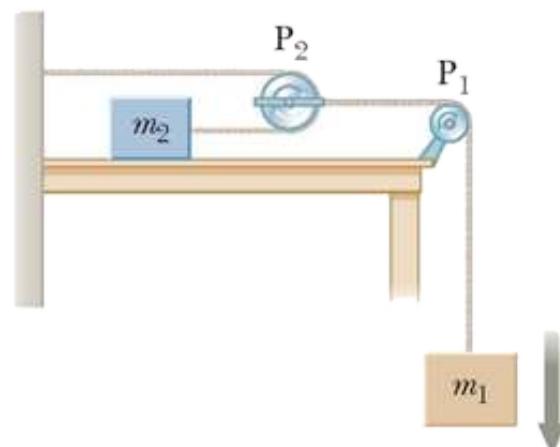


FIGURA P4.40

Paragrafo 4.8 Collegamento al contesto: forze su automobili

41. Una giovane donna compra un'automobile usata non costosa per utilizzarla in corse di auto. L'auto può raggiungere una velocità autostradale con un'accelerazione di $8.40 \text{ mi/h} \cdot \text{s}$. Modificando il suo motore, la donna è in grado di aumentare la forza orizzontale netta sull'auto del 24.0%. Con molta meno spesa, può rimuovere parti inessenziali dal corpo dell'auto per diminuire la massa del 24.0%. (a) Quali delle due modifiche, se almeno una, darà luogo al maggior aumento dell'accelerazione dell'auto? (b) Se la donna apporta entrambe le modifiche che accelerazione ottiene?

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. Un'automobile di 1 000 kg tira un rimorchio di 300 kg. Insieme, auto e rimorchio si muovono in avanti con accelerazione di 2.15 m/s^2 . Si trascuri la forza di resistenza dell'aria sull'auto e tutte le forze di attrito sul rimorchio. Determinare (a) la forza risultante sull'auto, (b) la forza risultante sul rimorchio, (c) la forza esercitata dal rimorchio sull'auto e (d) la forza risultante esercitata dall'auto sulla strada.

Problemi generali

43. Un corpo di massa M è tenuto in equilibrio da una forza applicata \vec{F} a un sistema di pulegge, come è mostrato in Figura P4.43. Le pulegge si considerano di massa trascurabile e senza attrito. (a) Disegnare un diagramma di corpo libero per ogni puleggia. Trovare (b) la tensione in ciascuna sezione della fune, T_1 , T_2 , T_3 , T_4 , e T_5 e (c) il modulo di \vec{F} .

VISUALIZZA SOLUZIONE

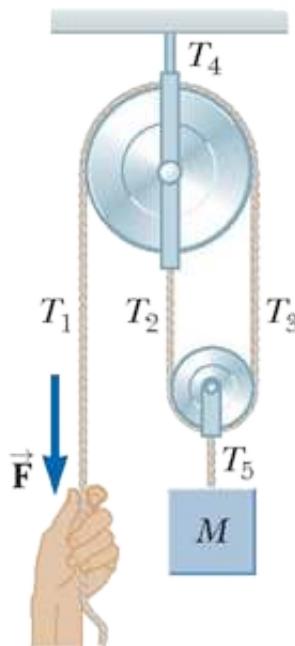


FIGURA P4.43

44. Qualunque dispositivo consenta di modificare la forza che si esercita è una specie di *macchina*. Alcune macchine, come la leva o il piano inclinato, sono molto semplici. Alcune macchine non sempre sembrano delle macchine. Un esempio è il seguente: la tua macchina è impantanata nel fango, e non puoi

spingere con sufficiente forza per liberarla. Tuttavia, possiedi un lungo cavo col quale colleghi il gancio di traino anteriore dell'auto al tronco di un robusto albero girandoglielo intorno e tirandolo finché non risulti ben teso. A questo punto, tiri lateralmente il cavo nel suo punto di mezzo esercitando una forza f . Ciascuna metà del cavo forma un piccolo angolo θ rispetto alla linea retta condotta per gli estremi del cavo. (a) Deduci un'espressione per il modulo della forza agente sull'automobile. (b) Calcola la tensione del cavo nel caso in cui $\theta = 7.00^\circ$ e $f = 100$ N.

45. Un ragazzo ingegnoso di nome Nick vuole raggiungere una mela su di un albero senza arrampicarvisi. Seduto su di un sedile collegato ad una fune che passa su una puleggia senza attrito (Fig. P4.45), Nick tira l'estremità pendente della fune con una forza tale che l'indicazione del dinamometro è 250 N. Il peso vero di Nick è 320 N e il sedile pesa 160 N. (a) Disegnare i diagrammi di corpo libero per Nick e per il sedile considerati come sistemi separati, ed un altro diagramma per Nick ed il sedile considerati come un unico sistema. (b) Mostrare che l'accelerazione del sistema è diretta *verso l'alto* e trovare il modulo. (c) Trovare la forza che Nick esercita sul sedile.

VISUALIZZA SOLUZIONE



FIGURA P4.45 Problemi 45 e 46

46. Nella situazione descritta nel Problema 45 e nella Figura P4.45, le masse della fune, del dinamometro e della puleggia siano trascurabili. I piedi di Nick non toccano terra. (a) Assumere che Nick sia temporaneamente a riposo quando smette di tirare giù la fune e passa l'estremità della fune ad un altro ragazzo, di peso pari a 440 N, che è in piedi sul suolo vicino a lui. La fune non si spezza. Descrivere il moto che ne consegue. (b) Assumere, invece, che Nick sia temporaneamente a riposo quando assicura la fune ad un forte gancio che sporge dal tronco dell'albero. Spiegare perché questa azione può provocare la rottura della fune.

47. Due blocchi di massa 3.50 kg e 8.00 kg sono collegati tramite una fune priva di massa che passa attraverso una puleggia priva di attrito (Fig. P4.47). I piani inclinati sono senza attrito. Trovare (a) il modulo dell'accelerazione di ciascun blocco e (b) la tensione della fune.

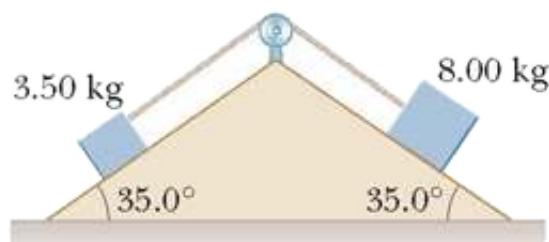


FIGURA P4.47

48. Un carrello di 1.00 kg è tirato su di una guida orizzontale ad aria da una corda ad un angolo θ . La corda tesa corre su di una puleggia ed è attaccata ad un corpo pendente di massa 0.500 kg come mostrato in Figura P4.48. (a) Mostrare che la velocità v_x del carrello e la velocità v_y dell'oggetto appeso sono legate dalla relazione $v_x = uv_y$ dove $u = z(z^2 - h_0^2)^{-1/2}$. (b) Il carrello parte da fermo. Mostrare che in quell'istante l'accelerazione a_x del carrello e l'accelerazione a_y del corpo appeso sono legati dalla relazione $a_x = ua_y$ (c) Determinare la tensione nella corda nell'istante in cui il carrello viene lasciato libero di muoversi per $h_0 = 80.0$ cm e $\theta = 30.0^\circ$.

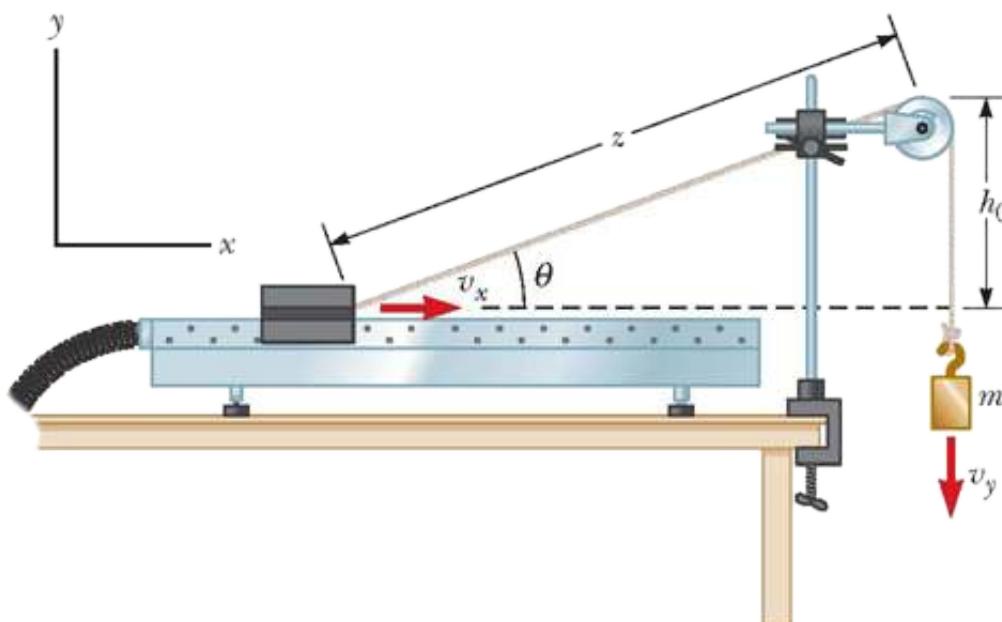


FIGURA P4.48

49. Nell'Esempio 4.5 abbiamo considerato la forza agente su due blocchi spinti sopra un tavolo. Consideriamo ora tre blocchi in contatto l'uno con l'altro su una superficie orizzontale senza attrito, come in Figura P4.49. Una forza orizzontale \vec{F} è applicata a m_1 . Se $m_1 = 2.00$ kg, $m_2 = 3.00$ kg, $m_3 = 4.00$ kg ed $F = 18.0$ N, (a) tracciare un diagramma di corpo libero per ogni blocco e trovare (b) l'accelerazione dei blocchi. (c) Determinare la forza risultante su ciascun blocco e (d) il modulo delle forze di contatto fra i blocchi. (e) Stai lavorando al progetto di una costruzione. Un collaboratore sta inchiodando un pannello su un lato di una parete leggera, e tu stai dalla parte opposta spingendo dall'altra parte contro la parete con la schiena. Ogni colpo ti spinge all'indietro. Il supervisore ti aiuta piazzando un pezzo di legno pesante fra la parete e la tua schiena. Usando come modello la situazione analizzata nelle parti (a)-(d), spiega come ciò renda il tuo lavoro più comodo.

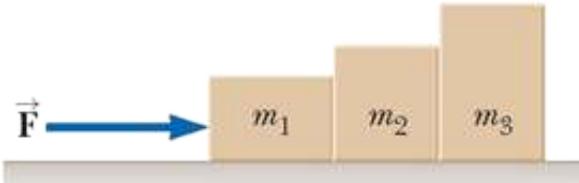


FIGURA P4.49

50. Una decorazione mobile è formata da una sospensione di quattro farfalle metalliche di uguale massa m pendenti da una fune di lunghezza L . I punti di sospensione sono spaziati da una distanza ℓ come è mostrato in Figura P4.50. La fune forma un angolo θ_1 con il soffitto nei punti estremi. Il tratto centrale della fune è orizzontale. (a) Trovare la tensione in ciascun tratto della fune in funzione di θ_1 , m , e g . (b) Trovare l'angolo θ_2 , in funzione di θ_1 , che i tratti della fune fra le farfalle esterne e quelle interne formano con l'orizzontale. (c) Mostrare che la distanza D tra i punti estremi della fune è

$$D = \frac{L}{5} \{2 \cos \theta_1 + 2 \cos [\tan^{-1} (\frac{1}{2} \tan \theta_1)] + 1\}$$

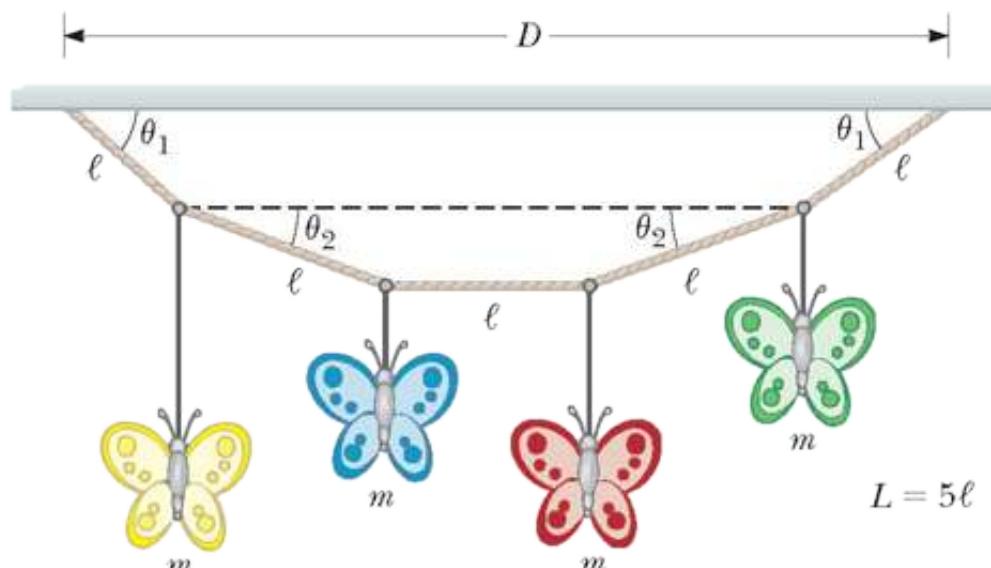


FIGURA P4.50

51. Quale forza orizzontale deve essere applicata al grosso blocco di massa M della Figura P4.51 affinché i blocchi m_1 e m_2 rimangano fermi relativamente a M ? Si assuma che tutte le superfici, ruote e pulegge siano prive di attrito. (Suggerimento: si noti che la forza esercitata dalla fune accelera m_2 .)

VISUALIZZA SOLUZIONE

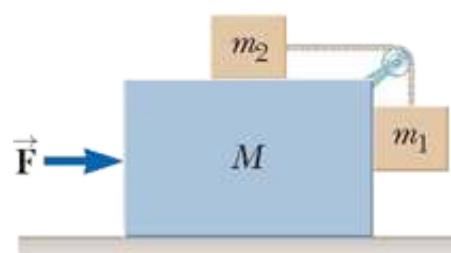


FIGURA P4.51 Problemi 51 e 52.

52. Inizialmente il sistema di oggetti in Figura P4.51 non si muove. Tutte le superfici, la puleggia, e le ruote sono prive di attrito. Assumiamo che la forza \vec{F} sia zero e che m_2 possa muoversi soltanto verticalmente. Nell'istante in cui il sistema di oggetti è rilasciato, trovare (a) la tensione T nella fune, (b) l'accelerazione di m_2 , (c) l'accelerazione di M , e (d) l'accelerazione di m_1 . (Nota: la puleggia accelera insieme al carrello.)

53. Problema di ri(capitolazione). Un blocco di massa $m = 2.00 \text{ kg}$ è rilasciato da fermo a un'altezza $h = 0.500 \text{ m}$ al di sopra della superficie di un tavolo, alla sommità di un piano inclinato di $\theta = 30.0^\circ$ come mostrato in Figura P4.53. Il piano inclinato, privo di attrito, è fissato su un tavolo di altezza $H = 2.00 \text{ m}$. (a) Determinare l'accelerazione del blocco mentre scivola lungo il piano inclinato. (b) Qual è la velocità del blocco nel momento in cui abbandona il piano inclinato? (c) A quale distanza dal tavolo tocca il suolo? (d) Quanto tempo passa dal momento in cui è rilasciato al momento in cui tocca il suolo? (e) La massa del blocco influenza qualcuno dei precedenti calcoli?

VISUALIZZA SOLUZIONE

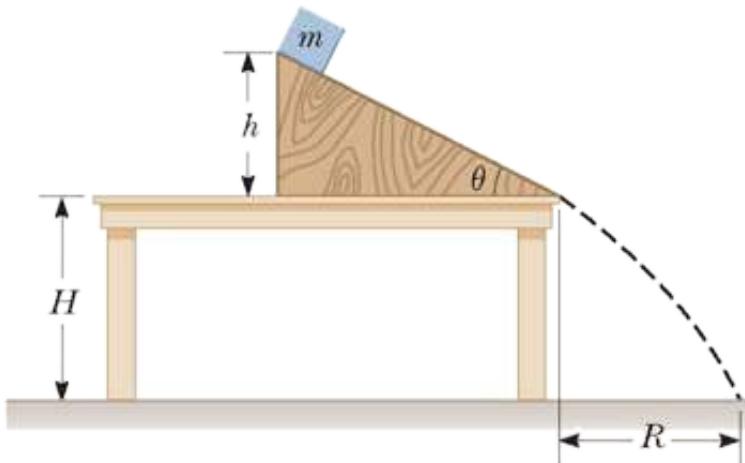


FIGURA P4.53 Problemi 53 e 59

54. Un oggetto di 8.40 kg scivola giù lungo un piano inclinato privo d'attrito. Usare un computer per determinare e tabulare (a) la forza normale esercitata dall'oggetto e (a) la sua accelerazione per una serie di angoli d'inclinazione (misurati rispetto all'orizzontale) fra 0° e 90° in incrementi di 5° . (c) Disegnare un grafico della forza normale e dell'accelerazione in funzione dell'angolo d'inclinazione. (d) Nei casi limite di 0° e 90° , i risultati sono coerenti con il comportamento conosciuto?

55. BIO Se salti da una scrivania e atterri su di un pavimento duro con le gambe tese corri un serio rischio di romperti una gamba. Per rendersi conto di come questo accada, considera la forza media che ferma il tuo corpo quando cadi da fermo da un'altezza di 1.00 m e ti fermi in una distanza molto più corta d . È più probabile che la tua gamba possa rompersi dove la sezione dell'osso (la tibia) è più sottile. Questo punto è proprio sopra la caviglia, dove la sezione dell'osso è circa 1.60 cm^2 . Un osso si fratturerà quando lo sforzo di compressione è superiore a circa $1.60 \times 10^8 \text{ N/m}^2$. Se atterri su entrambe le gambe, la massima forza che le tue caviglie possono esercitare senza problemi sul resto del tuo corpo è quindi circa

$$2(1.60 \times 10^8 \text{ N/m}^2)(1.60 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 5.12 \times 10^4 \text{ N.}$$

Calcolare la distanza d'arresto minima d che non comporterà la rottura di una gamba se la tua massa è di 60.0 kg. Non ci provare! Piega le ginocchia!

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Perché la seguente situazione è impossibile? Mediante un singolo cavo priva di massa una gru sta sollevando una Ferrari di massa 1 207 kg, e, sotto di essa, una BMW ZS di massa 1 461 kg. Entrambe le auto si muovono verso l'alto con velocità 3.50 m/s e accelerazione 1.25 m/s². Il cavo è omogeneo e non presenta difetti per tutta la sua lunghezza. A causa della tensione che supera la soglia limite, il cavo si spezza proprio sotto la Ferrari.

57. Un furgone accelera lungo una discesa (Fig. P4.57) impiegando, con partenza da fermo, 6.00 s per raggiungere la velocità di 30.0 m/s. Durante l'accelerazione, un giocattolo, di massa $m = 0.100$ kg e rappresentato in figura dalla palla, è appeso tramite una cordicella al soffitto del furgone. L'accelerazione è tale che la cordicella mantiene una direzione perpendicolare al soffitto. Determinare (b) l'angolo θ e (b) la tensione della cordicella.

VISUALIZZA SOLUZIONE

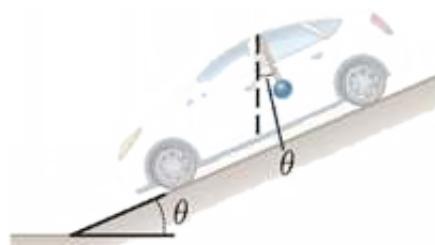


FIGURA P4.57

58. Si richiede ad uno studente di misurare l'accelerazione di un carrello su un piano inclinato liscio, utilizzando una guida ad aria, un cronometro ed un metro rigido. L'altezza misurata del piano inclinato è 1.774 cm e la lunghezza totale $d = 127.1$ cm. Il carrello, inizialmente fermo, viene lasciato scendere dalla sommità del piano ed il suo spostamento lungo il piano, x , viene misurato in funzione del tempo, con $x = 0$ la posizione iniziale del blocco. Per i valori di x pari a 10.0 cm, 20.0 cm, 35.0 cm, 50.0 cm, 75.0 cm e 100 cm, i tempi impiegati per percorrere tali distanze, ottenuti come media su cinque misure, sono 1.02 s, 1.53 s, 2.01 s, 2.64 s, 3.30 s e 3.75 s, rispettivamente. (a) Costruire un grafico riportando x in funzione di t^2 e approssimare, tramite il metodo dei minimi quadrati, i dati riportati. (b) Determinare l'accelerazione del carrello dalla pendenza del grafico e paragonare il valore ottenuto con quello calcolato tramite $a = g \sin \theta$, con $g = 9.80$ m/s² come ottenuto nell'Esempio 4.3.

59. In Figura P4.53 il piano inclinato ha massa M ed è fissato su un tavolo orizzontale fermo. Il blocco di massa m è posto vicino al fondo del piano inclinato ed è rilasciato con un rapido impulso che lo fa muovere verso l'alto. Esso si ferma vicino alla sommità del piano inclinato, come mostrato nella figura, e poi scivola giù nuovamente, sempre senza attrito. Trovare la forza che il tavolo esercita sul piano inclinato durante questo moto in funzione di m , M , g , e θ .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Altre applicazioni delle leggi

di Newton

KYLE BUSH, IL PILOTA ALLA GUIDA DELLA TOYOTA SNICKERS N. 18, TIENE TESTA AL PILOTA JEFF GORDON CHE SI TROVA ALLA GUIDA DELLA CHEVROLET DUPONT N. 24, DURANTE LA KOBALT TOOLS 500 NASCAR SPRINT CUP SERIES SVOLTASI AL CIRCUITO DI ATLANTA IL 9 MARZO 2008 AD HAMPTON IN GEORGIA. LE AUTO VIAGGIANO SU UNA CURVA SOPRAELEVATA CHE FACILITA IL MOTO CIRCOLARE CHE DEVONO COMPIERE NELLE CURVE.



Chris Graythen/Getty Images

Nel Capitolo 4 abbiamo introdotto le leggi del moto di Newton e le abbiamo applicate a casi in cui era possibile trascurare le forze di attrito. In questo capitolo, estenderemo la nostra indagine ai sistemi che si muovono in presenza di forze di attrito, che ci consentiranno di creare modelli più realistici. Questi sistemi comprendono oggetti che si muovono su superfici scabre e oggetti che si muovono in mezzi viscosi, come i liquidi e l'aria. Applicheremo anche le leggi di Newton alla dinamica del moto circolare in modo da comprendere meglio il moto di oggetti che si muovono lungo traiettorie circolari sotto l'azione di vari tipi di forze.

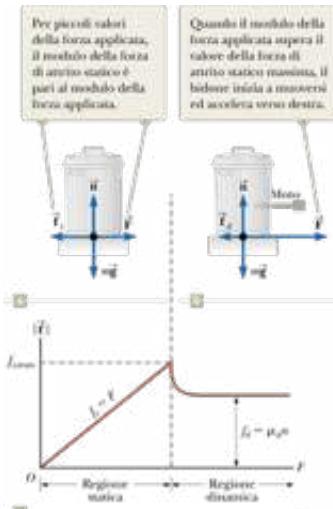


FIGURA 5.1 (a) e (b) Quando si trascina un bidone della spazzatura, la direzione della forza di attrito \vec{F}_d tra il bidone e la superficie scabra è opposta alla direzione della forza applicata \vec{F} . (c) Grafico delle forze di attrito in funzione della forza applicata. Si noti che $f_{s,\max} > f_d$.

5.1

Forze di attrito

Quando un corpo è in movimento su una superficie scabra, o attraverso un mezzo viscoso quale l'aria o l'acqua, c'è una resistenza al moto dovuta all'interazione del corpo con ciò che lo circonda. Chiameremo una tale resistenza **forza di attrito**. Le forze di attrito sono molto importanti nella nostra vita quotidiana. Esse ci permettono di camminare e di correre e sono necessarie per il moto dei veicoli a ruote.

Immagina di lavorare nel tuo giardino e di avere riempito il bidone della spazzatura con i residui del taglio dell'erba. Trascini, allora, il bidone sulla superficie del vialetto in cemento, come in Figura 5.1a (pag. 126). Questa è una superficie reale, non una superficie idealizzata priva d'attrito, come nel modello semplificato. Se, per

trascinare il bidone, si applica una forza esterna orizzontale \vec{F} verso destra, il bidone può rimanere fermo se la forza \vec{F} è piccola. La forza che contrasta \vec{F} e impedisce al bidone di muoversi agendo verso sinistra si chiama **forza di attrito statico** f_s . Fino a quando il bidone non si muove, esso è descrivibile come particella in equilibrio e $f_s = F$; quindi, se F aumenta, anche f_s aumenta. Allo stesso modo, se F diminuisce anche f_s diminuisce.

Gli esperimenti mostrano che questa forza proviene dalla natura delle due superfici; a causa della loro rugosità, il contatto avviene solo in alcuni punti, dove le asperità del materiale vengono a contatto. In questi punti si genera una forza di attrito, in parte perché una sporgenza blocca fisicamente il movimento di una sporgenza posta sulla superficie opposta ed in parte a causa di legami chimici (saldatura a punti) tra sporgenze contrapposte nel momento in cui esse vengono a contatto. Sebbene i dettagli della forza di attrito siano alquanto complessi a livello atomico, questa forza discende, in ultima analisi, da una interazione di tipo elettrico tra atomi o molecole. Se aumentiamo il modulo di F , come in Figura 5.1b, il bidone alla fine comincerà a muoversi. Quando il bidone è sul punto di muoversi, f_s è massima, com'è mostrato in Figura 5.1c. Se F supera $f_{s,\max}$, il bidone si muove e accelera verso destra. Quando il bidone è in moto, la forza di attrito diventa minore di $f_{s,\max}$ (Fig. 5.1c). Chiamiamo la forza d'attrito per un oggetto in moto **forza di attrito dinamico**, \vec{F}_d . La forza netta $F - f_d$ nella direzione x produce un'accelerazione verso destra, in accordo con la seconda legge di Newton. Se riduciamo l'intensità della forza fino a rendere $F = f_d$, l'accelerazione diviene nulla e il bidone si muove verso destra con velocità costante. Se la forza applicata viene rimossa, allora la forza di attrito agente verso sinistra fornisce un'accelerazione nella direzione $-x$ e alla fine riporta il bidone in quiete.

Sperimentalmente si trova, con buona approssimazione, che tanto $f_{s,\max}$ quanto f_d per un oggetto su una superficie sono proporzionali alla forza normale esercitata dalla superficie sull'oggetto; adottiamo, perciò, un modello semplificato nel quale questa approssimazione sia considerata esatta. Le assunzioni in questo modello semplificato possono essere riassunte come segue:

- Il modulo della forza di attrito statico fra due qualsiasi superfici a contatto può assumere valori dati da

► FORZA DI ATTRITO STATICO

$$f_d \leq \mu_s n$$

5.1

dove la costante adimensionale μ_s è detta **coefficiente di attrito statico** e n è il modulo della forza normale. L'eguaglianza nell'Equazione 5.1 sussiste quando il blocco è sul punto di iniziare a scivolare, cioè quando $f_s = f_{s,\max} = \mu_s n$. Questa situazione si chiama *moto imminente*. La diseguaglianza vale quando la componente della forza applicata parallela alla superficie è minore di questo valore.

- Il modulo della forza di attrito dinamico agente fra due superfici è

► FORZA DI ATTRITO DINAMICO

$$f_d = \mu_d n$$

5.2◀

dove μ_d è il **coefficiente di attrito dinamico**. Nel nostro modello semplificato, questo coefficiente è indipendente dalla velocità relativa delle superfici.

- I valori di μ_d e μ_s dipendono dalla natura delle superfici, ma μ_d è in generale minore di μ_s . La Tabella 5.1 elenca alcuni valori.
- Il verso della forza d'attrito agente su un oggetto è opposto a quello del moto (attrito cinetico) o a quello del moto imminente (attrito statico) dell'oggetto relativamente alla superficie con la quale è a contatto.

La natura approssimata delle Equazioni 5.1 e 5.2 è facilmente dimostrata provando a sistemare un oggetto per farlo scivolare su un piano inclinato a velocità costante. Specialmente a basse velocità, è verosimile che il moto sia caratterizzato da una successione alternata di scivolamenti e arresti. Il modello semplificato descritto mediante

Prevenire le insidie

| 5.1 Il segno di
uguale viene
utilizzato in
situazioni
particolari

Nell'Equazione 5.1 il segno uguale è usato solo quando le superfici sono sul punto di staccarsi ed iniziare a scivolare. Non cadere nella trappola di usare $f_s = \mu_s n$ in ogni situazione di attrito statico.

Prevenire le insidie

| 5.2 La direzione
della forza di attrito

Talvolta, circa la forza di attrito, viene scorrettamente affermato che – “La forza di attrito su un oggetto è opposta al moto o al suo moto imminente” – invece di utilizzare l'affermazione corretta, “La forza di attrito su un oggetto è opposta al moto o al moto imminente *relativamente alla superficie*”. Rifletti attentamente sul Quiz rapido 5.2.

TABELLA 5.1 | Coefficienti di attrito

	μ_s	μ_d
Gomma su cemento	1.0	0.8
Acciaio su acciaio	0.74	0.57
Alluminio su acciaio	0.61	0.47
Vetro su vetro	0.94	0.4
Rame su acciaio	0.53	0.36
Legno su legno	0.25-0.5	0.2
Legno cerato su neve bagnata	0.14	0.1
Metallo su metallo (lubrificato)	0.15	0.06
Legno cerato su neve secca	—	0.04
Teflon su teflon	0.04	0.04
Ghiaccio su ghiaccio	0.1	0.03
Giunti sinoviali negli uomini	0.01	0.003

Nota: tutti i valori sono approssimati. In alcuni casi il coefficiente di attrito può essere maggiore di 1.0.

le assunzioni riportate precedentemente è stato sviluppato in modo tale da poter risolvere i problemi che coinvolgono l'attrito in un modo relativamente semplice.

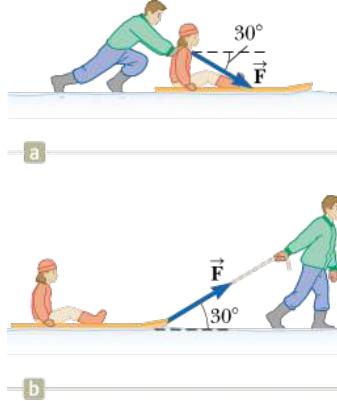


FIGURA 5.2 (Quiz rapido 5.3) Un padre tenta di far scivolare la figlia su una slitta sulla neve (a) spingendo da dietro sulle sue spalle o (b) tirando dal davanti una corda attaccata alla slitta. Quale delle due situazioni è più agevole?

Ora che abbiamo identificato le caratteristiche della forza d'attrito, possiamo includerla nella forza risultante agente su un oggetto nel modello di particella soggetta a una forza risultante.

QUIZ RAPIDO 5.1

Schiaccia il libro di fisica dalla parte piatta contro una parete verticale con la tua mano. Qual è la direzione della forza d'attrito sul libro esercitata dalla parete? (a) Verso il basso. (b) Verso l'alto. (c) Verso l'esterno del muro. (d) Verso l'interno del muro.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 5.2

Una cassa è posta al centro del pianale di un furgone. Il furgone accelera verso est, e la cassa si muove con esso senza slittare sul pianale del furgone. Qual è il verso della forza d'attrito esercitata dal pianale del furgone sulla cassa? (a) Ovest. (b) Est. (c) Non c'è forza d'attrito perché la cassa non slitta.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 5.3

Stai giocando con tua figlia sulla neve. Ella siede su uno slittino e ti chiede di farla scivolare lungo un piano orizzontale. Puoi scegliere (a) se spingerla da dietro applicando sulle sue spalle una forza a 30° al di sotto dell'orizzontale (Fig. 5.2a), oppure (b) legare anteriormente allo slittino una fune e tirare con una forza di 30° sull'orizzontale (Fig. 5.2b). Cosa ti risulterebbe più facile e perché?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

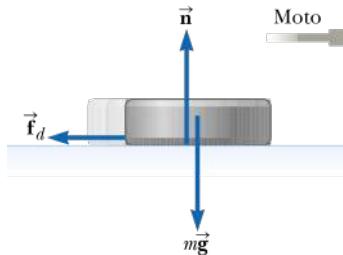


FIGURA 5.3 (Esempio 5.1) Dopo che ad un disco viene conferita una velocità iniziale verso destra, le uniche forze agenti sul disco sono la forza di gravità $m\vec{g}$, la forza normale \vec{n} e la forza di attrito dinamico \vec{f}_d .

Esempio 5.1 Il disco da hockey che scivola

Un disco da hockey che si trova su uno specchio d'acqua ghiacciato si muove con velocità iniziale di 20 m/s.

(A) Determinare il coefficiente di attrito dinamico tra disco e ghiaccio se il disco rimane sulla superficie ghiacciata e scivola per 115 m prima di fermarsi.

(B) Se la velocità iniziale del disco fosse dimezzata, quale sarebbe la distanza percorsa scivolando?

VISUALIZZA SOLUZIONE

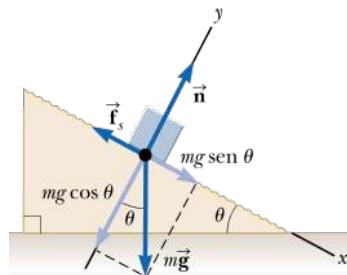


FIGURA 5.4 (Esempio 5.2) Le forze esterne esercitate su un blocco che giace su una superficie scabra sono la forza di gravità mg , la forza normale n è la forza di attrito f_s . Per convenienza la forza di gravità è stata scomposta in una componente $mg \sin \theta$ lungo il piano ed una componente $mg \cos \theta$ perpendicolare al piano inclinato.

Esempio 5.2 Un metodo sperimentale per misurare μ_s e μ_d

Il seguente è un semplice metodo per misurare i coefficienti d'attrito. Supponiamo che un blocco sia posto su una superficie scabra inclinata rispetto all'orizzontale, com'è mostrato in Figura 5.4. L'angolo d'inclinazione può essere incrementato fino a quando il blocco inizia a muoversi. Mostra che si può ottenere μ_s dalla misura dell'angolo critico θ_c in corrispondenza del quale il blocco inizia a muoversi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

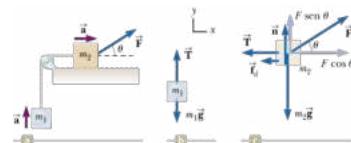


FIGURA 5.5 (Esempio 5.3) (a) La forza esterna \vec{F} applicata come mostrato in figura può portare il cubo ad accelerare verso destra. (b, c) Diagrammi di corpo libero che mostrano le forze sui due oggetti, dove si assume che il blocco acceleri verso destra e la palla verso l'alto.

Esempio 5.3 Accelerazione di due oggetti collegati in presenza di attrito

Un cubo di massa m_2 su di una superficie ruvida ed una palla di massa m_1 sono collegati da un filo leggero attraverso una puleggia priva di attrito, la cui massa può essere trascurata, come in Figura 5.5a. Una forza di intensità F agisce sul cubo lungo una direzione che forma un angolo θ con l'orizzontale come mostrato in figura, provocandone il moto verso destra. Il coefficiente d'attrito dinamico tra il cubo e la superficie è μ_d . Determinare l'accelerazione dei due oggetti.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Estensione del modello per una particella in moto circolare uniforme

La risoluzione dei problemi che coinvolgono forze di attrito è solo una delle tante applicazioni della seconda legge di Newton. Consideriamo ora un'altra situazione comune, ovvero una particella che si muove di moto circolare uniforme. Nel Capitolo 3 abbiamo visto come una particella che si muove su di una traiettoria circolare di raggio r con velocità scalare uniforme v sia sottoposta ad un'accelerazione centripeta di modulo:

► ACCELERAZIONE CENTRIPETA

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Il vettore accelerazione è diretto verso il centro della circonferenza ed è *sempre* perpendicolare a \vec{v} .

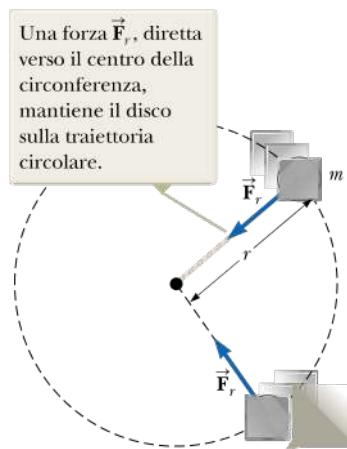


FIGURA 5.6 Una visione dall'alto di un disco che si muove lungo una traiettoria circolare su un piano orizzontale.

In virtù della seconda legge di Newton, se si osserva un'accelerazione essa è necessariamente prodotta da una forza non nulla. Poiché l'accelerazione è diretta verso il centro della circonferenza, la forza deve agire *verso l'interno* sulla particella che compie il moto circolare. In questo paragrafo ci occuperemo delle forze che producono questo tipo di accelerazione.

Consideriamo un disco di massa m , legato ad una corda di lunghezza r e in moto a velocità scalare costante lungo una traiettoria circolare orizzontale, come illustrato nella Figura 5.6. Il peso viene bilanciato da un piano privo di attrito e la corda è ancorata ad un giunto posto al centro del percorso circolare del disco. Perché il disco si muove lungo la circonferenza? La tendenza naturale del disco è di muoversi lungo una traiettoria rettilinea, come previsto dalla prima legge di Newton. La corda, però, impedisce il moto rettilineo imponendo una forza radiale F , sul disco, che compie così una traiettoria circolare. Questa forza, il cui modulo è pari alla tensione della corda, è diretta secondo la direzione della corda e verso il centro della circonferenza, come mostrato in Figura 5.6.

Secondo questa analisi, la tensione della corda è la causa del moto circolare del disco. Altre forze possono essere all'origine del moto circolare degli oggetti. Per esempio le forze di attrito consentono alle automobili di muoversi lungo

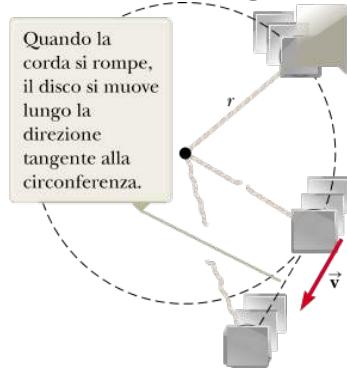


FIGURA 5.7 La corda che mantiene il disco lungo la traiettoria circolare si rompe.

strade tortuose mentre la forza gravitazionale fa sì che un pianeta orbiti attorno al Sole. A prescindere dalla natura della forza che agisce sulla particella in moto circolare si può applicare la seconda legge di Newton lungo la direzione radiale:

$$\sum F = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

5.3◀

In generale, un corpo può muoversi lungo una traiettoria circolare sotto l'influenza di diversi tipi di forze, ovvero *combinazioni* di forze, come si vedrà in alcuni degli esempi seguenti.

Se la forza che agisce sul corpo si annulla, il corpo non proseguirà più nel suo moto circolare ma si muoverà lungo la linea retta tangente alla circonferenza nel punto in cui la forza è venuta meno. Questa idea viene illustrata in Figura 5.7 per il caso del disco che si muove lungo la traiettoria circolare all'estremità della corda. Se ad un certo istante la corda si rompe, il disco si muoverà lungo la linea retta, tangente alla circonferenza nel punto in cui si trovava il disco in quel dato istante.

QUIZ RAPIDO 5.4

Stai andando su una ruota panoramica (Fig. 5.8) che gira a velocità scalare costante. La cabina su cui ti trovi mantiene sempre la sua corretta posizione verticale. (i) Qual è la direzione della forza normale esercitata su di te dal sedile quando ti trovi nella posizione di massima altezza? (a) verso l'alto (b) verso il basso (c) impossibile da determinare. (ii) Scegliendo tra le possibili risposte al punto precedente, qual è la direzione della forza risultante su di te quando sei nel punto più alto della ruota?

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Prevenire le insidie | 5.3 Direzione del moto quando la corda viene tagliata

Studia attentamente la Figura 5.7. Molti studenti hanno la concezione erronea che il disco si allontani *radialmente* dal centro del cerchio quando la corda viene tagliata. La velocità del disco è *tangente* al cerchio. Secondo la prima legge di Newton, il disco mantiene il suo moto lungo la direzione nella quale si stava muovendo nel momento in cui la forza della corda svanisce.



Thomas Barrau/Shutterstock.com

Prevenire le insidie | 5.4 La forza centrifuga

L'espressione comunemente utilizzata “forza centrifuga” viene riferita alla forza che spinge *verso l'esterno* un oggetto che si muove su una traiettoria circolare. Se stai sperimentando una “forza centrifuga” su una giostra che ruota, con quale altro oggetto stai interagendo? Non riesci ad identificare alcun oggetto con cui interagisci perché la

FIGURA 5.8 (Quiz rapido 5.4) Una ruota panoramica.

FISICA RAGIONATA 5.1

forza centrifuga è una forza fittizia.

La teoria Copernicana del sistema solare è un modello nel quale si assume che i pianeti ruotino attorno al Sole in orbite circolari. Storicamente, ciò costituì una svolta nei riguardi della teoria Tolemaica, un modello in cui la Terra era al centro. Quando fu proposta la teoria Copernicana sorse spontanea una domanda: “Che cosa fa sì che la Terra e gli altri pianeti si muovano nelle loro orbite attorno al Sole?”. Un’interessante risposta a questa domanda ci viene da Richard Feynman: “In quei giorni, una delle teorie proposte era quella che i pianeti girassero intorno perché accanto ad essi vi erano degli angeli invisibili, che battevano le loro ali e spingevano innanzi i pianeti... Risulta che allo scopo di tenere i pianeti nelle loro orbite, gli angeli invisibili avrebbero dovuto volare in una direzione diversa”¹. Cosa intende dire Feynman con ciò?

Ragionamento La domanda posta dai contemporanei di Copernico indica che essi non avevano una comprensione adeguata dell’inerzia, così come descritta dalla prima legge di Newton. Nel passato, prima di Galileo e Newton, l’interpretazione era quella secondo la quale il *moto* era causato da una forza. Questa interpretazione differisce dalla nostra attuale comprensione secondo la quale sono le *variazioni del moto* ad essere causate da una forza. Era pertanto naturale, per i contemporanei di Copernico, chiedersi quale fosse la forza che spingesse avanti i pianeti nelle loro orbite. Secondo la nostra attuale comprensione, è altrettanto naturale per noi realizzare che non è necessaria alcuna forza tangente all’orbita, il moto semplicemente continua per inerzia.

Quindi, nel linguaggio figurato di Feynman, non abbiamo bisogno di angeli che spingano i pianeti *da dietro*. Abbiamo, tuttavia, bisogno di angeli che spingano verso l’*interno* per fornire l’accelerazione centripeta necessaria alla variazione della loro direzione lungo il moto orbitale del pianeta. Naturalmente, gli angeli non sono reali, da un punto di vista scientifico, essi sono una metafora della *forza gravitazionale*. ↵ 1 R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. 1 (Reading, MA: Addison-Wesley, 1963), p. 7-2.



I vagoni di un ottovolante a spirale devono viaggiare percorrendo spire molto strette. La forza normale delle rotaie contribuisce a fornire l’accelerazione centripeta. La forza gravitazionale, dal momento che rimane costante in direzione e verso, agisce in alcuni punti nello stesso verso della forza normale, ed in altri è ad essa opposta.

Esempio 5.4 Quanto velocemente riesce a ruotare?

Un disco di massa 0.500 kg è collegato all'estremità di una corda lunga 1.50 m. Il disco si muove su di una traiettoria circolare come mostrato in Figura 5.6. Se la corda riesce a sostenere una tensione massima di 50.0 N, qual è la massima velocità a cui il disco può muoversi senza che la corda si rompa? Si assuma che la corda rimanga orizzontale durante il moto.

E se...? Supponiamo che il disco si muova su di una circonferenza di raggio maggiore ma con la stessa velocità. In queste condizioni sarà più facile o più difficile che la corda si rompa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

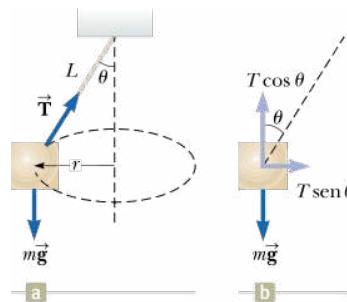


FIGURA 5.9 (Esempio 5.5) (a) Un pendolo conico. Il percorso della palla è un cerchio orizzontale. (b) Le forze che agiscono sulla palla.

Esempio 5.5 Il pendolo conico

Una piccola palla di massa m è sospesa ad un filo di lunghezza L . La palla ruota su una circonferenza orizzontale di raggio r con velocità costante in modulo, v , come in Figura 5.9 (poiché il filo descrive la superficie di un cono, il sistema è noto come *pendolo conico*). Trovare la velocità del corpo.

Prevenire le insidie | 5.5 La forza centripeta

La forza che provoca l'accelerazione centripeta viene detta *forza centripeta* in alcuni testi. Dare un nome alla forza che provoca il moto circolare porta molti studenti a considerarla come un nuovo *tipo* di forza piuttosto che attribuire alla forza un nuovo *ruolo*. Un errore comune è quello di disegnare le forze in un diagramma di corpo libero e quindi aggiungere un altro vettore per la forza centripeta. Tuttavia non è una forza distinta; è una delle forze a noi familiari che *agisce in modo da provocare un moto circolare*. Per il moto della Terra attorno al Sole, ad esempio, la “forza centripeta” è la *gravità*. Per una roccia che viene fatta roteare appesa all'estremità di un filo, la “forza centripeta” è la *tensione* del filo. Dopo questa discussione non utilizzeremo più l'espressione *forza centripeta*.

VISUALIZZA SOLUZIONE

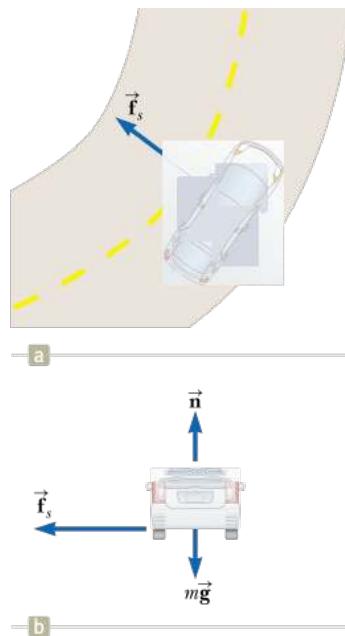


FIGURA 5.10 (Esempio 5.6) (a) La forza di attrito statico diretta verso il centro della curva mantiene l'auto sulla traiettoria circolare. (b) Le forze che agiscono sull'auto.

Esempio 5.6 Qual è la velocità massima dell'auto?

Un'auto di massa 1 500 kg, che si muove su una strada orizzontale piana, affronta una curva di 35.0 m di raggio, come mostrato in Figura 5.10a (pag. 134). Se il coefficiente di attrito statico tra gli pneumatici ed il terreno asciutto è 0.523, trovare la velocità massima che l'auto può mantenere per affrontare, con successo, la curva.

E se...? Supponiamo che l'auto percorra questa curva in un giorno di pioggia ed inizi a slittare quando raggiunge la velocità di 8 m/s. Cosa possiamo dire riguardo al coefficiente di attrito statico in questo caso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 5.7 La strada sopraelevata

Un ingegnere civile desidera riprogettare la strada curva dell'Esempio 5.6 in modo che un'auto non debba dipendere dall'attrito per percorrere la curva senza sbandare. In altre parole, un'auto che viaggia alla velocità prevista è capace di superare la curva anche se la strada è coperta di ghiaccio. Tale curva viene di solito *sopraelevata*, intendendo con ciò che la carreggiata è inclinata verso

l'interno della curva, come si può vedere nella fotografia sulla prima pagina di questo capitolo. Supponi che la velocità progettata per la curva sia 13.4 m/s (30.0 mi/h) e che il raggio della curva sia di 35.0 m. A quale angolo la curva dovrebbe essere soprelevata?

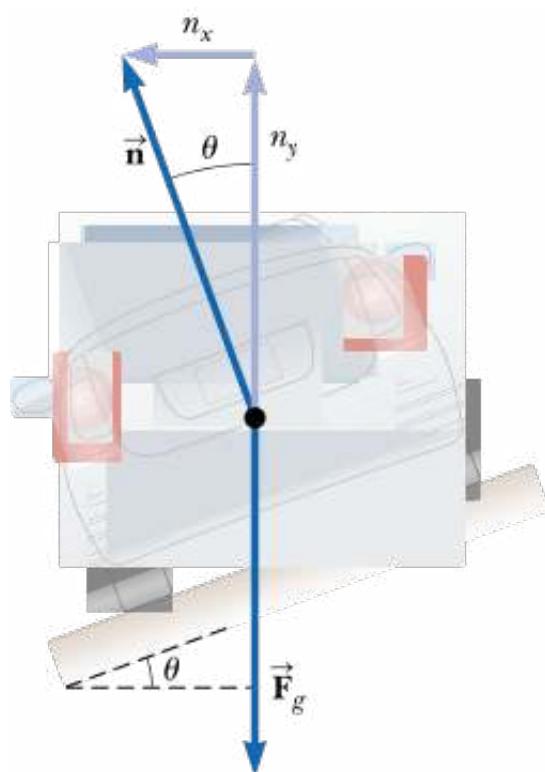


FIGURA 5.11 (Esempio 5.7) Un'auto si muove verso l'interno della pagina e sta affrontando una curva su una strada sopraelevata con un angolo θ rispetto all'orizzontale. Se si trascura l'attrito, la forza che provoca l'accelerazione centripeta e mantiene l'auto in moto lungo la traiettoria circolare è la componente orizzontale della forza normale.

E se...? Immaginiamo che la stessa strada nel futuro venga costruita su Marte per connettere diversi centri di una colonia. Potrà essere percorsa alla stessa velocità?

VISUALIZZA SOLUZIONE

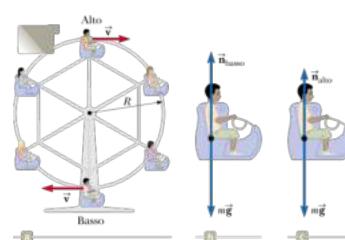


FIGURA 5.12 (Esempio 5.8) (a) Un bambino sta facendo un giro su una ruota panoramica. (b) Le forze che agiscono sul bambino nel punto più basso del giro. (c) Le forze che agiscono sul bambino nel punto più alto del percorso.

Esempio 5.8 Un giro sulla ruota panoramica

Un bambino di massa m sta facendo un giro su una ruota panoramica, come rappresentato in Figura 5.12a. Il bambino percorre una circonferenza verticale di raggio 10 m alla velocità, di modulo costante, pari a 3 m/s.

(A) Determinare la forza esercitata dal sedile sul bambino nel punto più basso della circonferenza. Esprimere la risposta in funzione del peso del bambino, mg .

(B) Si determini la forza esercitata dal sedile sul bambino nel punto più alto del giro.

E se...? Supponiamo che un difetto nel meccanismo della ruota panoramica provochi un aumento della velocità del bambino fino a 10.0 m/s. Cosa sperimenta il bambino nelle nuove condizioni nel punto più alto della traiettoria?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Moto circolare non uniforme

La forza netta esercitata sulla particella è il vettore dato dalla somma della forza radiale e della forza tangenziale.

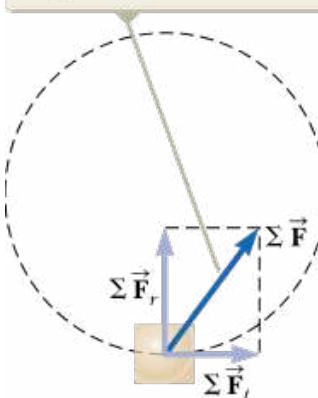


FIGURA 5.13 Quando la forza risultante sulla particella che si muove su una traiettoria circolare ha una componente tangenziale $\rightarrow \Sigma F_t$, la sua velocità cambia.

Nel Capitolo 3 abbiamo trovato che se una particella si muove con velocità variabile in modulo lungo una traiettoria circolare, ciò implica oltre ad una componente radiale dell'accelerazione, una componente tangenziale di modulo dv/dt . Quindi, la forza risultante che agisce sulla particella deve anche avere una componente tangenziale oltre che radiale, come mostrato in Figura 5.13. Poiché l'accelerazione totale è $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$, la forza totale esercitata sulla particella è data da: $\Sigma F = \Sigma F_r + \Sigma F_t$. (Esprimiamo le forze tangenziali e radiali come forze risultanti perché ciascuna forza potrebbe consistere di forze multiple che si combinano.) Il vettore componente, ΣF_r , è diretto verso il centro della circonferenza ed è responsabile dell'accelerazione centripeta. Il vettore componente, ΣF_t , tangente alla circonferenza, è responsabile dell'accelerazione tangenziale che causa la variazione del modulo della velocità della particella rispetto al tempo.

QUIZ RAPIDO 5.5

Quale delle seguenti affermazioni è *impossibile* per un'auto che si muova lungo una traiettoria circolare? Si assuma che l'auto non sia mai ferma. (a) L'auto ha accelerazione tangenziale diversa da zero ma non ha accelerazione centripeta. (b) L'auto ha accelerazione centripeta ma non ha accelerazione tangenziale. (c) L'auto possiede sia accelerazione centripeta che tangenziale.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 5.6

Una perlina scivola liberamente lungo un filo curvo muovendosi a velocità costante come mostrato in Figura 5.14. (a) Disegna i vettori che rappresentano la forza esercitata dal filo sulla perlina nei punti A, B e C. (b) Supponiamo che la

perlina in Figura 5.14 si muova con accelerazione tangenziale costante mentre si muove verso destra. Disegna i vettori che rappresentano la forza esercitata sulla perlina nei punti A, B e C.

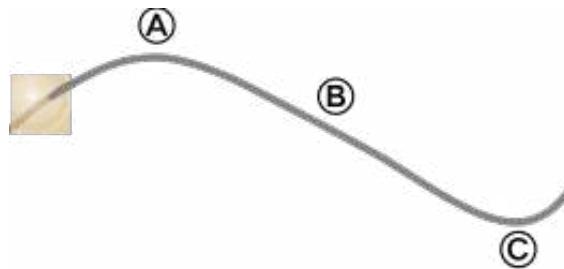


FIGURA 5.14 (Quiz veloce 5.6) Una perlina scivola lungo un filo curvo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

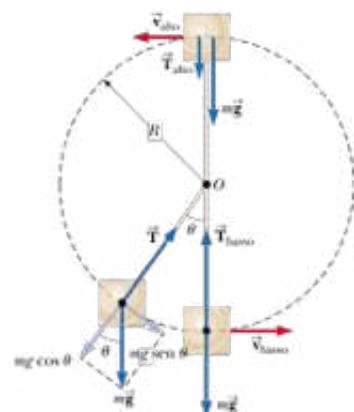


FIGURA 5.15 (Esempio 5.9) Forze che agiscono sulla sfera di massa m connessa ad una corda di lunghezza R e che ruota lungo una traiettoria circolare verticale di centro O . Le forze che agiscono sulla sfera sono mostrate nei casi in cui la sfera si trova alla sommità e nel punto più basso della traiettoria ed in un punto generico.

Esempio 5.9 Tieni d'occhio la palla

Una piccola sfera di massa m è legata all'estremità di un filo di lunghezza R , che ruota sotto l'azione della forza gravitazionale e della forza esercitata dal filo in una circonferenza *verticale*, intorno a un punto fisso O , come in Figura 5.15. Determina l'accelerazione tangenziale della sfera e la tensione del filo in un generico istante in cui la velocità della sfera è v e il filo forma un angolo θ con la verticale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Moto in presenza di forze d'attrito dipendenti dalla velocità

Precedentemente abbiamo descritto la forza d'attrito fra un corpo in moto e la superficie sulla quale esso si muove. Abbiamo trascurato totalmente qualunque interazione tra il corpo e il mezzo nel quale esso si muove. Consideriamo, adesso, l'effetto di un mezzo, come un liquido o un gas. Il mezzo esercita una **forza d'attrito** \vec{R} sul corpo che si muove attraverso di esso. Si può avvertire questa forza se si viaggia in macchina ad alta velocità con la mano fuori dal finestrino; la forza che spinge indietro la mano è la forza dovuta all'aria che fluisce al di là della macchina. Il modulo di questa forza dipende dalla velocità relativa fra l'oggetto e il mezzo, e il verso di \vec{R} sull'oggetto è sempre opposto a quello del moto dell'oggetto relativo al mezzo. Alcuni esempi sono la resistenza dell'aria associata con il moto dei veicoli, la forza del vento sulle vele di un'imbarcazione, e le forze viscose che agiscono sugli oggetti che affondano in un liquido.

Generalmente, il modulo di una tale forza d'attrito aumenta con l'aumentare della velocità. La forza d'attrito può avere una dipendenza complessa dalla velocità. Nella discussione seguente, considereremo due modelli semplificati che ci permettono di analizzare queste situazioni. Nel primo modello, assumeremo che la forza d'attrito sia proporzionale al modulo della velocità; questo è il caso di oggetti che cadono in un liquido a bassa velocità e per oggetti piccolissimi, come le particelle di polvere, che si muovono in aria. Nel secondo modello, tratteremo situazioni in cui il modulo della forza d'attrito sia proporzionale al quadrato della velocità del corpo. Oggetti estesi, come i paracadutisti che si muovono in aria in caduta libera, saranno sottoposti a tale forza.

Modello 1: forza d'attrito proporzionale alla velocità dell'oggetto

Per basse velocità, la forza d'attrito agente su un corpo che si muove in un mezzo viscoso è effettivamente proporzionale alla velocità del corpo. La rappresentazione matematica di questa forza di trascinamento viscoso si può esprimere come

$$\vec{R} = -b\vec{v}$$

5.4

dove v è la velocità dell'oggetto e b è una costante che dipende dalle proprietà del mezzo, dalla forma e dalle dimensioni dell'oggetto. Il segno negativo rappresenta il fatto che la forza di trascinamento viscoso è opposta alla velocità dell'oggetto.

Si consideri una sfera di massa m lasciata cadere da fermo in un liquido, come in Figura 5.16a. Assumendo che le uniche forze che agiscono sulla sfera siano la forza

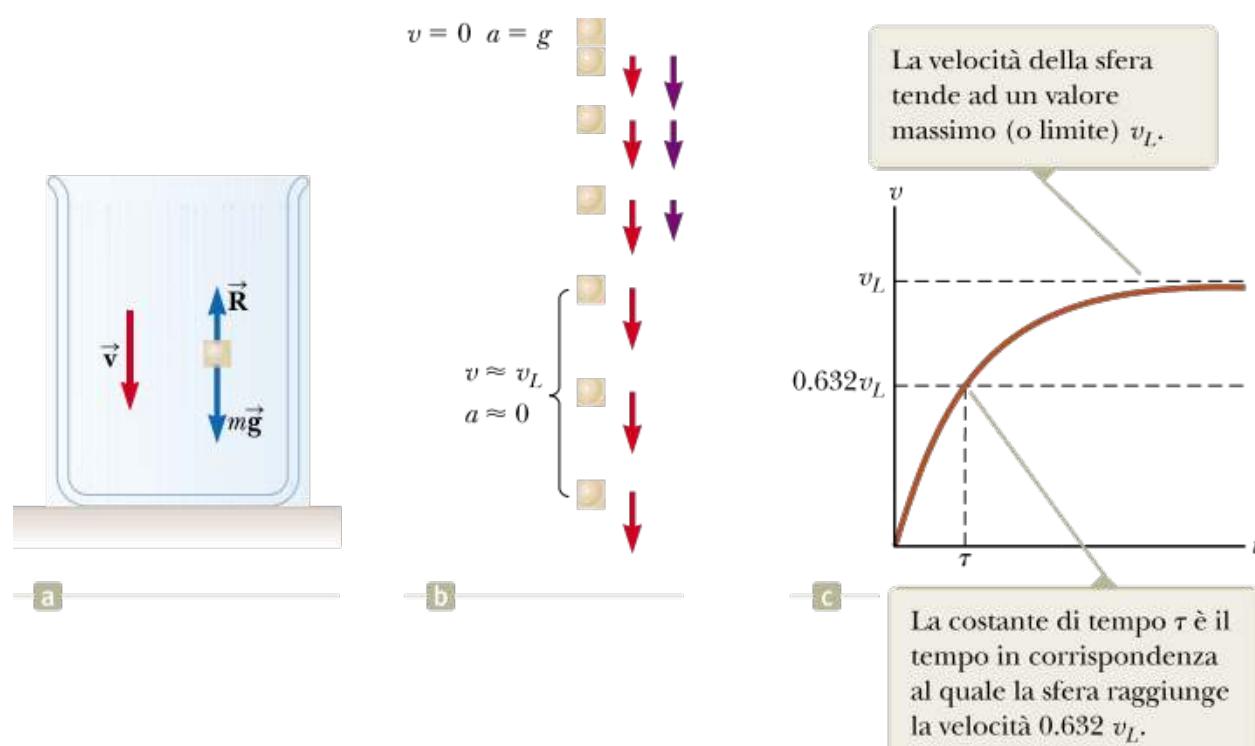


FIGURA 5.16 (a) Una sferetta che cade in un liquido. (b) Diagramma del moto della sfera mentre cade. Per ogni immagine a partire dalla seconda sono

mostrati il vettore velocità (rosso) ed il vettore accelerazione (viola). (c) Il grafico velocitàtempo per la sfera.

di trascinamento viscoso \vec{R} e la forza peso $mg\vec{\downarrow}$, possiamo descrivere il suo moto applicando la seconda legge di Newton.² Considerando il moto verticale e scegliendo come positiva la direzione rivolta verso il basso abbiamo

$$\sum F_y = ma_y \rightarrow mg - bv = m \frac{dv}{dt}$$

Dividendo questa equazione per m otteniamo

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v \quad \text{5.5} \blacktriangleleft$$

L'Equazione 5.5 viene detta *equazione differenziale*; essa include sia la velocità v che la derivata della velocità. I metodi per risolvere una tale equazione possono non essere ancora familiari al lettore. Comunque, si osservi che inizialmente, se definiamo $t = 0$ quando $v = 0$, la forza di trascinamento viscoso è nulla e l'accelerazione, dv/dt , è semplicemente g . Al crescere di t , la velocità aumenta, la forza di trascinamento viscoso aumenta, e l'accelerazione diminuisce. Così, questo problema è uno di quelli in cui sia la velocità che l'accelerazione della particella non sono costanti.

L'accelerazione diventa nulla quando la forza viscosa diventa uguale al peso. A questo punto, il corpo raggiunge la sua **velocità limite** v_L e da questo momento continua a muoversi con accelerazione nulla. Il diagramma del moto nella Figura 5.16b mostra la sfera che accelera nella prima parte del moto e che raggiunge in un secondo tempo la sua velocità limite. Dopo avere raggiunto questa velocità, il moto è quello di una particella con velocità costante. La velocità limite può ricavarsi dall'Equazione 5.5, ponendo $a = dv/dt = 0$. Il risultato è

$$mg - bv_L = 0 \rightarrow v_L = \frac{mg}{b}$$

La funzione v che soddisfa l'Equazione 5.5 con $v = 0$ nell'istante $t = 0$ è

$$v = \frac{mg}{b}(1 - e^{-bt/m}) = v_L(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{5.6} \blacktriangleleft$$

dove $v_L = mg/b$, $t = m/b$ ed $e = 2.718\ 28$ è la base dei logaritmi naturali. Questa espressione per v può essere verificata sostituendo questa soluzione nell'Equazione 5.5. (Prova!) Il grafico di questa funzione è riportato nella Figura 5.16c.

² Una *forza di galleggiamento* agisce su ogni oggetto immerso in un fluido. Questa forza è costante e pari al peso del fluido spostato, come verrà discusso nel Capitolo 15. L'effetto di questa forza può essere descritto mediante una alterazione del peso della sfera di un fattore moltiplicativo costante.

La rappresentazione matematica del moto (Eq. 5.6) indica che la velocità limite non è mai raggiunta, poiché la funzione esponenziale non diventa mai uguale a zero. In pratica, tuttavia, quando la funzione esponenziale diventa molto piccola a valori elevati di t , la velocità della particella si può approssimare a una costante e pari alla velocità limite.

Non possiamo confrontare oggetti diversi in rapporto al tempo necessario a raggiungere la velocità limite, perché, come abbiamo appena discusso, questo tempo è infinito per tutti gli oggetti! Abbiamo bisogno d'altro per confrontare questi comportamenti esponenziali per oggetti diversi, e in particolare un parametro detto **costante di tempo**. La costante di tempo $t = m/b$ che compare nell'Equazione 5.6 è il tempo necessario per il fattore in parentesi nell'Equazione 5.6 per diventare uguale a $1 - e^{-1} = 0.632$. Così, la costante di tempo rappresenta il tempo necessario all'oggetto per raggiungere il 63.2% della sua velocità limite (Fig. 5.16c).

Esempio 5.10 La sfera che cade nell'olio

Una sferetta di massa 2.00 g è lasciata cadere, da fermo, in un lungo cilindro riempito di olio, dove è sottoposta ad una forza di trascinamento viscoso proporzionale alla velocità. La sfera raggiunge una velocità limite di 5.00 cm/s. Determinare la costante di tempo t e l'istante in cui la sfera raggiunge il 90.0% della sua velocità limite.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello 2: forza d'attrito proporzionale al quadrato della velocità dell'oggetto

Per oggetti di grandi dimensioni che si muovono nell'aria con velocità elevate come gli aerei, i paracadutisti, e le palle da baseball, il modulo della forza di attrito è approssimativamente proporzionale al quadrato della velocità:

$$R = \frac{1}{2}D\rho A v^2 \quad 5.7$$

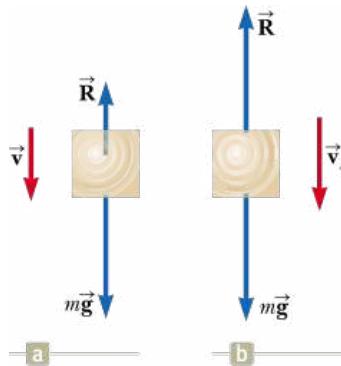


FIGURA 5.17 (a) Un oggetto che sta cadendo in aria è sottoposto ad una forza di trascinamento viscoso R ed una forza gravitazionale $F_g = m\vec{g}$. (b) L'oggetto raggiunge la sua velocità limite quando la forza risultante è nulla, ovvero quando $R = -F_g$ oppure $R = mg$. Prima che questo accada, l'accelerazione varia con la velocità secondo l'Equazione 5.9.

dove ρ è la densità dell'aria, A è l'area della sezione dell'oggetto in moto, misurata in un piano perpendicolare alla sua velocità, e D è una grandezza adimensionale determinata empiricamente, nota come *coefficiente di resistenza*. Il coefficiente di resistenza ha un valore di circa 0.5 per oggetti di forma sferica ma può assumere valori prossimi a 2 per oggetti aventi forme irregolari.

Consideriamo un aeroplano in volo che sia sottoposto a una tale forza di attrito. L'Equazione 5.7 mostra che la forza di attrito è proporzionale alla densità dell'aria e quindi diminuisce al diminuire della densità. Poiché all'aumentare dell'altitudine diminuisce la densità dell'aria, la forza di attrito che agisce su un aereo a reazione che vola a una data velocità deve anche diminuire con l'aumentare dell'altezza. Quindi, gli aerei tendono a volare a notevoli altezze per avvantaggiarsi della ridotta forza di attrito. Ciò consente di volare più rapidamente per una data spinta del motore. Naturalmente, questa elevata velocità provoca un aumento della forza di attrito in proporzione al quadrato della velocità stessa, cosicché si raggiunge un compromesso fra risparmio di carburante ed alta velocità. Analizziamo, adesso, il moto di un oggetto in caduta libera, su cui agisce una forza di attrito, dovuta all'aria, diretta verso l'alto e di modulo dato dall'Equazione 5.7. Supponiamo

che un oggetto di massa m sia lasciato cadere da fermo da una quota $y = 0$, come in Figura 5.17. Sull'oggetto agiscono due forze esterne: la forza di gravità, $mg\vec{\downarrow}$, rivolta verso il basso, e la forza di attrito, R , rivolta verso l'alto. Quindi, usando la seconda legge di Newton,

$$\sum F = ma \rightarrow mg - \frac{1}{2}D\rho A v^2 = ma \quad 5.8\blacktriangleleft$$

Risolvendo rispetto ad a , si trova che l'oggetto possiede un'accelerazione, rivolta verso il basso, di modulo

$$a = g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right)v^2 \quad 5.9\blacktriangleleft$$



© 2011 Oliver Furter/Jupiterimages Corporation

FIGURA 5.18 (Quiz rapido 5.7) Un surfista del cielo sfrutta la forza verso l'alto prodotta dall'aria sulla sua tavola.

Poiché $a = dv/dt$, questa è un'altra equazione differenziale che ci fornisce la velocità in funzione del tempo.

Ancora una volta si può calcolare la velocità limite, v_L , considerando che quando la forza di gravità è equilibrata dalla forza di attrito, la forza risultante è nulla e quindi l'accelerazione vale zero. Ponendo $a = 0$ nell'Equazione 5.9 si ha

$$g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right)v_L^2 = 0$$

$$v_L = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}} \quad 5.10\blacktriangleleft$$

La Tabella 5.2 riporta le velocità limite per alcuni oggetti che cadono nell'aria, tutte calcolate nell'assunzione che il coefficiente di trascinamento sia 0.5.

QUIZ RAPIDO 5.7

Consideriamo un surfista dell'aria in caduta, come in Figura 5.18, prima che raggiunga la sua velocità limite. Mentre la velocità del surfista aumenta, il modulo dell'accelerazione **(a)** rimane costante, **(b)** diminuisce fino a raggiungere un valore costante diverso da zero, oppure **(c)** diminuisce fino a raggiungere zero.

VISUALIZZA SOLUZIONE

 **TABELLA 5.2** | Velocità limite per vari oggetti che cadono in l'aria

Oggetto	Massa (kg)	Sezione trasversa (m ²)	v_L (m/s) ^a
Surfista dell'aria	75	0.70	60
Palla da baseball (raggio 3.7 cm)	0.145	4.2×10^{-3}	33
Palla da golf (raggio 2.1 cm)	0.046	1.4×10^{-3}	32
Chicco di grandine (raggio 0.50 cm)	4.8×10^{-4}	7.9×10^{-5}	14
Goccia di pioggia (raggio 0.20 cm)	3.4×10^{-5}	1.3×10^{-5}	9.0

^a Il coefficiente di trascinamento D è assunto pari a 0.5 per tutti i casi.

Le forze fondamentali della natura

Abbiamo descritto una varietà di forze di cui abbiamo esperienza tutti i giorni nelle nostre attività, come la forza di gravità, che agisce su tutti i corpi che si trovano sulla superficie terrestre o vicino ad essa e la forza d'attrito, quando una superficie scivola su un'altra. La seconda legge di Newton ci dice come mettere in relazione la forza e l'accelerazione per un oggetto o punto materiale.

Oltre a queste forze macroscopiche in natura, altre forze agiscono nel mondo atomico e subatomico. Per esempio, le forze atomiche all'interno dell'atomo sono responsabili dei legami che tengono insieme i suoi costituenti e le forze nucleari agiscono su parti diverse del nucleo per evitare che i suoi componenti si separino.

Fino a tempi recenti, i fisici hanno creduto che vi fossero quattro forze fondamentali in natura: la forza gravitazionale, la forza elettromagnetica, la forza nucleare forte, e la forza debole. Le discuteremo individualmente e poi considereremo la visione moderna delle forze fondamentali.

La forza gravitazionale

La **forza gravitazionale** è la forza di attrazione reciproca fra due corpi qualsiasi nell'Universo. È interessante e piuttosto curioso che, sebbene la forza gravitazionale possa essere estremamente intensa fra corpi macroscopici, essa sia la più debole di tutte le forze fondamentali. Per esempio, la forza gravitazionale fra l'elettrone e il protone nell'atomo di idrogeno è soltanto circa 10^{-46} N, mentre la forza elettromagnetica fra queste due stesse particelle è circa 10^{-7} N.

► LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE DI NEWTON

In aggiunta ai suoi contributi alla comprensione del moto, Newton studiò estensivamente la gravità. La **legge di gravitazione universale di Newton** afferma che ogni particella nell'Universo attrae ogni altra particella con una forza che è direttamente proporzionale al prodotto delle due masse e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza. Se le particelle hanno masse m_1 e m_2 e sono distanti r , come in Figura 5.19, il modulo della forza gravitazionale è

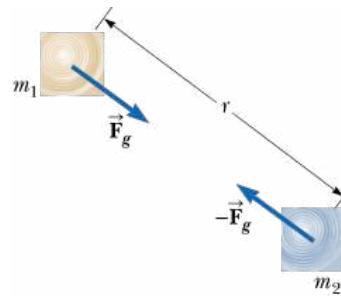


FIGURA 5.19 Due particelle di massa m_1 ed m_2 si attraggono vicendevolmente con una forza di intensità Gm_1m_2/r^2 .

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

5.11 ◀

dove $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ è la **costante di gravitazione universale**. Nel Capitolo 11 forniremo maggiori dettagli sulla forza gravitazionale.

La forza elettromagnetica

La **forza elettromagnetica** è la forza che lega atomi e molecole in composti che formano la materia ordinaria. Essa è molto più intensa della forza gravitazionale. La forza che permette a un pettine strofinato di attrarre pezzetti di carta e la forza che un magnete esercita su un chiodo di ferro sono forze elettromagnetiche. In effetti tutte le forze che agiscono nel nostro mondo macroscopico, a parte la forza di gravità, sono manifestazioni della forza elettromagnetica. Per esempio, le forze di attrito, le forze di contatto, le forze di

tensione, e le forze nelle molle allungate sono una conseguenza delle forze elettromagnetiche tra particelle cariche vicine.

La forza elettromagnetica include due tipi di particelle: quelle con carica positiva e quelle con carica negativa. (Ulteriori informazioni su questi due tipi di cariche saranno fornite nel Capitolo 19.) Diversamente dalla forza gravitazionale, la quale è sempre un'interazione di tipo attrattivo, la forza elettromagnetica può essere sia attrattiva che repulsiva, secondo il tipo di carica delle particelle.

► LEGGE DI COULOMB

La **legge di Coulomb** fornisce il modulo della *forza elettrostatica*³ F_e tra due particelle cariche poste a una distanza r :

$$F_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

5.12 ►

³ La forza elettrostatica è la forza elettromagnetica tra due particelle cariche che sono in quiete. Se le cariche sono in moto allora agiranno anche forze di tipo magnetico; queste forze saranno affrontate nel Capitolo 22.

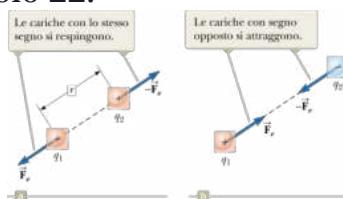


FIGURA 5.20 Due cariche puntiformi separate da una distanza r esercitano l'una sull'altra una forza elettrostatica data dalla legge di Coulomb.

dove q_1 e q_2 sono le cariche di ciascuna particella, misurate in unità chiamate *coulomb* (C), e k_e ($= 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$) è la **costante di Coulomb**. Si noti che la forza elettrostatica ha la stessa forma matematica della legge di gravitazione universale di Newton (vedi Eq. 5.11), con la carica che gioca il ruolo matematico della massa, e la costante di Coulomb che sostituisce la costante di gravitazione universale. La forza elettrostatica è attrattiva se le due cariche sono di segno opposto, ed è repulsiva se le due cariche sono dello stesso segno, come indicato in Figura 5.20.

La quantità più piccola di carica isolata trovata in natura (finora) è la carica di un elettrone o di un protone. Questa unità fondamentale di carica ha il simbolo e e ha il valore $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$. Un elettrone ha carica $-e$, mentre un protone ha carica $+e$. Teorie sviluppate nella seconda metà del ventesimo secolo propongono che protoni e neutroni siano composti da particelle più piccole denominate **quark**, con cariche pari a $+\frac{2}{3}e$ o a $+\frac{1}{3}e$ (discusse nel Capitolo 31, Vol. 2). Sebbene vi siano dimostrazioni sperimentali dell'esistenza di tali particelle nella materia nucleare, quark liberi non sono mai stati individuati.

La forza forte

Un atomo, come noi ordinariamente lo rappresentiamo, consiste di un nucleo carico positivamente, estremamente denso, circondato da una nuvola di elettroni carichi negativamente, con gli elettroni attratti verso il nucleo dalla forza elettrica. Dal momento che tutti i nuclei, tranne quelli dell'idrogeno, sono combinazioni di protoni carichi positivamente e neutroni neutri (chiamati collettivamente nucleoni), perché la forza elettrostatica di repulsione tra i protoni non causa la scissione dei nuclei? È ovvio che ci dovrà essere una forza d'attrazione che superi l'intensa forza elettrostatica di repulsione e che sia responsabile della stabilità del nucleo. Questa forza che lega i nucleoni per formare un nucleo è chiamata **forza nucleare**. Essa è una manifestazione della **forza forte**, che è la forza fra particelle formate da quark, che discuteremo nel Capitolo 31 (Vol. 2). Diversamente dalle forze gravitazionali ed elettromagnetiche, che dipendono dall'inverso del quadrato della distanza, la forza nucleare ha un'azione su distanze estremamente brevi; la sua intensità diminuisce molto rapidamente fuori dal nucleo ed è trascurabile per distanze maggiori di 10^{-14} m .

La forza debole

La **forza debole** è una forza a corto raggio che tende a produrre instabilità in certi nuclei. Essa fu inizialmente osservata in sostanze radioattive naturali e si è poi scoperto che gioca un ruolo chiave nella maggior parte delle reazioni di decadimento radioattivo. La forza debole è circa 10^{34} volte più intensa della forza gravitazionale e circa 10^3 volte più debole della forza elettromagnetica.

La visione attuale delle forze fondamentali

Per anni i fisici hanno cercato una semplificazione che riducesse il numero delle forze fondamentali in natura. Nel 1967 predissero che la forza elettromagnetica e la forza debole, originariamente pensate come indipendenti tra loro e ambedue fondamentali, fossero in effetti manifestazioni di una sola forza, ora denominata **forza elettrodebole**. La predizione fu confermata sperimentalmente nel 1984. Discuteremo ciò in modo più completo nel Capitolo 31 (Vol. 2).

Oggi sappiamo anche che i protoni e i neutroni non sono particelle fondamentali ma sono composti da particelle ancora più semplici chiamate quark, menzionate precedentemente. Il modello a quark ha condotto alla modifica della nostra comprensione della forza nucleare. Gli scienziati ora definiscono la forza forte come la forza che lega i quark l'uno all'altro in un nucleone (protone o neutrone). Questa forza viene pure chiamata **forza di colore**, in riferimento ad una proprietà dei quark detta "colore", che analizzeremo nel Capitolo 31 (Vol. 2). La forza nucleare che agisce fra i nucleoni, precedentemente definita, è ora interpretata come un effetto secondario della forza forte fra quark.

Gli scienziati ritengono che le forze fondamentali della natura siano strettamente legate all'origine dell'Universo. La teoria del Big Bang afferma che l'Universo ha avuto inizio con un'esplosione cataclismica 14 miliardi di anni fa. Secondo questa teoria, nei primi momenti successivi al Big Bang i valori di energia in gioco erano così elevati che tutte le forze fondamentali sarebbero state unificate in una sola. I fisici continuano a cercare le connessioni tra le forze fondamentali note, connessioni che potrebbero provare come le forze non siano in realtà null'altro che diversi aspetti di una singola superforza. Questo argomento affascinante continua ad essere alla frontiera della fisica.

Collegamento al contesto: coefficienti di resistenza delle automobili

Nel Collegamento al contesto del Capitolo 4, abbiamo trascurato la resistenza dell'aria ed abbiamo assunto che la forza motrice sugli pneumatici fosse l'unica forza agente sul veicolo nella direzione orizzontale. Nel Paragrafo 5.4 abbiamo capito che esistono delle forze dipendenti dalla velocità, per cui dovrebbe risultare chiaro che la resistenza dell'aria potrebbe essere un elemento significativo nel progetto di un'automobile.

La Tabella 5.3 riporta i coefficienti di resistenza per gli autoveicoli che abbiamo analizzato nei capitoli precedenti. Si noti che i coefficienti per i veicoli di lusso, per quelli con alte prestazioni e per quelli tradizionali variano da 0.27 a 0.43, con un coefficiente medio che è circa lo stesso nelle tre parti della tabella. Un'occhiata ai veicoli alternativi mostra che questo parametro è il più basso in media fra tutti i veicoli, e la Chevrolet Volt e la Toyota Prius sono caratterizzate dai valori più bassi dell'intera tabella. La GM EV1, un veicolo elettrico prodotto tra il 1996 ed il 1999 ed ora fuori produzione, aveva un rimarchevole coefficiente di solo 0.19.

I progettisti di veicoli con alimentazione alternativa cercano di recuperare ogni chilometro possibile dall'energia che è immagazzinata nel veicolo in forma di combustibile o di batteria elettrica. Un metodo efficace per ottenere ciò consiste nel ridurre la forza di attrito dell'aria così che la forza risultante di trazione anteriore sia la più grande possibile.

TABELLA 5.3 | Coefficienti di resistenza di diversi autoveicoli

Automobile	Coefficienti di resistenza	Automobile	Coefficienti di resistenza
<i>Veicoli di lusso:</i>		<i>Veicoli tradizionali:</i>	
Bugatti Veyron 16.4 Super Sport	0.36	Buick Regal CXL Turbo	0.27
Lamborghini LP 570-4 Superleggera	0.31	Chevrolet Tahoe 1500 LS (SUV)	0.42
Lexus LFA	0.31	Ford Fiesta SES	0.33
Mercedes-Benz SLS AMG	0.36	Hummer H3 (SUV)	0.43
Shelby SuperCars Ultimate Aero	0.36	Hyundai Sonata SE	0.32
Media	0.34	Smart ForTwo	0.34
		Media	0.35
<i>Veicoli ad alte prestazioni:</i>		<i>Veicoli alternativi:</i>	
Chevrolet Corvette ZR1	0.28	Chevrolet Volt (ibrida)	0.26
Dodge Viper SRT10	0.40	Nissan Leaf (elettrica)	0.29
Jaguar XJL Supercharged	0.29	Honda CR-Z (ibrida)	0.30
Acura TL SH-AWD	0.29	Honda Insight (ibrida)	0.28
Dodge Challenger SRT8	0.35	Toyota Prius (ibrida)	0.25
Media	0.32	Media	0.28



© Mark Scheuerer/Alamy



Rob Wilson/Shutterstock.com

FIGURA 5.21 (a) La Chevrolet Corvette ZR1 ha una forma aerodinamica che contribuisce a rendere basso il coefficiente di resistenza, pari a 0.28. (b) L'Hummer H3 non ha una forma aerodinamica come la Corvette e, di conseguenza, ha un coefficiente di resistenza molto maggiore, pari a 0.43.

Per ridurre il coefficiente di resistenza possono essere usate un certo numero di tecniche. Due fattori che aiutano sono una piccola area frontale e linee dolci dalla parte anteriore del veicolo a quella posteriore. Per esempio, la Chevrolet Corvette ZR1 mostrata in Figura 5.21a mostra una forma allungata che contribuisce al suo basso coefficiente di attrito. In confronto, considera un grande veicolo a forma di scatola come lo Hummer H3 in Figura

5.21b. Il coefficiente di attrito per questo veicolo è 0.43 (questo rappresenta un miglioramento rispetto al modello precedente, l'H2, che aveva un coefficiente di attrito di 0.57). Un altro fattore da considerare riguarda l'eliminazione o la minimizzazione di tutte le possibili irregolarità nelle superfici, incluse le maniglie delle porte che sporgono dal corpo, i tergicristalli, i cerchi ruota, e le superfici rugose sui fari e sulla griglia del radiatore. Una considerazione importante concerne il lato inferiore della vettura. Quando l'aria scorre velocemente al di sotto della macchina, ci sono molte superfici irregolari associate ai freni, agli organi di trasmissione, ai componenti delle sospensioni e così via. Il coefficiente di attrito può essere reso il più basso possibile assicurando che tutte le superfici della parte inferiore dell'automobile siano le più regolari possibili.

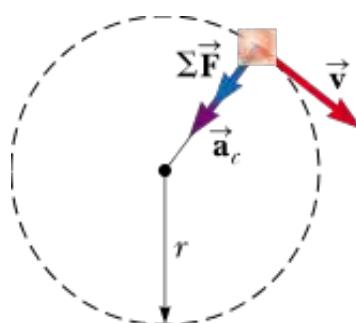
SOMMARIO

Le forze d'attrito sono complicate, ma noi costruiamo un modello semplificato per l'attrito che ci permette di analizzare il moto includendone gli effetti. La **massima forza di attrito statico**, $f_{s,\max}$, tra due superfici è proporzionale alla forza normale che agisce sulle superfici. Questa forza massima si manifesta quando il corpo si trova sul punto di scivolare. In generale, $f_s \leq \mu_s n$, dove μ_s è il **coefficiente di attrito statico** ed n è il modulo della forza normale. Quando un corpo scivola su una superficie scabra, la **forza di attrito dinamico** f_d è diretta in verso opposto alla velocità del corpo relativa alla superficie ed il suo modulo è proporzionale al modulo della forza normale agente sul corpo. Il modulo di questa forza è dato da $f_d = \mu_d n$, dove μ_d è il **coefficiente di attrito dinamico**. Generalmente, $\mu_d < \mu_s$.

Un corpo che si muove in un liquido o in un gas subisce una **forza di attrito** che dipende dalla velocità. Questa forza, che si oppone al moto, in generale aumenta con la velocità. La forza dipende dalla forma del corpo e dalle proprietà del mezzo in cui il corpo si muove. Per un corpo che cade esiste un caso limite, quando la forza ritardante è uguale al peso ($a = 0$); in tal caso, il corpo raggiunge la sua **velocità limite**.

Vi sono quattro forze fondamentali in natura: la forza gravitazionale, la forza elettromagnetica, la forza nucleare, e la forza debole.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Particella in moto circolare uniforme (estensione) Con le nuove conoscenze acquisite sulle forze, possiamo ora estendere il modello di una particella in moto circolare uniforme, introdotto dapprima nel Capitolo 3. La seconda legge di Newton, applicata a una particella che si

muove di moto circolare uniforme, afferma che la forza totale che agisce nella direzione radiale verso l'interno (Eq. 3.17) deve essere uguale al prodotto della massa per l'accelerazione centripeta:

$$\sum F = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

5.3◀

QUESITI

1. Uno studente curioso, che si trova su di un aereo, prima di decollare appende il suo iPod per il cavo dell'auricolare. L'iPod rimane appeso in posizione verticale mentre l'aereo è fermo in attesa del decollo. L'aereo quindi aumenta rapidamente la sua velocità durante la fase di decollo sulla pista. (i) Relativamente alla mano dello studente, l'iPod: (a) si sposta verso la prua dell'aereo, (b) permane nella sua posizione verso il basso o (c) si sposta verso la coda dell'aereo? (ii) La velocità dell'aereo aumenta costantemente in un periodo di tempo di diversi secondi. Durante questo intervallo di tempo l'angolo formato dal cavo dell'auricolare con la verticale (a) aumenta, (b) rimane costante o (c) diminuisce?

2. L'autista di un autocarro, che si sta muovendo a velocità elevata, frena bruscamente e si arresta dopo avere percorso un tratto di lunghezza d . In un'altra prova, la velocità iniziale è la metà di quella del caso precedente. Quale sarà, in questo secondo caso, lo spazio necessario all'autocarro per fermarsi? (a) $2d$ (b) $\sqrt{2}d$ (c) d (d) $d/2$ (e) $d/4$.

3. Una cassa rimane ferma dopo essere stata posta su di uno scivolo inclinato rispetto all'orizzontale. Quale delle seguenti affermazioni è corretta circa l'entità della forza di attrito che agisce sulla cassa? Scegli tutte quelle che sono vere. (a) È maggiore del peso della cassa. (b) È pari a $\mu_s n$. (b) È maggiore della componente della forza di gravità lungo la direzione del piano inclinato. (d) È uguale alla componente della forza di gravità lungo la direzione del piano inclinato. (e) È inferiore alla componente della forza di gravità lungo la direzione del piano inclinato.

4. Una cassa di massa m è posta sul pianale di un camion senza essere assicurata in modo solidale ad esso. Quando il camion accelera in avanti con accelerazione a , la cassa rimane ferma rispetto al camion. Quale forza provoca l'accelerazione della cassa? (a) la forza normale (b) la forza di gravità (c) la forza d'attrito (d) la forza ma esercitata dalla cassa (e) nessuna forza è necessaria.

5. Un oggetto di massa m si muove con accelerazione \vec{a} lungo un piano inclinato dotato di attrito. Quali delle seguenti forze dovrebbero comparire in un diagramma di corpo libero dell'oggetto? Scegli tutte le risposte corrette. (a) la forza di gravità esercitata dal pianeta (b) ma nella direzione del moto (c) la forza normale esercitata dal piano inclinato (d) l'attrito esercitato dal piano inclinato (e) la forza esercitata dall'oggetto sul piano inclinato.

6. Un pendolo consiste di un oggetto di piccole dimensioni appeso ad un sottile filo inestensibile la cui estremità superiore è fissata come in Figura Q5.6. Il corpo si muove senza attrito, oscillando in maniera simmetrica. Esso si muove, a partire dal punto di inversione A , passando per B fino a raggiungere la massima velocità nel punto C . (a) Di questi punti ve ne è uno per il quale il corpo ha accelerazione radiale non nulla e accelerazione tangenziale nulla? Se sì, quale? Qual è la direzione dell'accelerazione totale in questo punto? (b) Tra questi punti ce n'è uno per il quale il corpo ha accelerazione tangenziale non nulla e accelerazione radiale nulla? Se sì, quale? Qual è la direzione dell'accelerazione totale in questo punto? (c) C'è un punto nel quale il corpo non ha accelerazione? Se sì, quale? (d) C'è un punto nel quale il corpo ha sia accelerazione radiale che tangenziale nulle? Se sì, quale? Qual è la direzione dell'accelerazione totale in questo punto?

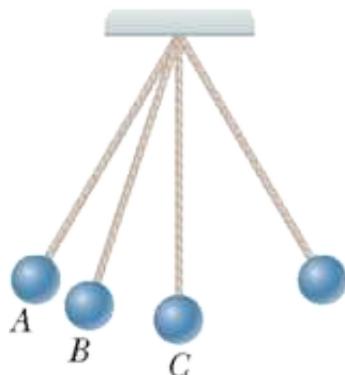


FIGURA Q5.6

7. Una porta all'interno di un ospedale è dotata di un sistema di chiusura pneumatico, in grado di fare muovere la porta in modo tale che la maniglia si muova con velocità costante per la maggior parte del suo moto. Durante questa fase del moto, (a) la maniglia è sottoposta ad un'accelerazione centripeta? (b) È sottoposta ad un'accelerazione tangenziale?

8. Il direttore di un grande magazzino spinge orizzontalmente una scatola di camicie, esercitando una forza di 200 N. La scatola scivola sul pavimento orizzontale con un moto accelerato. Niente altro è in contatto con la scatola. Riguardo alla forza di attrito dinamico che agisce sulla cassa quale delle seguenti affermazioni è corretta (scegli una sola di esse)? (a) È maggiore di 200 N. (b) È minore di 200 N. (c) È pari a 200 N. (d) Nessuna di queste affermazioni è necessariamente vera.

9. Un bambino si sta esercitando per una gara di BMX. La sua velocità rimane costante mentre percorre in senso antiorario il tracciato composto da due tratti rettilinei e due tratti semicircolari, come mostrato in Figura Q5.9. (a) Metti in ordine decrescente le accelerazioni nei (b) Quali sono le direzioni delle velocità nei punti A, B e C ? Per ciascuno dei punti scegli tra nord, sud, est, ovest o inesistente. (c) Quali sono le direzioni dell'accelerazione nei punti A, B e C ?

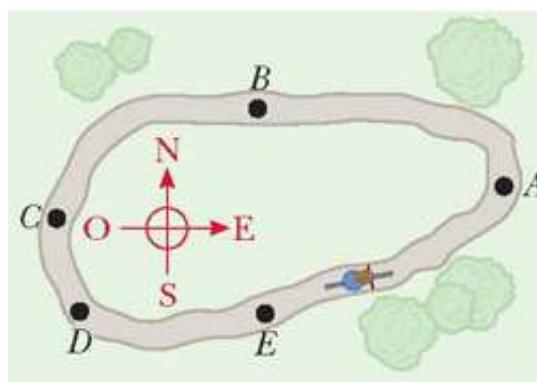


FIGURA Q5.9

10. La porta di un ufficio viene spinta bruscamente e si apre spingendo contro un dispositivo pneumatico che rallenta la porta e quindi ne inverte il moto. Nel punto di massima apertura della porta (a) la maniglia ha un'accelerazione centripeta? (b) Ha un'accelerazione tangenziale?

11. L'autista di un autocarro vuoto frena bruscamente e slitta fino a fermarsi dopo avere percorso una distanza d . In un secondo caso, l'autocarro trasporta un carico

che raddoppia la sua massa. Quale sarà ora la distanza di slittamento dell'autocarro? (a) $4d$ (b) $2d$ (c) $\sqrt{2}d$ (d) d (e) $d/2$.

12. Un oggetto di massa m sta scivolando in un dato istante con velocità v_i sulla superficie orizzontale di un tavolo, con cui il coefficiente di attrito dinamico è μ . Si muove quindi per un tratto d , dopo avere percorso il quale si arresta. Quale delle seguenti equazioni per la velocità v_i è ragionevole? (a) $v_i = \sqrt{-2\mu mgd}$ (b) $v_i = \sqrt{2\mu mgd}$ (c) $v_i = \sqrt{-2\mu gd}$ (d) $v_i = \sqrt{2\mu gd}$ (e) $v_i = \sqrt{2\mu d}$

13. Mentre una goccia d'acqua cade nell'atmosfera, la sua velocità inizialmente cresce mentre si muove verso la Terra. Prima che la goccia raggiunga la sua velocità limite, il modulo dell'accelerazione (a) aumenta, (b) diminuisce, (c) rimane costante a zero, (d) rimane costante a 9.8 m/s^2 oppure (e) rimane costante a qualche altro valore?

14. Si consideri un paracadutista che si è lanciato da un elicottero e che cade in aria. Prima che raggiunga la sua velocità limite e molto prima che apra il suo paracadute, la sua velocità (a) aumenta, (b) diminuisce oppure (c) rimane costante?

DOMANDE CONCETTUALI

1. Quali forze fanno muovere (a) un'automobile, (b) un aereo a reazione (c) una barca a remi?

2. Descrivi la traiettoria di un corpo nel caso in cui (a) la sua accelerazione sia costante in modulo e perpendicolare alla velocità e (b) la sua accelerazione sia costante in modulo e parallela alla velocità.

3. Fare due esempi di casi in cui la forza di attrito sia parallela e con lo stesso verso del moto dell'oggetto.

4. Le tue mani sono bagnate e il dispenser degli asciugamani in bagno è vuoto. Cosa fai per fare sì che le gocce d'acqua se ne vadano dalle tue mani? In che modo il moto delle gocce d'acqua esemplifica una delle leggi di Newton? Quale?

5. Supponi di guidare un'auto di tipo tradizionale. Perché dovresti evitare di premere troppo sui freni per fermarti nel più breve spazio possibile? (Molte auto moderne hanno un dispositivo antibloccaggio dei freni per evitare questo problema.)

6. Un secchio d'acqua può essere fatto ruotare lungo un percorso verticale senza che se ne versi. Perché l'acqua rimane nel secchio anche quando si trova sopra la

tua testa?

7. Un corpo compie un moto circolare con velocità costante in modulo ogni volta che una forza risultante di modulo costante agisce perpendicolarmente alla velocità. Cosa accade alla velocità se la forza non è ad essa perpendicolare?

8. Un paracadutista raggiunge la sua velocità limite con il suo paracadute chiuso. Dopo che il paracadute è stato aperto, quali parametri cambiano per provocare la diminuzione della velocità limite?

9. Un'auto che si muove lentamente in avanti aumenta la sua velocità. Uno studente sostiene che "l'auto esercita una forza su se stessa" o che "il motore esercita una forza sull'auto". (a) Deduci che quest'idea non può essere corretta e che l'attrito esercitato dalla strada sia in realtà la forza propulsiva sull'auto. Rendi il tuo ragionamento e le prove che porti il più convincenti possibile. (b) Si tratta di attrito statico o dinamico? *Suggerimenti*: considera una strada ricoperta di ghiaia fine. Considera l'impronta nitida del battistrada su di una strada asfaltata ottenuta ricoprendo il battistrada con della polvere.

10. Considera una goccia di piccole ed una di grandi dimensioni che cadono nell'atmosfera. (a) Confronta le loro velocità limite. (b) Quali sono le accelerazioni quando raggiungono le velocità limite?

11. È stato proposto che cilindri rotanti di 20 km di lunghezza e 8 km di diametro possano essere posizionati nello spazio ed utilizzati come colonie. Lo scopo della rotazione è quello di simulare la gravità per gli abitanti. Spiega come questa idea produca una efficace imitazione della gravità.

12. Se qualcuno ti dicesse che gli astronauti sono senza peso in orbita perché sono al di fuori dell'attrazione gravitazionale, condivideresti l'opinione? Spiega.

13. BIO Perché un pilota tende a perdere conoscenza quando esce fuori da una ripida picchiata?

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 5.1 Forze di attrito

1. Un blocco di 25.0 kg è inizialmente in quiete su una superficie orizzontale scabra. Una forza orizzontale di 75.0 N è necessaria per mettere in moto il blocco. Una volta in movimento, si richiede una forza orizzontale di 60.0 N per mantenere il blocco in moto con velocità costante. Da questa informazione

determinare i coefficienti di attrito (a) statico e (b) dinamico tra l'oggetto e la superficie.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 2.** Prima del 1960 si credeva che il massimo coefficiente di attrito statico μ_s , ottenibile per le gomme di una macchina, fosse uguale a 1. Poi intorno al 1962 tre aziende svilupparono indipendentemente delle gomme da competizione con coefficienti di 1.6. Da allora in poi le gomme sono state migliorate, com'è illustrato in questo problema. Il tempo minimo impiegato da un'automobile con motore a pistoni, inizialmente ferma, per percorrere una distanza di un quarto di miglio è 4.43 s. (a) Si assuma che, come in Figura P5.2, le ruote posteriori sollevino le ruote anteriori dal suolo. Qual è il minimo valore di μ_s necessario per ottenere il tempo record? (b) Si supponga che il pilota sia in grado di aumentare la potenza del suo motore, mantenendo inalterate le altre condizioni. Quali effetti avrebbe l'aumento di potenza sul tempo necessario a coprire la distanza?



Jamie Squire/Allsport/Getty Images

FIGURA P5.2

- 3.** Per determinare i coefficienti di attrito fra la gomma e le diverse superfici, uno studente adopera una gomma per cancellare e un piano inclinato. In un esperimento la gomma per cancellare inizia a scivolare quando l'angolo di inclinazione è di 36.0° per muoversi quindi verso il basso lungo il piano inclinato con velocità costante quando l'angolo viene ridotto a 30.0° . Da questi dati, determinare i coefficienti di attrito statico e dinamico per questo esperimento.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 4.** Si consideri un camion di grandi dimensioni che trasporta un carico pesante, come barre d'acciaio. Un pericolo grave per il conducente è il possibile slittamento in avanti del carico, con possibile distruzione della cabina, qualora il camion si fermasse bruscamente a causa di un incidente o di una brusca frenata. Si assuma, per esempio, che un carico di 10 000 kg sia posto sul pianale di un camion da 20 000 kg che procede a 12.0 m/s. Si assuma che il carico non sia legato sul pianale e si assuma che il coefficiente d'attrito fra il carico e il pianale sia 0.500. (a) Calcolare la minima distanza per fermare il camion senza che il carico scivoli in avanti. (b) Vi è qualche dato non necessario alla soluzione?

- 5. Problema di ricapitolazione.** Il tetto di un palazzo è inclinato con un angolo di 37.0° con l'orizzontale. Un operaio che lavora sul tetto colpisce con un calcio una pietra arrotondata che era stata lanciata sul tetto da un ragazzo del

vicinato. La pietra scivola verso l'alto lungo la pendenza del tetto con una velocità iniziale di 15.0 m/s. Il coefficiente di attrito dinamico tra la pietra ed il tetto è di 0.400. La pietra scivola per 10.0 m lungo il tetto e raggiunge la sua sommità. Superata quest'ultima, la pietra si trova in caduta libera e percorre, trascurando l'attrito dell'aria, una traiettoria parabolica al di sopra del lato opposto del tetto. Si determini la massima altezza raggiunta dalla pietra al di sopra del punto di partenza.

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. BIO La persona in Figura P5.6 pesa 170 lb. Come si nota dalla vista frontale, ogni gruccia (leggera) forma un angolo di 22.0° con la verticale. Le grucce sopportano metà del peso della persona, mentre l'altra metà è sopportata dalle forze verticali del suolo sui piedi della persona. Assumendo che la persona si stia muovendo con velocità costante e che la forza esercitata dal suolo sulle grucce agisca lungo le stesse grucce, determinare (a) il più piccolo coefficiente di attrito possibile fra le grucce e il suolo e (b) il modulo della forza di compressione in ogni gruccia.

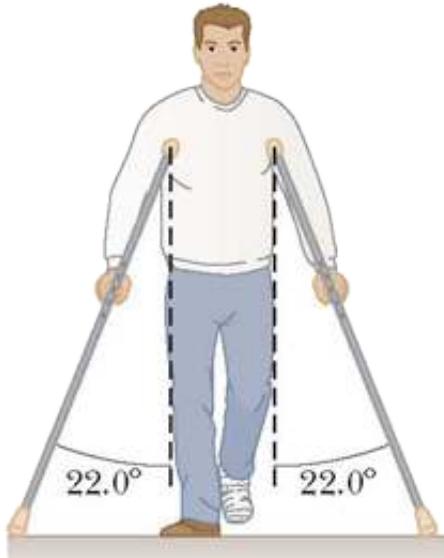


FIGURA P5.6

7. Un blocco di massa 9.00 kg è collegato tramite una fune inestensibile di massa trascurabile, che scorre su una puleggia priva di attrito, ad un blocco di massa 5.00 kg, posto su un piano orizzontale (Fig. P5.7). Assumendo che il coefficiente di attrito dinamico sia 0.200, determinare la tensione della fune.

VISUALIZZA SOLUZIONE

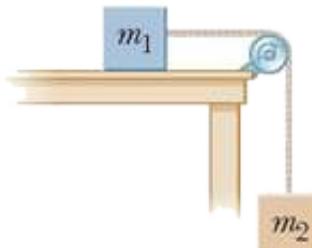


FIGURA P5.7

8. Problema di ricapitolazione. Un'auto sta viaggiando alla velocità di 50.0 mi/h su un tratto pianeggiante di autostrada. (a) Se il coefficiente di attrito statico tra la strada e gli pneumatici in una giornata piovosa è 0.100, quale sarà la distanza di arresto dell'auto? (b) Qual sarebbe la distanza di arresto se la superficie fosse asciutta e $\mu_s = 0.600$?

9. Problema di ricapitolazione. Un blocco di 3.00 kg parte da fermo dalla sommità di un piano inclinato di 30.0° e scivola per una distanza di 2.00 m verso il basso lungo il piano in 1.50 s. Trovare (a) l'accelerazione del blocco, (b) il coefficiente di attrito dinamico fra il blocco ed il piano, (c) la forza di attrito agente sul blocco e (d) la velocità del blocco dopo che esso è scivolato per 2.00 m.

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Una passeggera, all'aeroporto, trasporta la sua valigia del peso di 20.0 kg, a velocità costante, agendo su una cinghia che forma un angolo θ con l'orizzontale (Fig. P5.10). La donna esercita sulla cinghia una forza di 35.0 N, mentre la forza di attrito sulla valigia è di 20.0 N. (a) Disegna il diagramma di corpo libero per la valigia. (b) Che angolo forma la cinghia con l'orizzontale? (c) Qual è la forza di reazione normale esercitata dal suolo sulla valigia?



FIGURA P5.10

11. Per soddisfare le richieste del servizio postale degli Stati Uniti, le calzature dei dipendenti devono avere un coefficiente d'attrito statico di 0.5 o maggiore quando sono a contatto con la superficie di una specifica mattonella. Una calzatura tipica da atleta ha un coefficiente d'attrito di 0.800. In caso di necessità, qual è il tempo minimo per una persona che partendo da ferma percorra 3.00 m su una superficie di mattonelle se calza (a) calzature soddisfacenti le condizioni minime del servizio postale? (b) calzature tipiche di un atleta?

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Un blocco di massa 3.00 kg è spinto in su contro una parete da una forza \vec{P} che forma un angolo $\theta = 50.0^\circ$ con l'orizzontale così com'è mostrato in Figura P5.12. Il coefficiente d'attrito statico fra blocco e parete è 0.250. (a) Determinare i valori possibili per il modulo di $|\vec{P}|$ capaci di permettere al blocco di rimanere fermo. (b) Descrivere cosa succede se $|\vec{P}|$ ha un valore maggiore oppure uno

minore. (c) Rispondere ai punti (a) e (b) nel caso in cui la forza formi un angolo $\theta = 13.0^\circ$ con l'orizzontale.

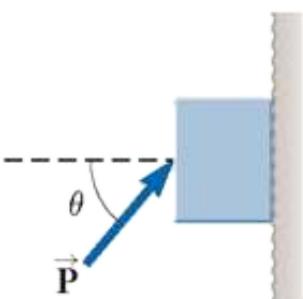


FIGURA P5.12

- 13.** Due blocchi collegati da una fune di massa trascurabile sono trascinati da una forza orizzontale (Fig. P5.13). Supponiamo che $F = 68.0 \text{ N}$, $m_1 = 12.0 \text{ kg}$, $m_2 = 18.0 \text{ kg}$, e il coefficiente d'attrito dinamico fra ciascun blocco e la superficie sia 0.100. (a) Disegnare un diagramma di corpo libero per ciascun blocco. (b) Determinare la tensione T e il modulo dell'accelerazione del sistema.

VISUALIZZA SOLUZIONE



FIGURA P5.13

- 14.** Tre oggetti sono collegati su un tavolo come mostrato in Figura P5.14. Il coefficiente di attrito cinetico tra il blocco di massa m_2 ed il tavolo è di 0.350. Gli oggetti hanno masse $m_1 = 4.00 \text{ kg}$, $m_2 = 1.00 \text{ kg}$ ed $m_3 = 2.00 \text{ kg}$, e le pulegge sono prive di attrito. (a) Disegnare un diagramma di corpo libero per ogni oggetto. (b) Determinare le accelerazioni di ogni oggetto e le loro direzioni. (b) Determinare le tensioni nelle due corde. E se? (d) Se il tavolo fosse liscio, la tensione aumenterebbe, diminuirebbe o rimarrebbe la stessa? Spiegare il motivo.

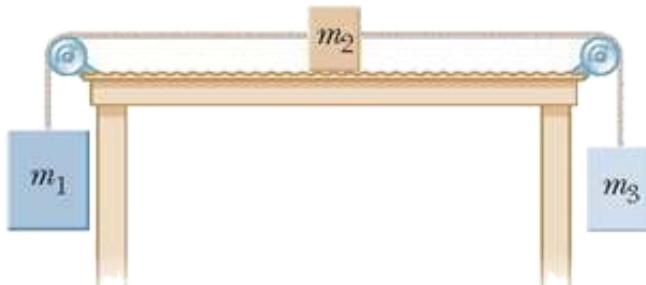


FIGURA P5.14

- 15.** Perché la seguente situazione è impossibile? Il tuo libro di fisica, del peso di 3.80 kg, è appoggiato di fianco a te sul sedile della tua auto. Il coefficiente di attrito statico tra il libro ed il sedile è 0.650, mentre il coefficiente di attrito dinamico è 0.550. Stai viaggiando in avanti alla velocità di 72.0 km/h e freni con accelerazione costante fino ad arrestarti dopo avere percorso una distanza di 30.0 m. Il tuo libro di fisica rimane sul sedile di fianco a te, invece di scivolare in avanti sul pavimento.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 5.2 Estensione del modello per una particella in moto circolare uniforme

16. Ogni qual volta due astronauti della missione *Apollo* si trovavano sulla superficie della Luna, un terzo astronauta si trovava in orbita attorno ad essa. Si assuma che l'orbita sia circolare e si trovi 100 km al di sopra della superficie della Luna, dove l'accelerazione di gravità è pari a 1.52 m/s^2 . Il raggio della Luna è di $1.70 \times 10^6 \text{ m}$. Determinare (a) la velocità orbitale dell'astronauta e (b) il periodo dell'orbita.

17. Una corda sottile riesce a sostenere un carico stazionario di 25.0 kg prima di spezzarsi. Un oggetto, la cui massa è $m = 3.00 \text{ kg}$ è legato alla corda e ruota lungo una circonferenza di raggio $r = 0.800 \text{ m}$ su un tavolo orizzontale privo di attrito. L'altra estremità della corda è fissata come in Figura P5.17. Quali valori di velocità può raggiungere l'oggetto prima che la corda si spezzi?

VISUALIZZA SOLUZIONE

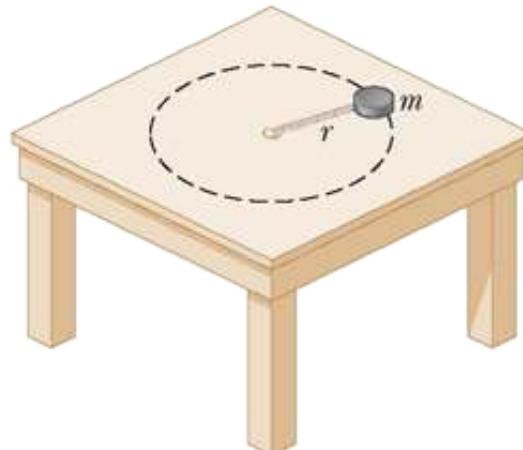


FIGURA P5.17

18. Perché la seguente situazione è impossibile? Un oggetto di massa $m = 4.00 \text{ kg}$ nella Figura P5.18, è collegato ad un'asta verticale da due corde di lunghezza $\ell = 2.00 \text{ m}$. Le corde sono collegate all'asta a punti distanti $d = 3.00 \text{ m}$ l'uno dall'altro. L'oggetto ruota lungo una traiettoria circolare orizzontale a velocità costante in modulo $v = 3.00 \text{ m/s}$ mentre la corda rimane tesa. L'asta ruota insieme all'oggetto in modo da impedire alle corde di avvolgersi su essa. E se? Questa situazione potrebbe verificarsi su di un altro pianeta?

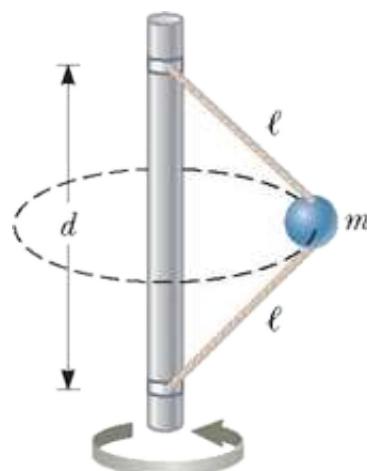


FIGURA P5.18

19. Una scatola contenente delle uova è poggiata sul fondo di un furgone che, lungo il tragitto, deve affrontare una curva la quale può essere considerata come un arco di circonferenza di 35.0 m di raggio. Se il coefficiente d'attrito statico tra la scatola ed il pavimento è 0.600, determinare la massima velocità che può raggiungere il furgone, senza che la scatola inizi a scivolare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Nel modello di Bohr dell'atomo di idrogeno, un elettrone ruota su una traiettoria circolare attorno ad un pro tone. La velocità dell'elettrone è approssimativamente 2.20×10^6 m/s. Trovare (a) la forza agente sull'elettrone quando esso ruota su un'orbita circolare di raggio 0.530×10^{-10} m e (b) l'accelerazione centripeta dell'elettrone.

21. Si consideri un pendolo conico (Fig. P5.21) formato da un corpo di massa 80.0 kg, appeso a un filo di 10.0 m di lunghezza, che forma un angolo di 5.00° con la verticale (Fig. P5.21). Determinare (a) le componenti orizzontale e verticale della forza esercitata dal filo sul pendolo, (b) l'accelerazione radiale del corpo.

VISUALIZZA SOLUZIONE**FIGURA P5.21****Paragrafo 5.3 Moto circolare non uniforme**

22. Nel parco dei divertimenti di Gurnee nell'Illinois vi è un ottovolante dotato di alcune delle più moderne tecnologie e sfrutta concetti di base della fisica. Le piste verticali invece di essere circolari hanno la forma di una goccia (Fig. P5.22). I vagoncini, sulla parte interna della pista, salgono fino alla sommità con velocità sufficientemente elevate da rimanere sui binari. La pista più grande è alta 40.0 m. Nell'ipotesi che la velocità alla sommità sia di 13.0 m/s e la corrispondente accelerazione centripeta $2g$, (a) qual è il raggio di curvatura dell'arco della sommità della pista? (b) Se la massa totale dei vagoncini con le persone alla sommità della pista è M , qual è la forza esercitata dalla rotaia su tale massa? (c) Si supponga ora che l'otto volante abbia un anello circolare di 20.0 m di raggio. Se i vagoni hanno, alla sommità, la stessa velocità di 13.0 m/s, determinare l'accelerazione centripeta in tale posizione. (d) Si commenti la forza normale alla sommità nella situazione (c) ed il vantaggio di avere la pista a forma di goccia.



Frank Cezus/Getty Images

FIGURA P5.22

- 23.** Disturbato dalla automobili che passavano a velocità elevata davanti al suo luogo di lavoro, il premio Nobel Arthur Holly Compton progettò un dosso (detto 1800 kg passi sopra la gobba, la cui forma segue un arco di cerchio di raggio 20.4 m, come mostrato in Figura P5.23. (a) Se l'auto viaggia a 30 km/h quale forza viene esercitata dalla strada sull'auto quando essa passa per il punto più alto della gobba? (b) **E se?** Quale sarà la massima velocità con cui l'auto può passare per il punto più alto senza perdere contatto con la strada?

VISUALIZZA SOLUZIONE

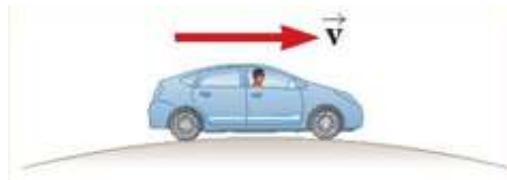


FIGURA P5.23 PROBLEMI 23 E 24.

- 24.** Una macchina di massa m passa sopra un dosso che segue un arco di circonferenza di raggio R , come in Figura P5.23. (a) Quale forza viene esercitata dalla strada sull'auto quando essa passa per il punto più alto del dosso con una velocità v ? (b) **E se?** Qual è la massima velocità che la macchina può avere mentre passa nel punto più alto del dosso senza perdere contatto con la strada?

- 25.** Un archeologo avventuroso ($m = 85.0$ kg) cerca di attraversare un fiume utilizzando una liana. La liana è lunga 10.0 m e la sua velocità, nel punto più basso dell'oscillazione, è di 8.00 m/s. L'archeologo non sa che la liana si rompe per una tensione di 1 000 N. Riuscirà ad attraversare il fiume?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 26.** Un secchio d'acqua viene fatto ruotare in un piano verticale lungo una circonferenza di raggio 1.00 m. (a) Quali sono le due forze esterne che agiscono sull'acqua nel secchio? (b) Quale delle due forze è la più importante nel determinare il moto dell'acqua lungo la traiettoria circolare? (c) Qual è la minima velocità del secchio, nel punto più alto della circonferenza, per evitare che l'acqua

cada giù? (d) Si assuma che il secchio che si sta muovendo con la velocità trovata al punto (c) sparisca all'improvviso nel punto più alto della traiettoria. Si descriva il successivo moto dell'acqua. Sarebbe differente dal moto di un proiettile?

27. Un bambino, di massa pari a 40.0 kg, sta oscillando su un'altalena sorretta da due catene, ognuna lunga 3.00 m. La tensione a cui è sottoposta ognuna delle due catene nel punto più basso è pari a 350 N. Nel punto più basso determinare (a) la velocità del bambino e (b) la forza esercitata dal sedile sul bambino (ignorare la massa del sedile).

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Un bambino di massa m sta oscillando su un'altalena sorretta da due catene, ognuna lunga R . Se la tensione a cui è sottoposta ognuna delle due catene nel punto più basso è pari a T , determinare (a) la velocità del bambino e (b) la forza esercitata dal sedile sul bambino (ignorare la massa del sedile).

Paragrafo 5.4 Moto in presenza di forze d'attrito dipendenti dalla velocità

29. Una piccola sfera di massa 3.00 g è rilasciata dalla quiete a $t = 0$ da un punto posto al di sotto della superficie di un liquido viscoso. Si osserva che la velocità limite è $v_L = 2.00 \text{ cm/s}$. Trovare (a) il valore della costante b nell'Equazione 5.4, (b) il tempo t necessario per raggiungere $0.632 v_L$, e (c) il valore della forza d'attrito quando la sferetta raggiunge la velocità limite.

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. Si assume che la forza di attrito che agisce su un pattinatore sia proporzionale al quadrato della velocità v del pattinatore e sia data da $f = -kmv^2$, dove k è una costante e m è la massa del pattinatore. Il pattinatore taglia la linea del traguardo di una gara su un tratto rettilineo con velocità V_i e quindi rallenta procedendo per inerzia sui pattini. Dimostrare che la velocità del pattinatore in ogni istante di tempo successivo al taglio del traguardo è data da $v(t) = V_i / (1 + kt v_i)$.

31. Un piccolo pezzetto di polistirolo per imballaggi viene fatto cadere da un'altezza di 2.00 m al di sopra del suolo. Prima di raggiungere la sua velocità limite, l'accelerazione è data da $a = g - Bv$. Dopo aver percorso 0.500 m, il polistirolo raggiunge la sua velocità limite ed impiega quindi 5.00 s per raggiungere il suolo. Qual è il valore della costante B ? (b) Quanto vale l'accelerazione a $t = 0$? (c) Quanto vale l'accelerazione quando la velocità è 0.150 m/s?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Problema di ricapitolazione. (a) Stimare la velocità limite di una sferetta di legno (densità 0.830 g/cm³) che cade in aria, assumendo che il suo raggio sia 8.00 cm ed il coefficiente di attrito sia 0.5. (b) Da che altezza dovrebbe cadere un oggetto in caduta libera, in assenza di attrito dell'aria, per raggiungere questa stessa velocità?

33. Il motore di un motoscafo viene spento quando la velocità è di 10.0 m/s. Il motoscafo procede in folle fino a fermarsi. L'equazione che governa il moto del motoscafo durante questo intervallo di tempo (dall'istante in cui è stato spento il motore a quando il motoscafo si ferma) è $v = v_i e^{-ct}$, con v la velocità al tempo t , v_i la velocità iniziale e c una costante. Al tempo $t = 20.0$ s la velocità è di 5.00 m/s. (a) Determinare la costante c . (b) Qual è la velocità al tempo $t = 40.0$ s? (c) Derivare la funzione $v(t)$ e dimostrare che l'accelerazione del motoscafo è in ogni istante proporzionale alla velocità.

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Un oggetto di 9.00 kg parte da fermo e si muove attraverso un mezzo viscoso subendo una forza d'attrito data dall'Equazione 5.4. Se la velocità dell'oggetto raggiunge la metà della sua velocità limite in 5.54 s, (a) determinare la velocità limite. (b) In quale istante la velocità dell'oggetto sarà i tre quarti della velocità limite? (c) Quale distanza percorrerà l'oggetto nei primi 5.54 s del moto?

Paragrafo 5.5 Le forze fondamentali della natura

35. Quando una meteora si trova a una distanza dalla superficie terrestre pari a 3.00 volte il raggio della Terra, quanto vale l'accelerazione di caduta libera dovuta alla forza di gravità agente su di essa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Trovare l'ordine di grandezza della forza gravitazionale che tu eserciti su un'altra persona alla distanza di 2 m. Nella soluzione dichiara le grandezze misurate o stimate e i loro valori.

37. Due particelle identiche isolate, ciascuna di massa 2.00 kg, distano 30.0 cm. Qual è il modulo della forza gravitazionale di una particella sull'altra?

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. In una nube temporalesca vi possono essere cariche elettriche di + 40.0 C vicino alla sommità della nube e - 40.0 C vicino alla parte inferiore della nube.

Queste cariche distano 2.00 km. Qual è la forza elettrica sulla carica che si trova sulla sommità?

Paragrafo 5.6 Collegamento al contesto: coefficienti di resistenza delle automobili

39. La massa di una macchina sportiva è di 1 200 kg. La linea della carrozzeria è tale che il coefficiente di resistenza aerodinamica è 0.250, mentre l'area frontale è 2.20 m^2 . Trascurando tutte le altre sorgenti di attrito e assumendo che stia viaggiando a 100 km/h, calcolare l'accelerazione iniziale dell'automobile se questa comincia a viaggiare in folle (senza spinta del motore).

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

40. Si consideri una macchina di 1 300 kg avente un coefficiente di resistenza aerodinamica di 0.340 e un'area frontale di 2.60 m^2 . Questa macchina può ricevere un'accelerazione istantanea di 3.00 m/s^2 quando la sua velocità è di 10.0 m/s. Si trascuri qualunque forza di resistenza al rotolamento, assumendo che le sole forze orizzontali sulla macchina siano la forza di attrito statico diretta in avanti, esercitata dalla strada sulle ruote motrici, e la resistenza esercitata dall'aria circostante, che ha una densità di 1.20 kg/m^3 . (a) Trovare la forza di attrito esercitata dalla strada. (b) Si supponga che la carrozzeria possa essere riprogettata con un coefficiente di resistenza dell'aria di 0.200. Se non si cambia niente altro, quale sarà l'accelerazione dell'auto? (c) Si assuma che la forza esercitata dalla strada rimanga costante. In questo caso, quale velocità massima può raggiungere la macchina con $D = 0.340$? (d) e con $D = 0.200$?

Problemi generali

41. In un asciugabiancheria domestico una vaschetta cilindrica che contiene abiti bagnati viene ruotata costantemente intorno ad un asse orizzontale come mostrato in Figura P5.41. Per asciugarli uniformemente, gli abiti vengono fatti rotolare e la velocità di rotazione della vaschetta viene scelta in modo che un piccolo abito perda il contatto con la vaschetta quando si trova ad un angolo $\theta = 68.0^\circ$ al di sopra dell'orizzontale. Se il raggio della vaschetta è $r = 0.330 \text{ m}$, quale velocità di rotazione è necessaria perché ciò si realizzi?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

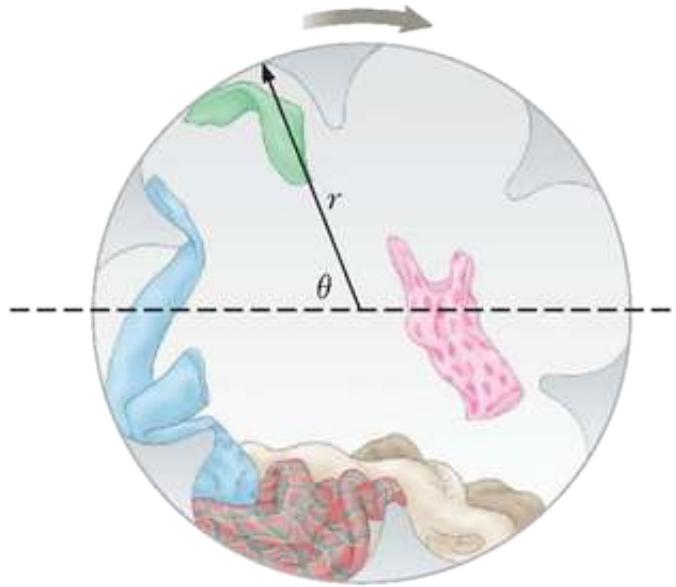


FIGURA P5.41

- 42.** Una cassa di peso F_g è spinta da una forza \vec{P} su un pavimento orizzontale, come mostrato in Figura P5.42. Il coefficiente di attrito statico è μ_s e \vec{P} è diretta con un angolo θ al di sotto dell'orizzontale. (a) Mostrare che il valore minimo di P che sposterà la cassa è dato da

$$P = \frac{\mu_s F_g \sec \theta}{1 - \mu_s \tan \theta}$$

- (b) Trovare la condizione per β in funzione di μ_s per la quale il moto della cassa è impossibile, qualunque sia P .

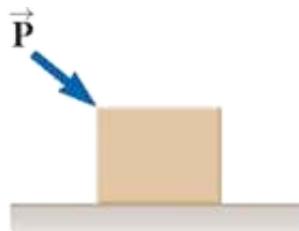


FIGURA P5.42

- 43.** Consideriamo i tre oggetti collegati mostrati in Figura P5.43. Assumiamo dapprima che il piano inclinato sia privo d'attrito, ed il sistema sia in equilibrio. Determinare (in funzione di m , g , e $\hat{\theta}$) (a) la massa M e (b) le tensioni T_1 e T_2 . Se il valore di M è doppio di quello trovato in (a), trovare (c) l'accelerazione di ciascun oggetto, e (d) le tensioni T_1 e T_2 . Si assuma infine che (e) il valore massimo di M e (f) il valore minimo di M . (g) Confrontare i valori di T_2 quando M assume i valori minimo e massimo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

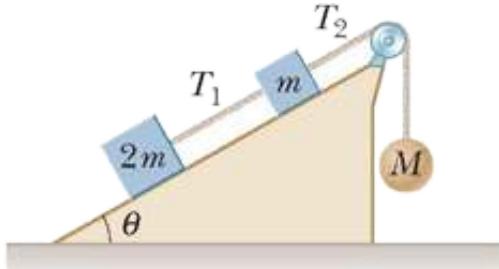


FIGURA P5.43

44. Perché la seguente situazione è impossibile? Un tostapane di 1.30 kg non è collegato alla presa di corrente. Il coefficiente di attrito statico tra il tostapane ed il ripiano orizzontale su cui si trova vale 0.350. Per far sì che il tostapane si muova lo stratta per il cavo dell'alimentazione senza troppe cautele. Sfortunatamente, il cavo è diventato fragile a causa di precedenti simili strattamenti, e si rompe se la tensione del cavo eccede 4.00 N. È possibile mettere in movimento il tostapane senza rompere il cavo, tirando quest'ultimo ad un angolo particolare.

45. Il sistema mostrato in Figura P4.47 (Capitolo 4) ha un'accelerazione di modulo pari a 1.50 m/s². Si assuma che il coefficiente di attrito tra il blocco ed il piano inclinato sia lo stesso per entrambi i piani inclinati. Si trovi (a) il coefficiente di attrito dinamico e (b) la tensione della corda.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

46. Un blocco di alluminio di 2.00 kg e un blocco di rame di 6.00 kg sono collegati con una funicella leggera tramite una puleggia priva d'attrito. Essi sono tenuti su una superficie di (a) Se essi vengono lasciati liberi di muoversi a partire da fermo, si muoveranno? Se si muovono, determinare (b) la loro accelerazione e (c) la tensione della fune. Se non si muovono, determinare la somma dei moduli delle forze d'attrito agenti sui blocchi.

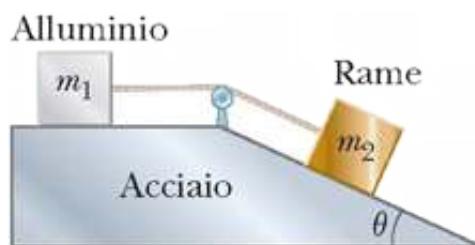


FIGURA P5.46

47. La Figura P5.47 mostra la foto di una giostra delle catene di un parco dei divertimenti. Essa consiste in una piattaforma circolare rotante di diametro D , alla quale, legati ad una catena di massa trascurabile di lunghezza d , sono sospesi dei sedili di massa m . Quando il sistema ruota a velocità costante, le catene ruotano verso l'esterno e formano un angolo θ con la verticale. Considerare la giostra con i seguenti parametri: $D = 8.00 \text{ m}$, $d = 2.50 \text{ m}$, $m = 10.0 \text{ kg}$ e $\theta = 28.0^\circ$. (a) Qual è la velocità dei sedili? (b) Disegnare un diagramma di corpo libero di un bambino di 40.0 kg che gira e (c) trova la tensione della catena.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)



Stuart Gregory/Getty Images

FIGURA P5.47

48. Un automobile percorre una curva sopraelevata come discusso nell'Esempio 5.7 e mostrato in Figura 5.11. Il raggio di curvatura della strada è R , l'angolo di sopraelevazione è θ , e il coefficiente di attrito statico è μ_s . (a) Determinare l'intervallo di velocità che possono avere le automobili perché non slittino in alto o in basso sulla curva. (b) Trovare il minimo valore per μ_s perché la minima velocità sia zero.

49. Nell'Esempio 5.8 abbiamo esaminato le forze a cui è sottoposto un bambino su di una ruota panoramica. Assumere che i dati utilizzati in quell'esempio si applichino a questo esercizio. Quale forza (modulo e direzione) viene esercitata dal seggiolino su un bambino di massa pari a 40.0 kg se si trova a metà strada tra il punto più alto e quello più basso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Un blocco di 5.00 kg è posto sopra un blocco di 10.0 kg (Fig. P5.50). Una forza orizzontale di 45.0 N è applicata al blocco di 10 kg, e il blocco di 5 kg è legato alla parete. Il coefficiente d'attrito dinamico fra tutte le superfici che si muovono è 0.200. (a) Disegnare un diagramma di corpo libero per ciascun blocco, e identificare le forze di azionereazione fra i blocchi. (b) Determinare la tensione della fune legata alla parete e il modulo dell'accelerazione del blocco da 10 kg.

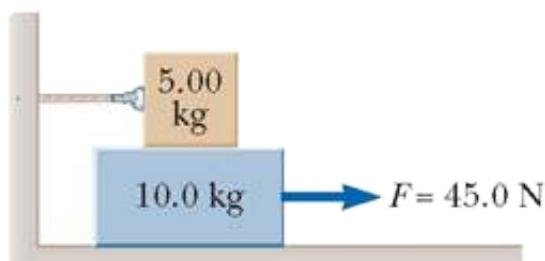


FIGURA P5.50

51. Una stazione spaziale, dalla forma di una grande ruota di 120 m di diametro, ruota per fornire una "gravità artificiale" di 3.00 m/s^2 alle persone che camminano sulla parete interna del bordo più esterno. Trovare la frequenza della ruota (in giri al minuto) che produrrà questo effetto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. Perché la seguente situazione è impossibile? Un libro si trova su un piano inclinato sulla superficie terrestre. L'angolo di inclinazione del piano è pari a 60.0° . Il coefficiente di attrito dinamico tra libro e piano è pari a 0.300. Al tempo $t = 0$, il libro viene rilasciato dalla sua posizione iniziale. Il libro quindi scivola per 1.00 m lungo il piano in un intervallo di tempo pari a 0.483 s.

53. Due blocchi di massa m_1 ed m_2 sono posti su di un tavolo in contatto l'uno con l'altro come discusso nell'Esempio 4.5 e mostrato nella Figura 4.13a. Il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco di massa m_1 ed il tavolo è μ_1 , e quello tra il blocco di massa m_2 ed il tavolo è μ_2 . Una forza, di modulo F e diretta orizzontalmente, viene applicata al blocco di massa m_1 . Vogliamo determinare il valore di P , la forza di contatto tra i blocchi. (a) Disegnare i diagrammi di corpo libero per ciascuno dei blocchi. (b) Qual è la forza risultante sul sistema dei due blocchi? (c) Qual è la forza risultante agente su m_1 ? (d) Qual è la forza risultante agente su m_2 ? (e) Scrivere la seconda legge di Newton nella direzione x per ciascun blocco. (f) Risolvere le due equazioni nelle due incognite per l'accelerazione a dei blocchi in funzione delle masse, della forza applicata F , dei coefficienti di attrito e di g . (g) Trovare il modulo della forza di contatto P tra i blocchi in funzione delle stesse grandezze.

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Perché la seguente situazione è impossibile? Un bambino dispettoso si reca in un parco di divertimenti con la famiglia. Mentre si trova su di una giostra, dopo un severo rimprovero da parte della mamma, il bambino scappa dal seggiolino su cui è seduto e si arrampica sulla copertura della struttura, sagomata a forma di cono, con l'asse lungo la verticale ed il mantello inclinato in modo da formare un angolo $\theta = 20.0^\circ$ con l'orizzontale, come mostrato in Figura P5.54. Mentre la giostra è in funzione, questa parte della struttura ruota attorno all'asse verticale. Il bambino siede imbronciato sulla superficie inclinata ad una distanza $d = 5.32$ m dalla sommità del cono. Il coefficiente di attrito statico tra il bambino e la copertura è 0.700. L'operatore della giostra non si accorge che il bambino se ne è andato dal suo seggiolino e continua la corsa. Come conseguenza, il bambino imbronciato seduto sul cono ruota lungo una traiettoria circolare ad una velocità di 3.75 m/s.

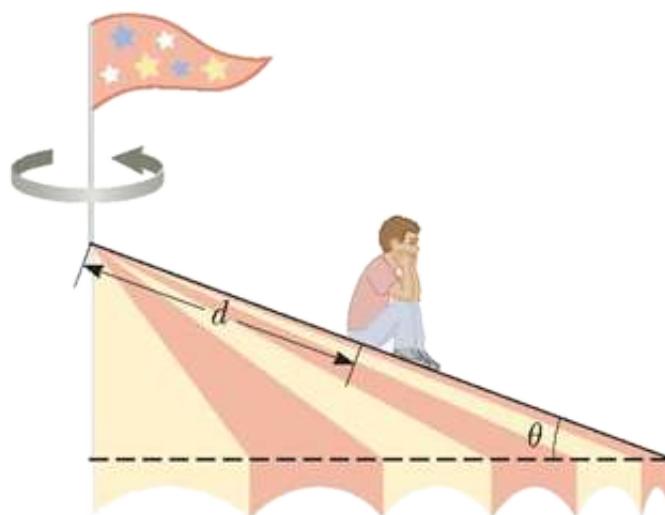


FIGURA P5.54

55. Un blocco di massa $m = 2.00$ kg è fermo sul bordo sinistro di un blocco di massa $M = 8.00$ kg. Il coefficiente d'attrito dinamico fra i due blocchi è 0.300, e la superficie sulla quale è fermo il blocco di 8.00 kg è senza attrito. Una forza orizzontale costante $\vec{F} = 10.0$ N è applicata al blocco da 2.00 kg, mettendolo in moto com'è mostrato in Figura P5.55a. Se la distanza L percorsa dal bordo del blocco piccolo sul blocco grande è 3.00 m, (a) quanto impiegherà il blocco piccolo per giungere fino al bordo destro del blocco da 8.00 kg, com'è mostrato in Figura P5.55b? (**Nota** : ambedue i blocchi sono messi in moto quando **[Math Processing Error]** è applicata). (b) Quale distanza percorre il blocco da 8.00 kg in questo processo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

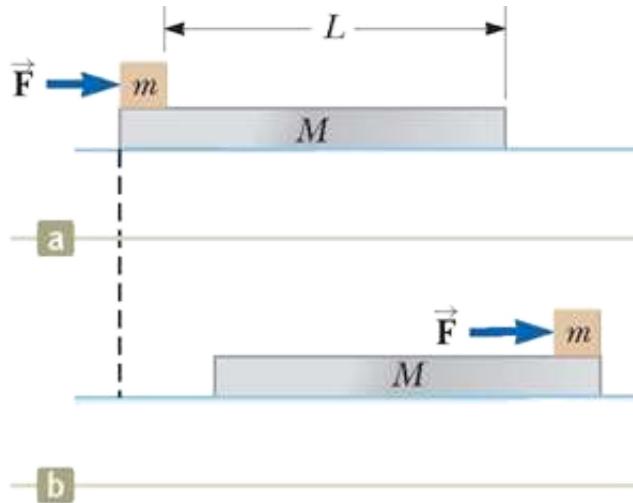


FIGURA P5.55

56. Un disco di massa m_1 è tenuto da una fune che gli permette di ruotare lungo una circonferenza di raggio R su un tavolo orizzontale privo di attrito. L'altro estremo della fune passa attraverso un buco nel centro del tavolo, e tiene sospeso un oggetto di massa m_2 (Fig. P5.56). L'oggetto sospeso rimane in equilibrio mentre il disco ruota sul tavolo. Determinare delle relazioni per (a) la tensione della fune, (b) la forza radiale agente sul disco e (c) la velocità del disco. (d) Descrivere in modo qualitativo cosa succederebbe al moto del disco se la massa m_2 fosse aumentata ponendo un piccolo carico addizionale. (e) Descrivere in modo qualitativo cosa succederebbe, invece, al moto del disco se la massa m_2 venisse ridotta.

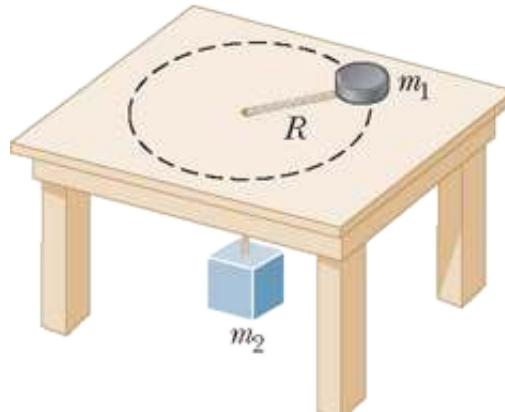


FIGURA P5.56

57. Un modellino d'aereo di 0.750 kg di massa vola lungo una circonferenza orizzontale, collegato all'estremità di un cavo di controllo, lungo 60.0 m, con una velocità di 35.0 m/s come mostrato in Figura P5.57a. Le forze esercitate sull'aeroplano sono mostrate in Figura P5.57b: la tensione nel cavo di controllo, la

forza gravitazionale e la forza di sostentamento aerodinamico che agisce ad un angolo $\theta = 20.0^\circ$ verso l'interno rispetto alla verticale. Calcolare la tensione del cavo assumendo che esso formi un angolo costante $\theta = 20.0^\circ$ con l'orizzontale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

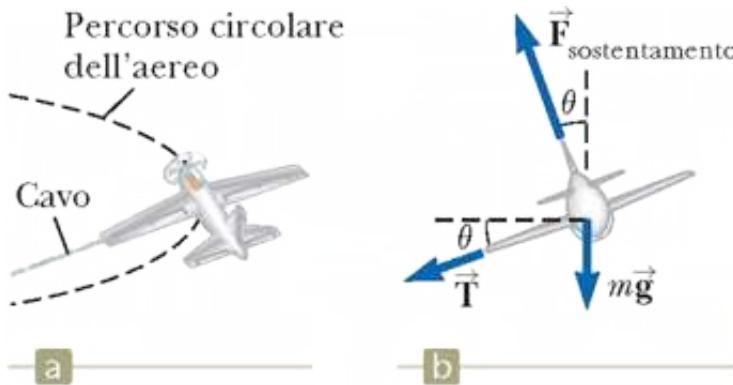


FIGURA P5.57

58. Una studentessa costruisce e calibra un accelerometro, che vuole usare per misurare la velocità della sua auto in curva in autostrada. L'accelerometro è costituito da un pendolo semplice, munito di goniometro, che viene appeso al tettuccio dell'auto. Un amico osserva che il pendolo forma un angolo di 15.0° con la verticale, quando l'auto ha una velocità di 23.0 m/s . (a) Qual è l'accelerazione centripeta dell'auto in curva? (b) Qual è il raggio della curva? (c) Quale sarebbe la velocità dell'auto se la deflessione del pendolo fosse di 9.00° , nel percorrere la stessa curva?

59. Una perlina può scorrere con attrito trascurabile lungo un filo a forma di spira circolare di raggio 15.0 cm , come in Figura P5.59. La spira circolare si trova sempre su un piano verticale e ruota stabilmente intorno al suo diametro verticale con un periodo di 0.450 s . La posizione della perlina è descritta dall'angolo θ che la linea radiale, dal centro della spira alla perlina, forma con la verticale. (a) A quale angolo al di sopra del fondo della circonferenza della spira la perlina può rimanere ferma rispetto alla spira ruotante? (b) **E se?** Ripetere il problema se il periodo della spira ruotante è 0.850 s . (c) Discutere in che modo la soluzione al punto (b) differisce da quella al punto (a). (d) Per una generica coppia di valori del periodo di rotazione e del raggio della spira esiste sempre un angolo in corrispondenza del quale la perlina può rimanere in quiete rispetto alla spira? (e) Ci sono condizioni in cui esistono più di due angoli? Arnold Arons ha suggerito l'idea per questo problema.

VISUALIZZA SOLUZIONE

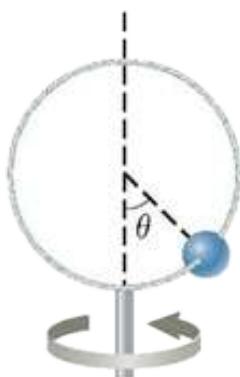


FIGURA P5.59

60. Un divertimento da luna-park consiste in un grande cilindro verticale che ruota attorno al suo asse, tanto velocemente che una persona, al suo interno, è bloccata contro la parete quando il pavimento viene aperto (Fig. P5.60). Il coefficiente di attrito statico tra la persona e la parete è μ_s , e il raggio del cilindro è R . (a) Mostrare che il massimo periodo di rotazione necessario per evitare che la persona cada è $T = (4\pi^2 R \mu_s g)^{1/2}$. (b) Se la frequenza di rotazione viene fatta aumentare un po', cosa accade alle forze che agiscono sulla persona? Cosa accade al moto della persona? (c) Se, al contrario, la frequenza di rotazione viene leggermente diminuita, cosa accade alle forze che agiscono sulla persona? Cosa accade al moto della persona?

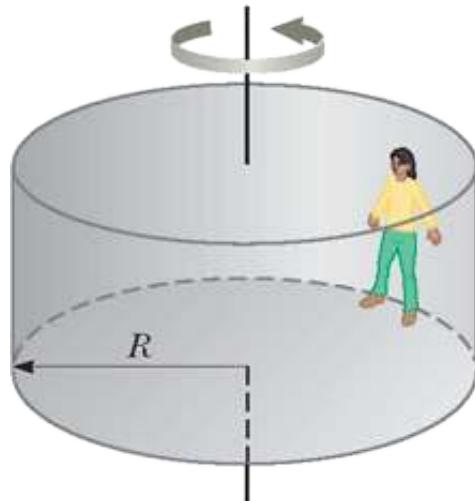


FIGURA P5.60

61. L'espressione $F = arv + br^2v^2$ indica il modulo della forza di attrito (in newton) esercitata su una sfera di raggio r (in metri) da una corrente d'aria, in moto con velocità v (in metri al secondo), ed a e b sono delle costanti con appropriate unità nel sistema SI. I valori numerici sono $a = 3.10 \times 10^{-4}$ e $b = 0.870$. Utilizzando questa espressione, determinare la velocità limite di gocce d'acqua, che cadono nell'aria per effetto del proprio peso, con i seguenti valori del raggio (a) $10.0 \mu\text{m}$, (b) $100 \mu\text{m}$ e (c) 1.00 mm . Si osservi che per le domande (a) e (c) si può ottenere una risposta accurata, senza dover risolvere un'equazione quadratica, considerando quale dei due contributi alla resistenza dell'aria è dominante e quale trascurabile.

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Se una sola forza costante agisce su un corpo di massa m che si muove in linea retta, la velocità del corpo è una funzione lineare del tempo. L'equazione $v = v_i + at$ dà la sua velocità v in funzione del tempo, dove a è la sua accelerazione costante. Assumiamo, ora, che quando il corpo si muove in un mezzo in presenza di forze di attrito, la sua velocità decresca com'è descritto dall'equazione $v = v_i - kx$, dove x è la distanza attraversata da quando aveva la sua velocità iniziale v_i e k è un coefficiente costante. Trovare la legge che descrive la forza totale agente su questo corpo.

63. A causa della rotazione della Terra attorno al suo asse, un punto all'equatore è soggetto ad un'accelerazione centripeta di 0.0337 m/s^2 , mentre un punto ai poli non è soggetto ad alcuna accelerazione centripeta. Se una persona all'Equatore ha una massa di 75 kg , calcolare (a) la forza gravitazionale che agisce sulla persona (il peso vero) e (b) la forza normale sulla persona (il peso apparente). (c) Quale forza è maggiore? Si consideri la Terra perfettamente sferica e si assuma $g = 9.800 \text{ m/s}^2$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. Ai membri di un club di paracadutisti sono stati dati i seguenti dati da considerare nella pianificazione dei loro lanci. Nella tabella, d è la distanza che un paracadutista copre in funzione del tempo t , partendo da fermo in caduta libera in posizione orizzontale distesa. (a) Converti la distanza da piedi a metri. (b) Riporta in grafico d (in metri) in funzione di t . (c) Determina il valore della velocità limite v_L trovando la pendenza della parte rettilinea della curva. Usa il metodo dei minimi quadrati per determinare questa pendenza.

$t(\text{s})$	$d(\text{ft})$	$t(\text{s})$	$d(\text{ft})$
0	0	11	1 309
1	16	12	1 483
2	62	13	1 657
3	138	14	1 831
4	242	15	2 005
5	366	16	2 179
6	504	17	2 353
7	652	18	2 527
8	808	19	2 701
9	971	20	2 875
10	1 138		

Energia di un sistema

IN UN IMPIANTO EOLICO CHE SI TROVA ALLA FOCE DEL FIUME MERSEY A LIVERPOOL, INGHILTERRA, IL VENTO COMPIE LAVORO SULLE PALE PROVOCANDONE LA ROTAZIONE, LA QUALE AZIONA UN GENERATORE ELETTRICO. L'ENERGIA VIENE RIMOSSA DAL SISTEMA DELLE PALE EOLICHE SOTTO FORMA DI ELETTRICITÀ.



Christofor Furlong/Getty Images

La definizione di grandezze quali la posizione, la velocità, l'accelerazione e la forza, ed i principi ad esse associati, quali la seconda legge di Newton, ci consentono di risolvere una molteplicità di problemi. Alcuni problemi che, in teoria, potrebbero essere risolti con le leggi di Newton, sono molto difficili da risolvere in pratica. Tuttavia, essi possono essere risolti con maggior semplicità affrontandoli con un metodo diverso. In questo capitolo e nei successivi, studieremo questo nuovo approccio che include la definizione di grandezze che potrebbero non esserti familiari. Altre grandezze potrebbero sembrarti riconducibili alla vita ordinaria, ma assumere un significato più specifico in fisica che nella vita ordinaria. Inizieremo questa discussione esplorando il concetto di energia.

Il concetto di energia è uno dei più importanti nelle scienze e nell'ingegneria. Nella nostra vita quotidiana pensiamo all'energia come al carburante utilizzato nei mezzi di trasporto e nel riscaldamento, all'elettricità per l'illuminazione e gli elettrodomestici, al cibo per l'alimentazione. Queste idee, tuttavia, non definiscono realmente il concetto di energia. Esse ci indicano semplicemente che i carburanti sono necessari per compiere un lavoro e che quei carburanti ci forniscono qualcosa che noi chiamiamo energia.

L'energia è presente nell'Universo in varie forme. Ogni processo fisico nell'Universo coinvolge energia e trasferimenti o trasformazioni di energia. Sfortunatamente, nonostante la sua importanza, essa non è facile da definire. Le variabili dei precedenti capitoli erano relativamente concrete; abbiamo esperienza quotidiana di velocità e di forza, per esempio. Sebbene abbiamo esperienza dell'energia, come il rimanere senza carburante oppure la perdita della corrente elettrica a seguito di un violento temporale, la nozione di energia rimane più astratta.

Il concetto di energia si può applicare alla dinamica di un sistema meccanico senza ricorrere alle leggi di Newton. Inoltre, questo approccio energetico ci consente di comprendere fenomeni termici ed elettrici che verranno affrontati in capitoli successivi del testo.

I nostri modelli di analisi presentati nei capitoli precedenti erano basati sul concetto di particella, ovvero un oggetto che potesse essere descritto come una particella. Iniziamo questo nuovo approccio focalizzando la nostra attenzione su di un sistema e sui modelli di analisi basati sul modello di sistema. Questi modelli di analisi verranno formalmente introdotti nel Capitolo 7. In questo capitolo introdurremo il concetto di sistema e tre modi con cui è possibile immagazzinare energia in un sistema.

6.1

Sistemi e ambienti

Un sistema è un modello secondo il quale la nostra attenzione viene concentrata su una piccola regione dell'Universo – il **sistema** – ignorando i dettagli del resto dell'Universo all'esterno del sistema stesso. Un'abilità fondamentale per poter applicare il metodo energetico ai problemi nei prossimi tre capitoli è quella di *identificare correttamente il sistema*.

Un sistema può

- essere un singolo oggetto o particella
- essere un insieme di oggetti o particelle
- essere una regione dello spazio (per es. l'interno di un cilindro di un motore a combustione di un'automobile)
- variare in dimensioni e forma (per es. una palla di gomma che si deforma dopo aver urtato contro un muro)

Prevenire le insidie | 6.1 Identifica il sistema

Il primo passo più importante nel risolvere un problema utilizzando l'approccio energetico è la corretta identificazione del sistema di interesse.

Identificare la necessità di utilizzare un approccio sistemico (in contrapposizione a quello particellare) fa parte della fase di Classificazione nella Strategia per la risoluzione dei problemi descritta nel Capitolo 1. L'identificazione del sistema viene immediatamente dopo in questa fase.

Indipendentemente da quale sia il sistema che compare in un particolare problema, si identifica un **contorno del sistema**, che è una superficie immaginaria (spesso ma non necessariamente coincidente con una superficie fisica), che divide l'Universo in sistema e **ambiente** circostante al sistema.

Per esempio, immaginiamo una forza applicata a un oggetto nello spazio vuoto. Possiamo definire l'oggetto come sistema e la sua superficie come il contorno del sistema. La forza ad esso applicata rappresenta l'influenza sul sistema da parte dell'ambiente, il quale agisce attraverso il contorno del sistema. Vedremo come analizzare questa situazione con un approccio a sistema in un successivo paragrafo di questo capitolo.

Abbiamo incontrato un altro caso nell'Esempio 5.3, dove il sistema può essere definito come l'insieme della palla, del cubo e della fune. L'influenza da parte dell'ambiente include le forze di gravità sulla palla e sul cubo, la forza normale e d'attrito sul cubo, la forza della puleggia sulla fune e la forza applicata di modulo F . Le forze esercitate dalla fune sulla palla e sul cubo sono interne al sistema e, quindi, non sono considerate come un'influenza da parte dell'ambiente.

Ci sono molti modi in cui un sistema può essere influenzato dal suo ambiente. Il primo tra questi che studieremo è il *lavoro*.



© Cengage Learning/Charles D. Winters

FIGURA 6.1 Un cancellino viene spinto sulla mensola, posta sul bordo inferiore di una lavagna, da una forza che agisce ad angoli differenti rispetto alla direzione orizzontale.

Lavoro svolto da una forza costante

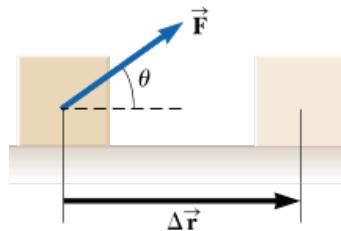


FIGURA 6.2 Un oggetto è sottoposto ad uno spostamento $\Delta \vec{r}$ sotto l'azione della forza costante \vec{F} .

Quasi tutti i termini utilizzati finora – velocità, accelerazione, forza e così via – hanno significati simili in Fisica così come nella vita quotidiana. Iniziamo la nostra analisi dei sistemi introducendo un termine il cui significato in fisica è nettamente diverso da quello quotidiano: il lavoro.

Per comprendere quali siano gli effetti del lavoro su un sistema in Fisica, si consideri la situazione illustrata in Figura 6.1. Una forza F è applicata ad un cancellino per lavagna, che identifichiamo come sistema, il quale si muove lungo il ripiano posto sul bordo inferiore della lavagna. Se vogliamo sapere quanto è efficace la forza nel muovere il cancellino, dobbiamo considerare non solo il modulo della forza, ma anche la sua direzione. Si noti che il dito in Figura 6.1 applica la forza sul cancellino lungo tre direzioni differenti. Assumendo che il modulo della forza sia lo stesso in tutte e tre le fotografie, la spinta esercitata nella Figura 6.1b metterà in moto il cancellino in modo più efficiente di quanto non faccia nella Figura 6.1a. D'altronde, la Figura 6.1c mostra una situazione in cui la forza applicata non porta ad alcun movimento del cancellino, indipendentemente da quanto forte si spinga (ovviamente a meno che la forza non sia così intensa da portare alla rottura del ripiano!). Questi risultati suggeriscono che quando si analizzano gli effetti delle forze sul sistema, dobbiamo considerare la loro natura vettoriale. Dobbiamo anche considerare il modulo delle forze. Per un dato spostamento, una forza di 2 N porta a maggiori effetti sul sistema, di quanto non faccia una forza di 1 N. Anche l'entità dello spostamento è importante. A parità di forza applicata, si osserveranno maggiori effetti sul sistema se si muove il cancellino per 3 m lungo il ripiano, di quanto lo si muove di 2 cm. Esaminiamo la situazione in Figura 6.2, dove l'oggetto (il sistema) è sottoposto ad uno spostamento lungo una linea retta sotto l'azione di una forza costante di modulo F che forma un angolo θ con la direzione dello spostamento.

Il **lavoro** W fatto su un sistema da una causa che esercita una forza costante sul sistema è il prodotto del modulo della forza F , del modulo dello spostamento Δr del punto di applicazione della forza e di $\cos \theta$, essendo θ l'angolo compreso tra il vettore forza ed il vettore spostamento:

LAVORO COMPIUTO DA UNA FORZA COSTANTE

$$W = F \Delta r \cos \theta$$

Prevenire le insidie
| 6.2 Il lavoro è fatto
da ... su ...

Oltre ad identificare il sistema, devi anche identificare quale agente nell'ambiente sta compiendo lavoro sul sistema. Quando si discute del lavoro, utilizza sempre la frase "lavoro fatto da... su...". Dopo "da" inserisci quella parte dell'ambiente che interagisce direttamente con il sistema. Dopo "su" inserisci il sistema. Per esempio, "il lavoro fatto dal martello sul chiodo" identifica il chiodo come sistema e la forza dovuta al martello come l'influenza da parte dell'ambiente.

6.1◀

Si noti che nell'Equazione 6.1 il lavoro è una grandezza scalare sebbene sia definito in termini di due grandezze vettoriali, la forza F e lo spostamento Δr . Nel Paragrafo 6.3 vedremo come due vettori possano essere combinati per dare luogo ad una grandezza scalare.

Si noti anche che lo spostamento nell'Equazione 6.1 è quello del *punto di applicazione della forza*. Se la forza è applicata ad una particella oppure ad un corpo rigido che possa essere descritto come una particella, lo spostamento sarà identico a quello della particella. Tuttavia, per un sistema deformabile, questi spostamenti non saranno gli stessi. Per esempio, si immagini di comprimere su due lati un pallone

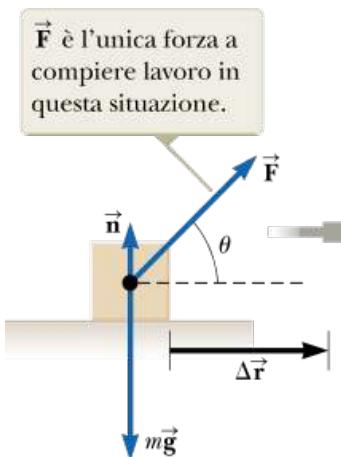


FIGURA 6.3 Un oggetto si sposta su di una superficie orizzontale priva di attrito. La forza normale \vec{n} e quella gravitazionale \vec{mg} non compiono alcun lavoro sull'oggetto.

con entrambe le mani. Il centro del pallone non è sottoposto ad alcuno spostamento. I punti di applicazione delle forze prodotte dalle tue mani si spostano mentre il pallone viene compresso e questo è lo spostamento da utilizzare nell'Equazione 6.1. Vedremo ulteriori esempi di sistemi deformabili quali la molla ed il gas contenuto in un recipiente.

Come esempio della distinzione tra la definizione del lavoro ed il significato che viene dato a questa parola nella vita quotidiana, considera di sostenere una pesante sedia con le braccia tese per 3 minuti. Al termine di questo intervallo di tempo le tue braccia affaticate ti spingeranno a pensare che tu abbia compiuto una considerevole quantità di lavoro sulla sedia. A partire dalla nostra definizione, tuttavia, non hai compiuto alcun lavoro sulla sedia. Hai esercitato una forza per sostenere la sedia, ma non hai compiuto un lavoro. Una forza non compie lavoro su un corpo se essa non produce uno spostamento. Se $\Delta r = 0$, l'Equazione 6.1 dà $W = 0$, che è la situazione descritta nella Figura 6.1c.

L'Equazione 6.1 mostra anche che il lavoro compiuto da una forza su un oggetto che si muove è nullo se la forza è applicata perpendicolarmente allo spostamento del suo punto di applicazione. Se $\theta = 90^\circ$, allora $W = 0$ perché $\cos 90^\circ = 0$. Per esempio, nella Figura 6.3, il lavoro compiuto dalla forza normale sull'oggetto e quello compiuto dalla forza gravitazionale sull'oggetto sono entrambi nulli perché entrambe le forze sono perpendicolari allo spostamento ed hanno componenti nulle lungo un asse che giace lungo la direzione di Δr .

Il segno del lavoro dipende anche dalla direzione di \vec{F} relativamente a Δr . Il lavoro compiuto dalla forza applicata al sistema è positivo quando la proiezione di \vec{F} su Δr è nello stesso verso dello spostamento. Per esempio, quando un oggetto viene sollevato, il lavoro compiuto dalla forza applicata sull'oggetto è positivo perché l'orientazione di quella forza è verso l'alto. Quando la proiezione di \vec{F} su Δr è nel verso opposto allo spostamento, W è negativo. Per esempio, quando un oggetto viene sollevato, il lavoro compiuto dalla forza di gravità sull'oggetto è negativo. Il fattore $\cos \theta$ nella definizione di W (Eq. 6.1) tiene conto automaticamente del segno.

Se una forza applicata \vec{F} agisce nella stessa direzione e nello stesso verso dello spostamento Δr , allora $\theta = 0$ e conseguentemente $\cos \theta = 1$. In questo caso l'Equazione 6.1 diviene:

$$W = F\Delta r$$

Le dimensioni del lavoro sono quelle di una forza moltiplicata per una lunghezza. Pertanto, nel SI le unità di misura del lavoro sono **newton • metro** ($N \cdot m = kg \cdot m^2/s^2$). Questa combinazione di unità di misura viene utilizzata così frequentemente che ha ricevuto un nome specifico, il **joule** (J).

Prevenire le insidie | 6.3 Le cause dello spostamento

Possiamo calcolare il lavoro compiuto da una forza su un corpo, ma quella forza non è necessariamente la causa dello spostamento dell'oggetto. Per esempio, se sollevi un oggetto, la forza di gravità compie un lavoro (negativo) sull'oggetto, sebbene la gravità non sia responsabile del moto dell'oggetto verso l'alto.

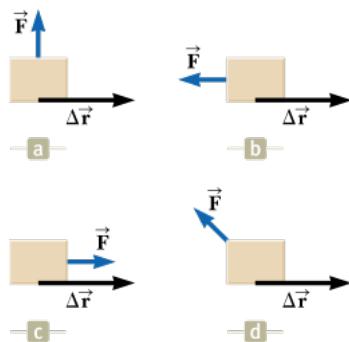


FIGURA 6.4 (Quiz rapido 6.2) Un oggetto viene tirato da una forza in quattro situazioni differenti. In ognuno dei casi, lo spostamento dell'oggetto è verso destra e della stessa entità.

Una considerazione importante nell'approccio ai problemi in termini di sistemi è che il **lavoro rappresenta un trasferimento di energia**. Se W è il lavoro compiuto su un sistema e W è positivo, l'energia viene trasferita *al* sistema; se W è negativo, l'energia viene trasferita *dal* sistema. Pertanto, se un sistema interagisce con il suo ambiente, questa interazione può essere descritta come un trasferimento di energia attraverso il contorno. Il risultato è un cambiamento nell'energia immagazzinata nel sistema. Discuteremo il primo tipo di stoccaggio dell'energia nel Paragrafo 6.5, dopo aver affrontato altre questioni relative al lavoro.

QUIZ RAPIDO 6.1

La forza gravitazionale esercitata dal Sole sulla Terra mantiene la Terra su un'orbita attorno al Sole. Assumiamo che l'orbita sia perfettamente circolare. Il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale in un breve intervallo di tempo durante il quale la Terra si muove lungo la sua orbita è (a) zero (b) positivo (c) negativo (d) impossibile da determinare.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 6.2

La Figura 6.4 mostra quattro situazioni in cui una forza è applicata a un oggetto. In tutti e quattro i casi, la forza ha lo stesso modulo, e lo spostamento dell'oggetto è verso destra e della stessa entità. Metti in ordine le situazioni in base al lavoro svolto dalla forza sull'oggetto, dal più positivo al più negativo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

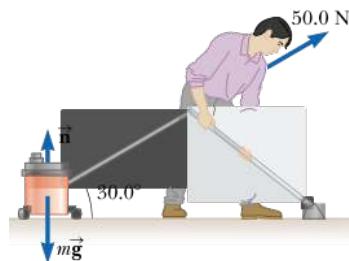


FIGURA 6.5 (Esempio 6.1) Un aspirapolvere viene tirato ad un angolo di 30.0° rispetto all'orizzontale.

Esempio 6.1 Mastro Lindo

Un uomo indaffarato nelle pulizie del suo appartamento tira un aspirapolvere con una forza di modulo $F = 50.0 \text{ N}$. La forza forma un angolo di 30.0° con l'orizzontale, com'è mostrato in Figura 6.5. Calcolare il lavoro svolto dalla forza sull'aspirapolvere se esso viene trascinato per 3.0 m verso destra.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Prevenire le insidie | 6.4 Il lavoro è uno scalare

Sebbene l'Equazione 6.3 definisca il lavoro in termini di due vettori, il lavoro è uno scalare; non c'è alcuna direzione associata ad esso. Tutti i tipi di energia e di trasferimento di energia sono scalari. Ciò rappresenta un considerevole vantaggio dell'approccio energetico, in quanto spesso non abbiamo bisogno di calcoli vettoriali.

Prodotto scalare di due vettori

A causa del modo in cui la forza e lo spostamento vengono introdotti nell'Equazione 6.1 è conveniente utilizzare uno strumento matematico detto **prodotto scalare** dei due vettori. Indichiamo il prodotto scalare di due vettori \vec{A} e \vec{B} come $\vec{A} \cdot \vec{B}$ (prodotto indicato col punto).

Il prodotto scalare di due grandezze vettoriali qualsiasi, \vec{A} e \vec{B} , è definito come una grandezza scalare pari al prodotto dei moduli dei vettori per il coseno dell'angolo θ compreso tra di essi: ▶

PRODOTTO SCALARE DI DUE VETTORI \vec{A} E \vec{B}

$$\vec{A} \cdot \vec{B} \equiv AB \cos \theta$$

6.2◀

Come accade con ogni operazione di moltiplicazione, le grandezze \vec{A} e \vec{B} non devono necessariamente avere le stesse dimensioni.

Confrontando questa definizione con l'Equazione 6.1, possiamo esprimere quest'ultima con un prodotto scalare:

$$W = F \Delta r \cos \theta = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r}$$

6.3◀

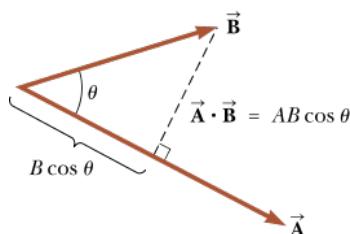


FIGURA 6.6 Il prodotto scalare $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ha il significato di prodotto del modulo di \vec{A} per $\vec{B} \cos \theta$, che è la proiezione di \vec{B} su \vec{A} .

In altre parole, $\vec{F} \cdot \vec{\Delta r}$ è una notazione compatta per $F_{\Delta r} \cos \theta$.

Prima di continuare con la nostra discussione sul lavoro, approfondiamo alcune proprietà del prodotto scalare. La Figura 6.6 mostra i vettori \vec{A} e \vec{B} e l'angolo θ compreso tra essi utilizzato nella definizione di prodotto scalare. Nella Figura 6.6, $B \cos \theta$ è la proiezione di \vec{B} su \vec{A} . Pertanto, il prodotto $\vec{A} \cdot \vec{B}$ nell'Equazione 6.2 ha il significato di prodotto del modulo di \vec{A} per la proiezione di \vec{B} su \vec{A} .¹ Dal secondo membro dell'Equazione 6.2 possiamo dedurre che il prodotto scalare è **commutativo**.² Cioè,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

¹ Questa affermazione è equivalente a dire che il prodotto $\vec{A} \cdot \vec{B}$ è uguale al prodotto del modulo di \vec{B} per la proiezione di \vec{A} su \vec{B} .

² Nel Capitolo 10 incontrerai un altro modo di moltiplicare i vettori molto utile in Fisica e che non gode della proprietà commutativa.

Infine, il prodotto scalare ubbidisce alla **proprietà distributiva della moltiplicazione**, così che

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

Il prodotto scalare è semplice da calcolare, dall'Equazione 6.2, nei casi in cui \vec{A} sia perpendicolare o parallelo a \vec{B} . Se \vec{A} è perpendicolare a \vec{B} ($\theta = 90^\circ$), allora $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$. (Il prodotto scalare, $\vec{A} \cdot \vec{B}$, è ancora uguale a zero nel caso più banale in cui o \vec{A} o \vec{B} siano nulli). Se \vec{A} e \vec{B} sono due vettori paralleli e concordi ($\theta = 0$), allora $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB$. Se \vec{A} e \vec{B} sono paralleli ma hanno verso opposto ($\theta = 180^\circ$), allora $\vec{A} \cdot \vec{B} = -AB$. Si osservi che il prodotto scalare è negativo quando $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$.

I versori \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} , che sono stati definiti nel Capitolo 1, giacciono, rispettivamente, lungo le direzioni positive degli assi x , y e z , di un sistema di coordinate cartesiane ortogonali. Quindi, dalla definizione di $\vec{A} \cdot \vec{B}$ segue che il prodotto scalare di questi versori è dato da

PRODOTTO SCALARE DEI VETTORI UNITARI

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \quad 6.4 \blacktriangleleft$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0 \quad 6.5 \blacktriangleleft$$

Secondo quanto stabilito nel Paragrafo 1.9, i due vettori \vec{A} e \vec{B} possono essere espressi mediante i loro componenti cartesiani ortogonali:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

Quindi, usando queste espressioni e le informazioni ricavate dalle Equazioni 6.4 e 6.5, il prodotto scalare di \vec{A} e \vec{B} si riduce a

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad 6.6 \blacktriangleleft$$

(I dettagli della derivazione sono argomento del Problema 8 al termine del capitolo.) Nel caso particolare in cui $\vec{A} = \vec{B}$ vediamo che

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$$

QUIZ RAPIDO 6.3

Quale delle seguenti affermazioni è vera circa il prodotto scalare di due vettori ed il prodotto dei moduli dei due vettori? **(a)** $\vec{A} \cdot \vec{B}$ è maggiore di AB . **(b)** $\vec{A} \cdot \vec{B}$ è minore di AB . **(c)** $\vec{A} \cdot \vec{B}$ può essere maggiore o minore di AB a seconda dell'angolo tra i vettori. **(d)** $\vec{A} \cdot \vec{B}$ può essere uguale ad AB .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 6.2 Il prodotto scalare

I vettori \vec{A} e \vec{B} sono dati da $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ e $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j}$.

(A) Determinare il prodotto scalare $\vec{A} \cdot \vec{B}$.

(B) Determinare l'angolo tra \vec{A} e \vec{B} .

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 6.3 Lavoro compiuto da una forza costante

Una particella si muove nel piano xy ed effettua uno spostamento dato da $\vec{\Delta t} = (2.0\hat{i} + 3.0\hat{j})$ m sotto l'azione della forza costante $\vec{F} = (5.0\hat{i} + 2.0\hat{j})$ N. Calcola il lavoro compiuto dalla forza \vec{F} sulla particella.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Lavoro svolto da una forza variabile

Consideriamo una particella che si sposta lungo l'asse delle x sotto l'azione di una forza diretta secondo l'asse x , che varia con la posizione. La particella si sposta nella direzione delle x crescenti da $x = x_i$ a $x = x_f$. In una tale situazione, non si può usare $W = F\Delta r \cos \theta$ per calcolare il lavoro svolto dalla forza, poiché essa si può applicare soltanto nel caso in cui la forza \vec{F} è costante in modulo e direzione. Se, tuttavia, si immagina che la particella compia uno spostamento Δx molto piccolo, come descritto in Figura 6.7a, la componente della forza lungo l'asse x , F_x , può essere considerata approssimativamente costante in questo intervallo e si può esprimere il lavoro svolto dalla forza per questo piccolo spostamento come

$$W \approx F_x \Delta x$$

che è l'area del rettangolo ombreggiato nella Figura 6.7a. Ora, se si immagina di dividere in un gran numero di tali intervalli la curva F_x in funzione di x , allora il lavoro totale svolto, nello spostamento che va da x_i a x_f , è uguale, approssimativamente, alla somma di un grande numero di tali termini:

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

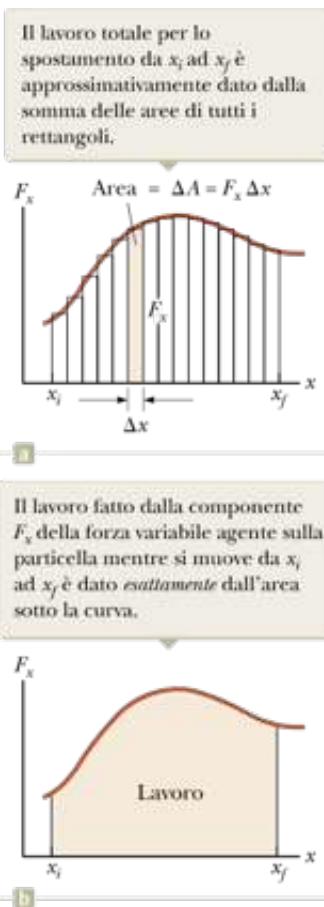


FIGURA 6.7 (a) Il lavoro compiuto su una particella dalla componente F_x della forza per un piccolo spostamento Δx è $F_x \Delta x$, che è pari all'area del rettangolo ombreggiato. (b) La larghezza Δx di ciascun rettangolo viene ridotta a zero.

Se la dimensione degli spostamenti Δx tende a zero, allora il numero dei termini della sommatoria cresce all'infinito, ma il valore della sommatoria tende a un valore finito che è uguale all'area delimitata dalla curva F_x e dall'asse delle x :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Pertanto, possiamo esprimere il lavoro fatto da F_x sulla particella mentre si muove da x_i ad x_f come:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

6.7◀

Questa equazione si riduce all'Equazione 6.1 quando la componente $F_x = F \cos \theta$ è costante. Se su un sistema agisce più di una forza ed esso può essere assimilato ad una particella, il lavoro totale svolto sul sistema è proprio il lavoro compiuto dalla forza risultante. Se esprimiamo la componente x della forza risultante come ΣF_x , il lavoro totale, o *lavoro risultante*, compiuto sulla particella quando questa si muove da x_i a x_f è

$$\sum W = W_{\text{est}} = \int^x dx \quad (\text{particella})$$

f(ΣF_x) $x_i \rightarrow$ Nel caso generale di una forza risultante $\Sigma \mathbf{F}$ per cui modulo e direzione possano variare, utilizziamo il prodotto scalare

$$\sum W = W_{\text{est}} = \int (\Sigma \vec{F}) \cdot d\vec{r} \quad (\text{particella}) \quad \text{6.8} \blacktriangleleft$$

dove l'integrale è calcolato lungo il percorso che la particella descrive nello spazio. Il pedice "est" ci ricorda che il lavoro totale è compiuto da un agente *esterno* sul sistema. Utilizzeremo questa notazione in tutto il capitolo per ricordarcelo e per distinguere questo lavoro dal lavoro *interno*, che verrà introdotto a breve.

Se il sistema non può esser assimilato a una particella (per esempio, se il sistema è deformabile), non possiamo usare l'Equazione 6.8 perché forze diverse agenti sul sistema potrebbero muoversi lungo spostamenti differenti. In quel caso dobbiamo calcolare il lavoro fatto da ciascuna forza separatamente e poi sommare algebricamente tutti i lavori per calcolare il lavoro totale sul sistema:

$$\sum W = W_{\text{est}} = \sum_{\text{forze}} \left(\int \vec{F} \cdot d\vec{r} \right) \quad (\text{sistema deformabile})$$

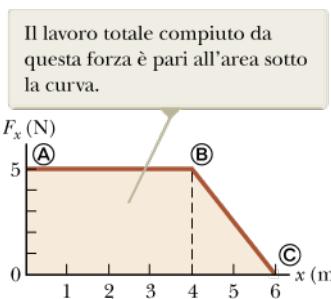


FIGURA 6.8 (Esempio 6.4) La forza che agisce su una particella è costante per i primi 4.0 m del moto, quindi decresce linearmente con x da $x_B = 4.0$ m a $x_C = 6.0$ m.

Esempio 6.4 **Calcolare il lavoro totale svolto a partire da un grafico**

Una forza che agisce su una particella varia come mostrato in Figura 6.8. Calcola il lavoro fatto dalla forza sulla particella che si muove da $x = 0$ a $x = 6.0$ m.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Lavoro svolto da una molla

Un modello che descrive un sistema fisico comune, in cui la forza varia con la posizione, è indicato in Figura 6.9. Il sistema è costituito da un blocco, su una superficie orizzontale liscia, collegato a una molla. Se la molla è allungata o compressa di un piccolo tratto dalla sua posizione di equilibrio, essa eserciterà una forza sul blocco che può essere descritta matematicamente da >

FORZA DELLA MOLLA

$$F_m = -kx$$

6.9◀

dove x è la posizione del blocco rispetto alla sua posizione di equilibrio ($x = 0$) e k è una costante positiva detta **costante elastica** della molla. Detto in altre parole, la forza necessaria per allungare o per comprimere una molla è proporzionale all'entità dell'allungamento o della compressione x . Questa legge per le molle è nota come **legge di Hooke**. Il valore di k è una misura della *rigidità* della molla. Molle rigide hanno alti valori di k mentre quelle soffici hanno valori di k più bassi. Come si nota dall'Equazione 6.9, le dimensioni di k sono N/m.

La forma vettoriale dell'Equazione 6.9 è

$$\vec{F}_m = F_m \hat{i} = -kx \hat{i}$$

6.10◀

dove abbiamo scelto come asse x la direzione lungo la quale la molla viene allungata o compressa.

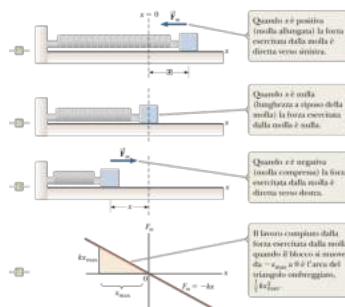


FIGURA 6.9 La forza esercitata da una molla su un blocco varia con la posizione x del blocco, rispetto alla posizione di equilibrio $x = 0$. (a) x è positiva. (b) x è 0. (c) x è negativa. (d) Grafico di F_m in funzione di x per il sistema blocco-molla.

Il segno negativo nelle Equazioni 6.9 e 6.10 significa che la forza esercitata dalla molla è sempre diretta in verso *opposto* a quello dello spostamento dalla posizione di equilibrio. Quando $x > 0$, come in Figura 6.9a, il blocco si trova a destra della posizione di equilibrio e la forza della molla è rivolta a sinistra, cioè è rivolta nel verso negativo dell'asse x . Se $x < 0$ come in Figura 6.9c, il blocco si trova a sinistra della posizione di equilibrio e la forza della molla è rivolta a destra, nel verso positivo dell'asse x . Quando $x = 0$, come in Figura 6.9b, la molla non è deformata ed $F_m = 0$. Essendo la forza della molla sempre diretta verso la posizione di equilibrio, essa è talvolta indicata col nome di *forza di richiamo*.

Una volta che il blocco è spostato ad una certa posizione $-x_{\max}$ e quindi lasciato libero, esso si muoverà da $-x_{\max}$ a $+x_{\max}$, passando attraverso lo zero. Esso inverte quindi il suo moto, torna indietro fino a $-x_{\max}$ e continua ad oscillare avanti e indietro. Dettagli sul moto oscillatorio risultante saranno dati nel Capitolo 12. Per quello che qui ci interessa, calcoliamo il lavoro svolto dalla forza della molla sul blocco quando il blocco si muove lungo una piccola porzione di un'oscillazione. Supponiamo che la particella sia spinta verso

sinistra fino a $-x_{\max}$ e quindi venga rilasciata. Identifichiamo il blocco come il nostro sistema e calcoliamo il lavoro, W_m , fatto dalla molla sul blocco quando il blocco si muove da $x_i = -x_{\max}$ a $x_f = 0$. Applicando l'Equazione 6.8 ed assumendo che il blocco si possa assimilare ad una particella, abbiamo

$$W_m = \int \vec{F}_m \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\hat{i}) \cdot (dx\hat{i}) = \int_{-x_{\max}}^0 (-kx) dx = \frac{1}{2}kx_{\max}^2 \quad \text{6.11} \blacktriangleleft$$

dove abbiamo utilizzato l'integrale $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$ con $n = 1$. Il lavoro svolto dalla forza elastica sul blocco è positivo poiché la forza della molla ha il medesimo verso dello spostamento (entrambi sono rivolti verso destra). Dal momento che il blocco arriva ad $x = 0$ con una velocità diversa da zero, continuerà a muoversi fintanto che non arriverà alla posizione $+x_{\max}$. Il lavoro compiuto dalla forza della molla sul blocco quando si muove da $x_i = 0$ a $x_f = +x_{\max}$ è dato da $\frac{1}{2}kx_{\max}^2$. Il lavoro 2 è negativo poiché per questa parte del moto lo spostamento è rivolto verso destra e la forza della molla è diretta verso sinistra. Pertanto, il lavoro totale svolto dalla forza della molla mentre il blocco si muove da $x_i = -x_{\max}$ a $x_f = x_{\max}$ è zero.

La Figura 6.9d riporta in grafico la funzione F_m in funzione di x . Il lavoro calcolato servendosi dell'Equazione 6.11, è equivalente all'area del triangolo ombreggiato, corrispondente allo spostamento da $-x_{\max}$ a 0. Poiché il triangolo ha base x_{\max} ed altezza kx_{\max} , l'area di questo triangolo è $\frac{1}{2}kx_{\max}^2$, in accordo con il lavoro compiuto dalla molla determinato mediante l'Equazione 6.11.

Se il blocco compie uno spostamento arbitrario da $x = x_i$ a $x = x_f$, il lavoro svolto dalla forza della molla è dato da

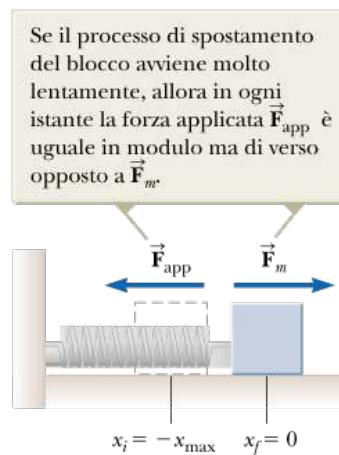


FIGURA 6.10 Un blocco si muove da $x_i = -x_{\max}$ fino a $x_f = 0$ su una superficie priva di attrito sotto → l'azione di una forza F_{app} applicata al blocco.

$$W_m = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

6.12 ◀

Dall'Equazione 6.12 si vede che il lavoro compiuto dalla forza della molla sul blocco è zero per qualsiasi moto i cui punti estremi coincidano ($x_i = x_f$). Useremo questo importante risultato nel Capitolo 7, quando si discuterà, in maniera più dettagliata, il moto di questo sistema.

Le Equazioni 6.11 e 6.12 descrivono il lavoro svolto dalla forza della molla sul blocco. Consideriamo adesso il lavoro compiuto sul blocco da un *agente esterno* che applichi una forza al blocco determinandone lo spostamento *molto lento* da $x_i = -x_{\max}$ a $x_f = 0$, come mostrato in Figura 6.10. Si può calcolare facilmente questo lavoro considerando che la *forza applicata*, \vec{F}_{app} , è uguale ed opposta alla forza della molla, \vec{F}_m , per qualsiasi valore dello spostamento, così che $\vec{F}_{app} = F_{app}\hat{i} = -\vec{F}_m = -(-kx\hat{i}) = kx\hat{i}$. Dunque, il lavoro svolto da questa forza applicata (l'*agente esterno*) sul blocco è uguale a

$$W_{\text{est}} = \int \vec{\mathbf{F}}_{\text{app}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{x_i}^{x_f} (kx\hat{\mathbf{i}}) \cdot (dx\hat{\mathbf{i}}) = \int_{-x_{\max}}^0 kx \, dx = -\frac{1}{2}kx_{\max}^2$$

È da notare che questo lavoro è uguale ma di segno contrario al lavoro svolto dalla forza della molla sul blocco nel medesimo spostamento (Eq. 6.11). Il lavoro è negativo perché l'agente esterno deve comprimere la molla per impedire che essa si allunghi, e questa direzione è opposta alla direzione dello spostamento del punto di applicazione della forza dato che il blocco si muove da $-x_{\max}$ a 0.

Per uno spostamento arbitrario del blocco, il lavoro fatto sul sistema dall'agente esterno è

$$W_{\text{est}} = \int_{x_i}^{x_f} kx \, dx = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

6.13 ◀

Si noti che questa equazione è l'opposto dell'Equazione 6.12.

QUIZ RAPIDO 6.4

Un fucile a dardi a molla è caricato con una freccetta spingendo la molla per una distanza x . Per caricare la seconda freccetta occorre comprimere la molla di $2x$. Quanto lavoro è necessario compiere per caricare la seconda freccetta in confronto alla prima? (a) quattro volte di più (b) il doppio (c) lo stesso (d) la metà (e) un quarto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

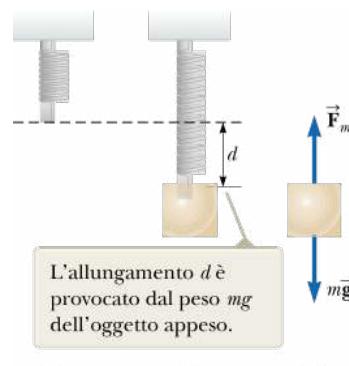


FIGURA 6.11 (Esempio 6.5) La determinazione della costante di forza k per una molla.

Esempio 6.5 Determinazione di k per una molla

Una tecnica comunemente utilizzata per la determinazione della costante elastica di una molla viene illustrata con il dispositivo riportato in Figura 6.11. La molla viene appesa verticalmente (Fig. 6.11a) ed un oggetto di massa m viene attaccato alla sua estremità inferiore. Sotto l'azione del carico mg la molla si allunga di una quantità d rispetto alla posizione di equilibrio (Fig. 6.11b).

(A) Se una molla si allunga di 2.0 cm a causa dell'oggetto sospeso di massa 0.55 kg, qual è la costante di forza della molla?

(B) Quanto lavoro viene svolto dalla molla sull'oggetto mentre si allunga fino a raggiungere questa posizione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6.5

Energia cinetica e teorema dell'energia cinetica

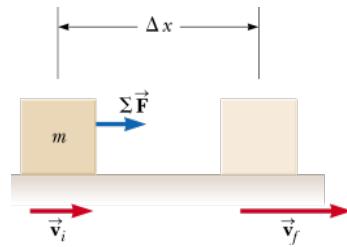


FIGURA 6.12 Un oggetto sottoposto ad un spostamento $\Delta r = \Delta x \hat{i}$ ed un cambiamento di velocità sotto l'azione della forza risultante costante ΣF .

Abbiamo approfondito il lavoro e lo abbiamo identificato con un meccanismo per trasferire energia ad un sistema. Abbiamo affermato che il lavoro è un'influenza che l'ambiente esercita sul sistema, ma non abbiamo ancora discusso gli effetti prodotti sul sistema da questa influenza. Una possibile conseguenza del lavoro compiuto sul sistema è che la velocità di quest'ultimo cambi. In questo paragrafo questa situazione viene analizzata e viene introdotta la prima forma di energia che il sistema può possedere, chiamata *energia cinetica*.

Consideriamo un sistema composto da un singolo oggetto. La Figura 6.12 mostra un blocco assimilato a una particella di massa m in moto verso destra lungo l'asse x sotto l'azione di una forza risultante ΣF anch'essa rivolta verso destra. Sappiamo dalla seconda legge di Newton che il blocco si muove con accelerazione a . Se lo spostamento del blocco (e quindi della forza) è $\Delta r = \Delta x \hat{i} = (x_f - x_i) \hat{i}$, il lavoro totale compiuto dalla forza esterna ΣF sul blocco è

$$W_{\text{est}} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F dx \quad \text{6.14} \blacktriangleleft$$

Usando la seconda legge di Newton, possiamo sostituire al modulo della forza risultante $\Sigma F = ma$ e poi usando la regola della derivata di una funzione composta sull'integrandino:

$$\begin{aligned} W_{\text{est}} &= \int_{x_i}^{x_f} ma dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dt} dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} dx = \int_{v_i}^{v_f} mv dv \\ W_{\text{est}} &= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \quad \text{6.15} \blacktriangleleft \end{aligned}$$

dove v_i è la velocità del blocco ad $x = x_i$ e v_f la velocità ad x_f

L'Equazione 6.15 è stata dedotta per il caso particolare del moto unidimensionale, ma è un risultato generale. Essa ci dice che il lavoro svolto dalla forza risultante su una particella di massa m è uguale alla differenza fra i valori finale e iniziale della grandezza $\frac{1}{2}mv^2$. Questa grandezza è così importante che le è stato assegnato il nome 2 specifico di **energia cinetica**:

$$K \equiv \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{6.16} \blacktriangleleft$$

ENERGIA CINETICA

L'energia cinetica rappresenta l'energia associata al moto della particella. L'energia cinetica è una grandezza scalare e ha le stesse unità di misura del lavoro. Per esempio, un corpo di

massa 2.0 kg che si muove con una velocità di 4.0 m/s ha una energia cinetica di 16 J. La Tabella 6.1 (pag. 166) elenca le energie cinetiche di vari oggetti.

L'Equazione 6.15 asserisce che il lavoro compiuto su di una particella da una forza risultante ΣF agente su di essa è pari alla variazione dell'energia cinetica della particella. È spesso conveniente scrivere l'Equazione 6.15 nella forma

$$W_{\text{est}} = K_f - K_i = \Delta K$$

6.17

Un altro modo di scriverla è $K_f = K_i + W_{\text{est}}$, che ci dice che l'energia cinetica finale dell'oggetto è pari all'energia cinetica posseduta inizialmente più il cambiamento in energia dovuto al lavoro fatto su di esso.

TABELLA 6.1 | Energie cinetiche per vari oggetti

Oggetto	Massa (kg)	Velocità (m/s)	Energia cinetica (J)
Terra in orbita attorno al Sole	5.97×10^{24}	2.98×10^4	2.65×10^{33}
Luna in orbita attorno alla Terra	7.35×10^{22}	1.02×10^3	3.82×10^{28}
Razzo che si muove alla velocità di fuga ^a	500	1.12×10^4	3.14×10^{10}
Automobile a 65 mi/h	2 000	29	8.4×10^5
Atleta in corsa	70	10	3 500
Pietra lasciata cadere da 10 m	1.0	14	98
Palla da golf alla velocità limite	0.046	44	45
Goccia di pioggia alla velocità limite	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
Molecole di ossigeno in aria	5.3×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

^aLa velocità di fuga è la minima velocità che un oggetto deve raggiungere vicino alla superficie terrestre per muoversi infinitamente lontano dalla Terra.

Abbiamo ricavato l'Equazione 6.17 immaginando di compiere lavoro su una particella. Potremmo anche compiere lavoro su un sistema deformabile, nel quale le varie parti dell'oggetto possono muoversi le une rispetto alle altre. Anche in questo caso troviamo che l'Equazione 6.17 è valida fintanto che il lavoro totale viene determinato calcolando i lavori compiuti da ciascuna forza e sommandoli come discusso in precedenza riguardo all'Equazione 6.8.

L'Equazione 6.17 è un risultato importante noto come **teorema dell'energia cinetica**:

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

Quando è svolto lavoro su un sistema e la sola variazione nel sistema è il modulo della sua velocità, il lavoro compiuto dalla forza risultante è uguale alla variazione dell'energia cinetica del sistema.

Il teorema dell'energia cinetica afferma inoltre che la velocità della particella aumenta se il lavoro totale compiuto su di essa è *positivo*, giacché l'energia cinetica finale sarà maggiore di quella iniziale. La velocità *decrescerà* se il lavoro totale è *negativo*, poiché l'energia cinetica finale risulterà minore di quella iniziale.

Dal momento che fino a questo punto abbiamo analizzato esclusivamente moti traslazionali nello spazio, siamo giunti al teorema dell'energia cinetica a partire dall'analisi di situazioni che implicavano solamente moti traslatori. Un altro tipo di moto è quello *rotatorio*, nel quale un oggetto ruota attorno ad un asse. Approfondiremo questo tipo di moti nel Capitolo 10. Il teorema dell'energia cinetica è valido anche per sistemi che mostrano variazioni nella velocità di rotazione in conseguenza di lavoro che viene svolto su di essi. Le pale eoliche nella fotografia all'inizio di questo capitolo sono un esempio di lavoro che porta ad un moto rotazionale.

Il teorema dell'energia cinetica chiarirà un risultato che abbiamo visto precedentemente in questo capitolo e che potrebbe essere sembrato bizzarro. Nel Paragrafo 6.4, abbiamo dedotto che il lavoro

Prevenire le insidie | 6.5 Condizioni per il teorema dell'energia cinetica

Il teorema dell'energia cinetica è importante ma ha applicazioni limitate; non è un principio generale. In molte situazioni avvengono altri cambiamenti al sistema oltre alla sua velocità e ci sono altre interazioni con l'ambiente oltre al

compiuto da una molla che spinge un blocco da $x_i = -x_{\max}$ a $x_f = x_{\max}$ è nullo. Nota che dal momento che la velocità del blocco cambia continuamente, potrebbe apparire complicato analizzare questo processo. Tuttavia, ΔK nel teorema dell'energia cinetica si riferisce soltanto alle velocità nei punti iniziale e finale; esso non dipende dai dettagli della traiettoria percorsa fra questi punti. Siccome la velocità è nulla sia all'inizio che alla fine del moto, ne consegue che il lavoro totale è zero. Useremo spesso questo concetto di indipendenza dal percorso in simili approcci alla risoluzione di problemi.

Torniamo infine al mistero che è stato proposto all'interno della Conclusione dell'Esempio 6.5. Perché il lavoro compiuto dalla forza di gravità non è semplicemente il lavoro compiuto dalla molla cambiato di segno? Nota che, in valore assoluto, il lavoro compiuto dalla forza di gravità è maggiore di quello compiuto dalla molla. Pertanto, il lavoro totale, compiuto da tutte le forze applicate, è positivo. Supponi ora di creare una situazione in cui le sole forze che agiscono sull'oggetto sono la forza della molla e quella gravitazionale. Occorre sostenere l'oggetto nel punto più alto, quindi rimuovere la mano e lasciare cadere l'oggetto. Se lo fai, sai che quando l'oggetto raggiunge una posizione posta 2.0 cm al di sotto della tua mano si *muoverà*, in accordo con l'Equazione 6.17. Sull'oggetto viene compiuto un lavoro totale positivo, con il risultato che avrà un'energia cinetica nel momento in cui passerà dal punto posto a 2.0 cm.

L'unico modo di impedire all'oggetto di avere un'energia cinetica quando passa da 2.0 cm è di abbassarlo lentamente, sostenendolo con la mano. Tuttavia, in questo caso esiste una terza forza che compie lavoro, la forza normale esercitata dalla tua mano. Se si calcola questo lavoro e lo si somma a quello compiuto dalla forza della molla e dalla forza di gravità, il lavoro totale sull'oggetto è zero, in accordo con il fatto che l'oggetto non si muove quando passa per 2.0 cm.

Abbiamo precedentemente affermato che il lavoro può essere considerato come un meccanismo per trasferire energia nel sistema. L'Equazione 6.17 è la formulazione matematica di questo concetto. Quando il lavoro W_{est} viene fatto sul sistema, la conseguenza è il trasferimento di energia attraverso il contorno del sistema. La conseguenza sul sistema, nel caso dell'Equazione 6.17, è il cambiamento ΔK di energia cinetica. Nel prossimo paragrafo studieremo un altro tipo di energia che può essere immagazzinata in un sistema, come risultato del lavoro fatto sul sistema stesso.

lavoro. Un principio più generale che riguarda l'energia è la legge di conservazione dell'energia nel Paragrafo 7.1.

Prevenire le insidie | 6.6 Il teorema dell'energia cinetica: solamente il modulo della velocità è rilevante

Il teorema dell'energia cinetica lega il lavoro solamente ai cambiamenti del modulo della velocità, non ai cambiamenti del vettore velocità. Per esempio, se un oggetto si muove di moto circolare uniforme, il modulo della sua velocità è costante. Sebbene il vettore velocità cambi continuamente, non viene compiuto alcun lavoro sull'oggetto da parte della forza che causa il moto circolare.

QUIZ RAPIDO 6.5

Una freccia è inserita in una pistola lancia-frecce a molla. Quest'ultima viene compressa di una quantità x . Per caricare la freccia successiva, la molla viene compressa $2x$. Quanto più elevata sarà la velocità di questa seconda freccia rispetto alla prima? (a) quattro volte (b) due volte (c) uguale (d) la metà (e) un quarto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

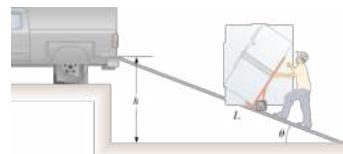


FIGURA 6.13 (Fisica ragionata 6.1) Un frigorifero appoggiato ad un carretto dotato di ruote senza attrito viene sollevato lungo una rampa a velocità costante.

FISICA RAGIONATA 6.1

Un uomo vuole caricare un frigorifero su un camioncino utilizzando una rampa che forma un angolo θ con l'orizzontale come mostrato in Figura 6.13. Egli sostiene che sarebbe necessario un minor lavoro per caricare il camioncino, se la lunghezza della rampa fosse aumentata. Questa affermazione è corretta?

Ragionamento No. Supponiamo che il frigorifero venga trasportato lungo la rampa con un carretto dotato di ruote a velocità costante. In questo caso, per il sistema del frigorifero e del carretto $\Delta K = 0$. La forza normale esercitata dalla rampa sul sistema è diretta a 90° rispetto allo spostamento del suo punto di applicazione e pertanto non compie lavoro sul sistema. Siccome $\Delta K = 0$, il teorema dell'energia cinetica fornisce

$$W_{\text{est}} = W_{\text{uomo}} + W_g = 0$$

Il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale è pari al prodotto del peso mg del sistema, della distanza L di cui il frigorifero viene spostato e di $\cos(\theta + 90^\circ)$. Pertanto

$$\begin{aligned} W_{\text{uomo}} &= -W_g = -(mg)(L)[\cos(\theta + 90^\circ)] \\ &= mgL \sin \theta = mgh \end{aligned}$$

Dove $h = L \sin \theta$ è l'altezza della rampa. Pertanto, l'uomo deve compiere lo stesso lavoro mgh , *indipendentemente* dalla lunghezza della rampa. Il lavoro dipende esclusivamente dall'altezza della rampa. Sebbene sia necessaria una forza minore con una rampa più lunga, il punto di applicazione si muove per una distanza maggiore.

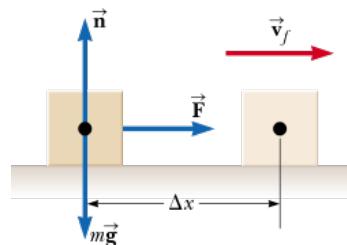


FIGURA 6.14 (Esempio 6.6) Un blocco tirato verso destra su una superficie priva di attrito da una forza costante.

Esempio 6.6 Un blocco trascinato su una superficie senza attrito

Un blocco di 6.00 kg, inizialmente fermo, è tirato verso destra su una superficie orizzontale liscia da una forza costante orizzontale di 12.0 N. Trovare la velocità del blocco dopo che si è spostato di 3.00 m.

E se...? Supponiamo che il modulo della forza in questo esempio venga raddoppiato a $F' = 2F$. Il blocco di 6.0 kg accelera a 3.5 m/s a causa della forza applicata durante lo spostamento $\Delta x'$. Come è lo spostamento $\Delta x'$ rispetto a quello originario Δx ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Energia potenziale di un sistema

Fino ad ora in questo capitolo, pur avendo fornito una definizione generale di sistema, ci siamo occupati principalmente di particelle isolate oppure di oggetti sottoposti all'influenza di forze esterne. Consideriamo ora un sistema composto da due o più particelle od oggetti che interagiscano tra loro mediante una forza *interna* al sistema. L'energia cinetica di tale sistema è la somma algebrica di tutte le energie cinetiche dei componenti del sistema. Ci potrebbero però essere sistemi in cui uno dei componenti è dotato di massa enormemente maggiore di quella degli altri da poter essere considerato stazionario e pertanto privo di energia cinetica. Per esempio, se consideriamo il sistema palla-Terra quando una palla cade verso la Terra, l'energia cinetica del sistema può essere assimilata all'energia cinetica della palla. La Terra si muove così lentamente durante questo processo, che possiamo ignorare la sua energia cinetica. D'altra parte, l'energia cinetica di un sistema di due elettroni deve includere le energie cinetiche di entrambe le particelle.

Il lavoro fatto dall'agente sul sistema libro-Terra è $mgy_f - mgy_i$.

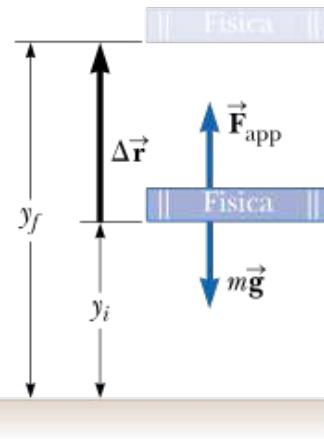


FIGURA 6.15 Un agente esterno solleva un libro lentamente dall'altezza y_i all'altezza y_f .

Immaginiamo ora un sistema composto da un libro e la Terra, interagenti mediante la forza gravitazionale. Compiamo lavoro sul sistema sollevando lentamente il libro, inizialmente fermo, e facendogli compiere uno spostamento pari a $\Delta\vec{r} = (y_f - y_i)\hat{j}$ come in Figura 6.15. Secondo la nostra discussione sul lavoro come trasferimento di energia, il lavoro fatto sul sistema deve comparire come un aumento di energia del sistema. Il libro è fermo prima che compiamo il lavoro ed è fermo anche dopo che abbiamo compiuto il lavoro. Pertanto non vi è variazione di energia cinetica del sistema.

Dal momento che la variazione di energia del sistema non compare sotto forma di energia cinetica, essa deve essere immagazzinata sotto qualche altra forma di energia. Dopo avere sollevato il libro, possiamo lasciarlo cadere di modo che ritorni alla sua posizione iniziale y_i . Si noti che ora il libro (e quindi il sistema) possiede energia cinetica e che la sorgente è da identificarsi nel lavoro compiuto per sollevare il libro. Mentre si trovava nel punto più alto, il libro possedeva *potenzialmente* energia cinetica, di cui però è entrato effettivamente in possesso solo nel momento in cui è stato lasciato cadere. Chiameremo quindi **energia potenziale** il meccanismo di accumulo dell'energia, operativo precedentemente alla caduta del libro. Troveremo che l'energia potenziale può essere associata esclusivamente a particolari tipi di forze agenti tra le componenti del sistema. La quantità di energia potenziale del sistema dipende dalla *configurazione* del sistema. Se si spostano in posizioni differenti i componenti del sistema, o li si sottopone ad una rotazione, la configurazione del sistema potrebbe cambiare e con essa l'energia potenziale.

Deriviamo adesso un'espressione per l'energia potenziale gravitazionale associata a un oggetto localizzato sulla superficie della Terra. Per fare ciò, consideriamo un agente esterno che solleva un oggetto di massa m da un'altezza iniziale y_i dal suolo, ad un'altezza finale y_f , come in Figura 6.15. Assumiamo che il sollevamento avvenga lentamente, senza accelerazione, in modo tale che la forza agente possa essere considerata uguale al peso

Prevenire le insidie
| 6.7 Energia potenziale

dell'oggetto – l'oggetto è in equilibrio e si muove a velocità costante. Il lavoro svolto dall'agente esterno sul sistema (oggetto e Terra) quando l'oggetto è sottoposto a questo spostamento verso l'alto è dato dal prodotto della forza diretta verso l'alto \vec{F}_{app} per lo spostamento $\Delta \vec{r} = \Delta y \hat{j}$:

L'espressione energia potenziale non si riferisce a qualcosa che ha la potenzialità di divenire energia.
L'energia potenziale è energia.

Prevenire le insidie | 6.8 L'energia potenziale appartiene al sistema

L'energia potenziale è sempre associata ad un sistema formato da due o più oggetti interagenti. Quando un oggetto di piccole dimensioni si muove in prossimità della superficie terrestre sotto l'azione della forza di gravità, potremmo talvolta parlare di energia potenziale “associata all'oggetto” invece di utilizzare la più corretta espressione “associata al sistema”, dal momento che la Terra non si muove apprezzabilmente. Tuttavia non ci riferiremo all'energia potenziale “dell'oggetto” perché questa espressione ignora il ruolo della Terra.

$$W_{\text{est}} = (\vec{F}_{\text{app}}) \cdot \Delta \vec{r} = (mg\hat{j}) \cdot [(y_f - y_i)\hat{j}] = mgy_f - mgy_i \quad \text{6.18} \blacktriangleleft$$

Questo risultato rappresenta il lavoro totale fatto sul sistema, dal momento che la forza applicata è la sola forza esercitata sul sistema da parte dell'ambiente (ricorda che la forza di gravità è *interna* al sistema.) Nota anche la somiglianza tra l'Equazione 6.18 e l'Equazione 6.15. In ciascuna equazione, il lavoro compiuto su un sistema è uguale alla differenza fra il valore finale e iniziale di una grandezza. Nell'Equazione 6.15, il lavoro rappresenta un trasferimento di energia verso il sistema, e l'aumento di energia del sistema è sotto forma di energia cinetica. Nell'Equazione 6.18, il lavoro rappresenta un trasferimento di energia verso il sistema, e l'energia del sistema appare in una forma diversa, che abbiamo chiamato energia potenziale gravitazionale.

Quindi, possiamo rappresentare la grandezza mgy come **l'energia potenziale gravitazionale U_g** del sistema corpo-Terra:

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

$$U_g \equiv mgy \quad \text{6.19} \blacktriangleleft$$

L'unità di misura dell'energia potenziale gravitazionale è il joule, la stessa già introdotta per il lavoro e l'energia cinetica. L'energia potenziale, come il lavoro e l'energia cinetica, è una grandezza scalare. Si noti che l'Equazione 6.19 è valida soltanto per oggetti vicini alla superficie terrestre, dove g è approssimativamente costante.³ Usando la nostra definizione di energia potenziale gravitazionale, possiamo ora riscrivere l'Equazione 6.18 come

3 L'assunzione che g sia costante è valida fintanto che lo spostamento verticale dell'oggetto è piccolo rispetto al raggio della Terra.

che descrive matematicamente il fatto che il lavoro totale svolto sul sistema in questa situazione appare come una variazione di energia potenziale gravitazionale del sistema.

L'energia potenziale gravitazionale dipende solo dall'altezza verticale dell'oggetto sulla superficie della Terra. Quindi, la stessa quantità di lavoro viene svolta su un sistema oggetto-Terra sia che questo venga sollevato verticalmente dalla Terra, sia che esso parta dallo stesso punto e venga spinto in su lungo un piano inclinato privo di attrito, raggiungendo la stessa altezza. Abbiamo verificato questa affermazione per una situazione specifica, quella del frigorifero che viene spinto in su per una rampa obliqua in Fisica ragionata 6.1. Questa affermazione può essere verificata in generale calcolando il lavoro compiuto su un oggetto da parte di un agente che muova l'oggetto con uno spostamento dotato di componenti sia verticale che orizzontale:

$$W_{\text{est}} = (\vec{\mathbf{F}}_{\text{app}}) \cdot \Delta \vec{\mathbf{r}} = (mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(x_f - x_i)\hat{\mathbf{i}} + (y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mg y_f - mg y_i$$

dove nel risultato finale non compare nessun termine in x poiché $\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 0$.

Nel risolvere i problemi, è necessario scegliere una posizione di riferimento nella quale porre l'energia potenziale gravitazionale uguale a un qualche valore di riferimento, che normalmente è zero. La scelta del livello zero è completamente arbitraria, perché la grandezza importante è la *differenza* di energia potenziale e questa differenza è indipendente dalla scelta del livello zero.

È spesso conveniente, ma non essenziale, scegliere la superficie della Terra come posizione di riferimento per la configurazione dotata di energia potenziale zero. Spesso, la traccia del problema suggerisce quale sia la configurazione più conveniente da utilizzare.

QUIZ RAPIDO 6.6

Scegliere la risposta corretta. L'energia potenziale gravitazionale di un sistema **(a)** è sempre positiva **(b)** è sempre negativa **(c)** può essere positiva o negativa.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 6.7 L'atleta orgogliosa e l'alluce dolorante

Un trofeo, mostrato senza troppa cautela da un'atleta, le scivola di mano e cade sul suo alluce. Scegliendo il pavimento come il punto di altezza $y = 0$, stimare la variazione di energia potenziale del sistema trofeo-Terra mentre il trofeo cade. Ripetere il calcolo utilizzando la testa dell'atleta come origine delle coordinate.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Dal momento che i componenti di un sistema possono interagire tra di loro per mezzo di forze di natura differente, è possibile che nel sistema siano presenti diversi tipi di energia potenziale. Abbiamo familiarità con l'energia potenziale gravitazionale di un sistema per il quale i componenti interagiscono mediante la forza gravitazionale. Esploriamo ora un secondo tipo di energia potenziale che può essere posseduta da un sistema.

Consideriamo un sistema costituito da un blocco ed una molla come mostrato nella Figura 6.16 (pag. 172). Nel Paragrafo 6.4 abbiamo identificato il sistema con il blocco. Ora includiamo nel sistema sia il blocco che la molla e consideriamo il fatto che la forza di richiamo elastica è la forza di interazione tra i due componenti del sistema. La forza che la molla esercita sul blocco è $F_m = -kx$ (Eq. 6.9). Il lavoro compiuto da una forza applicata esterna F_{app} sul sistema costituito dal blocco connesso alla molla è dato dall'Equazione 6.13:

$$W_{est} = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2 \quad 6.21\blacktriangleleft$$

In questa situazione le coordinate iniziale e finale del blocco sono misurate rispetto alla sua posizione di equilibrio $x = 0$. Anche in questo caso (come nel caso della forza gravitazionale) vediamo che il lavoro fatto sul sistema è uguale alla differenza tra i valori assunti nella configurazioni iniziale e finale da un'espressione dipendente dalla configurazione del sistema. La funzione **energia potenziale elastica** associata al sistema blocco-molla viene definita da

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

$$U_m \equiv \frac{1}{2}kx^2 \quad 6.22\blacktriangleleft$$

L'energia potenziale elastica del sistema può essere pensata come l'energia immagazzinata nella deformazione della molla (che può essere allungata oppure compressa rispetto alla sua posizione di equilibrio). L'energia potenziale elastica immagazzinata in una molla è nulla quando la molla non è deformata ($x = 0$). L'energia viene immagazzinata nella molla solamente quando essa viene allungata o compressa. Siccome l'energia potenziale elastica è proporzionale ad x^2 , vediamo che U_m è sempre positiva in una molla deformata. Si possono facilmente individuare esempi di stoccaggio di energia in oggetti di uso quotidiano quali orologi da muro o da polso che funzionano grazie ad una molla caricata oppure in piccoli giocattoli a molla per bambini.

Consideriamo la Figura 6.16, che mostra una molla su una superficie orizzontale e priva di attrito. Quando il blocco viene spinto contro la molla da un agente esterno, l'energia potenziale elastica e l'energia del sistema aumentano, come mostrato nella Figura 6.16b. Quando la molla viene compressa di una quantità x_{max} (Fig. 6.16c), l'energia potenziale elastica immagazzinata nella molla vale $\frac{1}{2}kx_{max}^2$.

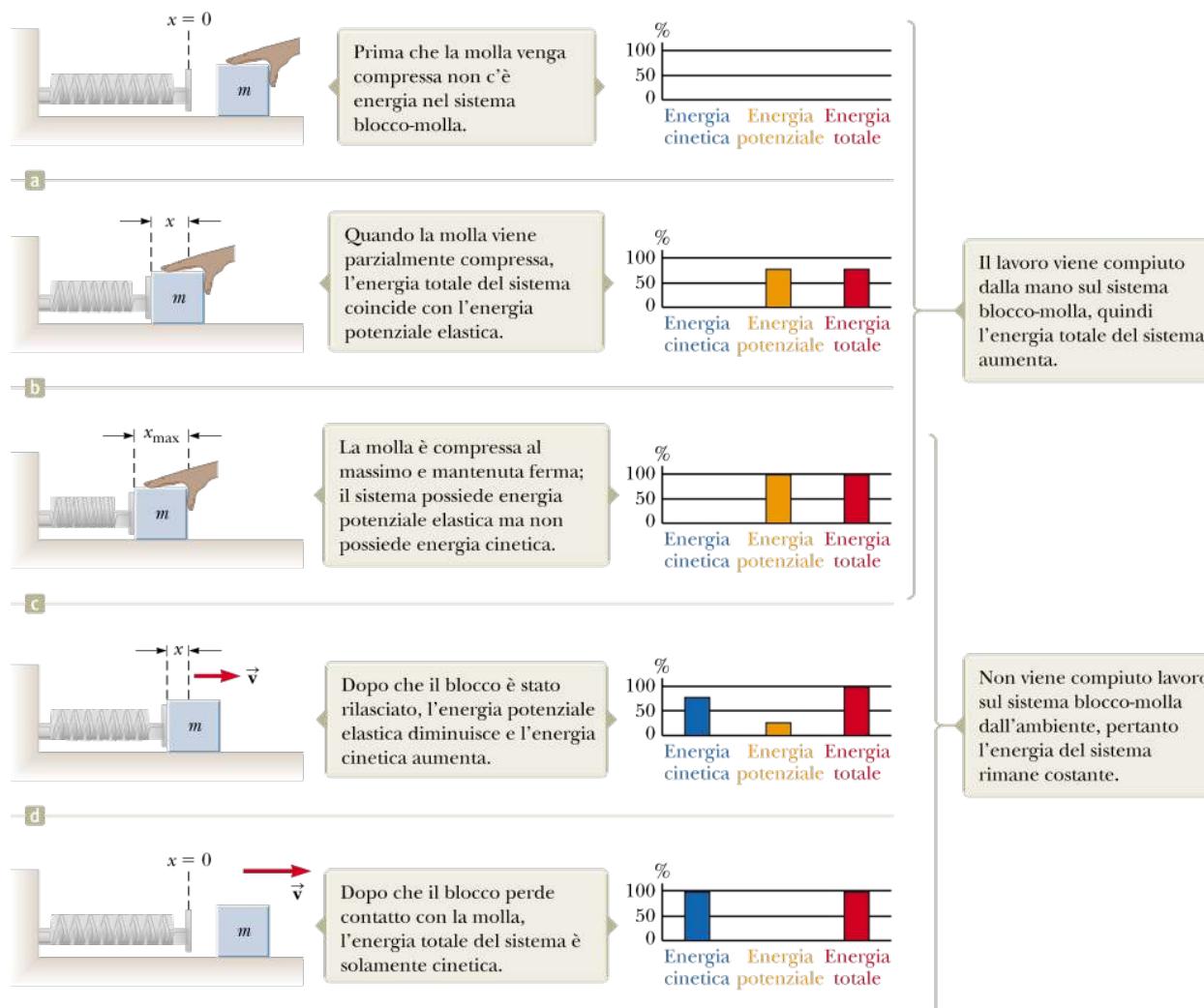


FIGURA 6.16 Una molla su un piano orizzontale privo di attrito viene compressa nella posizione x_{\max} quando il blocco di massa m viene schiacciato contro di essa. Il blocco viene quindi rilasciato e la molla lo spinge verso destra, dove il blocco perde infine contatto con la molla. I riquadri da (a) fino ad (e) mostrano diversi istanti del processo. Gli istogrammi sulla destra di ciascun riquadro aiutano a seguire l'andamento dell'energia nel sistema.

Quando il blocco in quiete viene lasciato libero di muoversi, la molla esercita una forza sul blocco e spinge il blocco verso destra. L'energia potenziale elastica del sistema diminuisce mentre l'energia cinetica aumenta e l'energia totale rimane costante (Fig. 6.16d). Quando la molla torna alla sua lunghezza originale, l'energia potenziale elastica immagazzinata viene trasformata tutta in energia cinetica del blocco (Fig. 6.16e).

Istogrammi dell'energia

La Figura 6.16 mostra un'importante rappresentazione grafica dell'informazione relativa all'energia del sistema, detta **istogramma dell'energia**. L'asse verticale rappresenta la quantità di energia di un dato tipo presente nel sistema. L'asse orizzontale riporta i tipi di energia presenti nel sistema. L'istogramma nella Figura 6.16a mostra che il sistema non contiene energia perché la molla è nella posizione di riposo ed il blocco è fermo. Dalla Figura 6.16a alla Figura 6.16c la mano compie lavoro sul sistema, comprimendo la molla e immagazzinando energia potenziale elastica nel sistema. Nella Figura 6.16d il blocco è stato rilasciato e si muove verso destra, mantenendo il contatto con la molla. L'altezza della barra corrispondente all'energia



FIGURA 6.17 (Quiz rapido 6.7) Una palla attaccata ad una molla priva di massa è sospesa verticalmente. Quali forme di energia potenziale sono associate al sistema quando la palla viene spostata verso il basso?

potenziale elastica del sistema diminuisce, la barra relativa all'energia cinetica aumenta, mentre la barra relativa all'energia totale rimane costante. Nella Figura 6.16e la molla è ritornata nella posizione di riposo ed il sistema ora contiene solamente energia cinetica associata al movimento del blocco.

Gli istogrammi dell'energia rappresentano un valido aiuto per seguire i vari tipi di energia nel sistema. Per esercitarti prova a costruire gli istogrammi dell'energia per il sistema libro-Terra nella Figura 6.15 quando il libro viene lasciato cadere dalla posizione più elevata. La Figura 6.17 associata al Quiz rapido 6.7 mostra un altro sistema per il quale la costruzione dell'istogramma dell'energia può essere un utile esercizio. Mostreremo istogrammi dell'energia in alcune figure nel seguito del capitolo.

QUIZ RAPIDO 6.7

Una palla è attaccata ad una molla di massa trascurabile sospesa verticalmente come mostrato in Figura 6.17. Quando viene allungata rispetto alla posizione di equilibrio e successivamente rilasciata, la palla oscilla su e giù. (i) Nel sistema *palla-molla-Terra*, quali forme di energia sono presenti durante il moto? (a) Energia cinetica e potenziale elastica (b) Energia cinetica e potenziale gravitazionale (c) Energia cinetica, potenziale gravitazionale e potenziale elastica (d) Energia potenziale gravitazionale e potenziale elastica. (ii) Nel sistema *palla-molla*, quali forme di energia sono presenti durante il moto? Scegli tra le stesse possibilità (a)-(d) proposte al punto precedente.

VISUALIZZA SOLUZIONE

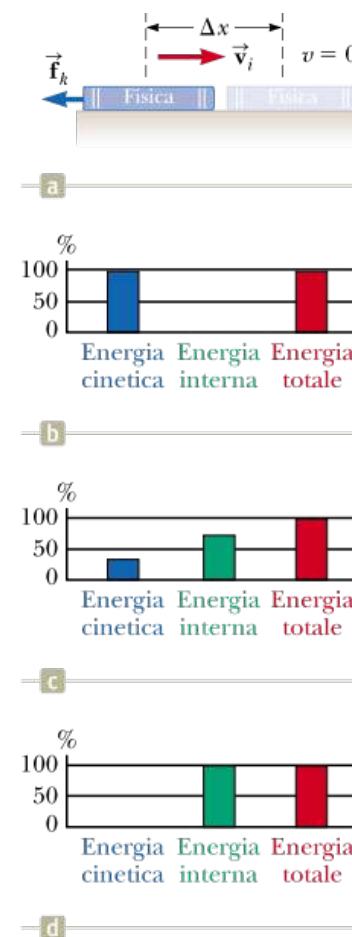


FIGURA 6.18 (a) Un libro che scivola verso destra su un piano orizzontale rallenta se è presente una forza di attrito che agisce verso sinistra. (b) Un istogramma dell'energia che mostra l'energia nel sistema del libro e della superficie nell'istante iniziale. L'energia del sistema è puramente cinetica. (c) Mentre il libro scivola, l'energia cinetica del sistema diminuisce e viene progressivamente trasformata in energia interna. (d) Dopo che il libro si è fermato, tutta l'energia del sistema è interna.

Forze conservative e non conservative

Introduciamo un terzo tipo di energia che un sistema può avere. Immagina che il libro di Figura 6.18a sia stato accelerato dalla tua mano e stia ora scivolando verso destra sulla superficie di un tavolo massiccio e stia rallentando a causa della forza di attrito. Supponi che la *superficie* sia il sistema. Allora la forza di attrito prodotta dal libro svolge lavoro sul sistema. La forza sul sistema è diretta verso destra così come lo spostamento del punto di applicazione della forza in quanto il libro si è mosso verso destra. Il lavoro fatto sulla superficie è positivo ma la superficie non si muove dopo che il libro si è fermato. Anche se è stato svolto un lavoro positivo sulla superficie, non si osserva alcun aumento dell'energia cinetica della superficie o dell'energia potenziale di un qualche sistema.

A partire dalla tua esperienza quotidiana con lo scivolamento su superfici ruvide, puoi facilmente intuire che la superficie sarà *più calda* dopo che il libro è scivolato su di essa. (Per capirlo sfrega le tue mani vigorosamente!) Il lavoro fatto sulla superficie ha avuto l'effetto di riscaldare la superficie piuttosto che aumentare la sua velocità o variare la configurazione del sistema. Chiamiamo **energia interna** l'energia associata alla temperatura di un sistema e la indichiamo con E_{int} (definiremo l'energia interna in modo più generale nel Capitolo 17). In questo caso, il lavoro fatto sul sistema rappresenta effettivamente energia trasferita al sistema, ma appare sotto forma di energia interna invece di energia cinetica o potenziale.

Considera l'insieme del libro e della superficie nella Figura 6.18a come un unico sistema. Il sistema è inizialmente dotato di energia cinetica, in quanto il libro si sta muovendo. Mentre il libro scivola, l'energia interna del sistema aumenta: il libro e la superficie sono più caldi di prima. Quando il libro si ferma, l'energia cinetica è stata interamente trasformata in energia interna. Possiamo considerare il lavoro compiuto dall'attrito sul sistema – cioè tra il libro e la superficie – come un *meccanismo di trasformazione dell'energia*. Questo lavoro trasforma l'energia cinetica del sistema in energia interna. Allo stesso modo, quando un libro cade in assenza di attrito dell'aria, il lavoro fatto dalla forza di gravità sul sistema libro-Terra trasforma l'energia potenziale gravitazionale del sistema in energia cinetica.

In Figura 6.18b-d vengono mostrati istogrammi per la situazione riportata in Figura 6.18a. Nella Figura 6.18b l'istogramma mostra come il sistema contenga energia cinetica nel momento in cui il libro viene lasciato libero di muoversi dalla mano. Definiamo il livello di riferimento dell'energia interna pari a zero in questo istante. La Figura 6.18c mostra la trasformazione dell'energia cinetica in energia interna quando il libro rallenta a causa della forza di attrito. Nella Figura 6.18d, dopo che il libro ha smesso di scivolare, l'energia cinetica è zero ed il sistema ora contiene solamente energia interna. Si noti che la barra rossa, corrispondente all'energia totale, non ha subito cambiamenti durante il processo. La quantità di energia interna del sistema dopo che il libro si è fermato è uguale alla quantità di energia cinetica del sistema nell'istante iniziale. Questa uguaglianza viene descritta da un importante principio detto *conservazione dell'energia*. Approfondiremo questo principio nel Capitolo 7.

Ora consideriamo in maggior dettaglio un oggetto che si muove in discesa in prossimità della superficie terrestre. Il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale sull'oggetto non dipende dal fatto che l'oggetto cada verticalmente oppure scenda lungo un piano inclinato con attrito. Tuttavia, la trasformazione in energia interna a causa dell'attrito sul piano inclinato dipende dalla lunghezza dello stesso. Più lungo è il piano inclinato, maggiore è la quantità di energia potenziale che viene trasformata in energia interna. In altre parole, il percorso non influisce sul lavoro compiuto dalla forza di gravità, ma influenza sulla sua conversione in energia interna. Possiamo sfruttare questa diversa dipendenza dal percorso seguito per classificare le forze come conservative e non conservative. Per quanto riguarda le due forze menzionate in questo paragrafo, la forza gravitazionale è conservativa mentre la forza di attrito è non conservativa.

Forze conservative

Le **forze conservative** godono delle seguenti due proprietà, equivalenti tra loro:

PROPRIETÀ DELLE FORZE CONSERVATIVE

1. Il lavoro svolto da una forza conservativa su una particella che si sposta da un punto ad un altro è indipendente dallo specifico percorso seguito dalla particella.
2. Il lavoro svolto da una forza conservativa su una particella che si muove su un qualsiasi percorso chiuso è nullo (un percorso chiuso è un percorso in cui il punto di partenza e quello di arrivo coincidono).

La forza gravitazionale è un esempio di forza conservativa, così come la forza esercitata da una molla su un qualsiasi oggetto ad essa collegato. Il lavoro fatto dalla forza gravitazionale su un oggetto che si muove tra due punti qualsiasi, posti in prossimità della superficie terrestre, è dato da $W_g = -mg\hat{j} \cdot [(y_f - y_i)\hat{j}] = mgy_i - mgy_f$. Questa equazione mostra che W_g dipende solamente dalle coordinate y iniziali e finali dell'oggetto ed è pertanto indipendente dal percorso. Inoltre, si deduce che il lavoro è nullo per un qualsiasi percorso chiuso ($y_f = y_i$).

Prevenire le insidie | 6.9

Attenti alle equazioni simili tra loro

Confronta l'Equazione 6.23 con l'Equazione 6.20. Queste equazioni sono simili eccettuato il segno negativo, cosa che è una frequente sorgente di confusione. L'Equazione 6.20 dice che il lavoro positivo che viene compiuto *da un agente esterno* sul sistema porta ad un aumento dell'energia potenziale del sistema (in assenza di variazioni di energia cinetica o interna). L'Equazione 6.23 asserisce che il lavoro compiuto *su un componente del sistema da una forza conservativa interna al sistema* provoca una diminuzione dell'energia potenziale del sistema.

Per il caso del sistema oggetto-molla, il lavoro W_m compiuto dalla molla è dato da $\frac{1}{2}hx_i^2 - \frac{1}{2}hx_f^2$ (Eq. 6.12). Vediamo quindi che la forza della molla è conservativa in quanto W_m dipende esclusivamente dalle coordinate x iniziale e finale dell'oggetto ed è nullo per un qualsiasi percorso chiuso.

Possiamo associare un'energia potenziale ad un sistema in cui una forza agisce tra i suoi componenti, ma solamente nei casi in cui questa forza sia conservativa. In generale, il lavoro W_{int} compiuto da una forza conservativa su un oggetto appartenente ad un sistema quando il sistema cambia da una configurazione ad una differente è pari alla differenza tra il valore iniziale dell'energia potenziale ed il suo valore finale:

$$W_{int} = U_i - U_f = -\Delta U \quad \text{6.23} \blacktriangleleft$$

Utilizziamo il pedice "int" nell'Equazione 6.23 ad indicare che il lavoro che stiamo discutendo viene svolto da un componente del sistema su di un altro, ed è pertanto *interno* al sistema. Esso differisce dal lavoro W_{est} svolto *sul* sistema nel suo complesso da un agente esterno. Per esempio, confronta l'Equazione 6.23 con l'equazione specifica per il lavoro compiuto dalla forza di una molla (Eq. 6.12) come conseguenza della variazione della sua lunghezza.

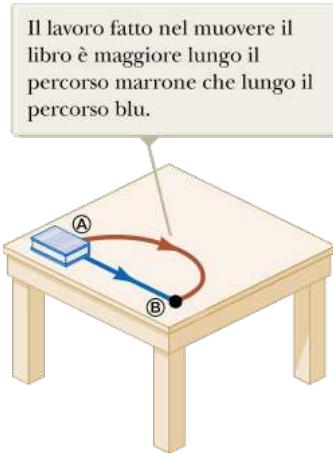


FIGURA 6.19 Il lavoro fatto contro la forza di attrito dinamico dipende dal percorso seguito dal libro nell'andare da A a B.

Forze non conservative

Una forza è **non conservativa** se non soddisfa le proprietà 1 e 2 per le forze conservative. Definiamo **energia meccanica** del sistema la somma di energia cinetica ed energia potenziale:

$$E_{\text{mecc}} = K + U$$

6.24◀

dove K comprende l'energia cinetica di tutti i componenti in moto del sistema ed U comprende tutti i tipi di energia potenziale del sistema. Per un libro che cade sotto l'azione della forza gravitazionale, l'energia meccanica del sistema libro-Terra rimane costante; l'energia potenziale gravitazionale viene trasformata in energia cinetica e l'energia meccanica del sistema non varia. Forze non conservative, che agiscono all'interno di un sistema, portano a *variazioni* della sua energia meccanica. Per esempio, per un libro che scivola su una superficie orizzontale che non è priva di attrito, l'energia meccanica del sistema libro-superficie viene trasformata in energia interna, come discusso precedentemente. Solamente parte dell'energia cinetica del libro viene trasformata in energia interna del libro. Il resto viene trasformato in energia interna della superficie. (Quando inciampi e scivoli sul pavimento della palestra, non si scalda solamente la pelle sulle tue ginocchia, ma anche il pavimento!) Dal momento che la forza di attrito dinamico trasforma l'energia meccanica del sistema in energia interna, essa è una forza non conservativa.

Come esempio della dipendenza dal percorso del lavoro compiuto da una forza non conservativa, considera la Figura 6.19. Supponi di spostare un libro tra due punti su un tavolo. Se il libro viene spostato tra il punto A ed il punto B lungo una linea retta, come indicato dalla linea blu, devi compiere una data quantità di lavoro contro la forza di attrito per mantenere in movimento il libro con velocità costante. Immagina ora di spingere il libro lungo il percorso semicircolare marrone nella Figura 6.19. Siccome il percorso curvo è più lungo, devi compiere più lavoro contro la forza di attrito. Il lavoro fatto sul libro dipende dal percorso, pertanto la forza di attrito *non può* essere conservativa.

6.8

Relazione tra forze conservative ed energia potenziale

Nel paragrafo precedente abbiamo trovato che il lavoro, compiuto su un componente del sistema da una forza conservativa che agisce tra i componenti del sistema, non dipende dal percorso seguito dai componenti che si muovono. Il lavoro dipende solamente dalle coordinate iniziale e finale. Per un tale sistema, possiamo definire una **funzione energia potenziale** U , tale che il lavoro compiuto all'interno del sistema dalla forza conservativa sia uguale ed opposto alla variazione di energia potenziale del sistema. Immaginiamo un sistema di particelle interagenti tramite una forza conservativa \vec{F} . Supponiamo inoltre che la configurazione del sistema cambi in seguito allo spostamento di una particella lungo l'asse x . Il lavoro compiuto dalla forza \vec{F} quando la particella si muove lungo l'asse x è dato da⁴:

$$W_{\text{int}} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U \quad 6.25 \blacktriangleleft$$

dove F_x la componente di \vec{F} nella direzione dello spostamento. In altre parole, il lavoro compiuto da una forza conservativa che agisce tra i componenti del sistema è uguale ed opposto alla variazione di energia potenziale associata a quella forza, conseguente alla variazione della configurazione del sistema. Possiamo riscrivere l'Equazione 6.25 come

$$\Delta U = U_f - U_i = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \quad 6.26 \blacktriangleleft$$

⁴ Per uno spostamento generico, il lavoro compiuto in due o tre dimensioni è sempre uguale a $-\Delta U$, dove $U = U(x, y, z)$. Scriviamo questa equazione formalmente come $\int_i^f \vec{F} \bullet d\vec{r} = U_i - U_f$.

Pertanto ΔU è negativa quando F_x e dx hanno lo stesso verso, come quando un oggetto viene fatto cadere nel campo gravitazionale, oppure quando una molla spinge un oggetto verso la posizione di riposo.

Risulta spesso conveniente scegliere una specifica posizione x_i per un membro del sistema ed assumerla come configurazione di riferimento, misurando tutte le energie potenziali rispetto ad essa. Possiamo quindi definire la funzione energia potenziale come

$$U_f(x) = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + U_i \quad 6.27 \blacktriangleleft$$

Il valore di U_i viene spesso assunto pari a zero per la configurazione di riferimento. Il valore che assegniamo ad U_i è irrilevante in quanto non ha altro effetto che quello di traslare $U_f(x)$ di una quantità costante mentre solamente le *variazioni* di energia potenziale sono fisicamente significative.

Se il punto di applicazione della forza subisce uno spostamento infinitesimo dx , possiamo esprimere la variazione infinitesima di energia potenziale come:

$$dU = - F_x dx$$

Pertanto, la forza conservativa risulta legata alla funzione energia potenziale attraverso la seguente relazione⁵

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

6.28◀

Questo significa che la componente lungo l'asse x di una forza conservativa è pari alla derivata rispetto ad x , cambiata di segno, della funzione energia potenziale del sistema. Possiamo facilmente verificare l'Equazione 6.28 per i due esempi già discussi. Nel caso della molla deformata, $U_m = \frac{1}{2}kx^2$, pertanto:

$$F_m = -\frac{dU_m}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

che corrisponde alla forza di richiamo elastico della molla (legge di Hooke). Poiché la funzione energia potenziale gravitazionale è $U_g = mgy$, ne segue dall'Equazione 6.28 che $F_g = -mg$, dove la derivata è stata calcolata rispetto ad y e non ad x .

Ci rendiamo quindi conto che la funzione energia potenziale U è particolarmente importante, in quanto l'espressione per una forza conservativa può essere dedotta a partire da essa. Inoltre, l'Equazione 6.28 mostra come l'aggiungere una costante arbitraria all'energia potenziale è ininfluente perché la derivata di una costante è nulla.

QUIZ RAPIDO 6.8

Che cosa rappresenta la pendenza di un grafico di $U(x)$ in funzione di x ? **(a)** Il modulo della forza sull'oggetto **(b)** l'opposto del modulo della forza sull'oggetto **(c)** la componente x della forza sull'oggetto **(d)** l'opposto della componente x della forza sull'oggetto.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

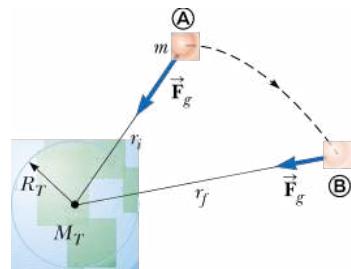


FIGURA 6.20 Quando una particella di massa m si muove da A a B al disopra della superficie terrestre, l'energia potenziale gravitazionale, data dall'Equazione 6.31, cambia a causa della variazione nella distanza particella-Terra da r_i a r_f .

Energia potenziale per le forze gravitazionale ed elettrica

Abbiamo introdotto in questo capitolo il concetto di energia potenziale gravitazionale, ovvero l'energia associata ad un sistema di oggetti che interagiscono per mezzo della forza gravitazionale. Abbiamo messo in evidenza che la funzione energia potenziale gravitazionale, Equazione 6.19, è valida solamente per oggetti di massa m che si trovino in prossimità della superficie terrestre. Deriveremo ora un'espressione più generale

⁵ In tre dimensioni l'espressione corretta sarebbe:

$$\vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} - \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$$

dove $(\partial U / \partial x)$ e così via rappresentano derivate parziali. Nel linguaggio dell'analisi vettoriale, \vec{F} è uguale ed opposto al gradiente della grandezza scalare $U(x, y, z)$. per l'energia potenziale gravitazionale, valida per una distanza di separazione qualsiasi. Siccome il valore di g varia con l'altezza, la legge per la funzione energia potenziale del sistema risulta più complicata di quella riportata nella semplice Equazione 6.19.

Consideriamo una particella di massa m che si muove dal punto A al punto B sulla superficie terrestre come in Figura 6.20. La forza di gravitazione esercitata dalla Terra sulla particella, introdotta nel Paragrafo 5.5, può essere scritta in forma vettoriale come:

$$\vec{F}_g = -G \frac{M_T m}{r^2} \hat{r} \quad 6.29$$

dove \hat{r} rappresenta un vettore di lunghezza unitaria, diretto dalla Terra verso la particella, ed il segno negativo sta ad indicare che la forza è diretta verso la Terra. Questa espressione mostra che la forza gravitazionale dipende dalla coordinata radiale r . Inoltre la forza gravitazionale è conservativa. A partire dall'Equazione 6.27 possiamo scrivere:

Prevenire le insidie | 6.10 Cos'è r ?

Nel Paragrafo 5.5 abbiamo discusso la forza gravitazionale che si esercita tra due particelle.

Nell'Equazione 6.29 abbiamo affrontato la forza tra una particella ed un oggetto di dimensioni estese, la Terra. Potremmo anche descrivere la forza tra due oggetti estesi, come la Terra e il Sole. In queste situazioni, ricorda che r è misurato *tra i centri* degli oggetti. Fai attenzione a *non* misurare r a partire dalla superficie terrestre.

$$U_f = - \int_{r_i}^{r_f} F(r) dr + U_i = GM_T m \int_{r_i}^{r_f} \frac{dr}{r^2} + U_i = GM_T m \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_i}^{r_f} + U_i$$

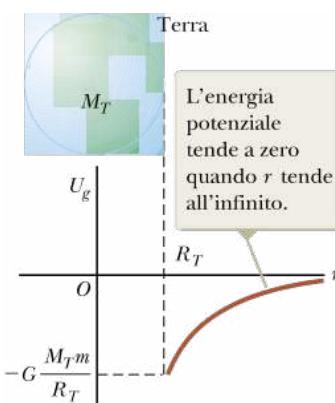


FIGURA 6.21 Grafico dell'energia potenziale gravitazionale U_g in funzione di r per una particella al di sopra della superficie terrestre.

oppure

$$U_f = -GM_T m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) + U_i \quad 6.30 \blacktriangleleft$$

Come sempre, la scelta di una configurazione di riferimento per l'energia potenziale è completamente arbitraria. Normalmente si identifica la configurazione di riferimento con quella per la quale la forza è nulla. Ponendo $U_i \rightarrow 0$ per $r_i \rightarrow \infty$ otteniamo l'importante risultato:

$$U_g = -G \frac{M_T m}{r} \quad 6.31 \blacktriangleleft$$

per distanze di separazione $r > R_T$, il raggio della Terra. Come conseguenza della scelta della configurazione di riferimento, la funzione U_g assume solamente valori negativi (Fig. 6.21).

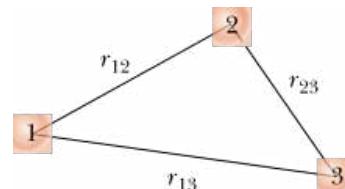
Sebbene l'Equazione 6.31 sia stata derivata per il sistema particella-Terra, essa si applica ad *ogni* coppia di particelle. Per una *qualsiasi coppia* di particelle di masse m_1 ed m_2 , separate da una distanza r , la forza di attrazione gravitazionale è espressa dall'Equazione 5.11 e l'energia potenziale gravitazionale del sistema delle due particelle è data da

$$U_g = -G \frac{m_1 m_2}{r} \quad 6.32 \blacktriangleleft$$

Questa espressione si applica anche ad oggetti di maggiori dimensioni, purché la *distribuzione delle loro masse sia a simmetria sferica*, come mostrato da Newton. In questo caso la distanza r viene misurata a partire dai centri degli oggetti sferici.

L'Equazione 6.32 mostra che l'energia potenziale gravitazionale per ogni coppia di particelle varia come $1/r$ (mentre la forza tra di esse varia come $1/r^2$). Inoltre, l'energia potenziale è *negativa* dal momento che la forza è di tipo attrattivo e che si è scelto di porre a zero l'energia potenziale quando la distanza di separazione tra le particelle diviene infinita. Poiché la forza tra le particelle è attrattiva, un agente esterno deve compiere lavoro positivo per aumentare la loro distanza di separazione. Il lavoro compiuto da un agente esterno porta ad un aumento di energia potenziale quando la separazione tra le particelle aumenta. Questo significa che U_g diviene meno negativo all'aumentare di r .

Possiamo estendere questo concetto al caso di tre o più particelle. In questo caso l'energia potenziale totale del sistema è la somma calcolata su tutte le *coppie* di particelle. Ogni coppia contribuisce con un termine come quello dell'Equazione 6.32. Per esempio, se il sistema contiene tre particelle come in Figura 6.22, troviamo che



Prevenire le insidie | 6.11 Energia potenziale gravitazionale

Fai attenzione!
L'Equazione 6.32 può sembrare simile all'Equazione 5.11 per la forza gravitazionale, ma ci sono due importanti differenze. La forza gravitazionale è un vettore mentre l'energia potenziale gravitazionale è uno scalare. La forza gravitazionale dipende dall'*inverso del quadrato* della distanza di separazione, mentre l'energia potenziale gravitazionale dipende dall'*inverso della distanza*.

FIGURA 6.22 Tre particelle interagenti.

$$U_{\text{totale}} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = -G \left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}} \right) \quad 6.33 \blacktriangleleft$$

Il valore assoluto di U_{totale} rappresenta il lavoro che è necessario compiere per separare tutte e tre le particelle portandole a distanza infinita.

FISICA RAGIONATA 6.2

Perché il Sole è caldo?

Ragionamento Il Sole si è formato quando una nube di gas e polveri si è condensata, a causa dell'attrazione gravitazionale, in un oggetto astronomico massivo. Identifichiamo questa nube come il nostro sistema ed assumiamo che il gas e le polveri si comportino come particelle. Inizialmente le particelle del sistema sono sparse e immagazzinano una grande quantità di energia potenziale gravitazionale. Quando le particelle si avvicinano e formano il Sole, l'energia potenziale gravitazionale del sistema diminuisce. Questa energia potenziale si trasforma in energia cinetica mentre le particelle si muovono verso il centro. Durante l'aumento della velocità delle particelle, tra di esse avvengono molte collisioni che rendono i moti disordinati e trasformano l'energia cinetica in energia interna, con un conseguente aumento di temperatura. Durante il processo di avvicinamento, la temperatura può raggiungere valori tali da rendere possibili reazioni nucleari. Queste reazioni liberano un'enorme quantità di energia, che mantiene elevata la temperatura del Sole. Questo processo è comune a tutte le stelle dell'Universo.

Esempio 6.8 La variazione di energia potenziale

Una particella di massa m si sposta di una piccola distanza Δy in prossimità della superficie terrestre. Mostrare che in questa situazione l'espressione generale per la variazione di energia potenziale gravitazionale data dall'Equazione 6.30 si riduce alla più familiare $\Delta U = mg\Delta y$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Nel Capitolo 5 abbiamo discusso la forza elettrostatica tra due particelle puntiformi, che è data dalla legge di Coulomb,

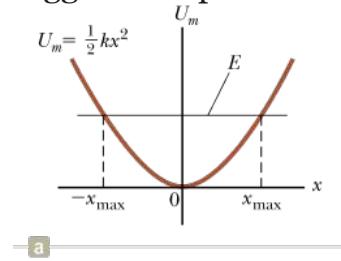
$$F_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad 6.34$$

Dal momento che questa espressione è molto simile alla legge della gravitazione universale di Newton, ci aspettiamo che la derivazione della funzione energia potenziale per questa forza proceda in modo simile a quanto visto finora. Questo in effetti è il caso, e porta ad una funzione **energia potenziale elettrica**,

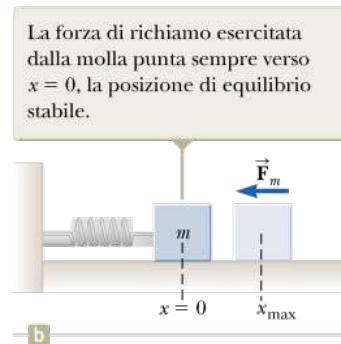
$$U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r}$$

6.35◀

Come per l'energia potenziale gravitazionale, l'energia potenziale elettrica viene definita nulla quando le cariche si trovano a distanza infinita. Se confrontiamo questa espressione con l'analogia per l'energia potenziale gravitazionale, notiamo le ovvie differenze relative alle costanti di proporzionalità ed all'uso delle cariche al posto delle masse. Vi è tuttavia un'ulteriore differenza. La forza gravitazionale ha un segno meno che non è invece presente nell'espressione per l'energia potenziale elettrica. Per sistemi composti da oggetti che interagiscono esclusivamente mediante forze di tipo attrattivo, l'energia potenziale diminuisce con l'avvicinarsi degli oggetti. Poiché abbiamo definito nulla l'energia potenziale quando gli oggetti si trovano a distanza infinita, per tutte le situazioni in cui la distanza di separazione è finita l'energia deve essere inferiore a zero. Ne consegue che le energie potenziali per sistemi di oggetti che si attraggono devono essere negative. Nel caso della forza gravitazionale l'interazione può essere solamente attrattiva. La costante di proporzionalità, le masse, e la distanza di separazione sono grandezze tutte positive, pertanto il segno meno deve essere aggiunto esplicitamente come fatto nell'Equazione 6.32.



a



b

La forza di richiamo esercitata dalla molla punta sempre verso $x = 0$, la posizione di equilibrio stabile.

FIGURA 6.23 (a) Energia potenziale in funzione di x per il sistema blocco-molla privo di attrito mostrato in (b) Per una data energia E del sistema, il blocco oscilla tra i punti di inversione che hanno coordinate $x = \pm x_{\max}$.

La forza elettrica può essere attrattiva o repulsiva. L'attrazione si osserva quando le cariche sono di segno opposto. Pertanto, delle due cariche nell'Equazione 6.35 una deve essere positiva e l'altra negativa, se l'interazione è di tipo attrattivo. Il prodotto delle cariche fornisce direttamente il segno negativo per l'energia potenziale e non abbiamo perciò bisogno di indicarlo esplicitamente. Nel caso in cui siano presenti cariche dello stesso segno, il prodotto di due cariche entrambe positive o entrambe negative sarà comunque positivo, portando quindi ad un'energia potenziale positiva. Questa conclusione è ragionevole perché per avvicinare due particelle che si respingono, poste inizialmente a distanza infinita, è necessario compiere lavoro sul sistema, provocando così un aumento dell'energia potenziale.

Diagrammi di energia ed equilibrio di un sistema

Spesso, il moto di un sistema può essere compreso qualitativamente attraverso un grafico della sua energia potenziale in funzione della posizione di uno dei componenti del sistema. Consideriamo la funzione energia potenziale per il sistema bloccomolla, data da $U_m = \frac{1}{2}kx^2$. Questa funzione viene graficata in funzione di x nella Figura 6.23a, dove x rappresenta la posizione del blocco. La forza F_m esercitata dalla molla sul blocco è legata ad U_m attraverso l'Equazione 6.28:

$$F_m = -\frac{dU_m}{dx} = -kx$$

Prevenire le insidie | 6.12

Diagrammi energetici

Un errore frequente è quello di ritenere che l'energia potenziale sul grafico in un diagramma energetico rappresenti l'altezza di qualche oggetto. Questo non è il caso, per esempio, per la Figura 6.23, dove il blocco si muove orizzontalmente.

Come abbiamo visto nel Quiz rapido 6.8, la componente x della forza è data dalla pendenza, cambiata di segno, della curva di U in funzione di x . Quando il blocco viene posto in quiete nella posizione di equilibrio della molla ($x = 0$), dove $F_m = 0$, esso rimarrà in quella posizione a meno che qualche forza F_{est} non agisca su di esso. Se questa forza allunga la molla rispetto alla sua posizione di equilibrio, x sarà positiva e la pendenza dU/dx sarà positiva. Pertanto la forza F_m esercitata dalla molla è negativa ed il blocco accelera verso $x = 0$ se rilasciato. Se la forza esterna comprime la molla rispetto alla sua posizione di equilibrio, x sarà negativa e la pendenza dU/dx sarà negativa. Pertanto la forza F_m esercitata dalla molla è positiva ed anche in questo caso il blocco accelera verso $x = 0$ se rilasciato.

Da questa analisi ricaviamo che la posizione $x = 0$ è una posizione di **equilibrio stabile** per il sistema massa-molla. In altre parole, qualsiasi spostamento rispetto a questa posizione porta ad una forza diretta verso $x = 0$. In generale, le configurazioni di un sistema in equilibrio stabile corrispondono a quelle per le quali $U(x)$ ha un minimo.

Se il blocco nella Figura 6.23 viene portato nella posizione iniziale x_{\max} e quindi rilasciato da fermo, la sua energia totale è inizialmente l'energia potenziale $\frac{1}{2}kx_{\max}^2$, imma-

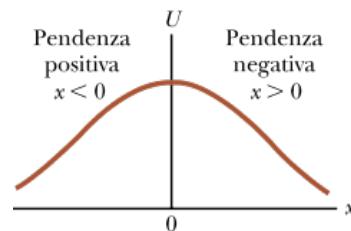


FIGURA 6.24 Grafico di U in funzione di x per una particella in una posizione di equilibrio instabile posta ad $x = 0$. Per un qualsiasi spostamento finito della particella, la forza su di essa porta la particella ad allontanarsi da $x = 0$.

gazzinata nella molla. Come il blocco inizia a muoversi, esso acquista energia cinetica e perde energia potenziale. Il blocco oscillerà avanti ed indietro tra i due punti $x = -x_{\max}$ ed $x = +x_{\max}$, detti *punti di inversione*. Poiché non vi è alcuna trasformazione di energia in

energia interna ad opera dell'attrito, il blocco oscillerà per sempre tra $-x_{\max}$ e $+x_{\max}$. (Discuteremo ulteriormente queste semplici oscillazioni nel Capitolo 12.) Un altro semplice sistema meccanico con una configurazione di equilibrio stabile è quello di una palla che rotola su e giù all'interno di una ciotola. Ogniqualvolta la palla viene spostata dalla sua posizione più bassa, una volta lasciata libera essa tende a ritornarvi.

Ora consideriamo una particella in moto lungo l'asse x sotto l'azione di una forza conservativa F_x , per la quale la curva $U(x)$ viene mostrata in Figura 6.24. Ancora una volta $F_x = 0$ se $x = 0$, pertanto la particella è in equilibrio in questo punto. Questa posizione, tuttavia, è di **equilibrio instabile** per il seguente motivo. Supponiamo che la particella venga spostata verso destra ($x > 0$). Poiché la pendenza è negativa per $x > 0$, $F_x = -dU/dx$ sarà positiva e la particella accelererà verso destra, allontanandosi da $x = 0$. Se invece la particella si trova in $x = 0$ e viene spostata verso sinistra ($x < 0$), la forza sarà negativa, in quanto la pendenza è positiva per $x < 0$ con il risultato che anche in questo caso la particella accelererà allontanandosi dalla posizione di equilibrio. La posizione $x = 0$ in questo esempio risulta essere di equilibrio instabile, poiché, per un qualsiasi spostamento da essa, la forza allontana la particella dalla posizione di equilibrio per spingerla verso posizioni di minore energia potenziale. Una matita in equilibrio sulla sua punta è un sistema in equilibrio instabile. Se la matita viene allontanata leggermente dalla posizione verticale e lasciata libera di muoversi, essa cadrà certamente. In genere, le configurazioni di un sistema in equilibrio instabile corrispondono a quelle per le quali $U(x)$ per il sistema ha un massimo.

Infine, una configurazione detta di **equilibrio indifferente** si osserva quando $U(x)$ è costante in una certa regione. Piccoli spostamenti di un oggetto da una posizione di questa regione non producono né forze di richiamo né forze di allontanamento. Una palla che giace su di una superficie orizzontale piatta è un esempio di un oggetto in equilibrio indifferente.

Esempio 6.9 Forza ed energia su scala atomica

L'energia potenziale associata alla forza tra due atomi neutri in una molecola si può approssimare con la funzione energia potenziale di Lennard-Jones:

$$U(x) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{x} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x} \right)^6 \right]$$

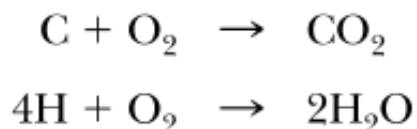
dove x rappresenta la distanza tra gli atomi. La funzione $U(x)$ contiene due parametri sperimentali σ ed ϵ . Valori esemplificativi per l'interazione tra due atomi in una molecola sono $\sigma = 0.263$ nm ed $\epsilon = 1.51 \times 10^{-22}$ J.

Con l'aiuto di un calcolatore, tracciare il grafico di questa funzione e trovare la distanza più probabile tra i due atomi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Connessione al contesto: energia potenziale nei carburanti

I carburanti rappresentano un meccanismo di stoccaggio di energia potenziale utilizzabile per mettere in movimento i veicoli. Il più comune carburante utilizzato per decenni dalle automobili è la *benzina*. La benzina viene raffinata a partire dal petrolio grezzo presente sulla Terra. Il petrolio consiste dei prodotti di decomposizione di vegetali che sono esistiti sulla Terra tra 100 e 600 milioni di anni fa. La sorgente di energia nel petrolio grezzo sono gli idrocarburi prodotti a partire dalle molecole presenti nelle piante primordiali. Le reazioni chimiche primarie che avvengono all'interno di un motore a combustione interna coinvolgono l'ossidazione di carbonio e idrogeno:



Entrambe le reazioni liberano energia che viene utilizzata per far funzionare l'automobile. Si notino i prodotti finali delle reazioni. Uno di essi è l'acqua, che non è pericolosa per l'ambiente. Per contro, il biossido di carbonio contribuisce all'effetto serra, responsabile del riscaldamento globale che studieremo nel Contesto 5. La combustione incompleta di carbonio ed ossigeno può portare alla formazione di CO, il monossido di carbonio, che è un gas velenoso. Dal momento che l'aria contiene altri elementi oltre all'ossigeno, esistono altri prodotti di emissione pericolosi, quali gli ossidi di azoto.

La quantità di energia potenziale immagazzinata nel carburante e disponibile viene detta *calore di combustione*, sebbene questo termine rappresenti un uso improprio della parola *calore*. Per la benzina utilizzata dalle automobili, questo valore è di circa 44 MJ/kg. Siccome l'efficienza del motore non è del 100%, solamente parte di questa energia viene trasformata in energia cinetica dell'automobile. Studieremo le efficienze dei motori nel Contesto 5.

Un altro carburante comune è il *gasolio*. Il calore di combustione per il gasolio è 42.5 MJ/kg, leggermente inferiore a quello della benzina. Tuttavia, i motori diesel hanno una maggiore efficienza rispetto ai motori a benzina, pertanto riescono ad estrarre una maggiore quantità dell'energia disponibile.

Numerosi altri carburanti sono stati sviluppati per l'utilizzo con motori a combustione interna apportando minime modifiche. Sono brevemente descritti nel seguito.

Etanolo

L'etanolo è il carburante alternativo più utilizzato per flotte di veicoli commerciali e, in maniera crescente, per automobili private. L'alcool viene prodotto a partire da coltivazioni quali mais, frumento ed orzo. Poiché queste piante possono essere coltivate, l'etanolo è una sorgente rinnovabile. L'uso dell'etanolo riduce le emissioni di monossido di carbonio e biossido di carbonio in confronto alla benzina.

L'etanolo viene miscelato con la benzina per ottenere le seguenti miscele:

E10: 10% etanolo, 90% benzina
E85: 85% etanolo, 15% benzina

Il contenuto energetico di E85 è circa il 70% di quello della benzina, quindi il rapporto km/litro sarà inferiore a quello per un veicolo che utilizza solamente benzina. D'altra parte, la natura rinnovabile dell'etanolo compensa significativamente questo svantaggio.

Potresti avere visto automobili con la scritta "FLEXFUEL". Questi veicoli possono funzionare con etanolo su di un ampio intervallo, dalla benzina pura ad E85. Qualunque sia la miscela, il carburante viene tenuto nello stesso serbatoio e sensori posti all'interno del sistema di alimentazione provvedono a determinare il contenuto di etanolo, regolando conseguentemente in modo automatico l'iniezione di carburante ed il tempo di scarica.

Biodiesel

Il biodiesel si forma a seguito di una reazione chimica tra alcool ed oli provenienti da coltivazioni quali oli vegetali, grassi e lubrificanti da sorgenti commerciali. La Pacific

Biodiesel nelle Hawaii produce biodiesel a partire dall'olio usato dalle cucine dei ristoranti, fornendo un carburante utilizzabile ed evitando lo smaltimento in discarica. Il biodiesel è disponibile nei seguenti formati:

B20: 20% biodiesel, 80% gasolio

B100: 100% biodiesel

B100 non è tossico ed è biodegradabile. L'uso del biodiesel riduce le emissioni dannose. Inoltre, test hanno dimostrato che le emissioni di materiale particolato viene ridotta del 94% con l'uso di biodiesel puro.

Il contenuto energetico di B100 è circa il 90% di quello di un gasolio convenzionale. Come per l'etanolo, la natura rinnovabile del biodiesel bilancia questo svantaggio.

Gas naturale

Il gas naturale è un combustibile fossile, che si può ottenere da pozzi di gas o come sottoprodotto della raffinazione del greggio. È composto principalmente di metano (CH_4) con piccole percentuali di azoto, etano, propano ed altri gas. Brucia in modo pulito e genera emissioni di scarico dannose in minor quantità rispetto alla benzina. I veicoli a gas naturale vengono utilizzati in molte flotte di autobus, veicoli di trasporto commerciali e trasportatori di rifiuti.

Sebbene l'etanolo ed i biodiesel possano essere utilizzati in motori convenzionali con minime modifiche, un motore a gas naturale richiede modifiche più importanti. Inoltre il gas deve essere trasportato a bordo del veicolo in uno dei due modi possibili che richiedono un livello di tecnologia più elevato rispetto al semplice serbatoio del carburante. Una possibilità consiste nel liquefare il gas, con la necessità di utilizzare un contenitore ben isolato per mantenere il gas alla temperatura di -190°C. L'altra possibilità è di comprimere il gas fino alla pressione di 200 atmosfere e trasportarlo nel veicolo in un contenitore ad alta pressione.

Il contenuto energetico del gas naturale è di 48 MJ/kg, leggermente più alto della benzina. Si noti che il gas naturale *non* è una fonte rinnovabile.

Propano

Il propano è disponibile commercialmente come un gas liquefatto derivato dal petrolio, ed è formato da una miscela di propano, propilene, butano e butilene. Esso è un sottoprodotto della lavorazione del gas naturale e della raffinazione del greggio. Il propano è il carburante alternativo più facilmente reperibile, con impianti di rifornimento in tutti gli Stati Uniti.

Le emissioni di sostanze nocive nei gas di scarico sono significativamente inferiori rispetto ai veicoli a benzina. I test mostrano che le emissioni di monossido di carbonio sono ridotte dal 30 al 90%.

Così come per il gas naturale, per il trasporto del carburante sono necessari contenitori ad alta pressione. Il contenuto energetico di propano è 46 MJ/kg, leggermente maggiore di quello della benzina.

Veicoli elettrici

Nell'introduzione contestuale prima del Capitolo 2 abbiamo discusso delle auto elettriche che circolavano nella prima metà del XX secolo. Come accennato, queste auto elettriche sono scomparse attorno al 1920 a causa di diversi fattori. Il primo è l'abbondanza di petrolio nel XX secolo, che non spingeva ad utilizzare veicoli che impiegavano carburanti diversi da gasolio o benzina.

Nei primi anni del 1970 sorse le prime difficoltà di approvvigionamento di petrolio nel medio oriente, che portarono alla penuria di carburante ai distributori. In quegli anni rinacque l'interesse verso i veicoli elettrici. Uno dei primi tentativi di commercializzare un veicolo elettrico fu la Electrovette, una versione elettrica della Chevrolet Chevette.

Sebbene la crisi del petrolio si fosse alleggerita, l'instabilità politica nel Medio Oriente creava incertezza riguardo alla disponibilità di petrolio e l'interesse verso le auto elettriche continuò, sebbene su scala minore. Verso la fine degli anni 1980 la General Motors sviluppò un prototipo dal nome Impact, un'auto elettrica in grado di accelerare da 0 a 60 mi/h in 8 s ed un coefficiente di resistenza di 0.19, molto inferiore a quello delle auto tradizionali. L'Impact fu il pezzo forte del salone dell'auto di Los Angeles nel 1990. Negli anni 1990 l'Impact venne commercializzata come EVI. La General Motors ha chiuso il programma EVI nel 2001 e ha chiesto il rientro dei veicoli. Mentre alcune delle auto vennero preservate per musei, la maggioranza di esse vennero demolite.

Due svantaggi rilevanti delle auto elettriche sono l'autonomia limitata, 70-100 mi, per una singola carica delle batterie, e la durata di diverse ore del processo di ricarica delle batterie. Nonostante queste difficoltà, nuovi veicoli elettrici sono disponibili per il pubblico, tra i quali la Nissan Leaf, discussa nel Paragrafo 2.8 e la Tesla Roadster, una costosa auto elettrica sportiva che è in grado di accelerare da ferma a 60 mi/h in 3.7 s. Inoltre la Chevrolet Volt, discussa nel Paragrafo 2.8 viene azionata come auto elettrica per brevi percorsi. Essa risolve i problemi di limitata autonomia e dei lunghi tempi di ricarica per viaggi lunghi incorporando un motore a gasolio per ricaricare la batteria una volta che la carica originale si sia esaurita.

SOMMARIO

Un **sistema** è il più delle volte costituito da una singola particella, da un insieme di particelle o una regione di spazio e può variare in forma e dimensione. Il **contorno del sistema** separa il sistema dall'**ambiente**.

Il **lavoro** W compiuto su un sistema da un agente che esercita una forza costante \vec{F} sul sistema è il prodotto del modulo Δr dello spostamento del punto di applicazione della forza e della componente $F \cos \theta$ della forza lungo la direzione dello spostamento Δr :

$$W \equiv F \Delta r \cos \theta \quad 6.1 \blacktriangleleft$$

Il **prodotto scalare** di due vettori \vec{A} e \vec{B} è definito dalla relazione

$$\vec{A} \cdot \vec{B} \equiv AB \cos \theta \quad 6.2 \blacktriangleleft$$

dove il risultato è una quantità scalare e θ è l'angolo tra i due vettori. Il prodotto scalare gode delle proprietà commutativa e distributiva.

Se una forza variabile compie lavoro su di una particella in moto lungo l'asse x da x_i ad x_f , il lavoro fatto dalla forza sulla particella è dato da:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \quad 6.7 \blacktriangleleft$$

dove F_x è la componente della forza lungo la direzione x .

L'**energia cinetica** di una particella di massa m che si muove a velocità v è

$$K \equiv \frac{1}{2}mv^2 \quad 6.16 \blacktriangleleft$$

Il **teorema dell'energia cinetica** asserisce che se viene compiuto lavoro su un sistema da parte di forze esterne e se l'unico cambiamento del sistema

è nella sua velocità

$$W_{\text{est}} = K_f - K_i = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \quad \text{6.15, 6.17} \blacktriangleleft$$

Se una particella di massa m si trova ad un'altezza y sopra la superficie terrestre l'**energia potenziale gravitazionale** del sistema particella-Terra è

$$U_g \equiv mgy \quad \text{6.19} \blacktriangleleft$$

L'**energia potenziale elastica** associata ad una molla di costante elastica k è

$$U_m \equiv \frac{1}{2}kx^2 \quad \text{6.22} \blacktriangleleft$$

L'**energia meccanica totale di un sistema** è definita come la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale:

$$E_{\text{mecc}} = K + U \quad \text{6.24} \blacktriangleleft$$

Una forza è **conservativa** se il lavoro che compie su di una particella che appartiene al sistema e che si muove tra due punti è indipendente dal percorso seguito dalla particella. Inoltre, una forza è conservativa se il lavoro che compie su di una particella è nullo quando la particella si muove su un percorso chiuso arbitrario e torna al punto di partenza. Una forza che non soddisfa questi criteri viene detta **non conservativa**.

Una **funzione energia potenziale** può essere associata solamente ad una forza conservativa. Se una forza conservativa \mathbf{F} agisce tra i componenti di un sistema mentre un componente si muove lungo l'asse x da x_i ad x_f , la variazione dell'energia potenziale è uguale ed opposta al lavoro compiuto dalla forza:

$$U_f - U_i = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \quad \text{6.26} \blacktriangleleft$$

I sistemi possono trovarsi in tre diversi tipi di configurazioni di equilibrio quando la forza risultante agente sul sistema è nulla. Le configurazioni di **equilibrio stabile** sono quelle per le quali $U(x)$ è minima. Le configurazioni di **equilibrio instabile** sono quelle per le quali $U(x)$ è massima. L'**equilibrio indifferente** si osserva in quei casi in cui U rimane costante quando i componenti di un sistema si muovono in una data regione di spazio.

QUESITI

1. Un oggetto di massa m viene lasciato cadere dal quarto piano e raggiunge il marciapiede sottostante a velocità v . Da che piano deve essere lasciata cadere la massa per raddoppiare la velocità di impatto? (a) il sesto piano (b) l'ottavo piano (c) il decimo piano (d) il dodicesimo piano (e) il sedicesimo piano.

2. Il lavoro che deve compiere una forza esterna su di un corpo che si muove su una superficie orizzontale priva di attrito per indurre un'accelerazione dalla velocità v alla velocità $2v$ (a) è pari al lavoro necessario per accelerare l'oggetto dalla velocità $v = 0$ a v , (b) è il doppio del lavoro necessario per accelerare l'oggetto dalla velocità $v = 0$ a v , (c) è il triplo del lavoro necessario per accelerare l'oggetto dalla velocità $v = 0$ a v , (d) è il quadruplo del lavoro necessario per accelerare l'oggetto dalla velocità $v = 0$ a v , (e) non è possibile calcolarlo senza sapere l'accelerazione.

3. Sia \hat{N} la direzione orizzontale verso nord, \hat{NE} la direzione nordest (a metà strada tra nord ed est) e così via per le altre direzioni. L'indicazione di ciascuna direzione può essere pensata come un vettore unitario. Classifica dal più grande al più piccolo i seguenti prodotti scalari. Ricorda che zero è maggiore di un numero negativo. Se due grandezze sono uguali segnalalo nella classifica. (a) $\hat{N} \cdot \hat{N}$, (b) $\hat{N} \cdot \hat{NE}$, (c) $\hat{N} \cdot \hat{S}$, (d) $\hat{N} \cdot \hat{E}$, (e) $\hat{SE} \cdot \hat{S}$

4. Se il lavoro totale compiuto da forze esterne su una particella è nullo, quale delle seguenti affermazioni deve essere vera? (a) La sua velocità è nulla. (b) La sua velocità è diminuita. (c) La sua velocità è rimasta uguale. (d) Il modulo della sua velocità è rimasto uguale. (e) Servono informazioni aggiuntive.

5. Il proiettile 2 ha massa doppia di quella del proiettile 1. Entrambi vengono sparati in modo da avere la stessa velocità. Se l'energia cinetica del proiettile 1 è K , l'energia cinetica del proiettile 2 è (a) $0.25K$, (b) $0.5K$, (c) $0.71K$, (d) K oppure (e) $2K$?

6. Mentre un pendolo semplice oscilla avanti e indietro, le forze che agiscono sull'oggetto sospeso sono (a) la forza gravitazionale, (b) la tensione della corda di sostegno e (c) la resistenza dell'aria. (i) Quale di queste forze, se esiste, compie lavoro nullo sul pendolo in ogni istante? (ii) Quale di queste forze compie lavoro negativo sul pendolo durante il moto in ogni istante di tempo?

7. Alex e John stanno caricando due armadietti identici su un furgone. Alex solleva direttamente il suo armadietto dal suolo fino al pianale del furgone, mentre John fa scivolare il suo armadietto su una rampa fino al furgone. Quale di queste affermazioni sul lavoro compiuto sul sistema armadietto-Terra è corretta? (a) Alex e John compiono lo stesso lavoro. (b) Alex compie un lavoro maggiore di John. (c) John compie un lavoro maggiore di Alex. (d) Nessuna di queste affermazioni è necessariamente vera dal momento che è ignota la forza di attrito. (e) Nessuna di queste affermazioni è vera in quanto non è noto l'angolo di inclinazione del piano inclinato.

8. Mark e David stanno caricando due blocchi di cemento identici sul furgone pickup di David. Mark solleva direttamente il suo blocco dal suolo fino al pianale del furgone mentre David fa scivolare il suo blocco su una rampa dotata di ruote prive di attrito. Quale di queste affermazioni sul lavoro compiuto sul sistema blocco-Terra è corretta? (a) Mark compie più lavoro di David. (b) Mark e David compiono lo stesso lavoro. (c) David compie più lavoro di Mark. (d) Nessuna di queste affermazioni è necessariamente vera in quanto non è noto l'angolo di inclinazione. (e) Nessuna di queste affermazioni è necessariamente vera in quanto non è nota la massa del blocco.

9. Un operaio spinge una carriola al piano terra con una forza orizzontale di 50 N per una distanza di 5.0 m. Se una forza di attrito di 43 N agisce sulla carriola in verso opposto a quello dello spostamento, quale lavoro viene compiuto sulla carriola dall'operaio? (a) 250 J (b) 215 J (c) 35 J (d) 10 J (e) nessuna di queste risposte è corretta.

10. La Figura Q6.10 mostra una molla di massa trascurabile che esercita una forza F_m verso sinistra su un blocco. (i) Il blocco esercita una forza sulla molla? Scegli tutte le risposte corrette. (a) No. (b) Sì, verso sinistra. (c) Sì, verso destra. (d) Sì, e il suo modulo è maggiore di F_m . (e) Sì, e il suo modulo è pari a F_m . (ii) La molla esercita una forza sul muro? Scegli le tue risposte dall'elenco precedente.

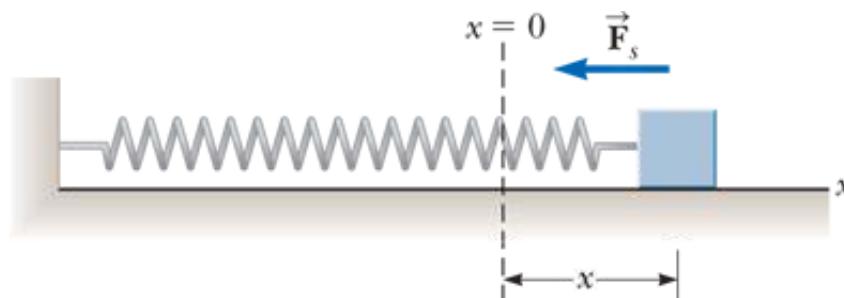


FIGURA Q6.10

11. Un carrello viene fatto muovere su un tavolo orizzontale con la stessa velocità ad ogni ripetizione. Se il carrello finisce in un mucchio di sabbia, il carrello esercita sulla sabbia una forza media di 6 N in direzione orizzontale e percorre una distanza pari a 6 cm prima di arrestarsi. Se invece il carrello finisce in un mucchio di farina, esso percorre una distanza di 18 cm prima di fermarsi. Qual è il modulo della forza media esercitata sulla farina? (a) 2 N (b) 3 N (c) 6 N (d) 18 N (e) nessuna di queste risposte.

12. Un cubetto di ghiaccio riceve una spinta e scivola senza attrito su un tavolo orizzontale. Quale di queste affermazioni è corretta? (a) È in equilibrio stabile. (b) È in equilibrio instabile. (c) È in equilibrio indifferente. (d) Non è in equilibrio.

13. Se il modulo della velocità di una particella viene raddoppiato cosa accade all'energia cinetica? (a) Diviene quattro volte maggiore. (b) Diviene il doppio. (c) Diviene $\sqrt{2}$ volte maggiore. (d) Rimane immutata. (e) Diviene la metà.

14. Una molla che obbedisce alla legge di Hooke viene allungata da una forza esterna. Il lavoro fatto nell'allungare la molla di 10 cm è 4 J. Quanto lavoro è

necessario per produrre un ulteriore allungamento di 10 cm? (a) 2 J (b) 4 J (c) 8 J (d) 12 J (e) 16 J.

15. (i) Classifica le accelerazioni di gravità che misureresti per questi oggetti che cadono: (a) un oggetto di 2 kg che si trova 5 cm al di sopra del pavimento, (b) un oggetto di 2 kg che si trova 120 cm al di sopra del pavimento, (c) un oggetto di 3 kg che si trova 120 cm al di sopra del pavimento e (d) un oggetto di 3 kg che si trova 80 cm al di sopra del pavimento. Elenca per primo il caso con l'accelerazione maggiore. Se alcuni sono uguali segnalalo nell'elenco. **(ii)** Classifica le forze di gravità sugli stessi oggetti elencando quello con il valore maggiore per primo. **(iii)** Classifica le energie potenziali gravitazionali (dei sistemi oggetto-Terra) per gli stessi oggetti, assumendo $y = 0$ a livello del suolo ed elenca per primo il caso con il valore maggiore.

16. Un carrello viene messo in moto su un tavolo orizzontale con la stessa velocità ad ogni esperimento. Se finisce in un mucchio di sabbia, il carrello esercita sulla sabbia una forza orizzontale media di 6 N e percorre una distanza di 6 cm prima di arrestarsi. Se invece il carrello finisce in un mucchio di ghiaia sul quale il carrello esercita una forza media orizzontale di 9 N, quale distanza percorrerà prima di arrestarsi? (a) 9 cm (b) 6 cm (c) 4 cm (d) 3 cm (e) nessuna delle risposte precedenti.

DOMANDE CONCETTUALI

1. Uno studente ha l'idea che il lavoro totale compiuto su un oggetto sia uguale alla sua energia cinetica finale. Questa idea è vera sempre, qualche volta, oppure mai? Se è vera talvolta, lo è in quali circostanze? Se è vera sempre oppure mai spiegarne il motivo.

2. Fare due esempi in cui una forza agisce su un corpo senza compiere alcun lavoro.

3. Una molla uniforme ha una data costante elastica k . La molla viene tagliata a metà. Qual è la relazione tra k e la costante elastica k' di ciascuna delle due molle più piccole? Spiega il tuo ragionamento.

4. L'oggetto 1 spinge il corpo 2 mentre si muovono solidalmente, come un bulldozer che spinge una pietra. Si assume che il corpo 1 faccia 15.0 J di lavoro sul corpo 2. Il corpo 2 compie lavoro sul corpo 1? Spiega la tua risposta. Se possibile determina quanto lavoro viene fatto e spiega il tuo ragionamento.

5. L'energia cinetica può essere negativa? Spiega.

6. Discuti il lavoro compiuto da un lanciatore che lancia una palla da baseball. Per quale distanza la forza agisce durante il lancio della palla?

7. Una forza normale può compiere lavoro? Se no, perché? Se è così, fai un esempio.

8. Stai mettendo negli scaffali dei libri in una libreria. Sollevi un libro dal pavimento allo scaffale più alto. L'energia cinetica del libro sul pavimento era zero, e tale rimane quando è posto sullo scaffale, pertanto non vi è variazione di energia cinetica durante il processo, tuttavia hai compiuto del lavoro nel sollevare il libro. Questo costituisce una violazione del teorema dell'energia cinetica? Spiega.

9. L'energia cinetica di un oggetto dipende dal sistema di riferimento nel quale viene misurato il moto? Fornisci un esempio per provare questa affermazione.

10. Se su una particella agisce una singola forza, essa necessariamente produrrà una variazione (a) dell'energia cinetica (b) della velocità della particella?

11. Discuti se viene compiuto lavoro da uno dei seguenti agenti, e, nel caso, se il lavoro sia positivo o negativo. (a) una gallina razzola il terreno (b) una persona che studia (c) una gru che solleva un secchio di cemento (d) la forza gravitazionale che agisce sul secchio al punto (e) i muscoli delle gambe di una persona nell'atto di sedersi.

12. (a) Per quali valori dell'angolo θ tra due vettori il loro prodotto scalare risulta positivo? (b) per quali valori di θ il loro prodotto scalare è negativo?

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 6.2 Lavoro svolto da una forza costante

1. Nel 1990, il belga Walter Arfeuille sollevò un oggetto di massa 281.5 kg per una distanza di 17.1 cm utilizzando solamente i suoi denti. (a) Quanto lavoro ha compiuto Arfeuille durante questo sollevamento assumendo che l'oggetto sia stato sollevato a velocità costante? (b) Quale forza totale è stata esercitata sui denti di Arfeuille durante il sollevamento?

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Il record del numero di sollevamenti di una barca con a bordo i suoi 10 membri dell'equipaggio è stato ottenuto dagli svedesi Sami Heinonen e Juha Räsänen nel 2000. Essi hanno sollevato una massa totale di 653.2 kg per

approssimativamente 4 pollici al di sopra del terreno per 24 volte. Fate una stima del lavoro compiuto dai due uomini sulla barca in questo record di sollevamento, ignorando il lavoro negativo compiuto dai due uomini durante la deposizione della barca al suolo.

- 3.** Un blocco di massa $m = 2.50 \text{ kg}$ viene spinto per una distanza $d = 2.20 \text{ m}$ lungo un tavolo orizzontale liscio da una forza costante di modulo $F = 16.0 \text{ N}$ diretta secondo un angolo $\theta = 25.0^\circ$ al di sotto dell'orizzontale, come mostrato in Figura P6.3. Determinare il lavoro svolto sul blocco (a) dalla forza applicata, (b) dalla forza normale esercitata dal tavolo, (c) dalla forza di gravità e (d) dalla forza risultante sul blocco.

VISUALIZZA SOLUZIONE

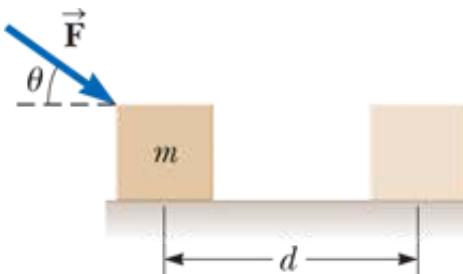


FIGURA P6.3

- 4.** Una goccia di pioggia ($m = 3.35 \times 10^{-5} \text{ kg}$) cade verticalmente a velocità costante sotto l'azione della gravità e della resistenza dell'aria. Assimilare la goccia ad una particella. Dopo una caduta di 100 m , qual è il lavoro compiuto (a) dalla forza di gravità e (b) dalla resistenza dell'aria sulla goccia?

- 5.** Spiderman, la cui massa è 80.0 kg , è assicurato all'estremità libera di una fune, lunga 12.0 m , fissata con l'altra estremità ad un grosso ramo d'albero. Egli è in grado di imprimere un'oscillazione alla fune, in modo da raggiungere il davanzale di una finestra, quando la fune forma un angolo di 60.0° con la verticale. Determinare il lavoro compiuto dalla forza di gravità su Spiderman durante questa impresa.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 6.** Un cliente di un supermercato spinge il carrello con una forza di 35.0 N diretta a un angolo di 25.0° verso il basso rispetto all'orizzontale. La forza è appena sufficiente a bilanciare la varie forze di attrito di modo che il carrello si possa muovere a velocità costante. (a) Trovare il lavoro compiuto dal cliente nel percorrere un corridoio di 50.0 m di lunghezza. (b) Qual è il lavoro totale compiuto da tutte le forze agenti sul carrello? Perché? (c) Il cliente gira nel corridoio successivo e spinge il carrello orizzontalmente mantenendo la stessa velocità che aveva in precedenza. Se la forza di attrito non è cambiata, la forza esercitata dal cliente sarà più grande, più piccola oppure uguale? (d) Quanto sarà il lavoro compiuto dal cliente sul carrello?

7. Il vettore \vec{A} ha un modulo di 5.00 unità mentre il vettore \vec{B} ha un modulo pari a 9.00 unità. I due vettori formano un angolo di 50.0° tra di loro. Calcolare $\vec{A} \cdot \vec{B}$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

8. Dimostra che per due vettori \vec{A} e \vec{B} qualsiasi $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$.
Suggerimento: scrivi i vettori \vec{A} e \vec{B} utilizzando i versori ed usa le Equazioni 6.4 e 6.5.

Nota: nei problemi da 9 fino a 12 calcolare le risposte numeriche con tre cifre significative.

9. La forza $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j})\text{N}$ agisce su di una particella che subisce uno spostamento pari a $\Delta\vec{r} = (3\hat{i} + \hat{j})\text{ m}$. Trovare (a) il lavoro compiuto dalla forza sulla particella e (b) l'angolo tra \vec{F} e $\Delta\vec{r}$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

10. Trovare il prodotto scalare dei vettori in Figura P6.10.

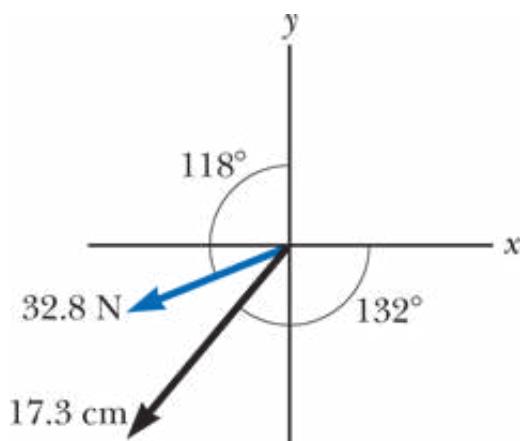


FIGURA P6.10

11. Per $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ e $\vec{C} = 2\hat{j} - 3\hat{k}$, trovare $\vec{C} \cdot (\vec{A} - \vec{B})$

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

12. Utilizzando la definizione di prodotto scalare determinare l'angolo tra (a)

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} \text{ e } \vec{B} = 4\hat{i} - 4\hat{j}, \quad (\text{b}) \quad \vec{A} = -2\hat{i} + 4\hat{j} \text{ e } \vec{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} \quad (\text{c})$$

$$\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k} \text{ e } \vec{B} = 3\hat{j} + 4\hat{k},$$

13. Sia \vec{B} un vettore di modulo 5.00 m che forma un angolo di 60.0° . Sia \vec{C} un vettore dallo stesso modulo di \vec{A} e che forma un angolo di 25.0° superiore a quello formato da \vec{A} . Sia $\vec{A} \cdot \vec{B} = 30.0 \text{ m}^2$ e $\vec{B} \cdot \vec{C} = 35.0 \text{ m}^2$. Determinare il modulo e la direzione di \vec{A} .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 6.4 Lavoro svolto da una forza variabile

14. La forza agente su di una particella varia come mostrato in Figura P6.14. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza sulla particella quando essa si muove (a) da $x = 0$ ad $x = 8.00 \text{ m}$, (b) da $x = 8.00 \text{ m}$ ad $x = 10.0 \text{ m}$, e (c) da $x = 0$ ad $x = 10.0 \text{ m}$.

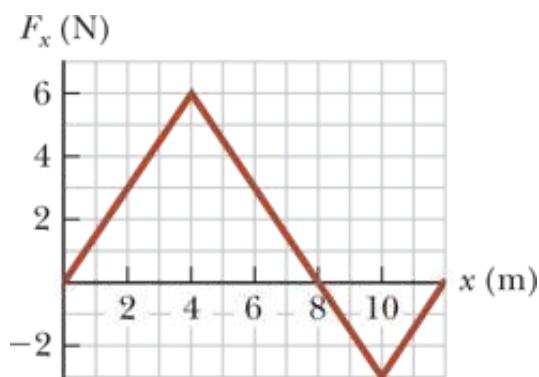


FIGURA P6.14

15. Una particella è soggetta a una forza F_x che varia con la posizione come in Figura P6.15. Trovare il lavoro svolto dalla forza sulla particella quando si muove (a) da $x = 0$ a $x = 5.00 \text{ m}$, (b) da $x = 5.00 \text{ m}$ a $x = 10.0 \text{ m}$ e (c) da $x = 10.0 \text{ m}$ a $x = 15.0 \text{ m}$. (d) Qual è il lavoro totale svolto dalla forza lungo lo spostamento da $x = 0$ a $x = 15.0 \text{ m}$?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

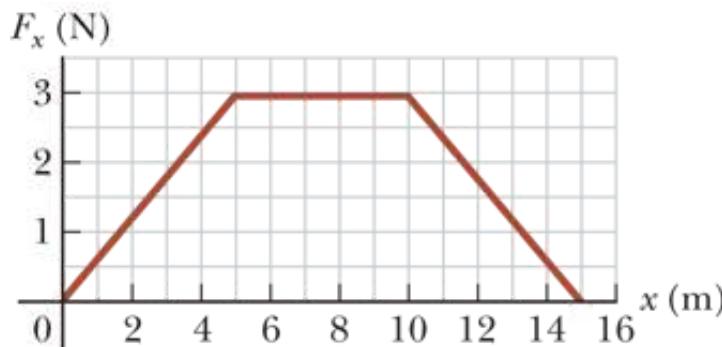


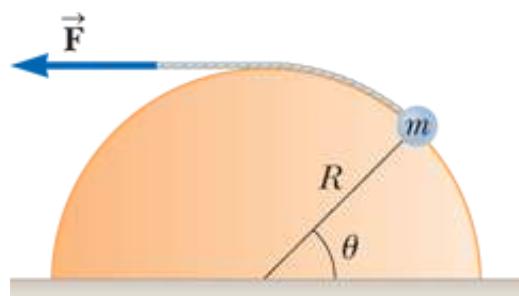
FIGURA P6.15 Problemi 15 e 32

16. La forza che agisce su una particella è data da: $F_x = (8x - 16)$, con F espressa in Newton e x espressa in m. (a) Tracciare un grafico di questa forza in funzione di x nell'intervallo da $x = 0$ a $x = 3.00$ m. (b) Dal grafico trovare il lavoro totale svolto da questa forza quando la particella si muove da $x = 0$ a $x = 3.00$ m.

17. Quando una massa di 4.00 kg è appesa verticalmente a una molla di massa trascurabile che obbedisce alla legge di Hooke, la molla si allunga di 2.50 cm. Se si toglie la massa di 4.00 kg, (a) di quanto si allungherà la molla se si sospende ad essa una massa di 1.50 kg e (b) quanto lavoro deve compiere un agente esterno per allungare la stessa molla di 4.00 cm dalla sua posizione di equilibrio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Un piccolo oggetto di massa m è tirato alla sommità di una superficie semicilindrica priva di attrito (di raggio R) da una fune che passa sopra la sommità del cilindro così com'è illustrato in Figura P6.18. (a) Se l'oggetto si muove con velocità costante (in modulo), mostrare che $F = mg \cos \theta$. (*Suggerimento:* se l'oggetto si muove con velocità costante, la componente della sua accelerazione tangente al cilindro deve essere zero in ogni istante). (b) Integrando direttamente $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$, trovare il lavoro compiuto per spostare l'oggetto dalla parte più bassa alla più alta del semicilindro.

**FIGURA P6.18**

19. Una molla di massa trascurabile con costante elastica 1200 N/m è appesa ad un supporto in alto. Al suo estremo inferiore è appesa una seconda molla con costante elastica 1800 N/m. Un oggetto di massa 1.50 kg è appeso in quiete all'estremo inferiore della seconda molla. (a) Trovare la distanza di estensione totale della coppia di molle. (b) Trovare la costante elastica efficace del sistema costituito dalla coppia di molle. Le due molle si dicono in serie.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Una molla di massa trascurabile con costante elastica k_1 è appesa ad un supporto in alto. Al suo estremo inferiore è appesa una seconda molla con costante elastica k_2 . Un oggetto di massa m è appeso in quiete all'estremo inferiore della seconda molla. (a) Trovare la distanza di estensione totale della

coppia di molle. (b) Trovare la costante elastica efficace del sistema costituito dalla coppia di molle.

21. Un distributore di vassoi in una mensa sostiene una pila di vassoi appoggiati su una mensola che è sospesa mediante quattro molle a spirale identiche sotto tensione, una per ogni angolo della mensola. Ogni vassoio, di massa 580 g, è rettangolare (45.3 cm × 35.6 cm) ed è spesso 0.450 cm. (a) Dimostrare che il vassoio superiore nella pila può essere sempre alla stessa altezza dal pavimento, indipendentemente dal numero di vassoi nel distributore. (b) Trovare la costante elastica che ciascuna delle quattro molle deve avere perché il distributore funzioni in questa comoda maniera. (c) C'è qualche dato fornito non necessario per questo problema?

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Una molla di massa trascurabile di costante elastica 3.85 N/m viene compressa di 8.00 cm mentre viene mantenuta tra un blocco di massa 0.250 kg a sinistra ed un blocco di massa 0.500 kg sulla destra essendo entrambi appoggiati su di una superficie orizzontale. La molla esercita una forza su ciascuno dei due blocchi e tende a separare i due blocchi. I blocchi vengono lasciati liberi da fermi simultaneamente. Determinare l'accelerazione iniziale di ciascun blocco considerando che il coefficiente di attrito tra ciascun blocco e la superficie sia (a) 0, (b) 0.100 o (c) 0.462.

23. In un sistema di controllo, un accelerometro consiste di un oggetto di 4.70 g che scorre su una rotaia orizzontale calibrata. Una molla di massa trascurabile collega l'oggetto ad una flangia posta ad una delle estremità del binario. Lubrificante posto sul binario rende l'attrito statico trascurabile ma nel contempo smorza rapidamente le vibrazioni dell'oggetto che scorre. Quando viene sottoposto ad un'accelerazione costante di 0.800g, l'oggetto dovrebbe trovarsi ad una distanza di 0.500 cm dalla sua posizione di equilibrio. Determinare la costante di forza della molla necessaria per rendere corretta la calibrazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Un arciere tende la corda del suo arco di 0.400 m all'indietro, esercitando una forza che cresce uniformemente da zero a 230 N. Determinare (a) l'equivalente costante elastica dell'arco, assimilato a una molla; (b) il lavoro compiuto sull'arco.

25. Una molla di lunghezza a riposo di 35.0 cm obbedisce alla legge di Hooke. Quando un'estremità è collegata alla parte superiore del telaio di una porta ed un oggetto di 7.50 kg è appeso all'altra estremità, la lunghezza della molla risultante è di 41.5 cm. (a) Determina la costante di forza. (b) Il peso e la molla vengono rimossi e due persone tirano in verso opposto alle estremità della molla, ciascuno esercitando una forza di 190 N. Determinare la lunghezza della molla in queste condizioni.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

26. Esprimere le unità di misura della costante di forza di una molla nelle unità di misura fondamentali del SI.

27. Un vagone merci di 6 000 kg si muove liberamente su un binario con attrito trascurabile. Il vagone viene arrestato da una combinazione di due molle elicoidali, come illustrato in Figura P6.27 (pag. 188). Ambedue le molle obbediscono alla legge di Hooke con $k_1 = 1\,600 \text{ N/m}$ e $k_2 = 3\,400 \text{ N/m}$. Dopo che la prima molla si è compressa di 30.0 cm, la seconda molla agisce insieme alla prima per aumentare la forza durante un'ulteriore compressione, com'è mostrato nel grafico. Se il vagone si ferma 50.0 cm dopo il primo contatto col sistema delle due molle, trovare la sua velocità iniziale.

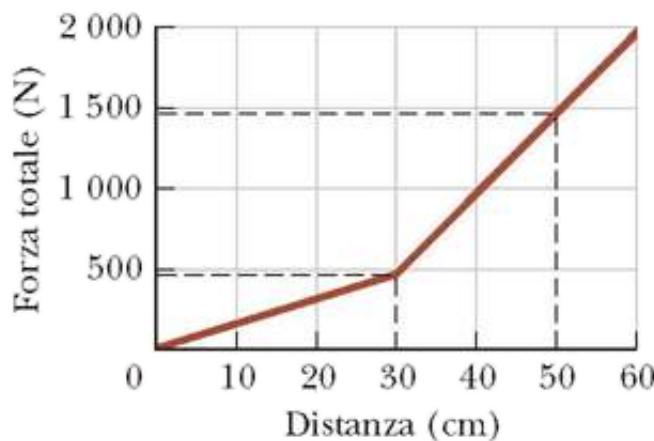
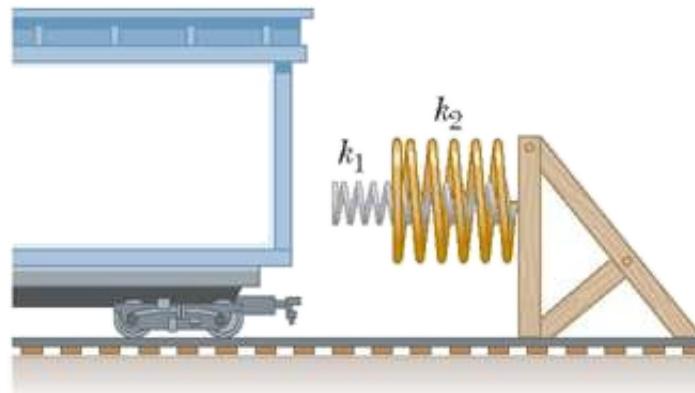
[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FIGURA P6.27

28. Un proiettile di 100 g è sparato da un fucile con una canna lunga 0.600 m. Assumendo che l'origine sia posta dove il proiettile inizia a muoversi, la forza (in newton) esercitata sul proiettile dai gas che si espandono è $15\,000 + 10\,000x - 25\,000x^2$, dove x è espresso in metri. (a) Determinare il lavoro compiuto dal gas sul proiettile mentre il proiettile attraversa la lunghezza della canna. **E se?** (b) Se la canna fosse lunga 1.00 m, quanto lavoro verrebbe svolto e (c) come sarebbe rispetto al lavoro calcolato in (a)?

29. Una forza $\vec{F} = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$, dove \vec{F} è espressa in Newton, x e y in metri, agisce su un oggetto mentre esso si muove lungo la direzione x , portandosi dall'origine a $x = 5.00$ m. Calcolare il lavoro $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ svolto dalla forza sull'oggetto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 6.5 Energia cinetica e teorema dell'energia cinetica

30. Problema di ricapitolazione. Un proiettile di massa 7.80 g che si muove alla velocità di 575 m/s colpisce la mano di un super-eroe provocandone lo spostamento di 5.50 cm nella direzione di moto del proiettile prima di arrestarsi. (a) Utilizza considerazioni sull'energia ed il lavoro per determinare il valore della forza media che fa fermare il proiettile. (b) Assumendo la forza costante, determina quanto tempo passa tra l'istante in cui il proiettile colpisce la mano e l'istante in cui il proiettile si ferma.

31. Una particella di 0.600 kg ha una velocità di 2.00 m/s nel punto A e un'energia cinetica di 7.50 J nel punto B. Qual è (a) la sua energia cinetica nel punto A e (b) la sua velocità nel punto B? (c) Qual è il lavoro totale svolto sulla particella quando essa si sposta da A a B?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Una particella di massa 4.00 kg è sottoposta ad una forza dipendente dalla posizione come illustrato in Figura P6.15. La particella parte da ferma in $x = 0$. Quale sarà la sua velocità in $x = 5.00$ m, (b) $x = 10.0$ m e (c) $x = 15.0$ m?

33. Un oggetto di massa 3.00 kg ha una velocità iniziale $(6.00\hat{i} + 2.00\hat{j})$ m/s. (a) Quanto vale la sua energia cinetica in questo istante? (b) Calcolare il lavoro totale compiuto sull'oggetto se la sua velocità varia assumendo il valore $(8.00\hat{i} + 4.00\hat{j})$ m/s. (Suggerimento: si ricordi che $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$).

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Problema di ricapitolazione. Si può pensare al teorema dell'energia cinetica come una seconda teoria del moto, (d) Assumi ora che il proiettile sia una particella in moto uniformemente accelerato. Determinare l'accelerazione costante del proiettile che parte dalla quiete e raggiunge la velocità di 780 m/s su una distanza di 72.0 cm. (e) Descrivendo il proiettile come una particella

sottoposto ad una forza risultante diversa da zero, determinare la forza risultante che agisce su di esso dalla. (f) Quali conclusioni si possono trarre dal confronto dei risultati ai punti (c) ed (e)?

35. Un battipalo di massa 2 100 kg viene usato per conficcare nel terreno un palo d'acciaio. La massa del battipalo viene lasciata cadere da ferma da un'altezza di 5.00 m rispetto alla sommità del palo di acciaio e lo conficca per 12.0 cm nel terreno, prima di fermarsi. Mediante considerazioni energetiche, si determini la forza media esercitata dal palo sulla massa, fino a quando essa si ferma.

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Un lavoratore che sta spingendo una cassa di 35.0 kg a velocità costante per 12.0 m su un pavimento di legno compie un lavoro pari a 350 J applicando alla cassa una forza orizzontale costante di modulo F . (a) Determinare il valore di F . (b) Se il lavoratore ora applica una forza maggiore di F , descrivere il moto successivo della cassa. (c) Descrivere cosa succederebbe alla cassa se la forza applicata fosse inferiore ad F .

37. Problema di ricapitolazione. Un oggetto di massa 5.75 kg passa dall'origine al tempo $t = 0$ in modo che la componente x della sua velocità è 5.00 m/s mentre la sua componente y vale -3.00 m/s. (a) Qual è l'energia cinetica del corpo in questo istante? (b) All'istante successivo 2.00 s, la particella si trova in $x = 8.50$ m ed $y = 5.00$ m. Quale forza costante ha agito sul corpo durante questo intervallo di tempo? (c) Qual è la velocità della particella a $t = 2.00$ s?

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. Problema di ricapitolazione. In un microscopio elettronico è alloggiato un cannone elettronico che contiene due piatti metallici carichi distanti 2.80 cm. Un campo elettrico accelera ogni elettrone del fascio dalla quiete fino al 9.60% della velocità della luce. (a) Determina l'energia cinetica dell'elettrone quando abbandona il cannone. Gli elettroni trasportano questa energia ad uno schermo dove si trovano dei fosfori luminescenti formando così l'immagine. Per ogni elettrone che attraversa i piatti del cannone elettronico determina (b) il modulo della forza elettrica costante che agisce sull'elettrone e (d) l'intervallo di tempo impiegato dagli elettroni ad attraversare i piatti.

Paragrafo 6.6 Energia potenziale di un sistema

39. Una pietra di massa 0.20 kg viene mantenuta ad 1.3 m al di sopra della superficie libera dell'acqua contenuta in un pozzo dove successivamente viene lasciato cadere. Il pozzo ha una profondità di 5.0 m. Relativamente alla superficie libera dell'acqua, qual è l'energia potenziale gravitazionale del sistema pietra-Terra (a) prima che la pietra venga rilasciata e (b) quando raggiunge il fondo del pozzo? (c) Qual è la variazione di energia potenziale gravitazionale del sistema dal rilascio fino al raggiungimento del fondo del pozzo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Un bambino di peso 400 N è su un'altalena sostenuta da un paio di corde di lunghezza pari a 2.00 m. Determinare l'energia potenziale gravitazionale del sistema bambino-Terra relativamente alla posizione più bassa quando (a) le corde sono orizzontali, (b) le corde formano un angolo di 30.0° con la verticale e (c) il bambino è nel punto più basso dell'arco di circonferenza.

41. Il vagone di un ottovolante di 1 000 kg, si trova inizialmente nel punto più alto di una salita, indicato come A. Si muove quindi di 135 piedi ad un angolo di 40.0° sotto l'orizzontale, verso un punto ad altezza inferiore, denotato dalla lettera B. (a) Scegliere come punto di energia potenziale gravitazionale nulla del sistema vagone-Terra il punto B. Determinare l'energia potenziale del sistema quando il vagone si trova nei punti A e B e la variazione di energia potenziale quando il vagone si muove tra questi due punti. (b) Ripetere la parte (a) ponendo a zero l'energia potenziale quando il vagone si trova nel punto A.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 6.7 Forze conservative e non conservative

42. Una particella di massa 4.00 kg si muove dall'origine al punto C, di coordinate $x = 5.00$ m e $y = 5.00$ m (Fig. P6.42). Una forza sulla particella è la forza di gravitazione, diretta secondo l'asse y negativo. Utilizzando l'Equazione 6.3 determinare il lavoro compiuto dalla forza di gravità sulla particella quando questa si muove da O a C lungo (a) il percorso viola, (b) il percorso rosso (c) il percorso blu. I tuoi risultati dovrebbero essere tutti identici. Perché?

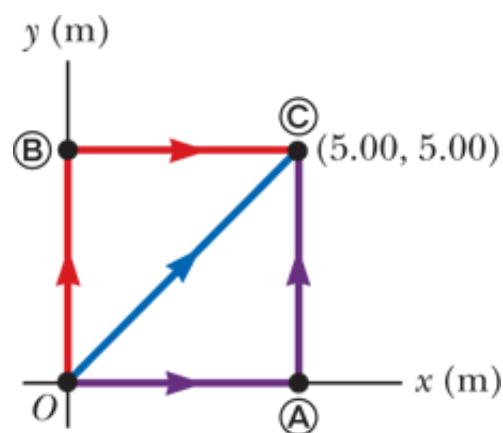


FIGURA P6.42 Problemi dal 42 al 45.

43. Una forza che agisce su una particella che si muove su di un piano xy è definita da $\vec{F} = (2y\hat{i} + x^2\hat{j})$, dove \vec{F} è espressa in newton, x ed y in metri. La particella si muove dall'origine fino ad una posizione finale di coordinate $x = 5.00$ m e $y = 5.00$ m, come mostrato in Figura P6.42. Calcola il lavoro compiuto da F sulla particella quando si muove (a) lungo il percorso viola (b) il percorso rosso e (c) il percorso blu. (d) F è una forza conservativa o non conservativa? (e) Spiega la tua risposta al punto (d).

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

44. (a) Supponi che una forza costante agisca su di un oggetto. La forza non dipende dal tempo né dalla posizione, né dalla velocità dell'oggetto. Parti dalla definizione generale di lavoro

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

e mostra come la forza sia conservativa. (b) Come caso speciale considera che la forza $\vec{F}(3\hat{i} + 4\hat{j})$ N agisca su di una particella che si muove da O a C in Figura P6.42. Calcola il lavoro svolto da \vec{F} sulla particella durante il moto lungo i tre percorsi mostrati in figura e mostra che il lavoro compiuto lungo di essi è identico.

45. Un oggetto si muove sul piano xy in Figura P6.42 ed è sottoposto ad una forza di attrito di modulo costante e pari a 3.00 N, che agisce in direzione opposta alla velocità dell'oggetto. Calcola il lavoro che devi compiere per far scivolare l'oggetto a velocità costante contro la forza di attrito quando l'oggetto si muove lungo (a) il percorso viola da O ad A seguito dal ritorno ad O lungo lo stesso percorso (b) il percorso viola da O a C seguito dal ritorno ad O lungo il percorso blu e (c) il percorso blu da O a C seguito dal percorso di ritorno lungo lo stesso percorso blu. (d) Tutte e tre le tue risposte dovrebbero essere diverse da zero. Cosa significa questo risultato?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 6.8 Relazione tra forze conservative ed energia potenziale

46. L'energia potenziale di un sistema di due particelle separate da una distanza r è data da $U(r) = A/r$, dove A è una costante. Calcola la forza radiale \vec{F} , che ciascuna particella esercita sull'altra.

47. Una forza conservativa agisce su una particella di massa 5.00 kg come risultato delle interazioni con il resto del sistema. L'equazione $F_x = 2x + 4$ descrive la forza, dove F_x è espresso in Newton ed x in metri. Se la particella si muove lungo l'asse x da $x = 1.00$ m ad $x = 5.00$ m, calcolare (a) il lavoro compiuto da questa forza sulla particella (b) la variazione dell'energia potenziale del sistema e (c) l'energia cinetica della particella in $x = 5.00$ m se la sua velocità è 3.00 m/s ad $x = 1.00$ m.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

48. La funzione energia potenziale di un sistema su cui agisce una forza in due dimensioni ha la forma $U = 3x^3y - 7x$. Determinare la forza che agisce nel punto (x, y) .

49. Perché la seguente situazione è impossibile? Un libraio solleva un libro dal pavimento fino ad uno scaffale posto in alto, compiendo 20.0 J di lavoro nel processo di sollevamento. Come si volta, il libro cade dallo scaffale. La forza di gravità compie un lavoro pari a 20.0 J durante la caduta. Siccome il lavoro compiuto è pari a $20.0\text{ J} + 20.0\text{ J} = 40.0\text{ J}$, il libro raggiunge il pavimento con una energia cinetica pari a 40.0 J.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 6.9 Energia potenziale per le forze gravitazionale ed elettrica

50. Un sistema è formato da tre particelle, ciascuna di massa 5.00 g, situate agli angoli di un triangolo equilatero con lati di 30.0 cm. (a) Calcolare l'energia potenziale che descrive le interazioni gravitazionali all'interno del sistema. (b) Se le particelle vengono rilasciate simultaneamente, dove collideranno?

51. Un satellite della Terra ha una massa di 100 kg e si trova ad un'altezza di 2.00×10^6 m. (a) Qual è l'energia potenziale del sistema satellite-Terra? (b) Qual è il modulo della forza gravitazionale esercitata dalla Terra sul satellite? (c) Quale forza esercita il satellite sulla Terra?

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. Quanta energia è necessaria per spostare un oggetto di massa 1 000 kg dalla superficie della Terra ad un'altezza pari a due volte il raggio della Terra?

53. Un proiettile viene lanciato verso l'alto dalla superficie terrestre con una velocità di 10.0 km/s. A quale altezza potrà arrivare? Trascura l'attrito dell'aria.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 6.10 Diagrammi di energia ed equilibrio di un sistema

54. Per la curva di energia potenziale mostrata in Figura P6.54 (pag. 190) (a) determina se la forza F_x è positiva, negativa o nulla nelle cinque posizioni indicate. (b) Indicare i punti di equilibrio stabile, instabile, e indifferente. (c) Disegnare la curva di F_x in funzione di x da $x = 0$ a $x = 9.5$ m.

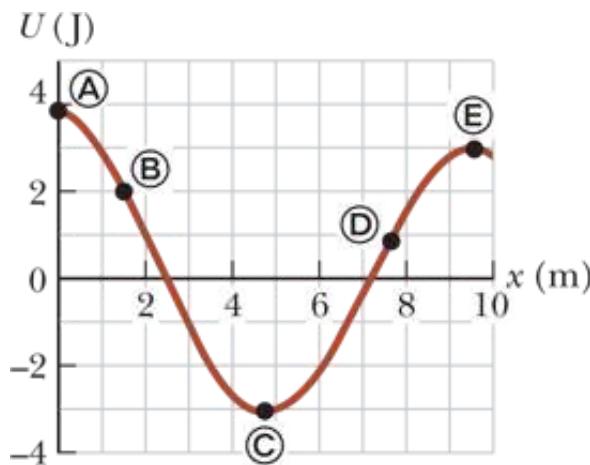


FIGURA P6.54

- 55.** Un cono circolare retto può essere bilanciato, in linea di principio, su una superficie orizzontale in tre modi. Disegna queste configurazioni di equilibrio ed identificalle come posizioni di equilibrio stabile, instabile o indifferente.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 6.11 Connessione al contesto: energia potenziale nei carburanti

Nota: la potenza verrà definita nel Paragrafo 7.6 come la velocità con cui viene trasferita l'energia, con l'unità di misura del watt (W) equivalente ad 1 J/s. Pertanto un kilo-watt-ora (kWh) è un'unità di misura dell'energia.

- 56.** La potenza trasportata dalla luce proveniente dal Sole che raggiunge la superficie terrestre durante un giorno limpido ai tropici è pari a 1 000 W. In un giorno invernale in Manitoba, la densità di potenza della luce del Sole può essere dell'ordine di 100 W/m². Molte delle attività umane sono caratterizzate da una potenza per unità di superficie uguale o inferiore a 10² W/m². (a) Si consideri, ad esempio, una famiglia di quattro persone che paga 66 \$ alla compagnia elettrica ogni 30 giorni per un consumo di 600 kWh di energia elettrica fornita alla casa, di dimensioni pari a 13.0 m per 9.50 m. Calcolare la potenza per unità di superficie utilizzata dalla famiglia. (b) Si consideri un'auto larga 2.10 m e lunga 4.90 m che viaggia alla velocità di 55.0 mi/h ed utilizza benzina con "calore di combustione" pari a 44.0 MJ/kg e con un consumo di 25.0 mi/gal. Un gallone di benzina ha una massa di 2.54 kg. Determinare la potenza per unità di area utilizzata dalla macchina. (c) Spiegare perché l'uso diretto dell'energia solare non è praticabile per fare muovere un'auto convenzionale. (d) Quali usi dell'energia solare sono più pratici?

- 57.** Riguardo alla fonte di energia per un'automobile, l'energia per unità di massa del carburante è un parametro importante. Secondo quanto riportato nel capitolo del testo, il "calore di combustione" o energia per unità di massa immagazzinata è abbastanza simile per benzina, etanolo, gasolio, olio per cucina, metano e propano. Per allargare la prospettiva, confrontare le energie per unità di massa in Joule per kilogrammo di benzina, batterie al piombo, idrogeno e fieno. Classificare questi quattro combustibili in ordine di densità di energia crescente e determinare il fattore di aumento tra ciascuno di essi ed il successivo. L'idrogeno ha il "calore di combustione" pari a 142 MJ/kg. Per il legno, il fieno e vegetali essiccati in generale, questo parametro vale 17 MJ/kg. Una batteria al piombo del peso di 16.0 kg a piena carica è in grado di fornire 1 200 W per 1.0 h.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

58. Quando un oggetto viene spostato di una quantità x rispetto alla posizione di equilibrio stabile, su di esso agisce una forza di richiamo che tende a ripristinare la posizione di equilibrio dell'oggetto. L'espressione della forza di richiamo può dipendere da x in modo complesso. In questi casi, possiamo immaginare di esprimere la forza $F(x)$ in termini di una serie di potenze di x come $F(x) = -(k_1x + k_2x^2 + k_3x^3 + \dots)$. Il primo termine rappresenta la legge di Hooke, che rappresenta la forza esercitata da una molla per piccoli spostamenti. Per piccoli spostamenti dalla posizione di equilibrio in generale si trascurano i termini di ordine superiore, ma in alcuni casi potrebbe essere necessario tenere conto anche del secondo termine. Se descriviamo la forza come $F = -(k_1x + k_2x^2)$ quanto lavoro viene compiuto su un oggetto nello spostarlo da $x = 0$ ad $x = x_{\max}$ da una forza applicata $-F$?

59. (a) Assumi che sia $U = 5$ per un sistema con una particella in $x = 0$ e calcola l'energia potenziale del sistema in funzione della posizione della particella. La forza sulla particella è data da $(8e^{-2x}) (8e^{-2x})\hat{i}$. (b) Determina se la forza è conservativa o meno e spiegane il motivo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Perché la seguente situazione è impossibile? In un nuovo casinò viene introdotto un flipper sovradimensionato. Una pubblicità del casinò proclama che un giocatore di basket professionista può coricarsi sopra la macchina senza che la sua testa o i suoi piedi sporgano dalle estremità. Il sistema di lancio delle palle della macchina invia palle metalliche verso l'alto su un lato della macchina e quindi le mette in gioco. La molla del sistema di lancio (Fig. P6.60) ha una costante di forza di 1.20 N/cm. La superficie su cui si muove la palla è inclinata ad un angolo $\beta = 10.0^\circ$ rispetto all'orizzontale. La molla viene inizialmente compressa alla massima distanza $d = 5.00$ cm. Una palla di massa 100 g viene messa in gioco azionando il sistema di lancio. I visitatori del casinò trovano entusiasmante il gioco con la macchina gigante.

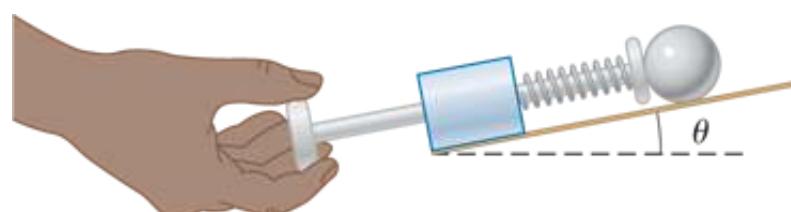


FIGURA P6.60

61. Un piano inclinato di un angolo $\theta = 20.0^\circ$ ha una molla di costante elastica 500 N/m saldamente assicurata al fondo, in modo che la molla sia parallela alla superficie, come mostrato in Figura P6.61. Un blocco di massa $m = 2.50$ kg viene posto sul piano ad una distanza $d = 0.300$ m dalla molla. Da questa posizione il blocco viene lasciato cadere verso il basso verso la molla con velocità $v = 0.750$

m/s. Di quanto viene compressa la molla quando il blocco si arresta momentaneamente?

VISUALIZZA SOLUZIONE

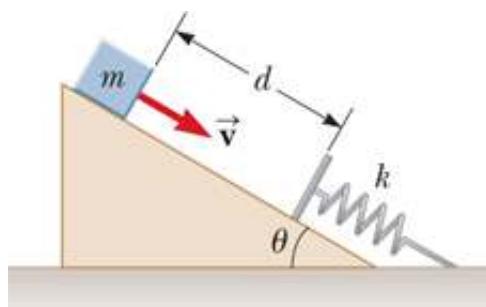


FIGURA P6.61 Problemi 61 e 62.

62. Un piano inclinato di un angolo θ ha una molla di costante elastica k saldamente assicurata al fondo, in modo che la molla sia parallela alla superficie. Un blocco di massa m viene posto sul piano ad una distanza d dalla molla. Da questa posizione il blocco viene lasciato cadere verso il basso verso la molla con velocità v , come mostrato in Figura P6.61. Di quanto viene compressa la molla in corrispondenza del punto di arresto momentaneo del blocco?

63. Problema di ricapitolazione. Un giocatore di baseball nel ruolo di esterno lancia una palla di massa 0.150 kg ad una velocità di 40.0 m/s ed un angolo iniziale di 30.0° rispetto all'orizzontale. Quanto è l'energia cinetica nel punto più alto della traiettoria?

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. La costante elastica di una molla che fa parte delle sospensioni di un'auto aumenta all'aumentare del carico, grazie ad un avvolgimento il cui diametro aumenta andando verso il basso e gradualmente diminuisce verso l'alto. Il risultato è una guida più morbida su strade normali grazie agli avvolgimenti più larghi, e d'altra parte l'auto non provoca la compressione completa dell'ammortizzatore quando entra in una buca perché, quando gli avvolgimenti inferiori si comprimono completamente, gli avvolgimenti più rigidi in prossimità della parte superiore assorbono il carico. La forza esercitata dalla molla si può rappresentare con l'espressione empirica $F = ax^b$. Per una molla rastremata che si comprime di 12.9 cm sotto un carico di 1 000 N e di 31.5 cm sotto un carico di 5 000 N (a) calcolare le costanti a e b nell'equazione empirica per F e (b) determinare il lavoro necessario per comprimere la molla di 25.0 cm.

65. Problema di ricapitolazione. Una molla di massa trascurabile ha una lunghezza a riposo di 15.5 cm. Essa è descritta dalla legge di Hooke con costante elastica di 4.30 N/m. Un'estremità della molla è fissata ad un'asse verticale mentre l'altra estremità è collegata ad un disco di massa m che si muove senza attrito su una superficie orizzontale. Il disco viene messo in movimento lungo una circonferenza con un periodo di 1.30 s. (a) Determinare l'estensione della molla x in funzione della massa m . Valutare x per (b) $m = 0.070$ o kg, (c) $m = 0.140$ kg, (d) $m = 0.180$ kg ed (e) $m = 0.190$ kg. (f) Descrivere la dipendenza di x da m .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

66. La funzione energia potenziale per un sistema di particelle è data da $U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$, dove x rappresenta la posizione di una particella del sistema. (a) Determinare la forza F_x che agisce sulla particella in funzione di x . (b) Per quale valore di x la forza risulta nulla? (c) Riportare in grafico $U(x)$ in funzione di x e F_x in funzione di x ed indicare i punti di equilibrio stabile ed instabile.

67. Problema di ricapitolazione. Due forze costanti agiscono su un oggetto di massa $m = 5.00 \text{ kg}$ che si muove nel piano xy come mostrato in Figura P6.67. La forza \vec{F}_1 di modulo 25.0 N forma un angolo di 35.0° rispetto all'asse x mentre la forza \vec{F}_2 , di modulo 42.0 N forma un angolo di 150° . All'istante $t = 0$ l'oggetto si trova nell'origine ed ha velocità $(4.00\hat{i} + 2.50\hat{j}) \text{ m/s}$. (a) Esprimi le due forze utilizzando i versori degli assi. Rispondi alle domande seguenti utilizzando questa notazione. (b) Determina la forza totale sull'oggetto. (c) Determina l'accelerazione dell'oggetto. Considera poi l'istante $t = 3.00 \text{ s}$, determina (d) la velocità dell'oggetto, (e) la sua posizione, (f) la sua energia cinetica da $\frac{1}{2}mv_f^2$ e (g) la sua energia cinetica a partire da $\frac{1}{2}mv_i^2 + \sum \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$. (h) Che conclusioni puoi trarre dalle risposte ai punti (f) e (g)?

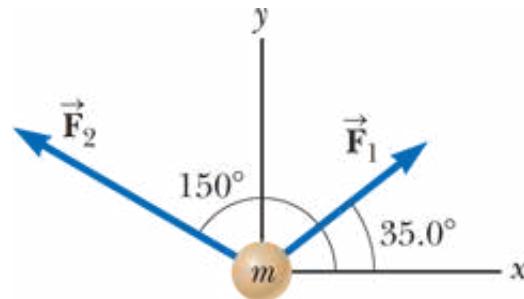
[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FIGURA P6.67

68. Una particella di massa $m = 1.18 \text{ kg}$ viene collegata a due molle identiche su un tavolo orizzontale privo di attrito. Entrambe le molle hanno costante elastica k e sono inizialmente nella posizione di riposo, con la particella nella posizione $x = 0$. (a) La particella viene trascinata per una distanza x lungo la direzione perpendicolare alla configurazione iniziale delle molle come mostrato in Figura P6.68. Mostra che la forza esercitata dalle molle sulla particella è

$$\vec{F} = -2kx \left(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}} \right) \hat{i}$$

(b) Mostra che l'energia potenziale del sistema è

$$U(x) = kx^2 + 2kL \left(L - \sqrt{x^2 + L^2} \right)$$

(c) Riporta in un grafico $U(x)$ in funzione di x ed identifica tutti i punti di equilibrio. Assumi $L = 1.20 \text{ m}$ e $k = 40.0 \text{ N/m}$. (d) Se la particella viene spostata verso destra di 0.500 m e quindi rilasciata, che velocità avrà quando raggiungerà la posizione $x = 0$?

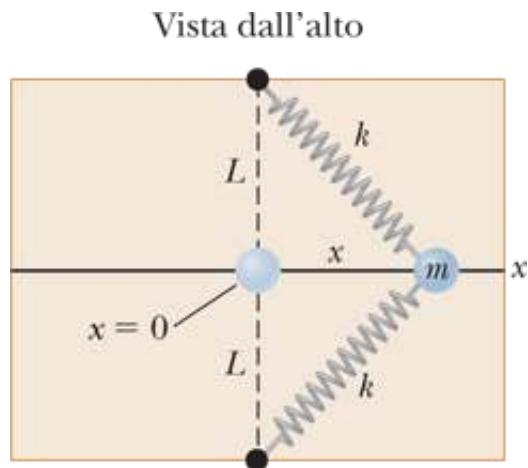


FIGURA P6.68

69. Quando carichi differenti vengono appesi ad una molla, questa si allunga in modo diverso, secondo quanto riportato in Tabella. (a) Riporta in grafico la forza applicata in funzione dell'allungamento della molla. (b) Mediante la procedura dei minimi quadrati determina la retta che meglio descrive i dati. (c) Per completare la parte (b), è meglio utilizzare tutti i dati o devi ignorarne alcuni? Spiega. (d) Determina la costante elastica k dalla pendenza della retta che meglio descrive i dati. (e) Se la molla viene estesa fino a 105 mm , quale forza esercita sull'oggetto sospeso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

$F(\text{N})$	2.0	4.0	6.0	8.0	10	12	14	16	18	20	22
$L (\text{mm})$	15	32	49	64	79	98	112	126	149	175	190

Conservazione dell'energia

TRE BAMBINE SI GODONO LA TRASFORMAZIONE DELL'ENERGIA POTENZIALE IN ENERGIA CINETICA SU UN ACQUASCIVOLO. POSSIAMO ANALIZZARE PROCESSI COME QUESTI USANDO LE METODOLOGIE SVILUPPATE IN QUESTO CAPITOLO.



Nel Capitolo 6 abbiamo introdotto tre metodi per immagazzinare energia in un sistema: energia cinetica, associata al movimento delle parti di un sistema; energia potenziale, determinata dalla configurazione del sistema; e energia interna, correlata con la temperatura del sistema.

Ora consideriamo di analizzare delle situazioni fisiche usando un approccio energetico per due tipi di sistemi: sistemi non isolati e isolati. Per i sistemi non isolati studieremo i modi in cui l'energia può attraversare i confini del sistema producendo un cambiamento nell'energia totale del sistema. Questa analisi porta a un principio veramente importante detto conservazione dell'energia. Il principio di conservazione dell'energia si estende ben oltre la fisica e può esser applicato agli organismi biologici, sistemi tecnologici, e ambiti ingegneristici.

Nei sistemi isolati l'energia non attraversa il contorno del sistema. Per questi sistemi l'energia totale del sistema è costante. Se nel sistema non agiscono forze non conservative, possiamo usare la conservazione dell'energia meccanica per risolvere un'ampia varietà di problemi.

Situazioni che coinvolgono la trasformazione dell'energia meccanica in energia interna a causa di forze non conservative richiedono un trattamento speciale. Studieremo i metodi per affrontare questo tipo di problemi.

Quindi, riconosceremo che l'energia può varcare il contorno di un sistema con differenti velocità. Descriveremo la velocità di trasferimento di energia con la potenza.

Modello di analisi: sistema non isolato (energia)

Come abbiamo visto, su un oggetto, rappresentato con il modello della particella, possono agire varie forze che producono un cambiamento nella sua energia cinetica. Se scegliamo l'oggetto come sistema, questa situazione molto semplice è il primo esempio di *sistema non isolato* per cui l'energia varca il contorno del sistema nell'intervallo temporale in cui il sistema interagisce con l'ambiente. Questo scenario è comune nei problemi di fisica. Se un sistema non interagisce con il suo ambiente, è un sistema isolato, che studieremo nel Paragrafo 7.2.

Il teorema dell'energia cinetica del Capitolo 6 è il nostro primo esempio di equazione dell'energia appropriata per un sistema non isolato. Nel caso di quel teorema, l'interazione del sistema con il suo ambiente è il lavoro fatto dalla forza esterna, e la quantità che cambia nel sistema è l'energia cinetica.

Finora, abbiamo visto solamente una via per trasferire energia in un sistema: il lavoro. Citiamo di seguito alcuni altri modi per trasferire energia al o dal sistema. I dettagli di questi processi saranno studiati in altri paragrafi del libro. Illustriamo i meccanismi per trasferire energia nella Figura 7.1 e li riassumiamo come segue.

Il **lavoro**, come abbiamo imparato nel Capitolo 6, è un metodo per trasferire energia a un sistema applicando una forza al sistema in modo tale che il punto d'applicazione della forza subisca uno spostamento (Fig. 7.1a).

Le **onde meccaniche** (Capitoli 13-14) sono un mezzo per trasferire energia permettendo a una perturbazione di propagarsi attraverso l'aria o un altro mezzo. È il modo con cui l'energia (che noi percepiamo come suono) lascia il sistema della nostra radiosveglia attraverso l'altoparlante e entra nelle nostre orecchie per stimolare i processi uditivi (Fig. 7.1b). Altri esempi di onde meccaniche sono le onde sismiche e le onde oceaniche.



FIGURA 7.1 Meccanismi di trasferimento di energia. In ciascun caso è indicato il sistema in cui e da cui l'energia è trasferita.

Il **calore** (Capitolo 17) è un meccanismo di trasferimento di energia che è guidato dalla differenza di temperatura tra un sistema e il suo ambiente. Per esempio, immaginiamo di dividere un cucchiaio di metallo in due parti: il manico, che identifichiamo come il sistema, e la porzione immersa in una tazza di caffè, che è la parte che rappresenta l'ambiente (Fig. 7.1c). Il manico del cucchiaio diventa caldo perché elettroni e atomi che si muovono veloci

nella porzione immersa urtano contro quelli più lenti nella parte adiacente del manico. Queste particelle si muovono più velocemente a causa delle collisioni e urtano contro il gruppo successivo di particelle lente. Quindi, l'energia interna del manico del cucchiaio aumenta per trasferimento di energia dovuto a queste collisioni.

Il **trasferimento di materia** (Capitolo 17) coinvolge situazioni in cui la materia fisicamente attraversa il contorno del sistema, portando energia con sé. Esempi includono riempire il serbatoio dell'automobile con benzina (Fig 7.1d) e portare energia alle stanze della casa facendo circolare aria calda proveniente da un bruciatore, un processo detto *convezione*.

La **trasmissione elettrica** (Capitolo 21) coinvolge il trasferimento di energia nel o fuori dal sistema per mezzo di correnti elettriche. È il modo con cui si trasferisce energia al tuo asciugacapelli (Fig 7.1e), impianto stereo, o ogni altro dispositivo elettrico.

La **radiazione elettromagnetica** (Capitolo 24) si riferisce alle onde elettromagnetiche come la luce (Fig 7.1f), le microonde, le onde radio che varcano i confini del sistema. Esempi di questo metodo di trasferimento di energia includono il cuocere una patata al forno nel forno a microonde e l'energia luminosa che viaggia dal Sole alla Terra attraverso lo spazio¹.

Un aspetto centrale dell'approccio energetico è il concetto che non possiamo né creare né distruggere energia, ma che l'energia si *conserva* sempre. Questo concetto è stato messo alla prova in innumerevoli esperimenti, e nessun esperimento ha mai mostrato che questa affermazione sia scorretta. Quindi, **se la quantità totale di energia di un sistema cambia, può solo essere perché dell'energia ha attraversato il confine del sistema tramite un meccanismo di trasferimento come uno di quelli elencati sopra**.

L'energia è una delle diverse grandezze in fisica che si conservano. Vedremo altre grandezze che si conservano nei capitoli seguenti. Ci sono molte grandezze fisiche che non obbediscono a un principio di conservazione. Per esempio, non esiste il principio di conservazione della forza o della velocità. Allo stesso modo, in aree diverse dalla fisica, come nella vita quotidiana, alcune quantità si conservano e altre no. Per esempio, se il sistema è il tuo conto bancario il denaro è una quantità che si conserva. L'unico modo che esiste perché cambi il bilancio del conto è che del denaro attraversi il confine del sistema con depositi o prelievi. D'altra parte, il numero di persone nel sistema nazione non è conservato. Sebbene ci siano persone che attraversano il confine del sistema cambiando così la popolazione totale, la popolazione può anche cambiare a causa delle persone che muoiono e nascono. Anche se non vi fossero persone che attraversano i confini, le nascite e le morti cambierebbero il numero di persone nel sistema. Non esiste un equivalente al nascere e morire nel concetto di energia. L'affermazione generale del principio di **conservazione dell'energia** può esser descritta matematicamente con l'**equazione di conservazione dell'energia**:

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \sum T$$

Prevenire le insidie

7.1 Il calore non è una forma di energia

Il termine calore è una delle parole usate nel modo più improprio nel linguaggio quotidiano. Il calore è un modo di trasferire energia, non una forma di immagazzinamento dell'energia. Quindi, frasi come "contenuto di calore", "calore dell'estate" e "il calore scambiato" rappresentano usi della parola che non sono in accordo con la definizione fisica del calore. Si veda il Capitolo 17.

7.1

dove E_{sistema} è l'energia totale del sistema, che include tutti i possibili modi di immagazzinare energia (cinetica, potenziale, e interna), e T (per *trasferimento*) è la quantità di energia trasferita attraverso il confine del sistema con un certo meccanismo. Due dei nostri meccanismi di trasferimento hanno notazioni simboliche ben definite. Per il lavoro, $T_{\text{lavoro}} = W$ come discusso nel Capitolo 6, e per il calore $T_{\text{calore}} = Q$ come definito nel Capitolo 17 (ora che abbiamo familiarizzato con il concetto di lavoro, possiamo semplificare l'aspetto delle equazioni facendo sì che il semplice simbolo W rappresenti il lavoro esterno W_{est} sul sistema. Per quel che 1 La radiazione elettromagnetica e il lavoro fatto dalle forze del campo sono gli unici meccanismi di trasferimento energetico che non richiedono la presenza di molecole dell'ambiente al confine del sistema. Quindi, i sistemi circondati dal vuoto (come i pianeti) possono scambiare energia con l'ambiente soltanto con queste due modalità.

riguarda il lavoro interno, useremo sempre W_{int} per distinguerlo da W). Gli altri quattro membri dell'elenco non hanno simboli particolari, per cui li chiameremo T_{OM} (onde meccaniche), T_{TM} (trasferimento di materia), T_{TE} (trasmissione elettrica), e T_{RE} (radiazione elettromagnetica).

L'espansione completa dell'Equazione 7.1 è

che è la rappresentazione matematica fondamentale della versione energetica del modello di analisi del **sistema non isolato** (vedremo altre versioni del modello per un sistema non isolato, che coinvolgono il momento lineare e il momento angolare, in capitoli seguenti). Nella maggior parte dei casi, l'Equazione 7.2 si riduce a una molto più semplice perché alcuni dei termini sono zero. Se, per un dato sistema, tutti i termini della parte di destra dell'equazione di conservazione dell'energia sono zero, il sistema è un *sistema isolato*, che studieremo nel paragrafo seguente.

L'equazione di conservazione dell'energia non è più complicata in teoria del processo di stabilire il bilancio del tuo conto in banca. Se il conto è il sistema, le variazioni nel bilancio del conto in un dato mese sono la somma di tutti i trasferimenti: depositi, prelievi, emolumenti, interessi, e assegni. Potresti trovar utile pensare all'energia come la *moneta corrente della natura!*

Supponiamo che una forza sia applicata a un sistema non isolato e che il punto di applicazione della forza si muova a causa di uno spostamento. Quindi supponiamo che il solo effetto sul sistema sia un cambiamento nella sua velocità. In questo caso, l'unico meccanismo di trasferimento dell'energia è il lavoro (cosicché la parte destra dell'Eq. 7.2 si riduce solo a W) e l'unica forma di energia nel sistema che cambia è l'energia cinetica (cosicché $\Delta E_{\text{sistema}}$ si riduce solamente a ΔK). L'Equazione 7.2 allora diventa

$$\Delta K = W$$

che è il teorema dell'energia cinetica. Questo teorema è un caso particolare del più generale principio di conservazione dell'energia. Vedremo altri casi più particolari nei prossimi capitoli.

QUIZ RAPIDO 7.1

Tramite quale meccanismo di trasferimento l'energia entra e esce (a) dalla tua televisione? (b) dal tuo tagliaerba alimentato a benzina? (c) dal tuo temperamatite manuale?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 7.2

Considera un blocco che scorre su una superficie orizzontale dotata di attrito. Ignora ogni rumore che possa fare lo scorrimento. (i) Se il sistema è il *blocco*, questo sistema è (a) isolato (n) non isolato (c) impossibile da determinare (ii) Se il sistema è la *superficie*, descrivi il sistema con lo stesso insieme di possibilità. (iii) Se il sistema è l'insieme *blocco-superficie*, descrivi il sistema con lo stesso insieme di possibilità.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

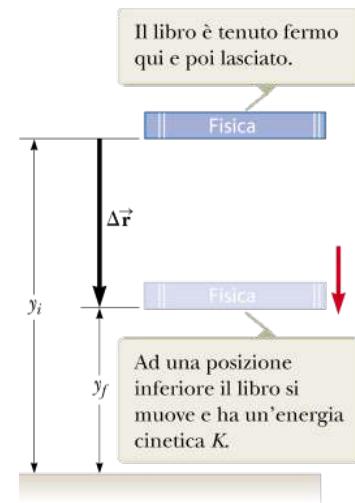


FIGURA 7.2 Un libro è lasciato cadere da fermo e cade a causa del lavoro fatto dalla forza di gravità.

Modello di analisi: sistema isolato (energia)

In questo paragrafo studiamo un altro scenario molto comune nei problemi di fisica: si sceglie un sistema tale che in alcun modo l'energia attraversi il suo confine. Iniziamo considerando una situazione gravitazionale. Pensiamo al sistema libro-Terra nella Figura 6.15 nel precedente capitolo. Dopo che abbiamo sollevato il libro, c'è energia potenziale gravitazionale immagazzinata nel sistema, che può esser calcolata dal lavoro fatto da un agente esterno sul sistema, usando $W = \Delta U_g$.

Spostiamo adesso la nostra attenzione sul lavoro fatto *sul solo libro* dalla forza gravitazionale (Fig. 7.2) quando il libro ricade alla sua altezza originale. Poiché il libro cade da y_i a y_f , il lavoro fatto dalla forza gravitazionale sul libro è

$$W_{\text{sul libro}} = (m\vec{g}) \cdot \Delta \vec{r} = (-mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_i - mgy_f \quad 7.3 \blacktriangleleft$$

Dal teorema dell'energia cinetica del Capitolo 6, il lavoro fatto sul libro è uguale al cambiamento di energia cinetica del libro:

$$W_{\text{sul libro}} = \Delta K_{\text{libro}}$$

Possiamo uguagliare queste due espressioni per il lavoro fatto sul libro:

$$\Delta K_{\text{libro}} = mgy_i - mgy_f \quad 7.4 \blacktriangleleft$$

Mettiamo ora in relazione ciascun membro di questa equazione con il sistema del libro e della Terra. Per il membro di destra dell'Equazione 7.4,

$$mgy_i - mgy_f = -(mgy_f - mgy_i) = -\Delta U_g$$

dove $U_g = mgy$ è l'energia potenziale gravitazionale del sistema. Per il membro di sinistra dell'Equazione 7.4, dato che il libro è l'unica parte del sistema che si muove, notiamo che $\Delta K_{\text{libro}} = \Delta K$ dove K è l'energia cinetica del sistema. Quindi, con ciascun membro dell'Equazione 7.4 sostituito con il suo equivalente del sistema, l'equazione diventa

$$\Delta K = -\Delta U_g \quad 7.5 \blacktriangleleft$$

Questa equazione può esser manipolata per fornire un risultato generale molto importante per risolvere i problemi. Prima di tutto spostiamo il cambiamento di energia potenziale nel membro di sinistra dell'equazione:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Il membro di sinistra rappresenta la somma dei cambiamenti dell'energia immagazzinata nel sistema. Il membro di destra è zero perché non c'è trasferimento di energia attraverso il contorno del sistema, il sistema libro-Terra è *isolato* dall'ambiente. Abbiamo sviluppato questa equazione per un sistema gravitazionale, ma si può mostrare che è valido per un sistema con un qualunque tipo di energia potenziale. Quindi, per un sistema isolato,

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad 7.6 \blacktriangleleft$$

Nel Capitolo 6 abbiamo definito la somma di energia cinetica e potenziale di un sistema come la sua energia meccanica:

$$E_{\text{mecc}} \equiv K + U$$

7.7◀

dove U rappresenta la somma di *tutti* i tipi di energia potenziale. Dato che il sistema che stiamo considerando è isolato, le Equazioni 7.6 e 7.7 ci dicono che l'energia meccanica del sistema è conservata:

L'ENERGIA MECCANICA DI UN SISTEMA ISOLATO SU CUI NON AGISCONO FORZE NON CONSERVATIVE SI CONSERVA

$$\Delta E_{\text{mecc}} = 0$$

7.8◀

L'Equazione 7.8 è un'affermazione della **conservazione dell'energia meccanica** per un sistema isolato dove non agiscono forze non conservative. L'energia meccanica in un tal sistema è conservata: la somma di energia cinetica e potenziale resta costante.

Se ci sono forze non conservative che agiscono nel sistema, l'energia meccanica è trasformata in energia interna come discusso nel Paragrafo 6.7. Se forze non conservative agiscono in un sistema isolato, l'energia totale del sistema è conservata sebbene non lo sia l'energia meccanica. In quel caso, possiamo esprimere la conservazione dell'energia del sistema come

L'ENERGIA TOTALE DI UN SISTEMA È CONSERVATA

$$\Delta E_{\text{sistema}} = 0$$

7.9◀

dove E_{sistema} include tutte le energie cinematiche, potenziali e interne. Questa equazione è l'affermazione più generale in termini energetici del modello di **sistema isolato**. È equivalente all'equazione 7.2 con tutti i termini nel membro di destra uguali a zero.

Scriviamo ora esplicitamente le variazioni in energia nell'Equazione 7.6:

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

7.10◀

Prevenire le insidie
| 7.2 Condizioni per
l'Equazione 7.10

L'Equazione 7.10 è vera solamente per un sistema in cui agiscano forze conservative. Vedremo come trattare forze non conservative nei Paragrafi 7.4 e 7.5.

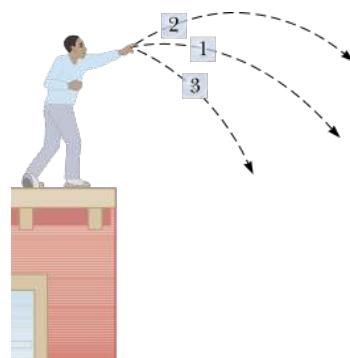


FIGURA 7.3 (Quiz rapido 7.4) Tre palle identiche sono gettate con la stessa velocità iniziale dalla sommità di un edificio.

Nel caso gravitazionale del libro che cade, l'Equazione 7.10 può esser scritta come:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mg y_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mg y_i$$

Come il libro cade sulla Terra, il sistema libro-Terra perde energia potenziale e guadagna energia cinetica in modo tale che il totale tra i due tipi di energia resti sempre costante.

QUIZ RAPIDO 7.3

Un sasso di massa m è lasciato cadere a terra da un'altezza h . Un secondo sasso, di massa $2m$, è lasciato cadere dalla stessa altezza. Quando il secondo sasso tocca terra, qual è la sua energia cinetica? (a) due volte quella del primo sasso (b) quattro volte quella del primo sasso (c) la stessa del primo sasso (d) la metà di quella del primo sasso (e) impossibile da determinare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 7.4

Tre palle identiche sono gettate dalla sommità di un edificio, tutte con la stessa velocità iniziale. Come mostrato nella Figura 7.3, la prima è lanciata orizzontalmente, la seconda con un certo angolo sopra l'orizzontale, e la terza con un certo angolo sotto l'orizzontale. Trascurando la resistenza dell'aria, ordinare le velocità delle palle nell'istante in cui ciascuna tocca terra.

VISUALIZZA SOLUZIONE

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Sistemi isolati in assenza di forze non conservative: la conservazione dell'energia meccanica Molti problemi in fisica possono esser risolti usando il principio di conservazione dell'energia per un sistema isolato. Si dovrebbe usare il seguente metodo quando si applica questo principio:

- Concettualizzazione.** Studiare attentamente la situazione fisica e farsi una rappresentazione mentale di cosa sta avvenendo. Quando diventerai più esperto nel lavorare con problemi di energia, comincerai a esser più a tuo agio nell'immaginare i tipi di energia che stanno cambiando nel sistema
- Classificazione.** Definisci il tuo sistema, che può comprendere più di un oggetto e può includere o no molle, o altre possibilità per l'immagazzinamento di energia potenziale. Determina se ogni trasferimento di energia avviene attraverso il confine del sistema. Se è così, usa il modello del sistema non isolato, $\Delta E_{\text{sistema}} = \Sigma T$, dal Paragrafo 7.1. Se non è così, usa il modello del sistema isolato, $\Delta E_{\text{sistema}} = 0$. Determina eventuali forze non conservative presenti. Se è così, usa le tecniche dei Paragrafi 7.4 e 7.5. Se non

è così, usa il principio di conservazione dell'energia meccanica come indicato sotto.

3. **Analisi.** Scegli situazioni che rappresentino le condizioni iniziali e finali del sistema. Per ogni oggetto che cambia di quota, scegli per l'oggetto una posizione di riferimento che definisca il punto zero dell'energia potenziale gravitazionale per il sistema. Per un oggetto su una molla, il punto zero per l'energia potenziale elastica è quando l'oggetto si trova nella sua posizione di equilibrio. Se vi è più di una forza conservativa, scrivi un'espressione per l'energia potenziale associata a ciascuna forza. Scrivi l'energia meccanica totale iniziale del sistema E_i , in una determinata configurazione, come la somma dell'energia cinetica e di quella potenziale in tale configurazione. Successivamente scrivi un'analogia espressione per l'energia meccanica totale finale E_f del sistema nella configurazione finale d'interesse. Poiché l'energia meccanica si *conserva*, le due energie totali si possono uguagliare per ricavare la grandezza incognita.
4. **Conclusioni.** Assicurati che i risultati siano in accordo con la tua rappresentazione mentale. Assicurati anche che i valori dei tuoi risultati siano ragionevoli e coerenti con il senso comune.

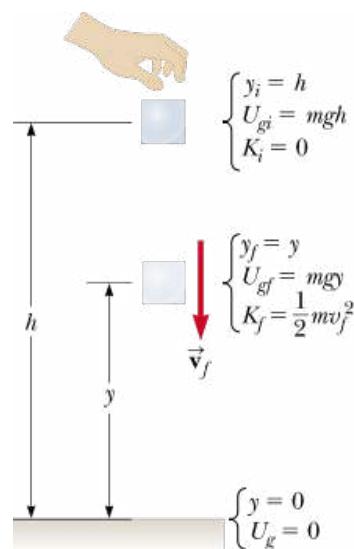


FIGURA 7.4 (Esempio 7.1) Una palla è lasciata cadere da un'altezza h rispetto al suolo. Inizialmente, l'energia totale del sistema palla-Terra coincide con l'energia potenziale gravitazionale, uguale a mgh rispetto al suolo. Alla posizione y , l'energia totale è la somma delle energie cinetica e potenziale.

Esempio 7.1 Palla in caduta libera

Una palla di massa m cade da un'altezza h rispetto al suolo, come nella Figura 7.4.

(A) Trascurando la resistenza dell'aria, determinare il modulo della velocità della palla quando si trova ad una quota y rispetto al suolo.

(B) Determinare il modulo della velocità della palla in y se all'istante in cui viene lasciata andare essa possiede una velocità iniziale v_i diretta verso l'alto alla quota iniziale h .

E se...? Cosa succederebbe se la velocità iniziale v_i nella parte (B) fosse diretta verso il basso? Che effetto avrebbe sulla velocità della palla alla posizione y ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

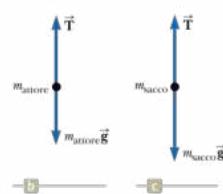
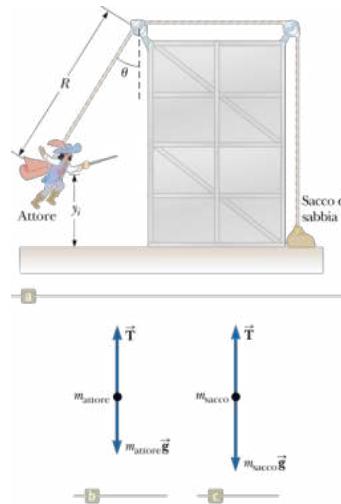


FIGURA 7.5 (Esempio 7.2) (a) Un attore usa un allestimento ingegnoso per fare la sua entrata. (b) Diagramma di corpo libero per l'attore nel punto più basso della sua traiettoria circolare. (c) Diagramma di corpo libero per il sacco di sabbia quando si è appena sollevato dal suolo.

Esempio 7.2 Un'entrata magnifica

Stai progettando un sistema che sostenga un attore di massa 65 kg che deve “volare” giù verso il palcoscenico durante la rappresentazione di una commedia. Leghi il costume dell’attore ad un sacco di sabbia di 130 kg per mezzo di un leggerissimo cavo d’acciaio che può scorrere senz’attrito su due pulegge come in Figura 7.5a. Per legare il costume alla puleggia più vicina hai bisogno di 3.0 m di cavo, in modo che la puleggia possa essere nascosta da una tenda. Perché il sistema funzioni con successo, il sacco di sabbia non deve mai sollevarsi dal pavimento mentre l’attore oscilla dall’alto del palcoscenico al suolo. Chiamiamo θ l’angolo che il cavo dell’attore forma con la verticale quando inizia a muoversi da fermo. Qual è il massimo valore che può assumere l’angolo θ prima che il sacco di sabbia si sollevi dal pavimento?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 7.3

Il fucile ad aria compressa caricato a molla

Il meccanismo di lancio di un fucile ad aria compressa consiste in una molla attivata dal grilletto (Fig. 7.6a). La molla è compressa alla posizione y_A e il grilletto viene rilasciato. Il proiettile di massa m sale alla posizione y_C oltre la posizione in cui lascia la molla, indicata nella Figura 7.6b come posizione $y_B = 0$. Consideriamo lo sparo di un fucile per cui $m = 35.0 \text{ g}$, $y_A = -0.120 \text{ m}$, e $y_C = 20.0 \text{ m}$.

(A) Trascurando tutte le forze resistive, determinare la costante della molla.

(B) Trovare la velocità del proiettile mentre passa dalla posizione di equilibrio B della molla come mostrato nella Figura 7.6b.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Modello di analisi: sistema non isolato nello stato stazionario (energia)

Finora abbiamo analizzato due approcci relativi ad un sistema. In un sistema non isolato, l'energia immagazzinata nel sistema varia a causa dei trasferimenti attraverso il confine del sistema. Quindi, in entrambi i membri dell'equazione di conservazione dell'energia $\Delta E_{\text{sistema}} = \Sigma T$, abbiamo termini non nulli. Per un sistema isolato, non si verifica nessun trasferimento di energia attraverso il confine, per cui il membro di destra dell'equazione è zero; ossia $\Delta E_{\text{sistema}} = 0$.

Esiste un'altra possibilità che non abbiamo ancora discusso. È possibile che non avvenga variazione di energia nel sistema anche quando sono presenti termini non nulli al secondo membro dell'equazione di conservazione dell'energia, $0 = \Sigma T$. Ciò può soltanto verificarsi se il tasso al quale l'energia entra nel sistema è uguale al tasso col quale esce dal sistema. In questo caso, il sistema è nello stato stazionario sotto l'effetto di due o più trasferimenti in competizione, e descriveremo ciò con il modello di analisi del **sistema non isolato in stato stazionario**. Il sistema è non isolato perché esso interagisce con l'ambiente, ma è in stato stazionario perché l'energia del sistema resta costante.

Possiamo indicare un certo numero di esempi di questo tipo di situazioni. Come primo esempio, considera la tua casa come un sistema non isolato. Idealmente, preferiresti mantenere la temperatura di casa costante per il comfort dei suoi abitanti. Quindi, il tuo scopo è di mantenere inalterata l'energia interna della casa.

I meccanismi di trasferimento d'energia per una casa sono numerosi, come si può vedere in Figura 7.7. La radiazione elettromagnetica solare è assorbita dal tetto e dalle pareti della casa ed entra in casa attraverso le finestre. Energia entra per mezzo della trasmissione elettrica attraverso linee aeree o interrate che alimentano le apparecchiature elettriche. Perdite attraverso i muri, le finestre, e le porte consentono all'aria calda o fredda di entrare e uscire, trasportando energia attraverso il contorno del sistema per mezzo del trasferimento di materia. Si verificano trasferimenti di materia anche se qualche apparecchiatura in casa funziona col gas perché energia viene immessa col gas. Si trasferisce energia attraverso le pareti, le finestre, i pavimenti e il tetto per mezzo del calore dovuto alla differenza di temperatura fra l'interno e l'esterno della casa. Quindi, abbiamo una varietà di trasferimenti, ma l'energia nella casa, nel caso idealizzato, resta costante. In realtà, la casa è un sistema in uno stato *quasi-stazionario* poiché avvengono piccole variazioni di temperatura nell'arco di 24 ore, ma possiamo immaginare una situazione idealizzata che si conforma al modello del sistema non isolato nello stato stazionario.

Come secondo esempio, consideriamo come sistema la Terra e la sua atmosfera. Siccome questo sistema è posto nel vuoto, i soli possibili trasferimenti d'energia

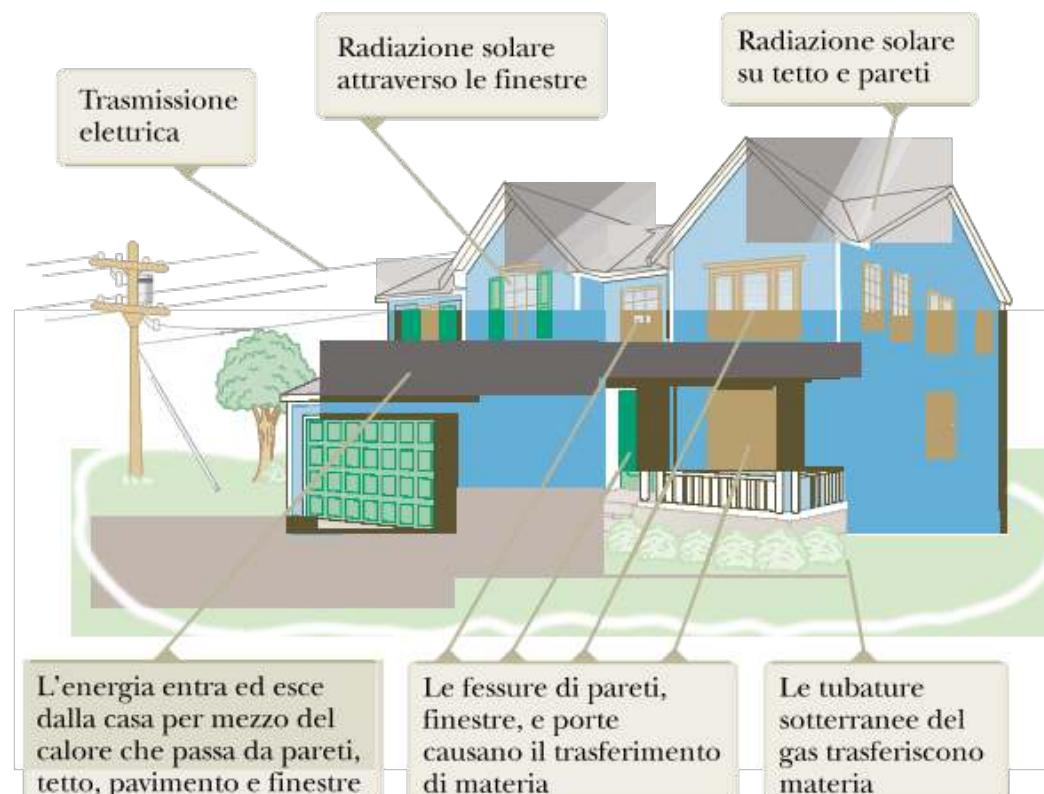


FIGURA 7.7 L'energia entra ed esce da una casa in molti modi. La casa può esser assimilata a un modello di sistema non isolato in uno stato stazionario.

TABELLA 7.1 | Consumo energetico per un'ora di varie attività

Attività	Consumo di energia in un'ora (MJ)
Dormire	0.27
Star seduto a riposo	0.42
Star in piedi rilassato	0.44
Vestirsi	0.49
Scrivere a macchina	0.59
Camminare in piano (2.6 mi/h)	0.84
Imbiancare una casa	1.00
Andare in bicicletta in piano (5.5 mi/h)	1.27
Spalare la neve	2.01
Nuotare	2.09
Fare jogging (5.3 mi/h)	2.39
Remare (20 colpi/min)	3.47
Salire le scale	4.60

Adattato da L. Sherwood, *Fundamentals of Human Physiology*, IV edizione (Belmont, CA: Brooks/Cole, 2012), p. 480.

sono quelli che non coinvolgono il contatto fra il sistema e le molecole esterne dell'ambiente. Come menzionato nella nota di pagina 194, soltanto due tipi di trasferimento non dipendono dal contatto con le molecole: il lavoro svolto dalle forze di campo e la radiazione elettromagnetica. Il sistema Terra-atmosfera scambia energia con il resto dell'Universo soltanto per mezzo della radiazione elettromagnetica (trascurando il lavoro svolto dalle forze di campo, e un certo piccolo trasferimento di materia dovuto alle particelle dei raggi cosmici e alle meteoriti entranti nel sistema e alle sonde spaziali che lasciano il sistema!). La fonte primaria di radiazione in ingresso è il Sole, e quella in uscita è principalmente la radiazione infrarossa emessa dal suolo e dall'atmosfera. Idealmente questi trasferimenti sono bilanciati, quindi la Terra mantiene una temperatura costante. Nella realtà, però, i trasferimenti non sono bilanciati *esattamente*, cosicché la Terra si trova in uno stato quasi-stazionario; le misure di temperatura mostrano che essa sembra cambiare. La variazione di temperatura è molto graduale e attualmente appare positiva. Questa è l'essenza della controversia sociale sul riscaldamento globale. (Vedi Contesto 5, pag. 513.) Se consideriamo un intervallo di tempo di diversi giorni, il corpo umano può anch'esso essere assimilato ad un sistema non isolato nello stato stazionario. Se il corpo è in quiete all'inizio e alla fine dell'intervallo di tempo, non c'è variazione di energia cinetica. Assumendo che il peso non vari significativamente durante questo intervallo di tempo, la quantità di energia potenziale immagazzinata nel corpo come cibo nello stomaco e grasso rimane costante in media. Se nell'intervallo di tempo non si verificano episodi febbrili, l'energia interna del corpo rimane costante. Quindi, la variazione di energia del sistema è nulla. I metodi per trasferire energia durante questo intervallo di tempo includono il lavoro (quando applichi forze agli oggetti che sposti), il calore (il tuo corpo è più caldo dell'aria circostante), il trasferimento di materia (quando respiri e ti nutri), le onde meccaniche (quando parli e ascolti), e la radiazione elettromagnetica (quando guardi così come quando assorbi ed emetti radiazione attraverso la pelle). La Tabella 7.1 mostra la quantità di energia che lascia il tuo corpo in tutti questi modi in un'ora di svariate attività.

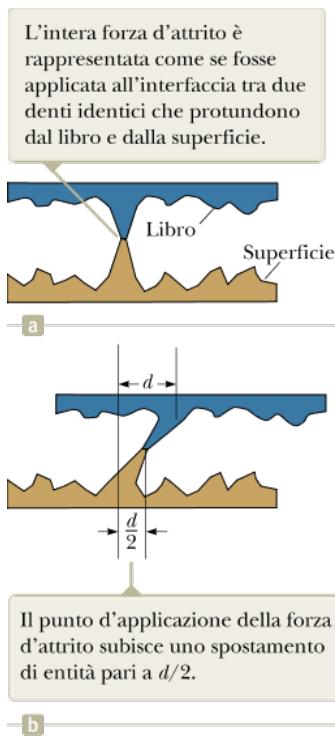


FIGURA 7.8 (a) Un modello semplificato di attrito tra un libro e una superficie. (b) Il libro viene mosso verso destra per un tratto d .

Situazioni con attrito dinamico

Consideriamo ancora il libro della Figura 6.18a che scivola verso destra sulla superficie di un pesante tavolo e rallenta a causa della forza d'attrito. La forza d'attrito fa lavoro, perché c'è sia una forza sia uno spostamento. Ricorda, però, che le nostre equazioni per il lavoro riguardano lo spostamento del *punto d'applicazione della forza*. In Figura 7.8a è mostrato un semplice modello della forza d'attrito tra il libro e la superficie. Abbiamo rappresentato l'intera forza d'attrito tra il libro e la superficie come se fosse dovuta a due denti identici che si sono localmente fusi insieme². Un dente si proietta verso l'alto dalla superficie, l'altro verso il basso dal libro, e sono saldati l'uno all'altro dove si toccano. La forza d'attrito agisce nel punto di contatto tra i due denti. Immagina che il libro scorra di un piccolo tratto d verso destra come mostrato in Figura 7.8b. Poiché i denti sono rappresentati come identici, la giunzione dei denti si muove verso destra di un tratto $d/2$. Quindi, lo spostamento del punto d'applicazione della forza d'attrito è $d/2$, ma lo spostamento del libro è d !

In realtà, la forza d'attrito è distribuita sull'intera area di contatto di un oggetto che scorre su una superficie, cosicché la forza non è localizzata in un punto. In aggiunta, poiché le intensità delle forze d'attrito nei vari punti cambiano continuamente mentre singole saldature transienti si formano, la superficie e il libro si deformano localmente, e così via, lo spostamento del punto d'applicazione della forza d'attrito non è assolutamente pari allo spostamento del libro. Infatti, lo spostamento del punto d'applicazione della forza d'attrito non è calcolabile così come non lo è il lavoro fatto dalla forza d'attrito.

² La Figura 7.8 e la sua discussione sono ispirate a un classico articolo sull'attrito: B.A. Sherwood e W.H. Bernard, "Work and heat transfer in the presence of sliding friction", *American Journal of Physics*, 52:1001, 1984.

Il teorema dell'energia cinetica è valido per una particella o un oggetto che può esser assimilato a una particella. Quando agisce una forza d'attrito, però, non siamo in grado di calcolare il lavoro fatto dall'attrito. In tali situazioni, la seconda legge di Newton è ancora valida per il sistema anche se il teorema dell'energia cinetica non lo è. Il caso di un oggetto non deformabile come il nostro libro che scorre sulla superficie³ scabra può essere trattato in un modo relativamente semplice.

Partendo da una situazione in cui le forze, compreso l'attrito, siano applicate al libro, possiamo seguire un procedimento simile a quello adottato per ottenere l'Equazione 6.17. Cominciamo con lo scrivere l'Equazione 6.8 per tutte le forze diverse dall'attrito:

$$\sum W_{\text{altre forze}} = \int (\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{altre forze}}) \cdot d\vec{\mathbf{r}} \quad 7.11 \blacktriangleleft$$

Il vettore $d\vec{\mathbf{r}}$ in questa equazione è lo spostamento dell'oggetto provocato da tutte le forze diverse dall'attrito, con l'assunzione che queste forze non deformino l'oggetto, questo spostamento è lo stesso del punto di applicazione delle forze. Ad entrambi i membri dell'Equazione 7.11 aggiungiamo l'integrale del prodotto scalare della forza di attrito dinamico con $d\vec{\mathbf{r}}$. Nel far questo, non stiamo definendo questa quantità come lavoro! Stiamo semplicemente dicendo che è una quantità che può esser calcolata matematicamente e che questo ci tornerà utile nel seguito.

$$\begin{aligned} \sum W_{\text{altre forze}} + \int \vec{\mathbf{f}}_d \cdot d\vec{\mathbf{r}} &= \int (\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{altre forze}}) \cdot d\vec{\mathbf{r}} + \int \vec{\mathbf{f}}_d \cdot d\vec{\mathbf{r}} \\ &= \int (\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{altre forze}} + \vec{\mathbf{f}}_d) \cdot d\vec{\mathbf{r}} \end{aligned}$$

L'integrando a destra di questa equazione è la forza risultante $\vec{\mathbf{F}}$, quindi:

$$\sum W_{\text{altre forze}} + \int \vec{\mathbf{f}}_d \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

Utilizzando la seconda legge di Newton $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, otteniamo

$$\sum W_{\text{altre forze}} + \int \vec{f}_d \cdot d\vec{r} = \int m \vec{a} \cdot d\vec{r} = \int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int_{t_i}^{t_f} m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt \quad 7.12 \blacktriangleleft$$

dove abbiamo usato l'Equazione 3.3 per riscrivere $d\vec{r}$ come $v\vec{dt}$. Nella differenziazione il prodotto scalare obbedisce alla regola del prodotto (vedi Eq. B.30 nell'Appendice B.6), così la derivata del prodotto scalare di \vec{v} con se stesso può essere scritta

$$\frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2 \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}$$

dove abbiamo usato la proprietà commutativa del prodotto scalare per giustificare l'espressione finale in questa equazione. Di conseguenza,

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dt}$$

Sostituendo questo risultato nell'Equazione 7.12, troviamo che

$$\sum W_{\text{altre forze}} + \int \vec{f}_d \cdot d\vec{r} = \int_{t_i}^{t_f} m \left(\frac{1}{2} \frac{dv^2}{dt} \right) dt = \frac{1}{2} m \int_{v_i}^{v_f} d(v^2) = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \Delta K$$

³ La forma complessiva del libro resta la stessa, il che spiega perché possiamo dire che è indeformabile. A livello microscopico, però, è presente una deformazione del lato del libro che scorre sulla superficie.

Guardando il membro di sinistra di questa equazione, ci rendiamo conto che nel sistema inerziale della superficie, \vec{f}_d e $d\vec{r}$ avranno direzioni opposte per ogni incremento $d\vec{r}$ dello spostamento eseguito dall'oggetto. Quindi, $\vec{f}_d \cdot d\vec{r} = -f_d dr$. L'espressione precedente diventa così

$$\sum W_{\text{altre forze}} - \int f_d dr = \Delta K$$

Nel nostro modello per l'attrito, l'intensità della forza di attrito dinamico è costante, così f_d può essere portato fuori dall'integrale. Il restante integrale $\int dr$ è semplicemente la somma degli incrementi di lunghezza lungo la traiettoria, la quale è la lunghezza totale del percorso d . Quindi,

$$\sum W_{\text{altre forze}} - f_d d = \Delta K \quad 7.13 \blacktriangleleft$$

oppure

$$K_f = K_i - f_d d + \sum W_{\text{altre forze}} \quad 7.14 \blacktriangleleft$$

L'Equazione 7.13 può essere usata quando una forza d'attrito agisce su un oggetto. La variazione dell'energia cinetica è uguale al lavoro fatto da tutte le forze, eccetto quelle di attrito, meno il termine $f_d d$ associato alle forze di attrito.

Consideriamo ancora la situazione del libro che scorre, identifichiamo il sistema più grande dato dal libro e dalla superficie quando il libro rallenta sotto l'influenza della sola forza di attrito. Nessun lavoro è compiuto attraverso il confine di questo sistema perché il sistema

non interagisce con l'ambiente. Non ci sono altri tipi di trasferimento di energia che avvengano attraverso il contorno del sistema, assumendo di ignorare il suono inevitabile che fa il libro che scorre! In questo caso, l'Equazione 7.2 diventa

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta K + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

La variazione dell'energia cinetica del sistema libro-superficie è la stessa della variazione di energia cinetica del libro da solo dato che il libro è l'unica parte del sistema che si muove. Quindi, incorporando l'Equazione 7.13 si ha

VARIAZIONE DI ENERGIA INTERNA DOVUTA ALLA FORZA DI ATTRITO COSTANTE ALL'INTERNO DEL SISTEMA

$$-f_d d + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

$$\Delta E_{\text{int}} = f_d d$$

7.15◀

Perciò, l'aumento dell'energia interna del sistema è uguale al prodotto della forza d'attrito per lo spostamento del libro. In sintesi, in un sistema una forza d'attrito trasforma l'energia cinetica in energia interna, e l'aumento di energia interna del sistema è uguale alla diminuzione dell'energia cinetica. L'Equazione 7.13, con l'aiuto dell'Equazione 7.15, può esser scritta come:

$$\sum W_{\text{altre forze}} = W = \Delta K + \Delta E_{\text{int}}$$

che è una forma ridotta dell'Equazione 7.2 e rappresenta il modello del sistema non isolato per un sistema in cui agisca una forza non conservativa.

QUIZ RAPIDO 7.5

Stai percorrendo un'autostrada a 65 mi/h. La tua macchina ha energia cinetica. A causa del traffico, freni bruscamente. Dov'è finita l'energia cinetica che la tua macchina aveva prima? (a) È tutta nell'energia interna della strada. (b) È tutta nell'energia interna degli pneumatici. (c) Una parte è stata trasformata in energia interna mentre un'altra parte è stata ceduta all'esterno del sistema attraverso onde meccaniche. (d) È stata tutta ceduta all'esterno della tua macchina mediante vari meccanismi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 7.1

Un'automobile che viaggia alla velocità iniziale v slitta per un tratto d fino a fermarsi dopo il blocco dei suoi freni. Se la velocità iniziale dell'automobile è invece $2v$ al momento del blocco dei freni, stimare la distanza di slittamento.

Ragionamento Assumiamo che la forza d'attrito dinamico tra l'automobile e la superficie della strada sia costante e la stessa per entrambe le velocità. Secondo l'Equazione 7.14 la forza d'attrito moltiplicata per la distanza d è uguale all'energia cinetica iniziale dell'automobile (perché $K_f = 0$ e non c'è lavoro fatto da altre forze). Se la velocità è raddoppiata, come in questo esempio, l'energia cinetica quadruplica. Per una data forza d'attrito, la distanza percorsa è quattro volte maggiore quando la velocità raddoppia, e così la distanza stimata di slittamento dell'automobile è $4d$. Questo risultato è in accordo con quello della parte (b) dell'Esempio 5.1 ma è determinato facendo uso di un approccio energetico piuttosto che di un approccio basato sull'uso delle forze.

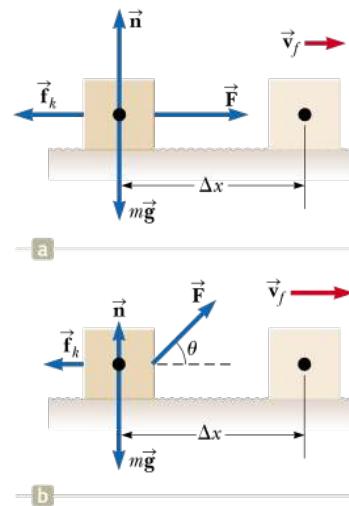


FIGURA 7.9 (Esempio 7.4) (a) Un blocco è tirato verso destra da una forza orizzontale costante su una superficie scabra. (b) La forza applicata è a un angolo θ rispetto all'orizzontale.

Esempio 7.4 Un blocco tirato su una superficie scabra

Un blocco di 6.00 kg, inizialmente fermo, è tirato verso destra su una superficie orizzontale da una forza costante orizzontale di modulo $F = 12$ N.

(A) Trova la velocità del blocco dopo che si è spostato di 3.0 m se le superfici a contatto hanno un coefficiente d'attrito dinamico pari a 0.15.

(B) Supponiamo che la forza \vec{F} sia applicata ad un angolo θ come mostrato nella Figura 7.9b. A quale angolo la forza dovrebbe essere applicata perché si ottenga la velocità più alta possibile dopo che il blocco si è spostato di 3.00 m verso destra?

VISUALIZZA SOLUZIONE

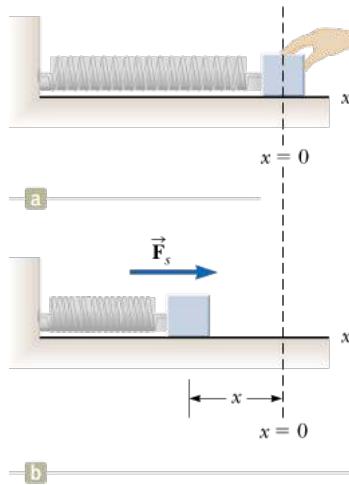


FIGURA 7.10 (Esempio 7.5) (a) Un blocco attaccato a una molla è spinto verso sinistra da una posizione iniziale $x = 0$ da un agente esterno. (b) Alla posizione x , il blocco è rilasciato da fermo e la molla lo spinge verso destra.

Esempio 7.5 Un sistema blocco-molla

Un blocco di massa 1.6 kg è legato ad una molla orizzontale che ha una costante di 1 000 N/m come mostrato nella Figura 7.10. La molla è compressa di 2.0 cm ed è quindi lasciata andare da ferma.

(A) Calcolare la velocità del blocco quando passa attraverso la posizione d'equilibrio $x = 0$ se la superficie è priva di attrito.

(B) Calcola la velocità del blocco quando passa attraverso la posizione d'equilibrio se una forza d'attrito costante di 4.0 N ritarda il moto del blocco dal momento in cui è rilasciato.

E se...? E se la forza d'attrito fosse aumentata a 10 N? Quale sarebbe la velocità del blocco a $x = 0$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Variazioni di energia meccanica dovute a forze non conservative

Consideriamo il libro che scorre lungo la superficie del paragrafo precedente. Quando il libro si muove di un tratto d , l'unica forza che fa lavoro su di esso è la forza di attrito dinamico. Questa forza produce un cambiamento $-f_d d$ nell'energia cinetica del libro come descritto dall'Equazione 7.13.

Ora, però, supponiamo che il libro sia parte di un sistema che mostra anche un cambiamento in energia potenziale. In questo caso, $-f_d d$ è la quantità di cui cambia l'energia meccanica del sistema a causa della forza d'attrito dinamico. Per esempio, se il libro si muove su un piano inclinato che non è privo di attrito, c'è un cambiamento sia in energia cinetica sia in energia potenziale gravitazionale del sistema libro-Terra. Di conseguenza:

$$\Delta E_{\text{mecc}} = \Delta K + \Delta U_g = -f_d d$$

In generale, se una forza d'attrito agisce in un sistema isolato,

VARIAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA DI UN SISTEMA DOVUTA ALL'ATTRITO NEL SISTEMA

$$\Delta E_{\text{mecc}} = \Delta K + \Delta U = -f_d d$$

7.16◀

dove ΔU è il cambiamento di tutti i diversi tipi di energia potenziale. Si noti che l'Equazione 7.16 si riduce all'Equazione 7.10 se la forza d'attrito è nulla.

Se il sistema in cui agiscono forze non conservative è non isolato e l'influenza dell'ambiente esterno sul sistema si manifesta tramite il lavoro, la generalizzazione dell'Equazione 7.13 è

$$\Delta E_{\text{mecc}} = -f_d d + \sum W_{\text{altre forze}}$$

7.17◀

L'Equazione 7.17, con l'aiuto delle Equazioni 7.7 e 7.15, può esser scritta come

$$\sum W_{\text{altre forze}} = W = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}}$$

Questa forma ridotta dell'Equazione 7.2 rappresenta il modello del sistema non isolato per un sistema che possiede energia potenziale e in cui agisce una forza non conservativa. In pratica, nella risoluzione dei problemi, non abbiamo bisogno di usare equazioni come l'Equazione 7.15 o l'Equazione 7.17. Si può semplicemente usare l'Equazione 7.2 e tenere solo quei termini nell'equazione che corrispondono alla situazione fisica. Vedi l'Esempio 7.8 per un esempio di questo approccio.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Sistemi con forze non conservative

Il seguente metodo dovrebbe esser usato quando si affronta un problema che riguarda un sistema nel quale agiscono forze non conservative:

- Concettualizzazione.** Studia la situazione fisica attentamente e costruisci una rappresentazione mentale di ciò che accade

- Classificazione.** Definisci il tuo sistema, che può comprendere più di un oggetto. Il sistema potrebbe includere molle o altri elementi per l'immagazzinamento di energia potenziale. Determina se sono presenti forze non conservative. Se non ci sono, usa il principio di conservazione dell'energia meccanica come descritto nel Paragrafo 7.2. Se ci sono, usa il metodo descritto di seguito. Determina se del lavoro è fatto attraverso il confine del sistema da forze diverse dall'attrito. Se è così, usa l'Equazione 7.17 per analizzare il problema. Se non è così, usa l'Equazione 7.16.
- Analisi.** Scegli configurazioni per rappresentare le condizioni iniziali e finali del sistema. Per ogni oggetto che cambia quota, scegli una posizione di riferimento per il punto zero dell'energia potenziale gravitazionale del sistema. Per un oggetto su una molla, il punto zero per l'energia potenziale elastica è quando l'oggetto è nella posizione di equilibrio. Se vi è più di una forza conservativa, scrivi un'espressione per l'energia potenziale associata a ciascuna forza. Usa l'Equazione 7.16 o la 7.17 per stabilire una rappresentazione matematica del problema. Risovi per trovare le incognite.
- Conclusioni.** Assicurati che i risultati siano in accordo con la tua rappresentazione mentale. Assicurati anche che i valori dei tuoi risultati siano ragionevoli e coerenti con il senso comune.

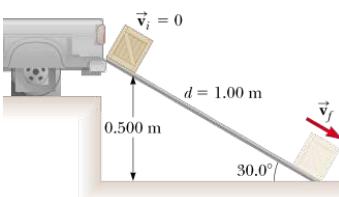


FIGURA 7.11 (Esempio 7.6) Una cassa scivola lungo una rampa a causa della gravità. L'energia potenziale del sistema diminuisce, mentre l'energia cinetica aumenta.

Esempio 7.6 Cassa che scivola lungo una rampa

Una cassa di 3.00 kg scivola giù lungo una rampa di carico. La rampa è lunga 1.00 m, e inclinata di un angolo di 30.0° , come in Figura 7.11. La cassa parte da ferma dalla sommità, subisce una forza di attrito costante di 5.00 N e continua a muoversi per un breve tratto sul piano orizzontale dopo che ha lasciato la rampa.

(A) Usare il metodo dell'energia per determinare la velocità della cassa proprio mentre raggiunge la base della rampa.

(B) Per quale tratto la cassa scivola sul successivo piano orizzontale se continua a esser soggetta a una forza d'attrito di intensità 5.00 N?

E se...? Un operaio previdente decide che la velocità della cassa quando arriva alla base della rampa potrebbe essere così alta da danneggiarne il contenuto. Quindi, sostituisce la rampa con una più lunga in modo che la nuova rampa formi un angolo di 25.0° con l'orizzontale. Questa nuova rampa ridurrà la velocità della cassa quando questa arriverà al suolo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

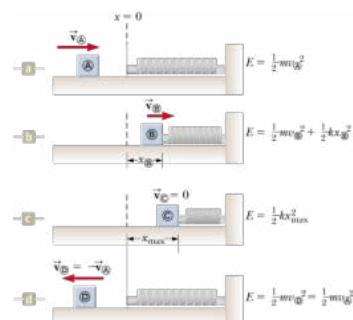


FIGURA 7.12 (Esempio 7.7) Un blocco che scivola lungo una superficie orizzontale liscia urta contro una molla di massa trascurabile. (a) Inizialmente l'energia meccanica del sistema è tutta energia cinetica. (b) L'energia meccanica è la somma dell'energia cinetica del blocco e dell'energia potenziale elastica della molla. (c) L'energia è interamente energia potenziale. (d) L'energia ritorna sotto forma di energia cinetica del blocco. L'energia totale del sistema blocco-molla rimane costante durante tutto il moto.

Esempio 7.7 | Urto massa-molla

A un blocco di massa 0.80 kg è impressa una velocità iniziale $v_A = 1.2 \text{ m/s}$ verso destra e urta contro una molla di massa trascurabile e di costante elastica $k = 50 \text{ N/m}$ come mostrato in Figura 7.12.

(A) Assumendo che la superficie sia senza attrito, calcolare la massima compressione della molla dopo l'urto.

(B) Supponiamo che una forza d'attrito dinamico costante agisca fra il blocco e la superficie, con $\mu_d = 0.50$. Se la velocità del blocco proprio quando inizia l'urto con la molla è $v_A = 1.2 \text{ m/s}$, qual è la massima compressione x_C della molla?

VISUALIZZA SOLUZIONE

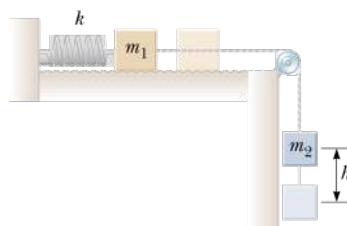


FIGURA 7.13 (Esempio 7.8) Mentre il blocco sospeso si muove dalla sua posizione più alta alla sua più bassa, il sistema perde energia potenziale gravitazionale ma acquista energia potenziale elastica nella molla. Dell'energia meccanica è trasformata in energia interna a causa dell'attrito tra il blocco che scivola e la superficie.

Esempio 7.8 Blocchi collegati in moto

Due blocchi sono collegati da una corda leggera che passa per una puleggia priva d'attrito come mostrato in Figura 7.13. Il blocco di massa m_1 sta su una superficie orizzontale ed è connesso a una molla di costante di forza k . Il sistema è lasciato libero da fermo quando la molla è non deformata. Se il corpo sospeso di massa m_2 cade per un tratto h prima di esser di nuovo fermo, calcolare il coefficiente d'attrito dinamico tra il blocco di massa m_1 e la superficie.

VISUALIZZA SOLUZIONE

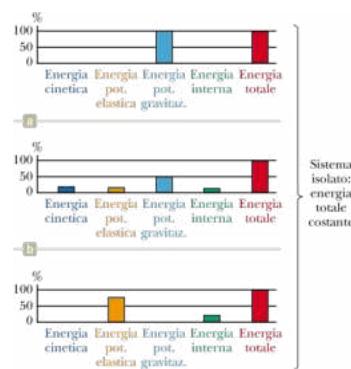


FIGURA 7.14 (Fisica ragionata 7.2) Sono mostrati tre istogrammi di energia per il sistema in Figura 7.13.

L'istogramma delle energie in Figura 7.14 mostra tre istanti nel moto del sistema in Figura 7.13 e descritto nell'Esempio 7.8. Per ciascun istogramma, identificare la configurazione del sistema che corrisponde al grafico.

Ragionamento In Figura 7.14a, non c'è energia cinetica nel sistema. Quindi, niente nel sistema si muove. L'istogramma mostra che il sistema contiene solamente energia potenziale gravitazionale e non ancora energia interna, il che corrisponde alla configurazione con i blocchi colorati più in scuro nella Figura 7.13 e rappresenta l'istante esattamente dopo che il sistema è stato lasciato libero di evolvere.

Nella Figura 7.14b, il sistema contiene quattro tipi di energia. L'altezza della barra che corrisponde all'energia potenziale gravitazionale è al 50%, il che ci dice che il blocco sospeso si è spostato a metà strada tra la sua posizione che corrisponde alla Figura 7.14a e la posizione definita come $y = 0$. Quindi, in questa configurazione, il blocco sospeso è tra le immagini scura e chiara del blocco sospeso in Figura 7.13. Il sistema ha guadagnato energia cinetica perché i blocchi si muovono, energia potenziale elastica perché la molla si allunga e energia interna a causa dell'attrito tra il blocco di massa m_1 e la superficie.

In Figura 7.14c l'altezza della barra che rappresenta l'energia potenziale gravitazionale è zero, il che ci dice che il blocco sospeso è a $y = 0$. In aggiunta, l'altezza della barra che corrisponde all'energia cinetica è zero, indicando che i blocchi hanno momentaneamente smesso di muoversi. Quindi, la configurazione del sistema è quella mostrata dalle immagini chiare dei blocchi nella Figura 7.13. L'altezza della barra che corrisponde all'energia potenziale elastica è rilevante perché la molla è allungata della massima quantità. L'altezza della barra che corrisponde all'energia interna è maggiore che in Figura 7.14b perché il blocco di massa m_1 ha continuato a scivolare sulla superficie.

Potenza

Consideriamo ancora la Fisica ragionata 6.1, che riguardava il trasporto di un frigorifero su per una rampa fin dentro un camion. Supponiamo che l'uomo non sia convinto che il lavoro sia lo stesso indipendentemente dalla lunghezza della rampa e predisponga una lunga rampa con una piccola inclinazione. Sebbene egli faccia la stessa quantità di lavoro che farebbe se usasse una rampa più corta, ci mette più tempo a fare il lavoro perché deve muovere il frigorifero su una distanza maggiore. Sebbene il lavoro fatto sulle due rampe sia lo stesso, c'è *qualcosa* di diverso nei compiti portati a termine: l'*intervallo* di tempo durante il quale è fatto il lavoro.

La rapidità con la quale è trasferita l'energia è detta **potenza istantanea** P ed è definita come

DEFINIZIONE DI POTENZA

$$P \equiv \frac{dE}{dt}$$

7.18◀

In questa discussione ci concentreremo sul lavoro come metodo di trasferimento di energia, ma ricordiamo che la nozione di potenza è valida per *qualsiasi* metodo di trasferimento di energia discusso nel Paragrafo 7.1. Se una forza esterna è applicata a un corpo (per il quale adottiamo il modello di particella), e se il lavoro svolto da questa forza è W nell'intervallo di tempo Δt , allora la **potenza media** in tale intervallo è definita come

$$P_{\text{med}} = \frac{W}{\Delta t}$$

Quindi, nella Fisica ragionata 6.1, sebbene il lavoro fatto nel far rotolare il frigorifero sulle due rampe sia lo stesso, è richiesta meno potenza per la rampa più lunga.

Con un procedimento simile a quello che abbiamo usato per arrivare alla definizione di velocità e accelerazione, la potenza istantanea è il valore limite della potenza media quando Δt tende a zero:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

dove rappresentiamo il valore infinitesimale del lavoro svolto con dW . Sappiamo dall'Equazione 6.3 che $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Quindi, la potenza istantanea si può scrivere

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

7.19◀

dove $\vec{v} = d\vec{r}/dt$.

L'unità SI della potenza è il joule al secondo (J/s), detto anche **watt** (W) (da James Watt):

IL WATT

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$$

L'unità di potenza nel sistema convenzionale US è il **cavallo vapore** (hp):

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

Adesso possiamo definire una nuova unità di energia (o lavoro) in funzione della unità di potenza. Un **chilowattora** (kWh) è l'energia trasferita in un'ora al tasso costante di 1 kW = 1 000 J/s. Il contenuto energetico di 1 kWh è

$$1 \text{ kWh} = (10^3 \text{ W})(3600 \text{ s}) = 3.60 \times 10^6 \text{ J}$$

Un chilowattora è un'unità di energia, non di potenza. Quando paghi la bolletta della luce elettrica, stai pagando energia, e la quantità di energia trasferita dalla trasmissione elettrica in una casa durante il periodo riportato nella bolletta è usualmente espresso in chilowattora. Per esempio, la tua bolletta può riportare che hai usato 900 kWh di energia durante un mese, e che devi pagare 0.10 euro per kWh. Il tuo debito è allora di 90 euro per questa quantità di energia. Un altro esempio: supponiamo che una lampadina sia dichiarata da 100 W. In 1.00 h di funzionamento, essa ha trasferito energia per mezzo della trasmissione elettrica per una quantità $(0.100 \text{ kW})(1.00 \text{ h}) = 0.100 \text{ kWh} = 3.60 \times 10^5 \text{ J}$.

Prevenire le insidie | 7.3 W, W, e Watts

Non confondere il simbolo W del Watt con il simbolo corsivo W del lavoro. Inoltre, ricorda che il watt rappresenta già la rapidità di un trasferimento di energia; quindi, non ha senso usare espressioni tipo "watt per secondo". Il watt è equivalente a joule per secondo.

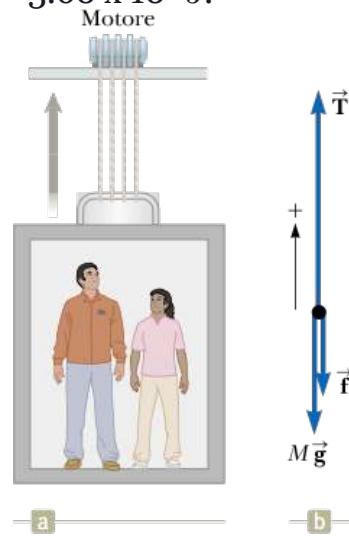


FIGURA 7.15 (Esempio 7.9) (a) Il motore esercita una forza \vec{T} sulla cabina dell'ascensore verso l'alto. Il modulo di questa forza è la tensione totale T sui cavi di sostegno che collegano la cabina al motore. Le forze verso il basso agenti sull'ascensore sono la forza d'attrito \vec{f} e la forza di gravità $\vec{F} = Mg$ (b) Diagramma di corpo libero della cabina dell'ascensore.

Esempio 7.9 Potenza erogata dal motore di un ascensore

Un ascensore (Fig. 7.15a) ha una massa di 1 600 kg e trasporta persone che hanno una massa complessiva di 200 kg. Una forza d'attrito costante di 4 000 N ritarda il suo moto verso l'alto.

(A) Quale deve essere la potenza erogata dal motore per far salire l'ascensore e i suoi occupanti con una velocità costante di 3.00 m/s?

(B) Quale potenza deve fornire il motore nell'istante in cui la velocità dell'ascensore è v se esso è progettato per fornire all'ascensore un'accelerazione verso l'alto di 1.00 m/s²?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: valutazione della potenza delle automobili

Come discusso nel Paragrafo 4.8, un'automobile si muove a causa della terza legge di Newton. Il motore cerca di far girare le ruote in una direzione tale che, a causa dell'attrito fra gli pneumatici e la strada, la Terra venga spinta indietro rispetto all'automobile. Per la terza legge di Newton, la Terra spinge le ruote nella direzione opposta, cioè nel verso anteriore rispetto alla macchina. Dato che la Terra è molto più pesante dell'automobile, la Terra resta ferma mentre l'automobile si sposta in avanti.

Questo principio è lo stesso che usano gli esseri umani per camminare. Spingendo indietro le gambe mentre il piede è sul suolo, applichi una forza d'attrito alla superficie della Terra diretta all'indietro. Per la terza legge di Newton, la superficie applica una forza d'attrito diretta in avanti su di te, la quale origina il moto in avanti del tuo corpo. Il modulo di questa forza di attrito \vec{f} esercitata su un'automobile dalla strada è legata alla rapidità con la quale l'energia è trasferita alle ruote per porle in rotazione, ciò che è la potenza del motore:

$$P_{\text{med}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{f \Delta x}{\Delta t} = f v \rightarrow P \leftrightarrow J$$

dove il simbolo \leftrightarrow implica una relazione fra le variabili che non è necessariamente di esatta proporzionalità. A sua volta, il modulo della forza di trazione è legato all'accelerazione dell'automobile in base alla seconda legge di Newton:

$$f = ma \rightarrow f \propto a$$

Di conseguenza, ci dovrebbe essere una stretta relazione fra la potenza di un veicolo e la sua possibile accelerazione

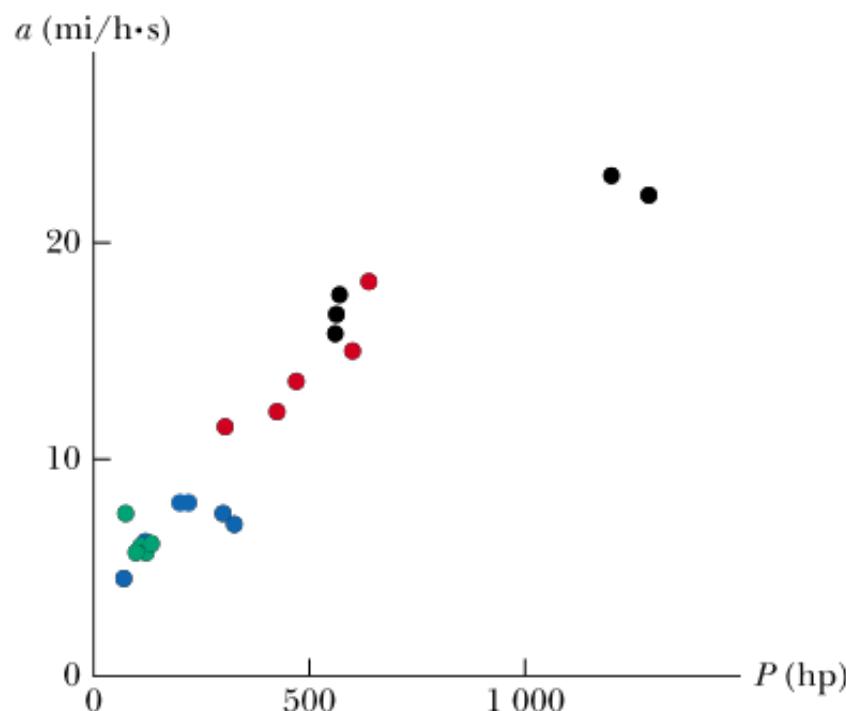
$$P \leftrightarrow a$$

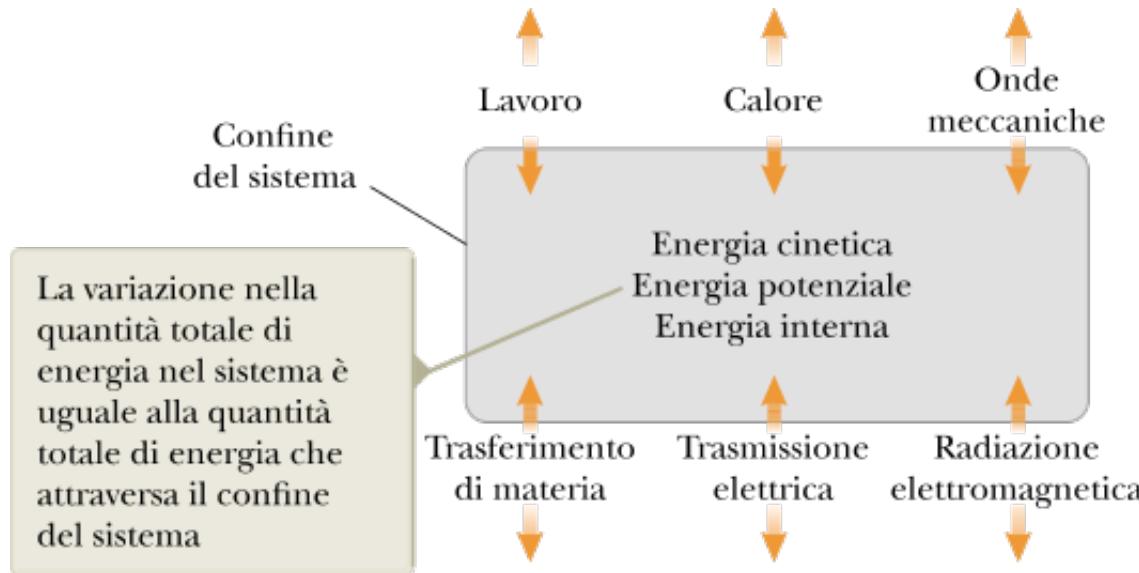
Vediamo se questa relazione è verificata dai dati reali. Per le automobili, una unità comunemente adottata per la potenza è il *cavallo-vapore* (hp), definito nel Paragrafo 7.6. La Tabella 7.2 presenta le automobili a benzina studiate nei precedenti capitoli. Per ogni veicolo, la terza colonna riporta i valori di potenza pubblicati. In Figura 7.16, rappresentiamo il grafico dei valori di accelerazione in funzione della potenza per ciascun veicolo. Da questo grafico, vediamo che esiste una chiara correlazione tra la potenza e l'accelerazione come abbiamo proposto in precedenza: quando la potenza cresce, la massima accelerazione possibile cresce. I due punti neri all'estremo destro del grafico stanno sotto una linea che potrebbe esser tracciata passante per gli altri punti. Questi due punti rappresentano la Bugatti Veyron 16.4 Super Sport e la Shelby SuperCars Ultimate Aero. Questi sono veicoli di potenza molto elevata, ciascuno dotato di una potenza di 1 200 hp o più. Il grafico mostra |

TABELLA 7.2 | Potenza e accelerazione di vari veicoli

Automobile	Accelerazione (mi/h · s)	Potenza (hp)	Rapporto tra hp e accelerazione (hp/mi/h · s)
<i>Veicoli di lusso:</i>			
Bugatti Veyron 16.4 Super Sport	23.1	1 200	52
Lamborghini LP 570-4 Superleggera	17.6	570	32
Lexus LFA	15.8	560	35
Mercedes-Benz SLS AMG	16.7	563	34
Shelby SuperCars Ultimate Aero	22.2	2 387	58
Media	19.1	836	42.3
<i>Veicoli ad alte prestazioni:</i>			
Chevrolet Corvette ZR1	18.2	638	35
Dodge Viper SRT10	15.0	600	40
Jaguar XJL Supercharged	13.6	470	35
Acura TL SH-AWD	11.5	305	27
Dodge Challenger SRT8	12.2	425	35
Media	14.1	488	34.2
<i>Veicoli tradizionali:</i>			
Buick Regal CXL Turbo	8.0	220	28
Chevrolet Tahoe 1500 LS (SUV)	7.0	326	47
Ford Fiesta SES	6.2	120	19
Hummer H3 (SUV)	7.5	300	40
Hyundai Sonata SE	8.0	200	25
Smart ForTwo	4.5	70	16
Media	6.9	206	29.0
<i>Veicoli alternativi:</i>			
Chevrolet Volt (ibrida)	7.5	74	10
Nissan Leaf (elettrica)	6.0	110	18
Honda CR-Z (ibrida)	5.7	122	21
Honda Insight (ibrida)	5.7	98	17
Toyota Prius (ibrida)	6.1	134	22
Media	6.2	108	17.8

che questo grande aumento in potenza rispetto agli altri veicoli si traduce in un relativamente modesto aumento nell'accelerazione. Il comportamento è simile a quello in Figura 2.16, in cui un ingente aumento di costo è richiesto per un relativamente ridotto aumento nell'accelerazione. Forse esiste un limite superiore per l'accelerazione oltre cui potenza e denaro non ci possono portare.





Un **sistema non isolato** è un sistema per cui l'energia attraversa il confine del sistema. Un **sistema isolato** è quello per cui non c'è energia che attraversi il confine del sistema.

Per un sistema non isolato, possiamo eguagliare la variazione in energia totale immagazzinata nel sistema alla somma di tutti i trasferimenti di energia attraverso il confine del sistema, che è una formulazione della **conservazione di energia**. Per un sistema isolato, l'energia totale è costante.

Se un sistema è isolato e non vi sono forze non conservative che agiscono sugli oggetti nel sistema, l'energia meccanica totale del sistema è costante:

$$K_f + U_f = K_i + U_i \quad 7.10\blacktriangleleft$$

Se forze non conservative (come l'attrito) agiscono tra oggetti nel sistema, l'energia meccanica non si conserva. In queste situazioni, la differenza tra l'energia meccanica totale finale e l'energia meccanica totale iniziale del sistema uguaglia l'energia che viene trasformata in energia interna dalle forze non conservative.

Se una forza d'attrito agisce in un sistema isolato, l'energia meccanica del sistema è ridotta e l'equazione appropriata da applicare è

$$E_{\text{mecc}} + \Delta K + \Delta U = -f_d d \quad 7.16\blacktriangleleft$$

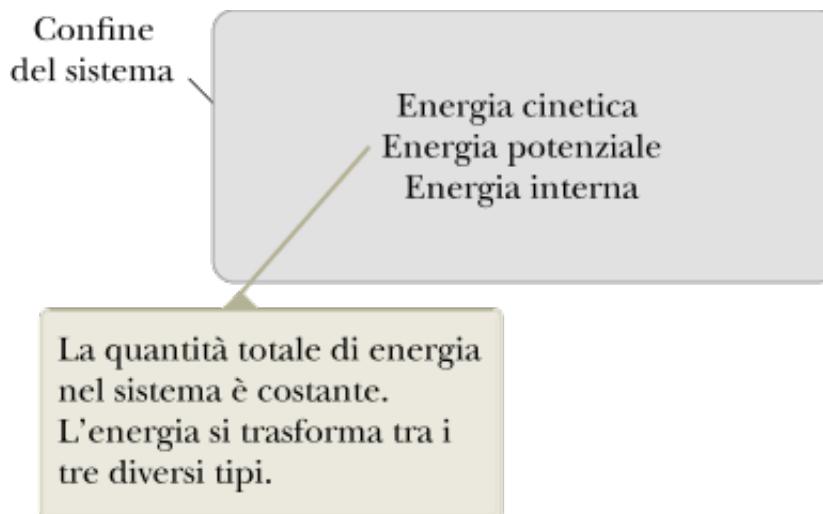
Se una forza d'attrito agisce in un sistema non isolato, l'equazione appropriata da applicare è

$$\Delta E_{\text{mecc}} = -f_d d + \sum W_{\text{altre forze}} \quad 7.17\blacktriangleleft$$

La **potenza istantanea** P è definita come la rapidità di variazione del trasferimento di energia:

$$P \equiv \frac{dE}{dt} \quad 7.18\blacktriangleleft$$

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Sistema non isolato (energia). La definizione più generale che descrive il comportamento di un sistema non isolato è l'equazione di conservazione dell'energia:

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \sum T \quad 7.1 \blacktriangleleft$$

Includendo i vari tipi di immagazzinamento e trasferimento di energia che abbiamo discusso si ha

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = W + Q + T_{\text{OM}} + T_{\text{TM}} + T_{\text{TE}} + T_{\text{RE}} \quad 7.2 \blacktriangleleft$$

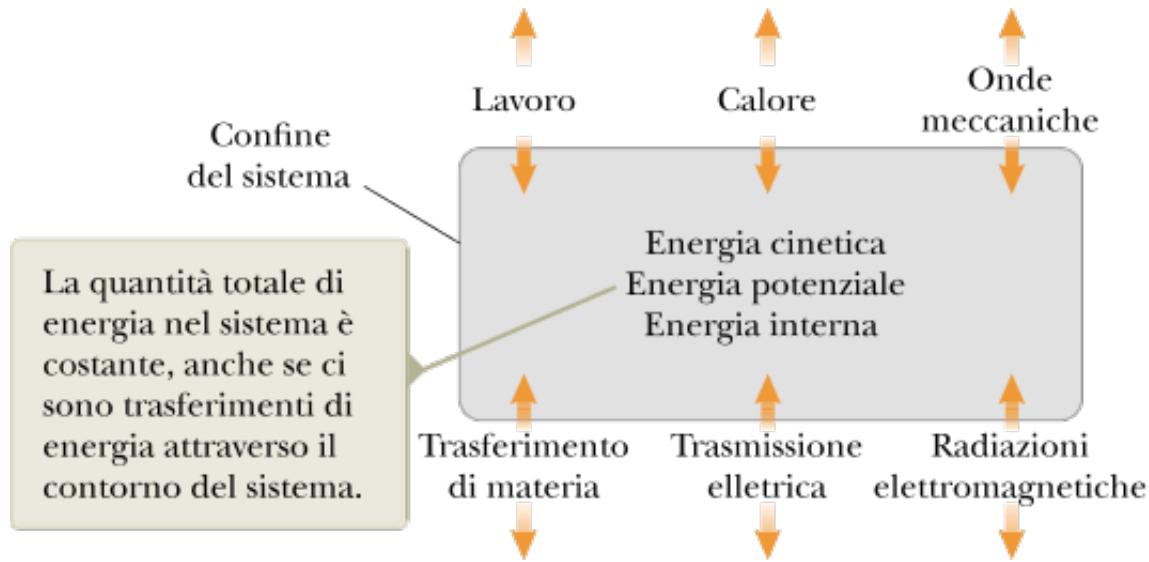
Per uno specifico problema, questa equazione si riduce generalmente a un numero minore di termini eliminando quelli che non sono adatti alla situazione.

Sistema isolato (energia). L'energia totale di un sistema isolato si conserva, per cui

$$\Delta E_{\text{sistema}} = 0 \quad 7.9 \blacktriangleleft$$

Se forze non conservative agiscono nel sistema isolato, l'energia meccanica del sistema si conserva, per cui

$$\Delta E_{\text{mecc}} = 0 \quad 7.8 \blacktriangleleft$$



Sistema non isolato in stato stazionario (energia). Se ci sono scambi di energia attraverso il confine del sistema, ma si bilanciano, allora la variazione in energia del sistema è zero:

$$0 = \sum T$$

QUESITI

1. Una macchina per conficcare oggetti nel terreno pianta pali nel suolo lasciandovi cadere sopra ripetutamente un pesante oggetto. Assumi che l'oggetto sia lasciato cadere sempre dalla stessa altezza ogni volta. Di quale fattore cambia l'energia del sistema macchina pianta-pali-Terra quando la massa dell'oggetto lasciato cadere raddoppia? (a) 1/2 (b) 1; l'energia è la stessa (c) 2 (d) 4

2. In un laboratorio vengono studiati modelli di automobili che scivolano a uno stop e i dati vengono misurati in quattro prove usando due blocchi. I blocchi hanno massa identiche ma differenti coefficienti d'attrito dinamico con il tavolo: $\mu_d = 0.2$ e 0.8 . Ciascun blocco è lanciato con velocità $v_i = 1 \text{ m/s}$ e scivola su un piano orizzontale fino a fermarsi. Questo processo rappresenta i primi due collaudi. Per i successivi due, il metodo è ripetuto ma i blocchi sono lanciati con velocità $v_i = 2 \text{ m/s}$. Ordina le quattro prove da (a) a (d) a seconda della distanza di arresto dalla maggiore alla minore. Se la distanza di arresto è la stessa nei due casi, dagli lo stesso punteggio. (a) $v_i = 1 \text{ m/s}, \mu_d = 0.2$ (b) $v_i = 1 \text{ m/s}, \mu_d = 0.8$ (c) $v_i = 2 \text{ m/s}, \mu_d = 0.2$ (d) $v_i = 2 \text{ m/s}, \mu_d = 0.8$

3. Tieni la tua fionda a lunghezza di braccio, tiri la banda elastica di massa trascurabile indietro fino al tuo mento e la lasci poi andare per lanciare un ciottolo orizzontalmente con una velocità di 200 cm/s . Con lo stesso metodo, spari un fagiolo con la velocità di 600 cm/s . Qual è il rapporto tra la massa del fagiolo e del ciottolo? (a) 1/9 (b) 1/3 (c) 1 (d) 3 (e) 9

4. Due bambini stanno su una piattaforma in cima a uno scivolo che curva di fianco a una piscina in cortile. Nello stesso momento in cui il bambino più piccolo salta direttamente giù nella piscina, la bambina più grande si lascia andare in cima allo scivolo senza attrito. **(i)** All'istante di contatto con l'acqua, l'energia cinetica del bambino più piccolo confrontata con quella della bambina più grande è (a) maggiore (b) minore (c) uguale. **(ii)** All'istante di contatto con l'acqua, la velocità del bambino più piccolo confrontata con quella della bambina più grande è (a) maggiore (b) minore (c) uguale. **(iii)** Durante il moto dalla piattaforma all'acqua, l'accelerazione media del bambino più piccolo confrontata con quella della bambina più grande è (a) maggiore (b) minore (c) uguale.

5. Rispondi sì o no a ciascuna delle seguenti domande. (a) Può un sistema oggetto-Terra avere energia cinetica e non energia potenziale gravitazionale? (b) Può avere energia potenziale gravitazionale e non energia cinetica? (c) Può avere entrambi i tipi di energia allo stesso momento? (d) Può non avere né uno né l'altro?

6. Una palla d'argilla cade liberamente sul pavimento duro. Non rimbalza in modo apprezzabile e molto rapidamente si arresta. Cosa ne è stato allora dell'energia che la palla aveva mentre stava cadendo? (a) È stata usata per produrre il moto verso il basso. (b) Si è ritrasformata in energia potenziale. (c) È stata trasferita nella palla sotto forma di calore. (d) È nella palla e nel pavimento (e pareti) come energia del moto molecolare invisibile. (e) La maggior parte è finita in suono.

7. Alla base di una rotaia a cuscino d'aria inclinata di un angolo θ , a un carrello di massa m viene data una spinta per farlo salire di un tratto d rallentando finché poi si ferma. Poi il carrello ripercorre in giù la rotaia fino al punto di partenza. Ora l'esperimento viene ripetuto con la stessa velocità iniziale ma con un secondo carrello posto sopra al primo. Il flusso d'aria della guida è abbastanza intenso da sopportare la coppia di carrelli sovrapposti così che l'unione dei due si muova sulla rotaia senza attrito. Una forza d'attrito statico mantiene il secondo carrello stazionario rispetto al primo durante il moto. Il coefficiente d'attrito statico tra i due carrelli è μ_s . Qual è il cambiamento in energia meccanica del sistema dei due carrelli-Terra nel moto in su e in giù dopo che i due carrelli sono lasciati andare? Scegli una risposta. (a) $-2\mu_s mg$ (b) $-2mgd \cos \theta$ (c) $-2\mu_s mgd \cos \theta$ (d) o (e) $2\mu_s mgd \cos \theta$.

8. Un atleta che salta in verticale su un trampolino lascia la superficie con una velocità di 8.5 m/s verso l'alto. Quale altezza massima raggiunge? (a) 13 m (b) 2.3 m (c) 3.7 m (d) 0.27 m (e) Non si può dare una risposta perché non è data la massa dell'atleta.

9. Quale potenza media è generata da uno scalatore di 70 kg che scala una cima alta 325 m in 95.0 min? (a) 39.1 W (b) 54.6 W (c) 25.5 W (d) 67.0 W (e) 88.4 W

DOMANDE CONCETTUALI

1. Una palla è lasciata cadere da una persona che si trova nel punto più alto di un palazzo, mentre un'altra persona, nel punto più basso di esso, osserva il moto della palla. Si troveranno d'accordo i due (a) sul valore dell'energia potenziale gravitazionale del sistema palla-Terra? (b) Sulla variazione di energia potenziale? (c) Sull'energia cinetica della palla in un qualche punto del suo moto?

2. Un concessionario di automobili sostiene che un motore potenziato da 300 hp sia un'opzione necessaria in una macchina compatta, invece di un motore convenzionale da 130 hp. Supponiamo che tu voglia guidare l'automobile entro i limiti di velocità (≤ 65 mi/h) su un terreno piano. Come considereresti questo promotore di vendite?

3. Un blocco è collegato ad una molla che è sospesa al soffitto. Assumendo che si possa trascurare la resistenza dell'aria, descrivere le trasformazioni di energia che hanno luogo all'interno del sistema dato dal blocco, dalla Terra e dalla molla quando il blocco è messo in moto verticalmente.

4. Considera i trasferimenti di energia e le trasformazioni elencate di seguito nelle parti da (a) a (e). Per ciascuna parte (i) descrivi il congegno realizzato dall'uomo per produrre ciascuno dei trasferimenti o trasformazioni di energia elencati e, (ii) quando possibile, descrivi un processo naturale in cui avvenga quel trasferimento o quella trasformazione di energia. Fornisci dettagli per difendere la tua scelta, come identificare il sistema e altre perdite di energia se il congegno o il processo naturale ha efficienza limitata. (a) Energia potenziale chimica che si trasforma in energia interna. (b) Energia trasferita per trasmissione elettrica che diventa energia potenziale gravitazionale. (c) Energia potenziale elastica che esce da un sistema tramite l'emissione di calore. (d) Energia trasferita da onde

meccaniche che fan lavoro sul sistema. (e) Energia portata da onde elettromagnetiche che diventa energia cinetica in un sistema.

- 5.** Una palla da bowling è sospesa al soffitto di una sala conferenze tramite una corda robusta. La palla è allontanata dalla posizione di equilibrio e lasciata libera da ferma, da una posizione prossima alla punta del naso della dimostratrice come mostrato in Figura DC7.5. La dimostratrice rimane immobile, (a) spiegare perché non sarà colpita dalla palla nella oscillazione di ritorno. (b) La dimostratrice sarebbe al sicuro se spingesse la palla dalla sua posizione iniziale prossima al suo naso?

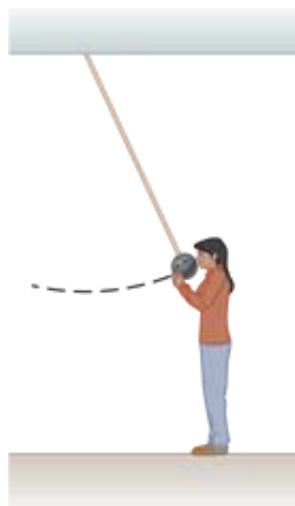


FIGURA DC7.5

- 6.** Fai un giro in bicicletta. In che senso la tua bicicletta è ad energia solare?

- 7.** Ogni cosa ha energia? Spiega la tua risposta.

- 8.** Può una forza d'attrito statico fare lavoro? Se no, perché no? Se sì fai un esempio.

- 9.** Nel principio generale di conservazione dell'energia, stabilisci quali termini dominano nel descrivere ciascuno dei seguenti dispositivi e processi. Per un processo continuo, tu potresti considerare che cosa accade in un intervallo di tempo di 10 s. Dichiara quali termini nell'equazione rappresentano forme iniziali e finali di energia, quali termini rappresentano guadagni e quali perdite di energia. (a) una fionda che lancia un ciottolo (b) un incendio (c) una radio portatile in funzione (d) una macchina che frena ad uno stop (e) la superficie del Sole che splende visibilmente (f) una persona che salta su una sedia

- 10.** Nel Capitolo 6, abbiamo introdotto il teorema dell'energia cinetica, $W_{\text{est}} = \Delta K$. Questa equazione afferma che il lavoro fatto su un sistema appare come una variazione dell'energia cinetica. Questa equazione è un caso particolare, valida se non avvengono variazioni in altri tipi di energia, come l'energia potenziale o interna. Dare due o tre esempi in cui venga svolto lavoro sul sistema ma la variazione di energia non sia una variazione di energia cinetica.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 7.1 Modello di analisi: sistema non isolato (energia)

1. Per ciascuno dei seguenti sistemi e intervalli temporali, scrivi l'appropriata versione estesa dell'Equazione 7.2, l'equazione di conservazione dell'energia. (a) Le resistenze nel tuo tostapane durante i primi cinque secondi dopo l'accensione (b) la tua automobile da appena prima che tu la riempia di benzina fino a quando tu lasci la stazione di servizio a velocità v (c) il tuo corpo mentre stai tranquillamente seduto a mangiare un panino con burro di arachidi e gelatina per pranzo (d) la tua casa durante i cinque minuti di un pomeriggio di sole mentre la temperatura nella casa resta costante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Una palla di massa m cade da un'altezza h al suolo. (a) Scrivi l'appropriata versione dell'Equazione 7.2 per il sistema della palla e della Terra e usala per calcolare la velocità della palla appena prima che colpisca la Terra. (b) Scrivi l'appropriata versione dell'Equazione 7.2 per il sistema della palla e usala per calcolare la velocità della palla appena prima che colpisca la Terra.

Paragrafo 7.2 Modello di analisi: sistema isolato (energia)

3. Problema di ricapitolazione. Una sferetta scivola senza attrito lungo la guida (Fig. P7.3). La sferetta viene lasciata andare da un'altezza $h = 3.50R$ (a) Qual è la sua velocità nella posizione A? (b) Quanto vale la forza normale agente sulla sferetta, se ha una massa di 5.00 g?

VISUALIZZA SOLUZIONE

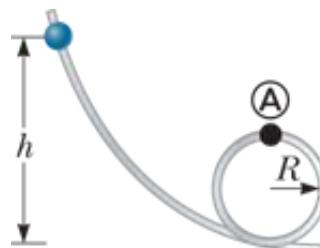


FIGURA P7.3

4. Una palla di cannone di 20 kg è sparata da un cannone con una velocità di 1 000 m/s alla bocca del cannone e a un angolo di 37.0° rispetto l'orizzontale. Una seconda palla è sparata a un angolo di 90.0° . Usa il modello del sistema isolato per trovare (a) l'altezza massima raggiunta da ciascuna palla e (b) l'energia meccanica totale del sistema palla-Terra all'altezza massima per ciascuna palla. Sia $y = 0$ a livello del cannone.

5. Un blocco di massa 0.250 kg è posto in cima a una molla leggera e verticale di costante di forza 5 000 N/m e spinto verso il basso in modo da comprimere la molla di 0.100 m. Dopo che il blocco è lasciato andare da fermo, si muove verso l'alto e poi lascia la molla. Fino a quale altezza massima sale oltre il punto di rilascio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Un blocco di massa $m = 5.00 \text{ kg}$ è lasciato libero nel punto A e scivola senza attrito sulla guida mostrata in Figura P7.6. Determina (a) la velocità della particella nei punti B e C (b) il lavoro netto fatto dalla forza gravitazionale quando la particella si sposta da A a C.

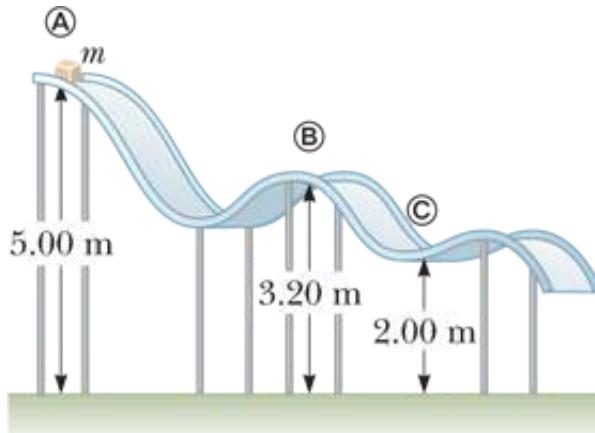


FIGURA P7.6

7. Due masse sono collegate da una fune, di massa trascurabile, che scorre su una carrucola, pure di massa trascurabile e priva di attrito, come è indicato nella Figura P7.7. La massa di 5.00 kg viene lasciata andare, da ferma da un'altezza $h = 4.00 \text{ m}$ sopra il livello del tavolo. Usando il modello del sistema isolato, (a) si determini la velocità della massa m_2 di 3.00 kg nell'istante in cui la massa di 5.00 kg tocca il suolo, (b) si trovi la massima altezza sopra il livello del tavolo a cui salirà la massa di 3.00 kg.

VISUALIZZA SOLUZIONE

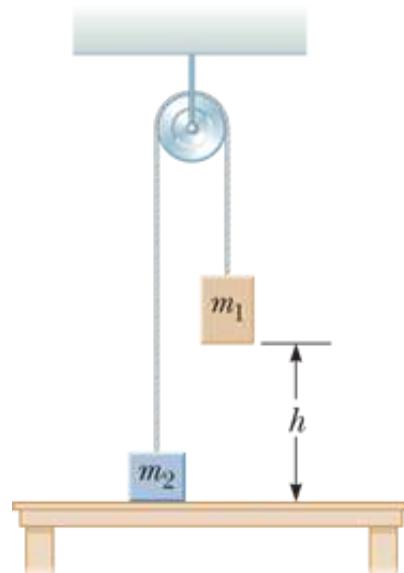


FIGURA P7.7 Problemi 7 e 8.

8. Due masse sono collegate da una fune, di massa trascurabile, che scorre su una carrucola, pure di massa trascurabile e priva di attrito, come è indicato nella Figura P7.7. La massa m_1 viene lasciata andare, da ferma, da un'altezza h sopra il livello del tavolo. Usando il modello del sistema isolato, (a) si determini la velocità della massa m_2 nell'istante in cui m_1 tocca il suolo, (b) si trovi la massima altezza sopra il livello del tavolo a cui salirà m_2 .

9. Problema di riassunto. Il sistema mostrato in Figura P7.9 è formato da un filo di massa trascurabile e inestensibile, pulegge di massa trascurabile e prive di attrito, e blocchi di ugual massa. Si noti che il blocco B è attaccato a una puleggia. Il sistema è inizialmente a riposo ed i blocchi sono alla stessa altezza dal suolo, quando vengono rilasciati. Trovare la velocità del blocco A nel momento in cui la separazione verticale dei due blocchi è h .

VISUALIZZA SOLUZIONE

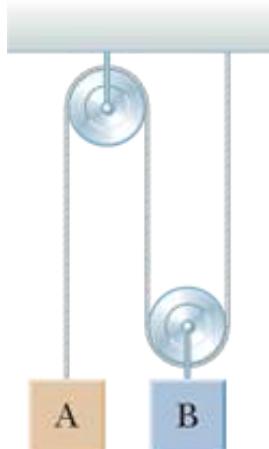


FIGURA P7.9

10. Alle ore 11:00 del 7 settembre 2001, più di un milione di scolari britannici saltarono su e giù per un minuto per simulare un terremoto. (a) Trova l'energia immagazzinata nei corpi dei bambini che è stata convertita in energia interna del pavimento e dei loro corpi e si è propagata nel suolo con onde sismiche durante l'esperimento. Assumi che 1 050 000 scolari con una massa media di 36.0 kg abbiano saltato 12 volte ciascuno, sollevando il loro centro di massa di 25.0 cm ogni volta, con una breve pausa fra un salto e l'altro. (b) Dell'energia che si propaga nel suolo, la maggior parte produce delle vibrazioni ad alta frequenza, tipo "microtremori", che sono rapidamente smorzate e non possono viaggiare lontano. Assumi che solo lo 0.01% dell'energia totale sia trasportata via sotto forma di onda sismica di lunga portata. La magnitudo di un terremoto sulla scala Richter è data da

$$M = \frac{\log E - 4.8}{1.5}$$

dove E è l'energia dell'onda sismica in joule. Secondo questo modello, quale fu la magnitudo dell'esercitazione sui terremoti?

11. Una sbarretta leggera e rigida è lunga 77.0 cm. Essa è incernierata al suo estremo superiore in modo da poter ruotare attorno a un asse orizzontale con attrito trascurabile. Quando è ferma, la sbarretta pende in giù con una piccola

palla massiccia attaccata al suo estremo inferiore. Si colpisce la palla, imprimendole improvvisamente una velocità orizzontale in modo che essa ruoti compiendo una circonferenza completa. Qual è la velocità minima necessaria affinché la palla arrivi nel punto più alto della circonferenza?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 7.4 Situazioni con attrito dinamico

12. Una cassa di massa 10.0 kg è tirata su per un piano inclinato ruvido con una velocità iniziale di 1.50 m/s. La forza che la tira su è di 100 N ed è parallela al piano inclinato, che forma un angolo di 20.0° con l'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico è 0.400, e la cassa è tirata su per 5.00 m. (a) Qual è il lavoro fatto dalla forza gravitazionale sulla cassa? (b) Determina l'aumento in energia interna del sistema cassa-piano inclinato dovuto all'attrito. (c) Qual è il lavoro fatto dalla forza di 100 N sulla cassa? (d) Qual è il cambiamento in energia cinetica della cassa? (e) Qual è la velocità della cassa dopo che è stata tirata su per 5.00 m?

13. A una slitta di massa m è dato un calcio su uno stagno ghiacciato. Il calcio impedisce alla slitta una velocità iniziale di 2.00 m/s. Il coefficiente di attrito dinamico tra slitta e ghiaccio è 0.100. Usa delle considerazioni energetiche per trovare la distanza di cui si muove la slitta prima di fermarsi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. A una slitta di massa m è data una spinta su uno stagno ghiacciato. Il calcio impedisce alla slitta una velocità iniziale v . Il coefficiente di attrito dinamico tra la slitta e il ghiaccio è μ_d . Usa delle considerazioni energetiche per trovare la distanza che percorre la slitta prima di fermarsi.

15. Un blocco di massa $m = 2.00$ kg è attaccato a una molla di costante di forza $k = 500$ N/m come mostrato nella Figura P7.15. Il blocco è tirato fino alla posizione $x = 5.00$ cm a destra della posizione di equilibrio e lasciato libero da fermo. Trova la velocità del blocco quando passa per la posizione d'equilibrio se (a) la superficie orizzontale è priva d'attrito e (b) il coefficiente d'attrito tra il blocco e la superficie è $\mu_d = 0.350$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

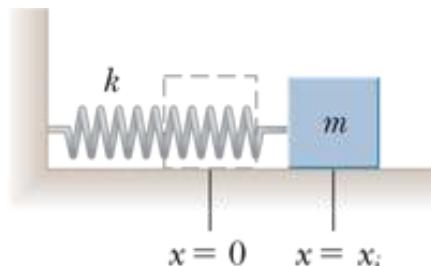


FIGURA P7.15

16. Una scatola di 40.0 kg inizialmente a riposo è spinta per 5.00 m lungo una superficie orizzontale, ruvida con una forza costante orizzontale di 130 N. Il coefficiente d'attrito tra la scatola e la superficie è 0.300. Trova (a) il lavoro fatto dalla forza applicata, (b) l'aumento in energia interna nel sistema scatola-superficie come risultato dell'attrito, (c) il lavoro fatto dalla forza normale, (d) il lavoro fatto dalla forza gravitazionale, (e) la variazione nell'energia cinetica della scatola, e (f) la velocità finale della scatola.

17. Un cerchio di raggio 0.500 m è posto piatto sul pavimento. Una particella di 0.400 kg scorre seguendo il bordo interno del cerchio. Alla particella è data una velocità iniziale di 8.00 m/s. Dopo un giro, la sua velocità cala a 6.00 m/s a causa dell'attrito con il pavimento. (a) Trova l'energia trasformata da meccanica a interna nel sistema particella-cerchio-pavimento a causa dell'attrito in un giro. (b) Qual è il numero totale di giri che la particella fa prima di fermarsi? Assumi che la forza d'attrito resti costante durante l'intero moto.

VISUALIZZA SOLUZIONE**Paragrafo 7.5 Variazioni di energia meccanica dovute a forze non conservative**

18. Un paracadutista di 80.0 kg salta da un pallone ad una altezza di 1 000 m e apre il paracadute a una altezza di 200 m. (a) Assumendo che la forza totale d'attrito sul paracadutista rimanga costante al valore di 50.0 N col paracadute chiuso, e costante a 3 600 N col paracadute aperto, trova la velocità del paracadutista quando atterra al suolo (b) Pensi che il paracadutista potrebbe farsi del male? Spiegare. (c) A quale altezza dovrebbe aprirsi il paracadute affinché la velocità finale di atterraggio del paracadutista sia di 5.00 m/s? (d) Quanto è realistica l'assunzione che la forza d'attrito totale sia costante? Spiegare.

19. Un ragazzo su una sedia a rotelle (massa totale 47.0 kg) ha una velocità di 1.40 m/s sulla sommità di una pendenza alta 2.60 m e lunga 12.4 m. Nel punto più basso della pendenza la sua velocità è 6.20 m/s. Assumi che la resistenza dell'aria e del rotolamento si possano descrivere come una forza d'attrito costante di 41.0 N. Calcola il lavoro che egli compie nello spingere avanti la sua sedia a rotelle durante la discesa.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Come mostrato nella Figura P7.20, una sferetta verde di massa 25 g scorre lungo un filo dritto. La lunghezza del filo dal punto A al punto B è 0.600 m, e il punto A è 0.200 m più alto del punto B. Una forza d'attrito costante di intensità 0.025 N agisce sulla sferetta. (a) Se la sferetta è lasciata libera da ferma al punto A qual è la velocità al punto B? (b) Una sferetta rossa di massa 25 g scorre lungo un filo curvo, soggetta a una forza d'attrito con la stessa intensità costante di quella della sferetta verde. Se le sferette verde e rossa sono lasciate libere di muoversi simultaneamente da ferme al punto A quale sferetta raggiunge il punto B per prima? Spiega.

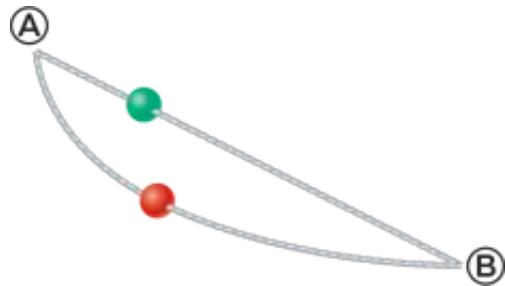


FIGURA P7.20

- 21.** Un blocco di 5.00 kg viene fatto salire lungo un piano inclinato con una velocità iniziale di $v_i = 8.00 \text{ m/s}$ (Fig. P7.21). Il blocco si ferma dopo aver percorso 3.00 m lungo il piano, che è inclinato di $\theta = 30.0^\circ$ rispetto all'orizzontale come indicato nella figura. Per questo moto, determina (a) la variazione di energia cinetica del blocco, (b) la variazione di energia potenziale del sistema blocco-Terra, (c) la forza d'attrito esercitata sul blocco (considerata costante). (d) Qual è il valore del coefficiente d'attrito dinamico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

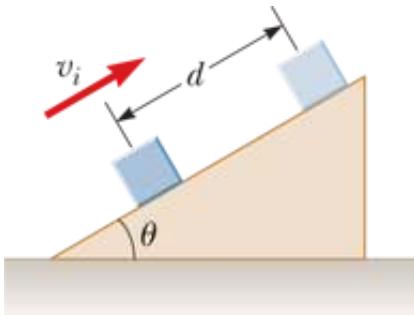


FIGURA P7.21

- 22.** Il coefficiente d'attrito tra un oggetto di massa $m_1 = 3.00 \text{ kg}$ e la superficie, mostrata in Figura P7.22, è $\mu_d = 0.400$. Il sistema parte da fermo. Qual è la velocità della palla di massa $m_2 = 5.00 \text{ kg}$, quando è scesa di un tratto di 1.50 m?

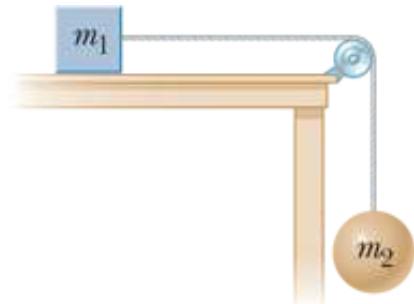


FIGURA P7.22

- 23.** Un blocco di 200 g è schiacciato contro una molla di costante elastica 1.40 kN/m fino a che la comprime di 10.0 cm. La molla è posta alla base di un piano inclinato di 60.0° rispetto all'orizzontale. Usando considerazioni di tipo energetico, determina per quanto si muove il blocco su per il piano inclinato salendo dalla sua posizione iniziale fino a fermarsi (a) se il piano non esercita una forza d'attrito sul blocco e (b) se il coefficiente di attrito dinamico è 0.400.

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. All'istante t_i , l'energia cinetica di una particella è 30.0 J e l'energia potenziale del sistema a cui appartiene è 10.0 J. Ad un istante successivo t_f , l'energia cinetica della particella è 18.0 J. (a) Se sulla particella agiscono solo forze conservative, quanto vale l'energia potenziale e quella totale del sistema al tempo t_f ? (b) Se l'energia potenziale del sistema al tempo t_f è 5.00 J, è non conservativa qualcuna delle forze che agiscono sulla particella? (c) Spiega la tua risposta alla parte (b).

25. Un fucile giocattolo utilizza una molla per sparare una sferetta di gomma soffice di 5.30 g di massa. La molla è inizialmente compressa di 5.00 cm e ha una costante elastica di 8.00 N/m. Quando spara, la palla si muove di 15.0 cm attraverso la canna del fucile e la canna esercita sul proiettile una forza di attrito costante di 0.032 N. (a) Con quale velocità esce il proiettile dalla canna del fucile? (b) In quale punto la palla ha la sua massima velocità? (c) Qual è questa massima velocità?

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Una massa di 1.50 kg è tenuta a 1.20 m al di sopra di una molla verticale, in configurazione rilassata di massa trascurabile e di costante elastica 320 N/m. La massa cade sulla molla. (a) Di quanto si comprime la molla? (b) E se? Ripeti la parte (a) ma questa volta assumi che una forza d'attrito costante dovuta all'aria di 0.700 N agisca sulla massa durante il suo moto (c) E se? Di quanto la massa comprimerebbe la molla se lo stesso esperimento venisse realizzato sulla Luna dove $g = 1.63 \text{ m/s}^2$ e la resistenza dell'aria trascurabile?

27. Una bambina di massa m parte da ferma e scivola senza attrito da un'altezza h su uno scivolo vicino a una piscina (Fig. P7.27). Viene lanciata da un'altezza $h/5$ nell'aria sopra alla piscina. Desideriamo trovare l'altezza massima che raggiunge sopra all'acqua nel suo moto come se fosse un proiettile. (a) Il sistema bambina-Terra è isolato o non isolato? Perché? (b) C'è una forza non conservativa che agisce nel sistema? (c) Definisci la configurazione del sistema quando la bambina è a livello dell'acqua come quella di energia potenziale gravitazionale zero. Esprimi l'energia totale del sistema quando la bambina è in cima allo scivolo d'acqua. (d) Esprimi l'energia totale del sistema quando la bambina è al punto di lancio. (e) Esprimi l'energia totale del sistema quando la bambina è al punto più alto del suo moto da proiettile. (f) Da (c) e (d), determina la sua velocità iniziale v al punto di lancio in termini di g e h . (g) da (d), (e), (f), determina la sua massima altezza in volo y_{\max} in termini di h e dell'angolo di lancio θ . (h) Le tue risposte sarebbero le stesse se lo scivolo non fosse senza attrito? Spiega.

VISUALIZZA SOLUZIONE

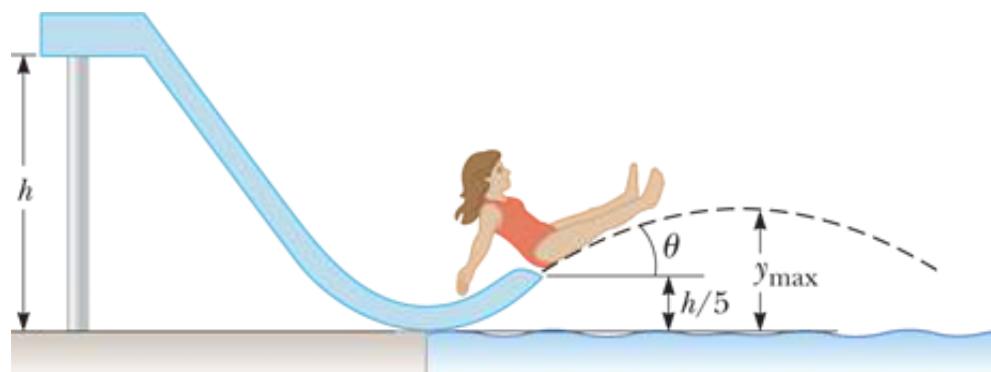


FIGURA P7.27**Paragrafo 7.6 Potenza**

28. Un'automobile più vecchia accelera da zero alla velocità v in un intervallo di tempo Δt . Un'automobile più nuova, più potente e sportiva accelera da zero a $2v$ nello stesso intervallo di tempo. Assumendo che l'energia proveniente dal motore si trasformi solo in energia cinetica delle automobili, confronta la potenza delle due automobili.

29. Un Marine dal peso di 820 N durante un allenamento sale su una corda verticale di 12.0 m a una velocità costante in 8.00 s. Qual è la potenza emessa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. Uno scooter elettrico ha una batteria capace di fornire 120 kWh di energia. Se le forze d'attrito e altre perdite rendono conto del 60.0% dell'energia usata, quale differenza di altitudine il guidatore può pensare di poter compiere quando conduce lo scooter in una zona collinare se il guidatore e lo scooter hanno in tutto un peso di 890 N?

31. BIO Per risparmiare energia, spostarsi in bicicletta e camminare sono mezzi molto più efficienti del trasporto in automobile. Per esempio, quando va in bicicletta a 10.0 mi/h, un ciclista usa l'energia del cibo a un tasso di circa 400 kcal/h oltre quella usata per stare soltanto in sella. (In fisiologia, la potenza è spesso misurata in chilocalorie per ora piuttosto che in watt. Qui 1 kcal = 1 Caloria dietetica = 4 186 J). Andare a piedi a 3 mi/h richiede circa 220 kcal/h. È interessante confrontare questi valori con il consumo energetico richiesto dal trasporto in automobile. La benzina fornisce un valore di circa 1.30×10^8 J/litro. Trovare il consumo energetico in equivalenti miglia per litro per una persona (a) che cammina e (b) che va in bicicletta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. BIO L'energia è convenzionalmente misurata tanto in Calorie quanto in joule. Una Caloria nel campo nutrizionale equivale a una chilocaloria, che è definita come 1 kcal = 4 186 J. La metabolizzazione di un grammo di grasso può rilasciare 9.00 kcal. Uno studente decide di tentare di perdere peso facendo esercizi. Egli pianifica di correre su e giù per le scale in uno stadio da calcio il più velocemente possibile tante volte quanto è necessario. Per valutare il programma, supponi che salga di corsa 80 gradini, ciascuno di 0.150 m di altezza, in 65.0 s. Per semplicità, trascura l'energia usata per scendere (è piccola). Assumi che un'efficienza tipica per i muscoli umani sia del 20.0%. Ciò significa che quando il tuo corpo trasforma 100 J dalla metabolizzazione del grasso, 20 J vanno in lavoro meccanico (qui, salire le scale). Il resto va ad aumentare l'energia interna. Assumi che la massa dello studente sia 75.0 kg. (a) Quante volte dovrà correre su per le scale per perdere 1 kg di grasso? (b) Qual è la sua potenza media, in watt e in cavalli vapore, quando sale le scale? (c) Questo metodo è in sé un modo pratico di perdere peso?

33. Una lampadina a risparmio energetico, che assorbe 28.0 W di potenza, può produrre lo stesso livello di luminosità di una lampadina convenzionale che funziona a una potenza di 100 W. La vita media della prima è 10 000 h e può essere acquistata a \$4.50, mentre quella convenzionale ha una vita media di 750 h e costa \$0.42. Determina il risparmio totale che si ottiene usando un lampadina a risparmio energetico per tutta la sua vita media al posto di una lampadina convenzionale per lo stesso intervallo di tempo. Assumi un costo dell'energia di 0.200 \$/kWh.

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Una nuvola di pioggia ad una altitudine di 1.75 km contiene 3.20×10^7 kg di vapor acqueo. Quanto ci metterebbe una pompa di 2.70 kW per far salire la stessa quantità di acqua dalla superficie della Terra alla posizione della nuvola?

35. Quando un'automobile si muove con velocità costante su una superstrada la maggior parte della potenza sviluppata dal motore è usata per compensare la trasformazione di energia dovuta alle forze d'attrito esercitate sull'automobile dall'aria e dalla strada. Se la potenza sviluppata dal motore è 175 hp, stima la forza d'attrito totale che agisce sull'automobile quando si muove alla velocità di 29 m/s. Un cavallovapore corrisponde a 746 W.

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Il motore elettrico di un trenino accelera il treno da fermo a 0.620 m/s in 21.0 ms. La massa totale del treno è 875 g. (a) Trovare la minima potenza fornita al treno tramite la trasmissione elettrica dalle rotaie metalliche durante l'accelerazione. (b) Perché è la potenza minima?

37. Un pianoforte di 3.50 kN è sollevato da tre operai a velocità costante fino ad un appartamento a 25.0 m sopra il livello della strada usando una puleggia fissata al tetto dell'edificio. Ciascun operaio è in grado di fornire 165 W di potenza, e la puleggia ha un'efficienza del 75.0% (in modo che il 25.0% dell'energia meccanica è trasformata in altre forme a causa dell'attrito della puleggia). Trascurando la massa della puleggia, trova il tempo richiesto per sollevare il pianoforte dalla strada all'appartamento.

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. Del liquame in una stazione di pompaggio è fatto salire verticalmente a 5.49 m alla velocità di 1 890 000 litri al giorno. Il liquame, di densità 1 050 kg/m³, entra ed esce dalla pompa alla pressione atmosferica e attraverso tubi di ugual diametro. (a) Trova la perdita di potenza meccanica della stazione di pompaggio. (b) Assumi che un motore elettrico che lavori continuativamente con una potenza media di 5.90 kW alimenti la pompa. Trova la sua efficienza.

39. Stima l'ordine di grandezza della potenza con cui il motore di un'automobile contribuisce ad accelerare l'automobile fino alla velocità tipica in una strada statale. Nella tua soluzione, definisci le quantità fisiche che assumi come dati e i valori che misuri o stimi per esse. La massa del veicolo è spesso fornita nel libretto di circolazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Un ascensore di 650 kg parte da fermo. Esso si muove verso l'alto per 3.00 s con accelerazione costante finché raggiunge la sua velocità di crociera di 1.75 m/s. (a) Qual è la potenza media del motore dell'ascensore durante questo tempo? (b) Come si confronta questa potenza con quella del motore quando l'ascensore si muove a velocità di crociera?

41. Un carrello carico di minerali ha una massa di 950 kg e scorre su rotaie con attrito trascurabile. Parte da fermo ed è sollevato lungo un pozzo con un cavo connesso ad un argano. Il pozzo è inclinato di 30.0° rispetto l'orizzontale. Il carrello accelera uniformemente a una velocità di 2.20 m/s in 12.0 s e poi procede a velocità costante. (a) Quale potenza deve fornire il motore dell'argano quando il carrello si muove a velocità costante? (b) Quale potenza massima deve fornire il motore dell'argano? (c) Quale energia totale viene trasferita dal motore sotto forma di lavoro nel tempo in cui il carrello si muove fino alla fine della rotaia che è lunga 1 250 m?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 7.7 Collegamento al contesto: valutazione della potenza delle automobili

42. Dai una stima dell'ordine di grandezza della potenza con cui il motore di un'automobile contribuisce ad accelerare l'automobile fino alla velocità tipica in una strada statale. Per praticità considera la tua automobile, se ne usi una, e fai i calcoli precisi quanto credi. Nella tua soluzione, definisci le quantità fisiche che prendi come dati e i valori che misuri o stimi da esse. La massa del veicolo è riportata nel libretto di circolazione. Se non vuoi fare la stima per un'automobile, considera un autobus o un camion che specificherai.

43. Il motore di un'automobile fornisce 2.24×10^4 W (30.0 hp) alle ruote quando si muove alla velocità costante di 27.0 m/s (\approx 60 mi/h). Qual è la forza resistente che agisce sull'automobile a quella velocità?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

44. Problema di ricapitolazione. Come mostrato in Figura P7.44, una corda leggera e inestensibile cambia il suo moto da orizzontale a verticale quando passa oltre il bordo di un tavolo. La corda connette m_1 , un blocco di 3.50 kg inizialmente a riposo sul tavolo orizzontale ad un'altezza $h = 1.20$ m sopra il pavimento, a m_2 , un blocco di 1.9 kg sospeso inizialmente a una distanza $d = 0.900$ m sopra il livello del pavimento. Né la superficie del tavolo né il suo bordo esercitano una forza d'attrito dinamico. I blocchi iniziano a muoversi da fermi. Il blocco m_1 che scorre è proiettato orizzontalmente dopo aver raggiunto il bordo del tavolo. Il blocco sospeso m_2 si ferma senza rimbalzare quando tocca terra. Considera i due blocchi più la Terra come sistema. (a) Trova la velocità con cui m_1 lascia il bordo del tavolo. (b) Trova la velocità d'impatto di m_1 con il pavimento. (c) Qual è la minima lunghezza della corda perché non resti tesa mentre m_1 è in volo? (d) L'energia del sistema quando è rilasciato da riposo è uguale all'energia del sistema appena prima che m_1 tocchi terra? (e) Perché sì o perché no?

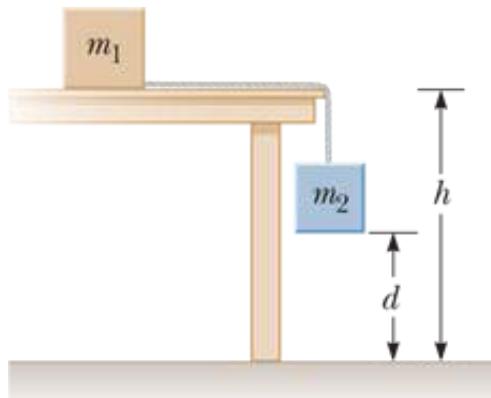


FIGURA P7.44

45. Un piccolo blocco di massa $m = 200$ g è lasciato libero da fermo in un punto A che si trova sul diametro orizzontale interno di una cavità semisferica liscia di raggio $R = 30.0$ cm (Fig. P7.45). Calcolare (a) l'energia potenziale gravitazionale del sistema blocco-Terra quando il blocco si trova nel punto A rispetto al punto B, (b) l'energia cinetica del blocco nel punto B, (c) la sua velocità in B e (d) la sua energia cinetica e l'energia potenziale del sistema quando il blocco si trova nel punto C.

VISUALIZZA SOLUZIONE

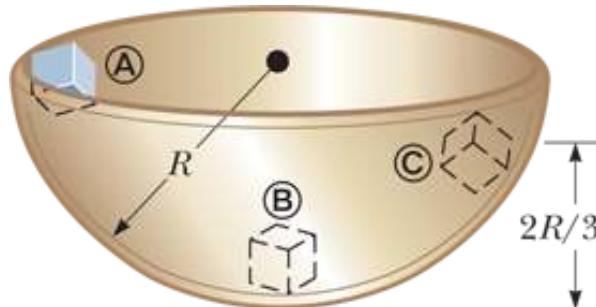


FIGURA P7.45 Problemi 45 e 46.

46. E se? Il blocco di massa $m = 200$ g descritto nel Problema 45 (vedi Fig. P7.45) è lasciato libera dalla quiete dal punto A e la superficie della cavità è scabra. La velocità della massa nel punto B è 1.50 m/s. (a) Qual è la sua energia cinetica in B? (b) Quanta energia meccanica si trasforma in energia interna quando la particella va da A a B? (c) È possibile determinare il coefficiente d'attrito da questi risultati in maniera semplice? (d) Spiegare la risposta al punto C.

47. Jonathan mentre sta andando in bicicletta incontra una collina di altezza 7.30 m. Alla base della collina, sta viaggiando a 6.00 m/s. Quando raggiunge la sommità della collina, viaggia a 1.00 m/s. Jonathan e la sua bicicletta hanno una massa di 85.0 kg. Trascura l'attrito nei meccanismi della bicicletta e tra gli pneumatici della bicicletta e la strada. (a) Qual è il lavoro totale esterno fatto sul sistema costituito da Jonathan e la bicicletta tra l'istante in cui egli comincia a salire sulla collina e l'istante in cui raggiunge la sommità? (b) Qual è il cambiamento in energia potenziale accumulata nel corpo di Jonathan durante questo processo? (c) Quanto lavoro fa Jonathan sui pedali della bicicletta all'interno del sistema Jonathan-bicicletta-Terra durante questo processo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Jonathan mentre sta andando in bicicletta incontra una collina di altezza h . Alla base della collina, sta viaggiando a una velocità v_i . Quando raggiunge la sommità della collina, viaggia a una velocità v_f . Jonathan e la sua bicicletta hanno una massa m . Trascura l'attrito nei meccanismi della bicicletta e tra gli pneumatici della bicicletta e la strada. (a) Qual è il lavoro totale esterno fatto sul sistema costituito da Jonathan e la bicicletta tra l'istante in cui egli comincia a salire sulla collina e l'istante in cui raggiunge la sommità? (b) Qual è il cambiamento in energia potenziale accumulata nel corpo di Jonathan durante questo processo? (c) Quanto lavoro fa Jonathan sui pedali della bicicletta all'interno del sistema Jonathan-bicicletta-Terra durante questo processo?

49. Uno skateboarder con la sua tavola può essere assimilato ad una particella di massa 76.0 kg, situata nel suo centro di massa (che sarà studiato nel Capitolo 8). Come mostrato in Figura P7.49, il pattinatore parte da fermo in posizione rannicchiata dal bordo di un canale (punto A). Il canale, prosciugato, ha la forma di mezzo cilindro di raggio 6.80 m con il suo asse orizzontale. Quando scende, il pattinatore si muove senza attrito e il suo centro di massa percorre un quarto di un cerchio di raggio 6.30 m. (a) Trova la sua velocità sul fondo del canale (punto B). Immediatamente dopo aver superato il punto B, egli si alza in piedi e solleva le braccia, alzando così il suo centro di massa da 0.500 m a 0.950 m sopra il cemento (punto C). Successivamente, il pattinatore scivola verso l'alto, ma con il suo centro di massa che si muove lungo un quarto di cerchio di raggio 5.85 m. Il suo corpo è orizzontale quando arriva al punto D, il bordo estremo del canale. Quando passa per il punto D, la velocità del pattinatore è 5.14 m/s. Quanta energia potenziale chimica nel corpo del pattinatore è stata convertita in energia meccanica nel sistema pattinatore-Terra quando si è alzato nel punto B? (c) Quanto sale oltre il punto D? *Attenzione:* non provare questa acrobazia da solo senza l'esperienza necessaria e l'equipaggiamento di protezione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

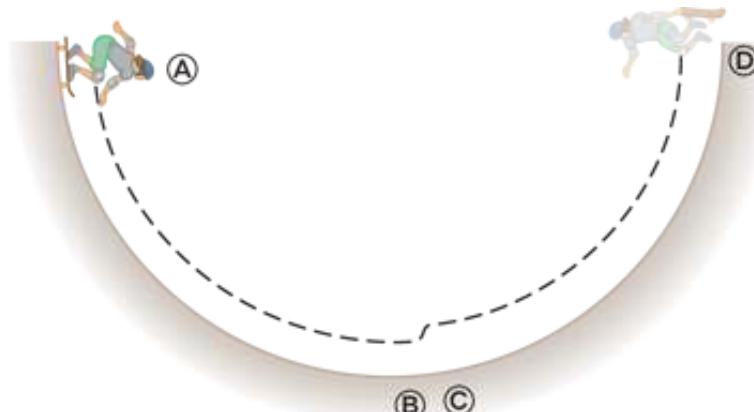


FIGURA P7.49

50. Problema di ricapitolazione. Un ragazzo parte da fermo e scende giù lungo uno scivolo come in Figura P7.50. La parte finale dello scivolo è ad un'altezza h dal suolo. Il ragazzo poi lascia lo scivolo orizzontalmente, cadendo a terra a una distanza d come mostrato. Usando i metodi energetici, determina l'altezza iniziale H da cui parte il ragazzo in termini di h e d .

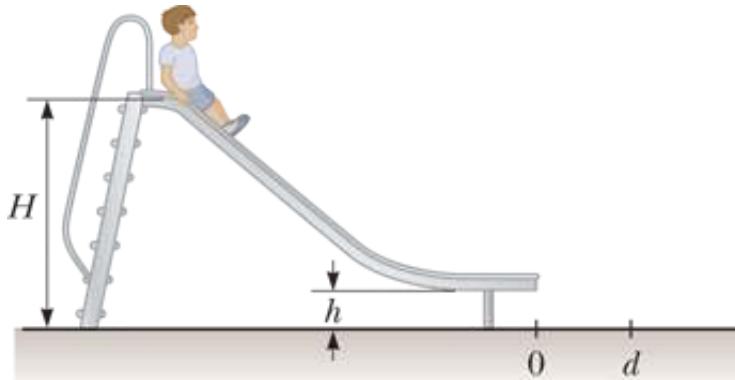


FIGURA P7.50

51. Una particella di 4.00 kg si muove lungo l'asse x . La sua posizione varia con il tempo secondo la relazione $x = t + 2.0t^3$, dove x è in metri e t in secondi. Trova (a) l'energia cinetica della particella a un istante t , (b) l'accelerazione della particella e la forza che agisce su di essa all'istante t , (c) la potenza che è trasferita alla particella all'istante t , e (d) il lavoro fatto sulla particella nell'intervallo tra $t = 0$ e $t = 2.00$ s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. Problema di ricapitolazione. Perché la seguente situazione è impossibile? A una nuova installazione di montagne russe ad alta velocità è richiesto di esser così sicura che i passeggeri non abbiano bisogno di indossare le cinture di sicurezza o qualunque altro analogo dispositivo. La pista è disegnata con una sezione circolare verticale che il trenino percorre nel suo lato interno cosicché i passeggeri si trovino a testa in giù per un piccolo intervallo di tempo. Il raggio della sezione circolare è 12.0 m, e il trenino entra alla base della sezione circolare a una velocità di 22.0 m/s. Assumi che il trenino si muova senza attrito sul binario e assimila il trenino a una particella.

53. Perché la seguente situazione è impossibile? Un lanciatore di softball ha una strana tecnica: parte con la sua mano a riposo nel punto più alto che riesce a raggiungere e poi velocemente ruota il suo braccio all'indietro cosicché la palla si muove lungo un percorso semicircolare. Lascia andare la palla quando la sua mano raggiunge il fondo del percorso. Il lanciatore mantiene una componente della forza sulla palla di 0.180 kg di intensità costante pari a 12.0 N nella direzione del moto lungo tutta la traiettoria. Quando la palla arriva al fondo del percorso, lascia la sua mano con una velocità di 25.0 m/s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Uno spericolato decide di lanciarsi legato ad una corda elastica da una mongolfiera a 65.0 m. A tal scopo, ha intenzione di usare una corda uniformemente elastica legata ad un'imbracatura, che fermerà la sua caduta ad un'altezza di 10.0 m dal suolo. Si assimili il corpo del saltatore ad una particella e si assuma che la corda abbia massa trascurabile e sia descritta dalla legge di Hooke. In una prova preliminare, egli trova che quando si appende ad un segmento della corda di 5.00 m, in condizioni di riposo, il peso del suo corpo provoca un allungamento della corda di 1.50 m. Successivamente, si lascerà cadere da fermo da un punto dove l'estremo di una corda più lunga, è legato alla mongolfiera ferma. (a) Quale lunghezza dovrebbe avere la corda da usare? (b) Quale accelerazione massima egli sperimenterà?

55. Una molla orizzontale attaccata a una parete ha una costante di forza $k = 850 \text{ N/m}$. Un blocco di massa $m = 1.00 \text{ kg}$ è attaccato alla molla e si trova su una superficie senza attrito, orizzontale come nella Figura P7.55. (a) Il blocco è tirato in una posizione $x = 6.00 \text{ cm}$ dalla posizione di equilibrio e rilasciato. Trova l'energia potenziale elastica immagazzinata nella molla quando il blocco è a 6.00 cm dalla posizione di equilibrio e quando il blocco passa per la posizione di equilibrio. (b) Trova la velocità del blocco quando passa per la posizione di equilibrio. (c) Qual è la velocità del blocco quando è in una posizione $x_i/2 = 3.00 \text{ cm}$? (d) Perché la risposta al quesito (c) non è la metà della risposta al quesito (b)?

VISUALIZZA SOLUZIONE

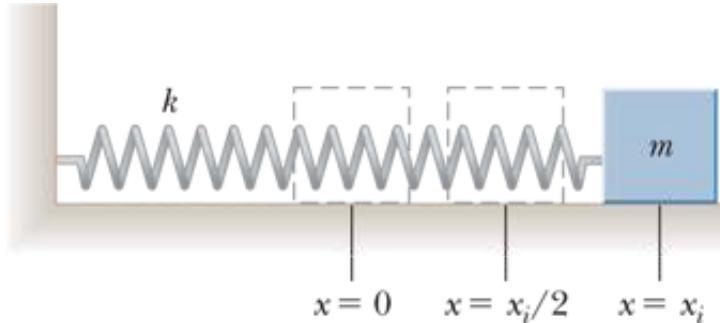


FIGURA P7.55

56. Quando il conducente preme sul pedale dell'acceleratore, un'automobile di massa 1.160 kg accelera da ferma. Durante i primi secondi del moto, l'accelerazione dell'automobile aumenta con il tempo in accordo con l'espressione

$$a = 1.16t - 0.210 t^2 + 0.240t^3$$

dove t è in secondi e a è in m/s^2 . (a) Qual è il cambiamento in energia cinetica dell'automobile durante l'intervallo di tempo da $t = 0$ a $t = 2.50 \text{ s}$? (b) Qual è il minimo di produzione di potenza media del motore in questo intervallo di tempo? (c) Perché il valore nella parte (b) è definito *minimo*?

57. Problema di ricapitolazione. Una tavola uniforme di lunghezza L scorre lungo un piano orizzontale, liscio, senza attrito come mostrato in Figura P7.57a. La tavola poi scivola oltre il bordo con una superficie orizzontale ruvida. Il coefficiente di attrito dinamico tra la tavola e la seconda superficie è μ_d . (a) Trova l'accelerazione della tavola all'istante in cui la sua prima estremità ha percorso una distanza x oltre il bordo. (b) La tavola si ferma nel momento in cui la sua

seconda estremità raggiunge il bordo come mostrato in Figura P7.57b. Trova la velocità iniziale v della tavola.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

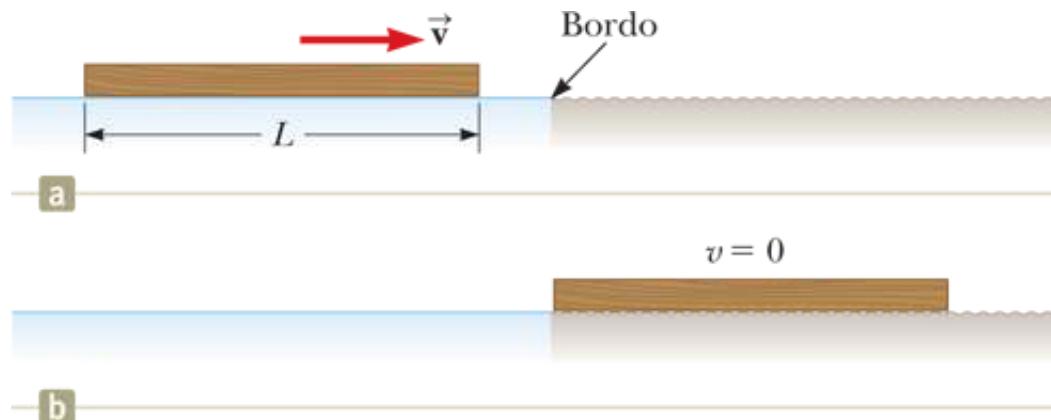


FIGURA P7.57

58. Quando pulisce un parcheggio, uno spazzaneve ammassa una quantità crescente di neve di fronte a sé. Supponi che un'automobile che si muova in aria sia analogamente assimilabile ad un cilindro di sezione A che spinge un disco crescente di aria davanti a sé. L'aria inizialmente stazionaria è messa in movimento alla velocità costante v del cilindro come mostrato in Figura P7.58. In un intervallo di tempo Δt un nuovo disco d'aria di massa Δm deve esser spostato a una distanza $v\Delta t$ e quindi gli deve esser data un'energia cinetica $1/2(\Delta m)v^2$. Usando questo modello, mostra che la perdita di potenza dell'automobile a causa della resistenza dell'aria è $1/2\rho Av^3$ e che la forza resistente che agisce sull'automobile è $1/2\rho Av^2$, dove ρ è la densità dell'aria. Confronta questo risultato con l'espressione empirica $1/2D\rho AV$ per la forza resistente.

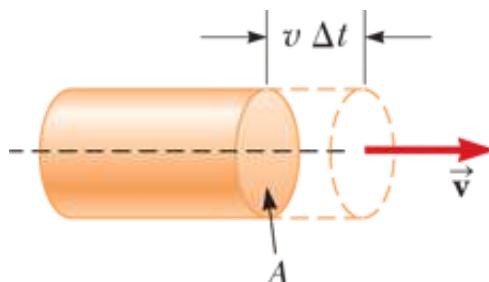


FIGURA P7.58

59. BIO Fai una stima dell'ordine di grandezza della tua dissipazione di potenza quando sali le scale. Nella soluzione, definisci le grandezze fisiche che usi come dati e i valori misurati o stimati per esse. Puoi considerare la potenza di picco o quella che riesci a sostenere?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

60. Considera il fucile dell'Esempio 7.3. Supponi che la massa del proiettile, la distanza di compressione, e la costante della molla restino gli stessi di quelli dati o calcolati nell'esempio. Supponi, però, che ci sia una forza d'attrito di intensità 2.00 N che agisca sul proiettile quando sfrega contro l'interno della canna. La lunghezza verticale dal punto A alla fine della canna è 0.600 m. (a) Dopo che la molla è stata compressa e il fucile ha sparato, a quale altezza salirà il proiettile

oltre il punto B? (b) Disegna quattro istogrammi di energia per questa situazione, analoghi a quelli nelle Figure 7.6c-f.

61. Problema di ricapitolazione. La massa di un'automobile è 1 500 kg. La forma del corpo dell'automobile è tale che il suo coefficiente di resistenza aerodinamico sia $D = 0.330$ e la sua area frontale sia 2.50 m^2 . Assumendo che la forza di resistenza sia proporzionale a v^2 e ignorando altre fonti di attrito, calcola la potenza richiesta per mantenere una velocità di 100 km/h quando l'automobile sale per una lunga collina inclinata di 3.20° .

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. BIO Pedalando per fare esercizio aerobico, una donna vuole che la frequenza del suo cuore sia tra i 136 e 166 battiti per minuto. Assumi che la velocità del suo cuore sia direttamente proporzionale alla potenza meccanica prodotta nell'intervallo che è rilevante per questa situazione. Ignora tutte le forze sul sistema donna-bicicletta eccetto l'attrito statico con la ruota motrice della bicicletta e una forza di resistenza dell'aria proporzionale al quadrato della sua velocità. Quando la velocità della donna è 22.0 km/h, la frequenza del suo cuore è di 90.0 battiti al minuto. In quale intervallo deve restare la velocità della donna in modo che la frequenza del suo cuore resti nell'intervallo voluto da lei?

63. BIO Mentre corre, una persona trasforma circa 0.600 J di energia chimica in energia meccanica ad ogni passo per chilogrammo di massa corporea. Se un corridore di 60.0 kg trasforma energia alla velocità di 70.0 W durante una competizione, quanto veloce corre?

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. Problema di ricapitolazione. Per fare uno scherzo, qualcuno mette in equilibrio una zucca nel punto più alto di un silos. Il silos è sormontato da una cupola semisferica che è priva di attrito quando bagnata. La linea dal centro della curvatura della cupola alla zucca forma un angolo $\theta_i = 0^\circ$ con la verticale. Mentre nel mezzo di una notte piovosa ti capita di esser lì nei pressi, un colpo di vento fa sì che la zucca cominci a scivolare giù partendo da ferma. Essa perde contatto con la cupola quando la linea dal centro della semisfera alla zucca forma un certo angolo con la verticale. Qual è questo angolo?

65. Considera il sistema blocco-molla-superficie nella parte (B) dell'Esempio 7.5. (a) Usando un approccio energetico, trova la posizione x del blocco, a cui la sua velocità è massima. (b) Nella sezione **E se?** di questo esempio, abbiamo considerato gli effetti di un aumento della forza d'attrito pari a 10 N. In corrispondenza di quale posizione del blocco in questa situazione la sua velocità è massima?

VISUALIZZA SOLUZIONE

66. E se? Considera le montagne russe descritte nel Problema 56. A causa dell'attrito tra il trenino e il binario, il trenino entra nella sezione circolare a una velocità di 15.0 m/s invece dei 22.0 m/s del Problema 52. Questa situazione è più o meno pericolosa per i passeggeri di quella del problema 52? Assumi che la sezione circolare sia ancora senza attrito.

67. Una pala eolica in un parco eolico ruota in risposta a una forza di resistenza dell'aria ad alta velocità data da $R = 1/2D\rho Av^2$. La potenza disponibile è $P = Rv = 1/2D\rho\pi r^2 v^2$, dove v è la velocità del vento e abbiamo assunto una forma circolare per la pala eolica di raggio r . Assumi che il coefficiente di resistenza sia $D = 1.00$ e prendi la densità dell'aria dalle tavole iniziali. Per una pala eolica che ha $r = 1.5$ m, calcola la potenza disponibile con (a) $v = 8.00$ m/s e (b) $v = 24.0$ m/s. La potenza fornita al generatore è limitata dall'efficienza del sistema che è di circa il 25%. Per fare un confronto, una casa americana grande usa circa 2 kW di potenza elettrica.

VISUALIZZA SOLUZIONE

68. Un oggetto di 1.00 kg scivola verso destra su una superficie che ha un coefficiente d'attrito dinamico 0.250 (Fig. P7.68a). L'oggetto ha una velocità di $v_i = 3.00$ m/s quando è in contatto con una molla di massa trascurabile (Fig. P7.68b) che ha una costante elastica di 50.0 N/m. L'oggetto si ferma dopo che la molla è stata compressa di un tratto d (Fig. P7.68c). L'oggetto è quindi spinto verso sinistra dalla molla (Fig. P7.68d) e continua a muoversi in quella direzione oltre la posizione di equilibrio della molla. Alla fine, l'oggetto si ferma a una distanza D alla sinistra della molla nella sua posizione di riposo (Fig. P7.68e). Trova (a) la distanza di compressione d , (b) la velocità v alla posizione che corrisponde alla lunghezza di equilibrio della molla quando l'oggetto si sta muovendo verso sinistra (Fig. P7.68d) e (c) la distanza D a cui l'oggetto si ferma.

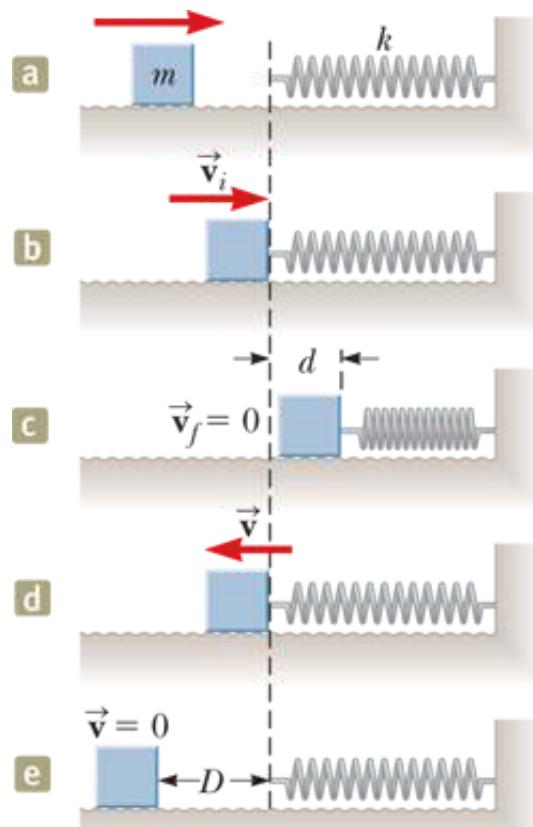


FIGURA P7.68

69. Un trampolo a molla per bambini (Fig. P7.69) accumula energia in una molla di costante elastica $k = 2.50 \times 10^4$ N/m. Nella posizione A ($x_A = -0.100$ m) la

compressione della molla è massima e il bambino è momentaneamente fermo. Nella posizione B ($x_B = 0$) la molla non è in tensione e il bambino sta spostandosi verso l'alto. Nella posizione C il bambino si trova momentaneamente fermo alla massima altezza del salto. La somma delle masse del trampolo e del bambino è di 25.0 kg. Sebbene il bambino debba inclinarsi in avanti per rimanere ben bilanciato, l'angolo è piccolo, per cui possiamo assumere che il trampolo sia verticale. Assumiamo anche che il ragazzo non pieghi le sue gambe durante il moto. (a) Si determini l'energia totale del sistema bambino-trampolo-Terra, considerando che ambedue le energie potenziali (gravitazionale ed elastica) siano nulle per $x = 0$. (b) Si determini il valore di x_C . (c) Si calcoli la velocità del bambino per $x = 0$. (d) Si determini il valore di x per il quale l'energia cinetica del sistema è massima. (e) Si calcoli la velocità massima del bambino verso l'alto.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

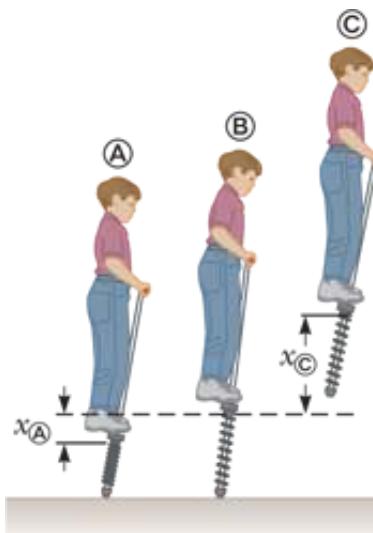


FIGURA P7.69

70. Considera la collisione blocco-molla discussa nell'Esempio 7.7. (a) Per la situazione nella parte (B), in cui la superficie esercita una forza d'attrito sul blocco, mostrare che il blocco non torna mai indietro a $x = 0$. (b) Qual è il valore minimo del coefficiente d'attrito che permetterebbe al blocco di tornare a $x = 0$?

71. Un blocco di 10.0 kg è lasciato libero in un punto A, come mostrato in Figura P7.71. La pista è priva di attrito, fatta eccezione per il tratto tra i punti B e C, lungo 6.00 m. Il blocco scende lungo la guida, colpisce una molla di costante elastica $k = 2.250 \text{ N/m}$, determinandone una compressione di 0.300 m rispetto alla sua lunghezza di equilibrio, prima del momentaneo arresto. Determinare il coefficiente d'attrito dinamico tra il blocco e la superficie scabra tra i punti B e C.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

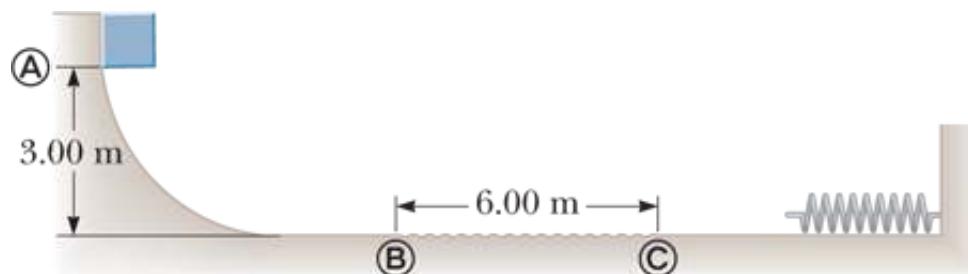


FIGURA P7.71

72. Un blocco di massa M è fermo su un tavolo. Esso è legato all'estremità inferiore di una molla di massa trascurabile e verticale. L'estremità superiore della molla è legata a un blocco di massa m . Il blocco superiore è premuto in basso da una forza supplementare $3 mg$, cosicché la compressione della molla è $4 mg/k$. In questa configurazione il blocco superiore viene rilasciato da fermo. La molla solleva il blocco inferiore dal tavolo. In funzione di m , qual è il maggior valore possibile per M ?

73. Un blocco di massa $m_1 = 20.0 \text{ kg}$ è connesso ad un altro blocco $m_2 = 30.0 \text{ kg}$ da una corda di massa trascurabile che passa attorno ad una puleggia priva di attrito. Il blocco di 30.0 kg è collegato ad una molla, di massa trascurabile, di costante elastica $k = 250 \text{ N/m}$, come mostrato in Figura P7.73. La molla non è in tensione quando il sistema si trova nelle condizioni indicate in figura, e il piano inclinato è liscio. Il blocco di 20.0 kg è tirato in giù, lungo il piano inclinato di un angolo $\theta = 40.0^\circ$, per un tratto $h = 20.0 \text{ cm}$ (allo stesso istante il blocco di 30.0 kg è 40.0 cm al di sopra del pavimento) ed è lasciato libero da fermo. Trovare la velocità di ciascun blocco quando quello di 30.0 kg si trova a 20.0 cm dal pavimento (cioè quando la molla non è in tensione).

VISUALIZZA SOLUZIONE

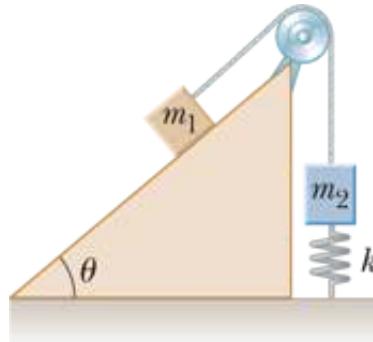


FIGURA P7.73

74. Perché la seguente situazione è impossibile? Un'atleta mette alla prova la forza delle sue mani avendo un assistente che appende pesi alla sua cintura quando si appende a una sbarra orizzontale con le sue mani. Quando i pesi che pendono dalla sua cintura aumentano il peso del suo corpo dell'80%, le sue mani non riescono più a tenerla e lei cade sul pavimento. Demoralizzata dal non aver raggiunto lo scopo di provare la forza delle sue mani, decide di oscillare su un trapezio. Il trapezio consiste in una barra sospesa a due corde parallele, ciascuna di lunghezza ℓ , che permettono al trapezista di oscillare lungo un arco di circonferenza verticale (Fig. P7.74). L'atleta tiene la barra e si lascia andare da una piattaforma ad elevata altezza, partendo da ferma con le corde ad un angolo di $\theta_i = 60.0^\circ$ rispetto alla verticale. Mentre oscilla avanti e indietro diverse volte su un arco circolare, dimentica la sua frustrazione riguardo al test di forza delle mani. Supponiamo che la dimensione del corpo della trapezista sia trascurabile rispetto alla lunghezza ℓ , e che la resistenza dell'aria sia trascurabile.

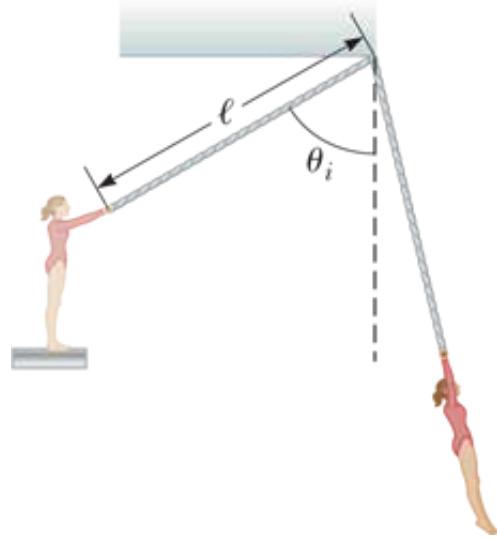


FIGURA P7.74

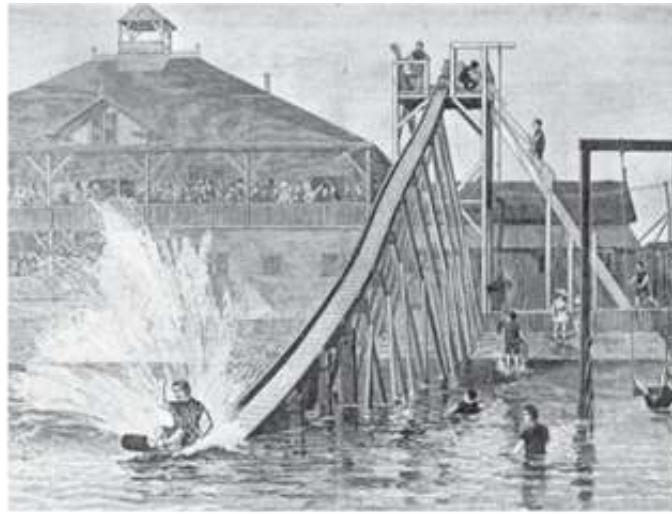
75. BIO Nella agobiopsia, una piccola striscia di tessuto viene estratta da un paziente usando un ago cavo. Invece di essere spinto manualmente, per assicurare un taglio netto l'ago può essere sparato nel corpo del paziente mediante una molla. Assumi che l'ago abbia massa 5.60 g, la molla di massa trascurabile una costante elastica di 375 N/m, e che la molla sia inizialmente compressa di 8.10 cm per scagliare l'ago orizzontalmente senz'attrito. Dopo che l'ago ha lasciato la molla, la punta dell'ago attraversa 2.40 cm di pelle e tessuto soffice, che esercitano su di essa una forza d'attrito di 7.60 N. Successivamente, l'ago si conficca per 3.50 cm in un organo che esercita una forza diretta all'indietro di 9.20 N. Trova (a) la massima velocità dell'ago e (b) la velocità alla quale una flangia sull'estremità posteriore dell'ago si scontra con un elemento di arresto, che viene inserito per limitare la penetrazione dell'ago a 5.90 cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

76. Una palla rotea in una circonferenza verticale all'estremità di una corda. L'altra estremità della corda è fissa al centro della circonferenza. Assumendo che l'energia totale del sistema palla-Terra resti costante, mostrare che la tensione nella corda nel punto più basso della circonferenza è maggiore della tensione nel punto più alto di sei volte il peso della palla.

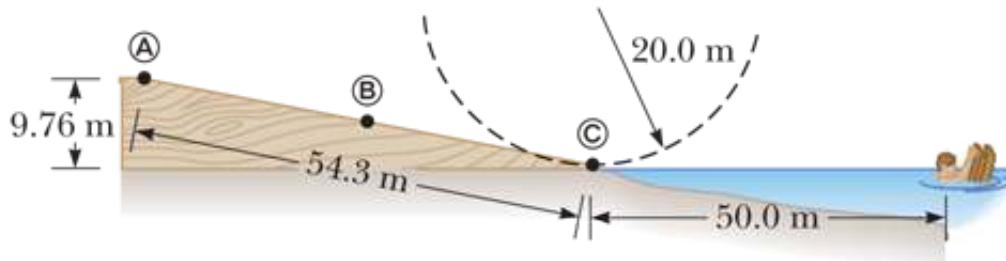
77. Problema di ricapitolazione. Nel 1887 a Bridgeport, nel Connecticut, C. J. Belknap costruì lo scivolo per acqua mostrato in Figura P7.77. Una persona su una piccola slitta, di massa totale 80.0 kg, è stata spinta alla partenza alla sommità dello scivolo (punto A) con una velocità di 2.50 m/s. Lo scivolo era alto 9.76 m alla sommità e lungo 54.3 m. Per la sua lunghezza, 725 ruote rendevano l'attrito trascurabile. Lasciando lo scivolo orizzontalmente nel punto più basso (punto C), il saltatore è scivolato sull'acqua di Long Island Sound per più di 50 m, "saltando come un ciottolo piatto", fino a fermarsi per poi nuotare a riva tirandosi dietro la sua slitta. (a) Trovare la velocità della slitta e della persona nel punto C. (b) Elaborare un modello per la forza d'attrito dell'acqua come una forza costante ritardante agente su una particella. Trovare il modulo della forza d'attrito che l'acqua esercita sulla slitta. (c) Trovare il modulo che la forza dello scivolo esercita sulla slitta nel punto B. (d) Nel punto C lo scivolo è orizzontale ma curvo sul piano verticale. Assumere che il suo raggio di curvatura sia 20.0 m. Trovare la forza che lo scivolo esercita sulla slitta nel punto C.

VISUALIZZA SOLUZIONE



© Da Scientific American

a



b

FIGURA P7.77

78. Partendo da fermo, un saltatore di 64.0 kg si lancia da una mongolfiera, che si trova a 65.0 m dal suolo, ed alla quale è collegato mediante una corda elastica. La corda elastica ha una massa trascurabile ed una lunghezza a riposo di 25.8 m. Un estremo della corda è legato alla navicella della mongolfiera mentre l'altro è legato all'imbracatura che tiene il saltatore. La corda è descritta come una molla che obbedisce alla legge di Hooke con una costante elastica di 81.0 N/m e il corpo della persona assimilato ad una particella. La mongolfiera non si muove. (a) Esprimi l'energia potenziale gravitazionale del sistema persona-Terra in funzione dell'altezza variabile y della persona dal suolo. (b) Esprimi l'energia potenziale elastica della corda in funzione di y . (c) Esprimi l'energia potenziale totale del sistema persona-corda-Terra in funzione di y . (d) Fai un grafico in funzione di y dell'energia potenziale gravitazionale, elastica e totale. (e) Assumi che la resistenza dell'aria sia trascurabile. Determina la minima altezza dal suolo raggiunta dalla persona durante il salto. (f) Il grafico dell'energia potenziale mostra qualche posizione di equilibrio? Se sì, a quale altezza? Sono di equilibrio stabile o instabile? (g) Determina la massima velocità raggiunta durante il salto.

79. Un blocco di massa 0.500 kg viene premuto contro una molla orizzontale, di massa trascurabile, provocandone una compressione x , come viene mostrato nella Figura P7.79. La costante elastica della molla è di 450 N/m. Il blocco, lasciato libero, si muove lungo un piano orizzontale, privo d'attrito fino al punto A, al fondo di una guida circolare verticale scabra di raggio $R = 1.00$ m e continua a muoversi in su lungo la guida. La velocità del blocco al fondo della guida è $v_A = 12.0$ m/s e il blocco è sottoposto ad una forza media d'attrito di 7.00 N lungo il percorso circolare della guida. Determinare (a) Quanto vale x ? (b) Se il blocco raggiungesse la sommità della guida, quale sarebbe la sua velocità in quella posizione?. (c) Il blocco riuscirà a raggiungere la sommità della pista o cadrà prima di raggiungerla?

VISUALIZZA SOLUZIONE

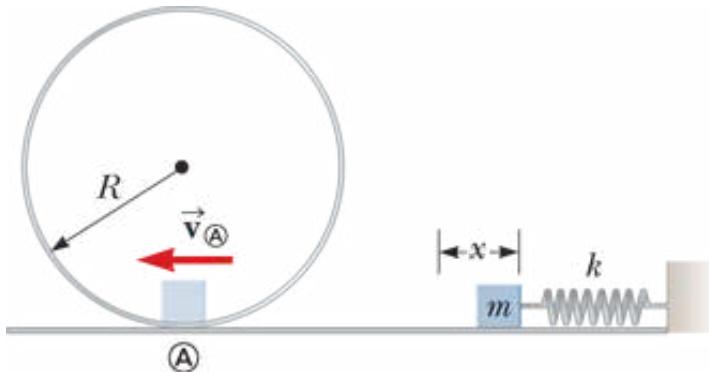


FIGURA P7.79

80. Un pendolo, composto da un filo leggero di lunghezza L ed una piccola sfera, oscilla in un piano verticale. Il filo urta contro un piolo posizionato ad una distanza d sotto il punto di sospensione (Fig. P7.80). (a) Mostrare che se la sfera è rilasciata da un'altezza inferiore a quella del piolo, essa ritornerà a questa altezza dopo che il filo avrà urtato il piolo. (b) Mostrare che se il pendolo è rilasciato da fermo dalla posizione orizzontale ($\theta = 90^\circ$) e vogliamo che oscilli compiendo un giro completo intorno al piolo, il valore minimo di d deve essere $3L/5$.

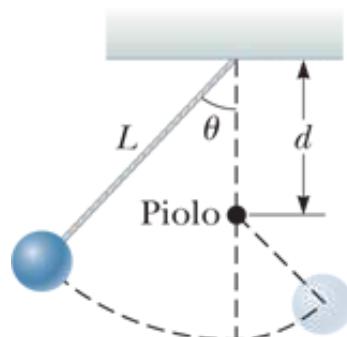


FIGURA P7.80

81. Jane, la cui massa è 50.0 kg, deve oscillare fin dall'altra parte di un fiume (di larghezza D) pieno di coccodrilli per salvare Tarzan dal pericolo. Ella deve oscillare con un vento che esercita una forza orizzontale \vec{F} , sulla liana di lunghezza L , e che inizialmente forma un angolo θ con la verticale (Fig. P7.81). Assumi $D = 50.0$ m, $F = 110$ N, $L = 40.0$ m, e $\theta = 50.0^\circ$. (a) Con quale velocità minima Jane deve cominciare a oscillare per arrivare sull'altra sponda? (b) Una volta effettuato il recupero, Tarzan e Jane devono oscillare per tornare indietro attraversando il fiume. Con quale velocità minima devono iniziare la loro oscillazione? Si assuma che Tarzan abbia una massa di 80.0 kg.

VISUALIZZA SOLUZIONE

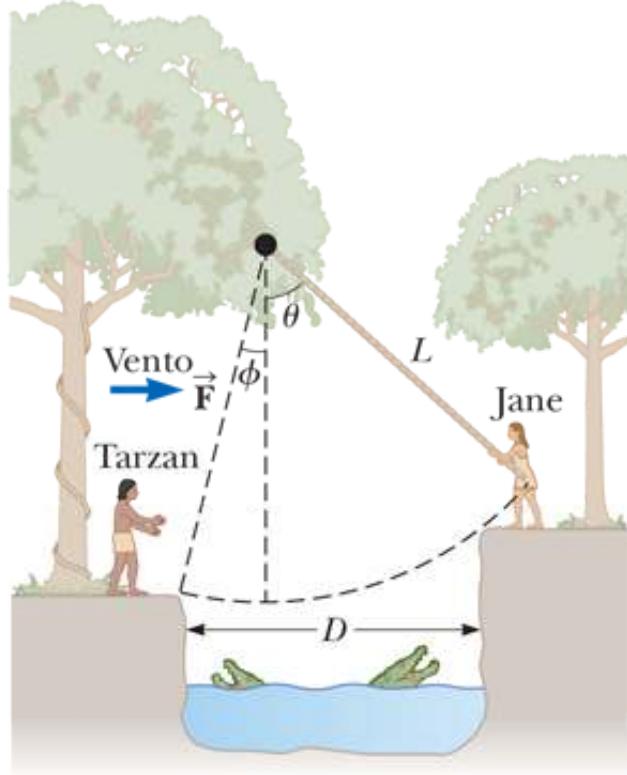


FIGURA P7.81

82. Un vagoncino delle montagne russe, mostrato in Figura P7.82, viene rilasciato da fermo da un'altezza h e poi si muove liberamente con attrito trascurabile. Il percorso ha una giravolta circolare di raggio R sul piano verticale. (a) Supponiamo prima che il vagoncino riesca a percorrere la giravolta, in modo tale che alla sommità del giro gli occupanti siano sottosopra e si sentano privi di peso. Trovare l'altezza di partenza h , al di sopra del punto più basso del giro, in funzione di R . (b) Assumiamo ora che il punto di partenza sia all'altezza necessaria o al di sopra del minimo richiesto. Mostrare che la forza normale sul vagoncino nel punto più basso del giro è maggiore della forza normale nel punto più alto di sei volte il peso del vagoncino. La forza normale su ciascun viaggiatore segue la stessa regola. Una tale grande forza normale è pericolosa e molto disagevole per i viaggiatori. Le montagne russe non sono perciò progettate con giri circolari sul piano verticale. La Figura P5.22 (pag. 149) mostra un progetto

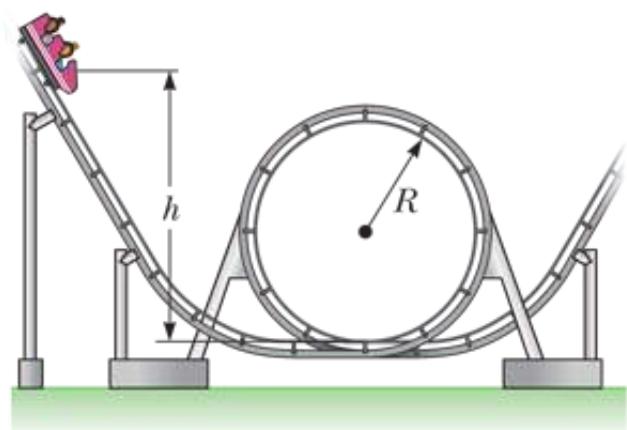


FIGURA P7.82

83. Un aeroplano di massa 1.50×10^4 kg è in quota, e si muove inizialmente a 60.0 m/s. La forza resistiva esercitata dall'aria sull'aeroplano ha un'intensità di 4.0×10^4 N. Per la terza legge di Newton, se il motore esercita una forza sui gas di scarico per espellerli fuori dal fondo del motore, i combustibili esausti esercitano una forza sui motori nella direzione della rotta dell'aereo. Questa forza è detta propulsione e il valore della propulsione in questa situazione è 7.50×10^4 N. (a) Il lavoro fatto dai combustibili esausti sull'aeroplano in un intervallo di tempo è uguale alla variazione di energia cinetica dell'aeroplano? Si spieghi. (b) Si trovi la velocità dell'aeroplano dopo che ha viaggiato per 5.0×10^2 m.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Contesto 1

CONCLUSIONI

Ora che abbiamo esplorato alcuni principi fondamentali della meccanica classica, torniamo alla domanda centrale per il Contests *Veicoli con combustibili alternativi*:

Quale fonte oltre alla benzina può essere utilizzata per fornire l'energia necessaria ad un'automobile, riducendo contemporaneamente le emissioni dannose per l'ambiente?

Disponibile ora – L'automobile elettrica ibrida

Come discusso nel Paragrafo 6.11, al momento sono disponibili alcuni veicoli puramente elettrici, ma soffrono di alcune limitazioni come un'autonomia limitata e lunghi tempi di rifornimento. Inoltre, sono disponibili e usati da un maggior numero di consumatori un numero crescente di **veicoli elettrici ibridi**. In queste automobili, un motore a benzina ed uno elettrico sono combinati per aumentare il risparmio di combustibile del veicolo e ridurre le sue emissioni. I modelli attualmente disponibili includono la Toyota Prius e la Honda Insight, che erano stati originariamente progettati come veicoli ibridi, oltre ad altri modelli già esistenti alimentati a benzina ma che sono stati modificati con un sistema di propulsione ibrido.

Le due categorie principali di veicoli ibridi sono **l'ibrido in serie** e **l'ibrido in parallelo**. In un ibrido in serie, come la Chevrolet Volt (Fig. 1) che va a basse velocità, il motore a benzina non fornisce energia di propulsione direttamente alla trasmissione. Il motore a benzina aziona un generatore, che a sua volta o carica le batterie o alimenta il motore elettrico. Solo il motore elettrico è connesso direttamente alla trasmissione per far muovere l'automobile.

Nell'ibrido in parallelo, entrambi i motori (elettrico e a combustione) sono collegati alla trasmissione, in modo che entrambi possono fornire energia di propulsione all'automobile. La Honda Insight è un ibrido parallelo. Entrambi i motori forniscono potenza alla trasmissione, e il motore a benzina è continuamente in funzione quando la macchina si muove. L'obiettivo dello sviluppo di questo ibrido è la massimizzazione del chilometraggio, che è ottenuta attraverso diverse caratteristiche di progetto. Poiché il motore a benzina è piccolo, la Insight ha emissioni più basse di un veicolo tradizionale alimentato a benzina. Comunque, poiché il motore è in funzione qualunque sia la velocità del veicolo, le sue emissioni non sono basse quanto quelle della Toyota Prius.

La Figura 2 mostra la Toyota Prius di terza generazione, che è una combinazione di serie e parallelo. Ad alta velocità la potenza alle ruote può arrivare sia dal motore a benzina che da quello elettrico. Il veicolo ha alcune caratteristiche di un ibrido in serie, però, perché è comunque il solo motore elettrico che accelera la macchina da ferma alla velocità di circa 15 mi/h (24 km/h). Durante questa accelerazione iniziale il motore a combustione non è operante e quindi non vi sono emissioni non essendoci uso di benzina. Come risultato, le emissioni di gas di scarico sono minori di quelle della Insight. La Chevrolet Volt riesce ad avere le più basse emissioni di scarico perché per cicli ripetuti di corti viaggi alternati a rifornimenti, il motore a benzina potrebbe non lavorare per niente.



BERNARD TRONCALE/Birmingham News/Landov

FIGURA 1 Chevrolet volt.

Quando un veicolo ibrido frena, il motore elettrico funziona come un generatore e restituisce parte dell'energia cinetica dell'automobile alla batteria sotto forma di energia potenziale elettrica. In un veicolo ordinario, questa energia cinetica non è recuperabile perché è trasformata in energia interna dei freni e della strada.



14158454/Landov

FIGURA 2 Toyota Prius di terza generazione.

Il chilometraggio per veicoli ibridi è nell'intervallo di 40-55 mi/gal (17-23 km/L) e le emissioni sono molto inferiori a quelle di un motore a benzina standard. Un veicolo ibrido non necessita di essere messo in carica come un veicolo puramente elettrico. La batteria che alimenta il motore elettrico si carica mentre funziona il motore a benzina. Di conseguenza, sebbene l'auto ibrida abbia un motore elettrico come un veicolo puramente elettrico, essa può essere rifornita in modo semplice ad una pompa di benzina come un veicolo ordinario. I veicoli elettrici ibridi non sono veicoli alternativi in senso stretto perché usano lo stesso combustibile di un veicolo ordinario, la benzina. Essi rappresentano, comunque, un passo importante verso automobili più efficienti con emissioni inferiori, ed un chilometraggio più alto aiuta a risparmiare petrolio greggio.

Nel futuro – I veicoli a cella di combustibile

In un motore a combustione interna, l'energia potenziale chimica nel combustibile viene trasformata in energia interna durante un'esplosione innescata dalla candela. Il gas risultante, espandendosi, compie lavoro sui pistoni, indirizzando l'energia verso le ruote del veicolo. Attualmente si stanno sviluppando le **celle a combustibile**, nelle quali non è richiesta la conversione dell'energia nel combustibile in energia interna. Il combustibile (idrogeno) è ossidato, e l'energia lascia la cella a combustibile attraverso la trasmissione elettrica. L'energia è quindi usata dal motore elettrico per spingere il veicolo.

I vantaggi di questo tipo di veicolo sono molti. Non essendoci motore a combustione interna che produca emissioni nocive, questo veicolo è privo di emissioni. A parte l'energia usata per dare potenza al veicolo, i soli sottoprodotto sono l'energia interna e l'acqua. Il combustibile è l'idrogeno che è l'elemento più abbondante nell'universo. L'efficienza di una cella a combustibile è molto più alta di quella di un motore a combustione interna, e quindi può essere estratta una maggiore frazione dell'energia potenziale presente nel combustibile.

Questi presentati sono tutti aspetti positivi. L'aspetto negativo consiste nel fatto che i veicoli a cella di combustibile sono ancora nello stadio iniziale di prototipo. Honda ha in produzione un modello di veicolo a cella di combustibile, la Honda FCX Clarity (Fig. 3). Clarity è disponibile solo negli Stati Uniti, nella California del sud dove è presente qualche stazione di rifornimento di idrogeno, e circa 20 veicoli soltanto erano in circolazione nel 2010. Trascorreranno molti anni prima che i veicoli a cella di combustibile siano ampiamente disponibili per i consumatori. Durante questi anni, le celle a combustibile dovranno essere perfezionate per funzionare in condizioni meteorologiche estreme, dovranno essere realizzati gli impianti per la fornitura di idrogeno, e dovranno essere create le infrastrutture di alimentazione per permettere il trasferimento dell'idrogeno ai singoli autoveicoli.



© Honda

FIGURA 3 Imbocco del serbatorio per idrogeno nella Honda FCX Clarity.

Problemi

- 1.** Quando un'automobile convenzionale frena fino a fermarsi, tutta (il 100%) la sua energia cinetica è convertita in energia interna. Neanche un po' di questa energia è disponibile per consentire uno spostamento successivo della macchina. Considera una macchina elettrica ibrida di massa 1 300 kg che si muove a 22.0 m/s. (a) Calcola la sua energia cinetica. (b) La macchina usa il suo sistema di freni rigenerativi per fermarsi ad un semaforo rosso. Assumi che il motore-generatore converte il 70.0% della sua energia cinetica in energia fornita alla batteria dalla trasmissione elettrica. L'altro 30.0% diventa energia interna. Calcola la quantità di energia che carica la batteria. (c) Assumi che la batteria possa restituire l'85.0% dell'energia chimica immagazzinata in essa. Calcola l'ammontare di questa energia. L'altro 15.0% diventa energia interna. (d) Quando la luce diventa verde, il motore-generatore della macchina funziona come un motore convertendo il 68.0% dell'energia della batteria in energia cinetica della macchina. Calcola l'ammontare di questa energia e (e) la velocità alla quale la macchina potrà arrivare senza energia aggiuntiva. (f) Calcola l'efficienza complessiva del processo costituito dalla frenata e dalla partenza. (g) Calcola la quantità netta di energia interna prodotta.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 2.** Sia in una macchina convenzionale che in una macchina elettrica ibrida, il motore a benzina è la fonte di tutta l'energia che la macchina usa per spingersi attraverso l'aria e per vincere la resistenza alla rotazione offerta dalla strada. Nel traffico cittadino, un motore a benzina convenzionale deve operare con un'ampia varietà di velocità di rotazione e di combustibile in ingresso. Questo vuol dire che deve funzionare con regimi di messa a punto per il contagiri e la valvola a farfalla

molto diversi fra loro. Quasi mai funziona in condizioni di massima efficienza. In una macchina elettrica ibrida, d'altro canto, il motore a benzina può funzionare alla massima efficienza quando è acceso. Un modello semplice può evidenziare numericamente la differenza. Assumiamo che le due macchine facciano entrambe 66.0 MJ di lavoro "utile" per compiere lo stesso tragitto per andare dal droghiere. Assumiamo che la macchina convenzionale funzioni al 7.00% della sua efficienza mentre eroga un'energia utile corrispondente a 33.0 MJ e che funzioni al 30.0% quando eroga gli altri 33.0 MJ. Assumiamo, invece, che la macchina ibrida funzioni al 30.0% dell'efficienza per tutto il tempo. Calcola (a) l'energia in ingresso richiesta per ciascuna macchina e (b) l'efficienza complessiva di ciascuna.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Contesto 2

Missione su Marte

In questo contesto, vedremo la fisica necessaria a spedire una navicella spaziale dalla Terra su Marte.

Se i due pianeti fossero due corpi fermi nello spazio, separati da milioni di chilometri, sarebbe un proposito alquanto ambizioso, ma dobbiamo tenere ben presente che vogliamo lanciare la navicella spaziale da un oggetto in movimento, la Terra, verso un bersaglio in movimento, Marte. In aggiunta, il movimento della navicella viene influenzato dalle forze gravitazionali della Terra, del Sole, dello stesso Marte e di qualunque altra massa presente nelle vicinanze. Nonostante queste apparenti difficoltà, possiamo usare i principi di fisica per pianificare una missione di successo.

Negli anni 1970, il progetto Viking portò una navicella spaziale ad atterrare su Marte per analizzarne il suolo alla ricerca di segni di vita. I risultati non furono decisivi. Gli Stati Uniti sono ritornati su Marte negli anni 1990 con Mars Global Surveyor (Topografo globale di Marte), progettato per realizzare accurate mappe della superficie marziana, e il Mars Pathfinder (Esploratore di Marte), che è atterrato su Marte piazzando sulla superficie del pianeta un robot mobile per analizzare rocce e suolo. Non tutti i viaggi sono stati coronati da successo. Nel 1999, il Mars Polar Lander (Navetta ad atterraggio polare su Marte) è stato lanciato per atterrare vicino alla calotta polare ghiacciata alla ricerca di acqua. Non appena entrato nell'atmosfera di Marte, ha mandato i suoi ultimi dati per poi non inviare più alcun segnale. Mars Climate Orbiter (Navetta orbitante per lo studio del clima di Marte) ha subito lo stesso destino nel 1999 a causa di errori di comunicazioni tra il costruttore della navetta spaziale e il team di controllo della missione.

Tra la fine del 2003 e gli inizi 2004 era previsto l'arrivo di navicelle su Marte da parte di tre agenzie spaziali, l'Agenzia Nazionale per l'Aeroneutica e lo Spazio (NASA) negli Stati Uniti, l'Agenzia Spaziale Europea (ESA) in Europa e l'Agenzia Giapponese per l'Esplorazione Spaziale (JAXA) in Giappone. La missione giapponese si è conclusa in un fallimento quando una valvola perforata e un problema al circuito elettrico hanno alterato una correzione fondamentale di volo, rendendo impossibile alla navicella spaziale chiamata *Nozomi* di posizionarsi in un'orbita attorno a Marte. È passata a circa 1 000 km dalla superficie marziana il 14 dicembre 2003, per poi allontanarsi dal pianeta e continuare la sua orbita attorno al Sole.

Gli sforzi europei si conclusero positivamente con l'inserimento della navicella *Mars Express* (Espresso per Marte) in un'orbita attorno a Marte. Il robot *Beagle 2*, atterrò sulla superficie. Purtroppo, non si riuscì a ricevere nessun segnale e si pensa sia andato perduto. Il *Mars Express* continua a inviare dati ed è equipaggiato per eseguire analisi scientifiche dall'orbita.



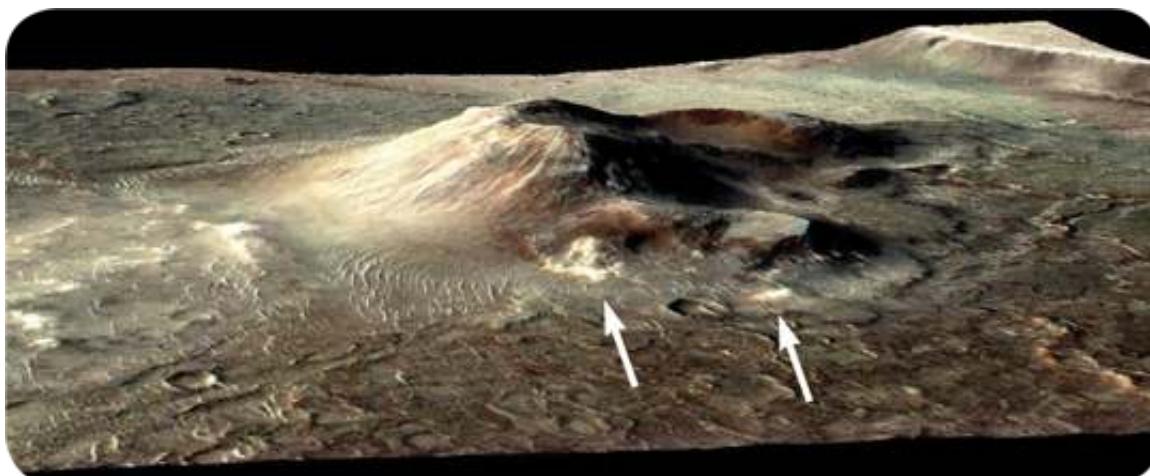
NASA/JPL

FIGURA 1 Il Mars rover *Spirit* viene provato in una stanza asettica nel Jet Propulsion Laboratory (Laboratorio per la propulsione a getto) a Pasadena, in California.



Per gent. conc. della NASA/JPL/Cornell

FIGURA 2 Un'immagine scattata dal Mars rover *Opportunity* mostra una roccia chiamata "scodella di bacche". Le "bacche" sono dei grani, simili a sfere, contenenti ematite, che gli scienziati usano per confermare un'antica presenza di acqua sulla superficie. L'area circolare che si vede sulla superficie della roccia è il risultato dell'uso di un apparato abrasivo del rover per rimuovere uno strato di polvere. In questo modo, lo spettrometro del rover ha avuto a disposizione una superficie pulita per effettuare analisi spettrali.



NASA/JPL-Caltech/MSSS/JHU-APL/
Brown Univ.

FIGURA 3 Il cono vulcanico su Marte ha depositi minerali idrotermali sui versanti a sud e sui terrazzamenti limitrofi. Due dei più grandi depositi sono indicati da frecce, e l'intera zona di color chiaro a sinistra del cono consiste di depositi idrotermali.

La missione della NASA è stata quella che ha avuto più successo delle tre missioni con il suo robot vagabondo (rover) *Spirit* atterrato con successo sulla superficie di Marte il 4 gennaio 2004. Il suo gemello, *Opportunity*, è atterrato anche lui con successo il 24 gennaio 2004, sul lato opposto del pianeta rispetto a *Spirit*. Sorprendentemente, *Opportunity* è atterrato all'interno di un cratere, fornendo agli scienziati un'ottima opportunità di studiare la geologia di un cratere meteorico. A parte un'anomalia di funzionamento di un computer risolta con successo, entrambi i rover hanno funzionato benissimo mandando fotografie di altissima qualità della superficie del pianeta oltre a un'enorme quantità di dati, tra cui la conferma di una antica presenza di acqua sulla superficie.

Osservazioni molto più recenti nel 2010 da parte della Navicella di Ricognizione su Marte della NASA hanno rivelato un cono vulcanico contenente depositi minerali idrotermali sui fianchi del cono. I ricercatori hanno identificato uno dei minerali come silice idratata, e i nuovi risultati suggeriscono che in alcune regioni Marte potrebbe aver sostenuto forme di vita microbica. Sono state scattate fotografie eccellenti vicino al Polo Nord di Marte usando una telecamera montata sulla navicella come parte dell'Esperimento scientifico di Imaging

ad alta risoluzione, HiRISE. Le immagini mostrano solamente piccole aree di ghiaccio sulla superficie la cui struttura è tipica di permafrost ghiacciato che si espande e contrae con il mutare delle stagioni.



NASA/JPL/Università dell'Arizona

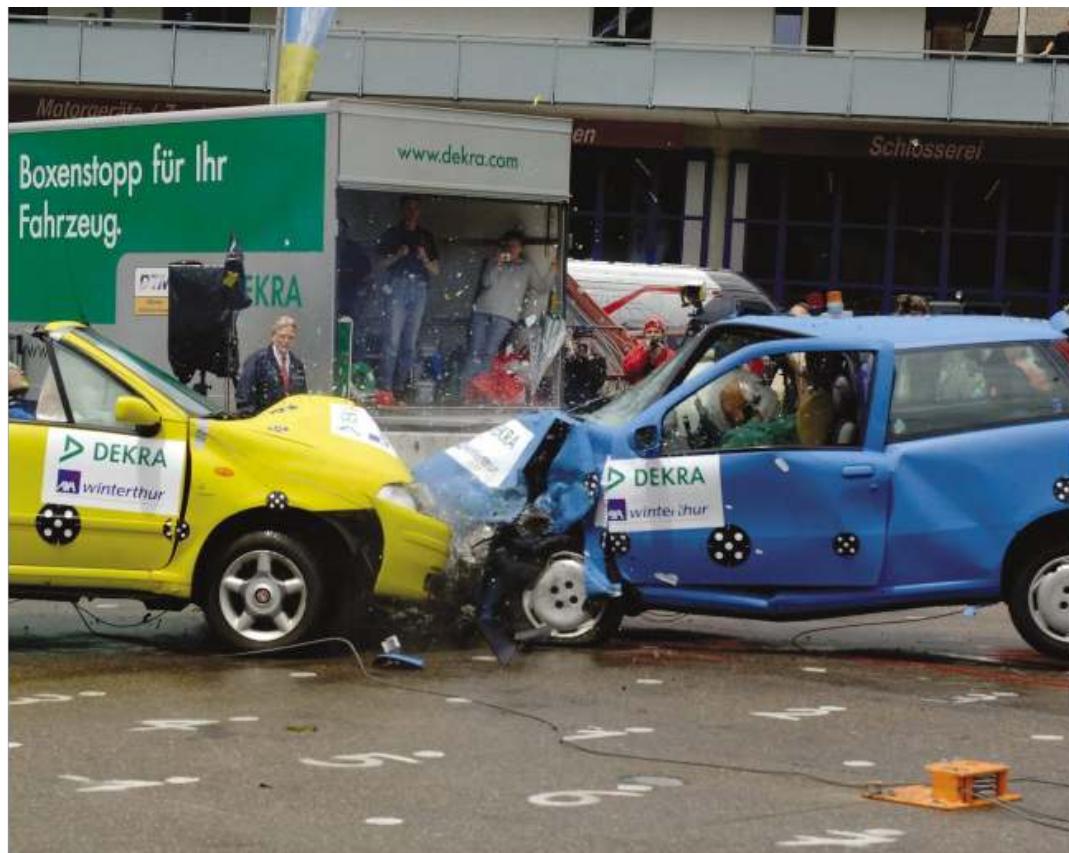
FIGURA 4 L'immagine HiRISE mostra alcuni pezzi di ghiaccio superficiale vicino al Polo Nord di Marte.

Molte persone sognano di poter stabilire delle colonie su Marte un giorno. Questo sogno, in realtà, è ancora lunghi dall'avverarsi. Stiamo ancora imparando a conoscere questo pianeta, e quello che abbiamo ottenuto finora è soltanto una manciata di viaggi verso il pianeta. Andare su Marte non è ancora diventato un evento quotidiano, sebbene impariamo sempre di più da ogni missione. In questo Contesto, affrontiamo la domanda centrale,

In che modo si può effettuare con successo il trasferimento di un'astronave dalla Terra verso Marte?

Quantità di moto ed urti

IL CONCETTO DI QUANTITÀ DI MOTO CONSENTE L'ANALISI DI URTI TRA AUTOMOBILI ANCHE IN ASSENZA DI DETTAGLI RELATIVI ALLE FORZE COINVOLTE. QUESTA ANALISI PERMETTE DI DETERMINARE LE VELOCITÀ RELATIVE DELLE AUTO PRIMA DELL'URTO E FORNISCE INFORMAZIONI UTILI AGLI INGEGNERI NEL PROGETTARE VETTURE PIÙ SICURE. (LA TRADUZIONE DELLA SCRITTA AL LATO DEL RIMORCHIO È “PIT STOP PER LA TUA AUTO”.)



AP photo/Keystone/Regina Kuehne

Consideriamo cosa accade quando due auto si scontrano come nella figura di apertura del capitolo. Entrambe le auto modificano il loro moto con velocità inizialmente elevate fino ad arrestarsi a causa dell'urto. Siccome ognuna delle due auto è sottoposta ad un'elevata variazione di velocità in un breve intervallo di tempo, la forza media risulta molto grande. Secondo la terza legge di Newton, ciascuna auto è sottoposta ad una forza della stessa intensità. Per la seconda legge di Newton l'effetto delle forze sul moto delle auto dipende dalle loro masse.

Uno degli scopi principali di questo capitolo è di consentire la comprensione e l'analisi di tali eventi. In primo luogo, verrà introdotto il concetto di quantità di moto, termine usato per descrivere oggetti in movimento. Il concetto di quantità di moto conduce ad una nuova legge di conservazione e a nuovi modelli di analisi per la trattazione di sistemi isolati e non isolati. Questa legge di conservazione si rivela particolarmente indicata nella trattazione dei problemi che coinvolgono urti fra corpi.

8.1

Quantità di moto

Nei due capitoli precedenti, abbiamo affrontato problemi difficili da analizzare con le leggi di Newton. Siamo stati in grado di risolvere questi problemi applicando un principio di conservazione, il principio di conservazione dell'energia. Prendiamo in considerazione un'altra situazione e vediamo se riusciamo ad affrontarla con i modelli che abbiamo sviluppato finora.

Un arciere di 60 kg, in piedi su una lastra di ghiaccio priva di attrito, scocca

orizzontalmente una freccia di 0.030 kg ad una velocità di 85 m/s. Con quale velocità si muove l'arciere sulla superficie ghiacciata dopo avere scoccato la freccia?

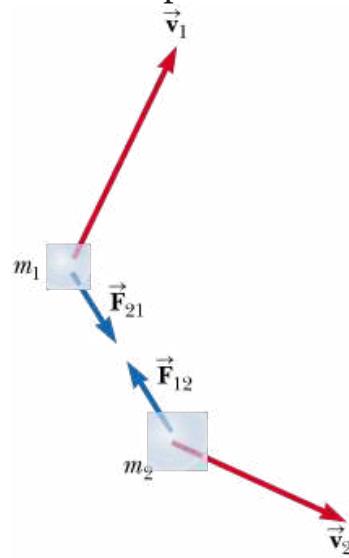


FIGURA 8.1 Due particelle interagiscono. Secondo la terza legge di Newton
dobbiamo avere $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Dalla terza legge di Newton, sappiamo che la forza esercitata sulla freccia dall'arco viene contrastata da una forza uguale e contraria sull'arco (e sull'arciere). Questa forza fa sì che l'arciere scivoli all'indietro sul ghiaccio con la velocità oggetto della domanda del problema. Non possiamo determinare questa velocità con modelli di moto di particelle quale quello della particella sottoposta ad accelerazione costante, in quanto non abbiamo alcuna informazione sull'accelerazione dell'arciere. Non possiamo utilizzare modelli quale quello di un oggetto sottoposto ad una forza risultante perché non sappiamo nulla delle forze coinvolte nel processo. Un approccio energetico non è di alcun aiuto perché non conosciamo il lavoro compiuto nel tendere l'arco né l'energia potenziale elastica associata alla corda tesa.

Nonostante la nostra impossibilità di risolvere il problema dell'arciere usando le tecniche apprese fino ad ora, questo problema è di facile risoluzione se introduciamo una nuova quantità che descriva il moto, la *quantità di moto*. Per introdurre questa nuova quantità, consideriamo un sistema isolato di due particelle (Fig. 8.1) di massa m_1 e m_2 che si muovono con velocità \vec{v}_1 e \vec{v}_2 ad un certo istante. Poiché il sistema è isolato, l'unica forza che agisce sulla particella è quella che le imprime l'altra. Questa situazione può classificarsi tra quelle in cui è possibile applicare le leggi di Newton. Se la particella 1 esercita una forza sulla particella 2 (per esempio, una forza gravitazionale) deve esserci una seconda forza, con lo stesso modulo ma verso opposto, che la particella 2 esercita sulla particella 1. In altre parole, le forze rappresentano una coppia di azione-reazione secondo la terza legge di Newton, cosicché $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. Possiamo esprimere questa condizione come un enunciato per un *sistema* di due particelle nella seguente maniera:

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$$

Proviamo a fare un ulteriore passo in avanti, analizzando questa stessa situazione attraverso la seconda legge di Newton. Nell'istante mostrato in Figura 8.1, le particelle interagenti hanno accelerazioni determinate dalle forze agenti su di esse. Di conseguenza, sostituendo ciascuna forza con $m\vec{a}$ avremo

$$m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = 0$$

Sostituiamo adesso l'accelerazione con la definizione data nell'Equazione 3.5:

$$m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

Se le masse m_1 e m_2 sono costanti, possiamo inserirle dentro le derivate con il risultato

$$\frac{d(m_1 \vec{v}_1)}{dt} + \frac{d(m_2 \vec{v}_2)}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt} (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2) = 0$$

8.1◀

Per concludere, si noti che la derivata della somma $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$ rispetto al tempo è uguale a zero. Di conseguenza, questa somma deve essere costante. Da questa discussione abbiamo imparato che la grandezza mv per una particella è importante in quanto la somma dei valori di questa grandezza per le particelle di un sistema isolato si conserva. Chiameremo questa grandezza *quantità di moto* o *momento lineare*: La **quantità di moto** \vec{p} di una particella o di un oggetto che può essere descritto come una particella di massa m che si muove ad una velocità \vec{v} viene definita come il prodotto della massa per la velocità¹:

DEFINIZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO, O MOMENTO LINEARE DI UNA PARTICELLA

$$\vec{p} \equiv m\vec{v}$$

8.2◀

Poiché la quantità di moto è il prodotto di uno scalare, la massa m , e di un vettore \vec{v} , essa è una quantità vettoriale. La sua direzione è la stessa di \vec{v} , e le sue dimensioni sono ML/T. Nel sistema SI, la quantità di moto si misura in kg • m/s.

¹ Questa è un'espressione non relativistica e vale solamente per $v \ll c$, dove c è la velocità della luce nel vuoto. Nel prossimo capitolo discuteremo la quantità di moto per particelle che si muovono a velocità elevata.

Se un corpo si muove in una direzione qualsiasi nello spazio tridimensionale, \vec{p} ha tre componenti, e l'Equazione 8.2 è equivalente alle tre equazioni per le componenti:

$$p_x = mv_x \quad p_y = mv_y \quad p_z = mv_z$$

8.3◀

Come si può vedere dalla sua definizione, il concetto di quantità di moto fornisce una distinzione quantitativa tra corpi di masse differenti che si muovono con la stessa velocità. Per esempio, la quantità di moto di un camion che si muove alla velocità di 2 m/s è molto maggiore in modulo di quella di una pallina da ping-pong che si muove alla stessa velocità. Newton chiamò il prodotto mv *quantità di moto*, termine che fornisce una descrizione più chiara rispetto a momento lineare.

QUIZ RAPIDO 8.1

Due corpi hanno la stessa energia cinetica. In che modo si possono confrontare le loro quantità di moto? (a) $p_1 < p_2$ (b) $p_1 = p_2$ (c) $p_1 > p_2$ (d) non ci sono abbastanza informazioni per potere dare una risposta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 8.2

Il tuo insegnante di educazione fisica ti lancia una palla da baseball con una certa velocità e tu la afferri. Il tuo insegnante si prepara a lanciarti un pallone da esercitazioni con un massa dieci volte maggiore. Ti sono date le seguenti scelte. Il pallone da esercitazioni ti può essere lanciato con (a) la stessa velocità della palla da baseball, (b) la stessa quantità di moto, (c) la stessa energia cinetica. Elenca queste possibilità dalla più facile alla più difficile da prendere.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Consideriamo ora di applicare il modello a particella ad un corpo in moto. Usando la seconda legge del moto di Newton si può mettere in relazione la quantità di moto di una particella con la forza risultante agente su di essa. Nel Capitolo 4 hai appreso che la seconda legge di Newton si può scrivere come $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Tuttavia, questa forma si applica solo quando la massa della particella rimane costante. Nei casi in cui la massa varia col tempo, si dovrebbe usare una forma alternativa della seconda legge di Newton: **la variazione nell'unità di tempo della quantità di moto di una particella è uguale alla forza risultante agente sulla particella**, cioè

SECONDA LEGGE DI NEWTON PER UNA PARTICELLA

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

8.4◀

Se la massa della particella è costante, l'equazione precedente si riduce alla nostra primitiva espressione per la seconda legge di Newton:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

È difficile immaginare una particella la cui massa sia variabile, ma se consideriamo corpi estesi, emergono un certo numero di esempi, come un razzo che espelle il suo combustibile quando è in funzione, una palla di neve che rotolando da una collina si ingrossa raccogliendo altra neve, e un furgone il cui cassone a tenuta stagna si riempie d'acqua mentre viaggia sotto la pioggia.

Dall'Equazione 8.4 si vede che se la forza risultante su un corpo è zero, la derivata rispetto al tempo della quantità di moto è zero, e perciò la quantità di moto del corpo deve essere costante. Ciò dovrebbe suonare familiare poiché si tratta del caso di una particella in equilibrio, espresso in termini di quantità di moto. Naturalmente, se la particella è *isolata* (cioè, se non interagisce con l'ambiente), allora non agisce su di essa alcuna forza e \vec{p} rimane invariata, che è la prima legge di Newton.

Modello di analisi: sistema isolato (quantità di moto)

Usando la definizione di quantità di moto, l'Equazione 8.1 si può scrivere

$$\frac{d}{dt} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

Poiché la derivata rispetto al tempo della quantità di moto del sistema, $\vec{p}_{\text{tot}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$, è zero, si conclude che la quantità di moto totale \vec{p}_{tot} resta costante, cioè:

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO PER UN SISTEMA ISOLATO

$$\vec{p}_{\text{tot}} = \text{costante}$$

8.5◀

o, in modo equivalente,

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

8.6◀

dove p_{1i} e p_{2i} sono i valori iniziali e p_{1f} e p_{2f} sono i valori finali della quantità di moto nell'intervallo di tempo durante il quale le particelle interagiscono. L'Equazione 8.6 nella forma delle sue componenti dice che le componenti della quantità di moto di un sistema isolato nelle direzioni x , y e z si conservano indipendentemente; cioè,

L'Equazione 8.6 è la formulazione matematica di un nuovo modello di analisi, il **sistema isolato (in termini di quantità di moto)**.

Esso può essere esteso ad un sistema isolato costituito da un numero arbitrario di particelle come dimostriamo nel Paragrafo 8.7. Abbiamo studiato la versione in termini di energia meccanica del modello di sistema isolato nel Capitolo 7 ed ora abbiamo una versione espressa in termini di quantità di moto. In generale, l'Equazione 8.6 si può enunciare come segue: Ogni qual volta due o più particelle di un sistema isolato interagiscono, la quantità di moto totale del sistema rimane costante.

Si noti che non si è stabilito nulla circa la natura delle forze agenti sul sistema. Ciò che si richiede è soltanto che le forze siano *interne* al sistema. Così, la quantità di moto di un sistema isolato si conserva *indipendentemente* dalla natura delle forze interne, *anche se le forze sono non conservative*.

Prevenire le insidie
| 8.1 La quantità di moto di un sistema isolato si conserva

Sebbene la quantità di moto di un sistema isolato si conservi, la quantità di moto di una determinata particella componente il sistema non necessariamente si conserva, dal momento che altre particelle componenti il sistema potrebbero interagire con essa. Evita di applicare la conservazione della quantità di moto ad una singola particella.

Esempio 8.1 Possiamo realmente ignorare l'energia cinetica della Terra?

Nel Paragrafo 6.6, abbiamo affermato che è possibile trascurare l'energia cinetica della Terra quando si considera l'energia di un sistema costituito dalla Terra e da una palla che cade. Verifichiamo tale affermazione.

VISUALIZZA
SOLUZIONE



FIGURA 8.2 (Esempio) Un arciere scocca una freccia orizzontalmente. Poiché è in piedi su una superficie ghiacciata priva di attrito, scivolerà verso sinistra sul ghiaccio.

Esempio 8.2 L'arciere

Consideriamo la situazione proposta all'inizio del Paragrafo 8.1. Un arciere di 60 kg è fermo su un blocco di ghiaccio privo di attrito e scocca una freccia di massa 0.030 kg orizzontalmente a 85 m/s (Fig. 8.2). Con quale velocità l'arciere si muove sul ghiaccio dopo aver lanciato la freccia?

E se...?

E se la freccia fosse lanciata lungo una direzione che forma un angolo θ con l'orizzontale? Come verrebbe influenzata la velocità di rinculo dell'arciere?

VISUALIZZA SOLUZIONE

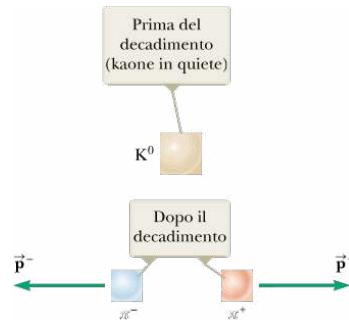


FIGURA 8.3 (Esempio) Un kaone in quiete decade in una coppia di pioni carichi di segno opposto. I pioni si allontanano con quantità di moto di uguale modulo ma di segno opposto.

Esempio 8.3 Decadimento di un kaone in quiete

Un tipo di particella nucleare, chiamato *kaone neutro* (K^0), decade in una coppia di particelle chiamate *pioni* (π^+ e π^-), con carica opposta ma di massa uguale, come in Figura 8.3. Assumendo che il kaone sia inizialmente fermo, si dimostri che dopo il decadimento, i due pioni avranno quantità di moto uguali in modulo ma di verso opposto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: sistema non isolato (quantità di moto)

Come è descritto dall'Equazione 8.4, la quantità di moto di una particella varia se sulla particella agisce una forza risultante. Si assume che una forza risultante $\Sigma \vec{F}$ agisca su una particella e che questa forza possa variare nel tempo. Secondo l'Equazione 8.4,

$$d\vec{p} = \sum \vec{F} dt \quad 8.8 \blacktriangleleft$$

Integrando questa espressione, si ottiene la variazione della quantità di moto della particella durante l'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$. L'integrazione dell'Equazione 8.8 dà

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \sum_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt \quad 8.9 \blacktriangleleft$$

L'integrale della forza rispetto all'intervallo di tempo durante il quale essa agisce si chiama **impulso** della forza. L'impulso della forza risultante $\Sigma \vec{F}$ è un vettore definito dalla relazione

► **IMPULSO DI UNA FORZA RISULTANTE**

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt \quad 8.10 \blacktriangleleft$$

Dalla definizione vediamo che l'impulso I è una grandezza vettoriale di modulo pari all'area sottesa dalla curva che descrive la forza in funzione del tempo come in Figura 8.4a. Si assume che la forza vari in funzione del tempo nel modo generale mostrato nella figura e sia diversa da zero nell'intervallo temporale $\Delta t = t_f - t_i$. La direzione del vettore impulso è la stessa di quella della variazione della quantità di moto. L'impulso ha le stesse dimensioni della quantità di moto, ML/T . L'impulso *non* è una proprietà di una particella; piuttosto, esso costituisce una misura di quanto una forza esterna cambi la quantità di moto della particella.

Combinando le Equazioni 8.9 e 8.10 giungiamo ad un'importante conclusione, nota come il **teorema dell'impulso**:

TEOREMA DELL'IMPULSO PER UNA PARTICELLA

L'impulso totale di una forza risultante su una particella eguaglia la variazione della quantità di moto della particella

$$\Delta \vec{p} = \vec{I} \quad 8.11 \blacktriangleleft$$

Questa relazione è equivalente alla seconda legge di Newton. Quando diciamo che una particella è sottoposta ad un impulso, intendiamo che viene trasferita della quantità di moto da un agente esterno alla particella. L'Equazione 8.11 è identica nella forma all'equazione di conservazione dell'energia, Equazione 7.1, ed alla sua espressione estesa, Equazione 7.2. L'Equazione 8.11 rappresenta l'espressione più generale del principio di **conservazione della quantità di moto** e viene detta equazione di **conservazione della quantità di moto**. Quando si applica il formalismo relativo alla quantità di moto, i sistemi isolati tendono a comparire nei problemi con frequenza maggiore dei sistemi non

isolati, perciò la conservazione della quantità di moto viene spesso identificata come un caso particolare nell'Equazione 8.6.

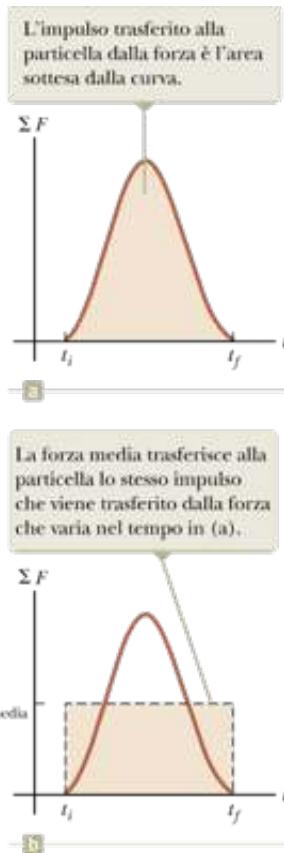


FIGURA 8.4 (a) Una forza risultante che agisce su una particella può variare nel tempo. (b) Il valore della forza costante $(\Sigma F)_{\text{media}}$ (linea tratteggiata orizzontale) viene scelta in modo che l'area $(\Sigma F)_{\text{media}} \Delta t$ del rettangolo sia la stessa sottesa dalla curva mostrata nella parte (a).

Il primo membro dell'Equazione 8.11 rappresenta la variazione della quantità di moto del sistema, che in questo caso è una particella singola. Il secondo membro rappresenta la quantità di moto che attraversa il confine del sistema a causa della forza ad esso applicata. L'Equazione 8.11 rappresenta la formulazione matematica di un nuovo modello di analisi, il **sistema non isolato (quantità di moto)**. Sebbene questa equazione sia simile nella forma all'Equazione 7.1, ci sono diverse differenze nella sua applicazione ai problemi. Per prima cosa l'Equazione 8.11 è un'equazione vettoriale mentre l'Equazione 7.1 è un'equazione scalare. Pertanto, le direzioni sono rilevanti per l'Equazione 8.11. Secondariamente, c'è un solo tipo di quantità di moto, perciò c'è un solo modo di immagazzinare quantità di moto in un sistema. Al contrario, possiamo vedere a partire dall'Equazione 7.2 che ci sono tre modi di immagazzinare energia in un sistema, ovvero sotto forma di energia cinetica, potenziale o interna. In terzo luogo, c'è un solo modo in cui la quantità di moto può essere trasferita in un sistema: applicando una forza sul sistema per un intervallo di tempo finito. L'Equazione 7.2 mostra sei modi che abbiamo identificato per trasferire energia in un sistema. Pertanto, non è possibile espandere l'Equazione 8.11, analogamente a quanto fatto per l'Equazione 7.2.

Siccome la forza risultante su una particella in generale può variare nel tempo come mostrato in Figura 8.4a, risulta conveniente definire una media temporale della forza $(\Sigma F)_{\text{media}}$ data da:

$$(\Sigma \vec{F})_{\text{media}} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} \Sigma \vec{F} dt \quad \text{8.12} \blacktriangleleft$$

dove $\Delta t = t_f - t_i$. L'Equazione 8.10 può essere quindi riscritta nel modo seguente

$$\vec{I} = (\Sigma \vec{F})_{\text{media}} \Delta t \quad \text{8.13} \blacktriangleleft$$

Il modulo di questa forza media risultante, indicata nella Figura 8.4b, può essere immaginato come il modulo di una forza risultante costante che, nell'intervallo di tempo Δt , imprimerebbe alla particella lo stesso impulso impresso dalla forza variabile.

In linea di principio, se $\Sigma \vec{F}$ è nota in funzione del tempo, è possibile calcolare l'impulso dall'Equazione 8.10. Il calcolo è particolarmente semplice se la forza risultante che agisce

sulla particella è costante. In questo caso, $(\Sigma \vec{F})_{\text{media}}$ su un intervallo temporale è uguale alla costante $\Sigma \vec{F}$ per ogni istante dell'intervallo, e l'Equazione 8.13 diventa

$$\vec{I} = \sum \vec{F} \Delta t$$

8.14◀

In molte situazioni fisiche, useremo la cosiddetta **approssimazione dell'impulso**: assumeremo che una delle forze agenti sulla particella agisca per un breve intervallo di tempo, ma sia molto più intensa di tutte le altre forze agenti. Questo modello semplificato ci permette di trascurare gli effetti delle altre forze, poiché questi effetti sono piccoli durante il breve intervallo di tempo in cui la forza più intensa agisce. Questa approssimazione è particolarmente utile nella trattazione degli urti, in cui la durata della collisione è brevissima. Quando si fa questa approssimazione, ci si riferisce alla forza più intensa come a una *forza impulsiva*. Per esempio, quando una palla da baseball viene colpita dalla mazza, la durata dell'urto è circa 0.01 s e la forza media che la mazza esercita sulla palla durante questo intervallo di tempo è tipicamente di parecchie migliaia di newton. Questa forza media è molto maggiore della forza di gravità, cosicché possiamo trascurare qualsiasi variazione di velocità correlata alla forza di gravità durante l'urto. È importante ricordare che \vec{p}_i e \vec{p}_f sono le quantità di moto *immediatamente* prima e dopo l'urto. Quindi, nell'approssimazione dell'impulso, la particella si muove pochissimo durante l'urto.

BIO Vantaggi degli airbag
nel ridurre le lesioni

© David Woods/CORBIS

FIGURA 8.5 Il moto di un fantoccio viene arrestato da un airbag in un'automobile.

Il concetto di impulso ci aiuta a capire il valore degli air bag nel bloccare i passeggeri nel caso di incidenti d'auto (Fig. 8.5). Il passeggero sperimenta la stessa variazione di quantità di moto e quindi lo stesso impulso nella collisione sia che l'auto abbia l'air bag sia che ne sia priva. L'air bag permette al passeggero di sperimentare la variazione della quantità di moto su un più lungo intervallo di tempo e riduce il valore di picco della forza, aumentando le probabilità di non subire danni. Senza l'air bag, la testa del passeggero si muoverebbe in avanti e sarebbe fermata in un tempo estremamente breve dal volante o dal cruscotto. In questo caso, il passeggero subisce la stessa variazione di quantità di moto, ma il breve intervallo di tempo in cui la variazione avviene produce una forza molto intensa che può provocare seri danni alla testa. Tali danni spesso riguardano la colonna vertebrale e le terminazioni nervose alla base del cranio.

QUIZ RAPIDO 8.3

Due corpi sono fermi su una superficie senza attrito. Il corpo 1 ha una massa maggiore rispetto a quella del corpo 2. (i) Quando una forza costante è applicata al corpo 1, questo accelera per una distanza d lunga una linea retta. La forza viene rimossa dal corpo 1 e applicata al corpo 2. Nel momento in cui il corpo 2 è stato sottoposto ad accelerazione per la stessa distanza d , quale affermazione è vera?
(a) $p_1 < p_2$ (b) $p_1 = p_2$ (c) $p_1 > p_2$ (d) $K_1 < K_2$ (e) $K_1 = K_2$ (f) $K_1 > K_2$ (ii) Quando una forza costante è applicata al corpo 1, questo accelera per un intervallo di tempo Δt . La forza è rimossa dal corpo 1 e applicata al corpo 2. Dopo che l'oggetto 2 è stato sottoposto ad accelerazione per lo stesso intervallo di tempo Δt , quale affermazione è vera nell'elenco di scelte precedenti?

VISUALIZZA SOLUZIONE

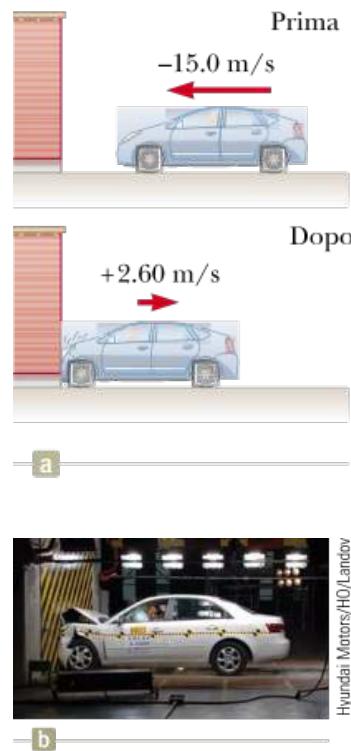


FIGURA 8.6 (Esempio 8.4) (a) La quantità di moto di quest'auto cambia in conseguenza dell'urto con il muro. (b) In un crash test, gran parte dell'energia cinetica iniziale viene trasformata in energia associata al danneggiamento dell'auto.

Esempio 8.4 Quanto efficienti sono i paraurti?

In un test d'urto un'automobile di massa $1\ 500 \text{ kg}$ urta un muro come nella Figura 8.6. La velocità iniziale e finale sono $v_i = -15.0 \hat{i} \text{ m/s}$ e $v_f = 2.60 \hat{i} \text{ m/s}$. Se la collisione dura 0.150 s , trova l'impulso dovuto alla collisione e la forza media esercitata sull'automobile.

E se...?

E se l'auto non dovesse rimbalzare contro il muro? Supponi che la velocità finale dell'auto sia zero ed il tempo dell'urto sia 0.150 s . Questo rappresenterebbe una forza maggiore o minore sull'auto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Urti in una dimensione

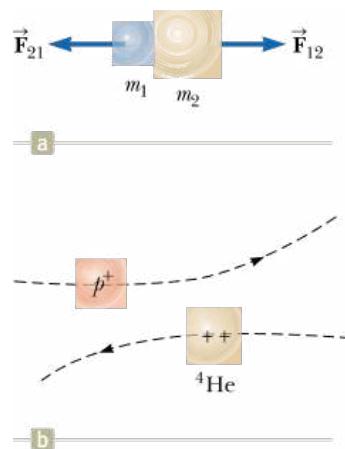


FIGURA 8.7 (a) Un urto tra due oggetti risultante dal contatto diretto tra di essi.
 (b) Un “urto” tra due particelle cariche che non vengono a contatto.

In questo paragrafo, useremo la legge di conservazione della quantità di moto per descrivere ciò che avviene quando due oggetti si urtano. Il termine **urto** si riferisce ad un evento durante il quale due particelle si avvicinano ed interagiscono mediante forze. Assumeremo che le forze dovute all’urto siano molto più intense di tutte le forze esterne presenti, cosicché useremo il modello semplificato che chiamiamo approssimazione d’impulso. Lo scopo generale nei problemi d’urto è di correlare le condizioni finali del sistema con le condizioni iniziali.

L’urto può essere il risultato di un contatto fisico fra due corpi, come descritto nella Figura 8.7a. Questa situazione è osservabile quando si urtano due oggetti macroscopici, come per esempio due palle da biliardo o una palla da baseball e la mazza.

Il significato di *urto* deve però essere esteso, poiché “contatto” è mal definito su scala microscopica. Per capire la distinzione tra urti microscopici e macroscopici, si consideri l’urto di un protone con una particella alfa (il nucleo di un atomo di elio), così come è rappresentato in Figura 8.7b. Poiché le due particelle sono caricate positivamente, esse si respingono. È avvenuto un urto, ma le particelle che collidono non sono mai state in “contatto”.

Quando due particelle di massa m_1 ed m_2 si urtano, le forze d’urto possono variare nel tempo in modo complicato, come descritto in Figura 8.4. Di conseguenza, un’analisi della situazione con la seconda legge di Newton risulterebbe molto complessa. Tuttavia, il concetto di quantità di moto risulta essere simile a quello di energia nei Capitoli 6 e 7, in cui si fornisce un metodo molto più facile per risolvere i problemi che coinvolgano i sistemi isolati.

Secondo l’Equazione 8.5, la quantità di moto di un sistema isolato si conserva durante una qualche interazione, quale un urto. L’energia cinetica del sistema, invece, in generale *non* si conserva durante un urto. Definiamo **urti anelastici** quelli in cui l’energia cinetica del sistema non si conserva (anche se la quantità di moto si conserva). L’urto di una palla di gomma contro una superficie rigida è anelastico, poiché parte dell’energia cinetica della palla viene trasformata in energia interna quando questa si deforma durante il contatto con la superficie.

TEST PER IL GLAUCOMA

Un esempio pratico di utilizzo della collisione anelastica è il test per il glaucoma, una malattia in cui la pressione intraoculare aumenta e porta alla cecità in quanto danneggia le cellule della retina. In questa applicazione, i medici adoperano uno strumento chiamato *tonometro* per misurare la pressione intraoculare. Questa macchina invia uno sbuffo d’aria contro la superficie esterna dell’occhio e misura la velocità dell’aria dopo la riflessione. A pressione normale, l’occhio è leggermente morbido e l’aria viene riflessa a bassa velocità. A pressioni più alte la superficie esterna diventa più rigida e la velocità dell’impulso riflesso aumenta. Quindi, la velocità dello sbuffo d’aria riflesso è usata per misurare la pressione interna dell’occhio.

Quando due oggetti si urtano e rimangono uniti l’uno all’altro, viene trasformata o trasferita all’esterno (come onda sonora, per esempio) la massima frazione possibile dell’energia cinetica iniziale, e l’urto è detto **perfettamente anelastico**. Per esempio, se due automobili

Prevenire le insidie
| 8.2 Urti anelastici

si urtano e restano incastrate, dopo l'urto perfettamente anelastico si muoveranno con la stessa velocità. Quando un meteorite cade sulla Terra e vi rimane sepolto, l'urto si può considerare perfettamente anelastico.

Un **urto elastico** è definito un urto in cui l'energia cinetica del sistema si conserva (così come la quantità di moto). In realtà, gli urti nel mondo macroscopico, quali quelli fra palle da biliardo, sono solo approssimativamente elastici, poiché in tali urti vi è sempre una certa trasformazione di energia cinetica, e una certa quantità di energia esce dal sistema sotto forma di onda meccanica, suono. Immaginate una partita di biliardo con urti veramente elastici. Il colpo di apertura sarebbe totalmente silenzioso! A livello atomico e subatomico, invece, si hanno delle vere collisioni elastiche. Si noti, comunque, che gli urti elastici e perfettamente anelastici sono casi *limite*, e la maggior parte delle situazioni reali si trovano in condizioni intermedie.

Nel resto di questo paragrafo tratteremo gli urti in una dimensione e considereremo i due casi estremi: urti perfettamente anelastici ed elastici. L'importante distinzione fra questi due tipi di urti è che la quantità di moto si conserva in tutti i casi, ma l'energia cinetica si conserva soltanto negli urti elastici. Quando si analizzano gli urti uni-dimensional, possiamo eliminare la notazione vettoriale e usare i segni positivi e negativi per le velocità a denotare i versi, come fatto nel Capitolo 2.



In generale, gli urti anelastici sono difficili da analizzare in assenza di informazioni aggiuntive. La mancanza di queste informazioni si manifesta nel fatto che nella rappresentazione matematica ci sono più incognite che equazioni.

FIGURA 8.8 Rappresentazione schematica di un urto centrale perfettamente anelastico tra due particelle.

Urti perfettamente anelastici

Consideriamo due particelle di massa m_1 ed m_2 che si muovono con componenti della velocità iniziale v_{1i} e v_{2i} lungo una retta, come nella Figura 8.8. Se le due particelle si urtano frontalmente, rimangono unite e si muovono dopo l'urto con una velocità comune v_f , l'urto è perfettamente anelastico. Poiché la quantità di moto totale del sistema isolato delle due particelle prima dell'urto è uguale alla quantità di moto totale del sistema oggetto-composto dopo l'urto, abbiamo

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \quad \text{8.15} \blacktriangleleft$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \quad \text{8.16} \blacktriangleleft$$

Quindi, conoscendo le velocità iniziali delle due particelle, possiamo usare questa sola equazione per calcolare la velocità finale comune.

Urti elastici

Consideriamo ora due particelle che subiscono un urto frontale elastico in una dimensione (Fig. 8.9). In questo urto, si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica; quindi, possiamo scrivere²

Prevenire le insidie | 8.3 Quantità di moto ed energia cinetica negli urti

La quantità di moto di un sistema isolato si conserva in ogni urto. L'energia cinetica di un sistema isolato si conserva solo negli urti elastici. Queste affermazioni sono vere perché l'energia cinetica può essere trasformata in diverse forme di energia oppure essere trasferita fuori dal sistema (in modo tale che il sistema possa essere considerato non isolato in termini di energia durante l'urto), ma c'è un solo tipo di quantità di moto.

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad 8.17 \blacktriangleleft$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad 8.18 \blacktriangleleft$$

In un tipico caso di urto elastico, vi sono due quantità incognite (come v_{1f} e v_{2f}) e le Equazioni 8.17 e 8.18 possono essere risolte simultaneamente per calcolarle. Un approccio alternativo, che richiede una piccola elaborazione matematica dell'Equazione 8.18, spesso semplifica la soluzione. Per vederlo, cancelliamo il fattore $\frac{1}{2}$ dall'Equazione 8.18 e riscriviamola come

$$m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

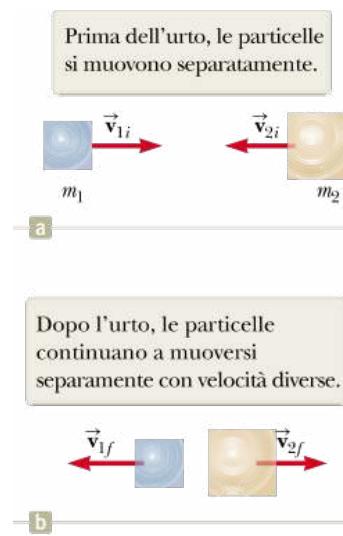


FIGURA 8.9 Rappresentazione schematica di un urto centrale elastico tra due particelle.

I termini contenenti m_1 sono stati raccolti nel primo membro dell'equazione, e quelli contenenti m_2 nel secondo membro. Fattorizzando entrambi i membri dell'equazione, si ha:

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i}) \quad 8.19 \blacktriangleleft$$

Separiamo ora i termini che contengono m_1 ed m_2 nell'equazione della conservazione della quantità di moto (Eq. 8.17) per ottenere

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \quad 8.20 \blacktriangleleft$$

Per ottenere il nostro risultato finale, dividiamo l'Equazione 8.19 per l'Equazione 8.20 e otteniamo

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

ossia, raccogliendo i valori iniziali e finali nei due membri dell'equazione,

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \quad 8.21 \blacktriangleleft$$

Questa equazione, combinata con l'equazione della conservazione della quantità di moto, Equazione 8.17, può essere usata per risolvere problemi di urti perfettamente elastici fra due corpi in una dimensione. Secondo l'Equazione 8.21 la velocità relativa³ dei due oggetti prima dell'urto, $v_{1i} - v_{2i}$, è uguale, e di segno opposto, alla velocità relativa dei due oggetti dopo l'urto, $-(v_{1f} - v_{2f})$.

Si supponga che le masse e le velocità iniziali delle due particelle siano note. Le Equazioni 8.17 e 8.21 possono essere risolte per calcolare le velocità finali in funzione delle velocità iniziali, poiché si hanno due equazioni e due incognite:

Prevenire le insidie
| 8.4 Non è
un'equazione
generale

Abbiamo fatto uno sforzo per derivare l'Equazione 8.21 ma ricorda che quest'equazione si può utilizzare solamente in un caso molto specifico: un urto centrale elastico unidimensionale tra due particelle. Il concetto generale è la conservazione della quantità di moto (e la conservazione dell'energia cinetica se l'urto è elastico) per un sistema isolato.

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \quad 8.22 \blacktriangleleft$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \quad 8.23 \blacktriangleleft$$

È importante ricordare che i segni appropriati per le velocità v_{1i} e v_{2i} devono essere inclusi nelle Equazioni 8.22 e 8.23. Per esempio, se m_2 inizialmente si muove verso sinistra, come nella Figura 8.9a, allora v_{2i} è negativa.

² Si noti che l'energia cinetica del sistema è la somma delle energie cinetiche delle due particelle. Nei nostri esempi di conservazione dell'energia del Capitolo 7, che coinvolgono un oggetto in caduta e la Terra, abbiamo ignorato l'energia cinetica della Terra in quanto trascurabilmente piccola. Pertanto, l'energia del *sistema* coincide con l'energia cinetica dell'*oggetto* che cade. Quello era un caso molto particolare in cui uno degli oggetti (la Terra) è talmente grande che ignorarne l'energia cinetica non introduce alcun errore

apprezzabile. Tuttavia, per problemi come quelli descritti qui e per i problemi di decadimento delle particelle che incontreremo nei Capitoli 30 e 31 abbiamo bisogno di includere l'energia cinetica di *tutte* le particelle del sistema.

³ Si veda il Paragrafo 3.6 per una rassegna sulla velocità relativa.

Consideriamo ora alcuni casi particolari. Se $m_1 = m_2$, allora le Equazioni 8.22 e 8.23 mostrano che $v_{1f} = v_{2i}$ e $v_{2f} = v_{1i}$. Cioè due particelle con masse uguali si scambiano le velocità. Ciò è quanto si osserva nell'urto frontale fra due palle da biliardo ipotizzando che le palle non ruotino. La palla che inizialmente si muoveva si ferma e quella inizialmente ferma si allontana approssimativamente con la stessa velocità.

Se m_2 è inizialmente in quiete, $v_{2i} = 0$, e le Equazioni 8.22 e 8.23 diventano

URTI ELASTICI IN UNA DIMENSIONE: LA PARTICELLA 2 È INIZIALMENTE A RIPOSO

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} \quad \text{8.24} \blacktriangleleft$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} \quad \text{8.25} \blacktriangleleft$$

Se m_1 è molto maggiore di m_2 , si vede dalle Equazioni 8.24 e 8.25 che $v_{1f} \approx v_{1i}$ e $v_{2f} \approx 2v_{1i}$. Cioè, quando una particella pesante urta frontalmente una particella molto più leggera inizialmente in quiete, la particella pesante continua il suo moto praticamente indisturbata, mentre la particella leggera rimbalza con una velocità circa doppia della velocità iniziale della particella pesante. Una collisione di questo tipo si ha quando un atomo pesante in movimento, per esempio un atomo di uranio, urta contro un atomo leggero, come l'idrogeno.

Se m_2 è molto maggiore di m_1 , ed m_2 è inizialmente in quiete, dalle Equazioni 8.24 e 8.25 si ha $v_{1f} \approx 2v_{1i}$ e $v_{2f} \approx 0$. Cioè, quando una particella molto leggera urta centralmente con una particella molto pesante, inizialmente in quiete, la particella leggera inverte la propria velocità, mentre quella pesante rimane approssimativamente in quiete. Per esempio immagina cosa accade quando una pallina da tennis da tavolo viene lanciata contro una palla da bowling ferma.

QUIZ RAPIDO 8.4

Una palla da ping-pong è lanciata verso una palla da bowling ferma. La palla da ping-pong compie un urto elastico unidimensionale e rimbalza indietro lungo la stessa direzione. Dopo l'urto, la palla da ping-pong ha, rispetto alla palla da bowling, **(a)** una maggiore quantità di moto e una maggiore energia cinetica, **(b)** una minore quantità di moto e una maggiore energia cinetica, **(c)** una maggiore quantità di moto e una minore energia cinetica, **(d)** una minore quantità di moto e una minore energia cinetica, **(e)** la stessa quantità di moto e la stessa energia cinetica.

VISUALIZZA SOLUZIONE

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Urti unidimensionali

Nell'affrontare la risoluzione dei problemi di urto unidimensionali, dovresti utilizzare la seguente strategia:

1. **Concettualizzazione.** Cerca di visualizzare in astratto la situazione in cui l'urto avviene. Disegna semplici diagrammi che illustrino la situazione delle particelle prima e dopo l'urto ed includi i vettori velocità appropriati. Da principio dovrà fare ipotesi sul verso dei vettori velocità finali.
2. **Classificazione.** Il sistema delle particelle è isolato? Se è così, classifica l'urto come elastico, anelastico o perfettamente anelastico.
3. **Analisi.** Predisponi la descrizione matematica appropriata per il problema. Se l'urto è perfettamente anelastico utilizza l'Equazione 8.15. Se l'urto è elastico utilizza le Equazioni 8.17 e 8.21. Se l'urto è anelastico usa l'Equazione 8.17. Per determinare le velocità finali in questo caso avrai bisogno di informazioni aggiuntive.
4. **Conclusioni.** Una volta che hai raggiunto i risultati che cercavi, verifica se essi sono coerenti con le attese che ti eri fatto a partire dalla descrizione astratta e dai diagrammi che hai costruito e valuta se sono realistici.

Esempio 8.5 | Energia cinetica negli urti perfettamente anelastici

Abbiamo detto che la maggior parte dell'energia cinetica è trasformata in altre forme negli urti perfettamente anelastici. Provare matematicamente questa asserzione nel caso di un urto unidimensionale fra due particelle.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 8.6 | Fate l'assicurazione sugli incidenti

Una macchina di massa 1 800 kg, ferma ad un semaforo, viene tamponata da una macchina di 900 kg e le due auto rimangono incastrate. Se la macchina più piccola viaggiava a 20.0 m/s prima dell'urto, qual è la velocità delle due auto incastrate dopo l'urto?

E se...?

Supponiamo di invertire le masse delle automobili. Cosa succederebbe se un'auto ferma di massa 900 kg venisse investita da un'auto in moto di massa 1 800 kg? La velocità finale sarebbe la stessa ottenuta in precedenza?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 8.7 Rallentamento dei neutroni per mezzo di urti

In un reattore nucleare, i neutroni sono prodotti quando un atomo di $^{235}_{92}\text{U}$ si disintegra, in un processo chiamato *fissione*. Questi neutroni si muovono a circa 10^7 m/s e devono essere rallentati fino a circa 10^3 m/s prima che essi prendano parte ad un successivo evento di fissione. Essi vengono rallentati facendoli passare attraverso un materiale solido o liquido chiamato *moderatore*. Il processo di rallentamento coinvolge urti elastici. Dimostrare che un neutrone perde la maggior parte della sua energia se effettua urti elastici in un moderatore contenente nuclei leggeri, come il deuterio (nella cosiddetta "acqua pesante", D_2O).

VISUALIZZA SOLUZIONE

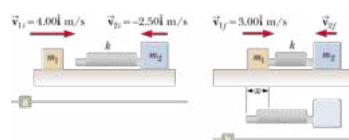


FIGURA 8.10 (Esempio 8.8) Un blocco che si muove si avvicina ad un secondo blocco che è attaccato ad una molla.

Esempio 8.8 Due blocchi e una molla

Un blocco di massa $m_1 = 1.60$ kg, inizialmente in moto con una velocità di 4.00 m/s verso destra su un piano orizzontale privo di attrito, urta una molla leggera, solidale con un secondo blocco di massa $m_2 = 2.10$ kg, in moto verso sinistra ad una velocità di 2.50 m/s come in Figura 8.10a. La costante elastica della molla è 600 N/m.

(A) Determinare le velocità dei due blocchi dopo l'urto.

(B) Determinare la velocità del blocco 2 durante la collisione nell'istante in cui il blocco 1 si muove verso destra con velocità di 3.00 m/s, come in Figura 8.10b.

(C) Determinare di quanto si comprime la molla in questo istante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Urti in due dimensioni

Nel Paragrafo 8.1 abbiamo visto che la quantità di moto totale di un sistema si conserva quando il sistema è isolato (cioè quando nessuna forza esterna agisce sul sistema). Nel caso generale dell'urto di due corpi, nello spazio tridimensionale, il principio di conservazione della quantità di moto implica che la quantità di moto totale in ciascuna direzione resti costante. Nel piano avviene una rilevante quantità di urti. Il gioco del biliardo è un esempio familiare che coinvolge urti multipli tra corpi che si muovono su una superficie bidimensionale. Restringiamo la nostra attenzione a un singolo urto in due dimensioni che ha luogo su un piano. Per tali urti otteniamo due equazioni relative alle componenti per la conservazione della quantità di moto:

$$\begin{aligned} m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} &= m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx} \\ m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} &= m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy} \end{aligned}$$

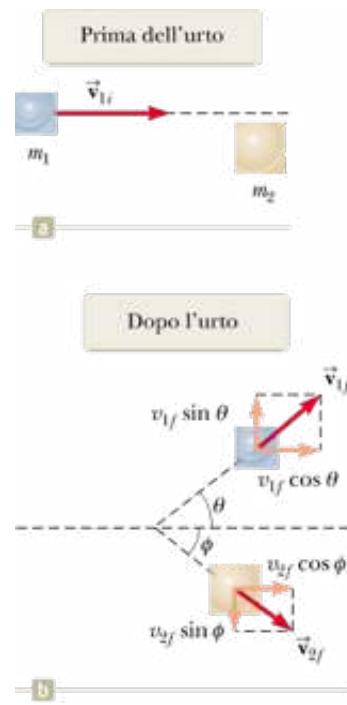


FIGURA 8.11 Un urto radente tra due particelle.

dove usiamo tre pedici in questa equazione generale per rappresentare, rispettivamente, (1) l'identificazione del corpo, (2) i valori iniziali e finali della velocità, e (3) la componente della velocità nella direzione x o y .

Consideriamo ora un problema in due dimensioni, nel quale un corpo di massa m_1 urta un altro corpo di massa m_2 , inizialmente in quiete, come nella Figura 8.11. Dopo l'urto, m_1 si muove ad un angolo θ rispetto all'orizzontale, ed m_2 si muove ad un angolo ϕ rispetto all'orizzontale. Questo urto è detto *radente*. Applicando la legge di conservazione della quantità di moto alle componenti e notando che la componente iniziale y della quantità di moto è zero, abbiamo

$$\text{componente } x: m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f} \cos \theta + m_2 v_{2f} \cos \phi \quad \text{8.26} \blacktriangleleft$$

$$\text{componente } y: 0 + 0 = m_1 v_{1f} \sin \theta - m_2 v_{2f} \sin \phi \quad \text{8.27} \blacktriangleleft$$

Se l'urto è elastico, è possibile scrivere una terza equazione per la conservazione dell'energia cinetica, nella forma

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad \text{8.28} \blacktriangleleft$$

Se sono note la velocità iniziale v_{1i} e le masse delle due particelle, abbiamo quattro incognite (v_{1f} , v_{2f} , θ , e Φ). Poiché abbiamo solo tre equazioni, una delle quattro grandezze deve essere fissata per definire il moto del sistema dopo l'urto, facendo uso solo dei principi di conservazione.

Se l'urto è anelastico, l'energia cinetica *non* si conserva e *non* si può applicare l'Equazione 8.28.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Urti in due dimensioni

Nella risoluzione di problemi, che trattano l'urto tra due oggetti in due dimensioni, ti suggeriamo il seguente procedimento.

1. Concettualizzazione. Immagina come debba avvenire l'urto e prevedi le direzioni approssimate in cui le particelle si muoveranno dopo l'urto. Stabilisci un sistema di coordinate e definisci le velocità rispetto a tale sistema. È conveniente assumere l'asse x coincidente con la direzione di una delle velocità iniziali. Tratteggia il sistema di coordinate, disegna e indica tutti i vettori velocità, includendo tutte le informazioni in possesso.

2. Classificazione. Il sistema di particelle è realmente isolato? Se così è, classifica la collisione come elastica, anelastica o perfettamente anelastica.

3. Analisi. Scrivi le espressioni delle componenti x ed y della quantità di moto per ogni corpo prima e dopo l'urto. Ricorda di includere i segni appropriati per le componenti dei vettori velocità. È essenziale prestare molta attenzione ai segni nello svolgimento dei calcoli.

Scrivi le espressioni della quantità di moto *totale* nella direzione x *prima* e *dopo* l'urto ed egualala le due espressioni. Ripeti la procedura per la quantità di moto totale nella direzione y .

Risolvi le equazioni per le quantità incognite. Se l'urto è anelastico, l'energia cinetica *non* si conserva e possono rendersi necessarie ulteriori informazioni. Se l'urto è perfettamente anelastico, le velocità finali dei due corpi sono uguali.

Se l'urto è elastico, l'energia cinetica si conserva ed è possibile uguagliare l'energia cinetica totale del sistema prima dell'urto a quella dopo l'urto. Questo passo fornisce una relazione addizionale per i moduli delle velocità.

4. Conclusione. Una volta determinato il risultato, verifica che le risposte siano in accordo con la tua rappresentazione mentale e pittorica, e che i risultati siano realistici.

Esempio 8.9 Urto protone-protone

Un protone urta elasticamente un altro protone, inizialmente in quiete. Il protone incidente ha una velocità iniziale di 3.50×10^5 m/s e entra in un urto radente con il secondo protone come indicato in Figura 8.11 (a brevi distanze, i protoni si

respingono per interazione elettrostatica). Dopo l'urto, uno dei protoni si muove in una direzione che forma un angolo di 37.0° con quella di incidenza, mentre il secondo viene deflesso di un angolo Φ rispetto alla stessa direzione. Calcolare le velocità finali dei due protoni e l'angolo Φ .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 8.10 Urto ad un incrocio

Un'automobile di 1 500 kg che viaggia verso est a una velocità di 25.0 m/s a un incrocio urta un furgone di 2 500 kg che viaggia verso nord a 20.0 m/s, com'è mostrato in Figura 8.12. Calcolare la direzione e il modulo della velocità dei rottami dopo l'urto, assumendo che questo sia perfettamente anelastico (cioè i veicoli restino incastrati).

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

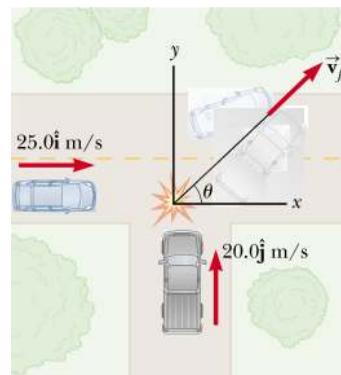


FIGURA 8.12 (Esempio 8.10) Un'auto diretta verso est urta un camion diretto verso nord.

Il centro di massa

In questo paragrafo descriveremo il moto complessivo di un sistema di particelle, facendo uso di un particolare punto, detto **centro di massa** del sistema. La nozione di centro di massa conferma il modello a particella, poiché vedremo che il centro di massa accelera come se tutta la massa del sistema fosse concentrata in quel punto e tutte le forze esterne agissero su di esso.

Si consideri un sistema composto da una coppia di particelle collegate da una sbarretta rigida e di massa trascurabile (Fig. 8.13, pag. 254). Il centro di massa come indicato in figura si trova sulla sbarretta ed è più vicino alla massa più grande in figura; vedremo presto perché. Se si applica una forza in un punto della sbarretta al di sopra del centro di massa, il sistema ruota in senso orario (Fig. 8.13a) mentre trasla nello spazio. Se invece la forza è applicata in un punto sotto il centro di massa, il sistema ruota in senso antiorario (Fig. 8.13b). Se, infine, la forza è applicata esattamente nel centro di massa, il sistema si muove nella direzione di \vec{F} senza ruotare (Fig. 8.13c) come se il sistema fosse una particella. Così, in teoria, si può individuare la posizione del centro di massa con questo esperimento.

Se volessimo analizzare il moto nella Figura 8.13c, troveremmo che il sistema si muove come se tutta la massa fosse concentrata nel centro di massa. Inoltre, se la forza risultante esterna sul sistema è $\Sigma\vec{F}$ e la massa totale del sistema è M , il centro di massa si muove con una accelerazione data da $\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{M}$. Cioè, il sistema si muove come se



FIGURA 8.13 Una forza viene applicata ad un sistema di due particelle di massa diversa, collegate da una barra rigida di massa trascurabile.

la risultante delle forze esterne fosse applicata a una singola particella di massa M situata nella posizione del centro di massa, il che giustifica il nostro modello a particella per i corpi estesi. Finora abbiamo ignorato tutti gli effetti rotazionali per i corpi estesi, assumendo implicitamente che le forze fossero applicate proprio nelle posizioni giuste in modo da non causare rotazioni. Studieremo il moto rotazionale nel Capitolo 10, dove applicheremo forze che non passano attraverso il centro di massa.

Si può descrivere la posizione del centro di massa di un sistema come la *posizione media* della massa del sistema. Per esempio, il centro di massa della coppia di particelle descritta nella Figura 8.14 è posto sull'asse x e si trova fra le due particelle. La coordinata x del centro di massa in questo caso è

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

8.29

Per esempio, se $x_1 = 0$, $x_2 = d$ e $m_2 = 2m_1$, si trova $x_{CM} = \frac{2}{3}d$. Cioè, il centro di massa è più vicino alla particella più massiva. Se le due masse sono uguali, il centro di massa si trova esattamente a metà strada fra le due particelle.

È possibile estendere il concetto di centro di massa a un sistema costituito da molte particelle in tre dimensioni. La coordinata x del centro di massa del sistema di n particelle è definita dalla relazione

$$x_{CM} \equiv \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} \quad 8.30$$

dove x_i è la coordinata x della i -esima particella e M è la *massa totale* del sistema. Le coordinate y e z del centro di massa sono definite, in modo del tutto analogo, dalle relazioni

$$y_{CM} \equiv \frac{\sum_i m_i y_i}{M} \quad \text{e} \quad z_{CM} \equiv \frac{\sum_i m_i z_i}{M} \quad 8.31$$

Il centro di massa può essere individuato dal suo vettore di posizione \vec{r}_{CM} . Le coordinate ortogonali di questo vettore sono x_{CM} , y_{CM} , e z_{CM} , definite dalle Equazioni 8.30 e 8.31. Quindi,

$$\vec{r}_{CM} = x_{CM} \hat{i} + y_{CM} \hat{j} + z_{CM} \hat{k} = \frac{\sum_i m_i x_i \hat{i} + \sum_i m_i y_i \hat{j} + \sum_i m_i z_i \hat{k}}{M}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} \quad 8.32$$

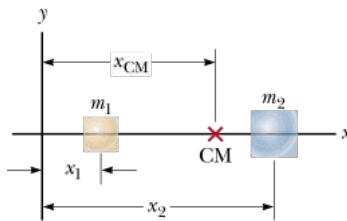


FIGURA 8.14 Il centro di massa di due particelle che hanno masse diverse è situato sull'asse x a x_{CM} , un punto posto tra le particelle, più vicino a quella dotata di massa maggiore.

dove \vec{r}_i è il vettore posizione della i -esima particella definito da

$$\vec{r}_i \equiv x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}$$

L'Equazione 8.32 è utile per individuare il centro di massa per un numero relativamente piccolo di particelle discrete. Ma cosa possiamo dire a riguardo di un oggetto esteso, dotato di una distribuzione *continua* di massa? Sebbene la determinazione del centro di massa per un oggetto esteso sia talvolta più complicata rispetto a quella di un sistema di particelle, questa determinazione è basata sulle stesse idee fondamentali. Possiamo descrivere un corpo esteso come un sistema contenente un grande numero di elementi (Fig. 8.15).

Ciascun elemento si può considerare come una particella di massa Δm_i , di coordinate x_i, y_i, z_i . La distanza fra le particelle è molto piccola cosicché questo modello rappresenta una buona approssimazione della distribuzione continua di massa del corpo. La coordinata x del centro di massa delle particelle che rappresentano il corpo, e perciò il suo centro di massa approssimato, è

$$x_{\text{CM}} \approx \frac{\sum_i x_i \Delta m_i}{M}$$

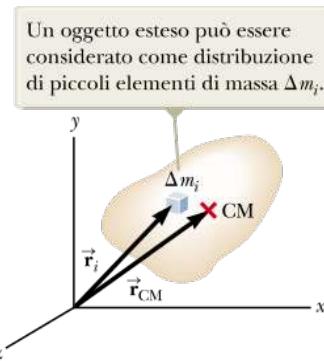


FIGURA 8.15 Il centro di massa dell'oggetto è situato nella posizione individuata dal vettore \vec{r}_{CM} , che ha coordinate $x_{\text{CM}}, y_{\text{CM}}$ e z_{CM} .

con espressioni simili per y_{CM} e z_{CM} . Se assumiamo che il numero di elementi tenda all'infinito (e, di conseguenza, la dimensione e la massa di ciascun elemento tendano a zero), il modello diventa indistinguibile dalla distribuzione continua di massa, e x_{CM} è ottenuto con precisione. In questo limite, sostituiamo la somma con un integrale e Δm_i con l'elemento differenziale dm :

$$x_{\text{CM}} = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \frac{\sum_i x_i \Delta m_i}{M} = \frac{1}{M} \int x \, dm \quad 8.33 \blacktriangleleft$$

dove l'integrazione è estesa a tutta la lunghezza del corpo nella direzione x . Analogamente, per y_{CM} e z_{CM} otteniamo

$$y_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \int y \, dm \quad \text{e} \quad z_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \int z \, dm \quad 8.34 \blacktriangleleft$$

Possiamo esprimere il vettore posizione del centro di massa di un corpo esteso come

CENTRO DI MASSA DI UNA DISTRIBUZIONE DI MASSA CONTINUA

$$\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \int \vec{r} \, dm \quad 8.35 \blacktriangleleft$$

che è equivalente alle tre espressioni nelle Equazioni 8.33 e 8.34.

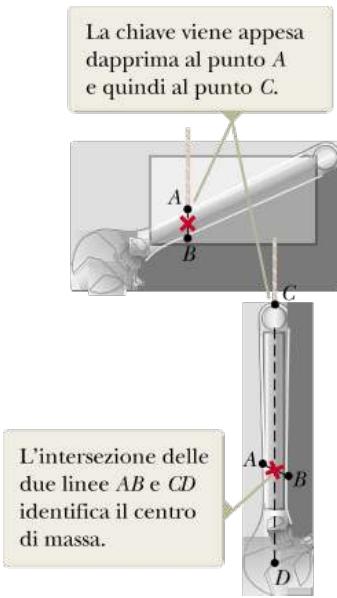


FIGURA 8.16 Una metodologia sperimentale per la determinazione del centro di massa della chiave inglese.

Il centro di massa di un corpo omogeneo e simmetrico si deve trovare su un asse di simmetria. Per esempio, il centro di massa di una sbarretta omogenea deve trovarsi sulla sbarretta, nel punto medio fra i suoi estremi. Il centro di massa di una sfera omogenea o di un cubo omogeneo deve trovarsi nel rispettivo centro geometrico.

Il centro di massa di un sistema è spesso confuso con il **centro di gravità** di un sistema. Ciascuna parte di un sistema è sotto l'azione della forza di gravità. L'effetto risultante di tutte queste forze è equivalente all'effetto di una singola forza $M \vec{g}$ agente su un punto particolare chiamato centro di gravità. Il centro di gravità è la posizione media delle forze gravitazionali su tutte le parti dell'oggetto. Se \vec{g} è uniforme su tutto il sistema, il centro di gravità coincide con il centro di massa. Se il campo gravitazionale agente sul sistema non è uniforme, il centro di gravità e il centro di massa sono differenti. Nella maggior parte dei casi, per corpi o sistemi di ragionevole dimensione, i due punti si possono considerare coincidenti.

È possibile determinare sperimentalmente la posizione del centro di gravità di un corpo di forma irregolare, come una chiave inglese, suspendendola per due diversi punti (Fig. 8.16). Un corpo di queste dimensioni non subisce virtualmente alcuna variazione del campo gravitazionale per tutti i suoi punti, cosicché questo metodo determina pure il centro di massa. La chiave viene prima sospesa dal punto A, e si traccia una retta verticale AB (che può determinarsi con un filo a piombo) quando la chiave è in equilibrio. Successivamente, la chiave viene sospesa per il punto C e si traccia una seconda retta verticale CD. Il centro di massa del corpo si trova allora nell'intersezione di queste due rette. Infatti, se la chiave inglese è sospesa liberamente per qualsiasi punto, la linea verticale per quel punto passa per il centro di massa.

QUIZ RAPIDO 8.5

Una mazza da baseball è fatta di legno di densità uniforme. La mazza è tagliata in corrispondenza del suo centro di massa come indicato in Figura 8.17. Quale pezzo ha la massa più piccola? (a) il pezzo a destra (b) il pezzo a sinistra (c) i due pezzi hanno la stessa massa (d) impossibile da determinare

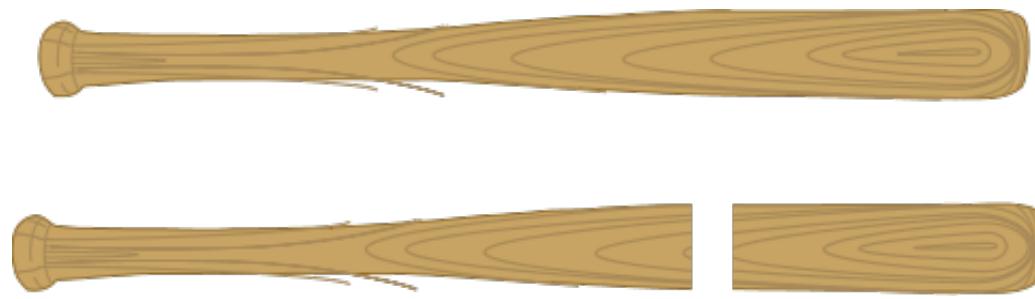


FIGURA 8.17 (Quiz rapido 8.5) Una mazza da baseball tagliata in corrispondenza del centro di massa.

VISUALIZZA SOLUZIONE

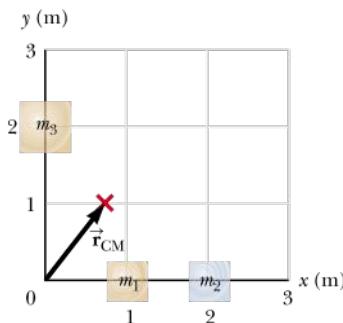


FIGURA 8.18 (Esempio 8.11) Due particelle sono poste sull'asse x ed una particella singola si trova sull'asse y come mostrato. Il vettore indica la posizione del centro di massa del sistema.

Esempio 8.11 Il centro di massa di tre particelle

Un sistema è formato da tre particelle disposte come in Figura 8.18. Trovare il centro di massa del sistema. Le masse delle particelle sono $m_1 = m_2 = 1.0 \text{ kg}$ e $m_3 = 2.0 \text{ kg}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

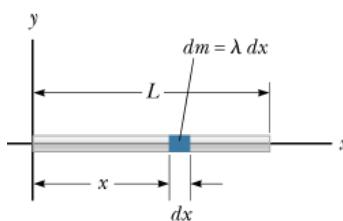


FIGURA 8.19 (Esempio 8.12) Il modello geometrico utilizzato per determinare il centro di massa di un'asta uniforme.

Esempio 8.12 Il centro di massa di un'asta

(A) Mostrare che il centro di massa di un'asta di massa M e lunghezza L giace a metà tra le estremità, assumendo che l'asta abbia una massa per unità di lunghezza uniforme.

(B) Supponiamo che la massa dell'asta *non sia uniforme*, in modo che la massa per unità di lunghezza varii con x secondo l'espressione $\lambda = ax$, dove a è una costante. Determinare la coordinata x del centro di massa come frazione di L .

VISUALIZZA SOLUZIONE

Moto di un sistema di particelle

È possibile cominciare a capire il significato fisico e ad apprezzare l'utilità del concetto di centro di massa calcolando la derivata rispetto al tempo del suo vettore posizione \vec{r}_{CM} , dato dall'Equazione 8.32. Assumendo che M sia costante, cioè che nessuna particella entri o lasci il sistema, si ha la seguente espressione per la velocità del **centro di massa**:

► VELOCITÀ DEL CENTRO DI MASSA PER UN SISTEMA DI PARTICELLE

$$\vec{v}_{\text{CM}} = \frac{d\vec{r}_{\text{CM}}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{v}_i \quad 8.36 \blacktriangleleft$$

dove \vec{v}_i è la velocità dell' i -esima particella. L'Equazione 8.36 può essere riscritta

$$M \vec{v}_{\text{CM}} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_{\text{tot}} \quad 8.37 \blacktriangleleft$$

Questo risultato ci dice che la quantità di moto totale del sistema è uguale alla massa totale moltiplicata per la velocità del suo centro di massa; in altre parole, è uguale a quella di una singola particella di massa M che si muove con la velocità \vec{v}_{CM} del centro di massa. Questo è il modello a particella.

Se si deriva ancora l'Equazione 8.36 rispetto al tempo, si ottiene l'**accelerazione del centro di massa**:

► ACCELERAZIONE DEL CENTRO DI MASSA PER UN SISTEMA DI PARTICELLE

$$\vec{a}_{\text{CM}} = \frac{d\vec{v}_{\text{CM}}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{a}_i \quad 8.38 \blacktriangleleft$$

II

Questa espressione può essere riscritta, usando anche la seconda legge di Newton,

$$M \vec{a}_{\text{CM}} = \sum_i m_i \vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i \quad 8.39 \blacktriangleleft$$

dove \vec{F}_i è la forza che agisce sulla particella i -esima.

Le forze agenti su ogni particella del sistema possono includere sia le forze esterne che le forze interne. Ma, in base alla terza legge di Newton, la forza esercitata dalla particella 1 sulla particella 2, per esempio, è esattamente uguale e contraria a quella esercitata dalla particella 2 sulla 1. Quando si esegue la somma delle forze interne nell'Equazione 8.39, queste si cancellano a due a due. Quindi la forza risultante sul sistema è dovuta *soltanto* alle forze esterne e l'Equazione 8.39 può essere riscritta nella forma

► LA SECONDA LEGGE DI NEWTON PER UN SISTEMA DI PARTICELLE

$$\sum \vec{F}_{\text{est}} = M \vec{a}_{\text{CM}} = \frac{d\vec{p}_{\text{tot}}}{dt} \quad 8.40 \blacktriangleleft$$

Cioè, la risultante delle forze esterne agenti sul sistema di particelle è uguale alla massa totale del sistema moltiplicata per l'accelerazione del centro di massa, ossia la derivata temporale della quantità di moto del sistema. Confrontando l'Equazione 8.40 con la

seconda legge di Newton per una singola particella, notiamo che il modello a particella che abbiamo utilizzato in diversi capitoli può essere descritto in termini del centro di massa:

Il centro di massa del sistema di massa totale M si muove come una equivalente particella di massa M , su cui agisca la risultante delle forze esterne sul sistema.

Integriamo l'Equazione 8.40 su un intervallo di tempo finito:

$$\int \sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} dt = \int M \vec{\mathbf{a}}_{\text{CM}} dt = \int M \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\text{CM}}}{dt} dt = M \int d\vec{\mathbf{v}}_{\text{CM}} = M \Delta \vec{\mathbf{v}}_{\text{CM}}$$

Si noti che questa equazione si può riscrivere come:

TEOREMA DELL'IMPULSO PER UN SISTEMA DI PARTICELLE

$$\Delta \vec{\mathbf{p}}_{\text{tot}} = \vec{\mathbf{I}}$$

8.41◀

dove \vec{I} è l'impulso esercitato sul sistema dalle forze esterne e \vec{p}_{tot} è la quantità di moto del sistema. L'Equazione 8.41 è la generalizzazione del teorema dell'impulso per una particella (Eq. 8.11) ad un sistema formato da molte particelle. Essa fornisce inoltre la rappresentazione matematica del modello per un sistema non isolato (per la quantità di moto) di un sistema formato da molte particelle.

In assenza di forze esterne, il centro di massa si muove con velocità uniforme, come nel caso della chiave inglese in moto lineare e in rotazione mostrato in Figura 8.20. Se la forza risultante agisce lungo una linea che passa per il centro di massa di un corpo esteso come la chiave inglese, il corpo verrà accelerato senza rotazione. Se la forza risultante non agisce sul centro di massa, il corpo subirà una rotazione in aggiunta alla traslazione. L'accelerazione lineare del centro di massa è la stessa in entrambi i casi, come si ottiene dall'Equazione 8.40.

Si vede, infine, che se la risultante delle forze esterne è nulla, dalla Equazione 8.40 si ha:

$$\frac{d \vec{\mathbf{p}}_{\text{tot}}}{dt} = M \vec{\mathbf{a}}_{\text{CM}} = 0$$

e, quindi,

$$\vec{\mathbf{p}}_{\text{tot}} = M \vec{\mathbf{v}}_{\text{CM}} = \text{costante} \quad (\text{quando } \sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} = 0)$$

8.42◀

Cioè, la quantità di moto totale di un sistema di particelle è costante, se non vi sono forze esterne agenti su di esso. Ne segue che, per un sistema *isolato* di particelle, la quantità di moto totale si conserva. La legge di conservazione della quantità di moto ricavata nel Paragrafo 8.1 per un sistema di due particelle è così generalizzata a un sistema costituito da molte particelle.

Il centro di massa della chiave (segnato con un punto bianco) si muove lungo una linea retta mentre la chiave ruota attorno ad esso.

Si noti la distanza decrescente tra i punti bianchi.



Richard Megna, Fundamental Photographs

FIGURA 8.20 Fotografia stroboscopica che mostra una visione dall'alto di una chiave inglese che si muove su una superficie orizzontale. La chiave si muove da sinistra verso destra nella fotografia e rallenta a causa dell'attrito tra la chiave e la superficie stessa.

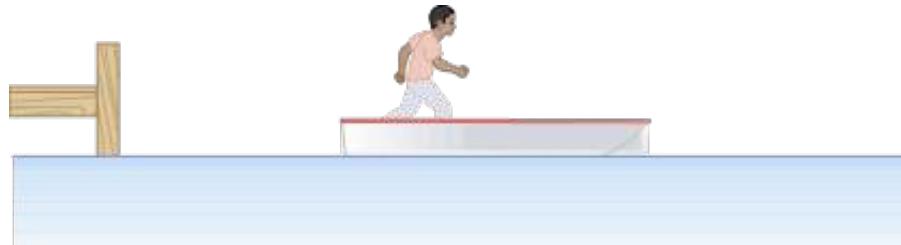


FIGURA 8.21 (Fisica ragionata 8.1) Un ragazzo fa un passo a bordo di una barca. Cosa accade alla barca?

FISICA RAGIONATA 8.1

Un ragazzo si trova all'estremità di una barca che è ferma rispetto al molo (Fig. 8.21). Egli, poi, si muove verso l'estremità opposta della barca, lontana dal molo. La barca si muoverà?

Ragionamento Sì, la barca si muoverà verso il molo. Trascurando l'attrito fra la barca e l'acqua, non vi sono forze orizzontali che agiscono sul sistema costituito dal ragazzo e dalla barca. Quindi, il centro di massa del sistema rimane fermo relativamente alla costa (o a qualsiasi punto fisso). Quando il ragazzo si muove allontanandosi dal molo, la barca deve muoversi verso il molo in modo tale che la posizione del centro di massa del sistema rimanga costante. <

QUIZ RAPIDO 8.6

Una nave da crociera si muove a velocità costante. I turisti a bordo sono ansiosi di arrivare alla loro successiva destinazione. Decidono di aumentare la velocità della nave da crociera riunendosi a prua (anteriore) e di correre tutti insieme verso la poppa (posteriore) della nave. (i) Mentre stanno correndo verso poppa qual è la velocità della nave? (a) più alta di prima (b) immutata (c) più bassa di prima (d) impossibile da determinare. (ii) I turisti si fermano quando arrivano sulla poppa della nave. Dopo che si sono fermati, qual è la velocità della nave? (a) più alta di quanto fosse prima della corsa (b) immutata rispetto a prima della corsa (c) più bassa di quanto fosse prima della corsa (d) impossibile da determinare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 8.13 Esplosione di un razzo

Un razzo viene sparato in aria verticalmente. Nell'istante in cui raggiunge l'altitudine di 1 000 m e la velocità $v_i = 300 \text{ m/s}$ esplode e si divide in tre

frammenti di ugual massa. Dopo l'esplosione, un frammento si muove verso l'alto con velocità $v_1 = 450$ m/s. Subito dopo l'esplosione, il secondo frammento ha una velocità $v_2 = 240$ m/s e si muove verso est. Qual è la velocità del terzo frammento immediatamente dopo l'esplosione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: propulsione di un razzo

Nel nostro viaggio verso Marte, avremo bisogno di controllare la nostra astronave accendendo i motori. Quando i veicoli ordinari, come le automobili del Contesto 1, si muovono, la forza che li spinge è l'attrito esercitato dalla strada sull'auto. Un razzo che si muove nello spazio, non ha strade su cui "spingere". La sorgente della propulsione di un razzo deve essere diversa. Il funzionamento di un razzo dipende dalla legge di conservazione della quantità di moto applicata ad un sistema, dove il sistema è costituito dal razzo e dal propellente espulso.

La propulsione di un razzo può essere compresa considerando dapprima l'arciere sul ghiaccio nell'Esempio 8.2. Quando una freccia è lanciata dall'arco, questa riceve una quantità di moto $m \vec{v}$ in un verso, e l'arciere riceve una quantità di moto di uguale intensità e con verso opposto. Quando altre frecce sono lanciate, l'arciere si muove più in fretta cosicché si potrebbe raggiungere una notevole velocità lanciando un grande numero di frecce.

Similmente, quando un razzo si muove nello spazio libero (nel vuoto), la sua quantità di moto varia quando parte della sua massa è espulsa sotto forma di gas. Poiché i gas espulsi acquistano quantità di moto, il razzo acquista una quantità di moto compensatrice, nel verso opposto. Il razzo, quindi, viene accelerato come risultato della "spinta" dei gas di scarico. Da notare che il razzo rappresenta il processo *inverso* dell'urto anelastico; cioè, la quantità di moto si conserva, ma l'energia cinetica del sistema *aumenta* (a spese dell'energia immagazzinata nel carburante del razzo).

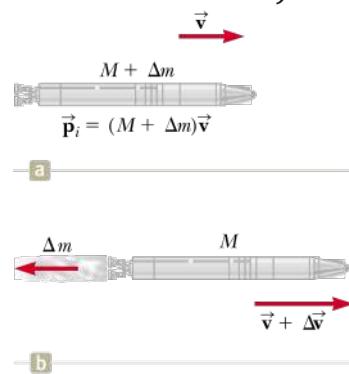


FIGURA 8.22 Propulsione di un razzo. (a) La massa iniziale del razzo e tutto il suo carburante è $M + \Delta m$ al tempo t , e la sua velocità v . (b) All'istante di tempo $t + \Delta t$, la massa del razzo si è ridotta a M a causa dell'espulsione di una quantità di carburante pari a Δm . Il razzo avrà aumentato la sua velocità di Δv .

Supponiamo che a un certo istante t la quantità di moto del razzo e del propellente sia $(M + \Delta m)v$ (Fig. 8.22a). Durante un breve intervallo di tempo Δt il razzo espelle una certa massa Δm e, di conseguenza, la velocità del razzo aumenta al valore $v + \Delta v$ (Fig. 8.22b). Se il propellente viene espulso con una velocità v_e relativa al razzo, la velocità del propellente rispetto a un sistema di riferimento fisso è $v - v_e$, secondo la nostra discussione sulla velocità relativa nel Paragrafo 3.6. Se, quindi, uguagliamo la quantità di moto iniziale del sistema a quella finale si ha

$$(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

da cui semplificando si ha

$$M \Delta v = \Delta m(v_e)$$

Passando al limite per Δt tendente a zero, si ha $\Delta v \rightarrow dv$ e $\Delta m \rightarrow dm$. Inoltre, l'incremento della massa dei gas espulsi, dm , è uguale alla diminuzione della massa del razzo, cioè $dm = -dM$. Si noti che si è introdotto il segno negativo nell'equazione perché dM rappresenta una diminuzione di massa. Si ha, quindi

$$M dv = -v_e dm$$

Integrando questa equazione e ponendo M_i come massa iniziale del razzo più il propellente ed M_f come massa finale del razzo più il propellente residuo, si ha

VARIAZIONE DI VELOCITÀ NELLA PROPULSIONE DI UN RAZZO

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_e \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$
$$v_f - v_i = v_e \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right) \quad 8.44 \blacktriangleleft$$

che è la relazione fondamentale della propulsione a razzo. Essa dice che l'incremento di velocità del razzo è proporzionale alla velocità di espulsione dei gas di scarico v_e . La velocità di espulsione deve quindi essere molto elevata.

La **spinta** di un razzo è la forza che viene esercitata sul razzo dai gas di scarico espulsi. È possibile ricavare un'espressione per la spinta istantanea dall'Equazione 8.43:

SPINTA DEL RAZZO

$$\text{Spinta} = Ma = M \frac{dv}{dt} = \left| v_e \frac{dM}{dt} \right| \quad 8.45 \blacktriangleleft$$

Da questa relazione si vede che la spinta cresce con la velocità di espulsione e con l'aumento di variazione della massa (tasso di consumo).

Possiamo valutare, ora, la quantità di propellente necessario per il nostro viaggio per Marte. Le necessità di propellente sono ben all'interno delle capacità dell'attuale tecnologia, come è evidente dal fatto che sono già state compiute diverse missioni su Marte. Che cosa sarebbe necessario, tuttavia, se volessimo visitare un'altra *stella* piuttosto che un altro *pianeta*? Ciò fa sorgere nuove sfide tecnologiche, che includono la necessità di considerare gli effetti relativistici che studieremo nel prossimo capitolo.

FISICA RAGIONATA 8.2

Quando Robert Goddard propose la possibilità di veicoli con propulsione a razzo, il *New York Times* fu d'accordo che tali veicoli si sarebbero potuti usare e con successo entro l'atmosfera terrestre ("Topics of the Times", *New York Times*, 13 Gennaio 1920, pag. 12). Ma il *Times* scoraggiò l'idea di usare un razzo nello spazio vuoto, facendo notare che "il suo volo non sarebbe stato né accelerato né mantenuto dall'esplosione dei carichi che avrebbe potuto rilasciare. Sostenere ciò equivalebbe a negare una legge fondamentale della dinamica, e soltanto il Dott. Einstein e la sua scelta dozzina, pochi ma buoni, sono intitolati a far ciò... Che il Professor Goddard, con la sua "cattedra" nel Clark College e il sostegno della Smithsonian Institution, non conosca la legge di azione e reazione, e la necessità di avere qualcosa di meglio che il vuoto contro cui reagire – sarebbe assurdo. Ovviamente, egli sembra essere solamente privo di quella conoscenza che viene quotidianamente impartita nella scuola superiore". Che cosa lo scrittore di questo passo non ha considerato?

Ragionamento Lo scrittore di questo testo ha compiuto un errore assai comune nel ritenere che un razzo funzioni espellendo un gas che eserciti una spinta su qualcosa, per proiettare in avanti il razzo. Con questa convinzione, è impossibile vedere come l'accensione di un razzo possa funzionare nello spazio vuoto.

I gas non hanno bisogno di esercitare una spinta su alcunché, è la stessa azione di espulsione dei gas che spinge il razzo in avanti. Ciò può essere dedotto dalla terza legge di Newton: il razzo spinge i gas all'indietro, col risultato che i gas spingono il razzo in avanti. Ciò si può anche dedurre dalla conservazione della quantità di moto: quando i gas acquistano quantità di moto in una direzione, il razzo deve acquistare quantità di moto nel verso opposto affinché si conservi la quantità di moto iniziale del sistema razzo-gas.

Il *New York Times* pubblicò una ritrattazione 49 anni dopo (“A Correction”, *New York Times*, 17 Luglio 1969, pag. 43), mentre gli astronauti dell’*Apollo 11* erano in viaggio per la Luna. Essa apparve su una pagina insieme a due altri articoli, uno intitolato, “Fondamenti del viaggio spaziale”, e l’altro, “L’astronave, come una seppia, manovra per mezzo di ‘schizzetti’” e conteneva i seguenti passaggi: “un articolo del *New York Times* negò la nozione che un razzo potesse funzionare nel vuoto e criticò le idee di Robert H. Goddard ... Ulteriori ricerche ed esperimenti hanno confermato le scoperte di Isaac Newton nel XVII secolo, ed è ora definitivamente accertato che un razzo possa funzionare tanto nel vuoto come nell’atmosfera. Il *Times* si scusa per l’errore”. ◀

Esempio 8.14 Un razzo nello spazio

Un razzo che si muove nello spazio, lontano da qualsiasi altro oggetto, ha velocità di 3.0×10^3 m/s rispetto alla Terra. I motori vengono accesi, e il propellente è espulso in verso opposto al moto del razzo con una velocità rispetto al razzo di 5.0×10^3 m/s.

(A) Qual è la velocità del razzo rispetto alla Terra quando la sua massa iniziale si è dimezzata rispetto a quella prima dell'accensione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

SOMMARIO

La quantità di moto di un corpo di massa m che si muove con velocità \vec{v} è

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

8.2◀

L’**impulso** impartito a una particella da una forza risultante ΣF è definito come l’integrale della forza per il periodo di tempo in cui essa agisce:

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt \quad 8.10 \blacktriangleleft$$

Quando due corpi si urtano la quantità di moto totale di un sistema isolato prima dell'urto eguaglia la quantità di moto totale dopo l'urto, indipendentemente dalla natura dell'urto. Un **urto anelastico** è un urto in cui l'energia cinetica non si conserva. Un **urto perfettamente anelastico** è un urto in cui gli oggetti in collisione restano uniti dopo la collisione. Un **urto elastico** è un urto in cui sia la quantità di moto che l'energia cinetica sono conservate.

In un urto bio tridimensionale, le componenti della quantità di moto in tutte le direzioni sono conservate separatamente.

Il vettore posizione del centro di massa di un sistema di particelle è definito come

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} \quad 8.32 \blacktriangleleft$$

dove M è la massa totale del sistema e \vec{r}_i è il vettore posizione della i -ma particella.

La velocità del centro di massa per un sistema di particelle è

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{v}_i \quad 8.36 \blacktriangleleft$$

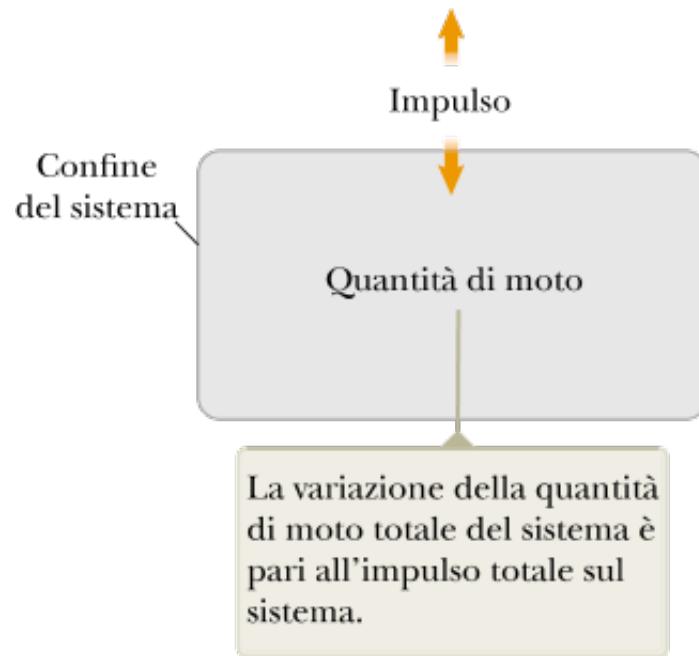
La quantità di moto totale di un sistema di particelle è uguale alla massa totale moltiplicata per la velocità del centro di massa, cioè, $\vec{p}_{tot} = M \vec{v}_{CM}$.

La seconda legge di Newton applicata ad un sistema di particelle è

$$\sum \vec{F}_{est} = M \vec{a}_{CM} = \frac{d \vec{p}_{tot}}{dt} \quad 8.40 \blacktriangleleft$$

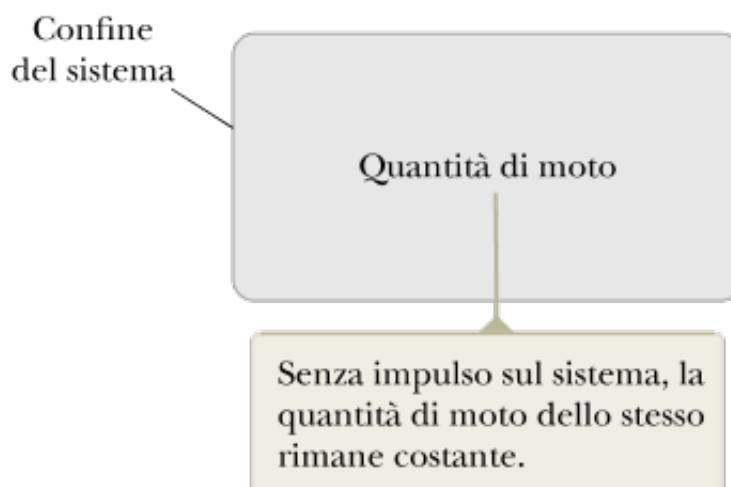
dove \vec{a}_{CM} è l'accelerazione del centro di massa e la somma è estesa a tutte le forze esterne. Il centro di massa quindi si muove come una particella immaginaria di massa M sotto l'azione della risultante delle forze esterne al sistema.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Sistemi non isolati (quantità di moto). Se un sistema interagisce con l'ambiente nel senso che una forza esterna agisce sul sistema, il comportamento del sistema è descritto dal **teorema dell'impulso**:

$$\Delta \vec{p}_{\text{tot}} = \vec{I} \quad 8.11 \blacktriangleleft$$



Sistemi isolati (quantità di moto). Il principio di **conservazione della quantità di moto** indica che la quantità di moto totale di un sistema isolato (in assenza di forze esterne) si conserva, a prescindere dalla natura delle forze tra i componenti del sistema:

$$\vec{p}_{\text{tot}} = M \vec{v}_{\text{CM}} = \text{costante} \quad (\text{quando } \sum \vec{F}_{\text{est}} = 0) \quad 8.42 \blacktriangleleft$$

Nel caso di un sistema formato da due particelle, questo principio si può esprimere come:

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad 8.6 \blacktriangleleft$$

Il sistema potrebbe essere isolato in termini di quantità di moto ma non isolato in termini di energia, come nel caso degli urti anelastici.



QUESITI

1. Un carrello di massa 5 kg che si sta muovendo verso destra con una velocità di 6 m/s urta una parete di cemento e rimbalza con una velocità di 2 m/s. Qual è la variazione nella quantità di moto del carrello? (a) o (b) 40 kg • m/s (c) – 40 kg • m/s (d) – 30 kg • m/s (e) – 10 kg • m/s.

2. Tra due palle da biliardo di uguale massa avviene un urto frontale elastico. Se una palla rossa viaggia verso destra con velocità v e una palla blu viaggia verso sinistra con velocità $3v$ prima dell'urto, quale di queste affermazioni sulle velocità dopo l'urto è corretta? Trascurare gli effetti dovuti alle rotazioni. (a) La palla rossa si muove verso sinistra con velocità v mentre la palla blu si muove verso destra con velocità $3v$. (b) La palla rossa viaggia verso sinistra con velocità v mentre la palla blu continua a muoversi verso sinistra con velocità $2v$. (c) La palla rossa si muove verso sinistra con velocità $3v$ mentre la palla blu si muove verso destra con velocità v . (d) Le loro velocità finali non possono essere determinate perché la quantità di moto non si conserva nell'urto. (e) Le velocità finali non possono essere determinate senza conoscere le masse di ciascuna palla.

3. La quantità di moto di un oggetto aumenta di un fattore 4 in modulo. Di quale fattore aumenta l'energia cinetica? (a) 16 (b) 8 (c) 4 (d) 2 (e) 1

4. Un oggetto di massa 2 kg che si muove verso destra con una velocità di 4 m/s compie un urto frontale elastico con un oggetto di massa 1 kg inizialmente a riposo. La velocità dell'oggetto di massa 1 kg dopo l'urto è (a) maggiore di 4 m/s (b) minore di 4 m/s (c) uguale a 4 m/s (d) zero (e) impossibile da determinare sulla base delle informazioni fornite.

5. Un oggetto di massa 3 kg, che si muove verso destra su una superficie orizzontale priva di attrito con velocità di 2 m/s, urta frontalmente e si aggancia a un oggetto di massa 2 kg che si muove inizialmente verso sinistra con velocità di 4 m/s. Dopo l'urto, quale delle seguenti affermazioni è corretta? (a) L'energia cinetica del sistema è 20 J. (b) La quantità di moto del sistema è 14 kg • m/s. (c) L'energia cinetica del sistema è maggiore di 5 J, ma minore di 20 J. (d) La quantità di moto del sistema è – 2 kg • m/s. (e) La quantità di moto del sistema è inferiore a quella posseduta prima dell'urto.

6. Una palla da tennis di massa 57.0 g si sta muovendo in direzione di un giocatore alla velocità di 21.0 m/s. Il tennista colpisce la palla al volo lungo la direzione del suo moto impartendole una velocità di verso opposto e modulo pari a 25.0 m/s. Se la palla rimane a contatto della racchetta per 0.060 s qual è la forza media che agisce sulla palla? (a) 22.6 N (b) 32.5 N (c) 43.7 N (d) 72.1 N (e) 102 N.

7. Un'auto di massa m che viaggia a velocità v , ad un incrocio si schianta contro la parte posteriore di un furgone di massa $2m$ che è fermo e con la marcia a folle. Se l'urto è perfettamente anelastico qual è la velocità dell'insieme dei rottami dell'auto e del furgone dopo l'urto? (a) v (b) $v/2$ (c) $v/3$ (d) $2v$ (e) nessuna di queste risposte è corretta.

8. Se due particelle hanno uguale energia cinetica esse hanno anche uguali quantità di moto? (a) Sì, sempre (b) no, mai (c) sì, qualora le loro masse siano uguali (d) sì, qualora le loro masse, le direzioni e i versi del moto siano uguali (e) sì, se si muovono lungo direzioni parallele.

9. Sei in piedi su di una slitta a forma di piatto fermo in mezzo ad una pista di pattinaggio su ghiaccio priva di attrito. Il tuo compagno di laboratorio ti lancia un pesante frisbee. A successivi lanci reagisci in modo differente. Classifica le situazioni seguenti secondo la velocità finale dalla più grande alla più piccola. Se per due casi la tua velocità finale è la stessa, assegna loro la stessa posizione in classifica. (a) Prendi al volo il frisbee e lo trattieni. (b) Prendi al volo il frisbee e lo rilanci al tuo compagno. (c) Sfiori la presa di modo che, avendo toccato il frisbee, esso proseguirà lungo la direzione del suo moto ma con velocità inferiore. (d) Prendi il frisbee e lo lanci di modo che si muova verticalmente sopra la tua testa. (e) Prendi il frisbee e lo posi al suolo in modo che sia a riposo sul ghiaccio.

10. L'energia cinetica di un oggetto aumenta di un fattore 4. Di quale fattore risulta cambiata la sua quantità di moto? (a) 16 (b) 8 (c) 4 (d) 2 (e) 1

11. Se due particelle hanno quantità di moto uguali, le loro energie cinetiche sono uguali? (a) sì, sempre (b) no, mai (c) no, eccetto quando le loro velocità sono le stesse (d) sì, purché si muovano lungo linee parallele.

12. Un carro merci in uno scalo ferroviario viene messo in movimento alla sommità di una collinetta. Il carro scende lentamente e senza attrito lungo una rotaia rettilinea dove si aggancia ad un carro piatto di minore massa inizialmente fermo, così che i due carri si muovono poi insieme senza attrito. Considera i due carri come un sistema, dal momento in cui il carro merci viene messo in movimento fino a quando tutti e due si muovono insieme. Rispondi sì oppure no alle seguenti domande. (a) Si conserva l'energia meccanica del sistema? (b) Si conserva la quantità di moto del sistema? Considera quindi il processo con cui il carro merci acquista velocità mentre scende dalla collinetta. Per il carro e la Terra considerati come sistema, (c) si conserva l'energia meccanica? (d) Si conserva la quantità di moto? Infine, considera i due carri come un sistema quando il carro merci rallenta nel processo di aggancio. (e) Si conserva l'energia meccanica di questo sistema? (f) Si conserva la quantità di moto di questo sistema?

13. Un grande trattore sta scendendo lungo una strada di campagna. Una piccola auto sportiva tampona il trattore con un urto perfettamente anelastico. (i) Quale veicolo sperimenta la maggiore variazione di quantità di (a) L'auto. (b) Il trattore. (c) Le variazioni delle loro energie cinetiche sono uguali. (d) Potrebbe essere uno qualsiasi dei due veicoli.

14. Una palla è sospesa mediante una corda fissata ad un sostegno in un punto posto verticalmente sopra un blocco di legno. La palla viene sollevata come in Figura Q8.14 e quindi rilasciata. Nel tentativo A la palla rimbalza elasticamente contro il blocco. Nel tentativo B, del nastro biadesivo fa rimanere attaccati la palla ed il blocco. In quale caso è più probabile che la palla faccia cadere il blocco? (a) È più probabile nel tentativo A. (b) È più probabile nel tentativo B. (c) È ugualmente probabile. (d) Potrebbe essere in entrambi i casi, a seconda di fattori esterni.

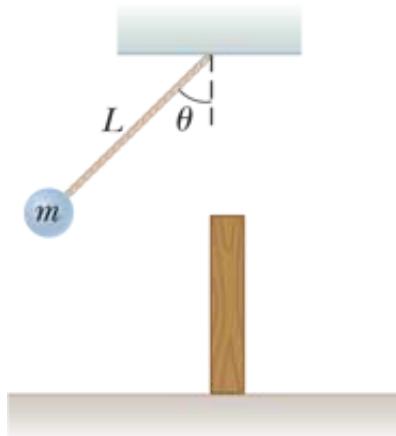


FIGURA Q8.14

15. Due particelle di massa differente sono inizialmente in quiete. La stessa forza risultante agisce su entrambe le particelle che si muovono compiendo spostamenti uguali. Come sono le loro quantità di moto finali? (a) La particella di massa maggiore ha più quantità di moto. (b) La particella di massa minore ha più quantità di moto. (c) Le particelle hanno la stessa quantità di moto. (d) Ciascuna di esse potrebbe avere la quantità di moto maggiore.

16. Una palla da basket viene lanciata in alto, cade liberamente e rimbalza sul pavimento di legno. Dall'istante in cui il giocatore la lancia fino a quando la palla raggiunge il punto più alto dopo il rimbalzo, qual è il sistema minimo per il quale si conserva la quantità di moto? (a) la palla (b) la palla ed il giocatore (c) la palla ed il pavimento (d) la palla e la Terra (e) la quantità di moto non si conserva per nessun sistema.

17. Un proiettile di 10.0 g viene sparato colpendo un blocco di legno di massa 200 g, fermo su di una superficie orizzontale. Dopo l'impatto il blocco scivola per 8.00 m prima di fermarsi. Se il coefficiente di attrito tra il blocco e la superficie è 0.400, qual è la velocità del proiettile prima dell'impatto? (a) 106 m/s (b) 166 m/s (c) 226 m/s (d) 286 m/s (e) nessuna delle risposte è corretta.

18. Due particelle di massa differente sono inizialmente in quiete. La stessa forza risultante agisce su entrambe le particelle che si muovono compiendo spostamenti uguali. Come sono le loro energie cinetiche finali? (a) La particella di massa maggiore ha più energia cinetica. (b) La particella di massa minore ha più energia cinetica. (c) Le particelle hanno la stessa energia cinetica. (d) Ciascuna di esse potrebbe avere la maggior energia cinetica.

DOMANDE CONCETTUALI

1. Sei in piedi perfettamente immobile e fai un passo in avanti. Prima del passo la tua quantità di moto era nulla, ma successivamente possiedi una certa quantità di moto. In questo caso il principio di conservazione della quantità di moto è violato? Spiega la tua risposta.

2. Esprimi, argomentandola, la tua opinione sulle seguenti affermazioni. (a) La migliore teoria del moto è che la forza causa l'accelerazione. (b) La vera misura dell'efficacia di una forza è il lavoro che essa compie, e la miglior teoria del moto è che il lavoro compiuto su un oggetto cambia la sua quantità di moto. (c) La vera

misura degli effetti prodotti da una forza è l'impulso, e la migliore teoria del moto è che l'impulso su un oggetto ne varia la quantità di moto.

3. Una scatola aperta scivola sulla superficie, priva di attrito, di un lago ghiacciato. Cosa accade alla velocità della scatola quando dell'acqua piovana cade verticalmente al suo interno? Spiegare.

4. Un giocoliere lancia in aria tre palle a ciclo continuo. Ciascuna palla è a contatto di una delle sue mani per un quinto del tempo. (a) Descrivi il moto del centro di massa delle tre palle. (b) Qual è la forza media esercitata dal giocoliere su ciascuna delle palle mentre la sta toccando?

5. Una forza intensa imprime sempre a un corpo una variazione di quantità di moto più grande di quanto faccia una forza di minore intensità? Spiega.

6. Una forza intensa imprime sempre a un corpo una maggiore variazione di energia cinetica di quanto faccia una forza di minore intensità? Spiega.

7. Un airbag in un'automobile si gonfia quando avviene un urto, ed ha lo scopo di proteggere i passeggeri da infortuni gravi (si veda la fotografia a pag. 242). Perché l'airbag riesce a diminuire l'effetto dell'urto? Discuti la fisica che riguarda la fotografia in oggetto.

8. Un tiratore scelto spara in posizione eretta, tenendo il calcio del fucile premuto contro la propria spalla. Se la quantità di moto in avanti del proiettile è la stessa della quantità di moto di rinculo del fucile, perché non è tanto rischioso essere colpiti dal fucile quanto dal proiettile?

9. Due studenti tengono sollevato verticalmente un largo lenzuolo. Un terzo studente, che è il più bravo lanciatore della squadra di baseball, lancia un uovo fresco al centro del lenzuolo. Spiegare perché l'uovo non si rompe nell'urto con il lenzuolo, indipendentemente dalla velocità iniziale.

10. Durante il suo moto una palla da baseball trasporta energia e quantità di moto. (a) Possiamo dire che trasporta una forza che essa può esercitare su ogni corpo che colpisce? (b) La palla da baseball può trasferire più energia cinetica al corpo che colpisce di quanto inizialmente ne trasportava? (c) La palla da baseball può trasferire al corpo colpito più quantità di moto di quella che inizialmente trasportava? Spiegare le risposte.

11. (a) Il centro di massa di un razzo nello spazio accelera? Spiegare. (b) La velocità del razzo può superare quella dei gas di scarico? Spiegare.

12. Nel gioco del golf, ai giocatori alle prime armi si consiglia di accompagnare i colpi. Perché questo consiglio porta a fare percorrere distanze maggiori alla palla? Se si colpisce una palla nell'area vicina alla buca non serve accompagnare. Perché?

13. Una bomba, inizialmente ferma, esplode in molti pezzi. (a) La quantità di moto lineare del sistema (la bomba prima dell'esplosione e i frammenti dopo l'esplosione) è conservata? Spiegare. (b) L'energia cinetica del sistema è conservata? Spiegare.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 8.1 Quantità di moto

Paragrafo 8.2 Modello di analisi: sistema isolato (quantità di moto)

1. Una particella di massa 3.00 kg ha una velocità pari a $(3.00\hat{i} - 4.00\hat{j}) \text{ m/s}$. (a) Determina le componenti x e y della sua quantità di moto. (b) Determina il modulo e la direzione della quantità di moto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Quando salti verticalmente più in alto che puoi, qual è l'ordine di grandezza della massima velocità di rinculo che imprimi alla Terra? Considera la Terra come un corpo rigido. Nella tua ipotesi di soluzione indica le grandezze fisiche che assumi come note ed i valori che determini oppure stimi per esse.

3. BIO Nella ricerca in cardiologia e nella fisiologia dell'attività fisica è spesso importante conoscere la massa di sangue pompata dal cuore di una persona in un singolo battito. Questa informazione si può ottenere per mezzo di un *balistocardiografo*. Lo strumento funziona in questo modo. Il paziente giace su un lettino orizzontale sostenuto da uno strato di aria. L'attrito del lettino è trascurabile. Inizialmente la quantità di moto del sistema è zero. Quando il cuore batte, esso espelle una massa m di sangue verso l'aorta con velocità v , ed il corpo e la piattaforma si muovono nella direzione opposta con velocità V . La velocità del sangue può essere determinata indipendentemente (per esempio misurando lo spostamento doppler degli ultrasuoni). Assumi che essa sia 50.0 cm/s in una tipica misurazione. La massa del soggetto più il lettino è 54.0 kg . Il lettino si muove di $6.00 \times 10^{-5} \text{ m}$ in 0.160 s dopo il battito cardiaco. Calcola la massa di sangue che esce dal cuore. Assumi che la massa del sangue sia trascurabile rispetto alla massa della persona. (Questo esempio semplificato illustra i principi della balistocardiografia, ma nella realtà il modello di funzionamento del cuore che viene utilizzato è più sofisticato.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. Una particella di massa m si muove con quantità di moto di modulo p . (a) Mostra che l'energia cinetica della particella è $K = p^2/2m$. (b) Esprimi il modulo della quantità di moto della particella in termini della sua energia cinetica e della sua massa.

5. Una ragazza di massa 45.0 kg è in piedi su una tavola di massa 150 kg. Entrambe sono inizialmente ferme sulla superficie liscia e priva di attrito di un lago ghiacciato. La ragazza inizia a camminare lungo la tavola alla velocità costante di $1.50\hat{i}$ m/s rispetto alla tavola. (a) Qual è la velocità della tavola rispetto alla superficie ghiacciata? (b) Qual è la velocità della ragazza rispetto alla superficie ghiacciata?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Una ragazza di massa m_r è in piedi su una tavola di massa m_t . Entrambe sono inizialmente ferme sulla superficie liscia e priva di attrito di un lago ghiacciato. La ragazza inizia a camminare lungo la tavola alla velocità costante di v_{rt} verso destra rispetto all'asse (il pedice rt sta ad indicare la velocità della ragazza rispetto alla tavola). (a) Qual è la velocità v_{ts} della tavola rispetto alla superficie ghiacciata? (b) Qual è la velocità v_{rs} della ragazza rispetto alla superficie ghiacciata?

7. Due blocchi di massa m e $3m$ sono posti su una superficie orizzontale priva di attrito. Una molla di massa trascurabile è collegata al blocco di massa maggiore ed i due blocchi sono schiacciati l'uno contro l'altro con la molla posta tra di essi (Fig. P8.7). Una corda che collega inizialmente i blocchi viene bruciata; dopo che ciò è avvenuto, il blocco di massa $3m$ si muove verso destra con velocità 2.00 m/s. (a) Qual è la velocità del blocco di massa m ? (b) Determina l'energia potenziale elastica iniziale assumendo che sia $m = 0.350$ kg. (c) L'energia potenziale iniziale è immagazzinata nella molla oppure nella corda? (d) Spiega la tua risposta alla domanda (c). (e) Si conserva la quantità di moto nel processo di separazione dei due oggetti? Spiega come questo sia possibile considerando che (f) ci siano forze elevate che agiscono e (g) che non ci sia moto prima e che si muovano velocemente dopo

VISUALIZZA SOLUZIONE

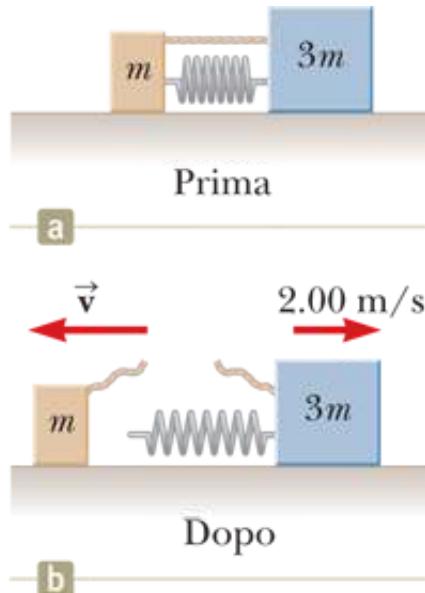


FIGURA P8.7

Paragrafo 8.3 Modello di analisi: sistema non isolato (quantità di moto)

8. Un carrello di massa m è libero di scivolare lungo una rotaia a cuscino d'aria orizzontale. Esso viene appoggiato ad un sistema di lancio posto ad un'estremità del percorso. Descrivi il sistema di lancio come una molla di massa trascurabile di costante elastica k , compressa di una distanza x . Il carrello viene rilasciato da fermo. (a) Mostra che il carrello raggiunge una velocità $v = x(k/m)^{1/2}$. (b) Mostra che il modulo dell'impulso trasferito al carrello è dato da $I = x(km)^{1/2}$. (c) Viene compiuto più lavoro su un carrello di massa grande o piccola?

9. Una palla di acciaio di massa 3.00 kg colpisce un muro con velocità di 10.0 m/s ad un angolo $\theta = 60.0^\circ$ rispetto alla superficie. Essa rimbalza con la stessa velocità e con lo stesso angolo. (Fig. P8.9). Se la palla rimane a contatto con il muro per 0.200 s, qual è la forza media esercitata dalla parete sulla palla?

VISUALIZZA SOLUZIONE

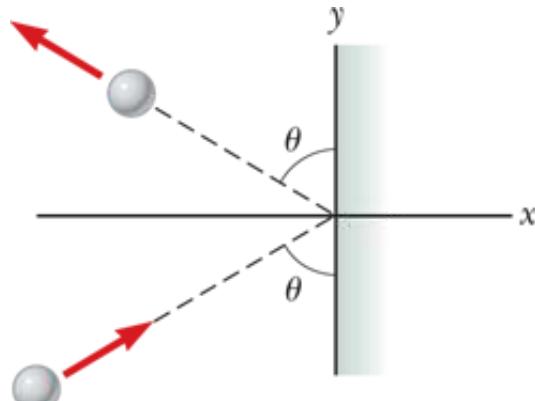


FIGURA P8.9

10. In un lancio lento durante una partita di softball, una palla di massa 0.200 kg attraversa il piatto di battuta a 15.0 m/s con un angolo di 45.0° sotto l'orizzontale. Il battitore colpisce la palla impartendole una velocità di 40.0 m/s a 30.0° rispetto all'orizzontale. (a) Determina l'impulso trasmesso alla palla. (b) Se la forza sulla palla aumenta linearmente per 4.00 ms, rimane costante per 20.0 ms e quindi diminuisce linearmente fino a zero in altri 4.00 ms, qual è la massima forza sulla palla?

- 11.** Una curva che fornisce la stima della dipendenza dal tempo della forza esercitata da una mazza da baseball sulla palla è mostrata in Figura P8.11. A partire da questa curva determina (a) il modulo dell'impulso trasmesso alla palla e (b) la forza media esercitata sulla palla.

VISUALIZZA SOLUZIONE

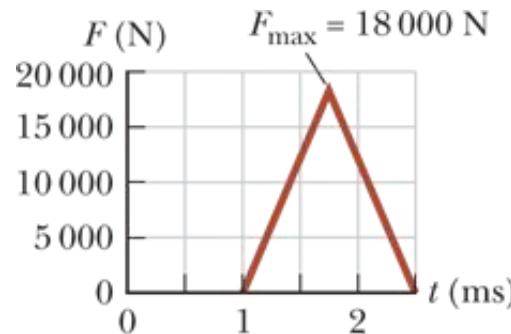


FIGURA P8.11

- 12.** Un uomo sostiene di essere in grado di reggere un bambino di massa 12.0 kg durante un urto frontale, a patto di avere la cintura allacciata. Considera quest'uomo durante un urto nel quale egli siede a bordo di una delle due vetture che stanno viaggiando l'una verso l'altra a 60 mi/h rispetto al suolo. L'auto su cui si trova si arresta in 0.10 s. (a) Trova il valore della forza media necessaria per reggere il bambino. (b) Sulla base dei risultati ottenuti nella parte (a) è ragionevole l'affermazione dell'uomo? (c) Che cosa ci dice la risposta a questo problema riguardo alle leggi che impongono l'uso di sistemi di sicurezza idonei quali le cinture di sicurezza e i seggiolini per bambini?

- 13.** Una canna da giardino viene tenuta come mostrato in Figura P8.13. La canna è in principio piena di acqua ferma. Quale forza aggiuntiva è necessaria per mantenere il rubinetto fermo dopo che si è aperta l'acqua, se la velocità di efflusso è di 0.600 kg/s con una velocità di 25.0 m/s?

VISUALIZZA SOLUZIONE



FIGURA P8.13

- 14.** Un giocatore di tennis riceve un colpo in cui la palla, di massa 0.060 kg, viaggia orizzontalmente a 50.0 m/s e risponde imprimendo alla palla una velocità di 40.0 m/s in verso opposto a quello iniziale. (a) Qual è l'impulso trasferito alla palla dalla racchetta da tennis? (b) Quale lavoro compie la racchetta sulla palla?

Paragrafo 8.4 Urti in una dimensione

15. Un vagone ferroviario di massa 2.50×10^4 kg si muove con velocità 4.00 m/s. Esso urta e si aggancia ad altri tre vagoni ferroviari, della sua stessa massa e che si muovono nello stesso verso e con velocità di 2.00 m/s. (a) Qual è la velocità dei quattro vagoni dopo l'urto? (b) Quanta energia meccanica viene persa nell'urto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Un proiettile di massa 7.00 g viene sparato da una pistola in un blocco di legno di 1.00 kg, penetrando nel blocco a una profondità di 8.00 cm. Questo blocco di legno viene poi posto su una superficie orizzontale priva di attrito e viene quindi colpito da un secondo proiettile, sempre di massa 7.00 g. A quale profondità penetrerà il secondo proiettile?

17. Una massa di 12.0 g di creta appiccicosa viene lanciata contro un blocco di legno di massa 100 g che è inizialmente fermo su di una superficie orizzontale. La creta si attacca al blocco. Dopo l'impatto il blocco scivola per 7.50 m prima di arrestarsi. Se il coefficiente di attrito tra blocco e superficie è 0.650, qual è la velocità della creta immediatamente prima dell'impatto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Una massa m di creta appiccicosa viene lanciata contro un blocco di legno di massa M che è inizialmente fermo su di una superficie orizzontale. La creta si attacca al blocco. Dopo l'impatto il blocco scivola percorrendo una distanza d prima di arrestarsi. Se il coefficiente di attrito tra blocco e superficie è μ , qual è la velocità della creta immediatamente prima dell'impatto?

19. Due blocchi sono liberi di muoversi lungo la pista di legno priva di attrito mostrata in Figura P8.19. Il blocco di massa $m_1 = 5.00$ kg viene rilasciato dalla posizione mostrata, ad un'altezza $h = 5.00$ m al di sopra della parte piatta del percorso. Sulla punta del blocco sporge il polo nord di un magnete che respinge il polo nord di un identico magnete posto sulla parte posteriore del blocco di massa $m = 10.0$ kg, inizialmente a riposo. I due blocchi non vengono mai a contatto. Calcola l'altezza massima che raggiunge il blocco m_1 dopo l'urto elastico.

VISUALIZZA SOLUZIONE

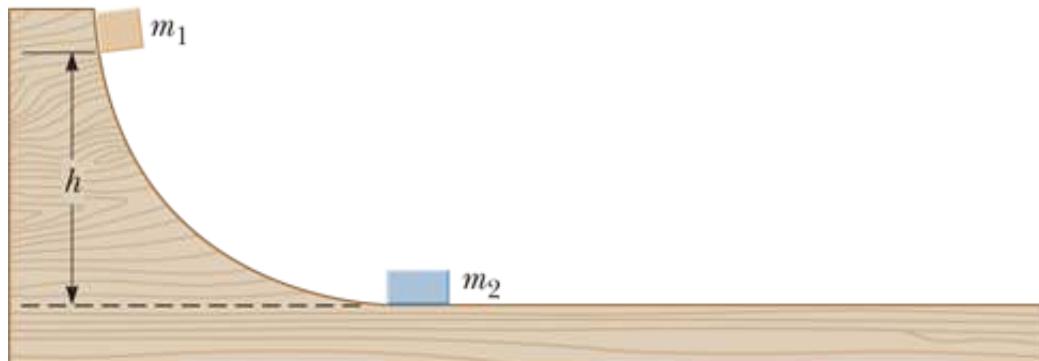


FIGURA P8.19

- 20.** Come mostrato nella Figura P8.20, un proiettile di massa m e velocità \vec{v} attraversa completamente la massa M del pendolo. Il proiettile emerge con una velocità di $\vec{v}/2$. La massa del pendolo è sospesa mediante un'asta rigida (non una corda) di lunghezza ℓ e massa trascurabile. Qual è il minimo valore di v in corrispondenza del quale la massa del pendolo compirà esattamente una rotazione circolare completa?

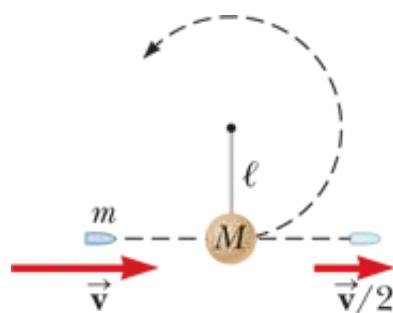


FIGURA P8.20

- 21.** Un neutrone in un reattore nucleare effettua un urto frontale elastico con un atomo di carbonio inizialmente in quiete. (a) Che frazione di energia cinetica del neutrone viene trasferita al nucleo di carbonio? (b) L'energia cinetica iniziale del neutrone è 1.60×10^{-13} J. Determina la sua energia cinetica finale e l'energia cinetica del nucleo di carbonio dopo l'urto (la massa del nucleo di carbonio è circa 12.0 volte la massa del neutrone).

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 22.** Una palla da tennis di massa m_t viene tenuta esattamente sopra un pallone da pallacanestro di massa m_p , come mostrato in Figura P8.22. Avendo i loro centri perfettamente allineati verticalmente, entrambe vengono rilasciate nello stesso istante, in modo che la parte bassa del pallone da (a) A che altezza la palla da tennis rimbalza? (b) Come spieghi il fatto che l'altezza in (a) è maggiore di h ? Questo appare come una violazione della conservazione dell'energia?



FIGURA P8.22

23. (a) Tre carrelli di massa $m_1 = 4.00 \text{ kg}$, $m_2 = 10.0 \text{ kg}$ e $m_3 = 3.00 \text{ kg}$ si muovono su di una superficie orizzontale priva di attrito con velocità $v_1 = 5.00 \text{ m/s}$ verso destra, $v_2 = 3.00 \text{ m/s}$ verso destra e $v_3 = 4.00 \text{ m/s}$ verso sinistra come mostrato in Figura P8.23. Degli adesivi di velcro fanno aderire i carrelli l'uno all'altro dopo l'urto. Determina la velocità iniziale del treno composto dai tre carrelli. (b) **E se?** La tua risposta nella parte (a) richiede che tutti i carrelli si urtino e rimangano uniti nello stesso istante? E se si urtassero in un ordine diverso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

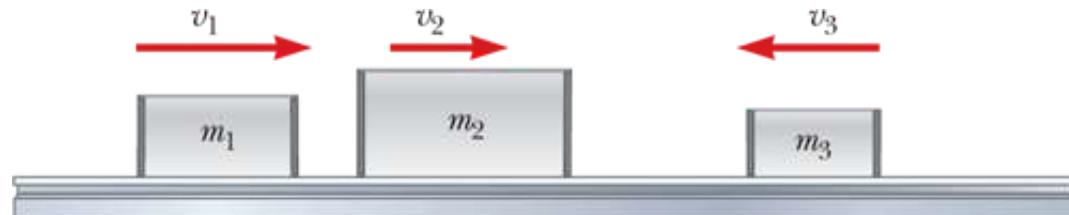


FIGURA P8.23

24. Quattro vagoni ferroviari, ciascuno di massa $2.50 \times 10^4 \text{ kg}$ sono uniti e si muovono su una superficie orizzontale a velocità v_i verso sud. Un attore cinematografico che viaggia sulla seconda carrozza, e che è dotato di grande forza ma di scarsa intelligenza, stacca la prima carrozza dandole una spinta aumentando la sua velocità a 4.00 m/s verso sud. Le tre carrozze rimanenti si muovono verso sud ad una velocità di 2.00 m/s . (a) Determina la velocità iniziale delle quattro carrozze. (b) Che lavoro ha compiuto l'attore? (c) Descrivi la relazione tra il processo descritto qui e quello descritto nel Problema 8.15.

Paragrafo 8.5 Urti in due dimensioni

25. Un oggetto di massa 3.00 kg che si muove con velocità iniziale $5.00 \hat{\mathbf{i}} \text{ m/s}$ urta e rimane attaccato ad un oggetto di massa 2.00 kg con una velocità iniziale di $-\hat{\mathbf{j}} \text{ m/s}$. Determina la velocità finale dell'oggetto composto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Un difensore di massa 90.0 kg che corre verso est con velocità di 5.00 m/s viene placciato da un avversario di massa 95.0 kg che corre verso nord con velocità di 3.00 m/s . (a) Spiega perché il placcaggio effettuato con successo rappresenta un caso di urto perfettamente anelastico. (b) Calcola la velocità dei giocatori immediatamente dopo il placcaggio. (c) Determina l'energia meccanica che sparisce a seguito dell'urto. Spiega che fine ha fatto l'energia mancante.

27. Due dischi per *shuffleboard* di massa uguale, uno arancione e l'altro giallo, effettuano un urto elastico radente. Il disco giallo è inizialmente in quiete e viene colpito dal disco arancione che si muove con velocità 5.00 m/s . Dopo l'urto, il disco arancione si muove lungo una direzione che forma un angolo di 37.0° con la direzione del moto iniziale. Le velocità dei due dischi sono ortogonalali dopo l'urto. Determina la velocità finale di ciascun disco.

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Due dischi per *shuffleboard* di massa uguale, uno arancione e l'altro giallo, effettuano un urto elastico radente. Il disco giallo è inizialmente in quiete e viene colpito dal disco arancione che si muove con velocità v_i . Dopo l'urto, il disco arancione si muove lungo una direzione che forma un angolo θ con la direzione del moto iniziale. Le velocità dei due dischi sono ortogonalili dopo l'urto. Determina la velocità finale di ciascun disco.

29. Una palla da biliardo che si muove alla velocità di 5.00 m/s colpisce un palla di uguale massa inizialmente ferma. Dopo l'urto la prima palla si muove alla velocità di 4.33 m/s lungo una direzione che forma un angolo di 30.0° rispetto alla direzione del moto originaria. Assumendo che l'urto sia elastico (ed ignorando gli attriti e i moti rotazionali) determina la velocità della palla colpita dopo l'urto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. Due automobili di uguale massa si avvicinano ad un incrocio. Un veicolo si muove con velocità 13.0 m/s verso est, il secondo si muove verso nord con velocità v_{2i} . Nessuno dei conducenti si avvede dell'altro veicolo. I veicoli si urtano all'incrocio e rimangono incastrati, lasciando tracce di pneumatici lungo una direzione che forma un angolo di 55.0° verso nord-est. Il limite di velocità per entrambi era 35 mi/h ed il conducente del veicolo diretto a nord afferma che stava rispettando tale limite. Dice la verità? Spiega il tuo ragionamento.

31. Un nucleo atomico instabile di massa 17.0×10^{-27} kg inizialmente in quiete si disintegra in tre particelle. Una delle particelle, di massa 5.00×10^{-27} kg, si muove nella direzione y con velocità 6.00×10^6 m/s. Un'altra particella, di massa 8.40×10^{-27} kg, si muove lungo la direzione x con velocità di 4.00×10^6 m/s. Determina (a) la velocità della terza particella e (b) l'aumento di energia cinetica totale associato al processo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Un protone, che si muove con velocità $v_i\hat{i}$ urta elasticamente un altro protone inizialmente in quiete. Assumendo che i due protoni abbiano la stessa velocità dopo l'urto determina (a) la velocità di ciascun protone in termini di v_i e (b) la direzione dei vettori velocità dopo l'urto.

33. Un disco da hockey di massa 0.300 kg, inizialmente in quiete su di una superficie orizzontale priva di attrito, viene colpito da un disco di massa 0.200 kg che si muove inizialmente lungo l'asse x con velocità 2.00 m/s. Dopo l'urto il disco di 0.200 kg ha una velocità di 1.00 m/s lungo una direzione che forma un angolo $\theta = 53.0^\circ$ rispetto all'asse x positivo (si veda Fig. 8.11). (a) Determina la

velocità del disco di 0.300 kg dopo l'urto. (b) Determina la frazione di energia cinetica persa nell'urto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 8.6 Il centro di massa

34. Un pezzo di foglio metallico ha la forma mostrata in Figura P8.34. Calcola le coordinate x ed y del centro di massa dell'oggetto.

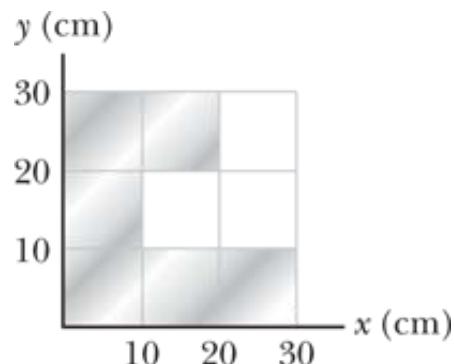


FIGURA P8.34

35. Quattro oggetti sono posti lungo l'asse y come segue: un oggetto di massa 2.00 kg è posto in $y = + 3.00$ m, un oggetto di massa 3.00 kg è posto in $y = + 2.50$ m, un oggetto di massa 2.50 kg è posto nell'origine ed un oggetto di massa 4.00 kg è posto in $- 0.500$ m. Dove si trova il centro di massa di questi oggetti?

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Una molecola d'acqua è formata da un atomo di ossigeno e due atomi di idrogeno legati ad esso (Fig. P8.36). L'angolo tra i due legami è 106° . Se i legami sono lunghi 0.100 nm, dove si trova il centro di massa della molecola?

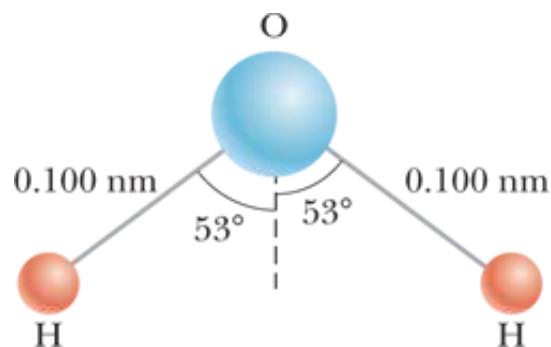


FIGURA P8.36

37. Degli esploratori trovano nella giungla un antico monumento della forma di un grande triangolo isoscele come mostrato in Figura P8.37. Il monumento è formato da migliaia di piccoli blocchi di pietra di densità $3\ 800 \text{ kg/m}^3$. Il monumento è alto 15.7 m e largo 64.8 m alla base, con uno spessore uniforme di 3.60 m. Prima della costruzione del monumento, i blocchi di pietra giacevano al suolo. Quanto lavoro hanno compiuto i lavoratori sui blocchi nel portarli nella

loro posizione attuale quando hanno costruito il monumento? Nota: l'energia potenziale gravitazionale di un sistema oggetto-Terra è data da: $U_g = Mgy_{CM}$, dove M è la massa totale dell'oggetto e y_{CM} l'altezza del centro di massa al di sopra del livello di riferimento scelto.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

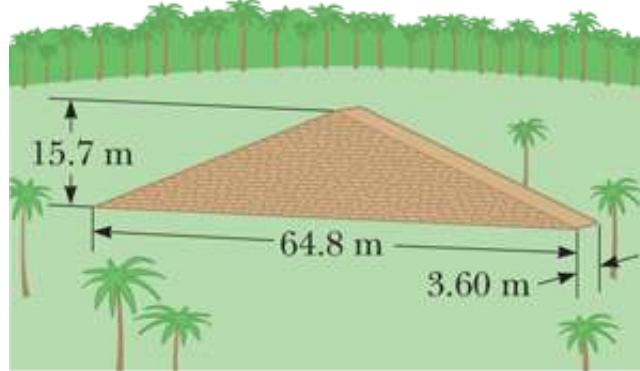


FIGURA P8.37

38. Un'asta di lunghezza 30.0 cm ha densità lineare (massa per unità di lunghezza) data da:

$$\lambda = 50.0 + 20.0x$$

dove x è la distanza da un'estremità, misurata in metri, e λ è espressa in grammi/metro. (a) Qual è la massa dell'asta? (b) Quanto dista il centro di massa dall'estremità $x = 0$?

Paragrafo 8.7 Moto di un sistema di particelle

39. Una particella di massa 2.00 kg ha una velocità $(2.00\hat{i} - 3.00\hat{j})$ m/s e una particella di massa 3.00 kg ed ha una velocità $(1.00\hat{i} + 6.00\hat{j})$ m/s. Determina (a) la velocità del centro di massa e (b) la quantità di moto totale del sistema.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

40. Considera un sistema di due particelle nel piano xy : $m_1 = 2.00$ kg si trova nella posizione $\vec{r}_1 = (1.00\hat{i} + 2.00\hat{j})$ m ed ha velocità $(3.00\hat{i} + 0.500\hat{j})$ m/s; $m_2 = 3.00$ kg si trova nella posizione $\vec{r}_2 = (-4.00\hat{i} - 3.00\hat{j})$ m ed ha velocità $(3.00\hat{i} - 2.00\hat{j})$ m/s. (a) Rappresenta queste particelle in un grafico. Disegna le loro posizioni e mostra le loro velocità. (b) Determina la posizione del centro di massa ed indicala nel grafico. (c) Calcola la velocità del centro di massa ed indicala nel grafico. (d) Qual è la quantità di moto totale del sistema?

41. Romeo (di massa 77.0 kg) intrattiene Giulietta (di massa 55.0 kg) suonando la chitarra seduto nella parte posteriore della barca, in quiete in acque ferme, a 2.70 m da Giulietta, che si trova nella parte anteriore della barca. Dopo avere ascoltato la serenata, Giulietta si muove con attenzione verso la parte posteriore della barca (allontanandosi dalla riva) per dare un bacio sulla guancia a Romeo. Di quanto si sposta la barca, la cui massa è 80.0 kg, rispetto alla riva di fronte alla quale si trova?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

42. Una palla di massa 0.200 kg con velocità di $1.50 \hat{i}$ m/s si scontra in un urto elastico frontale con una palla di massa 0.300 kg che si muove con velocità $-0.400 \hat{i}$ m/s. (a) Determina le loro velocità dopo l'urto. (b) Determina la velocità del loro centro di massa prima e dopo l'urto.

Paragrafo 8.8 Collegamento al contesto: propulsione di un razzo

43. Un modellino di motore a razzo fornisce una spinta media di 5.26 N. Esso ha una massa iniziale di 25.5 g, compreso il carburante di massa 12.7 g. La durata della combustione è di 1.90 s. (a) Qual è la velocità media dei gas di scarico? (b) Questo motore viene posto sul corpo di un razzo di massa 53.5 g. Quale sarebbe la velocità finale del razzo se dovesse essere lanciato da fermo nello spazio vuoto da un astronauta durante una passeggiata spaziale? Assumi che il carburante bruci a velocità costante.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

44. Un razzo progettato per essere utilizzato nello spazio deve essere in grado di portare un carico totale (materiale trasportato più razzo e motore) di 30 tonnellate ad una velocità di 10 000 m/s. (a) Esso ha motore e carburante ideati per produrre una velocità di gas di scarico pari a 2 000 m/s. Quanto carburante ed ossidante sono richiesti? (b) Se l'utilizzo di un carburante ed un motore differenti portasse ad avere una velocità dei gas di scarico pari a 5 000 m/s, che quantità di carburante e di ossidante sarebbero necessari per svolgere la stessa operazione? (c) Osservando che la velocità dei gas nella parte (b) è 2.5 volte più alta che nella parte (a) spiega perché la massa di carburante necessaria non è semplicemente 2.5 volte inferiore.

45. Problema di ricapitolazione. Il primo stadio di un veicolo spaziale Saturn V ha consumato carburante ed ossidante alla velocità di 1.50×10^4 kg/s con una velocità dei gas di scarico di 2.60×10^3 m/s. (a) Calcola la spinta prodotta dal motore. (b) Calcola l'accelerazione del veicolo nel momento in cui ha lasciato la base di lancio sulla Terra, assumendo che la massa iniziale del veicolo fosse 3.00×10^6 kg.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

46. Un razzo ha una massa totale $M_i = 360$ kg, comprensiva della massa $M_c = 330$ kg di carburante e di ossidante. Nello spazio interstellare il razzo parte da fermo nella posizione $x = 0$, accende il motore a $t = 0$ ed espelle gas di scarico ad una velocità $v_g = 1\ 500$ m/s ad un tasso costante pari a $k = 2.50$ kg/s. Il carburante durerà per un tempo $T_d = M_c/k = (330 \text{ kg}/2.5 \text{ kg/s}) = 132$ s. (a) Mostra che, durante la combustione, la velocità del razzo in funzione del tempo è data da:

$$v(t) = -v_g \ln\left(1 - \frac{kt}{M_i}\right)$$

(b) Disegna un grafico della velocità del razzo in funzione del tempo per tempi che vanno da 0 a 132 s. (c) Mostra che l'accelerazione del razzo è

$$a(t) = \frac{kv_g}{M_i - kt}$$

(d) Disegna un grafico dell'accelerazione in funzione del tempo. (e) Mostra che la posizione del razzo è data da:

$$x(t) = v_g \left(\frac{M_i}{k} - t \right) \ln\left(1 - \frac{kt}{M_i}\right) + v_g t$$

(f) Disegna un grafico della posizione in funzione del tempo durante la combustione.

47. Un'astronave in orbita viene descritta non come un ambiente “a zero-g” bensì come un ambiente a “microgravità” per i suoi occupanti e per la strumentazione a bordo. Gli astronauti sperimentano piccoli sbandamenti a causa del moto delle strumentazioni e degli altri astronauti e in conseguenza degli sfianti di materiale dall'astronave. Assumi che un'astronave di massa 3 500 kg sia sottoposta ad un'accelerazione di $2.50 \mu g = 2.45 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ a causa di una perdita da uno dei sistemi di controllo idraulici. Si sa che il fluido sfugge verso il vuoto con velocità di 70.0 m/s. Quale quantità di fluido verrà persa in 1.00 h se la perdita non viene arrestata?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

48. Due carrelli vengono messi in movimento su una rotaia a cuscino d'aria. Una molla di costante elastica k è collegata all'estremità posteriore del secondo carrello. Come mostrato in Figura P8.48, il primo carrello di massa m_1 si muove verso destra con velocità v_1 , mentre il secondo carrello di massa m_2 si muove più lentamente verso destra con velocità v_2 . Quando m_1 urta la molla attaccata ad m_2 , la molla si comprime di una quantità x_{\max} ed i due carrelli si allontanano di nuovo. Esprimendole in termini di v_1 , v_2 , m_1 , m_2 e k , determina (a) la velocità v

alla massima compressione, (b) la massima compressione x_{max} e (c) la velocità di ciascun carrello dopo che m_1 ha perso il contatto con la molla.

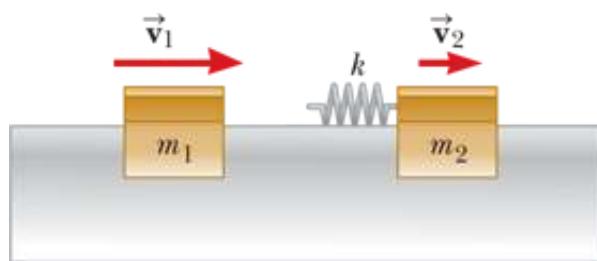


FIGURA P8.48

49. Problema di ricapitolazione. Una persona di massa 60.0 kg che corre ad una velocità iniziale di 4.00 m/s salta su un carrello di 120 kg inizialmente fermo (Fig. P8.49). La persona scivola sulla superficie del carrello fino ad arrestarsi rispetto al carrello. Il coefficiente di attrito cinetico tra il carrello e la persona è 0.400. La forza di attrito tra carrello e suolo può essere trascurata. (a) Determina la velocità finale della persona e del carrello rispetto al suolo. (b) Calcola la forza di attrito che agisce sulla persona mentre sta scivolando sulla superficie superiore del carrello. (c) Per quanto tempo la forza di attrito agisce sulla persona? (d) Determina la variazione di quantità di moto della persona e quella del carrello. (e) Determina lo spostamento della persona rispetto al suolo mentre sta scivolando sul carrello. (f) Determina lo spostamento del carrello rispetto al suolo mentre la persona sta scivo-lando. (g) Calcola la variazione di energia cinetica della persona. (h) Calcola la variazione di energia cinetica del carrello. (i) Spiega perché le risposte al punto (g) ed al punto (h) sono diverse. (Che tipo di urto è questo e che cosa rende conto della perdita di energia meccanica?)

VISUALIZZA SOLUZIONE

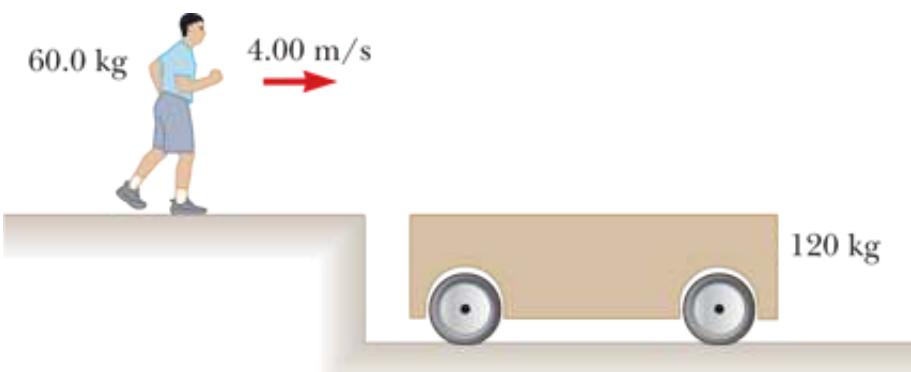


FIGURA P8.49

50. Un aereo a reazione sta volando orizzontalmente a 500 mi/h (223 m/s). Il motore aspira aria ad una velocità di 80.0 kg/s e brucia carburante alla velocità di 3.00 kg/s. I gas di scarico sono espulsi alla velocità di 600 m/s rispetto all'aereo. Determina la spinta del motore dell'aereo e la potenza sviluppata.

51. BIO Quando minacciato, un calamaro può fuggire mediante l'espulsione di un getto di acqua, talvolta mescolata con inchiostro mimetico. Considera un calamaro inizialmente in quiete nell'acqua dell'oceano di densità costante 1 030 kg/m³. La sua massa originale è 90.0 kg, una frazione sostanziale della quale è costituita dall'acqua racchiusa nel suo mantello. Il calamaro espelle l'acqua attraverso il sifone, un'apertura circolare di diametro 3.00 cm, alla velocità di 16.0 m/s. (a) Quando il calamaro inizia a muoversi, l'acqua circostante non esercita attrito su di esso. Determina l'accelerazione iniziale del calamaro. (b) Per stimare la massima velocità del calamaro in fuga, descrivi la forza d'attrito

dell'acqua circostante con l'Equazione 5.7. Assumi che il calamaro abbia un coefficiente di attrito di 0.300 ed una sezione di area 800 cm^2 . Determina la velocità alla quale la forza di attrito bilancia la spinta del getto d'acqua.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

52. Problema di ricapitolazione. Un proiettile di massa m viene sparato contro un blocco di massa M inizialmente in quiete sul bordo di un tavolo di altezza h , la cui superficie è priva di attrito (Fig. P8.52). Il proiettile rimane conficcato nel blocco che, dopo l'impatto, atterra ad una distanza d dalla parte inferiore del tavolo. Determina la velocità iniziale del proiettile.

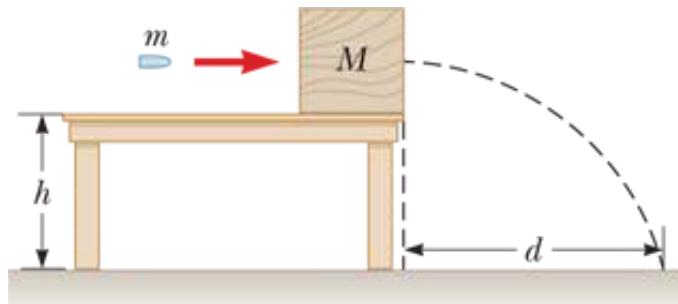


FIGURA P8.52

53. Un blocco di legno di massa 1.25 kg è fermo su un tavolo sopra un buco di grandi dimensioni, come in Figura P8.53. Un proiettile di massa 5.00 g con velocità iniziale v viene sparato verso l'alto contro la parte inferiore del blocco dove rimane conficcato. Il blocco ed il proiettile salgono fino ad un'altezza massima di 22.0 cm. (a) Descrivi come si possa determinare la velocità iniziale del proiettile utilizzando i concetti che hai appreso in questo capitolo. (b) Calcola la velocità iniziale del proiettile a partire dalle informazioni fornite.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

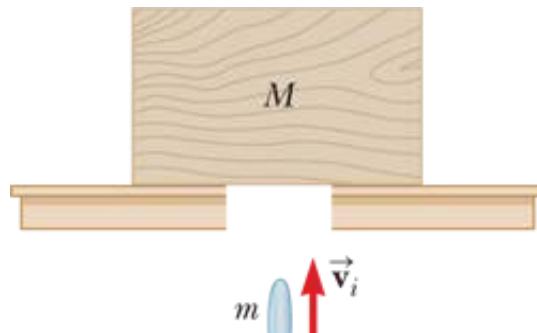


FIGURA P8.53 Problemi 53 e 54.

54. Un blocco di legno di massa M è fermo su un tavolo sopra un buco di grandi dimensioni, come in Figura P8.53. Un proiettile di massa m con velocità iniziale v_i viene sparato verso l'alto contro la parte inferiore del blocco dove rimane conficcato. Il blocco ed il proiettile salgono fino ad un'altezza massima h . (a) Descrivi come si possa determinare la velocità iniziale del proiettile utilizzando i concetti che hai appreso in questo capitolo. (b) Calcola la velocità iniziale del proiettile a partire dalle informazioni fornite.

55. Un blocco di piccole dimensioni la cui massa è $m_1 = 0.500$ kg viene rilasciato da fermo dalla sommità di un cuneo curvo privo di attrito di massa $m_2 = 3.00$ kg, a sua volta appoggiato su di una superficie orizzontale priva di attrito, come mostrato in Figura P8.55a. Quando il blocco lascia il cuneo, la sua velocità è di 4.00 m/s ed è diretta verso destra come in Figura P8.55b (a) Qual è la velocità del cuneo dopo che il blocco ha raggiunto la superficie orizzontale? (b) Qual è l'altezza h del cuneo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

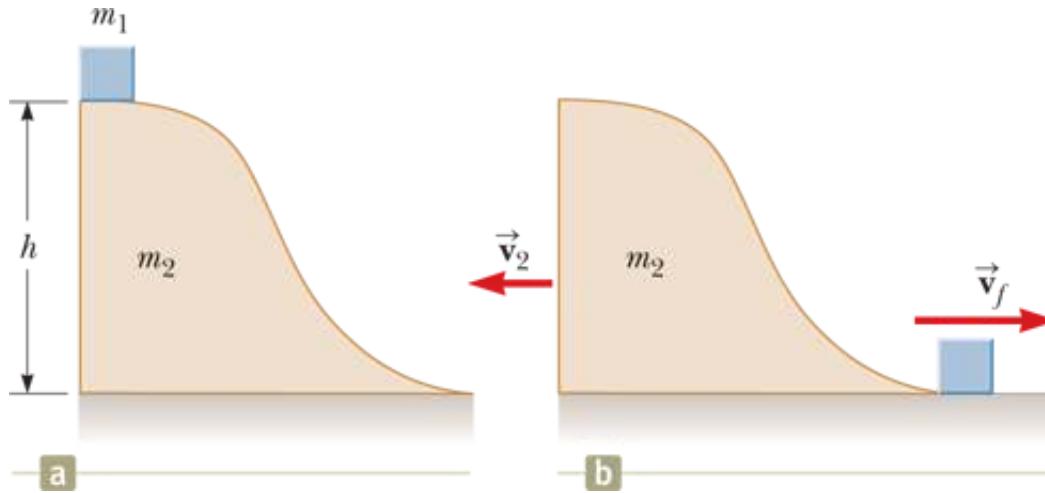


FIGURA P8.55

56. Perché la seguente situazione è impossibile? Un astronauta ha una massa di 150 kg, compresa l'attrezzatura che porta indosso. Egli sta compiendo una passeggiata spaziale fuori dalla sua astronave, che si sta muovendo nello spazio a velocità costante. L'astronauta spinge accidentalmente contro l'astronave ed inizia ad allontanarsi alla velocità di 20.0 m/s rispetto all'astronave senza una corda. Per ritornare, egli prende parte dell'equipaggiamento che indossa e lo lancia in verso opposto a quello in cui si trova l'astronave. A causa della massiccia tuta egli riesce a lanciare oggetti ad una velocità massima di 5.00 m/s rispetto a se stesso. Dopo avere lanciato una sufficiente quantità di equipaggiamenti si muove verso l'astronave, si aggrappa ad essa e rientra all'interno.

57. Un proiettile di massa 5.00 g che si muove con velocità iniziale $v = 400$ m/s viene sparato contro un blocco di massa 1.00 kg attraversandolo completamente, come mostrato in Figura P8.57. Il blocco, inizialmente in quiete su di una superficie orizzontale priva di attrito, è collegato ad una molla con costante di forza 900 N/m. Il blocco si muove di una quantità $d = 5.00$ cm verso destra dopo l'impatto e prima di essere arrestato dalla molla. Determina (a) la velocità alla quale il proiettile emerge dal blocco e (b) la quantità di energia cinetica iniziale del proiettile che viene convertita in energia interna del sistema proiettile-blocco durante l'urto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

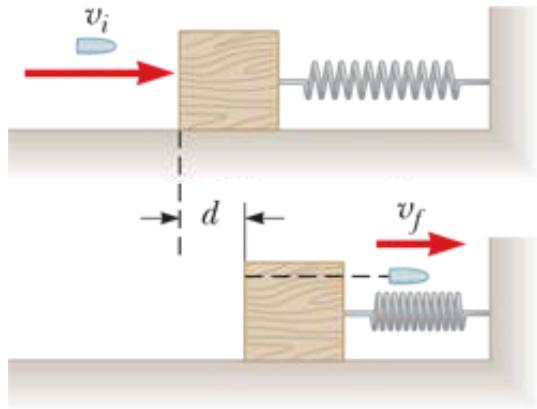


FIGURA P8.57

58. Due particelle di massa m e $3m$ si stanno muovendo l'una verso l'altra lungo l'asse x con la stessa velocità iniziale v_i . La particella di massa m si muove verso sinistra, mentre la particella di massa $3m$ si muove verso destra. Esse effettuano un urto radente elastico in modo tale che la particella di massa m si muova nel verso negativo dell'asse y dopo l'urto, ad angolo retto rispetto alla direzione originale. (a) Determina le velocità finali delle particelle in termini di v_i . (b) A quale angolo θ viene fatta rimbalzare la particella di massa $3m$?

59. Problema di ricapitolazione. Una molla di massa trascurabile di costante di forza 3.85 N/m viene compressa di 8.00 cm e tenuta tra due blocchi di 0.250 kg a sinistra e 0.500 kg a destra. Entrambi i blocchi sono a riposo su di una superficie orizzontale. I blocchi vengono lasciati liberi simultaneamente di modo che la molla tende a separarli. Determina la velocità massima che ciascun blocco raggiunge se il coefficiente di attrito cinetico tra ciascun blocco e la superficie è (a) 0 , (b) 0.100 e (c) 0.462 . Assumi che il coefficiente di attrito statico sia maggiore del coefficiente di attrito cinetico in tutti i casi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Un cannone è collegato rigidamente ad un carro che è in grado di muoversi lungo dei binari orizzontali ma è collegato ad un gancio da una grande molla, inizialmente non allungata e di costante elastica $k = 2.00 \times 10^4 \text{ N/m}$, come mostrato in Figura P8.60. Il cannone spara un proiettile di massa 200 kg ad una velocità di 125 m/s , diretto a 45° rispetto all'orizzontale. (a) Assumendo che la massa del cannone e del carro sia $5\ 000 \text{ kg}$, determina la velocità di rinculo del cannone. (b) Determina la massima estensione della molla. (c) Determina la forza esercitata dalla molla sul carro. (d) Considera il sistema che consiste del cannone, del carro e del proiettile. Si conserva la quantità di moto durante lo sparo? Perché?

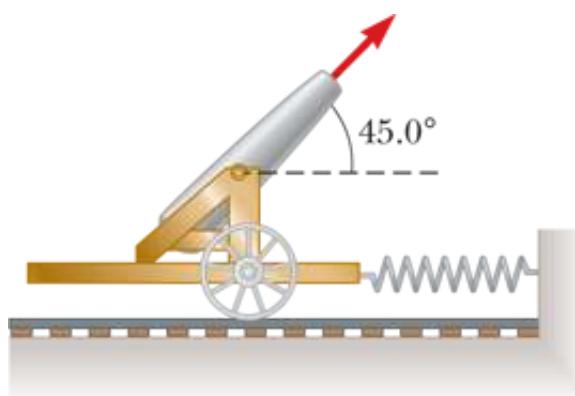


FIGURA P8.60

61. George della Giungla, di massa m , oscilla con una liana di massa trascurabile che pende da un ramo di un albero. Una seconda liana di ugual lunghezza pende dallo stesso punto ed un gorilla, di massa maggiore M , oscilla in verso opposto appeso ad essa. Entrambe le liane sono orizzontali quando i primati iniziano ad oscillare da fermi nello stesso istante. George ed il gorilla si incontrano nel punto più basso dell'oscillazione. Ognuno ha paura che la liana si rompa, per cui si aggrappano l'uno all'altro e oscillano insieme. Oscillano verso l'alto fino a raggiungere una posizione in corrispondenza della quale le liane formano un angolo di 35.0° rispetto alla verticale. Determina il valore del rapporto m/M .

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Problema di ricapitolazione. Ci sono (si potrebbe dire) tre teorie equivalenti del moto per una particella singola: la seconda legge di Newton, che asserisce che la forza totale sulla particella provoca la sua accelerazione; il teorema dell'energia cinetica che asserisce che il lavoro compiuto su una particella ne provoca la variazione di energia cinetica; il teorema dell'impulso che asserisce che l'impulso totale su una particella è pari alla sua variazione di quantità di moto. In questo problema sono messe a confronto le predizioni delle tre teorie in un caso particolare. Un oggetto di massa 3.00 kg ha una velocità $\mathbf{v} = 7.00 \hat{\mathbf{j}} \text{ m/s}$. Una forza di $12.0 \hat{\mathbf{i}} \text{ N}$ agisce sull'oggetto per 5.00 s . (a) Calcola la velocità finale dell'oggetto utilizzando il teorema dell'impulso. (b) Calcola la sua accelerazione da $\mathbf{a} = (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i)/\Delta t$. (c) Calcola la sua accelerazione da $\mathbf{a} = \sum \mathbf{F}/m$. (d) Determina il vettore spostamento dell'oggetto a partire da $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2$. (e) Calcola il lavoro compiuto a partire da $W = \mathbf{F} \bullet \Delta \mathbf{r}$. (f) Determina l'energia cinetica finale da $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_f^2 = \frac{1}{2} m \mathbf{v}_f \bullet \mathbf{v}_f$. (g) Determina l'energia cinetica finale da $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_i^2 + W$. (h) Discuti i risultati ottenuti, confrontando le risposte alle domande (b) e (c) e quelle alle domande (f) e (g).

63. Due particelle di massa m e $3m$ si stanno muovendo l'una verso l'altra lungo l'asse x con la stessa velocità iniziale v_i . La particella di massa m si muove verso sinistra, mentre la particella di massa $3m$ si muove verso destra. Esse effettuano un urto frontale elastico e ciascuna rimbalza lungo la stessa direzione che aveva prima dell'urto. Determina la velocità finale delle particelle.

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. Della sabbia viene lasciata cadere da una tramoggia ferma su un nastro trasportatore alla velocità di 5.00 kg/s , come mostrato in Figura P8.64. Il nastro trasportatore è sostenuto da cilindri privi di attrito e si muove con velocità costante $v = 0.750 \text{ m/s}$ sotto l'azione di una forza costante orizzontale \vec{F}_{est} , che viene esercitata dal motore che tira la cinghia. Determina (a) la velocità con cui varia la quantità di moto dalla sabbia lungo la direzione orizzontale, (b) la forza di attrito esercitata dal nastro sulla sabbia, (c) la forza esterna \vec{F}_{est} , (d) il lavoro compiuto da \vec{F}_{est} in 1 s e (e) l'energia cinetica acquisita dalla sabbia che cade ogni secondo a causa della variazione del suo moto lungo la direzione orizzontale. (f) Perché le risposte ai punti (d) ed (e) sono diverse?

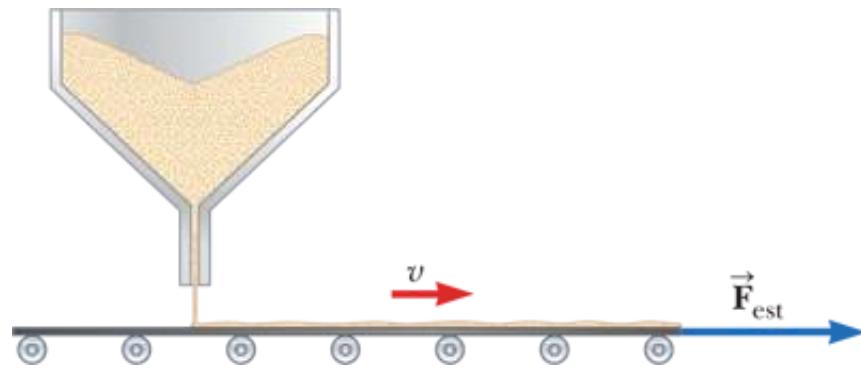


FIGURA P8.64

65. Problema di ricapitolazione. Una catena di lunghezza L e massa totale M viene rilasciata dalla quiete, con l'estremità inferiore a contatto del piano di un tavolo, come mostrato in Figura P8.65a. Determina la forza esercitata dal tavolo sulla catena dopo che essa è caduta percorrendo una distanza x , come mostrato in Figura P8.65b. (Assumi che ogni anello si fermi immediatamente dopo avere raggiunto il piano del tavolo.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

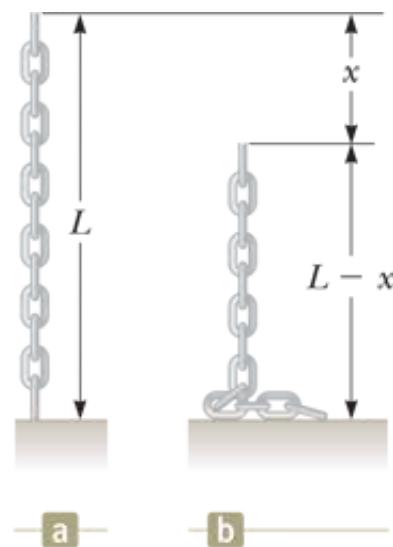
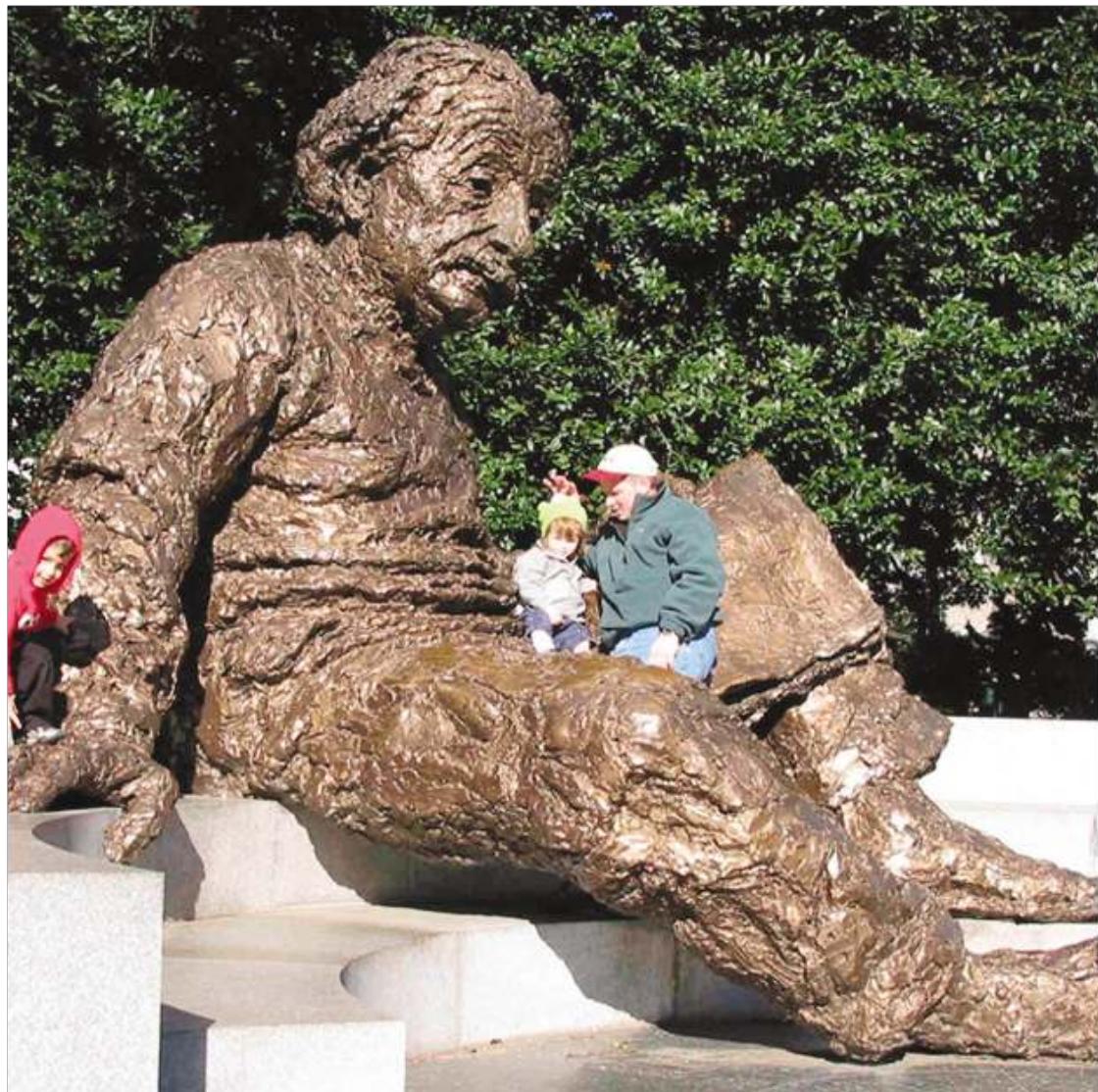


FIGURA P8.65

Relatività

IN PIEDI SULLE SPALLE DI UN GIGANTE. DAVID SERWAY, FIGLIO DI UNO DEGLI AUTORI, SORVEGLIA I SUOI FIGLI, NATHAN E KAITLYN, MENTRE GIOCANO FRA LE BRACCIA DEL MONUMENTO DI ALBERT EINSTEIN A WASHINGTON, D.C. È BEN NOTO CHE EINSTEIN, IL PRINCIPALE ARCHITETTO DELLA RELATIVITÀ, AMAVA MOLTO I BAMBINI.



Emily Serway

Le nostre esperienze e osservazioni quotidiane sono associate a corpi che si muovono con velocità molto più piccole di quella della luce nel vuoto, $c = 3.00 \times 10^8$ m/s. I modelli basati sulla meccanica newtoniana e le prime idee sullo spazio e sul tempo furono formulate per descrivere il moto di tali corpi. Questo formalismo funziona bene nella descrizione di una vasta classe di fenomeni che avvengono a basse velocità, come abbiamo visto nei precedenti capitoli. Esso fallisce, tuttavia, quando viene applicato a corpi la cui velocità si approssima a quella della luce. Sperimentalmente le previsioni della teoria newtoniana possono essere verificate accelerando elettroni o altre particelle cariche a velocità molto elevate. Per esempio, è possibile accelerare un elettrone ad una velocità di $0.99c$. Secondo la definizione newtoniana di energia cinetica, se l'energia trasferita a un tale elettrone venisse aumentata di un fattore 4, la velocità dell'elettrone dovrebbe raddoppiarsi a $1.98c$. I calcoli relativistici, tuttavia, mostrano che la velocità dell'elettrone – così come la velocità di tutti gli altri corpi dell'Universo – rimane inferiore a quella della luce. La meccanica newtoniana, non ponendo limiti superiori alla velocità, è in contrasto con le moderne previsioni teoriche e i risultati sperimentali e il modello newtoniano che abbiamo sviluppato è limitato agli oggetti che si muovono con velocità molto più piccola della velocità della luce. Poiché la meccanica newtoniana non predice correttamente i risultati degli esperimenti fatti su corpi che si muovono ad alte velocità, abbiamo bisogno di un nuovo formalismo che sia valido per questi elementi.

Nel 1905, a soli 26 anni, Einstein pubblicò la sua teoria della relatività ristretta, che costituisce il soggetto della maggior parte di questo capitolo. Riguardo alla teoria, Einstein scrisse: La teoria della relatività sorse dalla necessità di sanare serie e profonde contraddizioni nella vecchia teoria da cui sembrava non ci fosse via d'uscita. La forza della nuova teoria sta nella coerenza e nella semplicità con cui risolve tutte queste difficoltà, usando solo alcune ipotesi molto convincenti.¹

Sebbene Einstein abbia dato molti contributi importanti alla scienza, la sua teoria della relatività da sola rappresenta una delle più grandi conquiste intellettuali del XX secolo. Con la relatività ristretta si possono prevedere correttamente le osservazioni sperimentali per tutte le possibili velocità da zero a valori prossimi a quelli della luce. Questo capitolo introduce la teoria della relatività ristretta, sottolineandone alcune delle conseguenze.

9.1

Il principio di relatività galileiana

Inizieremo considerando la nozione di relatività a basse velocità. Questa discussione in realtà è iniziata nel Paragrafo 3.6, in cui abbiamo discusso la velocità relativa. In quell'ambito, discutemmo l'importanza dell'osservatore e il significato del suo moto rispetto a ciò che viene osservato. In modo analogo qui costruiremo delle equazioni che ci permetteranno di esprimere le misure di un osservatore in funzione di quelle di un altro. Questa procedura ci condurrà ad alcuni risultati piuttosto inaspettati e sorprendenti circa la nostra comprensione di spazio e tempo.

Come abbiamo già detto precedentemente, per descrivere un evento fisico si deve innanzitutto scegliere un sistema di riferimento. Dovremmo ricordare dal Capitolo 4 che un sistema di riferimento inerziale è un riferimento in cui non è misurata alcuna accelerazione su un corpo su cui non agisce alcuna forza. Inoltre, un qualunque sistema di riferimento che si muova con velocità costante rispetto a un sistema di riferimento inerziale deve essere anch'esso inerziale. Le leggi prevedono che i risultati di un esperimento condotto su un veicolo in moto con velocità costante saranno identici per il conducente del veicolo e per un autostoppista a bordo strada. L'enunciato formale di questo risultato si chiama **principio di relatività galileiana**:

PRINCIPIO DI RELATIVITÀ GALILEIANA

Le leggi della meccanica devono essere le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

La seguente osservazione illustra l'equivalenza delle leggi della meccanica in differenti sistemi di riferimento inerziali. Consideriamo un furgone che si muove con velocità costante, come in Figura 9.1a. Se un passeggero sul furgone lancia una palla

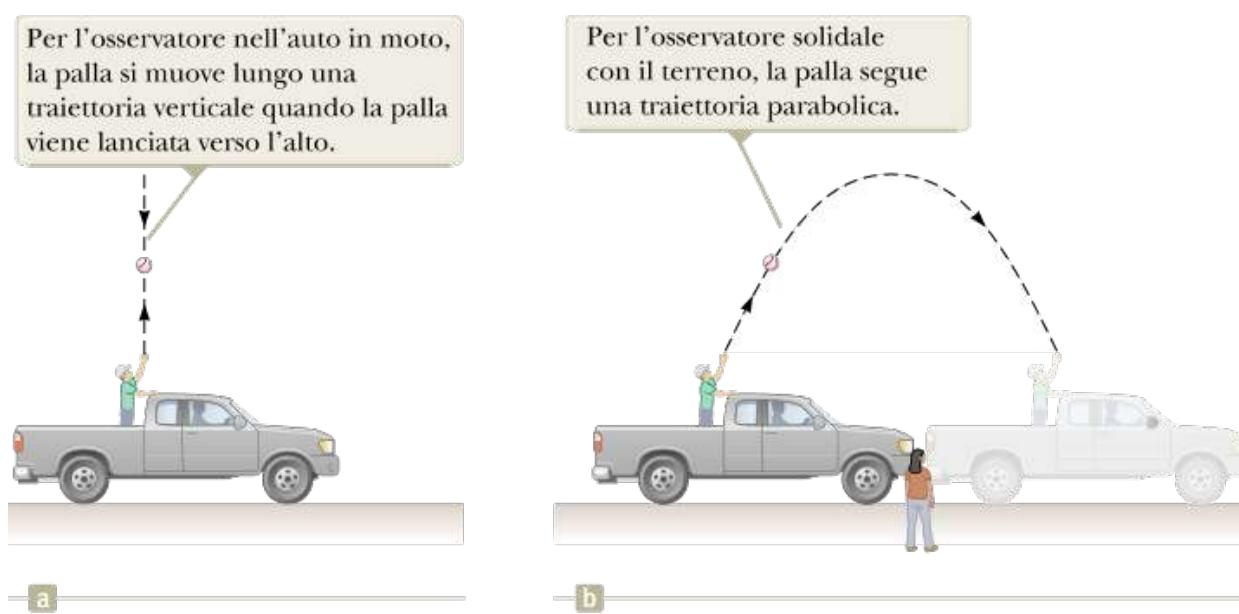


FIGURA 9.1 Due osservatori osservano la traiettoria di una palla e ottengono risultati diversi.

¹ A. Einstein e L. Infeld, *The Evolution of Physics* (New York, Simon and Schuster, 1966), p. 192; trad. it. A. Einstein e L. Infeld, *L'Evoluzione della Fisica* (Boringhieri 2000).

verso l'alto, il passeggero osserva che la palla si muove lungo una traiettoria verticale (tralasciando la resistenza dell'aria). Il moto appare identico a quello di una palla lanciata

da una persona ferma sulla Terra e osservata dalla stessa persona. Le equazioni cinematiche del Capitolo 2 descrivono il risultato correttamente sia quando il furgone sta fermo sia quando si muove di moto uniforme. Consideriamo, ora, la palla lanciata nel furgone vista da un osservatore ferma sulla Terra. Questo osservatore vede che la traiettoria della palla è una parabola, come in Figura 9.1b. Inoltre, secondo questo osservatore, la palla ha una componente orizzontale della velocità uguale alla velocità del furgone. Sebbene i due osservatori misurino velocità diverse e vedano traiettorie diverse della palla, essi vedono agire sulla palla le stesse forze e concordano sulla validità delle leggi di Newton così come sui principi classici come la conservazione dell'energia e la conservazione della quantità di moto. Le loro misure differiscono ma soddisfano le stesse leggi. Tutte le differenze fra i due punti di vista scaturiscono dal moto relativo di un riferimento rispetto all'altro.

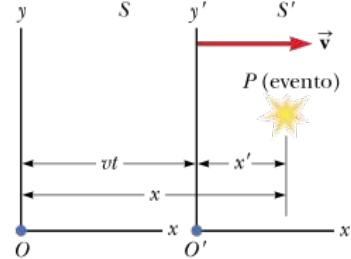


FIGURA 9.2 Un evento avviene in un punto P e all'istante t . L'evento è visto da due osservatori O e O' nei sistemi inerziali S e S' , dove S' si muove con una velocità v^{\rightarrow} relativamente a S .

Supponiamo che avvenga un qualche fenomeno fisico, che chiameremo **evento**. La posizione dell'evento nello spazio e il tempo in cui avviene possono essere specificati da un osservatore con le coordinate (x, y, z, t) . Ci piacerebbe saper trasformare queste coordinate da un riferimento inerziale ad un altro, in moto rispetto al primo con velocità costante, il che ci permetterebbe di esprimere le misure di un osservatore in funzione di quelle di un altro.

Consideriamo due sistemi di riferimento inerziali, S e S' (Fig. 9.2). Il sistema S' si muove con velocità costante v^{\rightarrow} lungo gli assi comuni x e x' , dove v^{\rightarrow} è misurata relativamente ad S . Supponiamo che le origini di S e S' coincidano per $t = 0$. Così, all'istante t , l'origine del sistema S' si trova alla destra dell'origine di S alla distanza vt . Un evento avviene nel punto P e al tempo t . Un osservatore in S descrive l'evento con le coordinate spazio-temporali (x, y, z, t) , mentre un osservatore in S' descrive lo stesso evento con le coordinate (x', y', z', t') . Come si può vedere dalla Figura 9.2, un semplice modello geometrico mostra che le coordinate spaziali sono correlate dalle equazioni

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z$$

9.1

Si è assunto che il tempo sia lo stesso in entrambi i riferimenti inerziali. Cioè, nell'ambito della meccanica classica, tutti gli orologi mariano con lo stesso ritmo, indipendentemente dalla loro velocità, di modo che l'istante in cui si verifica un evento per un osservatore in S sia lo stesso dell'istante per lo stesso evento in S' :

$$t' = t$$

9.2

Le Equazioni 9.1 e 9.2 costituiscono ciò che è noto come **trasformazione galileiana delle coordinate**.

Supponiamo ora che una particella si muova di un tratto dx in un intervallo di tempo dt , così come misurato da un osservatore in S . Dalla prima delle Equazioni 9.1 segue che il corrispondente spostamento dx' misurato da un osservatore in S' è $dx' = dx - vdt$. Dato che $dt = dt'$ (Eq. 9.2), troviamo che

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$$

ossia

$$u_x' = u_x - v$$

9.3

Prevenire le insidie | 9.1 La relazione fra i riferimenti S e S'

Molte delle rappresentazioni matematiche in questo capitolo sono vere solo per le relazioni fra i sistemi di riferimento S and S' . Gli assi x e x' coincidono ma le origini sono differenti. Gli assi y e y' (e gli assi z e z') sono paralleli ma coincidono soltanto ad un istante a causa dello spostamento nel tempo dell'origine di S' rispetto a S . Scegliamo l'istante $t = 0$ come l'istante in cui le origini dei due sistemi di coordinate coincidono. Se il riferimento S' si muove

dove u_x e u'_x sono le componenti x delle velocità istantanee della particella² rispetto a S e S' rispettivamente. Questo risultato, che va sotto il nome di **trasformazione galileiana della velocità**, è usato quotidianamente nelle osservazioni ed è coerente con le nostre nozioni intuitive di spazio e tempo. Si tratta della stessa equazione ricavata nel Paragrafo 3.6 (Eq. 3.22) quando abbiamo discusso della velocità relativa in una dimensione. Troviamo, tuttavia, che questi risultati portano a serie contraddizioni quando si applicano a corpi che si muovono ad elevate velocità.

² Abbiamo usato v per la velocità del sistema S' relativa al sistema S . Per evitare confusione, useremo u per la velocità di un oggetto o di una particella.

nel verso positivo delle x
relativo a S , v è positiva;
altrimenti è negativa.

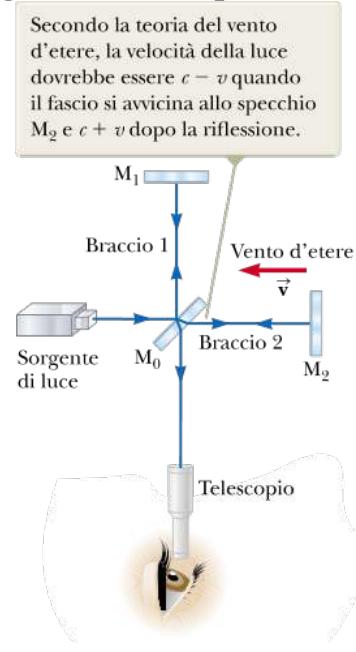


FIGURA 9.3 Nell'interferometro di Michelson, secondo la teoria dell'etere, il tempo che un fascio di luce impiega per andare dal separatore di fascio allo specchio M_1 e ritorno, è diverso dal tempo impiegato dal fascio di luce per andare dal separatore di fascio allo specchio M_2 e ritorno. L'interferometro è sufficientemente sensibile per rivelare questa differenza.

L'esperimento di Michelson-Morley

Molti esperimenti simili al lancio di una palla da un furgone, descritto nel paragrafo precedente, mostrano che le leggi della meccanica classica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Quando, però, indagini simili vengono svolte sulle leggi di altre branche della fisica, i risultati sono contraddittori. In particolare si trova che le leggi dell'elettricità e del magnetismo dipendono dal sistema di riferimento utilizzato. Si potrebbe obiettare che siano queste leggi ad essere sbagliate, ma ciò sarebbe difficile da accettare poiché tali leggi sono in perfetta sintonia con tutti i risultati sperimentali conosciuti. L'esperimento di Michelson-Morley fu uno dei molti tentativi fatti per spiegare questo dilemma.

L'esperimento prendeva spunto da un equivoco che i primi fisici avevano riguardo al modo di propagarsi della luce. Le proprietà delle onde meccaniche, come le onde in acqua e le onde sonore, erano note e tutte queste onde richiedono un *mezzo* per propagare le perturbazioni, come discuteremo nel Capitolo 13. Per il suono proveniente dall'impianto stereo, il mezzo è l'aria; per le onde nell'oceano, il mezzo è la superficie dell'acqua. Nel XIX secolo i fisici condivisero un modello per la luce secondo il quale anche le onde elettromagnetiche richiedevano un mezzo tramite il quale propagarsi. Essi proposero l'esistenza di questo mezzo, che riempiva tutto lo spazio e lo chiamarono **etere luminifero**. L'etere avrebbe definito un **sistema di riferimento assoluto** nel quale la velocità della luce è c .

Il più famoso esperimento volto a dimostrare la presenza dell'etere fu compiuto nel 1887 da A. A. Michelson (1852-1931) e E. W. Morley (1838-1923). L'obiettivo era di determinare la velocità della Terra nello spazio rispetto all'etere e l'apparato sperimentale usato fu un dispositivo chiamato *interferometro*, mostrato schematicamente nella Figura 9.3.

La luce proveniente dalla sorgente a sinistra incontra un separatore di fascio M_0 , che è uno specchio semitrasparente. Parte della luce vi passa attraverso andando allo specchio M_2 , e l'altra parte è riflessa in alto verso lo specchio M_1 . Ambedue gli specchi si trovano alla stessa distanza dal separatore di fascio. Dopo essere stata riflessa da questi specchi, la luce ritorna verso il separatore di fascio, e parte di ciascun fascio di luce si propaga verso l'osservatore in basso.



© AstroLab/National Park of the Mount-Mégantic

Albert A. Michelson (1852-1931) Michelson nacque in Prussia in una città che poi divenne parte della Polonia. Egli arrivò da bambino negli Stati Uniti e dedicò la maggior parte della sua vita adulta ad eseguire accurate misure della velocità della luce. Nel 1907 fu il primo americano a vincere il premio Nobel per la Fisica, ottenuto per i suoi lavori nel campo dell'ottica. Il suo più famoso esperimento, condotto insieme a Edward Morley nel 1887, indicava la impossibilità di misurare la velocità assoluta della Terra rispetto all'etere.

Supponiamo che uno dei bracci dell'interferometro (Braccio 2, in Fig. 9.3) sia allineato nel verso della velocità v della Terra nello spazio e, perciò, attraverso l'etere. Il "vento d'etere", che soffia nel verso opposto a quello del moto della Terra, dovrebbe far sì che la velocità della luce, misurata nel sistema di riferimento della Terra, sia $c - v$ quando la luce si dirige verso lo specchio M_2 nella Figura 9.3, e $c + v$ dopo la riflessione.

L'altro braccio (Braccio 1) è perpendicolare al vento d'etere. Per la luce che viaggia in questa direzione, il vettore c dovrebbe puntare un po' "controcorrente" di modo che la somma vettoriale di c e v dia la velocità della luce perpendicolare al vento d'etere come $\sqrt{c^2 - v^2}$. La situazione somiglia all'Esempio 3.6, nel quale una barca attraversa un fiume con una corrente. La barca è un modello per il fascio di luce nell'esperimento di Michelson-Morley, e la corrente del fiume è un modello per il vento d'etere.

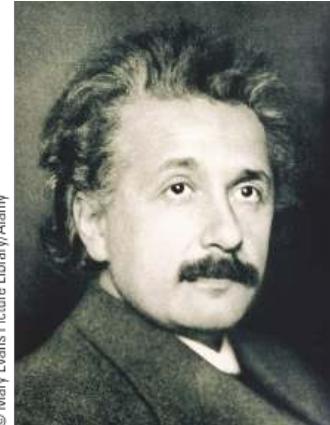
Poiché i fasci di luce viaggiano in direzioni perpendicolari con velocità diverse, lasciando il separatore di fascio simultaneamente essi torneranno indietro al separatore in tempi diversi. L'interferometro è progettato per rivelare questa differenza di tempo. Le misure, tuttavia, non riuscirono a mostrare alcuna differenza di tempo! L'esperimento di Michelson-Morley fu ripetuto da altri ricercatori in varie condizioni e in diverse posizioni, ma i risultati furono sempre gli stessi: *nessuna differenza di tempo della grandezza richiesta fu mai osservata.*³

Il risultato negativo dell'esperimento di Michelson-Morley non solo contraddiceva l'ipotesi dell'etere, ma indicava pure che era impossibile misurare la velocità della Terra rispetto al riferimento dell'etere. Dal punto di vista teorico, ciò significò che

³ Dal punto di vista di un osservatore sulla Terra, le variazioni della velocità e della direzione del moto della Terra nel corso di un anno, sono viste come spostamenti del vento di etere. Anche se la velocità della Terra rispetto all'etere fosse zero in qualche istante, sei mesi dopo la Terra si muoverebbe in verso opposto, la velocità della Terra rispetto all'etere non sarebbe nulla e una netta differenza di tempo dovrebbe essere misurata. Tuttavia niente è mai stato osservato.

era impossibile trovare un sistema di riferimento assoluto. Però, come vedremo nel prossimo paragrafo, Einstein avanzò un postulato che fornisce un'interpretazione completamente diversa del risultato negativo. Negli anni successivi, quando si seppe di più sulla natura della luce, l'idea di un etere che permeava tutto lo spazio fu abbandonata. La luce viene ora considerata come un'onda elettromagnetica che non richiede alcun mezzo per la sua propagazione. Come risultato, un etere attraverso cui la luce possa viaggiare diventa un concetto non necessario.

Versioni moderne dell'esperimento di Michelson-Morley hanno posto un limite superiore di circa $5 \text{ cm/s} = 0.05 \text{ m/s}$ alla velocità del vento d'etere. Possiamo vedere che la velocità della Terra nella sua orbita intorno al Sole è $2.97 \times 10^4 \text{ m/s}$, sei ordini di grandezza maggiore del limite superiore della velocità del vento d'etere! Tali risultati hanno dimostrato in modo definitivo che il moto della Terra non ha effetto sulla velocità della luce.



Albert Einstein Fisico tedesco-americano (1879-1955) Einstein, uno dei più grandi fisici di tutti i tempi, nacque a Ulm in Germania. Nel 1905, all'età di 26 anni, pubblicò quattro articoli scientifici che rivoluzionarono la fisica. Due di questi lavori riguardavano ciò che è adesso considerato il suo più importante contributo fra tutti, la teoria della relatività ristretta. Nel 1916 Einstein pubblicò il suo lavoro sulla teoria generale della relatività. La più drammatica previsione di questa teoria è il grado di deflessione della luce in un campo di gravità. Misure eseguite dagli astronomi su stelle brillanti in vicinanza del Sole coperto da un'eclissi nel 1919 confermarono la previsione di Einstein, e immediatamente Einstein divenne una celebrità mondiale. Einstein fu profondamente colpito dallo sviluppo della meccanica quantistica negli anni 1920 nonostante il suo proprio ruolo di scienziato innovatore. In particolare non accettò mai l'aspetto probabilistico degli eventi naturali che è il tratto centrale della teoria dei quanti. Le ultime due decadi della sua vita furono dedicate alla infruttosa ricerca di una teoria unificata che doveva combinare la gravitazione e l'elettromagnetismo in un unico quadro.

Il principio di relatività di Einstein

Nel paragrafo precedente abbiamo notato il fallimento degli esperimenti nel misurare la velocità relativa fra l'etere e la Terra. Einstein propose una teoria che rimuoveva totalmente queste difficoltà e nello stesso tempo alterava completamente la nostra nozione di spazio e di tempo.⁴ Einstein basò la sua teoria della relatività su due postulati:

1. **Il principio di relatività:** tutte le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.
2. **La costanza della velocità della luce:** la velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore o dalla velocità della sorgente che emette la luce.

Questi postulati formano la base della **relatività ristretta**, che è la teoria della relatività applicata a osservatori che si muovono con velocità costante. Il primo postulato afferma che *tutte* le leggi della fisica – quelle che riguardano la meccanica, l'elettricità e il magnetismo, l'ottica, la termodinamica, e così via – sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento che si muovono con velocità costante l'uno relativamente all'altro. Questo postulato è una generalizzazione del principio di relatività galileiana che si riferisce soltanto alle leggi della meccanica. Da un punto di vista sperimentale, il principio di relatività di Einstein significa che qualunque tipo di esperimento eseguito in un laboratorio fermo deve soddisfare le stesse leggi fisiche anche quando viene eseguito in un laboratorio che si muove a velocità costante rispetto al primo. Quindi, non esistono sistemi di riferimento preferenziali ed è impossibile rilevare il moto assoluto.

Si noti che il postulato 2, il principio della costanza della velocità della luce, è richiesto dal postulato 1: se la velocità della luce non fosse la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali, sarebbe possibile distinguere sperimentalmente tra i sistemi di riferimento inerziali e potrebbe essere identificato un sistema assoluto, preferenziale, in cui la velocità della luce è c in contraddizione col postulato 1. Il postulato 2 elimina anche il problema di misurare la velocità dell'etere negando l'esistenza dell'etere e affermando arditamente che la luce si muove sempre con velocità c rispetto a tutti gli osservatori inerziali.

Conseguenze della relatività ristretta

Se accettiamo i postulati della relatività ristretta, dobbiamo concludere che il moto relativo non è importante quando misuriamo la velocità della luce, che è la lezione dell'esperimento di Michelson-Morley. Nello stesso tempo, dobbiamo cambiare la nostra nozione comune di spazio e tempo ed essere preparati a diverse inaspettate conseguenze, come vedremo subito.

⁴ A. Einstein, "Elektrodynamik bewegter Körper", *Ann. Physik* 17:891, 1905. Per una traduzione italiana dell'articolo ed altri lavori di Einstein vedere "Opere scelte" di Albert Einstein a cura di Enrico Belloni, Bollati Boringhieri 1988.

Simultaneità e la relatività del tempo

Un presupposto fondamentale della meccanica newtoniana è l'esistenza di una scala universale dei tempi, che è la stessa per tutti gli osservatori. Infatti, Newton scrisse "il tempo assoluto, vero e matematico, di per sé e per sua stessa natura fluisce uniformemente senza relazione con alcuna cosa esterna". Pertanto, Newton e i suoi seguaci accettarono la simultaneità come vera. Nella sua teoria della relatività ristretta, Einstein abbandonò la nozione che due eventi che appaiono simultanei a un osservatore appaiano simultanei a tutti gli osservatori. Secondo Einstein, le misure degli intervalli di tempo dipendono dal sistema di riferimento in cui vengono eseguite.

Einstein escogitò il seguente esperimento concettuale per illustrare questo punto. Un vagone si muove con velocità uniforme e due fulmini ne colpiscono gli estremi, come nella Figura 9.4a, lasciando delle tracce sul vagone e sul terreno. Le tracce lasciate sul vagone sono indicate con A' e B' , quelle sul terreno con A e B . Un osservatore posto in O' in moto assieme al vagone è a metà strada fra A' e B' , e un osservatore posto sul terreno in O è a metà strada fra A e B . Gli eventi registrati dagli osservatori sono i segnali luminosi dei fulmini.

I due segnali luminosi raggiungono l'osservatore O allo stesso istante, come mostrato in Figura 9.4b. Perciò, O conclude che gli eventi in A e in B sono avvenuti simultaneamente. Consideriamo adesso gli stessi eventi visti dall'osservatore in O' sul vagone. Dal nostro sistema di riferimento, fermo rispetto al binario nella Figura 9.4, i fulmini cadono mentre A' passa da A , O' passa da O , e B' passa da B . Nel tempo in cui la luce ha raggiunto l'osservatore O , l'osservatore in O' si è mosso, come indicato in Figura 9.4b. Pertanto, il segnale di luce proveniente da B' ha già raggiunto O' perché deve percorrere una distanza minore, ma la luce da A' non ha ancora raggiunto O' . Secondo Einstein, l'osservatore in O' deve trovare che la luce viaggia con la stessa velocità di quella misurata dall'osservatore in O . Quindi, l'osservatore in O' conclude che la testa del vagone è stata colpita dal fulmine prima della coda. Questo esperimento concettuale dimostra chiaramente che due eventi, che appaiono simultanei all'osservatore in O , non appaiono simultanei all'osservatore in O' . In generale, due eventi separati nello spazio e osservati come simultanei in un sistema di riferimento non sono simultanei in un secondo sistema di riferimento in moto rispetto al primo. Cioè, la simultaneità non è un concetto assoluto ma dipende dallo stato di moto dell'osservatore.

L'esperimento concettuale di Einstein dimostra che due osservatori possono non essere d'accordo sulla simultaneità di due eventi. Questo disaccordo dipende, comunque, dal tempo di transito della luce per i due osservatori e quindi non mostra il significato più profondo della relatività. Nelle analisi relativistiche di situazioni con alte velocità, la relatività mostra che la simultaneità è relativa *anche quando il tempo di transito non è considerato*. Infatti, in tutti gli effetti relativistici che saranno discussi d'ora in avanti si assumerà di ignorare le differenze causate dal tempo di transito della luce per gli osservatori.

Prevenire le insidie

| 9.2 Chi ha ragione?

A questo punto ti potresti chiedere quale osservatore nella Figura 9.4 ha ragione in merito ai due eventi. Entrambi hanno ragione poiché il principio di relatività stabilisce che nessun sistema di riferimento inerziale è privilegiato. Sebbene i due osservatori raggiungano differenti conclusioni, entrambi hanno ragione nel loro sistema di riferimento poiché il concetto di simultaneità non è un concetto assoluto. Infatti il punto centrale della relatività è che ogni sistema di riferimento in moto uniforme può essere usato per descrivere gli eventi e fare fisica.

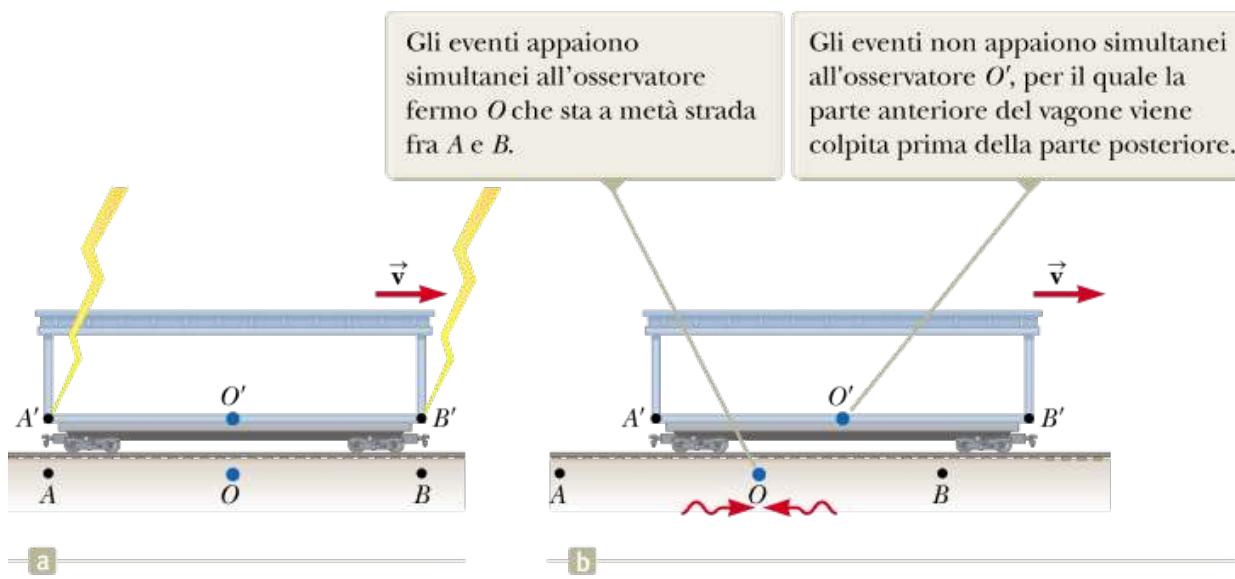


FIGURA 9.4 (a) Due fulmini colpiscono le estremità di un vagone in movimento. (b) Si noti che il segnale luminoso da B' che si propaga verso sinistra ha già passato l'osservatore O' ma il segnale da A' che si propaga verso destra non ha ancora raggiunto O'.

Dilatazione del tempo

Secondo il nostro esperimento concettuale, osservatori in diversi sistemi di riferimento inerziali misurano intervalli di tempo diversi fra una coppia di eventi, indipendentemente dal tempo di transito della luce. Ciò può essere illustrato considerando un veicolo in moto verso destra con velocità v , come nella rappresentazione illustrata nella Figura 9.5a. Uno specchio è fissato sul soffitto del veicolo e un osservatore O' , fermo in un sistema di riferimento attaccato al veicolo, tiene in mano un lampeggiatore a distanza d sotto lo specchio. Ad un certo istante, il lampeggiatore viene acceso per un momento ed emette un impulso di luce (evento 1) direttamente verso lo specchio. Qualche istante successivo, dopo la riflessione sullo specchio, l'impulso torna indietro al lampeggiatore (evento 2). L'osservatore O' porta un orologio che usa per misurare l'intervallo di tempo Δt_p fra questi due eventi. (Il pedice “ p ” sta per “proprio”, come si discuterà più avanti). Poiché l'impulso di luce ha una velocità costante c , il tempo impiegato per andare da O' allo specchio e tornare indietro a O' (una distanza di $2d$) può essere ricavato assimilando l'impulso di luce a una particella con velocità costante, come discusso nel Capitolo 2:

$$\Delta t_p = \frac{2d}{c}$$

9.4◀

Questo intervallo di tempo Δt_p è misurato da O' , per il quale i due eventi avvengono nella stessa posizione spaziale.

Consideriamo adesso la stessa successione di eventi dal punto di vista dell'osservatore O fermo in un secondo sistema di riferimento attaccato al suolo come nella Figura 9.5b. Secondo questo osservatore, lo specchio e il lampeggiatore si muovono verso destra con velocità v . La geometria sembra essere totalmente diversa così come è vista da questo osservatore. Nel tempo impiegato dalla luce inviata dal lampeggiatore per arrivare sullo specchio, lo specchio si è spostato orizzontalmente di una distanza $v \Delta t/2$, ove Δt è il tempo che l'impulso luminoso impiega per andare dal lampeggiatore allo specchio e tornare indietro al lampeggiatore così come è misurato da O . In altri termini, il secondo osservatore conclude che, a causa del moto del veicolo, la luce per colpire lo specchio deve muoversi ad un certo angolo rispetto alla verticale. Confrontando le Figure 9.5a e 9.5b, vediamo che la luce deve viaggiare per un tratto più lungo quando è osservata nel secondo sistema di riferimento che non nel primo.

Ora, per il secondo postulato della relatività ristretta, per entrambi gli osservatori la velocità della luce deve essere c . Quindi, poiché la luce compie un cammino più lungo nel secondo sistema di riferimento, ma alla stessa velocità, segue che l'intervalllo di tempo Δt , misurato dall'osservatore nel secondo sistema di riferimento è

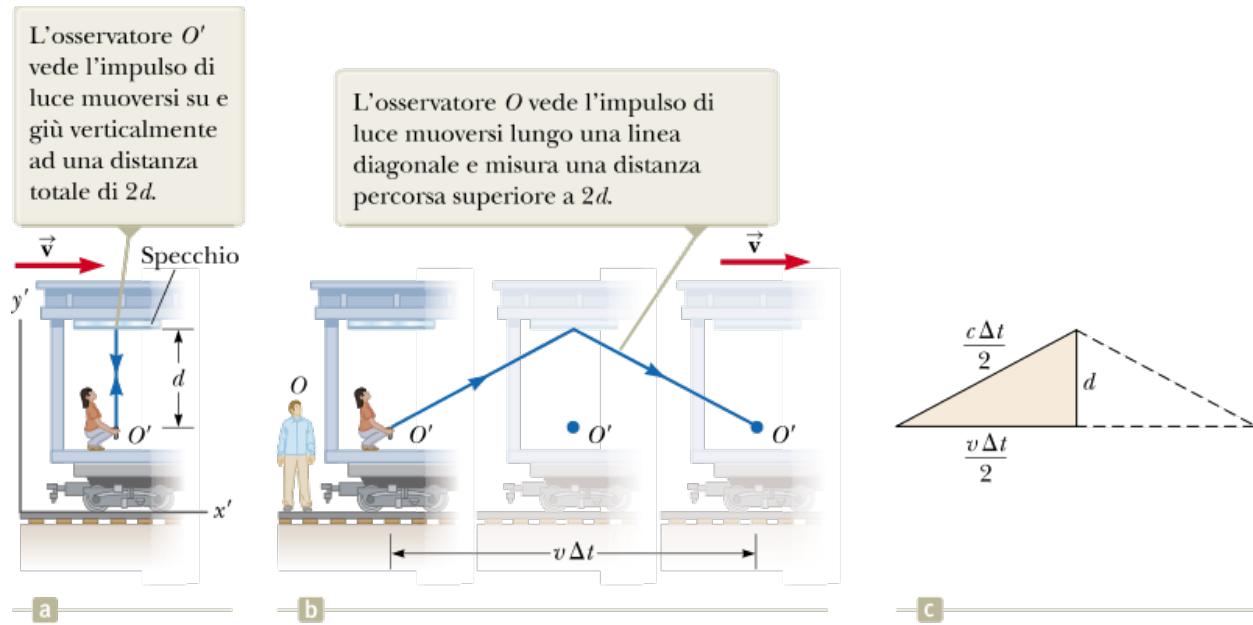


FIGURA 9.5 (a) Uno specchio è solidale con un veicolo in movimento e un impulso di luce viene spedito da un osservatore O' fermo rispetto al veicolo. (b) Relativamente ad un osservatore O fisso rispetto al terreno, lo specchio e O' si muovono con velocità v . (c) Il triangolo rettangolo per il calcolo della relazione fra Δt e Δt_p .

più lungo dell'intervallo di tempo Δt_p , misurato dall'osservatore nel primo sistema di riferimento. Per ottenere una relazione fra questi due intervalli di tempo è conveniente usare il modello geometrico del triangolo rettangolo mostrato nella Figura 9.5c. Il teorema di Pitagora applicato a questo triangolo dà

$$\left(\frac{c \Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v \Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

Risolvendo per Δt si ha

$$\Delta t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2d}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{9.5} \blacktriangleleft$$

Ma essendo $\Delta t_p = 2d/c$, si può scrivere l'Equazione 9.5 come

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p \quad \text{9.6} \blacktriangleleft$$

dove $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. Questo risultato ci dice che l'intervallo di tempo Δt misurato da O è maggiore dell'intervallo di tempo Δt_p misurato da O' perché γ è sempre maggiore di uno. Cioè, $\Delta t > \Delta t_p$. Questo effetto è noto come **dilatazione del tempo**.

TABELLA 9.1 |
Valori approssimati di γ
per varie velocità

v/c	γ
0	1
0.0010	1.000 000 5
0.010	1.000 05
0.10	1.005
0.20	1.021
0.30	1.048
0.40	1.091
0.50	1.155
0.60	1.250
0.70	1.400
0.80	1.667
0.90	2.294
0.92	2.552
0.94	2.931
0.96	3.571
0.98	5.025
0.99	7.089
0.995	10.01
0.999	22.37

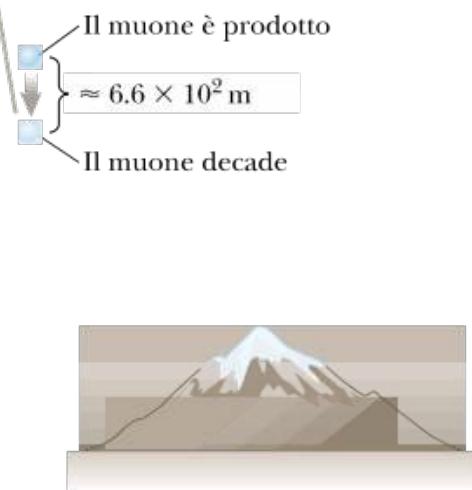
Possiamo vedere che la dilatazione del tempo non si osserva nella vita quotidiana in considerazione del fattore γ . Questo fattore si discosta significativamente dall'unità soltanto per valori molto alti della velocità, com'è mostrato in Tabella 9.1. Per esempio, per una velocità di $0.1c$, il valore di γ è 1.005. Quindi, una dilatazione del tempo di solo 0.5% avviene a un decimo della velocità della luce. Le velocità che incontriamo quotidianamente sono molto più basse di questa, cosicché non vediamo la dilatazione del tempo nelle situazioni ordinarie.

L'intervallo di tempo Δt_p nell'Equazione 9.6 si chiama **intervallo di tempo proprio**. In generale, l'intervallo di tempo proprio è definito come **l'intervallo di tempo tra due eventi misurato da un osservatore per il quale gli eventi avvengono nello stesso punto dello spazio**. Nel nostro caso, l'osservatore O' misura intervalli di tempo proprio. Per poter essere in grado di usare l'Equazione 9.6, gli eventi devono avvenire nella stessa posizione spaziale in un *certo* sistema di riferimento inerziale. Così, per esempio, questa equazione non può essere usata per correlare le misure fatte dai due osservatori nell'esempio dei fulmini descritto all'inizio di questo paragrafo poiché i lampi scoccano in differenti posizioni per i due osservatori.

Se un orologio si muove rispetto a voi, l'intervallo di tempo fra due battiti dell'orologio in moto risulta essere più lungo dell'intervallo di tempo fra due battiti di un identico orologio nel vostro sistema di riferimento. Quindi si dice spesso che un orologio in moto segna il tempo più lentamente di un orologio nel vostro riferimento di un fattore γ . Questo è vero per un orologio meccanico come per l'orologio a luce appena descritto. Possiamo generalizzare questo risultato stabilendo che tutti i processi fisici, inclusi quelli chimici e biologici, rallentano rispetto ad un orologio fermo quando questi avvengono in un riferimento in moto rispetto all'orologio. Per esempio, il battito cardiaco di un astronauta in moto nello spazio dovrebbe essere misurato con un orologio dentro l'astronave. Sia l'orologio dell'astronauta che il battito cardiaco appaiono più lenti ad un osservatore sulla Terra che paragona gli intervalli di tempo con un proprio orologio fermo rispetto a lui (benché l'astronauta non abbia alcuna sensazione di un rallentamento della vita nell'astronave).

La dilatazione del tempo è un fenomeno verificabile; diamo un'occhiata ad una situazione nella quale l'effetto della dilatazione del tempo può essere osservato e che è servito da importante conferma storica delle previsioni della relatività. I muoni sono particelle elementari instabili che hanno una carica uguale a quella di un elettrone e una massa pari a 207 volte quella di un elettrone. Essi decadono in elettroni e neutrini che saranno studiati nei Capitoli 30 e 31. I muoni possono essere prodotti dagli urti della radiazione cosmica con gli atomi nell'alta atmosfera. I muoni che si muovono lentamente in laboratorio hanno una vita media misurata che è l'intervallo di tempo proprio $\Delta t_p = 2.2 \mu\text{s}$. Se assumiamo che la velocità dei muoni atmosferici

Senza considerazioni relativistiche, secondo un osservatore sulla terra, i muoni prodotti nell'atmosfera e che si muovono verso il basso con una velocità vicina a c , viaggiano per circa 6.6×10^2 m prima di decadere con una vita media di $2.2 \mu\text{s}$. Dunque, pochissimi muoni sarebbero in grado di raggiungere la superficie della terra.



Con considerazioni relativistiche, la vita media del muone è dilatata per un osservatore sulla terra. Quindi, secondo questo osservatore, il muone può viaggiare per circa 4.8×10^3 m prima di decadere. Il risultato è che molti muoni sono in grado di arrivare sulla terra.

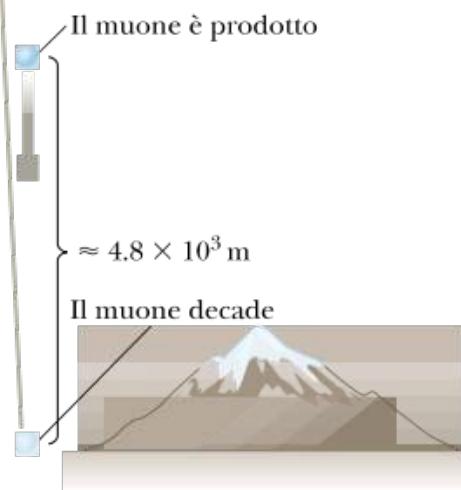


FIGURA 9.6 Viaggio dei muoni secondo un osservatore solidale con la terra.

sia prossima alla velocità della luce, troviamo che queste particelle possono attraversare una distanza intorno ai $(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})(2.2 \times 10^{-6} \text{ s}) \approx 6.6 \times 10^2$ m prima di decadere (Fig. 9.6a). Quindi, è improbabile che possano raggiungere la superficie terrestre dall'alta atmosfera dove sono stati prodotti; tuttavia, gli esperimenti mostrano che un grande numero di muoni *raggiunge* la superficie terrestre. Il fenomeno della dilatazione del tempo spiega questo effetto. Misurati da un osservatore sulla Terra, i muoni hanno una vita media dilatata uguale a $\gamma \Delta t_p$. Per esempio, per $v = 0.99c$, $\gamma \approx 7.1$ e $\gamma \Delta t_p \approx 16 \mu\text{s}$. Quindi, la distanza media attraversata dai muoni in questo tempo così come viene misurata da un osservatore sulla Terra è approssimativamente $(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})(16 \times 10^{-6} \text{ s}) \approx 4.8 \times 10^3$ m, come è indicato nella Figura 9.6b.

I risultati di un esperimento riportati da J.C. Hafele e R.E. Keating forniscono una dimostrazione diretta della dilatazione del tempo.⁵ L'esperimento implicò l'uso di orologi atomici estremamente stabili. Gli intervalli di tempo misurati con quattro di tali orologi in volo su un jet furono confrontati con gli intervalli di tempo misurati da orologi di riferimento posti all'Osservatorio Navale degli Stati Uniti. I loro risultati si accordarono bene con le previsioni della relatività ristretta e si possono spiegare in termini del moto relativo fra la rotazione della Terra e del jet. Nel loro articolo, Hafele e Keating scrivono quanto segue: "Rispetto alla scala degli orologi atomici dell'Osservatorio Navale degli Stati Uniti, gli orologi in volo hanno perso 59 ± 10 ns durante il viaggio verso est e guadagnato 273 ± 7 ns nel viaggio verso ovest".

In un più recente esperimento, Chou, Hume, Rosenband e Wineland⁶ hanno verificato il fenomeno della dilatazione del tempo fino a velocità di 10 m/s. Nel loro esperimento essi hanno fatto uso del raffreddamento di atomi intrappolati per mezzo della radiazione laser. Tale fenomeno sarà discusso nel Capitolo 24.

QUIZ RAPIDO 9.1

Supponiamo che l'osservatore O' sul treno nella Figura 9.5 diriga il lampeggiatore verso la parete di fronte del vagone e che l'accenda e spenga in modo da lanciarvi impulsi di luce. Sia O che O' misurano l'intervalllo di tempo da quando l'impulso lascia il lampeggiatore a quando l'impulso colpisce la parete lontana. Quale osservatore misura l'intervalllo di tempo proprio fra questi due eventi? (a) O' (b) O (c) entrambi gli osservatori (d) nessuno degli osservatori

VISUALIZZA SOLUZIONE

⁵ J.C. Hafele e R.E. Keating, "Around the World Atomic Clocks: Relativistic Time Gains Observed", *Science*, 14 luglio 1972, p. 168.

⁶ C. Chou, D. Hume, T. Rosenband, and D. Wineland, "Optical Clocks and Relativity," *Science*, 24 settembre 2010, p. 1630.

QUIZ RAPIDO 9.2

L'equipaggio di un'astronave guarda un film della durata di 2 h. L'astronave si muove ad alta velocità attraverso lo spazio. Un osservatore sulla Terra che guarda il film tramite un potente cannocchiale misurerà che la durata del film è (a) più lunga (b) più breve (c) uguale a 2 h?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Il paradosso dei gemelli

Un'affascinante conseguenza della dilatazione del tempo è il cosiddetto paradosso dei gemelli (Fig. 9.7). Consideriamo un esperimento che coinvolga due gemelli di nome Pieveloce e Valentino. All'età di 20 anni, Pieveloce, il più avventuroso dei due, decide di fare un viaggio memorabile sul Pianeta X, lontano 20 anni-luce (a.l.) dalla Terra. (Notare che 1 a.l. è la distanza che la luce percorre nello spazio vuoto in un anno. Essa è uguale a 9.46×10^{15} m). Inoltre, la sua astronave è capace di raggiungere una velocità di $0.95c$ relativamente al sistema di riferimento inerziale del suo gemello rimasto a casa. Dopo aver raggiunto il Pianeta X, Pieveloce ha nostalgia di casa e immediatamente ritorna sulla Terra alla stessa velocità di $0.95c$. Al suo ritorno, Pieveloce rimane sbalordito nello scoprire che Valentino è invecchiato di 42 anni e ora ha un'età di 62 anni. Pieveloce, d'altra parte, è invecchiato soltanto di 13 anni.

A questo punto, è interessante sollevare la seguente domanda: quale dei due gemelli è il viaggiatore e quale dei due è più giovane in conseguenza di questo esperimento? Nel sistema di riferimento di Valentino, egli rimaneva fermo mentre suo fratello viaggiava ad alta velocità andando e ritornando. Dal punto di vista di Pieveloce, egli era fermo mentre invece Valentino e la Terra viaggiavano ad alta velocità andando e ritornando. Ciò conduce a una chiara contraddizione dovuta ad una apparente simmetria delle osservazioni. Quale dei due gemelli ha sviluppato dei segnali di eccessivo invecchiamento?

La situazione in questo problema è in effetti non simmetrica. Per risolvere questo apparente paradosso, ricordiamo che la teoria della relatività ristretta descrive operazioni che si svolgono in riferimenti inerziali in moto relativo fra loro. Pieveloce, il viaggiatore spaziale, subisce, durante il suo viaggio, una serie di accelerazioni poiché deve accendere i suoi razzi per rallentare e iniziare il viaggio di ritorno verso la Terra. Come risultato, la sua velocità non è sempre uniforme e conseguentemente non si trova sempre su un sistema di riferimento inerziale. Quindi, non vi è paradosso perché soltanto Valentino, che rimane sempre in un solo sistema di riferimento inerziale, può fare corrette previsioni basate sulla relatività ristretta. Durante ogni anno passato da Valentino, poco meno di 4 mesi passano per Pieveloce.

Soltanto Valentino, che si trova in un singolo sistema di riferimento inerziale, può applicare la semplice espressione della dilatazione temporale al viaggio di Pieveloce. Quindi, Valentino trova che invece di invecchiare di 42 anni, Pieveloce invecchia solo $(1 - v^2/c^2)^{1/2}(42 \text{ anni}) = 13 \text{ anni}$. Entrambi i gemelli sono d'accordo che Pieveloce impiega 6.5 anni per arrivare al Pianeta X e 6.5 anni per tornare, per un totale di 13 anni.



FIGURA 9.7 Il paradosso dei gemelli. Pieveloce fa un viaggio fino ad una stella lontana 20 anni luce e torna sulla Terra.

QUIZ RAPIDO 9.3

Supponiamo che gli astronauti siano pagati in relazione al tempo che impiegano a viaggiare nello spazio. Dopo un lungo viaggio a velocità prossima a c , è più conveniente per l'equipaggio essere pagato secondo **(a)** un orologio sulla Terra, **(b)** l'orologio dell'astronave, **(c)** uno o l'altro degli orologi?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 9.1

Supponiamo che uno studente spieghi la dilatazione dei tempi con il seguente argomento: “se inizio a correre allontanandomi da un orologio alle 12:00 con una velocità prossima a quella della luce, non vedrei il tempo cambiare poiché il segnale che rappresenta le 12:01 non potrebbe mai raggiungermi”. Qual è l'errore in questo argomento?

Ragionamento L'implicazione di questo argomento è che la velocità della luce rispetto al corridore sia quasi *nulla* perché “il segnale... non potrebbe mai raggiungermi”. Da questo punto di vista galileiano, la velocità relativa è la semplice sottrazione della velocità del corridore da quella della luce. Dal punto di vista della relatività ristretta, uno dei postulati fondamentali dice che la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori, *incluso chi si allontanasse da una sorgente luminosa alla velocità della luce*. Quindi il segnale delle 12:01 si muoverebbe verso il corridore alla velocità della luce, come misurato da tutti gli osservatori, corridore incluso.

Esempio 9.1 Qual è il periodo del pendolo?

Il periodo di un pendolo è 3.00 s se misurato nel sistema di riferimento del pendolo. Qual è il periodo misurato da un osservatore che si muove con velocità di 0.96c relativamente al pendolo?

E se...?

Cosa accade se la velocità dell'osservatore aumenta del 4.00%? L'intervallo di tempo viene dilatato del 4.00%?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Contrazione della lunghezza

La misura della distanza fra due punti dipende anch'essa dal sistema di riferimento. La **lunghezza propria** di un corpo è definita come **la distanza fra le estremità del corpo misurata da chi è fermo rispetto al corpo**. Un osservatore in un sistema di riferimento in moto rispetto a un corpo misurerà una lunghezza, lungo la direzione della velocità, che è sempre minore della lunghezza propria. Questo effetto è noto come **contrazione della lunghezza**. Sebbene abbiano introdotto ciò attraverso la rappresentazione mentale di un corpo, il corpo non è necessario. La distanza fra due punti *qualsiasi* nello spazio misurata da un osservatore, risulta contratta lungo la direzione della velocità dell'osservatore relativamente ai punti.

Consideriamo un'astronave che viaggi a una velocità v da una stella ad un'altra. Considereremo l'intervallo di tempo fra due eventi: (1) la partenza dell'astronave dalla prima stella e (2) l'arrivo dell'astronave alla seconda stella. Vi sono due osservatori: uno sulla Terra e un altro sull'astronave. L'osservatore fermo sulla Terra (e anche fermo rispetto alle due stelle) misura che la distanza fra le due stelle è L_p , la lunghezza propria. Secondo questo osservatore, il tempo necessario all'astronave per completare il viaggio è $\Delta t = L_p/v$. Quale distanza fra le stelle misurerà l'osservatore in moto sull'astronave? Questo osservatore misura l'intervallo di tempo proprio, poiché il passaggio di ciascuna delle due stelle vicino alla sua astronave avviene nella stessa posizione nel suo sistema di riferimento, la sua astronave. Quindi, a causa della dilatazione del tempo, l'intervallo di tempo richiesto per viaggiare fra le stelle, misurato dal viaggiatore spaziale sarà minore di quello misurato dall'osservatore legato alla Terra, che è in moto rispetto al viaggiatore spaziale. Usando l'espressione per la dilatazione del tempo, l'intervallo di tempo proprio fra gli eventi è $\Delta t_p = \Delta t/\gamma$. Il viaggiatore spaziale afferma di essere fermo e di vedere la stella di destinazione muoversi verso l'astronave con velocità v . Poiché il viaggiatore spaziale raggiunge la stella in un intervallo di tempo $\Delta t_p < \Delta t$, conclude che la distanza L fra le stelle è più corta di L_p . Questa distanza misurata dal viaggiatore spaziale è

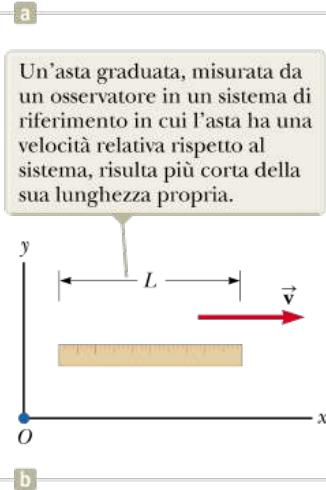
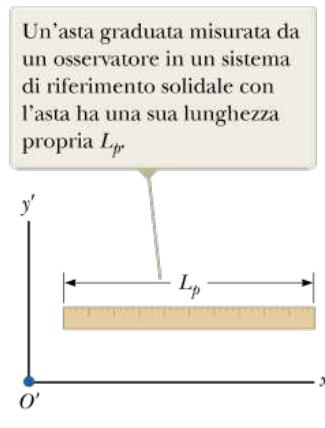


FIGURA 9.8 La lunghezza di un'asta graduata è misurata da due osservatori.

$$L = v \Delta t_p = v \frac{\Delta t}{\gamma}$$

Poiché $L_p = v \Delta t$, si vede che

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{9.7} \blacktriangleleft$$

Poiché $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ è minore di 1, il viaggiatore spaziale misura una lunghezza che è più corta della lunghezza propria. Quindi, un osservatore in moto rispetto a due punti nello spazio trova che la lunghezza L fra i punti (lungo la direzione del moto) è più corta della lunghezza L_p misurata da un osservatore fermo rispetto ai punti (lunghezza propria).

Si noti che la contrazione della lunghezza avviene soltanto lungo la direzione del moto. Per esempio, supponiamo che un'asta graduata si muova rispetto a un osservatore terrestre con una velocità v , come nella Figura 9.8. La lunghezza dell'asta graduata misurata da un osservatore in un sistema di riferimento solidale con l'asta è la lunghezza propria, L_p , come nella Figura 9.8a. La lunghezza L dell'asta misurata dall'osservatore terrestre risulta più corta di L_p di un fattore $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, ma la larghezza è la stessa. Inoltre, la contrazione della lunghezza è un effetto simmetrico. Se l'asta graduata fosse ferma sulla Terra, un osservatore in un sistema di riferimento in moto misurerebbe una lunghezza più corta dello stesso fattore $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$.

È importante sottolineare che la lunghezza propria e l'intervallo di tempo proprio sono definiti in modo diverso. La lunghezza propria è misurata da un osservatore fermo rispetto ai punti estremi della lunghezza. L'intervallo di tempo proprio è misurato da qualcuno per il quale gli eventi avvengono nella stessa posizione. Spesso l'intervallo di tempo proprio e la lunghezza propria non sono misurati dallo stesso osservatore. Come esempio, ritorniamo al decadimento dei muoni che si muovono a velocità prossime a quella della luce. Un osservatore nel sistema di riferimento dei muoni misurerà un tempo di vita proprio, mentre un osservatore terrestre misurerà la lunghezza propria (la distanza fra la creazione e il decadimento in Fig. 9.6). Nel sistema di riferimento dei muoni non si verifica la dilatazione del tempo, ma si osserva che la distanza percorsa è più corta quando è misurata in questo sistema di riferimento. Analogamente, nel sistema di riferimento terrestre, si verifica la dilatazione del tempo, ma la distanza percorsa è la lunghezza propria. Quindi, quando i

calcoli sui muoni vengono eseguiti in ambedue i sistemi di riferimento, i risultati dell'esperimento in un sistema di riferimento sono gli stessi di quelli ottenuti nell'altro sistema di riferimento: più muoni raggiungono la superficie di quelli previsti senza il calcolo relativistico.

QUIZ RAPIDO 9.4

Stai facendo i bagagli per un viaggio verso un'altra stella. Durante il viaggio ti muoverai alla velocità di $0.99c$. Stai pensando se dovrà comprare vestiti di taglia più piccola poiché sarai più sottile durante il viaggio per via della contrazione delle lunghezze. Stai pensando anche di risparmiare qualcosa prenotando una cabina più piccola per dormire perché sarai più corto da sdraiato. Cosa devi fare?

(a) Comprare vestiti di una taglia inferiore. (b) Prenotare una cabina più piccola. (c) Nessuna delle due cose. (d) Entrambe le cose.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 9.2 Un viaggio verso Sirio

Un'astronauta compie un viaggio verso Sirio situata a 8 anni luce dalla Terra. L'astronauta misura che l'intervallo di tempo per un viaggio di sola andata è 6 anni. Se l'astronave si muove alla velocità costante di $0.8c$, come si può conciliare la distanza di 8 a.l. con la durata di 6 anni misurata dall'astronauta?

E se...?

Cosa accade se questo viaggio viene osservato con un telescopio molto potente da un tecnico addetto al controllo della missione che si trova sulla Terra? Dopo quanto tempo questo tecnico *vede* l'arrivo dell'astronauta su Sirio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 9.3 La caduta veloce

Un osservatore sulla Terra vede una nave spaziale ad un'altezza di 4 350 km che si muove verso la Terra ad una velocità di $0.97oc$.

(A) Qual è la distanza dalla nave spaziale alla Terra misurata dal capitano della nave spaziale?

(B) Dopo aver azionato i suoi motori per un certo intervallo di tempo per rallentare, il capitano misura un'altezza di 267 km, mentre l'osservatore sulla Terra misura un'altezza di 625 km. Qual è la velocità della nave spaziale a questo istante?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Le trasformazioni di Lorentz

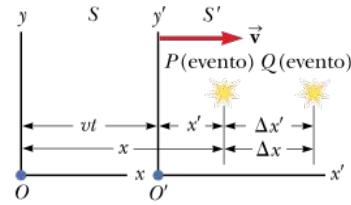


FIGURA 9.9 Gli eventi accadono nei punti P e Q e sono osservati da un osservatore fermo nel sistema S e da un altro nel sistema S' che si muove verso destra con velocità v.

Supponiamo che un evento accada in un certo punto dello spazio e ad un certo istante e venga registrato da due osservatori: uno in quiete nel sistema S e uno in un sistema S' in moto verso destra con velocità v , come in Figura 9.9. L'osservatore in S registra l'evento con le coordinate spazio-temporali (x, y, z, t) , mentre l'osservatore in S' registra lo stesso evento usando le coordinate (x', y', z', t') . Se due eventi avvengono in P e Q in Figura 9.9, l'Equazione 9.1 prevede che $\Delta x = \Delta x'$; cioè, la distanza fra i due punti nello spazio in cui gli eventi avvengono non dipende dal moto dell'osservatore. Poiché ciò è in contraddizione con la nozione di contrazione della lunghezza, la trasformazione galileiana non è valida quando v si avvicina alla velocità della luce. In questo paragrafo, stabiliremo la trasformazione corretta che si applica a tutte le velocità nel campo di valori $0 \leq v < c$. Le equazioni che mettono in relazione queste misure e che ci permettono di passare da S a S' sono le **trasformazioni di Lorentz**:

TRASFORMAZIONI DI LORENTZ PER $S \rightarrow S'$

$$x' = \gamma(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \quad 9.8$$

Queste trasformazioni furono sviluppate da Hendrik A. Lorentz (1853-1928) nel 1890 nell'ambito dell'elettromagnetismo. Tuttavia, fu Einstein che riconobbe il loro significato fisico ed ebbe il coraggio di interpretarle nell'ambito della teoria della relatività ristretta. Vediamo che il valore di t' assegnato ad un evento dall'osservatore O' dipende sia dal tempo t che dalla coordinata x misurata dall'osservatore O . Quindi, in relatività, spazio e tempo non sono concetti separati, ma strettamente interconnessi l'uno all'altro in ciò che chiamiamo **spazio-tempo**. Ciò è diverso dal caso della trasformazione galileiana in cui $t = t'$.

Se vogliamo passare dalle coordinate del sistema di riferimento S' alle coordinate del sistema S , dobbiamo semplicemente sostituire v con $-v$ e scambiare le coordinate con l'apice con quelle senza apice nell'Equazione 9.8:

TRASFORMAZIONI INVERSE DI LORENTZ PER $S' \rightarrow S''$

$$x = \gamma(x' + vt') \quad y = y' \quad z = z' \quad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \quad 9.9$$

Quando $v \ll c$, le trasformazioni di Lorentz si riducono alle trasformazioni galileiane. Per verificare ciò, si noti che se $v \ll c$, $v^2/c^2 \ll 1$, per cui γ tende a 1 e l'Equazione 9.8 si riduce alle Equazioni 9.1 e 9.2:

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

TRASFORMAZIONI DI LORENTZ PER LA VELOCITÀ PER $S \rightarrow S'$

Le trasformazioni di Lorentz per le velocità

Ricaviamo adesso la **trasformazione di Lorentz per la velocità**, che è l'analogo relativistico della trasformazione di Galileo per la velocità, l'Equazione 9.3. Ancora una volta S' è il nostro sistema di riferimento che si muove con velocità v relativamente ad un altro riferimento S lungo gli assi comuni x e x' . Supponiamo che un corpo abbia in S' una componente della velocità istantanea u'_x data da

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}$$

9.10◀

Usando le Equazioni 9.8, si ha

$$dx' = \gamma(dx - v dt) \quad \text{e} \quad dt' = \gamma\left(dt - \frac{v}{c^2} dx\right)$$

Sostituendo questi valori nell'Equazione 9.10 si ottiene

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - v dt}{dt - \frac{v}{c^2} dx} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}}$$

Notiamo che dx/dt è la componente u_x della velocità del corpo misurata in S , per cui questa espressione diventa

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

9.11◀

Allo stesso modo, se l'oggetto ha componenti della velocità lungo gli assi y e z , le corrispondenti componenti in S' sono date da

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)} \quad \text{e} \quad u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

9.12◀

Quando u_x o v sono molto piccole rispetto a c (caso non relativistico), il denominatore dell'Equazione 9.11 tende all'unità e così $u'_x \approx u_x - v$. Ciò corrisponde alla trasformazione galileiana della velocità. Nel caso opposto in cui $u_x = c$, l'Equazione 9.11 diventa

$$u'_x = \frac{c - v}{1 - \frac{cv}{c^2}} = \frac{c\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{1 - \frac{v}{c}} = c$$

Da questo risultato si vede che un corpo la cui velocità tende a c rispetto a un osservatore in S , ha una velocità che tende a c anche relativamente a un osservatore in S' , indipendentemente dal moto relativo di S ed S' . Va notato che questa conclusione è coerente con il secondo postulato di Einstein, cioè con l'ipotesi che la velocità della luce debba essere c in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

Prevenire le insidie
| 9.3 Su cosa sono d'accordo gli osservatori?

Abbiamo visto molte misure su cui i due osservatori O e O' non sono in accordo. Queste misure includono: (1) l'intervallo di tempo fra eventi che avvengono nella stessa posizione in uno dei loro riferimenti, (2) la distanza fra due punti che rimane fissa in uno dei loro riferimenti, (3) le componenti della velocità di una particella in moto e (4) se due eventi che accadono in posti differenti in entrambi i riferimenti sono simultanei o no. Vale la pena di notare qui su cosa i due osservatori possono essere d'accordo: (1) la velocità relativa v con la quale si muovono l'uno rispetto all'altro, (2) la velocità c di ogni raggio di luce e (3) la simultaneità di due eventi che avvengono nella stessa posizione e allo stesso istante in un certo riferimento.

Per ottenere u_x in funzione di u'_x , sostituiamo v con $-v$ nell'Equazione 9.11 e scambiamo i ruoli delle variabili con apice e senza apice:

TRASFORMAZIONI INVERSE DI LORENTZ PER LA VELOCITÀ PER $S \rightarrow S'$

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

9.13◀

QUIZ RAPIDO 9.5

Stai guidando su un'autostrada a velocità relativistica. Dritto davanti a te un tecnico che è sulla strada accende un riflettore e un fascio di luce si alza esattamente in verticale, dal punto di vista del tecnico. Mentre osservi il fascio di luce, misuri la grandezza della componente verticale della sua velocità come (a) uguale a c , (b) maggiore di c , (c) minore di c . Se il tecnico dirige il riflettore direttamente su di te invece che in alto, misuri la grandezza della componente orizzontale della sua velocità come (d) uguale a c , (e) maggiore di c , (f) minore di c .

VISUALIZZA SOLUZIONE

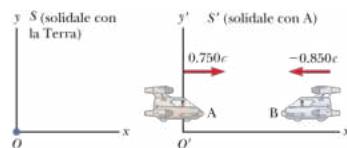


FIGURA 9.10 (Esempio 9.4) Due astronavi A e B si muovono in direzioni opposte. La velocità dell'astronave B relativa all'astronave A è minore di c ed è ottenuta dall'equazione di trasformazione relativistica delle velocità.

Esempio 9.4 Velocità relativa di due astronavi

Due astronavi A e B si muovono in direzioni opposte una verso l'altra come in Figura 9.10. Un osservatore sulla Terra misura che la velocità di A è $0.750c$ e la velocità di B è $0.850c$. Calcolare la velocità dell'astronave B misurata dall'equipaggio sull'astronave A.

E se...?

Cosa accade se le due astronavi si incrociano? Qual è la loro velocità relativa in quel caso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

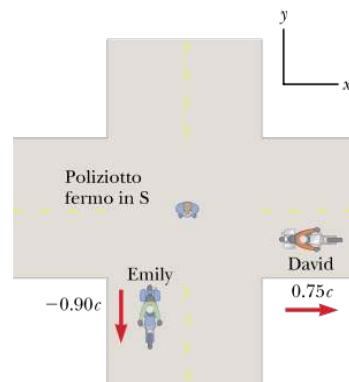


FIGURA 9.11 (Esempio 9.5) David viaggia verso est con una velocità di $0.75c$ relativamente all'ufficiale di polizia e Emily viaggia verso sud ad una velocità di $0.90c$ relativamente all'ufficiale di polizia.

Esempio 9.5 | Motociclisti relativistici

Due motociclisti di nome David ed Emily corrono a velocità relativistiche lungo percorsi perpendicolari, come in Figura 9.11. Con quale velocità David vedrà allontanarsi Emily alla sua destra?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Quantità di moto relativistica e forma relativistica delle leggi di Newton

Abbiamo visto che allo scopo di descrivere appropriatamente il moto di particelle entro la cornice della relatività ristretta, le trasformazioni di Galileo devono essere sostituite dalle trasformazioni di Lorentz. Poiché le leggi fisiche, sottoposte alle trasformazioni di Lorentz, devono restare le stesse, dobbiamo generalizzare le leggi di Newton e le definizioni di quantità di moto ed energia per adattarle alle trasformazioni di Lorentz e al principio di relatività. Queste definizioni generalizzate devono ridursi alle definizioni classiche (non relativistiche) per $v \ll c$ oppure $u \ll c$ (come abbiamo fatto precedentemente, useremo v per indicare la velocità relativa di un sistema di riferimento rispetto a un altro, e u per la velocità di una particella).

In primo luogo, ricordiamo che la quantità di moto totale di un sistema isolato di particelle rimane costante. Supponiamo che l'urto fra due particelle venga descritto in un sistema di riferimento S nel quale la quantità di moto del sistema si conserva. Se le velocità in un secondo sistema di riferimento S' sono calcolate usando le trasformazioni di Lorentz e viene usata la definizione newtoniana di quantità di moto, $\vec{p} = m \vec{u}$, si trova che la quantità di moto del sistema *non* si conserva nel secondo sistema di riferimento. Ciò viola uno dei postulati di Einstein: le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Quindi, assumendo che la trasformazione di Lorentz sia corretta, dobbiamo modificare la definizione di quantità di moto.

L'equazione relativistica per la quantità di moto di una particella di massa m che mantiene il principio di conservazione della quantità di moto è

DEFINIZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO RELATIVISTICA

$$\vec{p} = \frac{m\vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad 9.14$$

9.14

Prevenire le insidie I 9.4 Attenzione alla "massa relativistica"

Alcuni vecchi trattati di relatività mantenevano il principio della conservazione della quantità di moto per alte velocità usando un modello in cui la massa della particella aumenta con la velocità. Potresti ancora incontrare la nozione di "massa relativistica" nelle tue letture di consultazione, specialmente nei testi più vecchi. Attenzione che questa nozione non è più universalmente accettata; oggi, la massa è considerata invariante, indipendente dalla velocità. La massa di un corpo in tutti i riferimenti è considerata come la massa misurata da un osservatore fermo rispetto al corpo.

dove \vec{u} è la velocità della particella. Quando u è molto minore di c , il denominatore dell'Equazione 9.14 si approssima all'unità, sicché \vec{p} si approssima a $m \vec{u}$. Quindi, l'equazione relativistica per \vec{p} si riduce all'espressione classica quando u è piccolo se confrontato con c . L'Equazione 9.14 viene spesso scritta nella forma più semplice

$$\vec{p} = \gamma m \vec{u} \quad 9.15$$

9.15

usando la nostra espressione precedente⁷ per γ .

La forza relativistica \vec{F} agente su una particella, la cui quantità di moto è \vec{p} , è definita come

$$\vec{F} \equiv \frac{d\vec{p}}{dt} \quad 9.16$$

9.16

dove \vec{p} è dato dall'Equazione 9.14. Questa espressione è in accordo sia con la meccanica classica nel limite di basse velocità che con la conservazione della quantità di moto per un sistema isolato ($\sum \vec{F}_{\text{est}} = 0$), sia relativisticamente che classicamente.

È lasciato al Problema 56 alla fine del capitolo dimostrare che l'accelerazione \vec{a} di una particella diminuisce sotto l'azione di una forza costante, nel qual caso $a \propto (1 - u^2/c^2)^{3/2}$. Da questa proporzionalità si nota che quando la velocità della particella si avvicina a c ,

l'accelerazione causata da una forza finita si approssima a zero. Quindi, è impossibile accelerare una particella da ferma a una velocità $u \geq c$.

Quindi, c è un limite superiore per la velocità di ogni particella. Infatti, è possibile dimostrare che né *materia*, né *energia*, né *informazione* possono viaggiare nello spazio più velocemente di c . Si noti che le velocità relative delle due astronavi nell'Esempio 9.4 e dei due motociclisti nell'Esempio 9.5 erano entrambe minori di c . Se avessimo tentato di risolvere questi esempi con le trasformazioni galileiane, avremmo ottenuto delle velocità maggiori di c in ambedue i casi.

Esempio 9.6 Quantità di moto di un elettrone

Un elettrone, che ha una massa di 9.11×10^{-31} kg, si muove con una velocità di $0.750c$. Trovare la sua quantità di moto relativistica e confrontarla con quella calcolata secondo l'espressione classica.

VISUALIZZA SOLUZIONE

⁷ Abbiamo precedentemente definito γ in termini della velocità v di un sistema di riferimento rispetto ad un altro. Lo stesso simbolo è anche usato per $(1 - u^2/c^2)^{-1/2}$, dove u è la velocità di una particella.

Energia relativistica

Abbiamo visto che la definizione di quantità di moto deve essere estesa per renderla compatibile con il principio di relatività. Troviamo che anche la definizione di energia cinetica deve essere modificata.

Per derivare la forma relativistica del teorema dell'energia cinetica, partiamo dalla definizione di lavoro svolto da una forza di modulo F su una particella inizialmente ferma. Richiamiamo dal Capitolo 6 che il teorema dell'energia cinetica afferma che il lavoro svolto da una forza risultante su una particella è uguale alla variazione dell'energia cinetica della particella. Poiché l'energia cinetica iniziale è zero, concludiamo che il lavoro W compiuto per accelerare una particella da ferma è equivalente all'energia cinetica relativistica K della particella:

$$W = \Delta K = K - 0 = K = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dp}{dt} dx \quad 9.17 \blacktriangleleft$$

dove abbiamo considerato il caso particolare che i vettori forza e spostamento siano diretti per semplicità lungo l'asse x . Per eseguire questa integrazione e trovare l'energia cinetica relativistica in funzione di u , calcoliamo prima dp/dt , usando l'Equazione 9.14:



$u^2 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$ Sostituendo questa espressione per dp/dt e $dx = u dt$ nell'Equazione 9.17 si ottiene

$$K = \int_0^t \frac{m(du/dt)u dt}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}} = m \int_0^u \frac{u}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}} du$$

Calcolando l'integrale, troviamo che

ENERGIA CINETICA RELATIVISTICA

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1) mc^2 \quad 9.18 \blacktriangleleft$$

Il calcolo relativistico, eseguito per mezzo dell'Equazione 9.18, mostra correttamente che u è sempre minore di c .

Il calcolo non relativistico, eseguito usando $K = \frac{1}{2}mu^2$, predice una curva parabolica e la velocità u cresce senza limite.

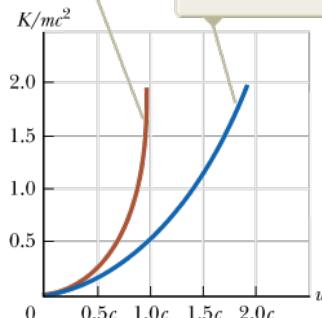


FIGURA 9.12 Un grafico che mostra il confronto dell'energia cinetica relativistica con quella non relativistica di una particella in movimento. Le energie sono riportate come funzioni della velocità u .

A basse velocità, dove $u/c \ll 1$, l'Equazione 9.18 dovrebbe ridursi all'espressione classica $K = \frac{1}{2}mu^2$. Possiamo verificare ciò usando lo sviluppo binomiale $(1 - x^2)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x^2 + \dots$ per $x \ll 1$, dove nello sviluppo sono stati trascurati i termini d'ordine superiore perché molto piccoli. Nel nostro caso è $x = u/c$, quindi

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots$$

Sostituendo nell'Equazione 9.18 si ha

$$K \approx \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots\right) mc^2 - mc^2 = \frac{1}{2} mu^2$$

in accordo con il risultato classico. La Figura 9.12 mostra un confronto delle relazioni velocità-energia cinetica per una particella usando per K l'espressione non relativistica (curva blu) e l'espressione relativistica (curva rossa). Le curve sono in buon accordo a basse velocità, ma divergono a velocità più alte. L'espressione non relativistica indica una violazione della relatività ristretta poiché essa suggerisce che l'aggiunta di una quantità sufficiente di energia può accelerare la particella a velocità maggiori di c . Nel caso relativistico, la velocità della particella non supera mai c , indipendentemente dall'energia cinetica, la qual cosa è coerente con i risultati sperimentali. Quando la velocità di un corpo è minore di un decimo della velocità della luce, l'equazione classica dell'energia cinetica differisce per meno dell'1% dall'equazione relativistica (che risulta sperimentalmente verificata per tutte le velocità). Perciò, per i calcoli ordinari è sufficiente usare l'equazione classica quando la velocità dell'oggetto risulti inferiore a 0.1c.

Il termine costante mc^2 nell'Equazione 9.18, che risulta indipendente dalla velocità, si chiama **energia a riposo**, E_R , della particella:

ENERGIA A RIPOSO

$$E_R = mc^2$$

9.19◀

Il termine γmc^2 nell'Equazione 9.18 dipende dalla velocità della particella ed è la somma dell'energia cinetica e dell'energia a riposo. Definiamo γmc^2 come l'**energia totale** E , cioè, energia totale = energia cinetica + energia a riposo

$$E = \gamma mc^2 = K + mc^2 = K + E_R$$

9.20◀

o, quando γ viene sostituito dalla sua espressione equivalente,

ENERGIA TOTALE PER UNA PARTICELLA RELATIVISTICA

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

9.21◀

La relazione $E_R = mc^2$ mostra che **la massa è una manifestazione dell'energia**. Inoltre, questo risultato mostra che una piccola quantità di massa corrisponde a una

enorme quantità di energia. Questo concetto è fondamentale per gran parte del campo della fisica nucleare.

In molte situazioni viene misurata la quantità di moto o l'energia di una particella, invece della sua velocità. È perciò utile avere un'espressione che metta in relazione l'energia totale E e la quantità di moto relativistica p , che può essere ottenuta usando le espressioni $E = \gamma mc^2$ and $p = \gamma mu$. Elevando al quadrato queste equazioni e sottraendo, possiamo eliminare u (vedi Problema 9.36). Il risultato, dopo qualche passaggio algebrico, è

RELAZIONE ENERGIA-QUANTITÀ DI MOTO PER UNA PARTICELLA RELATIVISTICA

$$E^2 = p^2 c^2 + (mc^2)^2$$

9.22◀

Quando la particella è ferma, $p = 0$, e quindi $E = E_R = mc^2$. Cioè, l'energia totale è uguale all'energia a riposo.

Nel caso di particelle che hanno massa zero, come i fotoni (particelle di luce prive di massa e di carica che saranno discusse nel Capitolo 28, Vol. 2), poniamo $m = 0$ nell'Equazione 9.22 e vediamo che

$$E = pc$$

9.23◀

Questa equazione è un'espressione esatta che mette in relazione l'energia e la quantità di moto per i fotoni, i quali viaggiano sempre alla velocità della luce.

Nel caso di particelle subatomiche, è conveniente esprimere le loro energie in una unità chiamata *elettronvolt* (eV). Il fattore di conversione fra l'elettronvolt e la nostra unità di energia standard è

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Per esempio, la massa di un elettrone è 9.11×10^{-31} kg dell'elettrone è -31 kg. Perciò l'energia a riposo

$$E_R = m_e c^2 = (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) (3.00 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 8.20 \times 10^{-14} \text{ J}$$

Convertendo in eV, abbiamo

$$E_R = m_e c^2 = (8.20 \times 10^{-14} \text{ J}) \left(\frac{1 \text{ eV}}{1.602 \times 10^{-19} \text{ J}} \right) = 0.511 \text{ MeV}$$

QUIZ RAPIDO 9.6

Le seguenti *coppie* di energie rappresentano le energie a riposo e le energie totali per tre differenti particelle: particella 1: $E, 2E$; particella 2: $E, 3E$; particella 3: $2E, 4E$. Ordinare le particelle dalla maggiore alla minore secondo (a) la massa, (b) l'energia cinetica e (c) la velocità.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 9.7

L'energia di un protone veloce

(A) Trovare l'energia a riposo di un protone in elettronvolt.

(B) Se l'energia totale di un protone è tre volte la sua energia a riposo, qual è la velocità del protone?

(C) Determinare l'energia cinetica del protone in elettronvolt.

(D) Qual è la quantità di moto del protone?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Massa ed energia

L'Equazione 9.20, $E = \gamma mc^2$, che rappresenta l'energia totale di una particella, suggerisce che anche quando una particella è ferma ($\gamma = 1$), essa possiede ancora un'enorme quantità di energia tramite la sua massa. La prova sperimentale più chiara dell'equivalenza della massa e dell'energia si verifica nelle interazioni nucleari e in quelle tra particelle elementari in cui avviene la conversione della massa in energia cinetica. A causa di tale conversione, nelle circostanze relativistiche non possiamo usare il principio di conservazione dell'energia così come è stato presentato nel Capitolo 7. Dobbiamo includere l'energia a riposo come un'altra forma di energia immagazzinata.

Questo concetto è importante nei processi atomici e nucleari, nei quali la variazione di massa durante il processo è dell'ordine di grandezza della massa iniziale. Per esempio, in un reattore nucleare convenzionale, il nucleo di uranio subisce la *fissione*, una reazione che produce parecchi frammenti più leggeri che hanno notevole energia cinetica. Nel caso di un atomo di ^{235}U , che è usato come combustibile nelle centrali per l'energia nucleare, i frammenti sono due nuclei più leggeri e qualche neutrone. La massa totale dei frammenti è minore di quella del ^{235}U di una quantità Δm . La corrispondente energia Δmc^2 associata a questa differenza di massa è esattamente uguale all'energia cinetica totale dei frammenti. L'energia cinetica è trasferita tramite le collisioni con le molecole dell'acqua mentre i frammenti si muovono, aumentando l'energia interna dell'acqua. Questa energia interna è usata per produrre vapore per generare energia elettrica.

Consideriamo poi la reazione di *fusione* nella quale due atomi di deuterio si combinano per formare un atomo di elio. La diminuzione di massa che risulta dalla creazione di un atomo di elio da due atomi di deuterio è $\Delta m = 4.25 \times 10^{-29} \text{ kg}$. Quindi, la corrispondente energia che si ottiene da una reazione di fusione è calcolata in $\Delta mc^2 = 3.83 \times 10^{-12} \text{ J} = 23.9 \text{ MeV}$. Per poter apprezzare l'entità di questo risultato basta considerare che se 1 g di deuterio fosse convertito in elio, l'energia liberata sarebbe dell'ordine di 10^{12} J ! Al costo dell'energia elettrica del 2012, ciò corrisponderebbe a circa 32 000 \$. Tratteremo più in dettaglio questi processi nucleari nel Capitolo 30 (Vol. 2).

Esempio 9.8 Variazione di massa in un decadimento radioattivo

Il nucleo di ^{216}Po è instabile e presenta radioattività (Capitolo 30, Vol. 2). Il nucleo decade in ^{212}Pb emettendo una particella alfa, che è un nucleo di elio, ^4He . I valori per le masse sono $m_i = m(^{216}\text{Po}) = 216.001\ 915 \text{ u}$ e $m_f = m(^{212}\text{Pb}) + m(^4\text{He}) = 211.991\ 898 \text{ u} + 4.002\ 603 \text{ u}$. L'unità u è una *unità di massa atomica*, dove $1 \text{ u} = 1.660 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

(A) Trovare la variazione di massa del sistema in questo decadimento.

(B) Trovare l'energia associata a questa variazione di massa.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Relatività generale

Fino ad ora, abbiamo tralasciato un curioso rompicapo. La massa ha apparentemente due diverse proprietà: essa determina una forza di mutua attrazione gravitazionale fra due corpi (legge di gravitazione universale di Newton) e rappresenta pure la resistenza di un singolo corpo ad essere accelerato (seconda legge di Newton), indipendentemente dal tipo di forza che produce l'accelerazione. Come può un'unica grandezza avere due proprietà così diverse? A questa domanda, che ha sconcertato

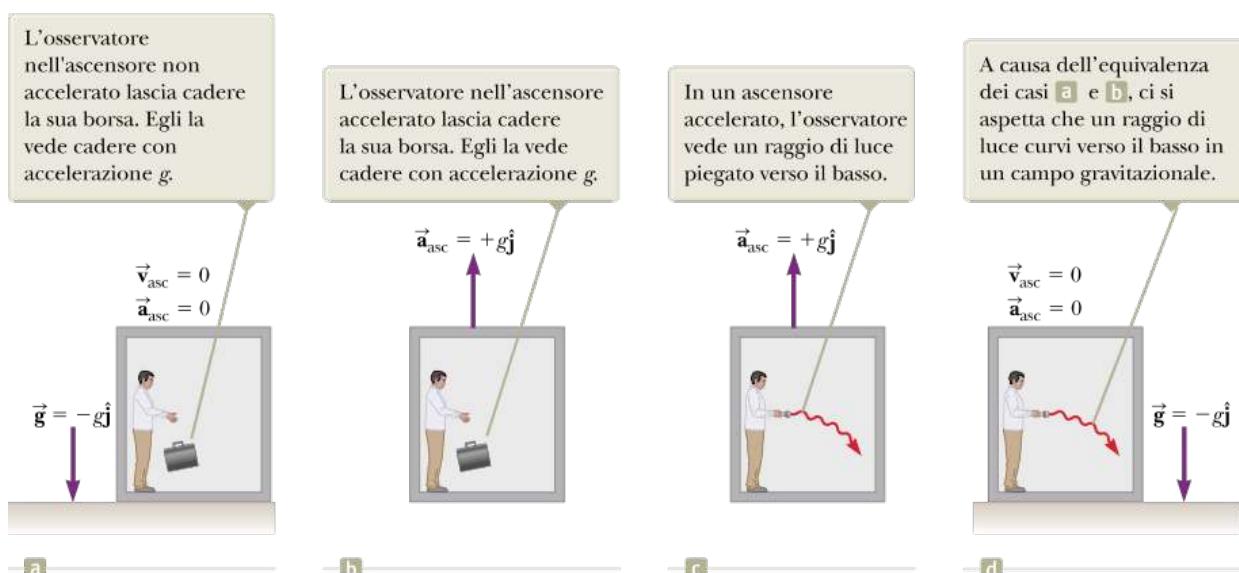


FIGURA 9.13 (a) L'osservatore è fermo in un ascensore in un campo gravitazionale uniforme $\vec{g} = -g\hat{j}$, diretto verso il basso. (b) L'osservatore si trova in una regione dove la gravità è trascurabile ma l'ascensore si muove verso l'alto con accelerazione $\vec{a}_{asc} = +g\hat{j}$. Secondo Einstein, i sistemi di riferimento nelle parti (a) e (b) sono del tutto equivalenti. Nessun esperimento locale può distinguere alcuna differenza fra i due sistemi di riferimento. (c) Un osservatore osserva un raggio di luce in un ascensore che sta accelerando. (d) La predizione di Einstein riguardo al comportamento di un raggio di luce in un campo gravitazionale.

Newton e molti altri fisici negli anni successivi, ha risposto Einstein con la pubblicazione nel 1916 della sua teoria della gravitazione, conosciuta come *relatività generale*. Questa è una teoria matematicamente complessa; si darà, perciò, soltanto un cenno della sua eleganza e profondità.

Dal punto di vista di Einstein, il doppio comportamento della massa era la prova di una connessione molto stretta e fondamentale tra i due comportamenti. Egli fece notare che nessun esperimento meccanico (come lasciar cadere una massa) potrebbe consentire una distinzione tra le due situazioni illustrate nelle Figure 9.13a e 9.13b. Nella Figura 9.13a, un uomo rimane fermo in un ascensore sulla superficie di un pianeta, accorgendosi di premere sul pavimento, a causa della forza di gravità. Se lascia andare la sua valigetta, egli osserva che questa si muove verso il pavimento con accelerazione $\vec{g} = -g\hat{j}$. Nella Figura 9.13b, l'uomo che si trova in un ascensore nello spazio vuoto è accelerato verso l'alto con $\vec{a}_{asc} = +g\hat{j}$, e sente di premere sul pavimento con la stessa forza avvertita nella Figura 9.13a. Se lascia andare la sua valigetta, egli osserva che questa si muove verso il pavimento con accelerazione g , proprio come nella precedente situazione. In ciascun caso, un corpo lasciato dall'osservatore subisce una accelerazione verso il basso di modulo g relativamente al pavimento. In Figura 9.13a, l'uomo è fermo in un sistema di riferimento inerziale in un campo di gravità dovuto al pianeta. (Un campo di gravità esiste attorno ad ogni corpo dotato di massa, come un pianeta. Definiremo formalmente il campo di gravità nel Capitolo 11). Nella Figura 9.13b, l'uomo è in un sistema non inerziale accelerato nello spazio privo di gravità. Einstein affermò che queste due situazioni sono totalmente equivalenti.

Einstein spinse ulteriormente avanti questa idea per proporre che *nessun* esperimento, meccanico o di altro genere, può consentire di distinguere tra i due casi. Questa estensione che include tutti i fenomeni (non soltanto quelli meccanici) ha interessanti conseguenze. Per esempio, supponiamo che un impulso luminoso sia spedito orizzontalmente attraverso la cabina come in Figura 9.13c, in cui l'ascensore è accelerato verso l'alto nello spazio vuoto. Dal punto di vista di un osservatore in un sistema di riferimento inerziale esterno

all'ascensore, la luce viaggia in linea retta mentre il pavimento dell'ascensore accelera verso l'alto. Secondo l'osservatore sull'ascensore, tuttavia, la traiettoria dell'impulso di luce piega verso il basso quando il pavimento dell'ascensore (e dell'osservatore) accelera verso l'alto. Quindi, basandosi sull'uguaglianza delle parti (a) e (b) della figura per tutti i fenomeni, Einstein propose che un fascio di luce dovrebbe essere deviato verso il basso da un campo gravitazionale, come in Figura 9.13d.

I due postulati della **teoria della relatività generale** di Einstein sono i seguenti:

I POSTULATI DELLA RELATIVITÀ GENERALE

- Tutte le leggi della natura hanno la stessa forma per osservatori in qualunque sistema di riferimento, accelerato o no.
- Nelle vicinanze di ogni punto, un campo gravitazionale è equivalente a un sistema di riferimento accelerato in assenza di effetti gravitazionali. (Questo postulato è noto come il **principio di equivalenza**).

Un effetto interessante previsto dalla relatività generale è che il passare del tempo viene alterato dalla gravità. Un orologio in presenza della gravità marcia più lentamente di uno posto dove la gravità è trascurabile. Conseguentemente, le frequenze delle radiazioni emesse dagli atomi in presenza di un forte campo gravitazionale sono spostate verso valori più bassi se confrontate con le stesse emissioni in un campo debole. Questo spostamento gravitazionale è stato rilevato nella luce emessa dagli atomi di stelle di grande massa. Questo è stato verificato anche sulla Terra confrontando le frequenze delle radiazioni emesse da ioni raffreddati da laser posti a una differenza di quota di meno di 1 m.

Il secondo postulato suggerisce che un campo gravitazionale può essere "eliminato" in ogni punto se si sceglie un sistema di riferimento opportunamente accelerato, come quello in caduta libera. Einstein sviluppò un metodo ingegnoso per descrivere l'esatto valore di accelerazione necessario per far "sparire" il campo gravitazionale. Egli definì una certa grandezza, la *curvatura dello spazio-tempo*, la quale descrive l'effetto gravitazionale di una massa. Infatti, la curvatura dello spazio-tempo sostituisce totalmente la teoria della gravitazione universale di Newton. Secondo Einstein la forza gravitazionale non esiste. La presenza di una massa causa piuttosto una curvatura dello spazio-tempo in prossimità della massa, e questa curvatura determina il cammino nello spazio-tempo, che tutti i corpi che si muovono liberamente devono seguire.

Una prova importante della relatività generale è la previsione che un raggio di luce che passi vicino al Sole dovrebbe essere deflesso di un certo angolo. Questa previsione fu confermata dagli astronomi quando si poté misurare la curvatura della luce stellare durante una eclissi totale di Sole subito dopo la prima guerra mondiale (Fig. 9.14).

Come esempio degli effetti della curvatura dello spazio-tempo, immaginiamo due viaggiatori che si muovono su traiettorie parallele distanti qualche metro sulla superficie terrestre e che mantengano una esatta direzione verso nord lungo due meridiani. Quando essi si osservano vicini all'equatore, affermano che le loro traiettorie sono esattamente parallele. Quando si avvicinano al polo Nord, tuttavia, essi notano che stanno viaggiando a una distanza minore, e che realmente si incontreranno al polo Nord. Quindi, essi affermeranno che si sono mossi lungo traiettorie parallele, ma avvicinandosi reciprocamente, *come se ci fosse stata una forza attrattiva fra essi*. Essi arriveranno a questa conclusione in base alla loro esperienza quotidiana riguardo al muoversi su superfici piane. Dalla nostra rappresentazione mentale, tuttavia, deduciamo che essi si muovono su una superficie curva e, piuttosto che una forza attrattiva, è la geometria della superficie curva che causa la loro convergenza. In modo analogo, la relatività generale sostituisce la nozione di forza con il moto di corpi nello spazio-tempo curvo.

Se la concentrazione di massa diventa molto grande, così come si crede che avvenga quando una grande stella, avendo esaurito il suo combustibile nucleare, collassa in un volume piccolissimo, si può formare un **buco nero**. In questo caso la curvatura dello spazio-tempo è così grande che, entro una certa distanza dal centro del buco nero, tutta la materia e la luce restano intrappolate. Diremo di più sui buchi neri nel Capitolo 11.

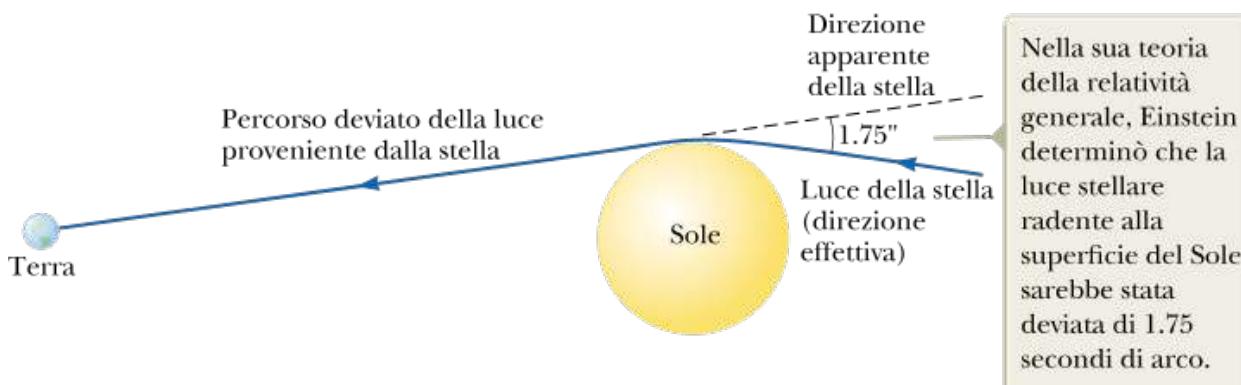


FIGURA 9.14 Deflessione della luce di una stella che passa vicino al Sole. A causa di questo effetto, il Sole, o altro oggetto, può agire come una lente gravitazionale.

FISICA RAGIONATA 9.2

Gli orologi atomici sono molto accurati: infatti, un errore tipico di tali orologi è di 1 s su 3 milioni di anni. Questo errore si può descrivere come circa 1 parte su 10^{14} . D'altra parte, l'orologio atomico di Boulder, Colorado, spesso è in anticipo di 15 ns rispetto a quello di Washington dopo solo un giorno. Questo è un errore di circa 1 parte su 6×10^{12} , che è circa 17 volte maggiore dell'errore precedentemente espresso. Se gli orologi atomici sono così accurati, perché un orologio a Boulder non rimane sincrono con uno a Washington? (*Suggerimento:* Denver, vicino Boulder, è nota come la “città alta un miglio”).

Ragionamento Secondo la teoria della relatività generale, il trascorrere del tempo dipende dalla gravità: il tempo scorre più lentamente in un forte campo gravitazionale. Washington si trova a una quota molto vicina al livello del mare, mentre Boulder è circa 1 miglio più elevata. Ciò corrisponde a un campo gravitazionale minore a Boulder rispetto a Washington. Di conseguenza, il tempo scorre più rapidamente a Boulder che a Washington.

Collegamento al contesto: da Marte alle stelle

In questo capitolo, abbiamo discusso gli strani effetti del viaggiare ad alte velocità. Abbiamo bisogno di tener conto di questi effetti nella nostra pianificazione della missione verso Marte?

Per rispondere a questa domanda, consideriamo la tipica velocità di un'astronave necessaria a viaggiare dalla Terra a Marte. Questa velocità è dell'ordine di 10^4 m/s. Calcoliamo γ per questa velocità:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(10^4 \text{ m/s})^2}{(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})^2}}} = 1.000\,000\,000.6$$

dove abbiamo totalmente trascurato le regole per le cifre significative, cosicché possiamo trovare le prime cifre diverse da zero a destra dei decimali!

È chiaro da questo risultato che le considerazioni relativistiche non sono importanti per il nostro viaggio verso Marte. Ma quanto lo sarebbero per un viaggio nello spazio profondo? Supponiamo di voler viaggiare verso un'altra stella. Questa distanza è diversi ordini di grandezza maggiore. La stella più vicina si trova a circa 4.2 anni luce dalla Terra. In confronto, Marte si trova a 4.0×10^{-5} anni luce nella sua posizione più lontana dalla Terra. Quindi, stiamo parlando di una distanza dalla stella più vicina che è cinque ordini di grandezza maggiore della distanza da Marte. Sarebbe necessario un tempo di viaggio lunghissimo per raggiungere anche la stella più vicina. Alla velocità di fuga dal Sole, per esempio, assumendo che questa velocità venga mantenuta durante l'intero percorso, il tempo di viaggio sarebbe di 30 000 anni per la stella più vicina. Ciò è chiaramente proibitivo, specialmente se volessimo che le persone che hanno lasciato la Terra fossero le stesse ad arrivare sulla stella!

Possiamo usare il principio di relatività per ridurre questo tempo viaggiando a velocità molto elevata. Supponiamo che la nostra astronave viaggi a una velocità costante di $0.99c$. La durata del viaggio misurata da un osservatore sulla Terra è quindi

$$\Delta t = \frac{L_p}{u} = \frac{4.2 \text{ a.l.}}{0.99(1.0 \text{ a.l./anni})} = 4.2 \text{ anni}$$

dove la distanza fra la Terra e la stella di arrivo è la lunghezza propria L_p .

Poiché gli occupanti dell'astronave vedono in moto sia la Terra che la stella, essi misureranno una distanza fra di loro inferiore rispetto a quella misurata dagli osservatori sulla Terra. Possiamo usare la contrazione delle lunghezze per calcolare la distanza fra la Terra e la stella misurata dagli occupanti dell'astronave:

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = L_p \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = (4.2 \text{ a.l.}) \sqrt{1 - \frac{(0.99c)^2}{c^2}} = 0.59 \text{ anni luce}$$

Il tempo necessario per raggiungere la stella è adesso:

$$\Delta t = \frac{L}{u} = \frac{0.59 \text{ a.l.}}{0.99(1.0 \text{ a.l./anni})} = 0.60 \text{ anni}$$

che è chiaramente una riduzione della durata del viaggio rispetto a quello a bassa velocità! Vi sono, tuttavia, tre grandi problemi in questo scenario. Il primo è la sfida tecnologica nel progettare e costruire un'astronave e mettere insieme dei motori a razzo che possano raggiungere la velocità di $0.99c$. Il secondo è il progetto di un sistema di sicurezza che avvisi per tempo dell'arrivo di asteroidi, meteoriti o altre piccole parti di materia mentre si viaggia quasi alla velocità della luce attraverso lo spazio. Anche un piccolissimo pezzo di roccia

potrebbe essere disastroso se urtato a $0.99c$. Il terzo problema è correlato al paradosso dei gemelli discusso precedentemente in questo capitolo. Durante il viaggio verso la stella, sulla Terra passeranno 4.2 anni. Se i viaggiatori ritornassero sulla Terra, passerebbero altri 4.2 anni. Dunque, i viaggiatori sarebbero invecchiati solo di $2(0.6 \text{ anni}) = 1.2 \text{ anni}$, ma sulla Terra sarebbero passati 8.4 anni. Per stelle ancora più lontane della stella più vicina, questi effetti potrebbero portare alla circostanza che le persone che hanno assistito alla partenza dalla Terra non sarebbero più in vita quando i viaggiatori dovessero ritornare. In conclusione, vediamo che viaggiare verso le stelle sarà una sfida enorme!

LIMITI UMANI ALL'ACCELERAZIONE TOLLERABILE

C'è anche una considerazione di carattere biologico associata alla prospettiva di viaggiare verso una stella alla velocità di $0.99c$. Il raggiungimento di tale velocità richiede una grande accelerazione perché l'intervallo di tempo per raggiungere $0.99c$ sia breve in confronto all'intervallo di tempo in cui viene mantenuta tale velocità. Esistono tuttavia dei limiti alle accelerazioni che il corpo umano può sopportare. Dal risultato del Problema 41 nel Capitolo 2, un ufficiale dell'Air Force ha provato accelerazioni di $20g$ per tempi molto brevi durante la fase di frenata del suo razzo. In altri esperimenti egli è riuscito a sopportare brevi accelerazioni fino a $46g$. Nel viaggio spaziale da noi proposto, gli occupanti dell'astronave dovrebbero sopportare grandi accelerazioni *prolongate*.

Se gli occupanti dell'astronave hanno la loro testa rivolta nel verso dell'accelerazione, il sangue verrà spinto in basso verso i loro piedi, proprio come se si trovassero in un campo gravitazionale aumentato. Ciò può causare perdita di coscienza anche per accelerazioni di $5g$. Se gli occupanti dell'astronave viaggiano con i piedi nel verso dell'accelerazione, i limiti sono addirittura più bassi. Accelerazioni nell'intervallo da $2g$ a $3g$ possono far affluire il sangue alla testa e causare rottura dei capillari negli occhi.

Grandi accelerazioni possono causare gravi sintomi, inclusa la morte, se l'accelerazione è maggiore di $10g$. I piloti usano tute particolari e hanno imparato tecniche muscolari che permettono di sopportare accelerazioni fino a $9g$. Ulteriori miglioramenti tecnologici saranno necessari, comunque, perché i viaggiatori spaziali siano protetti per sopportare le accelerazioni necessarie per raggiungere $0.99c$.

SOMMARIO |

I due postulati base della **relatività ristretta** sono:

- Tutte le leggi della Fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.
- La velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i riferimenti inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore o della sorgente di luce.

Tre conseguenze della relatività ristretta sono:

- Eventi che sono simultanei per un osservatore possono non essere simultanei per un altro osservatore in moto rispetto al primo.
- Gli orologi in moto rispetto ad un osservatore sono rallentati di un fattore γ . Questo fenomeno è noto come **dilatazione del tempo**.
- Le lunghezze dei corpi in moto risultano contratte nella direzione del moto. Questo fenomeno è noto come **contrazione della lunghezza**.

Per soddisfare i postulati della relatività ristretta le trasformazioni galileiane devono essere sostituite dalle **trasformazioni di Lorentz**:

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

9.8◀

$$v_{c_2}^x \text{ dove } \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}.$$

La forma relativistica della **trasformazione della velocità** è

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad 9.11◀$$

dove u_x è la velocità di un corpo misurata nel riferimento S e u'_x è quella misurata nel riferimento S' .

L'espressione relativistica della quantità di moto di una particella che si muove con velocità \vec{u} è

$$\vec{p} \equiv \frac{m\vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma m\vec{u} \quad 9.14, 9.15◀$$

L'espressione relativistica per l'energia cinetica di una particella è

$$K = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2 \quad 9.18◀$$

dove $E_R = mc^2$ è l'**energia a riposo** della particella.

L'**energia totale** E di una particella è data dall'espressione

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad 9.21◀$$

L'energia totale di una particella è la somma della sua energia a riposo e della sua energia cinetica: $E = E_R + K$.

La quantità di moto relativistica è legata all'energia totale dall'equazione

$$E^2 = p^2c^2 + (mc^2)^2$$

9.22◀

La **teoria della relatività generale** afferma che nessun esperimento può distinguere tra un campo gravitazionale e un sistema di riferimento accelerato. Essa prevede correttamente che la traiettoria della luce sia influenzata da un campo gravitazionale.

QUESITI

1. (i) Esiste un limite superiore per la velocità di un elettrone? (a) sì, la velocità della luce (b) sì, con un altro valore (c) no. (ii) Esiste un limite superiore per il modulo della quantità di moto di un elettrone? (a) sì, $m_e c$ (b) sì, con un altro valore (c) no. (iii) Esiste un limite superiore per l'energia cinetica di un elettrone? (a) sì, $m_e c^2$ (b) sì, $\frac{1}{2} m_e c^2$ (c) sì, con un altro valore (d) no

2. Il volume di un cubo fermo risulta essere V_0 . Lo stesso volume viene misurato mentre si muove in una direzione parallela ad uno degli spigoli del cubo. La velocità del cubo è $0.980c$ e così $\gamma \approx 5$. A quali di questi valori risulta più vicino il volume misurato (a) $V_0/25$ (b) $V_0/5$ (c) V_0 (d) $5V_0$ (e) $25 V_0$?

3. Quali delle seguenti affermazioni sono postulati fondamentali della teoria speciale della relatività? Più di una affermazione può essere corretta. (a) La luce si muove attraverso una sostanza chiamata etere. (b) La velocità della luce dipende dal sistema di riferimento inerziale in cui viene misurata. (c) Le leggi della fisica dipendono dal sistema di riferimento inerziale in cui vengono usate. (d) Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali. (e) La velocità della luce è indipendente dal sistema di riferimento inerziale in cui è misurata.

4. Un'astronave sfreccia oltre la Terra a velocità costante. Un osservatore sulla Terra trova che un orologio sull'astronave marcia ad un terzo della velocità di un identico orologio sulla Terra. Cosa misura un osservatore sull'astronave riguardo alla velocità di marcia dell'orologio sulla Terra? (a) Esso marcia ad una velocità maggiore di tre volte rispetto al suo orologio. (b) Marca ad una velocità pari a tre volte quella del suo orologio. (c) Esso marcia alla stessa velocità del suo orologio. (d) Marca ad un terzo della velocità del suo orologio. (e) Marca a meno di un terzo della velocità del suo orologio.

5. Mentre un'automobile viaggia su un'autostrada ad una velocità v rispetto ad un osservatore fisso sulla terra, quale delle seguenti affermazioni sono vere circa la velocità misurata del raggio di luce dai fari dell'automobile? Più di un'affermazione può essere corretta. (a) L'osservatore fisso a terra misura una velocità della luce pari a $c + v$. (b) Il guidatore dell'auto misura una velocità della luce pari a c . (c) L'osservatore fisso rispetto alla terra misura una velocità della luce pari a c . (d) Il guidatore misura la velocità della luce pari a $c - v$. (e) L'osservatore fisso a terra misura la velocità della luce pari a $c - v$.

6. Le tre particelle seguenti hanno tutte la stessa energia totale E : (a) un fotone, (b) un protone, e (c) un elettrone. Elenca i moduli delle quantità di moto delle particelle dal maggiore al minore.

7. Un astronauta sta viaggiando su un'astronave nello spazio aperto in una direzione rettilinea a velocità costante di $0.500c$. Quale di questi effetti può sperimentare? (a) Sentirsi più pesante. (b) Provare maggiore difficoltà a respirare. (c) Avere una variazione della frequenza cardiaca. (d) Alcune delle dimensioni della sua astronave diventano più corte. (e) Nessuna di queste risposte è corretta.

8. Un'astronave costruita a forma di sfera incrocia un osservatore sulla terra con una velocità di $0.500c$. Quale forma vede l'osservatore per l'astronave mentre viaggia? (a) una sfera (b) la forma di un sigaro, allungato lungo la direzione di moto (c) la forma di un cuscino tondo, schiacciato lungo la direzione di moto (d) una forma conica, che punta nella direzione di moto.

9. Due orologi identici sono posti uno accanto all'altro e vengono sincronizzati. Uno rimane sulla Terra. L'altro viene messo in un'orbita intorno alla Terra in rapido movimento verso est. (i) Misurato da un osservatore sulla Terra, l'orologio orbitante (a) marcia più rapidamente dell'orologio rimasto a Terra, (b) marcia alla stessa velocità, o (c) marcia più lentamente? (ii) L'orologio orbitante torna nella sua locazione originaria e viene portato a riposo rispetto all'orologio rimasto a Terra. Cosa succede in seguito a ciò? (a) La sua ora è sempre più in ritardo rispetto a quella indicata dall'orologio rimasto sulla Terra. (b) Ritarda rispetto all'orologio rimasto sulla Terra di una quantità costante. (c) È in sincronia con l'orologio rimasto sulla Terra. (d) Va avanti rispetto all'orologio terrestre di una quantità costante. (e) Va sempre più avanti rispetto all'orologio terrestre.

10. Un oggetto astronomico lontano (un quasar) si allontana da noi alla metà della velocità della luce. Qual è la velocità della luce che riceviamo da questo quasar? (a) maggiore di c (b) c (c) fra $c/2$ e c (d) $c/2$ (e) fra 0 e $c/2$

DOMANDE CONCETTUALI

1. Dai una motivazione fisica che dimostri come sia impossibile accelerare un oggetto di massa m fino a raggiungere la velocità della luce, anche con una forza continua che agisca su di esso.

2. Spiega perché, quando si definisce la lunghezza di una sbarra, è necessario specificare che le posizioni delle estremità della sbarra devono essere misurate simultaneamente.

3. In cosa differisce la relatività generale da quella ristretta per quanto riguarda i sistemi di riferimento?

4. (a) "La meccanica newtoniana descrive correttamente i corpi in moto a velocità ordinarie e la meccanica relativistica descrive correttamente i corpi che si muovono molto rapidamente". (b) "La meccanica relativistica deve fare una graduale transizione per ridursi alla meccanica newtoniana quando la velocità di un corpo diventa piccola rispetto a quella della luce". Discuti a favore o contro ciascuno di questi due argomenti.

5. Si dice che Einstein, ancora adolescente, facesse la domanda: "Cosa vedrei in uno specchio se lo tenessi in mano e correvo ad una velocità vicina alla velocità della luce?" Cosa rispondereste a tale domanda?

6. Elenca tre modi in cui la nostra vita quotidiana cambierebbe se la velocità della luce fosse soltanto 50 m/s.

7. Due orologi identici si trovano nella stessa casa, uno al piano di sopra in una camera da letto e l'altro al piano inferiore in cucina. Quale orologio va più lentamente? Spiega.

8. Una particella si muove ad una velocità minore di $c/2$. Se la velocità della particella raddoppia, cosa succede alla sua quantità di moto?

9. Un treno si sta avvicinando a te a velocità molto alta mentre ti trovi vicino ai binari. Proprio mentre un osservatore sul treno ti passa vicino, iniziate entrambi a far suonare la stessa versione registrata di una sinfonia di Beethoven su due identici lettori MP3. (a) Secondo te quale lettore MP3 finisce la sinfonia per primo? (b) Secondo l'osservatore sul treno, quale lettore MP3 finisce la sinfonia per primo? (c) Quale lettore MP3 finisce effettivamente la sinfonia per primo?

10. (i) Un oggetto viene posto ad una distanza $p > f$ da uno specchio concavo come è mostrato nella Figura DC9.10a, dove f è la distanza focale dello specchio. In tale situazione, si forma un'immagine a distanza q dalla specchio, come verrà discusso nel Capitolo 26. Le distanze sono legate dall'equazione degli specchi:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

In un intervallo di tempo finito l'oggetto viene spostato verso destra fino a raggiungere il punto focale F dello specchio. Dimostrare che l'immagine dell'oggetto si muove con una velocità maggiore della velocità della luce. **(ii)** Un puntatore laser è sospeso in un piano orizzontale e posto in rapida rotazione come mostrato nella Figura DC9.10b. Dimostrare che lo spot di luce che esso forma su uno schermo lontano può muoversi sullo schermo con una velocità maggiore della velocità della luce. (Nel caso volessi fare questo esperimento, assicurati che la luce diretta del laser non possa colpire gli occhi di una persona.) **(iii)** Discuti del fatto che gli esperimenti descritti in (i) e (ii) non violano il principio per cui nessun oggetto, energia o informazione possono muoversi più rapidamente della velocità della luce nel vuoto.

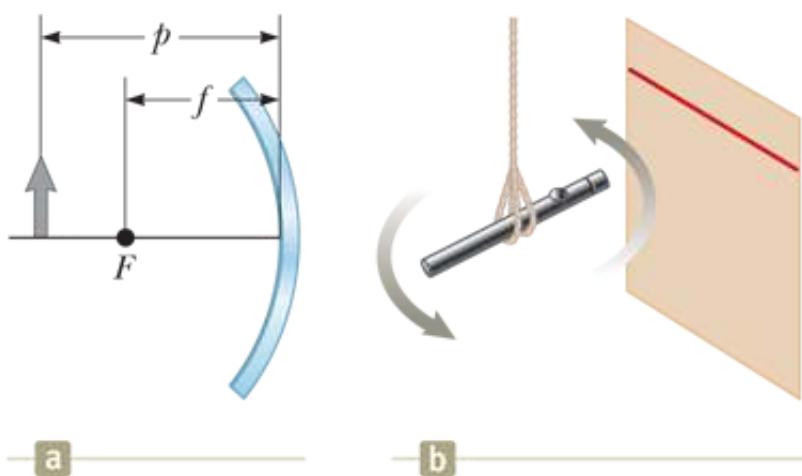


FIGURA DC9.10

- 11.** La velocità della luce nell'acqua è 230 Mm/s. Supponi che un elettrone si muova nell'acqua alla velocità di 250 Mm/s. Può ciò essere considerato una violazione del principio di relatività? Spiega.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 9.1 Il principio di relatività galileiana

1. Nel sistema di riferimento del laboratorio, un osservatore trova che la seconda legge di Newton è valida. Si assume di misurare uguali forze e masse in qualunque sistema di riferimento per velocità piccole rispetto alla velocità della luce. (a) Dimostrare che la seconda legge di Newton è valida anche per un osservatore che si muove con velocità costante, piccola paragonata a quella della luce, rispetto al sistema di riferimento del laboratorio. (b) Dimostrare che la seconda legge di Newton *non* è valida in un sistema di riferimento che si muove rispetto al sistema di laboratorio con accelerazione costante.

2. Un'automobile di 2 000 kg in moto con una velocità di 20.0 m/s urta e resta incastrata in un'auto di 1 500 kg ferma a un segnale di stop. Dimostrare che la quantità di moto si conserva in un sistema di riferimento che si muove con una velocità costante di 10.0 m/s nella direzione dell'auto in movimento.

Paragrafo 9.2 L'esperimento di Michelson-Morley

Paragrafo 9.3 Il principio di relatività di Einstein

Paragrafo 9.4 Conseguenze della relatività ristretta

Nota: il Problema 38 del Capitolo 3 può essere abbinato a questo paragrafo.

3. Un astronomo sulla Terra osserva un meteoroide nel cielo australe che si avvicina alla Terra alla velocità di 0.800c. Al momento della scoperta il meteoroide dista 20.0 anni luce dalla Terra. Calcolare (a) il tempo necessario al meteoroide per raggiungere la Terra misurato dall'astronomo terrestre, (b) questo intervallo di tempo misurato da un turista sul meteoroide, e (c) la distanza dalla Terra misurata dal turista.

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. Una sonda spaziale interstellare è lanciata dalla Terra. Dopo un breve periodo di accelerazione, essa si muove con velocità costante pari al 70.0% della velocità della luce. Le sue batterie a energia nucleare forniscono l'energia per mantenere costantemente in funzione la sua trasmittente dati. Le batterie hanno un tempo di funzionamento di 15.0 anni misurato su un sistema di riferimento fermo. (a) Quanto tempo durano le batterie della sonda spaziale secondo le misure della

Sala di Controllo sulla Terra? (b) Quanto dista la sonda dalla Terra quando si esauriscono le batterie, secondo le misure della Sala di Controllo? (c) Quanto dista la sonda dalla Terra secondo le misure dell'odometro a bordo della sonda? (d) Per quanto tempo dopo il lancio i dati della sonda saranno ricevuti dalla Sala di Controllo? Da notare che le onde radio viaggiano alla velocità della luce e riempiono lo spazio fra la sonda e la Terra al momento dell'esaurimento delle batterie.

5. Un amico ti supera con un'astronave che viaggia ad alta velocità. Egli ti dice che la sua astronave è lunga 20.0 m e che l'astronave identica nella quale tu ti trovi è lunga 19.0 m. Secondo le tue osservazioni, (a) quanto è lunga la tua astronave, (b) quanto è lunga l'astronave dell'amico, (c) qual è la velocità dell'astronave dell'amico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Per quale valore di v si ha $\gamma = 1.010$? Osserva che per velocità più basse di questo valore, la dilatazione del tempo e la contrazione delle lunghezze sono effetti che ammontano a meno dell'1%.

7. Con quale velocità deve muoversi un metro perché la sua lunghezza si riduca a 0.500 m?

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Un muone prodotto nell'alta atmosfera terrestre viaggia, per un osservatore terrestre, a velocità $v = 0.990c$ per 4.60 km prima di decadere in un elettrone, un neutrino ed un antineutrino ($\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$). (a) Quanto vive il muone nel proprio sistema di riferimento? (b) Quanto cammino compie la Terra, misurato nel sistema di riferimento del muone?

9. Un orologio atomico si muove a 1 000 km/h per 1.00 h misurata da un orologio identico sulla Terra. Di quanti nanosecondi ritarderà l'orologio in movimento rispetto a quello sulla Terra alla fine dell'intervallo di un'ora?

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. I gemelli identici Pieveloce e Valentino partecipano a una migrazione dalla Terra al Pianeta X. Questo è 20.0 a.l. distante in un riferimento in cui i due pianeti sono fermi. I gemelli, della stessa età, partono allo stesso istante su veicoli differenti. La nave di Pieveloce viaggia a velocità costante di 0.950c e quella di Valentino viaggia a 0.750c a) Calcolare la differenza di età fra i gemelli dopo che l'astronave di Valentino è atterrata sul Pianeta X. (b) Quale gemello è il più vecchio?

11. Un'astronave di lunghezza propria 300 m passa vicino ad un osservatore sulla Terra. Secondo questo osservatore, l'astronave impiega $0.750 \mu s$ per oltrepassare un punto fisso. Determinare la velocità dell'astronave misurata dall'osservatore terrestre.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Un'astronave di lunghezza propria L_p passa davanti a un osservatore terrestre. Secondo tale osservatore l'astronave impiega l'intervallo di tempo Δt per oltrepassare un punto fisso. Determinare la velocità dell'oggetto misurata dall'osservatore sulla Terra.

13. Con quale velocità deve muoversi un orologio per andare ad un ritmo uguale alla metà di quello di un orologio fermo rispetto ad un osservatore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. BIO Un astronauta viaggia su un veicolo spaziale che ha una velocità $0.500c$ relativa alla Terra. L'astronauta misura al suo polso una frequenza di 75.0 battiti/m. I segnali generati dal polso dell'astronauta sono radiotrasmessi alla Terra quando il veicolo si muove perpendicolarmente alla linea che unisce il veicolo con un osservatore sulla Terra. (a) Quale frequenza al polso misura l'osservatore sulla Terra? Quale sarebbe la frequenza al polso se il veicolo viaggiasse ad una velocità $0.990c$?

15. Viene osservato che un'asta in movimento ha una lunghezza $\ell = 20$ m ed è orientata ad un angolo $\theta = 30.0^\circ$ rispetto alla direzione del moto, come è mostrato nella Figura P9.15. L'asta ha una velocità di $0.995c$. (a) Qual è la lunghezza propria dell'asta? (b) Qual è l'angolo di cui è orientata nel riferimento proprio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

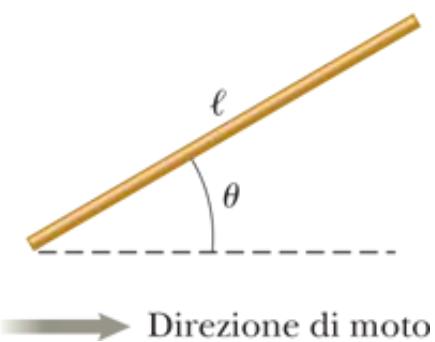


FIGURA P9.15

Paragrafo 9.5 Le trasformazioni di Lorentz

16. Un osservatore nel sistema di riferimento S misura due eventi come simultanei. L'evento A avviene nel punto $(50.0 \text{ m}, 0, 0)$ nell'istante $9 : 00 : 00$ del Tempo Universale il 15 Gennaio 2010. L'evento B avviene nel punto $(150 \text{ m}, 0, 0)$ nello stesso istante. Un secondo osservatore, che passa vicino con una velocità di $0.800c$, osserva pure i due eventi. Nel suo sistema di riferimento S' , quale evento avviene prima e quanto tempo passa fra i due eventi?

17. Una luce rossa lampeggi nel punto $x_R = 3.00 \text{ m}$ al tempo $t_R = 1.00 \times 10^{-9} \text{ s}$, e una luce blu lampeggi in $x_B = 5.00 \text{ m}$ al tempo $t_B = 9.00 \times 10^{-9} \text{ s}$, tutti misurati nel sistema di riferimento S . Il sistema di riferimento S' si muove uniformemente verso destra e ha la sua origine nello stesso punto di S a $t = t' = 0$. In S' si osserva che ambedue i lampi avvengono nello stesso punto. (a) Trovare la velocità relativa fra S e S' . (b) Trovare la posizione dei due lampi nel riferimento S' . (c) In quale istante il lampo rosso avviene nel riferimento S' ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Susanna osserva due impulsi di luce emessi dalla stessa sorgente ma separati da un tempo di $3.00 \mu\text{s}$. Mark vede l'emissione degli stessi due impulsi separati da $9.00 \mu\text{s}$. (a) Quanto veloce si muove Mark rispetto a Susanna? (b) Secondo Mark qual è la separazione spaziale tra i due impulsi?

19. Un'astronave Klingon si allontana dalla Terra a una velocità $v = 0.800c$ (Fig. P9.19). L'astronave Enterprise l'insegue a una velocità $u = 0.900c$, relativa alla Terra. Osservatori sulla Terra misurano che l'Enterprise raggiunge la nave Klingon alla velocità relativa di $0.100c$. Con quale velocità l'Enterprise raggiunge la nave Klingon secondo il punto di vista dell'equipaggio dell'Enterprise?

VISUALIZZA SOLUZIONE

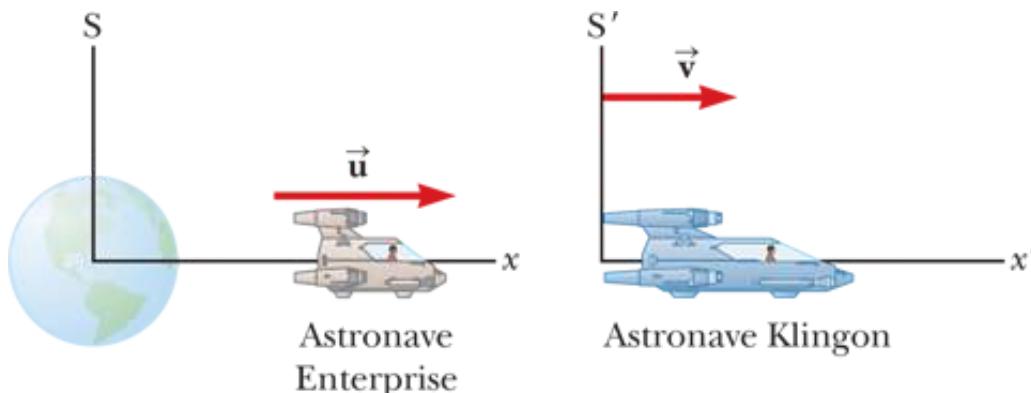
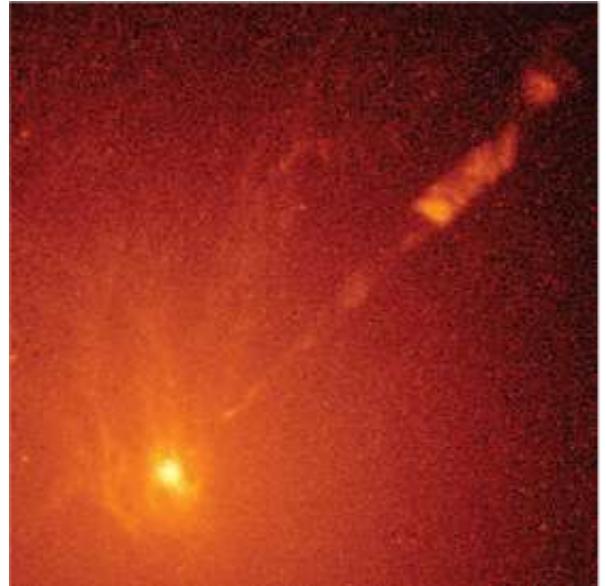


FIGURA P9.19

20. Un'astronave è lanciata dalla superficie della Terra con una velocità di $0.600c$ a un angolo di 50.0° al di sopra dell'asse orizzontale positivo delle x . Un'altra astronave si muove con una velocità di $0.700c$ nel verso negativo delle x . Determinare il modulo e il verso della velocità della prima astronave così come è misurata dal pilota della seconda astronave.

21. La Figura P9.21 mostra un getto di materia (nella parte in alto a destra) emesso dalla galassia M87 (nella parte in basso a sinistra). Si crede che tali getti siano la prova della presenza di buchi neri al centro della galassia. Supponiamo che due getti di materia dal centro della galassia siano emessi in direzioni opposte e che entrambi i getti si muovano alla velocità di $0.750c$ relativamente al centro della galassia. Si determini la velocità di uno dei getti rispetto all'altro.

VISUALIZZA SOLUZIONE



NASA/STScI

FIGURA P9.21

Paragrafo 9.6 Quantità di moto relativistica e forma relativistica delle leggi di Newton

22. Il limite di velocità su una certa strada è di 90.0 km/h. Supponiamo che le multe per eccesso di velocità siano proporzionali alla differenza fra la quantità di moto del veicolo e la quantità di moto che lo stesso veicolo avrebbe se viaggiasse alla velocità limite. La multa per guidare a 190 km/h (cioè 100 km/h al di sopra del limite di velocità) è 80.0 \$. A quanto ammonterebbe la multa se la velocità fosse (a) di 1 090 km/h? (b) di 1 000 000 090 km/h?

23. Una pallina da golf viaggia alla velocità di 90.0 m/s. Di quale frazione la sua quantità di moto relativistica p differisce dal valore classico mu ? Il che significa, trovare il rapporto $(p - mu)/mu$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Dimostrare che la velocità di un oggetto che ha quantità di moto p e massa m è

$$u = \frac{c}{\sqrt{1 + (mc/p)^2}}$$

25. Calcolare la quantità di moto di un elettrone che si muove con una velocità di (a) 0.0100c, (b) 0.500c, (c) 0.900c.

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. L'espressione non relativistica per la quantità di moto di una particella, $p = mu$, è in accordo con gli esperimenti quando $u \ll c$. Per quale velocità l'uso di questa formula dà un errore nella quantità di moto (a) dell'1.00% e (b) del 10.0%?

27. Una particella instabile ferma si disintegra spontaneamente in due frammenti di massa diversa. La massa di uno dei frammenti è 2.50×10^{-28} kg e quella dell'altro è 1.67×10^{-27} kg. Se il frammento più leggero dopo la disintegrazione ha una velocità di 0.893c, qual è la velocità del frammento più pesante?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 9.7 Energia relativistica

28. Un cubo di acciaio ha un volume di 1.00 cm³ e una massa di 8.00 g quando è fermo sulla Terra. Se ora a questo cubo è impressa una velocità $u = 0.900c$, qual è la sua densità misurata da un osservatore stazionario? Si noti che la densità relativistica è definita come E_R/c^2V .

29. Un elettrone ha un'energia cinetica cinque volte maggiore della sua energia a riposo. Trovare (a) la sua energia totale e (b) la sua velocità.

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. Una particella instabile di massa 3.34×10^{-27} kg è inizialmente ferma. La particella decade in due frammenti che volano via lungo l'asse x con componenti di velocità $u = 0.987c$ e $u_2 = -0.868c$. Da queste informazioni si vogliono determinare le masse dei frammenti 1 e 2. (a) Il sistema iniziale della particella instabile, che diventa il sistema dei due frammenti, è isolato o non isolato? (b) Sulla base della risposta alla parte (a), quale coppia di modelli di analisi è appropriata per questa situazione? (c) Determinare i valori di γ per i due frammenti dopo il decadimento. (d) Usando uno dei modelli di analisi nella parte (b), trovare una seconda relazione fra le masse m_1 e m_2 . (f) Determinare m_1 e m_2 dalle due relazioni trovate nelle parti (d) e (e).

31. Determinare l'energia necessaria per accelerare un elettrone da (a) 0.500c a 0.900c e (b) da 0.900c a 0.990c.

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Dimostrare che, per un oggetto che si muove a meno di un decimo della velocità della luce, l'energia cinetica relativistica si accorda con il risultato dell'equazione classica $K = \frac{1}{2} mu^2$ entro l'1%. Quindi, per la maggior parte dei casi, l'equazione classica è sufficientemente attendibile per descrivere questi oggetti.

33. L'energia a riposo di un elettrone è 0.511 MeV. L'energia a riposo di un protone è 938 MeV. Assumere che entrambe le particelle abbiano un'energia cinetica di 2.00 MeV. Trovare la velocità (a) dell'elettrone e (b) del protone. (c) Di quanto la velocità dell'elettrone è maggiore di quella del protone? (d) Ripetere il calcolo assumendo che entrambe le particelle abbiano un'energia cinetica di 2 000 MeV.

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. (a) Trovare l'energia cinetica di un'astronave di 78.0 kg lanciata fuori dal sistema solare con una velocità di 106 km/s usando l'equazione classica $K = \frac{1}{2} mu^2$. (b) **E se?** Calcolare la sua energia cinetica usando l'equazione relativistica. (c) Spiegare il risultato del confronto delle risposte delle parti (a) e (b).

35. Un protone si muove con la velocità di 0.950c. Calcolare la sua (a) energia a riposo, (b) energia totale e (c) la sua energia cinetica.

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Dimostrare che la relazione fra energia e quantità di moto dell'Equazione 9.22, $E^2 = p^2c^2 + (mc^2)^2$, è conseguenza delle espressioni $E = \gamma mc^2$ e $p = \gamma mu$.

37. Un protone in un acceleratore ad alta energia si muove alla velocità di $c/2$. Usare il teorema dell'energia cinetica per trovare il lavoro necessario per aumentare la sua velocità a (a) 0.750c e (b) 0.995c.

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. Un corpo di massa 900 kg che viaggia alla velocità di 0.850c urta con un corpo fermo di massa 1 400 kg. I due oggetti restano attaccati. Trovare (a) la velocità e (b) la massa dell'oggetto composto.

39. Un pione fermo ($m_\pi = 273 m_e$) decade in un muone ($m_\mu = 207 m_e$) e un antineutrino ($m_{\bar{\nu}} \approx 0$). La reazione si scrive $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$. Trovare (a) l'energia cinetica del muone e (b) l'energia dell'antineutrino in elettronvolt.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 9.8 Massa ed energia

40. Quando 1.00 g di idrogeno si combina con 8.00 g di ossigeno, si formano 9.00 g di acqua. Durante questa reazione chimica, viene liberata un'energia di 2.86×10^5 J. (a) La massa di acqua è più grande o più piccola della massa dei reagenti? (b) Qual è la differenza di massa? (c) Spiegare se è possibile rilevare la massa perduta?

41. La potenza emessa dal Sole è 3.85×10^{26} W. Di quanto diminuisce la massa del Sole ogni secondo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. In una centrale nucleare, le barre di combustibile durano 3 anni prima di essere sostituite. La centrale può trasformare energia ad un ritmo massimo di 1.00 GW. Supponendo che essa funzioni all'80.0% della sua capacità per 3.00 anni, qual è la perdita di massa del combustibile?

Paragrafo 9.9 Relatività generale

43. Problema di ricapitolazione. Un satellite terrestre usato nel Sistema di Posizionamento Globale (GPS) si muove in un'orbita circolare con periodo 11 h 58 min. (a) Determinare il raggio della sua orbita. (b) Determinare la sua velocità. (c) Il segnale GPS non militare viene trasmesso alla frequenza di 1 575.42 MHz nel sistema di riferimento del satellite. Quando è ricevuto sulla superficie della Terra da un ricevitore GPS (Fig. P9.43), qual è la variazione percentuale della frequenza del segnale dovuta alla dilatazione temporale, come descritta dalla relatività ristretta? (d) Lo "spostamento verso il blu" gravitazionale della frequenza secondo la relatività generale è un effetto separato. Si chiama "spostamento" verso il blu per indicare uno spostamento verso frequenze più grandi. La grandezza della variazione percentuale è data da

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta U_g}{mc^2}$$

dove ΔU_g è la variazione dell'energia potenziale gravitazionale di un sistema corpo-Terra quando il corpo di massa m si muove fra i due punti in cui il segnale è osservato. Calcolare questa variazione percentuale di frequenza dovuta alla variazione nella posizione del satellite dalla superficie della Terra alla sua posizione orbitale. (e) Qual è la variazione percentuale complessiva della frequenza dovuta sia alla dilatazione temporale che allo spostamento gravitazionale verso il blu?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)



© iStockphoto.com/Roberta Casaliggi

FIGURA P9.43

Paragrafo 9.10 Collegamento al contesto: da Marte alle stelle

44. Problema di ricapitolazione. Nel 1963, l'astronauta Gordon Cooper orbitò per ventidue volte intorno alla Terra. La stampa stabilì che per ogni orbita era invecchiato di 2 milionesimi di secondo meno di quanto lo sarebbe stato se fosse rimasto sulla Terra. (a) Assumendo che egli fosse a 160 km dalla Terra in un'orbita circolare, determinare la differenza nel tempo trascorso fra un osservatore sulla Terra e l'astronauta orbitante per le 22 orbite. Potete usare l'approssimazione

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} \approx 1 + \frac{x}{2}$$

per piccoli valori di x . (b) La stampa riportò informazioni accurate? Spiegare.

45. Un astronauta vuole visitare la galassia Andromeda, facendo un viaggio di andata che durerà 30.0 anni nel sistema di riferimento dell'astronave. Assumere che la galassia sia lontana 2.00×10^6 anni luce e la velocità dell'astronauta sia costante. (a) Rispetto alla Terra, a quale velocità deve viaggiare? (b) Quale sarà l'energia cinetica della sua astronave di 1 000 tonnellate? (c) Qual è il costo di

questa energia se viene acquistata al prezzo tipico per un consumatore di 0.110 \$/kWh?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

46. Una sbarra di lunghezza L_0 che si muove con velocità v lungo una direzione orizzontale, forma un angolo θ rispetto all'asse x' . (a) Dimostrare che la lunghezza della sbarra misurata da un osservatore stazionario è $L = L_0[1 - (v^2/c^2)\cos^2 \theta_0]^{1/2}$. (ob) Mostrare che l'angolo che la sbarra forma con l'asse x è dato da $\tan \theta = g \tan \theta_0$. Questi risultati mostrano che la sbarra è sia contratta che rotata. (Porre l'estremità bassa della sbarra nell'origine del sistema di coordinate con l'apice.)

47. Stelle di grande massa che terminano la loro vita in supernove producono i nuclei di tutti gli atomi della metà inferiore della tavola periodica tramite la fusione di nuclei più piccoli. Questo problema descrive tale fenomeno in maniera approssimata. Una particella di massa $m = 1.99 \times 10^{-26}$ kg che si muove con una velocità $\mathbf{u} = 0.500\hat{\mathbf{c}}$ collide frontalmente e si attacca a una particella di massa $m' = m/3$ che si muove con la velocità $\mathbf{u}' = -0.500\hat{\mathbf{c}}$. Qual è la massa della particella risultante?

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Stelle di grande massa che terminano la loro vita in supernove producono i nuclei di tutti gli atomi della metà inferiore della tavola periodica tramite la fusione di nuclei più piccoli. Questo problema descrive tale fenomeno in maniera approssimata. Una particella di massa m che si muove lungo l'asse x con velocità $+u$ collide frontalmente e si attacca a una particella di massa $m/3$ che si muove lungo l'asse x con la velocità $-u$. (a) Qual è la massa M della particella risultante? (b) Valutare l'espressione trovata in (a) nel limite $u \rightarrow 0$. (c) Spiegare se il risultato ottenuto è in accordo con ciò che ci si aspetterebbe dalla fisica non relativistica.

49. Il risultato della reazione nucleare dentro il Sole può essere scritta come $4^1H \rightarrow {}^4He + E$. L'energia a riposo di ogni atomo di idrogeno è 938.78 MeV e l'energia a riposo dell'atomo elio-4 è 3 728.4 MeV. Calcolare la percentuale della massa iniziale che viene trasformata in altre forme di energia.

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Perché la seguente situazione è impossibile? Nell'occasione del loro quarantesimo compleanno, i gemelli Pieveloce e Valentino si salutano mentre Pieveloce parte per un pianeta che si trova lontano 50 anni luce. Egli viaggia alla

velocità costante di $0.85c$ e, un volta arrivato sul pianeta, torna immediatamente indietro verso la Terra. Dopo essere tornato sulla Terra, Pieveloce ha un incontro gioioso con Valentino.

51. I raggi cosmici più energetici sono protoni che hanno un'energia cinetica dell'ordine di 10^{13} MeV. (a) Misurato nel sistema di riferimento del protone, quanto impiegherebbe un protone di questa energia per attraversare la galassia Via Lattea, che ha un diametro proprio di circa 10^5 anni luce? (b) Dal punto di vista del protone, qual è il diametro della galassia?

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. (a) Disegnare un grafico dell'energia cinetica relativistica e dell'energia cinetica classica, entrambe in funzione della velocità, per un oggetto di massa a vostra scelta. (b) A quale velocità l'energia cinetica classica sottostima il valore sperimentale dell'1%? (c) Del 5%? (d) Del 50%?

53. Un'astronave extraterrestre che viaggia alla velocità di $0.600c$ verso la Terra lancia una navicella per l'atterraggio. La navicella viaggia nella stessa direzione con una velocità di $0.800c$ rispetto all'astronave madre. Misurati sulla Terra, l'astronave si trova a 0.200 anni luce dalla Terra quando la navicella viene lanciata. (a) Quale velocità per la navicella misurano gli osservatori terrestri? (b) Quale distanza dalla Terra misurano gli extraterrestri al momento del lancio della navicella? (c) Qual è l'intervallo di tempo, misurato dagli extraterrestri sull'astronave madre, necessario alla navicella per raggiungere la Terra? (d) Se la navicella ha una massa di 4.00×10^5 kg, quale energia cinetica viene misurata per la navicella nel sistema di riferimento della Terra?

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Un elettrone ha una velocità di $0.750c$. (a) Trovare la velocità di un protone che ha la stessa energia cinetica dell'elettrone. (b) E se? Trovare la velocità di un protone che ha la stessa quantità di moto dell'elettrone.

55. Un supertreno di lunghezza propria di 100 m viaggia ad una velocità di $0.950c$ mentre attraversa una galleria di lunghezza propria di 50.0 m. Agli occhi di un osservatore sui binari, il treno si trova mai completamente dentro la galleria? E nel caso ciò accada, di quanto distano le estremità del treno da quelle della galleria?

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Una particella dotata di carica elettrica q si muove lungo una linea retta in un campo elettrico uniforme \vec{E} con velocità u . La forza elettrica esercitata sulla carica è $q\vec{E}$. La velocità della particella e il campo elettrico sono entrambi nella direzione x. (a) Dimostrare che l'accelerazione della particella nella direzione x è data da

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}$$

(b) Discutere l'importanza della dipendenza dell'accelerazione dalla velocità. (c) E se? Se la particella parte da ferma in $x = 0$ a $t = 0$, come fare per trovare la velocità della particella e la sua posizione al tempo t ?

57. Un osservatore su una nave spaziale si muove verso uno specchio alla velocità $v = 0.650c$ relativamente al sistema di riferimento indicato con S nella Figura P9.57. Lo specchio è fermo rispetto a S . Un impulso di luce emesso dalla nave spaziale viaggia verso lo specchio ed è riflesso indietro verso la nave spaziale. La nave spaziale si trova ad una distanza $d = 5.66 \times 10^{10}$ m dallo specchio (distanza misurata da un osservatore in S) nel momento in cui l'impulso di luce lascia la nave spaziale. A quanto ammonta il tempo totale del viaggio dell'impulso misurato dagli osservatori (a) nel sistema S e (b) nella nave spaziale?

VISUALIZZA SOLUZIONE

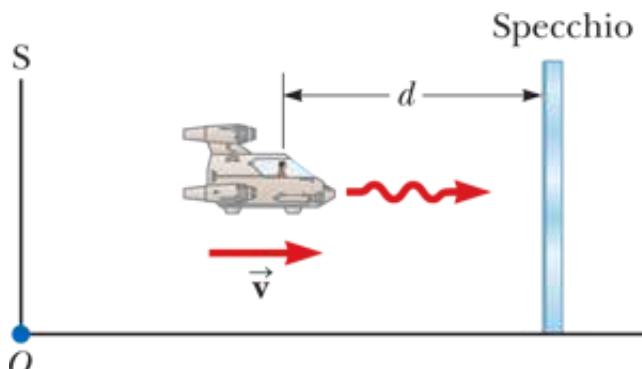


FIGURA P9.57 Problemi 57 e 58.

58. Un osservatore su una nave spaziale si muove verso uno specchio alla velocità v relativamente al sistema di riferimento indicato con S nella Figura P9.57. Lo specchio è fermo rispetto a S . Un impulso di luce emesso dalla nave spaziale viaggia verso lo specchio ed è riflesso indietro verso la nave spaziale. La nave spaziale si trova ad una distanza d dallo specchio (distanza misurata da un osservatore in S) nel momento in cui l'impulso di luce lascia la nave spaziale. A quanto ammonta il tempo totale del viaggio dell'impulso misurato dagli osservatori (a) nel sistema S e (b) nella nave spaziale?

59. L'astronave I, con a bordo studenti che stanno facendo un esame di fisica, si avvicina alla Terra con una velocità di $0.600c$ (relativamente alla Terra), mentre l'astronave II, con a bordo i professori addetti al controllo dell'esame, si muove alla velocità di $0.280c$ (relativamente alla Terra) direttamente verso gli studenti. Se i professori interrompono l'esame dopo che sono passati 50.0 min sul loro

orologio, quanto è durato l'esame per (a) gli studenti e (b) un osservatore sulla Terra.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Immagina che l'intero Sole, di massa M_S , collassi fino a diventare una sfera di raggio R_g tale che il lavoro richiesto per rimuovere una piccola massa m dalla superficie sia uguale alla sua energia di riposo mc^2 . Questo raggio è chiamato *raggio gravitazionale* del Sole. (a) Usare questo approccio per dimostrare che $R_g = GM_S / c^2$. (b) Trovare il valore numerico per R_g .

61. Un raggio gamma (un fotone di alta energia) può produrre un elettrone (e^-) e un positrone (e^+) di uguale massa quando entra nel campo elettrico di un nucleo pesante: $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$. Qual è l'energia minima del raggio gamma necessaria ad ottenere questo risultato?

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Una professoressa di Fisica sulla Terra sottopone ad un esame scritto i suoi studenti, che si trovano a bordo di un'astronave che viaggia ad una velocità v rispetto alla Terra. Nel momento in cui l'astronave incrocia la professoressa, ella segnala l'inizio dell'esame. La professoressa vuole che i suoi studenti abbiano un intervallo di tempo T_0 (tempo sull'astronave) per completare l'esame. Dimostrare che ella dovrebbe aspettare un intervallo di tempo (sulla Terra) di

$$T = T_0 \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

prima di mandare un segnale luminoso per avvertire gli studenti di interrompere l'esame (*suggerimento:* ricordare che ci vuole un po' di tempo perché il secondo segnale luminoso inviato dalla professoressa arrivi agli studenti).

63. Owen e Dina sono fermi nel sistema S' , che si muove alla velocità di $0.600c$ rispetto al sistema S . Essi giocano a palla mentre Ed, fermo rispetto al sistema S , guarda l'azione (Fig. P9.63). Owen lancia la palla a Dina alla velocità di $0.800c$ (secondo Owen) ed essi sono separati da una distanza (misurata in S') di 1.80×10^{12} m. (a) Quanto è veloce la palla secondo Dina? (b) Secondo Dina, quanto impiega la palla per raggiungerla? Secondo Ed, (c) quanto sono distanti Owen e Dina, (d) qual è la velocità della palla e (e) quanto tempo impiega la palla per raggiungere Dina?

VISUALIZZA SOLUZIONE

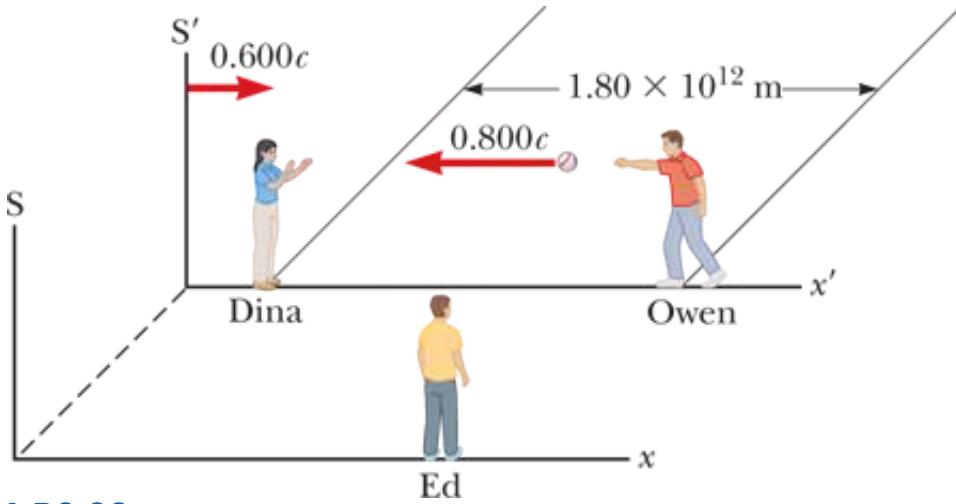


FIGURA P9.63

64. Un oggetto si disintegra in due frammenti. Un frammento ha una massa di $1.00 \text{ MeV}/c^2$ e quantità di moto $1.75 \text{ MeV}/c$ nella direzione positiva dell'asse x e l'altro frammento ha una massa di $1.50 \text{ MeV}/c^2$ e quantità di moto $2.00 \text{ MeV}/c$ nella direzione positiva dell'asse y . Trovare (a) la massa e (b) la velocità dell'oggetto intero.

65. Supponiamo che il nostro Sole stia per esplodere. Nel tentativo di fuggire, partiamo su un'astronave con velocità $v = 0.800c$ e ci dirigiamo verso la stella Tau Ceti, lontana 12.0 anni luce. Quando raggiungiamo metà del percorso del nostro viaggio dalla Terra, vediamo che il Sole esplode e, sfortunatamente, nello stesso istante, vediamo che anche Tau Ceti esplode. (a) Dobbiamo dunque concludere che, nel sistema di riferimento dell'astronave, le due esplosioni avvengono simultaneamente? Altrimenti, quale avviene prima? (b) E se? In un sistema di riferimento in cui il Sole e Tau Ceti sono fermi, le due esplosioni avvengono simultaneamente? Altrimenti, quale avviene prima?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Moto rotazionale

IL PASSATEMPO MALESE NOTO COME “GASING” CONSISTE NEL FAR RUOTARE TROTTOLE CHE POSSONO AVERE MASSE FINO A 5 KG. I PIÙ BRAVI IN QUESTO HOBBY POSSONO FAR RUOTARE LE TROTTOLE ANCHE PER UNA O DUE ORE SENZA SOSTA. IN QUESTO CAPITOLO STUDIEREMO IL MOTO ROTAZIONALE DI OGGETTI COME QUESTE TROTTOLE.



Per gent. conc. di Tourism Malaysia

Quando un corpo esteso, come una ruota, ruota intorno al proprio asse, il moto non può essere analizzato considerando il corpo come una particella puntiforme in quanto in ogni istante le differenti parti del corpo si muovono con velocità differenti e in direzioni differenti. Possiamo, comunque, analizzare il moto considerando il corpo esteso come composto da un insieme di particelle in moto.

La trattazione di un corpo in rotazione si semplifica notevolmente quando si può assumere che il corpo sia rigido. Un **corpo rigido** è un corpo indeformabile, cioè un corpo in cui le distanze relative di tutte le particelle di cui il corpo è composto sono costanti nel tempo. Tutti i corpi reali sono deformabili entro certi limiti; il nostro modello di corpo rigido, comunque, è utile in molte situazioni in cui le deformazioni sono trascurabili.

10.1

Posizione, velocità e accelerazione angolare

Il nostro studio del moto traslazionale è iniziato nel Capitolo 2 con la definizione dei termini di *posizione*, *velocità* e *accelerazione*. Per esempio, per definire la posizione di una particella in uno spazio unidimensionale, usiamo la variabile di posizione x . In questo

capitolo, accoppieremo l'aggettivo *traslazionale* alle variabili cinematiche precedentemente studiate per distinguerle dalle analoghe variabili *rotazionali* che andremo ad introdurre.

La Figura 10.1 mostra un compact disk in rotazione visto dall'alto. Il disco ruota intorno ad un asse fisso che è perpendicolare al piano della figura e passa per il centro del disco in O . Una particella nel punto P è ad una distanza fissa r dall'origine e ruota intorno ad essa lungo una circonferenza di raggio r . (In realtà, *ogni* particella del disco si muove di moto circolare attorno a O .) È conveniente rappresentare la posizione del punto P con le sue coordinate polari (r, θ) , dove r è la distanza del punto P dall'origine e θ è misurato in senso *antiorario* rispetto ad una linea di riferimento, come mostrato in Figura 10.1. In questa rappresentazione, la sola coordinata che varia nel tempo per la particella è l'angolo θ mentre r rimane costante. Quando la particella si muove lungo la circonferenza dalla linea di riferimento che corrisponde a $\theta = 0$, essa si muove lungo un arco di lunghezza s come in Figura 10.1b. La lunghezza dell'arco s è legata all'angolo θ attraverso la relazione:

$$s = r\theta$$

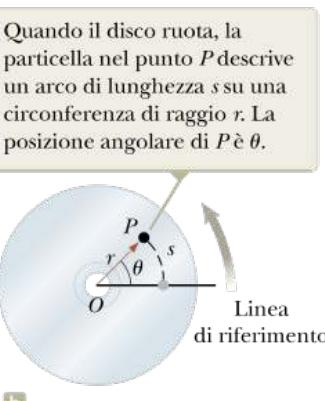
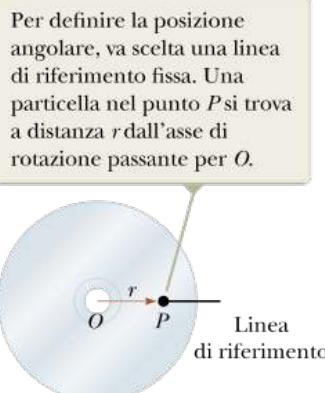
10.1a

$$\theta = \frac{s}{r}$$

10.1b

IL RADIANTE

Poiché l'angolo θ è il rapporto tra la lunghezza dell'arco e il raggio della circonferenza, esso è un numero puro. Ciononostante, assegniamo all'angolo θ l'unità di misura artificiale di **radiane** (rad), dove un radiente è l'angolo sotteso da un arco la cui lunghezza è uguale al raggio dell'arco. Poiché la lunghezza di una circonferenza è $2\pi r$, segue dall'Equazione 10.1b che 360° corrispondono a un angolo di $(2\pi r/r)$ rad = 2π rad (si noti inoltre che 2π rad corrispondono ad una rivoluzione completa). Quindi 1 rad = $360^\circ/2\pi \approx 57.3^\circ$. Per convertire un angolo espresso in gradi in un angolo in radianti usiamo la relazione π rad = 180° e quindi



Prevenire le insidie | 10.1 Specificare l'asse

Nel risolvere i problemi, bisogna specificare l'asse di rotazione. Questa caratteristica è nuova e non c'era nei problemi sul moto traslazionale. La scelta è arbitraria, ma una volta fatta va mantenuta per tutto lo svolgimento del problema. In alcuni problemi, la situazione fisica suggerisce la scelta naturale dell'asse, come per esempio il centro di una ruota di automobile. In altri problemi, la scelta può non essere ovvia e bisogna esercitarsi per fare la scelta più conveniente.

Prevenire le insidie | 10.2 Ricorda il radiente

Nelle equazioni rotazionali, ricorda di usare il radiente. Non cadere nella trappola di usare gli angoli espressi in gradi nelle equazioni rotazionali.

FIGURA 10.1 Un compact disk in rotazione attorno ad un asse fisso passante per O e perpendicolare al piano della figura.

$$\theta(\text{rad}) = \frac{\pi}{180^\circ} \theta(\text{gradi})$$

Per esempio, 60° equivalgono a $\pi/3$ rad, e 45° equivalgono a $\pi/4$ rad.

In questo capitolo focalizzeremo la nostra attenzione per lo più sui corpi rigidi. Approssimare un corpo reale a un corpo rigido è un modello semplificato, il **modello di corpo rigido**. Baseremo diversi modelli di analisi su questo modello semplificato, così come abbiamo fatto per il modello di particella puntiforme.

Poiché il disco in Figura 10.1 è un corpo rigido, quando la particella si muove lungo la circonferenza dalla linea di riferimento, ogni altra particella del corpo ruota dello stesso angolo θ . Quindi possiamo associare l'angolo θ all'intero corpo rigido così come a ciascuna particella, il che ci permette di definire la posizione angolare del corpo rigido nel suo movimento rotazionale. Scegliamo una linea radiale sul corpo, come la linea che connette O con una particella scelta sul corpo. La **posizione angolare** del corpo rigido è l'angolo θ fra la linea radiale sul corpo e la linea di riferimento fissa nello spazio, linea che è spesso scelta come asse x . Questo processo è simile al modo con cui identifichiamo la posizione di un corpo nel moto traslazionale come la distanza x fra il corpo e la posizione di riferimento, che è detta origine, $x = 0$. Quindi nel moto rotazionale l'angolo θ ha lo stesso ruolo della posizione x nel moto traslazionale.

Quando una particella di un corpo rigido si muove dalla posizione A alla posizione B in un intervallo di tempo Δt come in Figura 10.2, la linea di riferimento solidale al corpo spazza un angolo $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$. Questa quantità $\Delta\theta$ è definita come lo **spostamento angolare** del corpo rigido:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

La velocità con cui questo spostamento angolare avviene può variare. Se il corpo rigido ruota rapidamente, questo spostamento avviene in un breve intervallo di tempo. Se ruota lentamente, questo spostamento avviene in un intervallo di tempo più lungo. Queste differenti modalità di rotazione possono essere quantificate introducendo la **velocità angolare media** ω_{med} (lettera greca omega) definita come il rapporto dello spostamento angolare di un corpo rigido e l'intervallo di tempo Δt durante il quale lo spostamento avviene:

VELOCITÀ ANGOLARE MEDIA

$$\omega_{\text{med}} \equiv \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad 10.2 \blacktriangleleft$$

Analogamente alla velocità lineare, la **velocità angolare istantanea** ω è definita come il limite, per Δt tendente a zero, della velocità angolare media:

VELOCITÀ ANGOLARE ISTANTANEA

$$\omega \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad 10.3 \blacktriangleleft$$

La velocità angolare si misura in unità di rad/s o in s^{-1} , essendo il radiante una grandezza adimensionale. Adotteremo la convenzione di prendere ω positivo quando θ è crescente (rotazione in senso antiorario come in Fig. 10.2) e negativo quando θ è decrescente (rotazione in senso orario come in Fig. 10.2).

Se la velocità angolare istantanea di un corpo varia dal valore ω_i al valore ω_f nell'intervallo di tempo Δt , il corpo ha un'accelerazione angolare. L'**accelerazione angolare media** α_{med} (lettera alpha dell'alfabeto greco) di un corpo rigido in rotazione è definita dal rapporto fra la variazione di velocità angolare e l'intervallo di tempo Δt nel quale questa variazione avviene:

ACCELERAZIONE ANGOLARE MEDIA

$$\alpha_{\text{med}} \equiv \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

10.4

In analogia con l'accelerazione lineare, l'**accelerazione angolare istantanea** è definita come il limite dell'accelerazione angolare media per Δt tendente a zero:

ACCELERAZIONE ANGOLARE ISTANTANEA

$$\alpha \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

10.5

L'accelerazione angolare si misura in unità di rad/s^2 o semplicemente in s^{-2} . Si noti che α è positivo quando un corpo rigido sta ruotando in senso antiorario con velocità angolare in valore assoluto crescente o quando sta ruotando in senso orario con velocità angolare in valore assoluto decrescente.

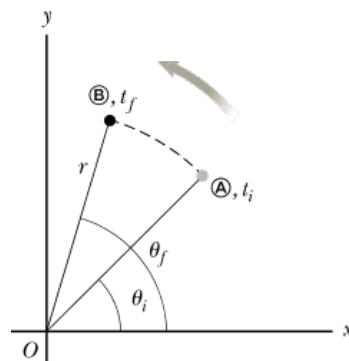


FIGURA 10.2 Una particella su un corpo rigido in rotazione si muove da A a B lungo l'arco di una circonferenza. Nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$ la linea radiale di lunghezza r spazza un angolo $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$.

Quando un corpo rigido ruota attorno ad un asse *fisso*, ogni particella del corpo ruota attorno a quest'asse dello stesso angolo in un dato intervallo di tempo e ha la stessa velocità angolare e la stessa accelerazione angolare. Cioè, le grandezze θ , ω e α caratterizzano il moto rotazionale di tutto il corpo rigido ed anche delle singole particelle del corpo.

La posizione angolare (θ), la velocità angolare (ω) e l'accelerazione angolare (α) di un corpo rigido corrispondono, rispettivamente, alle grandezze traslazionali posizione (x), velocità (v) e accelerazione (a), per il corrispondente moto unidimensionale di una particella discusso nel Capitolo 2. Le variabili θ , ω e α differiscono dimensionalmente dalle variabili x , v e a solo per un fattore di lunghezza (si veda Paragrafo 10.3).

Non abbiamo associato alla velocità angolare e all'accelerazione angolare alcuna direzione.¹ In senso stretto, ω e α sono i moduli del vettore velocità angolare $\vec{\omega}$ e del vettore accelerazione angolare \vec{a} ed essi dovrebbero essere sempre positivi. Poiché stiamo considerando rotazioni attorno a un asse fisso, possiamo indicare il verso di questi vettori assegnando un segno positivo o negativo a ω e α , così come abbiamo discusso per ω dopo l'Equazione 10.3. Nel caso di rotazioni intorno a un asse fisso, la sola direzione nello spazio che specifica univocamente il moto rotatorio è la direzione dell'asse di rotazione. Quindi, la direzione di $\vec{\omega}$ è lungo quest'asse. Se¹ Sebbene non lo dimostreremo, la velocità angolare istantanea e l'accelerazione angolare istantanea sono grandezze vettoriali, ma i corrispondenti valori medi non lo sono perché gli spostamenti angolari non si sommano come quantità vettoriali per rotazioni finite.

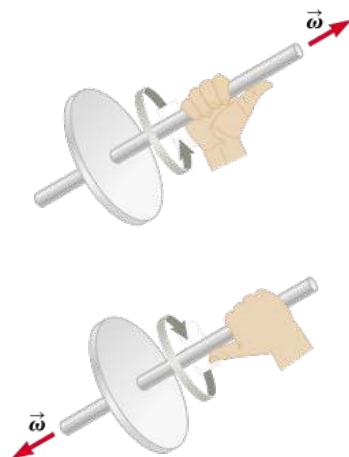


FIGURA 10.3 La regola della mano destra per determinare la direzione del vettore velocità angolare.

una particella ruota nel piano xy come in Figura 10.2, la direzione di $\vec{\omega}$ è *uscente* dal piano del grafico quando la rotazione è antioraria ed *entrante* quando la rotazione è oraria. Per illustrare questa convenzione, è utile usare la **regola della mano destra**, mostrata in Figura 10.3. Quando le quattro dita della mano destra si avvolgono nel verso della rotazione, il pollice destro esteso punta nel verso di $\vec{\omega}$. La direzione di deriva dalla sua definizione $d\vec{\omega}/dt$. La direzione di \vec{a} è la stessa di $\vec{\omega}$ se la velocità angolare è crescente nel tempo ed è antiparallela a $\vec{\omega}$ se la velocità angolare è decrescente nel tempo.

QUIZ RAPIDO 10.1

Un corpo rigido ruota in senso antiorario attorno ad un asse fisso. Ciascuna delle seguenti coppie di grandezze rappresenta la posizione angolare iniziale e finale del corpo rigido. (i) Quale degli insiemi può verificarsi *solo* se il corpo compie una rotazione di oltre 180° ? (a) 3 rad, 6 rad (b) -1 rad, 1 rad (c) 1 rad, 5 rad. (ii) Supponendo che la variazione di posizione angolare avvenga in 1 s. Quale scelta corrisponde alla minore velocità angolare media?

VISUALIZZA SOLUZIONE

10.2

Modello di analisi: corpo rigido soggetto ad accelerazione angolare costante

Immaginiamo che un corpo rigido ruoti intorno a un asse fisso e che abbia un'accelerazione angolare costante. In questo caso sviluppiamo un nuovo modello per il moto rotazionale chiamato **il corpo rigido soggetto ad accelerazione angolare costante**. Questo modello è l'analogia rotazionale del modello di punto materiale sottoposto ad accelerazione costante. In questo paragrafo sviluppiamo le relazioni cinematiche per questo modello. Se scriviamo l'Equazione 10.5 nella forma $d\omega = a dt$ e integriamo questa espressione da $t_i = 0$ a $t_f = t$ otteniamo:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \quad (\text{con } \alpha \text{ costante})$$

10.6◀

dove ω_i è la velocità angolare del corpo rigido al tempo $t = 0$. L'Equazione 10.6 ci consente di trovare la velocità angolare ω_f di un corpo in ogni istante successivo t . Sostituendo l'Equazione 10.6 nell'Equazione 10.3 e integrando nuovamente si ottiene:

Prevenire le insidie
| 10.3 Proprio come la traslazione?

Le Equazioni dalla 10.6 alla 10.9 e la Tabella 10.1 potrebbero suggerire che la cinematica rotazionale è proprio come la cinematica traslazionale. Questo è parzialmente vero, con due importanti differenze. (1) Nella cinematica rotazionale bisogna specificare l'asse di rotazione (si veda Prevenire le insidie 10.1). (2) Nel moto rotazionale, il corpo continua a ritornare alla sua orientazione iniziale; quindi ci si può chiedere quante siano le rivoluzioni compiute dal corpo rigido. Questo concetto non ha un analogo nel moto traslazionale.

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (\text{con } \alpha \text{ costante})$$

10.7◀

dove θ_i è la posizione angolare del corpo rigido al tempo $t = 0$. L'Equazione 10.7 ci consente di trovare la posizione angolare θ_f del corpo in ogni istante successivo t . Eliminando il tempo t dalle Equazioni 10.6 e 10.7 si ottiene

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \quad (\text{con } \alpha \text{ costante})$$

10.8◀

Questa equazione ci consente di ricavare la velocità angolare del corpo rigido in funzione della sua posizione angolare θ_f . Se eliminiamo α tra le Equazioni 10.6 e 10.7, troviamo

$$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t \quad (\text{con } \alpha \text{ costante})$$

10.9◀

TABELLA 10.1 | Equazioni cinematiche per il moto rotazionale e traslazionale

Corpo rigido soggetto ad accelerazione angolare costante	Punto materiale soggetto ad accelerazione costante
$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$v_f = v_i + at$
$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$	$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$
$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$

Si noti che queste relazioni cinematiche per il corpo rigido soggetto ad accelerazione angolare costante hanno la stessa forma matematica di quelle ricavate per un punto materiale soggetto ad accelerazione costante (Capitolo 2). Esse possono essere ottenute dalle equazioni del moto traslazionale con le sostituzioni $x \rightarrow \theta$, $v \rightarrow \omega$, e $a \rightarrow \alpha$. La Tabella 10.1 confronta le equazioni cinematiche per il moto rotazionale e traslazionale.

QUIZ RAPIDO 10.2

Si considerino nuovamente le coppie di posizioni angolari per il corpo rigido del Quiz rapido 10.1. Se il corpo parte da fermo dalla sua posizione iniziale, si muove in senso antiorario con accelerazione angolare costante e arriva alla posizione angolare finale con la stessa velocità angolare in tutti e tre i casi, per quale dei tre casi l'accelerazione angolare è la più alta?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 10.1 Ruota in rotazione

Una ruota è in rotazione con accelerazione angolare costante di 3.5 rad/s^2 .

(A) Se la velocità angolare della ruota al tempo $t = 0$ è 2.00 rad/s , quale spostamento angolare compie la ruota in 2.00 s ?

(B) Durante questo intervallo di tempo quante rivoluzioni ha compiuto la ruota?

(C) Qual è la velocità angolare della ruota al tempo $t = 2.00 \text{ s}$?

E se...?

Supponiamo che una particella si muova lungo una traiettoria rettilinea con accelerazione costante di 3.5 m/s^2 . Se la velocità della particella al tempo $t = 0$ è 2.00 m/s , che spostamento compie la particella in 2.00 s ? Qual è la velocità della particella al tempo $t = 2.00 \text{ s}$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

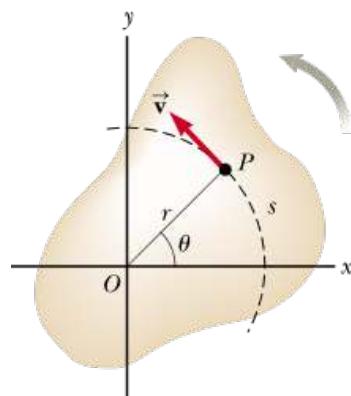


FIGURA 10.4 Siccome un corpo rigido ruota attorno all'asse fisso passate per O, il punto P ha una velocità \vec{v} che è sempre tangente alla circonferenza di raggio r.

Relazioni fra grandezze rotazionali e traslazionali

In questo paragrafo deriveremo alcune utili relazioni fra la velocità e l'accelerazione angolare di un corpo rigido in rotazione e la velocità e accelerazione traslazionale di un punto del corpo. A questo scopo bisogna tenere presente che, quando un corpo rigido ruota intorno a un asse fisso, come nella Figura 10.4, *ogni* particella del corpo percorre una circonferenza avente il centro sull'asse di rotazione.

Poiché il punto P nella Figura 10.4 si muove lungo una traiettoria circolare di raggio r , il vettore velocità traslazionale \vec{v} è sempre tangente alla traiettoria; quindi spesso chiameremo questa quantità **velocità tangenziale**. Il modulo della velocità tangenziale della particella, per definizione è la **velocità scalare tangenziale** $v = ds/dt$, dove s è lo spazio percorso dalla particella lungo la circonferenza. Ricordando che $s = r\theta$ (Eq. 10.1a) e notando che r è costante, si ha

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$v = r\omega$$

10.10◀

Cioè, il modulo della velocità tangenziale di un punto su un corpo rigido in rotazione è uguale al prodotto della distanza della particella dall'asse di rotazione per la velocità angolare. Quindi, sebbene ciascun punto sul corpo rigido abbia la stessa velocità *angolare*, non tutti i punti hanno la stessa velocità scalare *tangenziale* perché r non è lo stesso per tutti i punti sul corpo. L'Equazione 10.10 mostra che la velocità scalare tangenziale di un punto su un corpo rigido cresce quando ci si allontana dal centro di rotazione, come intuitivamente ci aspettiamo. Per esempio, l'estremità di una mazza da golf durante il colpo si muove molto più velocemente del manico.

Possiamo mettere in relazione l'accelerazione angolare del corpo con il modulo dell'accelerazione tangenziale del punto P calcolando la derivata rispetto al tempo di v :

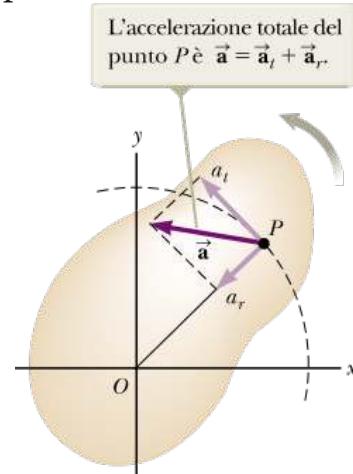


FIGURA 10.5 Quando un corpo rigido ruota attorno ad un asse fisso passante per O , il punto P ha una componente tangenziale a_t e radiale a_r dell'accelerazione traslazionale.

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

$$a_t = r\alpha$$

10.11◀

Cioè, il modulo della componente tangenziale dell'accelerazione traslazionale di un punto soggetto a moto circolare è uguale al prodotto della distanza del punto dall'asse di rotazione per l'accelerazione angolare.

Nel Capitolo 3, abbiamo trovato che una particella in moto lungo una traiettoria circolare è sottoposta a una accelerazione centripeta, o radiale, di modulo v^2/r diretta verso il centro di rotazione (Fig. 10.5). Poiché $v = r\omega$, possiamo esprimere il modulo dell'accelerazione centripeta di quel punto in funzione della velocità angolare come

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

10.12◀

Il vettore accelerazione totale del punto è $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r$, dove il modulo a_r è l'accelerazione centripeta a_c . Siccome \vec{a} è un vettore con componente sia radiale che tangenziale, il modulo dell'accelerazione totale a del punto P su un corpo in rotazione è:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{r^2\alpha^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4} \quad 10.13◀$$

QUIZ RAPIDO 10.3

Ethan e Joseph stanno andando su una giostra. Ethan sta su un cavallo all'esterno della piattaforma circolare, a una distanza dal centro della piattaforma doppia rispetto a Joseph, che cavalca un cavallo più interno. (i) Se la giostra ruota con velocità angolare costante, qual è la velocità angolare di Ethan? (a) il doppio di quella di Joseph (b) la stessa di Joseph (c) la metà di quella di Joseph (d) impossibile rispondere (ii) Se la giostra ruota con velocità angolare costante, descrivere la velocità tangenziale di Ethan usando la stessa lista di opzioni di prima.

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 10.1

Un giradischi (LP, per *long playing*) ruota a velocità *angolare* costante. Un compact disk (CD) ruota in modo tale che la superficie viene vista dal laser ad una velocità scalare *tangenziale* costante. Consideriamo due solchi circolari sull'LP, uno vicino al bordo esterno ed uno vicino al bordo interno. Supponiamo che il solco esterno contenga 1.8 s di musica. Il solco interno contiene anche 1.8 s di musica? Per il CD, i "solchi" interni ed esterni contengono lo stesso intervallo di musica?

Ragionamento Sull'LP i solchi interno ed esterno devono ruotare nello stesso intervallo di tempo. Quindi, ciascun solco, indipendentemente dalla sua posizione sul disco, contiene lo stesso intervallo di tempo di informazione. Naturalmente, sul solco interno questa stessa informazione deve essere compressa in una più piccola circonferenza. Su un CD, il modulo costante della velocità tangenziale richiede che nessuna compressione avvenga; i buchi digitali che rappresentano l'informazione sono distribuiti uniformemente sulla superficie. Quindi, c'è maggiore informazione sul "solco" esterno poiché la circonferenza è più lunga e, come risultato, un maggiore intervallo di musica che nel "solco" interno.

FISICA RAGIONATA 10.2

L'area di lancio dell'Agenzia Spaziale Europea non è in Europa, ma in Sud America. Perché?

Ragionamento Per porre un satellite in orbita terrestre è necessario fornire al satellite una elevata velocità tangenziale, che è lo scopo del sistema di propulsione a razzi. Qualunque cosa riduca le richieste per il sistema di propulsione è la benvenuta. La superficie della Terra viaggia verso est a un'alta velocità dovuta alla rotazione terrestre. Quindi, se il razzo fosse lanciato verso est la rotazione della Terra gli darebbe una qualche velocità tangenziale iniziale, riducendo in qualche modo le richieste per il sistema di propulsione. Se il razzo fosse lanciato dall'Europa che si trova a una latitudine relativamente grande, il contributo della rotazione terrestre sarebbe relativamente piccolo perché è relativamente piccola la distanza dell'Europa dall'asse di rotazione. Il posto ideale per il lancio è l'equatore, che è il posto più lontano rispetto all'asse di rotazione della Terra ed è situato sulla superficie terrestre. Questa posizione consente la maggiore velocità tangenziale possibile dovuta alla rotazione della Terra. L'Agenzia Spaziale Europea sfrutta questo vantaggio lanciando dalla Guyana Francese che si trova pochi gradi a nord dell'equatore.

Un secondo vantaggio di questo posto è che lanciando verso est, l'astronave si trova sopra l'acqua. In caso di incidente o di guasto, il relitto cadrebbe nell'oceano piuttosto che in un'area popolata, cosa che accadrebbe invece se il lancio avvenisse verso est in Europa. Allo stesso modo gli Stati Uniti lanciano le loro navicelle dalla Florida piuttosto che dalla California, malgrado le condizioni atmosferiche siano più favorevoli in California. \lhd

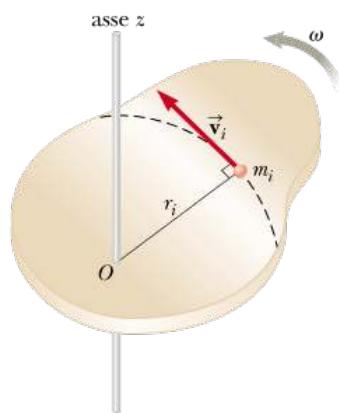


FIGURA 10.6 Un corpo rigido che ruota intorno all'asse z con velocità angolare ω . L'energia cinetica della particella di massa m_i è $\frac{1}{2} m_i v_i^2$. L'energia cinetica totale del corpo rigido è chiamata energia cinetica rotazionale.

Energia cinetica rotazionale

Consideriamo un corpo come un sistema di particelle e assumiamo che ruoti attorno a un asse fisso z con velocità angolare ω . La Figura 10.6 mostra il corpo rotante e identifica una particella sul corpo a distanza r_i dall'asse di rotazione. Sia m_i la massa dell' i -esima particella e v_i la sua velocità tangenziale; la sua energia cinetica è

$$K_i = \frac{1}{2}m_i v_i^2$$

Prima di procedere, ricordiamo che sebbene ciascun punto su un corpo rigido abbia la stessa velocità angolare ω , le velocità tangenziali dipendono dalla distanza r_i dall'asse di rotazione secondo l'Equazione 10.10. L'energia cinetica *totale* del corpo rigido in rotazione è la somma delle energie cinetiche dei singoli punti che lo compongono:

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2$$

Possiamo scrivere questa espressione nella forma

$$K_R = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2 \quad 10.14$$

dove abbiamo messo a fattore ω^2 perché è comune ad ogni particella. Semplifichiamo questa espressione definendo la quantità in parentesi come il **momento di inerzia** I del corpo rigido:

MOMENTO DI INERZIA

$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2 \quad 10.15$$

Dalla definizione di momento d'inerzia² si vede che questa grandezza ha dimensioni ML^2 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$ nelle unità SI). Con questa notazione, l'Equazione 10.14 diventa:

ENERGIA CINETICA ROTAZIONALE

$$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad 10.16$$

Il momento di inerzia è una misura dell'*opposizione del corpo alla variazione della sua velocità angolare*. Quindi esso gioca nel moto rotazionale un ruolo analogo a quello della massa nei moti traslazionali. Si noti che il momento di inerzia dipende non solo dalla massa del corpo rigido ma anche da *come la massa è distribuita attorno all'asse di rotazione*.

Benché la grandezza $\frac{1}{2} I \omega^2$ dell'Equazione 10.16 sia comunemente indicata come **energia cinetica rotazionale**, essa non è una nuova forma di energia. Essa è la normale energia cinetica essendo stata ricavata dalla somma delle singole energie cinetiche delle particelle che costituiscono il corpo rigido. Tuttavia, per noi costituisce un nuovo ruolo per l'energia cinetica, poiché finora abbiamo considerato l'energia cinetica associata solo alla traslazione. Nella parte dell'equazione dell'energia (vedi Eq. 7.2) che riguarda l'immagazzinamento, dovremmo ora considerare che il termine dell'energia cinetica deve essere la somma delle variazioni sia dell'energia cinetica traslazionale sia di quella rotazionale.

Prevenire le insidie
I 10.4 Non c'è un
unico momento di
inerzia

Abbiamo evidenziato che il momento di inerzia è analogo alla massa, ma c'è una differenza significativa.

Quindi, nella versione energetica dei modelli del sistema, dobbiamo ricordare la possibilità dell'energia cinetica rotazionale.

Il momento di inerzia di un insieme discreto di particelle può essere calcolato direttamente con l'Equazione 10.15. Possiamo valutare il momento di inerzia di un corpo rigido continuo immaginando il corpo come suddiviso in tanti piccoli elementi, ciascuno con massa Δm_i . Usiamo la definizione $I = \sum_i r_i^2 \Delta m_i$ e calcoliamo il limite per $\Delta m_i \rightarrow 0$. In questo limite, la somma diventa un integrale sul volume del corpo:

MOMENTO DI INERZIA DI UN CORPO RIGIDO

La massa è una proprietà di un corpo e ha un valore unico. Il momento di inerzia di un corpo dipende dalla scelta dell'asse di rotazione; quindi un corpo non ha un unico valore del momento di inerzia. Un corpo ha un valore minimo del momento di inerzia che è quello calcolato attorno a un asse passante per il centro di massa del corpo.

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm$$

10.17 ◀

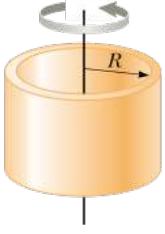
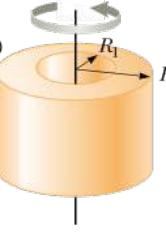
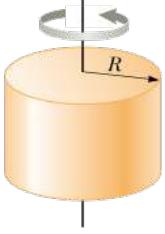
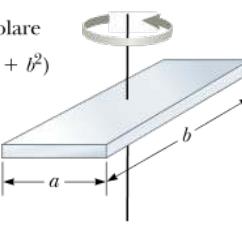
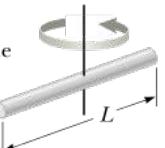
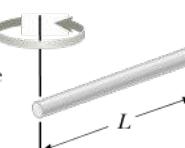
Generalmente è più facile calcolare il momento d'inerzia in funzione del volume degli elementi piuttosto che in funzione della loro massa, e possiamo fare facilmente questo cambiamento usando l'Equazione 1.1, $\rho = m/V$, dove ρ è la densità del corpo e V è il suo volume. Possiamo esprimere la massa di un elemento scrivendo l'Equazione 1.1 nella forma differenziale, $dm = \rho dV$. Usando questa espressione, l'Equazione 10.17 diventa

$$I = \int \rho r^2 dV$$

10.18 ◀

Se il corpo è omogeneo, la densità ρ è uniforme su tutto il volume del corpo e si può calcolare l'integrale per una data geometria. Se ρ non è uniforme su tutto il volume² Gli ingegneri civili usano il momento di inerzia per caratterizzare le proprietà elastiche (rigidità) di strutture quali travi di carico. Dunque esso è spesso utile anche in contesti in cui non ci sono rotazioni.

TABELLA 10.2 |
Momenti di inerzia di corpi rigidi omogenei con differenti geometrie

Anello o guscio cilindrico sottile $I_{CM} = MR^2$		Cilindro cavo $I_{CM} = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$	
Cilindro pieno o disco $I_{CM} = \frac{1}{2} MR^2$		Lastra rettangolare $I_{CM} = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$	
Asta lunga e sottile con asse di rotazione centrale $I_{CM} = \frac{1}{12} ML^2$		Asta lunga e sottile con asse di rotazione passante per una estremità $I = \frac{1}{3} ML^2$	
Sfera piena $I_{CM} = \frac{2}{5} MR^2$		Guscio sferico sottile $I_{CM} = \frac{2}{3} MR^2$	

del corpo, per poter eseguire l'integrazione deve essere nota la sua variazione in funzione della posizione.

Per corpi simmetrici, il momento d'inerzia si può esprimere in funzione della massa totale del corpo e una o più dimensioni del corpo. La Tabella 10.2 mostra i momenti d'inerzia di alcuni corpi simmetrici comuni.

QUIZ RAPIDO 10.4

Una sezione di un tubo cavo e un cilindro pieno hanno lo stesso raggio, stessa massa e lunghezza. Essi ruotano intorno ai loro assi centrali lunghi con la stessa velocità angolare. Quale corpo ha l'energia cinetica più alta? (a) Il tubo cavo. (b) Il cilindro pieno. (c) Hanno la stessa energia cinetica rotazionale. (d) Impossibile rispondere.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 10.2 La molecola di ossigeno

Si consideri la molecola di ossigeno biatomica O_2 che ruota nel piano xy attorno all'asse z passante per il suo centro, perpendicolare alla sua lunghezza. La massa di ciascun atomo di ossigeno è 2.66×10^{-26} kg e, a temperatura ambiente, la separazione media tra i due atomi di ossigeno è $d = 1.21 \times 10^{-10}$ m.

(A) Calcolare il momento di inerzia della molecola intorno all'asse z.

VISUALIZZA SOLUZIONE

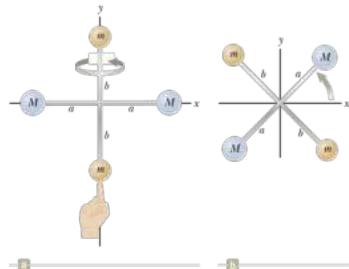


FIGURA 10.7 (Esempio 10.3) Quattro sfere formano una atipica bacchetta. (a) La bacchetta ruota intorno all'asse y. (b) La bacchetta ruota intorno all'asse z.

Esempio 10.3 Un'atipica bacchetta

Quattro sferette sono allacciate alle estremità di due aste di massa trascurabile giacenti nel piano xy a formare un'atipica bacchetta (Fig. 10.7). Assumiamo che il raggio delle sfere sia piccolo rispetto alle dimensioni delle aste.

(A) Se il sistema ruota attorno all'asse y (Fig. 10.7a) con velocità angolare ω , ricavare il momento di inerzia e l'energia cinetica rotazionale del sistema intorno a questo asse.

(B) Supponiamo che il sistema ruoti nel piano xy attorno ad un asse (l'asse z) passante per il centro della bacchetta (Fig. 10.7b). Calcolare il momento di inerzia e l'energia cinetica di rotazione intorno a questo asse.

E se...?

Cosa succede se la massa M è molto più grande di m ? Confrontare i casi (A) e (B).

VISUALIZZA SOLUZIONE

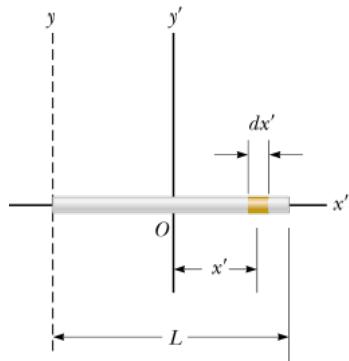


FIGURA 10.8 (Esempio 10.4) Asta rigida uniforme di lunghezza L . Il momento di inerzia attorno all'asse y' è inferiore a quello intorno all'asse y .

Esempio 10.4 Asta rigida uniforme

Si calcoli il momento di inerzia di un'asta rigida uniforme di massa M e lunghezza L (Fig. 10.8) rispetto all'asse perpendicolare all'asta (l'asse y') passante per il suo centro di massa.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 10.5 Cilindro pieno uniforme

Un cilindro pieno uniforme ha raggio R , massa M e altezza L . Calcolare il suo momento d'inerzia attorno al suo asse centrale (l'asse z in Fig. 10.9).

E se...?

Cosa succederebbe se l'altezza del cilindro in Figura 10.9 aumentasse a $2L$, mantenendo la massa M e il raggio R fissi? Come si modificherebbe il momento d'inerzia del cilindro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

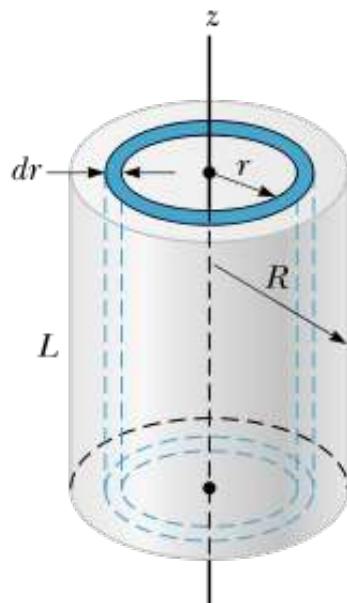


FIGURA 10.9 (Esempio 10.5) La geometria per calcolare il momento d'inerzia rispetto all'asse centrale di un cilindro pieno uniforme.

Momento di una forza e prodotto vettoriale

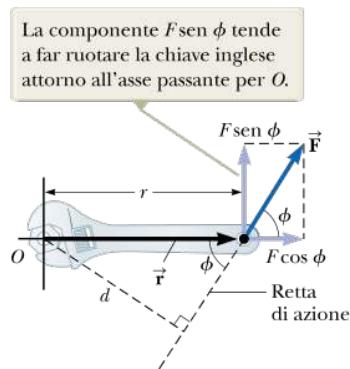


FIGURA 10.10 Una forza $\rightarrow F$ è applicata ad una chiave inglese nel tentativo di svitare un bullone. La forza tende a far ruotare più facilmente la chiave se il modulo F cresce e se il braccio d della forza aumenta.

Sia dato un corpo rigido impenniato su un asse. Quando su questo corpo si esercita una forza risultante e la retta d'azione³ della forza non passa per il perno, il corpo tende a ruotare attorno a quell'asse. Per esempio, quando si spinge una porta, la porta ruota attorno a un asse passante per i cardini. La tendenza di una forza a far ruotare un corpo attorno a un certo asse si misura con una grandezza vettoriale chiamata **momento della forza**. Il momento della forza è la causa delle variazioni nel moto rotatorio ed è analogo alla forza che causa le variazioni nel moto traslazionale. Consideriamo la chiave inglese impenniata attorno all'asse passante per O come mostrato in Figura 10.10. La forza applicata \vec{F} generalmente agisce formando un angolo Φ rispetto al vettore posizione \vec{r} che individua il punto di applicazione della forza. Definiamo il momento della forza τ dovuto alla forza \vec{F} con l'espressione⁴

$$\tau \equiv rF \sin \phi$$

10.19

Il momento si esprime nell'unità di misura di Newton • metri ($N \cdot m$) nel sistema internazionale SI⁵.

³ La linea di azione di una forza è una linea immaginaria collineare al vettore forza e che si estende all'infinito in entrambi i versi.

⁴ Il momento di una forza è un vettore. Per rotazioni attorno a un asse fisso, comunque, useremo il carattere italico, non il grassetto e specificheremo il verso con il segno positivo o negativo così come abbiamo fatto per la velocità e l'accelerazione angolare nel Paragrafo 10.1. Ritneremo di qui a poco sulla natura vettoriale del momento.

⁵ Nel Capitolo 6 abbiamo incontrato il prodotto $N \cdot m$ quando abbiamo introdotto il lavoro di una forza e lo abbiamo chiamato *Joule*. Non usiamo il termine Joule in questo contesto perché esso si usa solo quando si parla di energia. Per il momento di una forza, chiameremo l'unità di misura semplicemente Newton • metro o $N \cdot m$.

È estremamente importante riconoscere che il momento della forza è definito solo quando è specificato un particolare asse di riferimento, rispetto al quale è definita la distanza r . Possiamo interpretare l'Equazione 10.19 in due modi diversi. Guardando le componenti della forza in Figura 10.10, vediamo che la componente $F \cos \Phi$ parallela a \vec{r} non causerà una rotazione della chiave inglese attorno all'asse del perno, poiché la sua retta d'azione passa proprio per il perno. Allo stesso modo, non si apre una porta spingendo sui cardini! Quindi, soltanto la componente perpendicolare $F \sin \Phi$ mette in rotazione la chiave inglese attorno all'asse del perno. In questo caso possiamo scrivere l'Equazione 10.19 come

$$\tau = r(F \sin \phi)$$

Prevenire le insidie
| 10.5 Il momento
dipende dalla
scelta dell'asse

Come per il momento d'inerzia, non c'è un unico valore per il momento di una forza. Il suo valore dipende dalla scelta dell'asse di rotazione.

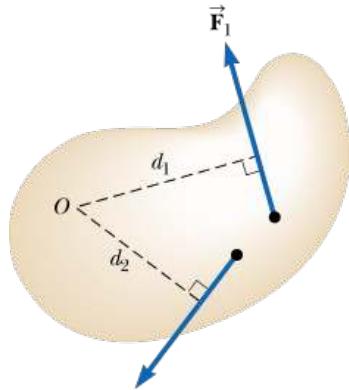


FIGURA 10.11 La forza \vec{F}_1 tende a ruotare il corpo in senso antiorario attorno all'asse passante per O, mentre \vec{F}_2 tende a farlo ruotare in senso orario.

sicché il momento della forza (o momento meccanico) è il prodotto della componente perpendicolare della forza ($F \sin \Phi$) e della distanza r tra il punto di applicazione della forza e l'asse. In alcuni problemi, questo è il modo più semplice per interpretare il calcolo del momento.

Il secondo modo di interpretare l'Equazione 10.19 è di associare la funzione seno alla distanza r , cosicché si possa scrivere

$$\tau = F(r \sin \phi) = Fd$$

La grandezza $d = r \sin \Phi$, chiamata **braccio del momento** (o *braccio della leva*), o semplicemente **braccio** della forza, rappresenta la distanza fra l'asse di rotazione e la retta d'azione della forza F . In alcuni problemi, questo approccio per il calcolo del momento della forza è più facile della decomposizione della forza nelle sue componenti.

Se vi sono due o più forze che agiscono sul corpo rigido, come nella Figura 10.11, ciascuna di esse tende a produrre una rotazione intorno all'asse passante per O . Per esempio, se il corpo è inizialmente a riposo, \vec{F}_2 tende a far ruotare il corpo in verso orario, mentre \vec{F}_1 tende a farlo ruotare in verso antiorario. Useremo la convenzione che il segno del momento della forza è positivo quando la forza tende a produrre una rotazione antioraria, negativo quando tende a produrre una rotazione oraria. Per esempio, nella Figura 10.11, il momento dovuto a \vec{F}_1 , che ha come braccio d_1 , è positivo ed è uguale a $+F_1 d_1$; quello dovuto ad \vec{F}_2 è negativo e vale $-F_2 d_2$. Il momento *risultante* che agisce sul corpo rigido rispetto all'asse passante per O è dunque

$$\tau_{\text{risultante}} = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 - F_2 d_2$$

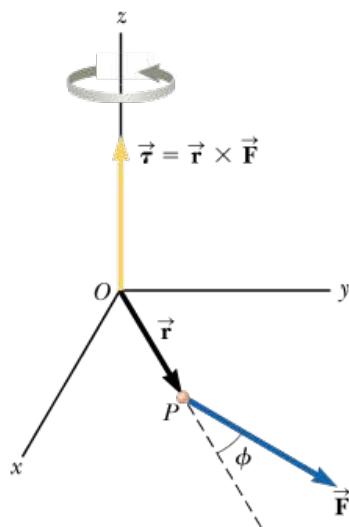


FIGURA 10.12 Il vettore momento meccanico \rightarrow giace perpendicolarmente al piano formato dal vettore posizione $\rightarrow r \rightarrow$ e dalla forza applicata F .

Dalla definizione di momento di una forza, si vede che la tendenza a porre in rotazione un corpo cresce al crescere sia di F che di d . Per esempio, si aumenta la rotazione di una porta se (a) si spinge più forte o (b) si spinge sulla maniglia, piuttosto che in un punto vicino ai

cardini. Il momento di una forza *non* deve essere confuso con la forza. Il momento *dipende* dalla forza, ma anche da *dove la forza è applicata*.

Finora non abbiamo discusso la natura vettoriale del momento meccanico, a → parte avergli assegnato un valore positivo o negativo. Consideriamo una forza \vec{F} che agisce su una particella individuata dal vettore posizione \vec{r} (Fig. 10.12). Il *modulo* del momento di questa forza rispetto all'asse passante per l'origine è $|rF \sin \Phi|$, dove Φ è l'angolo tra \vec{r} e \vec{F} . L'asse intorno al quale la forza tenderebbe a produrre la rotazione del corpo è perpendicolare al piano individuato da \vec{r} ed \vec{F} . Se la forza giace sul piano xy , come nella Figura 10.12, allora il momento è rappresentato da un vettore parallelo all'asse z . La forza nella Figura 10.12 crea un momento che tende a far ruotare il corpo in senso antiorario guardando l'asse z dall'alto. Definiamo il verso del momento della forza in modo che il vettore $\vec{\tau}$ sia nel verso positivo delle z (cioè verso i tuoi occhi). Se si inverte il verso di \vec{F} nella Figura 10.12, $\vec{\tau}$ è nel verso negativo delle z . Con questa scelta, il vettore momento della forza può essere definito come il **prodotto vettoriale** di \vec{r} ed \vec{F} :

► **DEFINIZIONE DI MOMENTO CON IL PRODOTTO VETTORIALE**

$$\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$

10.20 ◀

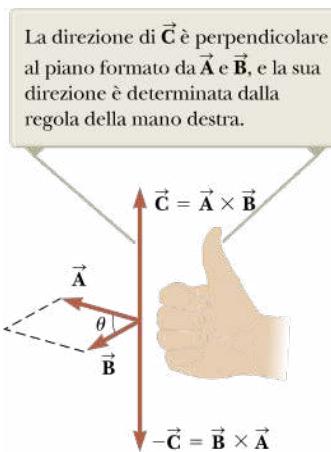


FIGURA 10.13 Il prodotto $\vec{A} \times \vec{B}$ fornisce un terzo vettore \vec{C} di modulo $AB \sin \theta$ pari all'area del parallelogramma disegnato.

Diamo ora una definizione formale del prodotto vettoriale, introdotto in precedenza nel Paragrafo 1.8. Dati due vettori qualsiasi \vec{A} e \vec{B} , il loro prodotto vettoriale $\vec{A} \times \vec{B}$ è definito come un terzo vettore \vec{C} , il cui *modulo* è $AB \sin \theta$, ove θ è l'angolo compreso tra \vec{A} e \vec{B} :

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

10.21 ◀

$$C = |\vec{C}| \equiv AB \sin \theta$$

10.22 ◀

Si noti che la grandezza $AB \sin \theta$ è uguale all'area del parallelogramma formato da \vec{A} e \vec{B} , come si vede in Figura 10.13. La *direzione* di $\vec{A} \times \vec{B}$ è perpendicolare al piano individuato da \vec{A} e \vec{B} e il suo verso è quello determinato dalla regola della mano destra illustrata nella Figura 10.13. Le quattro dita della mano destra sono disposte lungo \vec{A} e poi "avvolte" verso \vec{B} spazzando l'angolo θ . Il verso del pollice esteso è il verso di $\vec{A} \times \vec{B}$. Siccome la notazione $\vec{A} \times \vec{B}$ si legge generalmente come "A per B" e il prodotto fornisce anch'esso un vettore, gli si dà il nome di *prodotto vettoriale*.

Le proprietà del prodotto vettoriale seguono dalla sua definizione:

- Al contrario del prodotto scalare, il prodotto vettoriale non è commutativo; infatti,

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

10.23 ◀

Quindi, invertendo l'ordine dei fattori del prodotto, il risultato cambia di segno. Ciò è facilmente verificabile con la regola della mano destra (vedi Fig. 10.13).

- Se \vec{A} e \vec{B} sono paralleli ($\theta = 0^\circ$ o 180°), allora $\vec{A} \times \vec{B} = 0$; ne segue che $\vec{A} \times \vec{A} = 0$.

- Se \mathbf{A} è perpendicolare a \mathbf{B} , allora $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = AB$.
- Il prodotto vettoriale obbedisce alla legge distributiva:

$$\vec{\mathbf{A}} \times (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{C}}$$

10.24◀

- La derivata del prodotto vettoriale rispetto alla variabile t è

$$\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}) = \frac{d\vec{\mathbf{A}}}{dt} \times \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \times \frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt}$$

10.25◀

dove è importante mantenere l'ordine dei termini della moltiplicazione nella parte a destra, tenendo conto dell'Equazione 10.23.

Si lascia al Problema 10.26 la dimostrazione, attraverso l'uso delle Equazioni 10.21 e 10.22 della definizione di versore, che i prodotti vettoriali dei versori $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}$ e $\hat{\mathbf{k}}$ obbediscono alle seguenti relazioni:

$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}} = 0$$

$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} = -\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{k}}$$
10.26◀

$$\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} = -\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}}$$

$$\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} = -\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}}$$

I segni sono interscambiabili. Per esempio, $\hat{\mathbf{i}} \times (-\hat{\mathbf{j}}) = -\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} = -\hat{\mathbf{k}}$.

QUIZ RAPIDO 10.5

- (i)** Se stai cercando senza successo di rimuovere una vite bloccata da un pezzo di legno, hai bisogno di un giravite con il manico (a) più lungo o (b) più largo? **(ii)** Se stai cercando di rimuovere un bullone da un pezzo di metallo con una chiave inglese e non riesci, hai bisogno di una chiave con il manico (a) più lungo o (b) più largo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

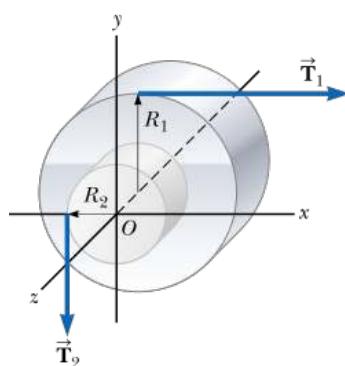


FIGURA 10.14 (Esempio 10.6) Un cilindro pieno ruota intorno all'asse z passante per O . Il braccio → della forza T_1 è R_1 e il braccio della → forza T_2 è R_2 .

Esempio 10.6 | Momento risultante su un cilindro

Un cilindro ha la forma mostrata in Figura 10.14, con una sezione centrale di raggio più piccolo sporgente da una di raggio maggiore che chiamiamo tamburo. Il cilindro è libero di ruotare attorno all'asse centrale z della figura. Una corda avvolta → intorno al tamburo di raggio R_1 esercita su di esso una forza \mathbf{T}_1 verso destra. Un'altra corda avvolta sulla sezione centrale di raggio R_2 esercita sul di essa una forza → \mathbf{T}_2 verso il basso.

- (A) Qual è il momento risultante che agisce sul cilindro rispetto all'asse di rotazione (che è l'asse z della Fig. 10.14)?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 10.7 | Il prodotto vettoriale

Due vettori giacenti nel piano xy sono espressi dalle equazioni $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ e $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$. Determinare il prodotto $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ e verificare che $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = -\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: corpo rigido in equilibrio

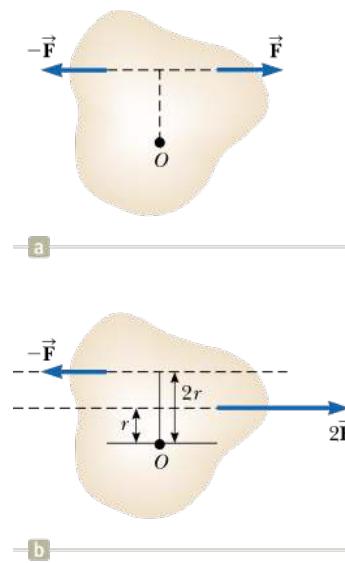


FIGURA 10.15 (a) Le due forze agenti sul corpo hanno lo stesso modulo e verso opposto. Siccome giacciono sulla stessa retta di azione, il momento risultante è nullo e il corpo è in equilibrio. (b) Un'altra situazione in cui due forze agiscono su un corpo per produrre un momento risultante nullo intorno ad O (senza che il risultante delle forze sia però nullo).

Abbiamo definito il corpo rigido e abbiamo discusso il momento della forza come la causa delle variazioni nel moto rotatorio di un corpo rigido. Possiamo ora definire alcuni modelli di analisi per il corpo rigido soggetto a momenti meccanici analogamente a quelli introdotti per le particelle soggette a forze. Iniziamo immaginando un corpo rigido sottoposto a momenti uguali e opposti, che ci fornirà un modello che chiameremo del **corpo rigido in equilibrio**.

Consideriamo due forze di uguale modulo e versi opposti applicate a un corpo come mostrato in Figura 10.15a. La forza diretta verso destra tende a ruotare il corpo in senso orario attorno all'asse perpendicolare al foglio del disegno e passante per O , mentre la forza diretta verso sinistra tende a farlo ruotare in senso antiorario attorno a quell'asse. Poiché le forze hanno lo stesso modulo e la stessa retta di azione, i loro momenti sono uguali in modulo. Quindi il momento risultante sul corpo rigido è zero. La situazione mostrata in Figura 10.15b è un altro caso in cui il momento risultante rispetto a O è zero sebbene la forza risultante sul corpo non sia zero. Potremmo escogitare molti altri casi.

Con un momento risultante nullo, il moto rotatorio non può subire alcuna variazione e dunque rimane nel suo stato originario, ovvero se il corpo è in moto rotazionale persiste nello stesso moto con la medesima velocità angolare, se è fermo rimane fermo. Questa è una situazione di equilibrio analoga all'equilibrio traslazionale discusso nel Capitolo 4.

Ci sono due condizioni necessarie per l'equilibrio di un corpo, che possono essere espresse nel modo seguente:

- La risultante delle forze esterne deve essere uguale a zero:

$$\sum \vec{F}_{\text{est}} = 0$$

10.27

- Il momento risultante delle forze esterne deve essere uguale a zero rispetto a *qualsiasi* asse:

$$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = 0$$

10.28

La prima condizione esprime l'equilibrio traslazionale. La seconda condizione esprime l'equilibrio rotazionale. Nel caso particolare di **equilibrio statico**, il corpo è fermo sicché esso non ha velocità né lineare né angolare (cioè, $v_{\text{CM}} = 0$ e $\omega = 0$).

Le due espressioni vettoriali date dalle Equazioni 10.27 e 10.28 sono equivalenti a sei equazioni scalari: tre dalla prima condizione di equilibrio e tre dalla seconda

(corrispondenti alle componenti x , y e z). Quindi, in un sistema complesso dove diverse forze agiscono in varie direzioni, ci troveremo a dover risolvere un insieme di equazioni con diverse incognite. Qui, limiteremo la nostra discussione alla situazione nella quale tutte le forze giacciono sul piano xy (le forze i cui vettori giacciono nello stesso piano sono dette *complanari*). Con questa limitazione, avremo a che fare soltanto con tre equazioni scalari. Due di queste risultano dall'uguaglianza delle forze nelle direzioni x e y . La terza proviene dall'equazione del momento delle forze, cioè dall'imporre che il momento risultante rispetto ad un asse passante per *qualsiasi* punto del piano xy deve essere nullo. Quindi, le due condizioni di equilibrio forniscono le equazioni

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum \tau_z = 0$$

10.29◀

dove l'asse rispetto al quale viene calcolato il momento delle forze è arbitrario. Si utilizzano queste equazioni quando il modello di corpo rigido in equilibrio è appropriato e le forze sul corpo giacciono in un piano (che denotiamo per semplicità xy).

Nel trattare problemi di equilibrio statico, è importante tener conto di tutte le forze esterne agenti sul corpo perché non farlo darebbe luogo a un'analisi sbagliata. Si raccomanda di seguire il seguente procedimento quando si analizza un corpo in equilibrio sotto l'azione di diverse forze esterne:

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI Il corpo rigido in equilibrio

Quando analizzi un corpo rigido in equilibrio sotto l'azione di diverse forze esterne, usa la seguente procedura.

1. Concettualizzazione. Pensa al corpo in equilibrio e identifica tutte le forze che agiscono su di esso. Immagina l'effetto che ciascuna forza avrebbe sulla rotazione se essa agisse da sola sul corpo.

2. Classificazione. Conferma che il corpo in esame può essere considerato un corpo rigido. Il corpo deve avere accelerazione traslatoria e angolare nulla.

3. Analisi. Disegna un grafico con tutte le forze che agiscono sul corpo. Prova a stimare la direzione delle forze che non sono specificate. Quando si usa il modello di una particella puntiforme soggetta a una forza, l'oggetto su cui la forza agisce può essere disegnato con un punto perché non importa dove sia applicata la forza. Quando si usa invece il modello di corpo rigido in equilibrio, non si può usare un punto per rappresentare il corpo perché nel calcolo è importante la posizione del punto di applicazione della forza. Quindi nel grafico delle forze su un corpo, si deve mostrare il corpo così come è o al più una sua versione semplificata.

Scegli un sistema di coordinate conveniente e decomponi tutte le forze nelle componenti cartesiane. Applica poi la prima condizione di equilibrio riportata nell'Equazione 10.27. Ricorda di tenere traccia del segno delle varie componenti.

Scegli un asse conveniente per il calcolo del momento sul corpo rigido. La scelta dell'asse per il calcolo del momento è arbitraria sicché va scelto un asse che semplifichi il calcolo. Generalmente l'asse più conveniente per il calcolo del momento è quello passante per il punto di applicazione di diverse forze in modo che il momento di queste forze intorno all'asse sia nullo. Se c'è una forza incognita e non è necessario ricavarla, può essere comodo scegliere un asse passante per il punto di applicazione di questa forza. Applica quindi la

seconda condizione di equilibrio espressa dall'Equazione 10.28, e risolvi il sistema di equazioni in funzione delle grandezze note.

4. Conclusione. Bisogna assicurarsi che i risultati siano in accordo con il grafico. Se hai scelto un verso che comporta un segno negativo per una forza, non preoccuparti: significa solamente che il verso della forza in realtà è l'opposto di quello inizialmente ipotizzato. Somma le componenti orizzontali e verticali delle forze e verifica che ciascuna componente della forza risultante sia nulla. Somma i momenti e verifica che la loro somma sia nulla.

Esempio 10.8 | In piedi su una trave orizzontale

Una trave orizzontale uniforme di lunghezza $\ell = 8.00 \text{ m}$ e forza peso $W_t = 200 \text{ N}$ è fissata ad una parete verticale. La sua estremità distale è sostenuta da un cavo che forma un angolo $\Phi = 53^\circ$ con la trave (Figura 10.16a). Una persona con un peso $W_p = 600 \text{ N}$ si trova sulla trave alla distanza $d = 2.00 \text{ m}$ dalla parete. Ricavare la tensione del cavo e il modulo, direzione e verso della reazione vincolare che la parete esercita sulla trave.

VISUALIZZA SOLUZIONE

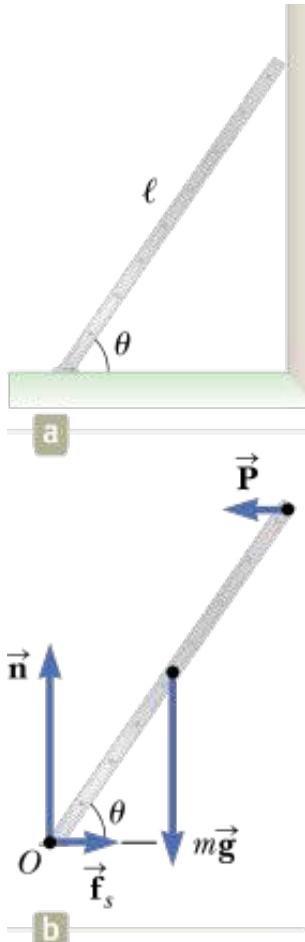


FIGURA 10.17 (Esempio 10.9) (a) Una scala uniforme ferma, appoggiata contro una parete senza attrito. (b) Il diagramma di corpo libero della scala.

Esempio 10.9 | La scala appoggiata

Una scala uniforme di lunghezza ℓ è ferma, appoggiata a una parete liscia verticale (Fig. 10.17a). La massa della scala è m , il coefficiente di attrito statico tra la scala e il pavimento è $\mu_s = 0.40$. Ricavare l'angolo minimo θ_{\min} a cui la scala non scivola a terra.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: corpo rigido sottoposto a momento risultante delle forze

Nel paragrafo precedente abbiamo studiato la situazione d'equilibrio in cui il momento risultante della forza su un corpo rigido è zero. Cosa succede se il momento risultante è diverso da zero? In analogia con la seconda legge di Newton per il moto traslatorio, dovremmo aspettarci una variazione della velocità angolare del corpo rigido. Il momento risultante causerà un'accelerazione angolare del corpo rigido.

Descriviamo questa situazione con un nuovo modello, il **corpo rigido sottoposto al momento risultante delle forze**, che studieremo in questo paragrafo.

Immaginiamo ancora un corpo rigido in rotazione come un insieme di particelle. Il corpo rigido sarà soggetto a forze applicate in vari punti in corrispondenza di singole particelle. Quindi, possiamo immaginare che le forze sul corpo rigido si esercitano su singole particelle. Calcoleremo il momento risultante sul corpo dovuto ai momenti di queste forze rispetto all'asse di rotazione del corpo in rotazione. Ogni forza applicata può essere rappresentata per mezzo delle sue componenti radiale e tangenziale. La componente radiale di una forza applicata non contribuisce al momento risultante poiché la sua retta d'azione passa per l'asse di rotazione. Quindi, solo la componente tangenziale di una forza applicata contribuisce al momento.

Per ogni data particella del corpo rigido, descritta dall'indice i , possiamo usare la seconda legge di Newton per descrivere l'accelerazione tangenziale della particella:

$$F_{ti} = m_i a_{ti}$$

dove il pedice t si riferisce alle componenti tangenziali. Moltiplichiamo ambedue i membri di questa espressione per r_i , la distanza della particella dall'asse di rotazione:

$$r_i F_{ti} = r_i m_i a_{ti}$$

Usando l'Equazione 10.11 e ricordando la definizione di momento meccanico ($T = rF \sin \Phi = rF_t$ in questo caso), possiamo riscrivere questa espressione come

$$\tau_i = m_i r_i^2 \alpha_i$$

Ora, sommiamo i momenti di tutte le particelle del corpo rigido:

$$\sum_i \tau_i = \sum_i m_i r_i^2 \alpha_i$$

Il primo membro rappresenta il momento risultante su tutte le particelle del corpo rigido. Il momento risultante associato con le forze *interne* è comunque zero. Per capire perché, ricordiamo che la terza legge di Newton dice che le forze interne intervengono sempre in coppie di uguale modulo, verso opposto e giacciono lungo la linea congiungente ciascuna coppia di particelle. Il momento dovuto a ciascuna coppia di forze azione-reazione è perciò zero. Nella sommatoria di tutti i momenti, il *momento risultante delle forze interne si annulla*. Il termine al primo membro si riduce dunque solo al momento risultante delle forze *esterne*.

Al secondo membro, utilizziamo il modello del corpo rigido richiedendo che tutte le particelle abbiano la stessa accelerazione angolare α . Quindi, questa equazione diventa

$$\sum \tau_{\text{est}} = \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \alpha$$

dove il momento e l'accelerazione angolare non hanno più i pedici poiché si riferiscono a grandezze associate al corpo rigido nel suo insieme piuttosto che a singole particelle. Riconosciamo nella grandezza in parentesi il momento d'inerzia I . Quindi,

$$\sum \tau_{\text{est}} = I\alpha$$

10.30 ◀

Cioè, il momento risultante delle forze agenti su un corpo rigido è proporzionale alla sua accelerazione angolare, e la costante di proporzionalità è il momento d'inerzia. È importante notare che $\sum_{\text{est}} T = I\alpha$ è l'analogo rotazionale della seconda legge del moto di Newton applicata a un sistema di particelle (Eq. 8.40), $\sum F_{\text{est}} = Ma_{\text{CM}}$.

QUIZ RAPIDO 10.6

Spegni il trapano elettrico e osservi che l'intervallo di tempo in cui la punta si arresta a causa del momento della forza di attrito è Δt . Sostituisci la punta con una più larga raddoppiando il momento di inerzia dell'intero meccanismo rotante del trapano. Immaginiamo che questa punta più larga venga messa in rotazione alla stessa velocità. Il trapano viene spento e su di esso agisce lo stesso momento della forza di attrito. Qual è l'intervallo di tempo in cui questa seconda punta si ferma? (a) $4\Delta t$ (b) $2\Delta t$ (c) Δt (d) $0.5 \Delta t$ (e) $0.25 \Delta t$ (f) impossibile da calcolare.

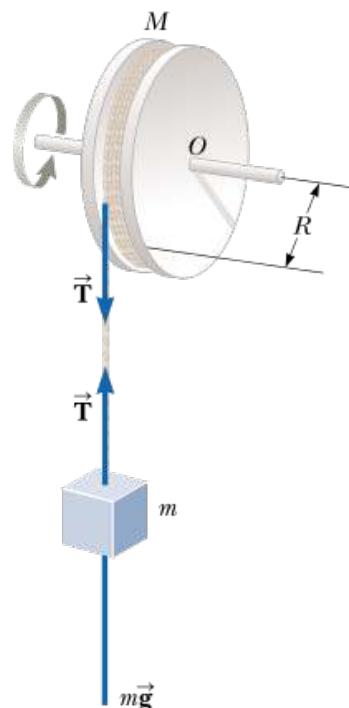
[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)


FIGURA 10.18 (Esempio 10.10) Un corpo appeso ad una corda avvolta attorno ad una ruota.

Esempio 10.10 | Accelerazione angolare di una ruota

Una ruota di raggio R , massa M e momento di inerzia I è montata su un asse orizzontale privo di attrito come in Figura 10.18. Una corda leggera arrotolata intorno alla ruota sostiene un corpo di massa m . Quando la ruota viene lasciata libera di muoversi, essa inizia a ruotare con un'accelerazione angolare. Trovare

l'espressione dell'accelerazione angolare della ruota, dell'accelerazione del corpo di massa m e della tensione della corda.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Considerazioni energetiche nel moto rotazionale

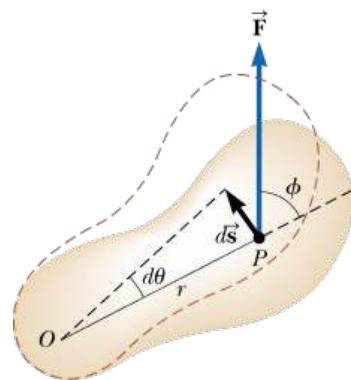


FIGURA 10.19 Un corpo rigido ruota attorno ad un asse per il punto O sotto l'azione di una → forza esterna \vec{F} applicata in P.

Nel moto traslatorio, abbiamo visto che il concetto di energia, e in particolare la semplificazione dell'equazione di conservazione dell'energia con il teorema dell'energia cinetica, è estremamente utile per descrivere il moto di un sistema. Il concetto di energia può essere ugualmente utile per semplificare l'analisi del moto rotatorio. Dall'equazione di conservazione dell'energia, ci aspettiamo che nella rotazione di un oggetto attorno a un asse fisso, il lavoro compiuto dalle forze esterne sul corpo sia uguale alla variazione dell'energia cinetica rotazionale purché l'energia non sia immagazzinata in altro modo. Per mostrare che ciò è vero, iniziamo trovando un'espressione per il lavoro svolto dal momento di una forza.

Consideriamo un corpo rigido incernierato nel punto O in Figura 10.19. Supponiamo che una sola forza esterna \vec{F} sia applicata nel punto P e $d\vec{s}$ sia lo spostamento del punto di applicazione della forza. La quantità infinitesima di lavoro dW compiuto da \vec{F} quando il punto di applicazione ruota di una distanza infinitesima $ds = rd\theta$ nell'intervallo di tempo dt è

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = (F \sin \phi) r d\theta$$

→ dove $F \sin \Phi$ è la componente tangenziale di \vec{F} , ossia la componente della forza nella direzione dello spostamento. Si noti, dalla Figura 10.19, che la componente radiale \rightarrow di \vec{F} non compie lavoro, poiché è perpendicolare allo spostamento del punto di applicazione della forza.

→ Poiché il modulo del momento dovuto alla forza \vec{F} rispetto all'origine è definito come $rF \sin \Phi$, il lavoro compiuto sul corpo in corrispondenza di una rotazione infinitesima $d\theta$, può essere espresso come

$$dW = \tau d\theta$$

10.31

Si noti che questa espressione è il prodotto del momento della forza e lo spostamento angolare, rendendolo analogo al lavoro fatto nel moto traslazionale, dato dal prodotto della forza per lo spostamento.

Ora, metteremo insieme questo risultato con la forma rotazionale della seconda legge di Newton, $T = I\alpha$. Usando la regola di derivazione di una funzione composta, possiamo esprimere il momento della forza come

$$\tau = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = I \frac{d\omega}{d\theta} \omega$$

Riaggiustando questa espressione e notando che $T d\theta = dW$ dall'Equazione 10.31, abbiamo

$$\tau d\theta = dW = I\omega d\omega$$

Integrando questa espressione, troviamo il lavoro totale svolto dal momento della forza:

► **TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA PER LE ROTAZIONI**

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta = \int_{\omega_i}^{\omega_f} I\omega d\omega$$

$$W = \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} I\omega_i^2 = \Delta K_R$$

10.32 ◀

Si noti che questa equazione ha esattamente la stessa forma matematica del teorema dell'energia cinetica per la traslazione. L'Equazione 10.32 è una forma del modello energetico dei sistemi non isolati discusso nel Capitolo 7. Se viene compiuto del lavoro sul sistema del corpo rigido, esso rappresenta un trasferimento di energia dall'esterno sul sistema, che si manifesta come un aumento dell'energia cinetica rotazionale del corpo.

In generale, possiamo combinare questo teorema con la forma traslazionale del teorema dell'energia cinetica del Capitolo 6. Quindi, il lavoro complessivo fatto dalle forze esterne sul corpo è la variazione della sua energia cinetica *totale* pari alla somma dell'energia cinetica traslazionale e rotazionale. Per esempio, quando un battitore lancia una palla da baseball, il lavoro fatto dalle sue mani assume la forma di energia cinetica associata al moto della palla nello spazio ma anche energia cinetica rotazionale associata alla rotazione della palla.

In aggiunta al teorema dell'energia cinetica, altri principi si possono applicare alla rotazione. Per esempio, se un sistema che comprende corpi in rotazione è isolato e non ci sono forze non conservative che agiscono su di esso, esso può essere analizzato usando il modello di sistema isolato e il principio di conservazione dell'energia meccanica come nell'Esempio 10.11 illustrato sotto.

Completiamo la discussione del concetto di energia per la rotazione introducendo il → *tasso* con cui viene compiuto lavoro da una forza \mathbf{F} su un corpo in rotazione attorno ad un asse fisso. Questo tasso si ottiene dividendo per dt entrambi i membri dell'Equazione 10.31:

$$\frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt}$$

10.33 ◀

La quantità dW/dt è per definizione la potenza istantanea P erogata dalla forza. Inoltre, visto che $d\theta/dt = \omega$, l'Equazione 10.33 si riduce a

► **POTENZA TRASFERITA AD UN CORPO IN ROTAZIONE**

$$P = \tau\omega$$

10.34 ◀

Questa espressione è analoga a $P = Fv$ nel caso di moto traslatorio.

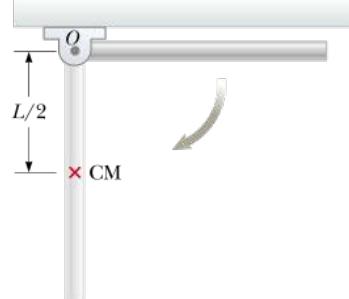


FIGURA 10.20 (Esempio 10.11) Un'asta rigida uniforme agganciata ad O ruota in un piano verticale sotto l'azione della forza gravitazionale.

Esempio 10.11 | L'asta rotante

Un'asta uniforme di lunghezza L e massa M è libera di ruotare attorno ad un asse passante per una delle sue estremità (Fig. 10.20). L'asta è lasciata libera da ferma in posizione orizzontale.

(A) Qual è la velocità angolare dell'asta quando raggiunge la posizione verticale?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: momento angolare nei sistemi non isolati

Il momento angolare \vec{L} dipende dal punto rispetto a cui è calcolato ed è un vettore perpendicolare sia a \vec{r} che a \vec{p} .

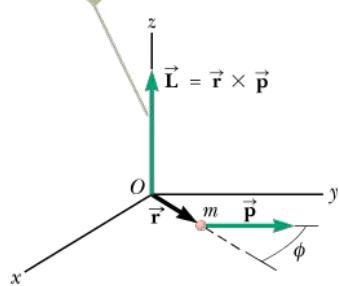


FIGURA 10.21 Il momento → angolare L di una particella di massa m e quantità di moto → p che si trova nella posizione → r è dato da $L \rightarrow = \rightarrow r \times \rightarrow p$.

Immaginiamo un corpo che ruota nello spazio senza alcun moto del suo centro di massa. Ciascuna particella del corpo si muove su una traiettoria circolare cosicché una quantità di moto è associata al moto di ciascuna particella. Sebbene l'oggetto non abbia quantità di moto (il suo centro di massa non si muove nello spazio), le particelle del corpo sono in moto, sicché una “quantità di moto” è associata con la sua rotazione. Studieremo in questo paragrafo il momento della quantità di moto, chiamato pure **momento angolare**, posseduto dal corpo.

Consideriamo inizialmente una particella di massa m , posta nella posizione \vec{r} e che si muova con una quantità di moto \vec{p} , come è mostrato nella Figura 10.21. Per adesso, non la consideriamo come una particella di un corpo rigido; essa è una particella qualsiasi che si muove con quantità di moto \vec{p} . Applicheremo tra poco → il risultato a un corpo rigido in rotazione. Il **momento angolare istantaneo** \vec{L} della particella rispetto all'origine O è definito come il prodotto vettoriale del vettore posizione istantanea \vec{r} e del vettore quantità di moto istantanea \vec{p} :

$$\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$$

10.35 ◀

L'unità di misura SI del momento angolare è $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. È importante notare che sia → il modulo che la direzione di \vec{L} dipendono dalla scelta dell'origine. La direzione di \vec{L} → è perpendicolare al piano individuato da \vec{r} e \vec{p} , e il suo verso è determinato dalla regola della mano destra. Per esempio, nella Figura 10.21 \vec{r} e \vec{p} sono nel piano xy ed \vec{L} → ha la direzione di z . Poiché $\vec{p} = m \vec{v}$, il modulo di \vec{L} → è dato da

$$L = mvr \sin \phi$$

10.36 ◀

dove ϕ è l'angolo tra \vec{r} e \vec{p} . Ne consegue che \vec{L} → è zero quando \vec{r} → è parallelo a \vec{p} ($\phi = 0^\circ$ o 180°). In altre parole, quando una particella si muove lungo una retta passante per l'origine, essa ha momento angolare nullo rispetto all'origine. Ciò è equivalente ad affermare che il vettore quantità di moto non è tangente ad *alcuna* circonferenza tracciata attorno all'origine. D'altra parte, se \vec{r} → è perpendicolare a \vec{p} ($\phi = 90^\circ$), L è massimo e uguale a mvr . Infatti, in quell'istante la particella si muove esattamente come se fosse sul bordo di una ruota di raggio r che ruota con velocità angolare $\omega = v/r$ attorno all'origine nel piano definito da \vec{r} e \vec{p} . Una particella ha momento angolare non nullo rispetto a un certo punto se il vettore posizione della particella misurato rispetto a quel punto ruota attorno al punto stesso quando la particella si muove.

Per il moto traslatorio, troviamo che la forza risultante su una particella è uguale alla derivata temporale della quantità di moto della particella (Eq. 8.4). Vogliamo ora mostrare che la seconda legge di Newton implica una analoga situazione per la rotazione: il momento risultante delle forze agenti su una particella è pari alla derivata temporale del momento

angolare della particella. Iniziamo scrivendo il momento della forza agente sulla particella nella forma

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

10.37

dove abbiamo usato $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ (Eq. 8.4). Deriviamo poi rispetto al tempo l'Equazione 10.35, seguendo la regola della derivata del prodotto (Eq. 10.25):

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

È importante rispettare l'ordine dei fattori nel prodotto vettoriale poiché esso non è commutativo, come abbiamo visto nel Paragrafo 10.5.

Il primo termine del membro a destra della precedente equazione è nullo poiché $v = d\vec{r}/dt$ è parallelo a \vec{p} . Quindi,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

10.38

Dal confronto delle Equazioni 10.37 e 10.38, si ha

► **IL MOMENTO DI UNA FORZA È LA VARIAZIONE NEL TEMPO DEL MOMENTO ANGOLARE DELLA PARTICELLA**

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

10.39

Questo risultato è l'analogo rotazionale della seconda legge di Newton, $\vec{F} = d\vec{p}/dt$. L'Equazione 10.39 ci dice che il momento della forza agente su una particella è pari alla derivata temporale del momento angolare della particella. È importante notare che l'Equazione 10.39 è valida solo se gli assi usati per definire \vec{r} ed \vec{L} sono gli stessi. L'Equazione 10.39 è valida anche quando più forze agiscono sulla particella, nel qual caso $\vec{\tau}$ è il momento *risultante* delle forze sulla particella. Ovviamente, i momenti risultanti delle forze e i momenti angolari devono essere calcolati rispetto allo stesso punto.

Applichiamo ora queste idee a un sistema di particelle. Il momento angolare totale di un sistema di particelle rispetto ad un punto è definito come la somma vettoriale dei momenti angolari delle singole particelle rispetto allo stesso punto:

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \cdots + \vec{L}_n = \sum \vec{L}_i$$

I

dove la somma vettoriale è estesa a tutte le n particelle del sistema.

Poiché i momenti angolari delle singole particelle possono variare nel tempo, anche il momento angolare totale può variare nel tempo. Infatti, la derivata temporale del momento angolare totale del sistema è pari alla somma vettoriale dei momenti di *tutte* le forze applicate al sistema, sia quelli dovuti a forze interne tra le particelle del sistema, sia quelli associati a forze esterne.

Come abbiamo trovato nella nostra discussione sul corpo rigido sotto l'azione di un momento risultante delle forze, la somma dei momenti interni è zero. Quindi concludiamo che il momento angolare totale può variare nel tempo *solo* se esiste un momento delle forze *esterno* al sistema, così da avere

Prevenire le insidie
| 10.6 La rotazione è necessaria per il momento angolare?
Possiamo definire il momento angolare anche se la particella non si muove su una traiettoria circolare. Anche una particella che si muove lungo una linea retta ha un momento angolare rispetto ad ogni asse spostato dalla traiettoria della particella.

- IL MOMENTO RISULTANTE DELLE FORZE ESTERNE È PARI ALLA DERIVATA RISPETTO AL TEMPO DEL MOMENTO ANGOLARE DEL SISTEMA

$$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = \sum_i \frac{d\vec{\mathbf{L}}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i \vec{\mathbf{L}}_i$$

$$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}_{\text{tot}}}{dt}$$
10.40 ◀

Cioè, la derivata temporale del momento angolare totale di un sistema rispetto a una certa origine in un sistema di riferimento inerziale è uguale al momento risultante delle forze esterne agenti sul sistema rispetto alla stessa origine. Si noti che l'Equazione 10.40 è l'analogo rotazionale di $\vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}_{\text{tot}}}{dt}$ (Eq. 8.40) per un sistema di particelle.

Questo risultato è valido per un sistema di particelle che cambiano le loro posizioni reciproche, cioè, un corpo non rigido. In questa discussione sul momento angolare di un sistema di particelle, vogliamo sottolineare di non avere mai imposto la condizione di corpo rigido.

L'Equazione 10.40 è l'equazione principale del **momento angolare nella versione del modello di sistema non isolato**. Il momento angolare di un sistema cambia a seguito di una interazione con l'ambiente circostante descritta per mezzo del momento meccanico risultante agente sul sistema.

Si può ottenere un risultato finale per il momento angolare, che servirà come analogo della definizione della quantità di moto. Immaginiamo un corpo rigido che ruota attorno a un asse. Ciascuna particella di massa m_i del corpo rigido si muove di moto circolare di raggio r_i , con una velocità tangenziale v_i . Quindi, il momento angolare totale del corpo rigido è

$$L = \sum_i m_i v_i r_i$$

Sostituiamo il modulo della velocità tangenziale con il prodotto della distanza radiale per la velocità angolare (Eq. 10.10):

$$L = \sum_i m_i v_i r_i = \sum_i m_i (r_i \omega) r_i = \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega$$

Riconosciamo il modulo della quantità fra parentesi come il momento d'inerzia, cosicché possiamo scrivere il momento angolare del corpo rigido come

- IL MOMENTO ANGOLARE DI UN CORPO CON MOMENTO DI INERZIA I

$$L = I\omega$$
10.41 ◀

TABELLA 10.3 | Un confronto fra equazioni per il moto rotazionale e traslazionale: equazioni della dinamica

	Moto rotazionale attorno ad un asse fisso	Moto traslazionale
Energia cinetica	$K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$	$K = \frac{1}{2}mv^2$
Equilibrio	$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = 0$	$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} = 0$
Seconda legge di Newton	$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = I\alpha$	$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} = m\vec{\mathbf{a}}$
Sistemi non isolati	$\vec{\tau}_{\text{est}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}_{\text{tot}}}{dt}$	$\vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}_{\text{tot}}}{dt}$
Quantità di moto - momento angolare	$L = I\omega$	$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$
Sistemi isolati	$\vec{\mathbf{L}}_i = \vec{\mathbf{L}}_f$	$\vec{\mathbf{p}}_i = \vec{\mathbf{p}}_f$
Potenza	$P = \tau\omega$	$P = Fv$

Nota: le equazioni per il moto traslazionale espresse in termini vettoriali hanno analoghi rotazionali in termini vettoriali. Poiché la trattazione vettoriale delle rotazioni va oltre lo scopo di questo libro, alcune equazioni rotazionali sono date in forma non vettoriale.

che è l'analogo rotazionale di $p = mv$. La Tabella 10.3 è una continuazione della Tabella 10.1, con l'aggiunta degli analoghi traslazionali e rotazionali che abbiamo sviluppato negli ultimi paragrafi e uno che svilupperemo nel prossimo paragrafo.

QUIZ RAPIDO 10.7

Una sfera piena e una cava hanno la stessa massa e lo stesso raggio. Esse ruotano con la stessa velocità angolare. Qual è quella con maggiore momento angolare?
(a) la sfera piena **(b)** la sfera cava **(c)** entrambe hanno lo stesso momento angolare **(d)** impossibile da determinare.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

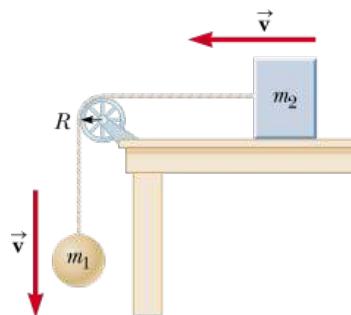


FIGURA 10.22 (Esempio 10.12) Quando il sistema è lasciato libero di muoversi, la sfera si muove verso il basso e il blocco si sposta verso sinistra.

Esempio 10.12 | Un sistema di corpi

Una sfera di massa m_1 e un blocco di massa m_2 sono connessi attraverso un cavo di massa trascurabile che passa su una puleggia come mostrato in Figura 10.22. Il raggio della puleggia è R e la massa del suo sottile bordo è M . I raggi della puleggia hanno massa trascurabile. Il blocco scorre su un piano orizzontale privo di attrito. Ricavare l'espressione dell'accelerazione lineare dei due corpi, usando i concetti di momento angolare e di momento delle forze.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: momento angolare nei sistemi isolati

Nel Capitolo 8, si è visto che la quantità di moto totale di un sistema di particelle rimane costante quando il sistema è isolato, ovvero quando la risultante delle forze esterne agenti sul sistema è nulla. Nel moto rotazionale abbiamo un’analoga legge di conservazione:

► CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

Il momento angolare totale di un sistema è costante in modulo, direzione e verso se il momento risultante delle forze esterne agente sul sistema è nullo, cioè se il sistema è isolato.

Questo enunciato è spesso chiamato⁶ principio della **conservazione del momento angolare** ed è la base del **modello di sistema isolato nella versione per il momento angolare**. Questo principio deriva direttamente dall’Equazione 10.40 che indica che se

$$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}_{\text{tot}}}{dt} = 0 \quad 10.42 \blacktriangleleft$$

allora

$$\vec{\mathbf{L}}_{\text{tot}} = \text{costante} \quad \text{o} \quad \vec{\mathbf{L}}_i = \vec{\mathbf{L}}_f \quad 10.43 \blacktriangleleft$$

Per un sistema isolato costituito da un certo numero di particelle, scriviamo questa → → legge di conservazione come $\vec{\mathbf{L}}_{\text{tot}} = \sum \vec{\mathbf{L}}_n = \text{costante}$, dove l’indice n denota la particella ennesima del sistema.

Se un sistema isolato in rotazione è deformabile in modo tale che la sua massa si distribuisce in modo diverso nel tempo, il momento di inerzia del sistema cambia. Siccome il modulo del momento angolare del sistema è $L = I\omega$ (Eq. 10.41), la conservazione del momento angolare richiede che il prodotto di I e ω sia costante. Quindi, un cambio di I per un sistema isolato comporta un cambio di ω . In questo caso, possiamo esprimere il principio di conservazione del momento angolare come

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f = \text{costante} \quad 10.44 \blacktriangleleft$$

Questa espressione è valida sia per la rotazione attorno ad un asse fisso che per la rotazione attorno ad un asse passante per il centro di massa purché l’asse mantenga fissa la direzione. Si richiede soltanto che il momento risultante delle forze esterne sia nullo.

⁶ L’equazione più generale di conservazione del momento angolare è l’Equazione 10.40, che descrive come il sistema interagisca con l’ambiente.

Quando le sue braccia e gambe sono vicine al corpo, il momento d'inerzia del pattinatore è piccolo e la sua velocità angolare è grande.



Per rallentare e terminare la sua rotazione, il pattinatore muove braccia e gambe verso l'esterno, aumentando il suo momento di inerzia.



FIGURA 10.23 Il momento angolare viene conservato durante l'esibizione della medaglia d'oro russa Evgeni Plushenko alle Olimpiadi invernali di Torino nel 2006.

Si possono usare molti esempi per dimostrare la conservazione del momento angolare per sistemi deformabili. Avrai osservato un pattinatore ruotare su se stesso nella finale di un programma (Fig. 10.23). La velocità angolare del pattinatore è grande quando mani e piedi sono vicini al corpo. (Si notino i capelli del pattinatore!) Trascurando l'attrito tra i pattini e il ghiaccio, non agisce alcun momento delle forze esterne sul pattinatore. Il momento d'inerzia del suo corpo aumenta quando mani e piedi si allontanano dal corpo alla fine della rotazione. Secondo il principio di conservazione del momento angolare, la sua velocità angolare deve diminuire. Analogamente, quando tuffatori o acrobati vogliono fare una capriola, essi mettono le mani e i piedi il più vicino possibile al corpo in modo da ruotare più velocemente. In questi casi la forza esterna dovuta alla gravità agisce nel centro di massa e dunque ha momento nullo rispetto ad esso. Quindi il momento angolare rispetto al centro di massa si deve conservare ovvero $I_i \omega_i = I_f \omega_f$. Per esempio, se i tuffatori vogliono raddoppiare la loro velocità angolare, devono ridurre il momento di inerzia a metà del valore iniziale.

Nell'Equazione 10.43 abbiamo una terza versione del modello di sistema isolato. Possiamo ora affermare che l'energia, la quantità di moto e il momento angolare di un sistema isolato sono tutte quantità costanti:

$$E_i = E_f \quad (\text{se non c'è trasferimento di energia all'esterno})$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \quad (\text{se la forza esterna risultante è nulla})$$

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \quad (\text{se il momento risultante delle forze esterne è nullo})$$

Un sistema può essere isolato in termini di una di queste quantità ma non di altre. Se un sistema non è isolato in termini di quantità di moto o di momento angolare, sarà il più delle volte non isolato anche in termini di energia perché c'è una forza risultante o un momento risultante non nullo agente sul sistema e questa forza o questo momento compie lavoro sul sistema. Viceversa, ci sono sistemi non isolati in termini di energia che sono isolati in termini di forza risultante e di momento risultante delle forze. Per esempio, immaginiamo di premere su un palloncino verso l'interno tenendolo tra le mani. Viene compiuto lavoro

nel comprimere il palloncino e dunque il sistema non è isolato in termini di energia, ma la forza risultante che agisce sul sistema è nulla e dunque il sistema è isolato in termini di quantità di moto. Una simile affermazione può esser fatta nel caso in cui si pieghino le estremità di un pezzo metallico lungo ed elastico con entrambe le mani. Viene compiuto lavoro sul pezzo metallico (il sistema) sicché viene immagazzinata energia nel sistema non isolato sotto forma di energia potenziale elastica, ma il momento risultante delle forze sul sistema è nullo. Quindi il sistema è isolato in termini di momento angolare. Altri esempi sono le collisioni di oggetti macroscopici che rappresentano sistemi isolati in termini di quantità di moto ma non isolati in termini di energia, a causa della fuoriuscita di energia dal sistema mediante onde meccaniche (suono).

Un interessante esempio astrofisico di conservazione del momento angolare avviene quando, alla fine della sua vita, una stella di grande massa esaurisce tutto il suo combustibile e collassa sotto l'effetto delle forze gravitazionali, producendo una gigantesca esplosione di energia chiamata esplosione di supernova. L'esempio più studiato di un residuo di esplosione di supernova è la nebulosa del Granchio, una massa di gas caotica in espansione (Fig. 10.24). In una supernova, parte della massa della stella è liberata nello spazio, dove essa alla fine si condensa in nuove stelle e pianeti. La gran parte della massa rimanente tipicamente collassa in una **stella di neutroni**, una sfera estremamente densa di materia con un diametro di circa 10 km contro il diametro di 10^6 km della stella originale, e contenente gran parte della massa originaria della stella. Poiché il momento d'inerzia del sistema diminuisce durante il collasso, la velocità angolare della stella aumenta, analogamente all'aumento di velocità del pattinatore nella Figura 10.23. Sono state identificate circa 2 000 stelle di neutroni in rapida rotazione dalla prima scoperta di simili corpi astronomici nel 1967, con periodi di rotazione che vanno dal millisecondo ad alcuni secondi. La stella di neutroni – un oggetto con una massa più grande di quella del Sole che compie diverse rotazioni al secondo attorno al proprio asse – è un sistema molto spettacolare!

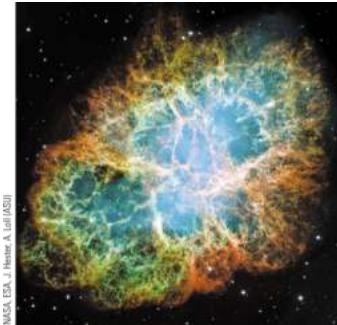


FIGURA 10.24 La Nebulosa del Granchio, nella costellazione del Toro. La nebulosa è il residuo dell'esplosione di una Supernova che fu vista sulla Terra nell'anno 1054 d.C. Essa si trova a 6 300 anni luce di distanza ed ha un diametro di circa 6 anni luce, ancora in espansione.

Possiamo anche rivelare gli effetti della conservazione del momento angolare nella rotazione della Terra quando avviene un terremoto. Un terremoto causa un cambiamento nella distribuzione della massa della Terra e il risultato è il cambiamento del momento d'inerzia della Terra. Proprio come nel caso del pattinatore, questo cambiamento farà variare la velocità angolare della Terra. Un terremoto di magnitudo 8.8 in Cile nel Febbraio 2010 ha causato una diminuzione del periodo di rotazione della Terra di $1.3 \mu\text{s}$. Analogamente, il terremoto di magnitudo 9.0 sulla costa del Giappone nel marzo 2011 ha causato un'ulteriore riduzione di $1.8 \mu\text{s}$.

QUIZ RAPIDO 10.8

Una tuffatrice professionista lascia il trampolino gettandosi in acqua con il corpo dritto in lenta rotazione. Tira le braccia e le gambe in posizione raccolta. Cosa accade alla sua energia cinetica rotazionale? (a) Aumenta. (b) Diminuisce. (c) Rimane uguale. (d) È impossibile da determinare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

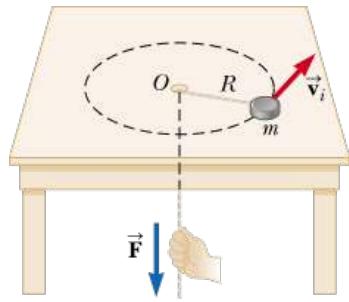


FIGURA 10.25 (Esempio 10.13) Quando la corda è tirata la velocità del dischetto cambia.

Esempio 10.13 | Un dischetto rotante su una superficie orizzontale priva di attrito

Un dischetto di massa m su un tavolo orizzontale privo di attrito è connesso ad una corda che passa attraverso un piccolo foro nel tavolo. Il disco viene messo in moto su una circonferenza di raggio R con velocità v_i (Fig. 10.25).

- (A) Se la corda viene tirata verso il basso in modo da far diminuire il raggio fino a r , ricavare l'espressione della velocità finale v_f del disco.

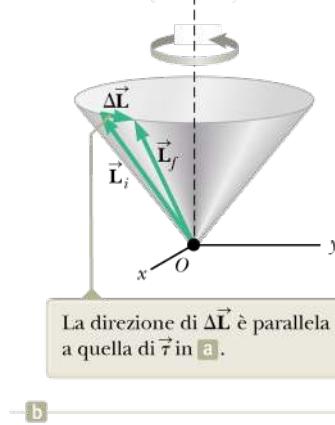
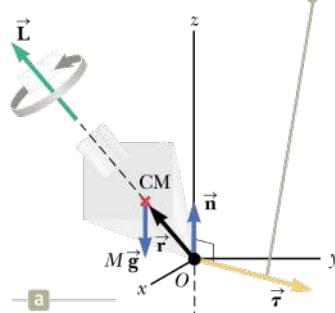
VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 10.14 | Formazione di una stella di neutroni

Una stella ruota con un periodo di 30 giorni attorno ad un asse passante per il suo centro. Il periodo è l'intervallo di tempo necessario affinché un punto sull'equatore della stella compia una rivoluzione completa intorno all'asse di rotazione. Dopo che la stella ha compiuto un'esplosione di supernova, il nucleo della stella con raggio 1.0×10^4 km collassa in una stella di neutrini di raggio 3.0 km. Calcolare il periodo di rotazione della stella di neutrini.

VISUALIZZA SOLUZIONE

La regola della mano destra
indica che $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times M\vec{g}$
giace nel piano xy .



La direzione di $\Delta\vec{L}$ è parallela
a quella di $\vec{\tau}$ in a.

FIGURA 10.26 Moto di precessione di una trottola che ruota intorno al suo asse di rotazione. (a) Le sole forze esterne agenti sulla trottola sono la forza normale $\rightarrow n$ e la forza gravitazionale $M g \rightarrow$. La direzione del \rightarrow momento angolare L è lungo l'asse di $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ simmetria. (b) Siccome $L_f = \Delta L + L_i$, la trottola precede attorno all'asse z .

Moto di precessione dei giroscopi

Un tipo di moto inusuale e affascinante che probabilmente avete osservato è quello di una trottola che ruota attorno al proprio asse di simmetria, com'è mostrato in Figura 10.26a. Mentre la trottola ruota rapidamente, l'asse di simmetria ruota attorno all'asse z descrivendo un cono (vedi Fig. 10.26b). Il moto dell'asse di simmetria intorno alla verticale – noto come **moto di precessione** – è generalmente lento rispetto al moto di rotazione della trottola intorno al suo asse.

È del tutto naturale chiedersi perché la trottola non cada. Poiché il centro di massa della trottola non si trova direttamente al di sopra del punto O che fa da perno alla rotazione, sulla trottola agisce un momento meccanico risultante rispetto a O , dovuto alla forza di gravità $M \vec{g}$. La trottola cadrebbe certamente se non ruotasse → intorno al suo asse. Poiché ruota, tuttavia, essa ha un momento angolare \mathbf{L} diretto lungo il suo asse di simmetria. Come vedremo, il moto di questo asse di simmetria attorno all'asse z (il moto di precessione) avviene poiché il momento della forza produce una variazione della *direzione* dell'asse di simmetria. Questo moto è un esempio eccellente dell'importanza della natura vettoriale del momento angolare.

Le caratteristiche essenziali del moto di precessione possono essere illustrate considerando il semplice giroscopio mostrato in Figura 10.27a. Le due forze agenti sul giroscopio sono mostrate in Figura 10.27b: la forza di gravità $M \vec{g}$ verso il basso e la forza normale \vec{n} agente verso l'alto sul punto O che fa da perno per l'asse di rotazione. La forza normale non produce alcun momento rispetto al perno poiché il suo braccio relativo a questo punto è zero. Tuttavia, la forza di gravità produce un momento meccanico $\vec{\tau} = \vec{r} \times M \vec{g}$ rispetto a O , dove la direzione di $\vec{\tau}$ è perpendicolare al piano formato da \vec{r} e $M \vec{g}$. Necessariamente, il vettore $\vec{\tau}$ giace su un piano orizzontale xy perpendicolare al vettore momento angolare. Il momento meccanico risultante e il momento angolare del giroscopio sono legati tramite l'Equazione 10.40:

$$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt}$$

Questa espressione mostra che nell'intervallo di tempo infinitesimo dt , il momento \vec{L} non nullo produce una variazione del momento angolare $d\vec{L}$ nella stessa direzione di \vec{L} . Quindi, analogamente al vettore momento della forza, $d\vec{L}$ deve anche essere perpendicolare a \vec{L} . La Figura 10.27c illustra il moto di precessione dell'asse di simmetria del giroscopio. Nell'intervallo di tempo dt , la variazione del momento angolare è $d\vec{L} = \vec{L}_f - \vec{L}_i = \vec{\omega} dt$. Siccome \vec{L} è perpendicolare a \vec{L} , il modulo di $\vec{\omega}$ non varia ($|\vec{L}_i| = |\vec{L}_f|$). Piuttosto cambia la direzione di \vec{L} . Siccome la variazione $d\vec{L}$ è

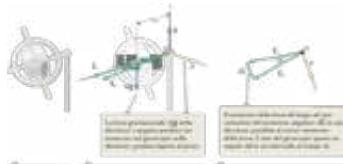


FIGURA 10.27 (a) Un giroscopio in rotazione è incernierato all'estremità destra.

(b) Diagramma per il giroscopio in rotazione che mostra le forze, il momento delle forze e il momento angolare. (c) Visione dall'alto (guardando l'asse z verso il basso) dei vettori momento angolare iniziale e finale nell'intervallo di tempo infinitesimo dt .

del momento angolare è nella direzione di $\vec{\omega}$ che giace nel piano xy , il giroscopio compie il moto di precessione.

Per semplificare la descrizione del sistema, assumiamo che il momento angolare totale della ruota che compie la precessione sia la somma del momento angolare I^{\rightarrow} dovuto alla rotazione attorno all'asse e del momento angolare dovuto al moto del centro di massa intorno al perno. Nella nostra trattazione, trascuriamo il contributo del moto del centro di massa e consideriamo il momento angolare totale pari semplicemente a I^{\rightarrow} . In pratica, questa approssimazione è buona se ω è molto alta.

Il diagramma vettoriale in Figura 10.27c mostra che nell'intervallo di tempo dt , il vettore momento angolare ruota di un angolo $d\Phi$ che è anche l'angolo di cui ruota $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ l'asse del giroscopio. Dal triangolo formato dai vettori \mathbf{L}_i , \mathbf{L}_f e $d\mathbf{L}$, si vede che

$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{\sum \tau_{\text{est}} dt}{L} = \frac{(Mgr_{\text{CM}}) dt}{L}$$

Dividendo per dt e usando la relazione $L = I\omega$, troviamo che la velocità di rotazione dell'asse intorno all'asse verticale è

$$\omega_f = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Mgr_{\text{CM}}}{I\omega} \quad \text{10.45} \blacktriangleleft$$

La velocità angolare ω_f è chiamata **frequenza di precessione**. Questo risultato è valido solo se $\omega_f \ll \omega$. Altrimenti, si realizza un moto molto più complicato. Come si vede dall'Equazione 10.45, la condizione $\omega_f \ll \omega$ è soddisfatta quando ω è grande, cioè quando la ruota gira rapidamente. Inoltre si noti che la frequenza di precessione decresce al crescere di ω , cioè quando la ruota gira più velocemente intorno all'asse di simmetria.

Con accurate tolleranze nella fabbricazione, la precessione dovuta al momento gravitazionale può essere resa molto piccola e i giroscopi possono essere usati come sistemi di guida nei veicoli, dove una variazione nella direzione della velocità di un veicolo è rivelata da una variazione fra la direzione del momento angolare del giroscopio e una direzione di riferimento fissata sul veicolo. Con un appropriato sistema di controlloreazione elettronica, si può eliminare la deviazione dalla direzione di moto desiderata, riportando il momento angolare in linea con la direzione di riferimento. I valori di precessione per giroscopi militari altamente specializzati sono inferiori a 0.02° per giorno.

I giroscopi sono sempre più utilizzati nelle applicazioni della vita quotidiana. Chiunque abbia utilizzato un veicolo elettrico Segway è stato mantenuto in verticale da un sistema di cinque giroscopi che fanno parte del sistema di controllo del veicolo. L'iPhone 4 della Apple include un sensore giroscopico che assiste il dispositivo nelle applicazioni che coinvolgono sensori avanzati del moto. Come altro esempio, la tecnologia di stabilizzazione dell'immagine nelle macchine fotografiche digitali utilizza sensori giroscopici per aiutare a schiarire le immagini prese dalla macchina fotografica.

Rotolamento dei corpi rigidi

In questo paragrafo ci occuperemo del moto di un corpo rigido che rotola su una superficie piatta. Esistono molti esempi quotidiani di tale moto, incluse le ruote di automobile che rotolano sulla strada e le palle da bowling che rotolano verso i birilli. Come esempio, consideriamo un cilindro che rotola lungo un percorso rettilineo, come in Figura 10.28. Il centro di massa si sposta lungo una linea retta, mentre un punto sul bordo percorre una traiettoria più complessa chiamata *cicloide*. Si assume, inoltre, che il cilindro di raggio R sia uniforme e rotoli su una superficie con attrito. Le superfici devono esercitare forze d'attrito fra di loro; diversamente il cilindro scivolerebbe invece di rotolare. Se la forza d'attrito agente sul cilindro è grande abbastanza, il cilindro rotola senza scivolare. In questa situazione, la forza d'attrito è statica invece che dinamica poiché il punto di contatto del cilindro con la superficie è in ogni istante fermo rispetto alla superficie. La forza d'attrito statico agisce senza produrre spostamento, cosicché essa non compie lavoro sul cilindro e non causa una diminuzione dell'energia meccanica del cilindro. Nel rotolamento di corpi reali, le deformazioni



FIGURA 10.28 Due punti su un oggetto che rotola percorrono diversi cammini nello spazio.

delle superfici producono qualche resistenza nel rotolamento. Tuttavia, se entrambe le superfici sono dure si deformeranno molto poco e la resistenza al rotolamento sarà trascurabile. Possiamo, allora, assimilare il moto di rotolamento a un modello che mantiene costante l'energia meccanica. La ruota è stata una grande invenzione!

Mentre il cilindro ruota di un angolo θ , il suo centro di massa si sposta di un tratto $s = R\theta$. Quindi la velocità e l'accelerazione del centro di massa per un moto di puro rotolamento sono

► **RELAZIONI TRA LE VARIABILI TRASLAZIONALI E ROTAZIONALI PER UN CORPO CHE ROTOLA**

$$v_{CM} = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega \quad \text{10.46} \blacktriangleleft$$

$$a_{CM} = \frac{dv_{CM}}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha \quad \text{10.47} \blacktriangleleft$$

Le velocità di traslazione di vari punti del cilindro rotolante sono mostrate in Figura 10.29. Si noti che in ogni punto la velocità traslazionale è perpendicolare alla linea che unisce quel punto al punto di contatto. In ogni istante, il punto P è fermo rispetto alla superficie, poiché non c'è slittamento.

Possiamo esprimere l'**energia cinetica totale** di un corpo che rotola, di massa M e momento d'inerzia I , come la somma dell'energia cinetica di rotazione attorno al centro di massa più l'energia cinetica di traslazione del centro di massa:

► **ENERGIA CINETICA TOTALE DI UN CORPO IN ROTOLAMENTO**

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 \quad \text{10.48} \blacktriangleleft$$

Un utile teorema, noto come **teorema degli assi paralleli**, ci permette di esprimere questa energia in funzione del momento d'inerzia I_p rispetto a qualsiasi asse parallelo all'asse passante per il centro di massa di un corpo. Il teorema afferma che

$$I_p = I_{CM} + MD^2 \quad \text{10.49} \blacktriangleleft$$

dove D è la distanza tra l'asse passante per il centro di massa e l'asse parallelo, e M è la massa totale del corpo. Usiamo questo teorema per esprimere il momento d'inerzia rispetto all'asse passante per il punto di contatto P fra l'oggetto che rotola e la superficie. La distanza fra questo punto e il centro di massa del corpo simmetrico è il suo raggio, così

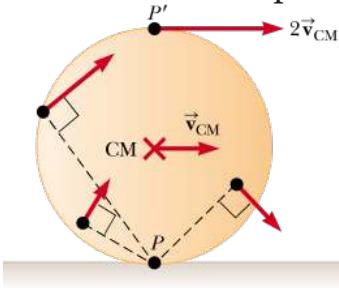


FIGURA 10.29 Tutti i punti su un oggetto che rotola si muovono in una direzione perpendicolare alla linea che li congiunge con il punto istantaneo di contatto P . Il centro del corpo si muove con velocità $v \rightarrow CM$ mentre il punto P' si muove con velocità $2v \rightarrow CM$.

$$I_p = I_{CM} + MR^2$$

Se esprimiamo il modulo della velocità di traslazione del centro di massa dell'oggetto nella Equazione 10.48 in funzione della velocità angolare, abbiamo

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}MR^2\omega^2 = \frac{1}{2}(I_{CM} + MR^2)\omega^2 = \frac{1}{2}I_p\omega^2 \quad \text{10.50} \blacktriangleleft$$

Quindi, l'energia cinetica del corpo che rotola si può considerare equivalente a un'energia cinetica puramente rotazionale del corpo che rotola attorno al suo punto di contatto.

Possiamo usare la versione energetica del modello per i sistemi isolati per trattare una classe di problemi che riguardano il moto di rotolamento di un corpo rigido giù per un piano inclinato scabro. In questo tipo di problemi, l'energia potenziale gravitazionale del sistema corpo-Terra diminuisce, mentre l'energia cinetica rotazionale e traslazionale del corpo aumentano. Per esempio, consideriamo una sfera che ruota senza slittare dopo che è stata lasciata libera di muoversi da ferma in cima a un piano inclinato ad un'altezza verticale h . Notare che il moto di rotolamento accelerato è possibile solo se fra la sfera e il piano inclinato è presente una forza d'attrito che produce un momento meccanico risultante rispetto al centro di massa. Malgrado la presenza dell'attrito, non avviene alcuna perdita di energia meccanica poiché il punto di contatto è in ogni istante a riposo rispetto alla superficie (d'altra parte se la sfera dovesse scivolare l'energia meccanica del sistema sfera-piano inclinato-Terra sarebbe trasformata in energia interna dovuta alla forza di attrito dinamico non conservativa).

Usando $v_{CM} = R\omega$ per il puro moto rotatorio, possiamo esprimere l'Equazione 10.48 come

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}I_{CM}\left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 \\ K &= \frac{1}{2}\left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M\right)v_{CM}^2 \end{aligned} \quad \text{10.51} \blacktriangleleft$$

Per il sistema della sfera e della Terra definiamo la configurazione di energia potenziale gravitazionale nulla come quella in cui la sfera è alla base del piano inclinato. Quindi la conservazione dell'energia meccanica fornisce

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M \right) v_{CM}^2 + 0 = 0 + Mgh$$

$$v_{CM} = \left(\frac{2gh}{1 + I_{CM}/MR^2} \right)^{1/2}$$

10.52 ▶

QUIZ RAPIDO 10.9

Due oggetti A e B sono posti in cima ad un piano inclinato e lasciati liberi di muoversi da fermi. Per *ciascuna* delle tre coppie di oggetti descritti in (i), (ii) e (iii) quale oggetto arriva prima in fondo al piano inclinato? (i) una palla A che rotola senza scivolare e una scatola B che scivola su un parte priva di attrito del piano inclinato (ii) una sfera A che ha una massa e un raggio doppi di una sfera B che rotolano entrambe senza scivolare (iii) una sfera A che ha stessa massa e stesso raggio della sfera B, ma è piena mentre la sfera B è cava ed entrambe rotolano senza scivolare. Scegliere dalla lista seguente per ciascuna delle tre coppie di oggetti. (a) oggetto A (b) oggetto B (c) gli oggetti A e B arrivano allo stesso istante (d) impossibile da determinare

VISUALIZZA SOLUZIONE

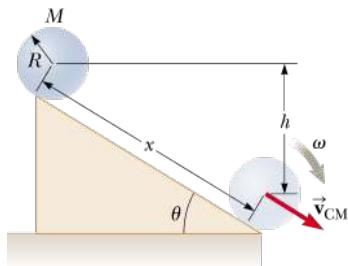


FIGURA 10.30 (Esempio 10.15) Un corpo sferico rotola giù lungo un piano inclinato. L'energia meccanica del sistema corpo-superficie-Terra si conserva se non c'è scivolamento e non c'è resistenza al rotolamento.

Esempio 10.15 | Una sfera che rotola giù lungo un piano inclinato

Per la sfera piena mostrata nella Figura 10.30, calcolare la velocità di traslazione del centro di massa quando arriva ai piedi del piano inclinato e il modulo della sua accelerazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: ruotare l'astronave

Nel Collegamento al contesto del Capitolo 8 abbiamo discusso come far muovere un'astronave nello spazio vuoto accendendo i suoi motori a razzo. Consideriamo adesso come far ruotare un'astronave nello spazio vuoto.

Un modo per cambiare l'orientamento dell'astronave è di avere piccoli motori a razzo che agiscono perpendicolarmente all'astronave, producendo un momento meccanico rispetto al centro di massa. Questo momento causa un'accelerazione angolare intorno al centro di massa e quindi una velocità angolare. Questa rotazione può essere terminata per fornire all'astronave l'orientazione finale richiesta accendendo il motore a razzo montato sul lato opposto. Questa opzione è allettante e molte astronavi hanno tali razzi montati lateralmente. Una caratteristica sgradevole di questa tecnica è che consuma irreversibilmente il carburante dell'astronave, sia per iniziare che per fermare la rotazione. Il momento esercitato sull'astronave in questa situazione non è prodotto da forze esterne, quindi questo non è un esempio del modello di corpo rigido soggetto a momento delle forze. Il momento sull'astronave viene prodotto da forze interne tra componenti del sistema. L'astronave esercita forze sul carburante consumato per espellerlo dall'astronave e, per la terza legge di Newton, il carburante esercita una forza uguale e opposta sull'astronave. Quindi questa è un'applicazione del modello di sistema isolato per il momento angolare. Al carburante viene impresso un momento angolare in una direzione e l'astronave gira nell'altro verso. È l'analogo rotazionale dell'arciere discusso nell'Esempio 8.2 o la propulsione di un razzo discussa nel Paragrafo 8.8.

Consideriamo un'altra possibilità relativa alla versione del momento angolare del modello di sistema isolato, che non coinvolga il carburante espulso. Supponiamo che la nostra astronave abbia a bordo un giroscopio che non ruota, come in Figura 10.31a (pag. 340). In questo caso il momento angolare della navicella rispetto al centro di massa è nullo. Supponiamo che il giroscopio sia posto in rotazione. Appare chiaro che adesso la navicella possiede un momento angolare diverso da zero a causa della rotazione del giroscopio. Eppure non c'è alcun momento di forze esterne sul sistema, cosicché il momento angolare del sistema isolato deve rimanere nullo in accordo con il principio di conservazione del momento angolare. Questo principio può essere soddisfatto considerando che la navicella ruota nella direzione opposta a quella del giroscopio cosicché i vettori momento angolare del giroscopio e della navicella si annullino fra loro, dando un momento angolare del sistema nullo. Il risultato della rotazione del giroscopio, come in Figura 10.31b, è che la navicella ruota! Includendo tre giroscopi con assi mutuamente ortogonali, si può ottenere



FIGURA 10.31 (a) Un'astronave trasporta un giroscopio che non è in rotazione.
 (b) Quando il giroscopio viene messo in rotazione, l'astronave ruota nel verso opposto in modo tale che il momento angolare del sistema si conservi.

qualunque rotazione nello spazio. Una volta che l'orientazione richiesta è ottenuta, la rotazione del giroscopio viene fermata.

Questo effetto comportò una situazione non voluta durante il volo della navicella *Voyager 2*. La navicella trasportava un registratore a nastro le cui bobine giravano ad alta velocità. Ogni volta che il registratore veniva acceso le bobine agivano come giroscopi e la navicella iniziava una rotazione non voluta in senso contrario. Questa rotazione doveva essere controbilanciata dal Controllo Missione accendendo i motori a reazione laterali per fermare la rotazione!

La **velocità angolare istantanea** di una particella che si muove lungo una circonferenza o di un corpo rigido che ruota attorno a un asse fisso è

$$\omega \equiv \frac{d\theta}{dt} \quad \text{10.3} \blacktriangleleft$$

dove ω è misurata in rad/s, oppure in s⁻¹.

L'**accelerazione angolare istantanea** di una particella che si muove lungo una circonferenza o di un corpo rigido che ruota attorno a un asse fisso è

$$\alpha \equiv \frac{d\omega}{dt} \quad \text{10.5} \blacktriangleleft$$

ed è misurata in rad/s² o s⁻².

Quando un corpo rigido ruota intorno a un asse fisso, ogni parte del corpo ha la stessa velocità angolare e la stessa accelerazione angolare. Differenti parti del corpo, invece, hanno differenti velocità e accelerazioni traslazionali.

Quando una particella ruota intorno a un asse fisso, la posizione angolare, la velocità angolare e l'accelerazione angolare sono legate alla posizione tangenziale, alla velocità tangenziale ed alla accelerazione tangenziale dalle relazioni

$$s = r\theta \quad \text{10.1a} \blacktriangleleft$$

$$v = r\omega \quad \text{10.10} \blacktriangleleft$$

$$a_i = r\alpha \quad \text{10.11} \blacktriangleleft$$

Il **momento d'inerzia** di un sistema di particelle è dato da

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad \text{10.15} \blacktriangleleft$$

Se un corpo rigido ruota intorno a un asse fisso con velocità angolare ω , la sua **energia cinetica rotazionale** può essere scritta

$$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{10.16} \blacktriangleleft$$

dove I è il momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione.

Il momento d'inerzia di un oggetto continuo di densità ρ è

$$I = \int \rho r^2 dV$$

10.18◀

Il **momento** → di una forza rispetto a un punto in un sistema di riferimento inerziale è definito come

$$\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$

10.20◀

dove \vec{r} è il vettore posizione del punto di applicazione della forza.

→ → → → Dati due vettori **A** e **B**, il loro **prodotto vettoriale** **A** × **B** → è un vettore **C** di modulo

$$C \equiv AB \sin \theta$$

10.22◀

→ → → dove θ è l'angolo tra **A** e **B**. La direzione di **C** è perpendicolare al piano formato da **A** e **B** e il verso è determinato dalla regola della mano destra.

→ Il **momento angolare** **L** di una particella con quantità di moto $\vec{p} = m \vec{v}$ è

$$\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$$

10.35◀

dove \vec{r} è il vettore posizione della particella rispetto a un punto *O*. Se ϕ è l'angolo tra \vec{r} e \vec{p} , il modulo di \vec{L} è

$$L = mvr \sin \phi$$

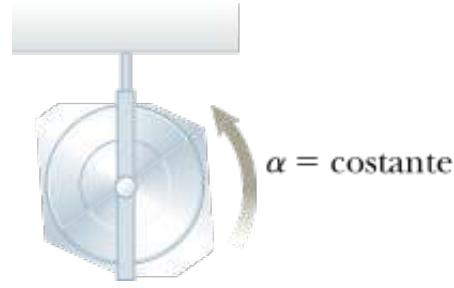
10.36◀

L'**energia cinetica totale** di un corpo rigido, come un cilindro, che ruota su una superficie scabra senza slittare è pari alla somma dell'energia cinetica rotazionale ¹ intorno al centro di massa del corpo e dell'energia cinetica traslazionale del centro di massa $\frac{1}{2} \frac{I_{CM}}{M} v_{CM}^2$:

$$K = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 \quad 10.48◀$$

In questa espressione v_{CM} denota la velocità del centro di massa e $v_{CM} = R\omega$ per rotolamento puro.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi |



Corpo rigido soggetto ad accelerazione angolare costante.

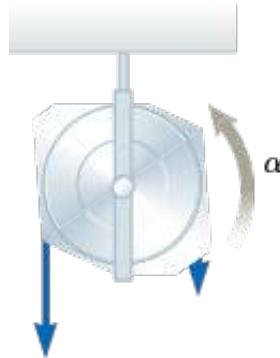
Se un corpo rigido ruota intorno ad un asse fisso con accelerazione angolare costante, si possono applicare le equazioni della cinematica che sono analoghe a quelle del moto traslatorio di una particella soggetta ad accelerazione costante:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \quad 10.6 \blacktriangleleft$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad 10.7 \blacktriangleleft$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \quad 10.8 \blacktriangleleft$$

$$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t \quad 10.9 \blacktriangleleft$$



Corpo rigido soggetto a un momento delle forze. Se un corpo rigido libero di ruotare intorno ad un asse fisso è soggetto ad un momento delle forze, il corpo subisce un'accelerazione angolare α dove

$$\sum \tau_{\text{est}} = I\alpha \quad 10.30 \blacktriangleleft$$

Questa equazione è l'analogo rotazionale della seconda legge di Newton per una particella soggetta ad una forza risultante.



Sistema non isolato (momento angolare). Se un sistema interagisce con il suo ambiente nel senso che c'è un momento delle forze esterne che agisce sul sistema, il momento risultante è uguale alla derivata temporale del suo momento angolare:

$$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = \frac{d\vec{L}_{\text{tot}}}{dt} \quad 10.40 \blacktriangleleft$$

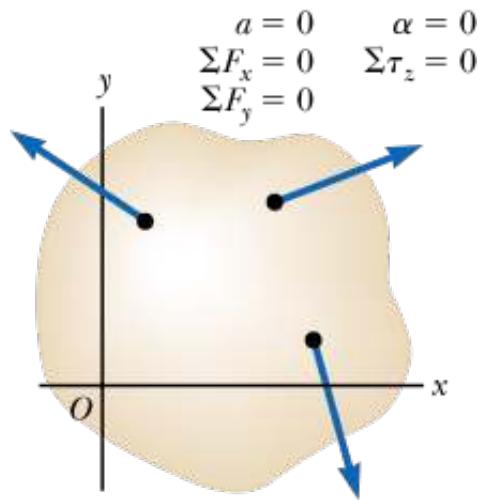


Sistema isolato (momento angolare). Se un sistema non è soggetto ad alcun momento delle forze dall'ambiente esterno, il momento angolare totale del sistema si conserva:

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \quad 10.43 \blacktriangleleft$$

Applicando questa legge di conservazione del momento angolare al sistema il cui momento d'inerzia cambia, si ottiene:

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f = \text{costante} \quad 10.44 \blacktriangleleft$$



Corpo rigido in equilibrio. Un corpo rigido in equilibrio non presenta accelerazione né traslazionale né rotazionale. La forza risultante esterna agente su di esso è nulla e il momento delle forze esterne risultante è anch'esso nullo rispetto a qualunque asse:

$$\sum \vec{F}_{\text{est}} = 0 \quad \text{10.27} \blacktriangleleft$$

$$\sum \vec{\tau}_{\text{est}} = 0 \quad \text{10.28} \blacktriangleleft$$

La prima condizione è quella di equilibrio traslazionale, e la seconda si riferisce all'equilibrio rotazionale.

QUESITI

1. Rispondi sì o no alle seguenti domande. (a) È possibile calcolare il momento agente su un corpo rigido senza specificare l'asse di rotazione? (b) Il momento delle forze è indipendente dalla posizione dell'asse di rotazione?

2. Una mola aumenta la sua velocità angolare da 4.00 rad/s a 12.00 rad/s in 4.00 s. Qual è l'angolo spazzato durante quell'intervallo di tempo se l'accelerazione angolare è costante? (a) 8.00 rad (b) 12.0 rad (c) 16.0 rad (d) 32.0 rad (e) 64.0 rad.

3. Chiamiamo tre direzioni perpendicolari con i nomi di destra, sopra e verso di te nel modo in cui tu potresti chiamarle quando guardi lo schermo di un televisore che giace in un piano verticale. I versori per queste direzioni sono \hat{r} , \hat{u} e \hat{t} rispettivamente. Consideriamo la quantità $(-3\hat{u} \times 2\hat{t})$. (i) Il modulo di questo vettore è (a) 6, (b) 3, (c) 2 o (d) 0? (ii) La direzione di questo vettore è (a) in giù, (b) verso di te, (c) verso l'alto, (d) si allontana da te o (e) verso sinistra?

4. Il vettore \vec{A} si trova nel verso negativo dell'asse y , e il vettore \vec{B} è nel verso negativo dell'asse x . (i) Qual è la direzione di $\vec{A} \times \vec{B}$? (a) non ha direzione perché è uno scalare (b) x (c) $-y$ (d) z (e) $-z$ (ii) Qual è la direzione di $\vec{B} \times \vec{A}$? Scegli tra le stesse possibilità da (a) a (e).

5. Assumi che una sola forza da 300 N sia esercitata su un telaio di bicicletta come mostrato in Figura Q10.5. Considera il momento prodotto da questa forza rispetto all'asse perpendicolare al piano del foglio e passante attraverso ciascuno dei punti da A a E , dove E è il centro di massa del telaio. Ordina i momenti τ_A , τ_B , τ_C , τ_d e τ_e dal più grande al più piccolo, tenendo conto che zero è maggiore di una quantità negativa. Se due momenti sono uguali, annota la loro uguaglianza nel classificarli.

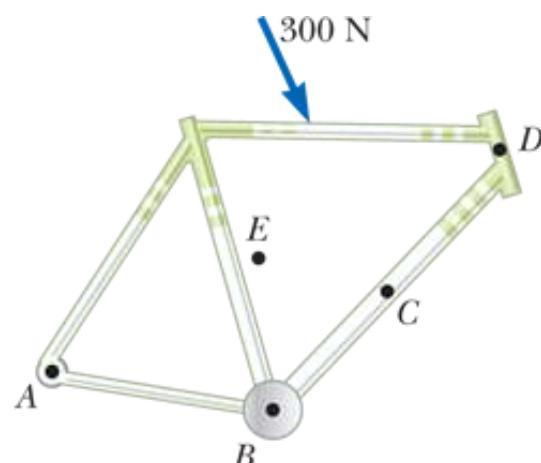


FIGURA Q10.5

6. Due forze agiscono su un corpo. Quale delle seguenti affermazioni è corretta? (a) Il corpo è in equilibrio se le forze sono uguali in modulo e di direzione opposta. (b) Il corpo è in equilibrio se il momento risultante delle forze è nullo. (c) Il corpo è in equilibrio se le forze agiscono nello stesso punto del corpo. (d) Il

corpo è in equilibrio se la forza risultante e il momento risultante sul corpo sono entrambe nulli. (e) Il corpo non può essere in equilibrio perché su di esso agisce più di una forza.

7. Una ciclista corre nel campus su una bicicletta le cui ruote hanno un raggio di 0.500 m. Un pezzo di plastica sul bordo davanti emette un click sonoro ogni volta che passa attraverso la forcella. Se la ciclista conta 320 click tra il suo alloggio e la mensa, quanto ha percorso? (a) 0.50 km (b) 0.80 km (c) 1.0 km (d) 1.5 km (e) 1.8 km.

8. La Figura Q10.8 mostra un sistema di quattro particelle tenute da una struttura di massa trascurabile e rigida. Si assuma che $a = b$ e che M sia maggiore di m . Rispetto a quale degli assi coordinati il sistema ha (i) il più piccolo e (ii) il più grande momento d'inerzia? (a) l'asse x (b) l'asse y (c) l'asse z . (d) Il momento di inerzia ha lo stesso valore per due assi. (e) Il momento d'inerzia è lo stesso per tutti e tre gli assi.

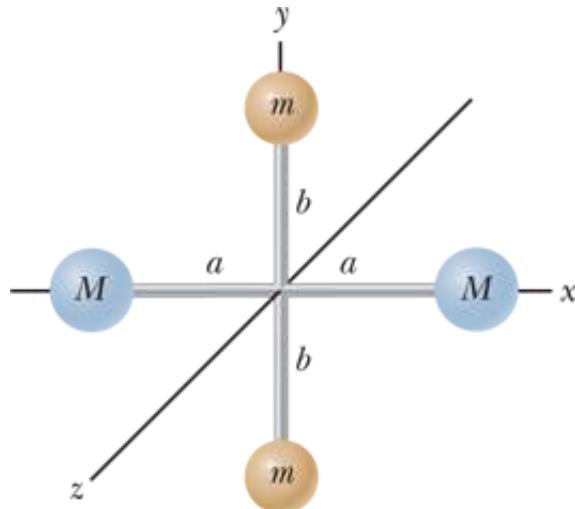


FIGURA Q10.8

9. Come mostrato in Figura Q10.9, una corda è arrotolata su una bobina cilindrica montata su un asse orizzontale fisso privo di attrito. Quando la bobina acquista la maggiore accelerazione angolare in modulo? (a) Quando la corda è tirata giù con una forza costante di 50 N. (b) Quando un corpo di peso 50 N viene sospeso alla corda e lasciato libero di muoversi.



FIGURA Q10.9

10. Consideriamo un oggetto su un disco rotante a distanza r dal suo centro, tenuto solidalmente al disco dall'attrito statico. Quale delle seguenti affermazioni riguardo il corpo non è vera? (a) Se la velocità angolare è costante, il corpo deve

avere velocità tangenziale costante. (b) Se la velocità angolare è costante, il corpo non è accelerato. (c) Il corpo ha un'accelerazione tangenziale solo se il disco ha un'accelerazione angolare. (d) Se il disco ha un'accelerazione angolare, il corpo ha un'accelerazione sia tangenziale che centripeta. (e) Il corpo ha sempre un'accelerazione centripeta eccetto quando la velocità angolare è nulla.

11. Consideriamo il corpo in Figura Q10.11. Una sola forza viene esercitata sul corpo. La linea di azione della forza non passa attraverso il centro di massa del corpo. L'accelerazione del centro di massa del corpo dovuta a questa forza (a) è la stessa di quella che si avrebbe se fosse applicata al centro di massa, (b) è più grande dell'accelerazione che si avrebbe se fosse applicata al centro di massa, (c) è più piccola dell'accelerazione che si avrebbe se fosse applicata al centro di massa o (d) è zero perché la forza causa solo accelerazioni angolari intorno al centro di massa.

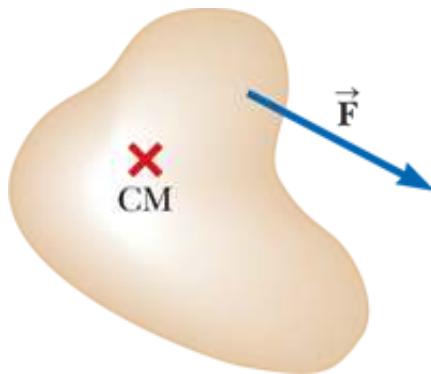


FIGURA Q10.11

12. Un momento delle forze costante viene applicato ad un corpo. Quali delle seguenti quantità per il corpo non possono essere costanti? Scegliere tutte quelle corrette. (a) la posizione angolare (b) la velocità angolare (c) l'accelerazione angolare (d) il momento d'inerzia (e) l'energia cinetica.

13. Una ruota è in rotazione intorno ad un asse fisso con accelerazione angolare costante pari a 3 rad/s^2 . In diversi istanti la sua velocità angolare è -2 rad/s , o e $+2 \text{ rad/s}$. Per un punto sul bordo della ruota, considera in questi istanti il modulo delle componenti tangenziale e radiale dell'accelerazione. Ordina i seguenti cinque valori dal più grande al più piccolo: (a) $|a_t|$ quando $\omega = -2 \text{ rad/s}$, (b) $|a_r|$ quando $\omega = -2 \text{ rad/s}$, (c) $|a_r|$ quando $\omega = 0$, (d) $|a_t|$ quando $\omega = 2 \text{ rad/s}$ e (e) $|a_r|$ quando $\omega = 2 \text{ rad/s}$. Se due di essi sono uguali, evidenzialo quando li ordini. Se una quantità è nulla, evidenziala.

14. Un'asse di legno orizzontale di 20.0 kg e lunga 4.00 m è appoggiata su due supporti, uno nell'estremo sinistro e l'altro 1.0 m dall'estremo destro. Qual è il modulo della forza esercitata sull'asse di legno dal supporto vicino all'estremo destro? (a) 32.0 N (b) 45.2 N (c) 112 N (d) 131 N (e) 98.2 N .

15. Una pattinatrice su ghiaccio inizia la rotazione con le sue braccia allungate all'esterno del corpo. Ella si tiene in equilibrio sul bordo di un pattino per ruotare senza attrito. Poi muove le mani in modo che il suo momento d'inerzia si dimezzi. Durante questo movimento cosa succede alla sua energia cinetica? (a) Aumenta di un fattore 4 (b) Aumenta di un fattore 2 (c) Rimane costante (d) Diminuisce di un fattore 2 (e) Diminuisce di un fattore 4.

16. Un'asta lunga 7.0 m è incardinata a 2.0 m dalla sua estremità sinistra. Una forza verso il basso di 50 N agisce all'estremità sinistra e una di 200 N verso il basso agisce al centro. A che distanza a destra del cardine deve essere posta una terza forza di 300 N diretta verso l'alto in modo da produrre equilibrio rotazionale? *Nota:* si trascuri il peso dell'asta. (a) 1.0 m (b) 2.0 m (c) 3.0 m (d) 4.0 m (e) 3.5 m

DOMANDE CONCETTUALI

1. (a) Qual è la velocità angolare della seconda lancetta di un orologio? (b) Qual è la direzione di $\vec{\omega}$ quando vedi l'orologio appeso ad una parete verticale? (c) Qual è il modulo del vettore accelerazione angolare $\vec{\alpha}$ della seconda lancetta?

2. Una persona tiene in equilibrio un righello di un metro in posizione orizzontale sugli indici delle mani destra e sinistra. Ella lentamente porta le due dita a congiungersi. Il righello rimane in equilibrio e le due dita si incontrano sempre al segno dei 50 cm indipendentemente dalla posizione iniziale. (Provaci!) Spiega perché ciò avviene.

3. Le stelle hanno origine da grandi corpi di gas in lenta rotazione. A causa della gravità, questi agglomerati di gas diminuiscono lentamente di dimensione. Cosa succede alla velocità angolare di una stella quando si contrae? Spiega.

4. Quale delle voci in Tabella 10.2 serve a trovare il momento di inerzia (a) di una fognatura lunga e dritta che ruota intorno al suo asse di simmetria? (b) Di un anello da ricamo che ruota intorno ad un asse passante per il suo centro e ortogonale al suo piano? (c) Di una porta uniforme che ruota intorno ai suoi cardini? (d) Di una moneta che ruota intorno ad un asse passante per il suo centro e perpendicolare alle sue facce?

5. Se il momento agente su una particella rispetto ad un asse passante per un punto è nullo, cosa si può dire del suo momento angolare rispetto a quell'asse?

6. Può un oggetto essere in equilibrio se è in moto? Spiega.

7. Se tu vedi un oggetto in rotazione, c'è necessariamente un momento agente su di esso?

8. Una ragazza ha un cane grosso e docile che vuole pesare su una bilancia da bagno. Ella arriva alla conclusione che può pesare il suo cane con il metodo seguente. Mette dapprima le due zampe anteriori del cane sulla bilancia e registra il valore segnato dalla bilancia. Poi mette le due zampe posteriori sulla bilancia e registra la misura. Ella ritiene che la somma dei due valori corrisponda al peso del cane. È corretto? Spiega la tua risposta.

9. Tre oggetti di densità uniforme - una sfera piena, un cilindro pieno, e un cilindro cavo - sono posti sulla sommità di un piano inclinato (Fig. DC10.9). Essi vengono lasciati liberi di muoversi tutti dalla stessa altezza, rotolando senza scivolare. (a) Quale oggetto raggiunge per primo la base del piano? Quale arriva per ultimo? *Nota:* il risultato è indipendente dalle masse e dal raggio del corpo. (Provalo a casa!)

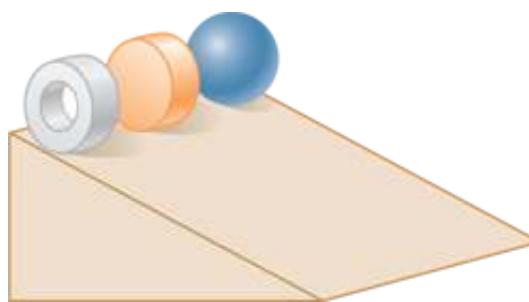


FIGURA DC10.9

10. Spiegare perché cambiare l'asse di rotazione di un corpo modifica il suo momento d'inerzia.

11. (a) Fornisci un esempio in cui la forza risultante agente su un corpo è nulla ma non è nullo il momento risultante. (b) Fornisci un esempio in cui il momento risultante su un corpo è nullo ma non lo è la forza risultante.

12. Un gatto generalmente atterra sulle proprie zampe indipendentemente dalla posizione da cui cade. Una ripresa a rallentatore di un gatto in caduta mostra che la parte superiore del suo corpo si torce in un verso mentre la parte inferiore si torce nel verso opposto (si veda Fig. DC10.12). Perché avviene questo tipo di rotazione?



© Biosphoto/Labat J.-M. & Roquette F./Peter Arnold/Photo library

FIGURA DC10.12

13. Perché un palo lungo aiuta il funambolo a stare in equilibrio?

14. Uno scienziato arrivando in un albergo chiede un facchino per portare una valigia pesante. Quando il facchino gira un angolo, la valigia improvvisamente oscilla allontanandosi da lui per ragioni ignote. Il facchino spaventato lascia la valigia e scappa via. Cosa potrebbe esserci nella valigia?

15. Se il riscaldamento globale continua nei prossimi cento anni, è probabile che del ghiaccio polare si sciolga e l'acqua venga distribuita più vicina all'equatore. (a) Come cambierebbe il momento d'inerzia della Terra? (b) La durata del giorno (una rivoluzione) aumenterebbe o diminuirebbe?

16. Supponiamo che solo due forze esterne agiscano su un corpo rigido stazionario e che le due forze siano uguali in modulo e opposte in verso (uguale direzione). Quale condizione deve verificarsi affinché il corpo inizi a ruotare?

17. Una scala si trova sul pavimento, appoggiata su una parete. Ti sentiresti più sicuro nel salire sulla scala se ti dicessero che il pavimento è liscio ma il muro è scabro oppure se ti dicessero che il muro è liscio ma il pavimento è scabro? Spiega la risposta.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo
BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 10.1 Posizione, velocità e accelerazione angolare

1. La ruota di un vasaio si muove uniformemente per 30 s partendo da ferma fino a raggiungere una velocità angolare di 1.00 giro/s. (a) Calcolare la sua accelerazione angolare media in radianti al secondo quadro. (b) Se durante tutto l'intervallo di tempo si raddoppiasse l'accelerazione, ciò comporterebbe il raddoppiarsi anche della velocità?

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Una sbarra incardinata parte da ferma e ruota con accelerazione angolare $\alpha = (10 + 6t)$ dove α è espressa in rad/s² e t in secondi. Calcolare l'angolo in radianti spazzato dalla sbarra nei primi 4.00 s.

3. Durante un certo intervallo di tempo, la posizione angolare di una porta a vento è descritta da $\theta = 5.00 + 10.0t + 2.00t^2$, dove θ è espresso in radianti e t in

secondi. Calcolare la posizione, la velocità e l'accelerazione angolare della porta nell'istante (a) $t = 0$ e (b) $t = 3.00$ s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 10.2 Modello di analisi: corpo rigido soggetto ad accelerazione angolare costante

4. Perché la seguente situazione è impossibile? Partendo da riposo, un disco ruota intorno ad un asse fisso di un angolo pari a 50.0 rad in un intervallo di tempo di 10.0 s. L'accelerazione angolare del disco è costante durante l'intero moto e la sua velocità angolare finale è 8.00 rad/s.

5. Una ruota impiega 3.00 s per compiere 37.0 giri completi. La sua velocità angolare al termine dell'intervallo di 3.0 s è 98.0 rad/s. Quanto vale l'accelerazione angolare costante della ruota?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Un trapano da dentista parte da fermo. Dopo 3.20 s di accelerazione angolare costante, esso ruota compiendo 2.51×10^4 giri/min. (a) Calcolare l'angolo (in radianti) di cui il trapano ruota durante questo periodo.

7. Viene spento un motore elettrico che manteneva in rotazione una mola alla velocità angolare di 1.00×10^2 giri/min. Assumiamo che la mola ruoti con accelerazione angolare negativa di modulo 2.00 rad/s 2 . (a) Quanto tempo impiega la mola a fermarsi? (b) Di quanti radianti avrà ruotato la mola nell'intervallo di tempo calcolato al punto (a)?

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Una centrifuga in un laboratorio medico ruota ad una velocità angolare di 3 600 giri/min. Quando viene spenta, essa compie 50.0 giri prima di fermarsi. Calcolare l'accelerazione angolare costante della centrifuga.

9. Il cestello di una lavatrice parte da fermo per il ciclo di centrifuga e aumenta costantemente la velocità angolare per 8.00 s fino a raggiungere una velocità di 5.00 giri/s. In questo istante la persona addetta apre il coperchio e un interruttore di sicurezza spegne la lavatrice. Il cestello rallenta gradualmente fino a fermarsi in 12.0 s. Quanti giri ha compiuto il cestello durante il moto?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 10.3 Relazioni fra grandezze rotazionali e traslazionali

10. Una ruota di 2.00 m di diametro giace in un piano verticale e ruota attorno al suo asse centrale con una accelerazione angolare costante pari a 4.00 rad/s^2 . La ruota parte da ferma a $t = 0$ e il raggio vettore di un certo punto P sul bordo compie un angolo di 57.3° rispetto all'orizzontale. Al tempo $t = 2.00 \text{ s}$, calcolare (a) la velocità angolare della ruota e, per il punto P , (b) la velocità tangenziale, (c) l'accelerazione totale e (d) la posizione angolare.

11. Un disco di 8.00 cm di raggio ruota alla velocità angolare costante di 1 200 giri/min intorno al suo asse centrale. Calcolare (a) la sua velocità angolare in radianti al secondo, (b) la velocità tangenziale di un punto a

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

12. Fare una stima di ordine di grandezza del numero di giri compiuti da un tipico pneumatico di automobile in un anno. Dichiarare le quantità che si stimano o misurano e il loro valori.

13. Un'automobile che viaggia su un percorso circolare piano accelera uniformemente da ferma con un'accelerazione tangenziale di 1.70 m/s^2 . L'auto percorre un quarto di giro prima di sbandare e finire fuori strada. Da questi dati, calcolare il coefficiente di attrito statico tra le ruote dell'auto e la strada.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

14. Un'automobile che viaggia su un percorso circolare piano accelera uniformemente da ferma con un'accelerazione tangenziale a . L'auto percorre un quarto di giro prima di sbandare e finire fuori strada. Da questi dati, calcolare il coefficiente di attrito statico tra le ruote dell'auto e la strada.

15. Un compact disc contiene dati e ciascun bit occupa $0.6 \mu\text{m}$ lungo una traccia spirale continua dalla circonferenza interna del disco al bordo esterno. Un lettore CD fa ruotare il disco in senso antiorario su una lente a velocità costante di 1.30 m/s . Calcolare la velocità angolare

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

16. La Figura P10.16 mostra il sistema di trasmissione di una bicicletta che ha ruote del diametro di 67.3 cm e pedali lunghi 17.5 cm. Il ciclista pedala con una cadenza costante di 76.0 giri/ min. La catena si avvolge sulla ruota dentata anteriore di 15.2 cm di diametro e su quella posteriore di 7.00 cm di diametro. Calcolare (a) la velocità di un pezzo della catena rispetto alla bicicletta, (b) la velocità angolare delle ruote della bicicletta, e (c) la velocità della bicicletta rispetto alla strada. (d) Quali dati sono eventualmente non necessari per i calcoli?



FIGURA P10.16

Paragrafo 10.4 Energia cinetica rotazionale

17. Il Big Ben, l'orologio della torre del Parlamento a Londra, ha la lancetta delle ore di 2.70 m con una massa di 60.0 kg e la lancetta dei minuti di 4.50 m con una massa di 100 kg (Fig. 10.17). Calcolare l'energia cinetica rotazionale totale delle due lancette rispetto all'asse di rotazione (modellizza le lancette come lunghe e sottili aste in rotazione attorno ad uno dei due estremi. Assumi che le lancette delle ore e dei minuti ruotino con velocità angolare costante compiendo un giro in 12 ore e 60 minuti rispettivamente).

VISUALIZZA SOLUZIONE



FIGURA P10.17 Problemi 17, 49 e 66.

18. Aste rigide di massa trascurabile giacenti lungo l'asse y collegano tre particelle (Fig. P10.18). Il sistema ruota intorno all'asse x con una velocità angolare di 2.00 rad/s. Calcolare (a) il momento d'inerzia rispetto all'asse x , (b) l'energia cinetica rotazionale totale valutata dall'espressione $\frac{1}{2} I\omega^2$, (c) la velocità tangenziale di ciascuna particella e (d) l'energia cinetica totale valutata

dall'espressione $\sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$. (e) Paragonare le risposte per l'energia cinetica ottenute nei punti (b) e (d).

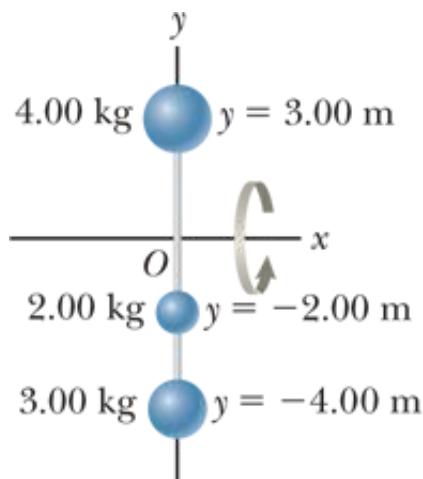


FIGURA P10.18

19. La catapulta da guerra denominata *trebuchet* o *war-wolf*, è un dispositivo usato nel Medio Evo per lanciare massi sui castelli e oggi a volte usata come sport per lanciare grossi vegetali o pianoforti. Una semplice *trebuchet* è mostrata in Figura P10.19. Rappresentala come un'asta rigida di massa trascurabile, lunga 3.00 m, che unisce particelle di massa $m_1 = 0.120$ kg e $m_2 = 60.0$ kg alle sue estremità. Essa può ruotare intorno ad un asse orizzontale perpendicolare all'asta che dista 14.0 cm dalla particella di massa maggiore. L'operatore lascia la *trebuchet* ferma in posizione orizzontale. (a) Calcola la velocità massima che il corpo più leggero acquista. (b) Mentre il corpo leggero aumenta la sua velocità, si muove con accelerazione costante? (c) Si muove con accelerazione tangenziale costante? (d) Si muove con accelerazione angolare costante? (e) Ha quantità di moto costante? (f) Il sistema *trebuchet*-Terra ha energia meccanica costante?

VISUALIZZA SOLUZIONE

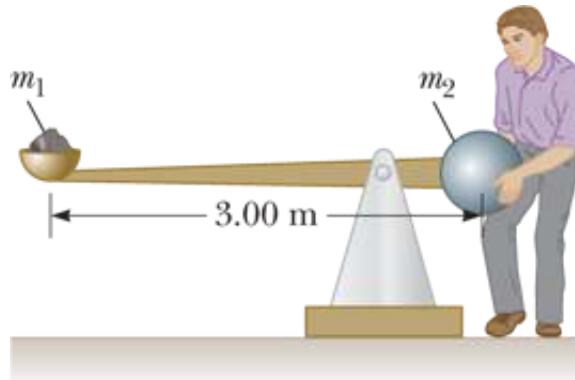


FIGURA P10.19

20. Durante il funzionamento di un motore a benzina, il volano connesso all'albero motore immagazzina energia dopo ciascuna esplosione del carburante, fornendo l'energia necessaria a comprimere la successiva carica di aria e benzina. Per il motore di un tipico trattore da prato, si supponga che il volano debba essere non oltre i 18. cm di diametro. Il suo spessore, misurato lungo il suo asse di rotazione, non deve superare gli 8.00 cm. Il volano deve produrre 60.0 J di energia quando la sua velocità angolare si riduce da 800 a 600 giri/min. Progettare un solido volano d'acciaio (di densità 7.85×10^3 kg/m³) che soddisfi queste richieste con la minore massa possibile. Specificare la forma e la massa del volano.

21. Problema di ricapitolazione. Considera il sistema mostrato in Figura P10.21 con $m_1 = 20.0 \text{ kg}$, $m_2 = 12.5 \text{ kg}$, $R = 0.200 \text{ m}$ e la massa della puleggia $M = 5.00 \text{ kg}$. Il corpo m_2 si trova a terra fermo e il corpo m_1 si trova 4.00 m al di sopra quando viene lasciato libero di muoversi da fermo. L'asse della puleggia non produce attrito. La fune è inestensibile e di massa trascurabile e non slitta sulla puleggia. (a) Calcola l'intervallo di tempo impiegato da m_1 per arrivare a terra. (b) Come si modificherebbe la tua risposta se la puleggia fosse priva di massa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

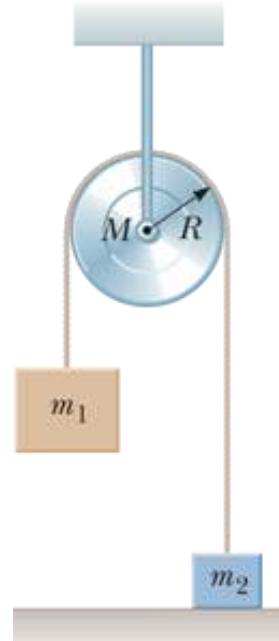


FIGURA P10.21

22. La canna da pesca in Figura P10.22 forma un angolo di 20.0° rispetto all'orizzontale. Qual è il momento della forza esercitato dal pesce rispetto ad un asse perpendicolare al foglio passante per la mano del pescatore se il pesce esercita sulla canna una forza $\vec{F} = 100\text{N}$ che forma un angolo di 37.0° rispetto all'orizzontale? La forza è applicata in un punto distante 2.00 m dalla mano del pescatore.

Paragrafo 10.5 Momento di una forza e prodotto vettoriale

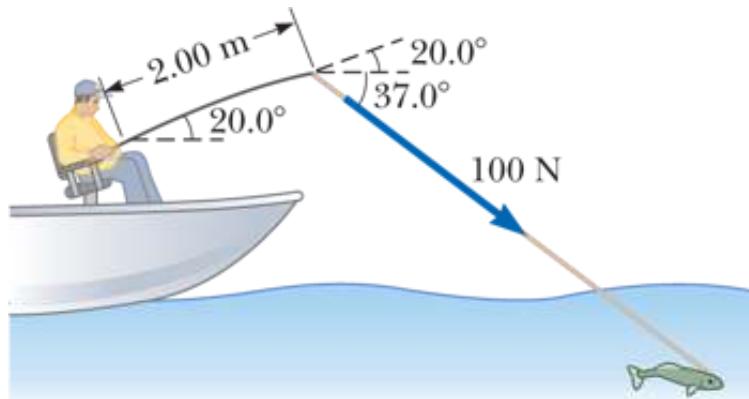
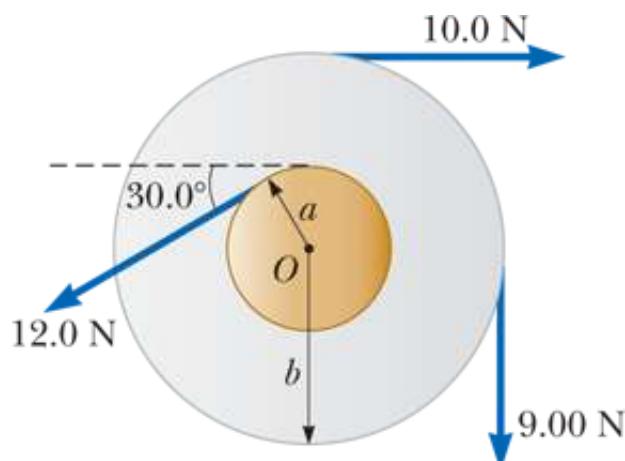


FIGURA P10.22

23. Calcolare il momento risultante sulla ruota in Figura P10.23 rispetto all'asse passante per O , assumendo che $a = 10.0 \text{ cm}$ e $b = 25.0 \text{ cm}$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)**FIGURA P10.23**

24. Due vettori sono dati da $\vec{A} = -3\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}$ e $\vec{B} = 6\hat{i} - 10\hat{j} + 9\hat{k}$. Valutare le seguenti quantità (a) $\cos^{-1}(\vec{A} \cdot \vec{B}/AB)$ e (b) $\sin^{-1}(|\vec{A} \times \vec{B}|/AB)$. (c) Quale di questi fornisce l'angolo tra i due vettori?

25. Una forza $\vec{F} = (2.00\hat{i} + 3.00\hat{j})$ N è applicata a un corpo che è incernierato attorno ad un asse fisso allineato lungo l'asse coordinato z. La forza è applicata al punto $\vec{r} = (4.00\hat{i} + 5.00\hat{j})$ m. Calcolare (a) il modulo del momento risultante rispetto all'asse z e (b) la direzione del vettore momento $\vec{\tau}$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

26. Usare la definizione di prodotto vettoriale e le definizioni di versori \hat{i} , \hat{j} e $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ per verificare l'Equazione 10.26. Assumi che l'asse x punti verso destra, quello y verso l'alto e l'asse z orizzontalmente verso di te (e non allontanandosi da te). Questa scelta rende il sistema di coordinate un *sistema destrorso*.

27. Dato $\vec{M} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ e $\vec{N} = 4\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$, calcolare il prodotto vettoriale $\vec{M} \times \vec{N}$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 10.6 Modello di analisi: corpo rigido in equilibrio

28. Un'asta uniforme appoggiata ferma su due perni ha lunghezza $L = 6.00$ m e massa $M = 90.0$ kg. Il perno al di sotto dell'estremità sinistra esercita una forza

normale n_1 sull'asta e il secondo perno posizionato a distanza $\ell = 4.00$ m dall'estremo sinistro esercita una forza normale n_2 . Una donna di massa $m = 55.0$ kg sale sull'estremo sinistro dell'asta e inizia a camminare verso destra come in Figura P10.28. Lo scopo di questo esercizio è trovare la posizione della donna quando l'asta inizia a inclinarsi. (a) Qual è il modello appropriato di analisi per l'asta prima che si inclini? (b) Disegnare il diagramma delle forze per l'asta evidenziando le forze gravitazionali e normali agenti sull'asta e ponendo la donna a distanza x dal primo perno, che funge da origine dell'asse. (c) Dove si trova la donna quando la forza normale n_1 ha il valore massimo? (d) Quanto vale n_1 quando l'asta sta per inclinarsi? (e) Usare l'Equazione 10.27 per trovare il valore di n_2 quando l'asta sta per inclinarsi. (f) Usando il risultato del punto (d) e l'Equazione 10.28, calcolando i momenti delle forze rispetto al secondo perno, trovare la posizione x della donna quando l'asta sta per inclinarsi. (g) Controllare la risposta al quesito (e) calcolando il momento intorno al primo perno.

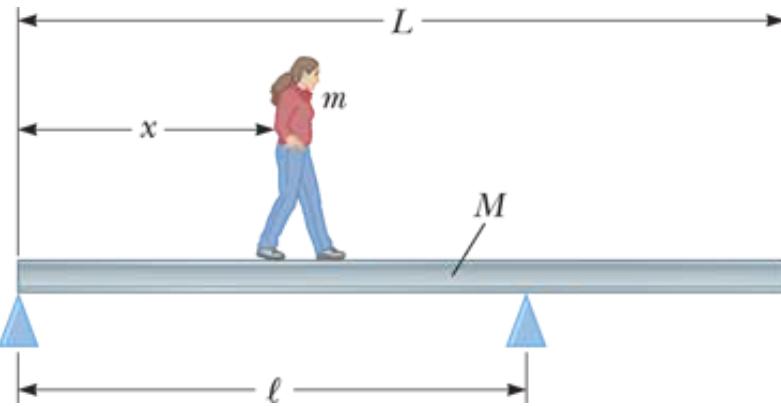


FIGURA P10.28

29. BIO Negli studi di fisiologia capita di dover determinare la posizione del centro di massa di una persona. Il calcolo lo può essere effettuato con la disposizione mostrata in Figura P10.29. Una tavola leggera è appoggiata su due bilance che segnano $F_{g1} = 380$ N e $F_{g2} = 320$ N. Le due bilance sono separate da una distanza di 1.65 m. A che distanza dai piedi della donna si trova il suo centro di massa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

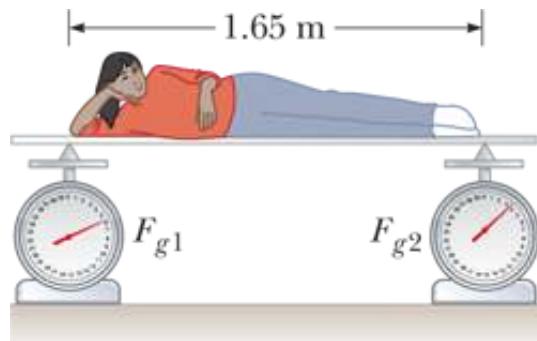


FIGURA P10.29

30. Perché la situazione seguente è impossibile? Un'asta uniforme di massa $m_b = 3.00$ kg e lunghezza $\ell = 1.00$ m sostiene i blocchi di masse $m_1 = 5.00$ kg e $m_2 = 15.0$ kg nelle due posizioni mostrate in Figura P10.30. L'asta si trova ferma su due blocchi triangolari con il punto P distante $d = 0.300$ m a destra del centro di massa dell'asta. La posizione del corpo di massa m_2 viene variata lungo l'asta in modo che la forza normale agente sull'asta nel punto O sia nulla.

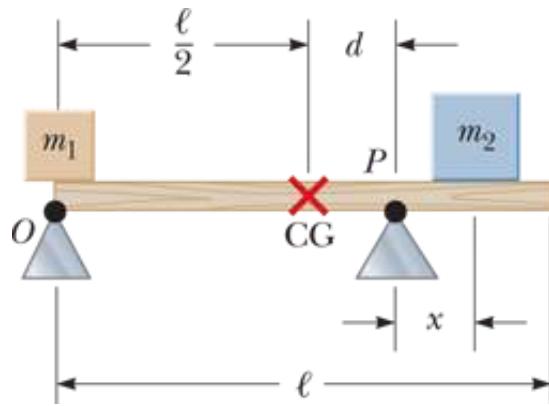


FIGURA P10.30

31. La Figura P10.31 mostra la penna di un martello usato per estrarre un chiodo da una tavola orizzontale. La massa del martello è 1.00 kg. Una forza di 150 N viene esercitata orizzontalmente come mostrato e il chiodo non si muove rispetto alla tavola. Calcolare (a) la forza esercitata dalla penna del martello sul chiodo e (b) la forza esercitata dalla superficie nel punto di contatto con la testa del martello. Si assuma che la forza esercitata dal martello sul chiodo sia parallela al chiodo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

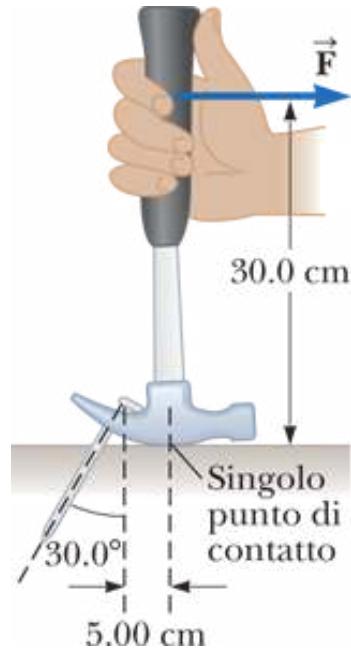


FIGURA P10.31

32. Una insegna uniforme di peso F_g e larghezza $2L$ è appesa a un'asta leggera incardinata al muro e sostenuta da un cavo (Fig. P10.32). Calcolare (a) la tensione del cavo e (b) le componenti della reazione esercitata dal muro sull'asta in termini di F_g , d , L e θ .

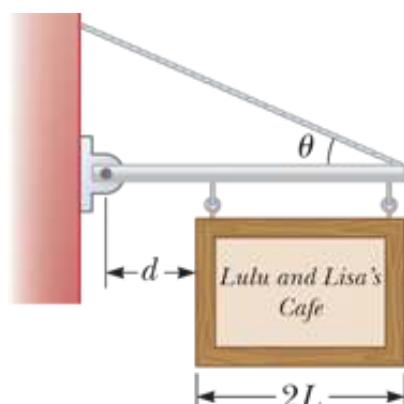


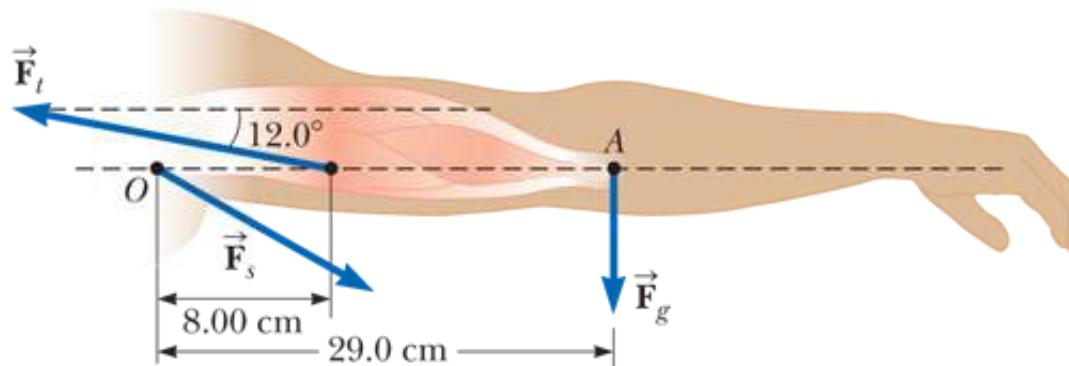
FIGURA P10.32

- 33.** Una scala uniforme lunga 15.0 m e pesante 500 N è appoggiata ferma su un muro privo di attrito. La scala forma un angolo di 60.0° rispetto all'orizzontale. (a) Calcolare le forze orizzontali e verticali che il pavimento esercita sulla base della scala quando un pompiere di 800 N sale di 4.00 m lungo la scala dal basso. (b) Se la scala è proprio sul punto di scivolare quando il pompiere si trova a 9.0 m lungo la scala dal basso, qual è il coefficiente di attrito statico tra la scala e il pavimento?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 34.** Una scala uniforme di lunghezza L e massa m_1 è appoggiata ferma su un muro privo di attrito. La scala forma un angolo θ rispetto all'orizzontale. (a) Calcolare le forze orizzontali e verticali che il pavimento esercita sulla base della scala quando un pompiere di massa m_2 sale di un tratto x lungo la scala dal basso. (b) Se la scala è proprio sul punto di scivolare quando il pompiere si trova ad una distanza d lungo la scala dal basso, qual è il coefficiente di attrito statico tra la scala e il pavimento?

- 35. BIO** Il braccio in Figura P10.35 pesa 41.5 N. La forza di gravità sul braccio agisce nel punto A. Calcolare i moduli della tensione \vec{F}_t del muscolo deltoide e la forza \vec{F}_s esercitata dalla spalla sull'omero (osso della parte superiore del braccio) per mantenere il braccio nella posizione mostrata.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)**FIGURA P10.35**

- 36.** Una gru di massa $m_1 = 3\ 000$ kg sostiene un carico di massa $m_2 = 10\ 000$ kg come mostrato in Figura P10.36. La gru è incernierata in A senza attrito ed è appoggiata su un supporto liscio B. Calcolare le reazioni vincolari (a) nel punto A e (b) nel punto B.

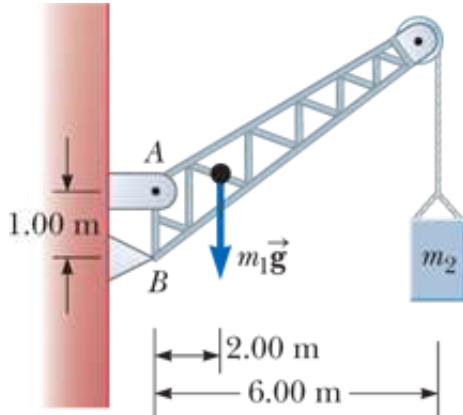


FIGURA P10.36

Paragrafo 10.7 Modello di analisi: corpo rigido sottoposto a un momento risultante delle forze Paragrafo

10.8 Considerazioni energetiche nel moto rotazionale

- 37.** Un motore elettrico fa ruotare un volano attraverso una cinghia che unisce una puleggia sul motore e una puleggia rigidamente attaccata al volano come mostrato in Figura P10.37. Il volano è un disco pieno di massa 80.0 kg e raggio $R = 0.625$ m. Esso ruota attorno a un asse privo di attrito. La sua puleggia ha massa molto più piccola e un raggio $r = 0.230$ m. La tensione T_u nel tratto superiore (teso) della cinghia è 135 N e il volano ha un'accelerazione angolare in senso orario di 1.67 rad/s^2 . Calcolare la tensione nel segmento inferiore (allentato) della cinghia.

VISUALIZZA SOLUZIONE

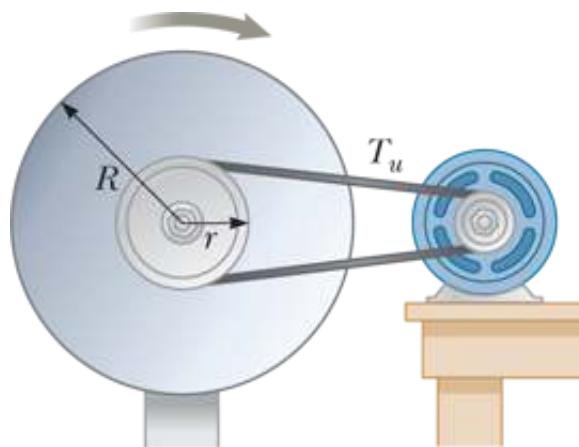


FIGURA P10.37

- 38.** Questo problema descrive un metodo sperimentale per determinare il momento d'inerzia di un oggetto di forma irregolare come il carico di un satellite. La Figura P10.38 mostra il contrappeso di massa m sospeso ad un filo arrotolato intorno a una bobina di raggio r che fa parte della piattaforma girevole che sostiene il corpo. La piattaforma ruota senza attrito. Quando il contrappeso viene lasciato libero di muoversi da fermo, esso scende di una distanza h acquisendo una velocità v . Mostrare che il momento d'inerzia I dell'apparato rotante (inclusa la piattaforma) è $mr^2(2gh/v^2 - 1)$.

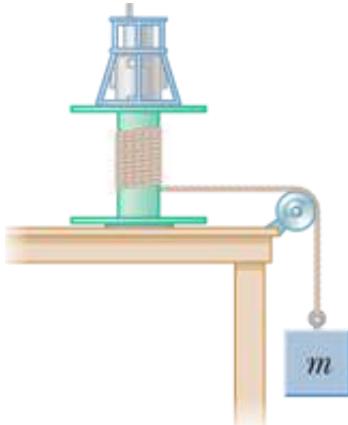


FIGURA P10.38

39. Una mola da vasaio – un disco di pietra spesso di raggio 0.500 m e massa 100 kg – sta ruotando liberamente a 50.0 giri/min. Il vasaio riesce a fermare la ruota in 6.00 s premendo uno straccio umido contro il bordo ed esercitando una forza diretta radialmente verso l'interno di 70.0 N. Calcolare il coefficiente di attrito dinamico tra la mola e lo straccio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Nella Figura P10.40 l'oggetto sospeso ha una massa $m_1 = 0.420$ kg; il blocco che scorre ha una massa $m_2 = 0.850$ kg; la puleggia è un cilindro cavo di massa $M = 0.350$ kg, raggio interno $R_1 = 0.020$ m e raggio esterno $R_2 = 0.030$ m. Si assuma che la massa dei raggi sia trascurabile. Il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e la superficie orizzontale è $\mu_d = 0.250$. La puleggia gira senza attrito attorno al suo asse. La corda di massa trascurabile e inestensibile non scivola sulla puleggia. Il blocco ha una velocità $v_i = 0.820$ m/s verso la puleggia quando passa per un punto di riferimento sul tavolo. (a) Usare i metodi energetici per prevedere la sua velocità quando ha raggiunto un secondo punto, distante 0.700 m dal primo. (b) Calcolare la velocità angolare della puleggia nello stesso istante.

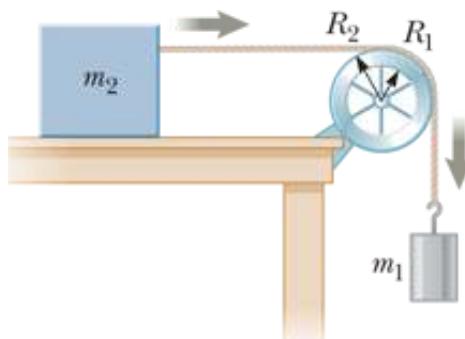


FIGURA P10.40

41. La combinazione di una forza applicata e della forza di attrito produce un momento costante di 36.0 N • m su una ruota in rotazione attorno ad un asse fisso. La forza applicata agisce per 6.00 s. Durante questo tempo, la velocità angolare della ruota aumenta da 0 a 10.0 rad/s. La forza applicata viene poi eliminata e la ruota si ferma in 60.0 s. Calcolare (a) il momento d'inerzia della ruota, (b) il modulo del momento dovuto all'attrito e (c) il numero totale di giri compiuti dalla ruota durante l'intero intervallo di tempo di 66.0 s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. Un modello di aeroplano con massa 0.750 kg è legato al suolo da un filo in modo che voli su un cerchio orizzontale di 30.0 m di raggio. Il motore dell'aeroplano fornisce una spinta risultante di 0.800 N perpendicolare al filo. (a) Calcolare il momento prodotto dalla spinta rispetto al centro del cerchio. (b) Calcolare l'accelerazione angolare dell'aeroplano. (c) Calcolare l'accelerazione dell'aeroplano tangente alla sua traiettoria.

43. Problema di ricapitolazione. Come mostrato in Figura P10.43, due blocchi sono connessi da una corda di massa trascurabile passante su una puleggia di raggio $r = 0.250$ m e momento d'inerzia I . Il blocco sul piano inclinato senza attrito si muove con accelerazione costante di modulo $a = 2.00 \text{ m/s}^2$. Da questa informazione vogliamo ricavare il momento d'inerzia della puleggia.

VISUALIZZA SOLUZIONE

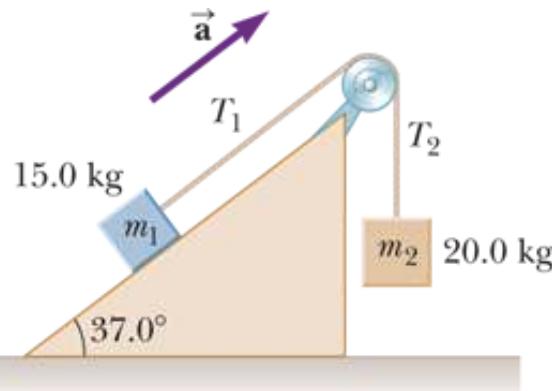


FIGURA P10.43

44. Si considerino due oggetti con massa $m_1 > m_2$ connessi da una fune di massa trascurabile che passa su una puleggia di momento d'inerzia I rispetto all'asse di rotazione come mostrato in Figura P10.44. La fune è inestensibile e non scivola sulla puleggia. La puleggia non presenta attrito. I due corpi sono lasciati liberi di muoversi partendo da fermi da una distanza tra loro pari a $2h$. (a) Usare il principio di conservazione dell'energia per calcolare la velocità dei corpi quando passano uno vicino all'altro. (b) Calcolare la velocità angolare della puleggia in questo stesso momento.

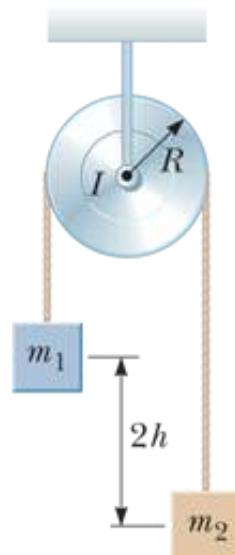


FIGURA P10.44

45. Problema di ricapitolazione. Un corpo di massa $m = 5.10$ kg è attaccato all'estremo libero di una fune di massa trascurabile arrotolata intorno ad una bobina di raggio $R = 0.250$ m e massa $M = 3.00$ kg. La bobina è un disco pieno, libero di ruotare in un piano verticale intorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro come mostrato in Figura P10.45. L'oggetto sospeso viene lasciato libero di muoversi da fermo ad un'altezza di 6.00 m dal suolo. Calcolare (a) la tensione della fune, (b) l'accelerazione del corpo, (c) la velocità con cui il corpo colpisce il pavimento. (d) Verificare la risposta data al punto (c) usando il modello energetico di sistema isolato.

VISUALIZZA SOLUZIONE

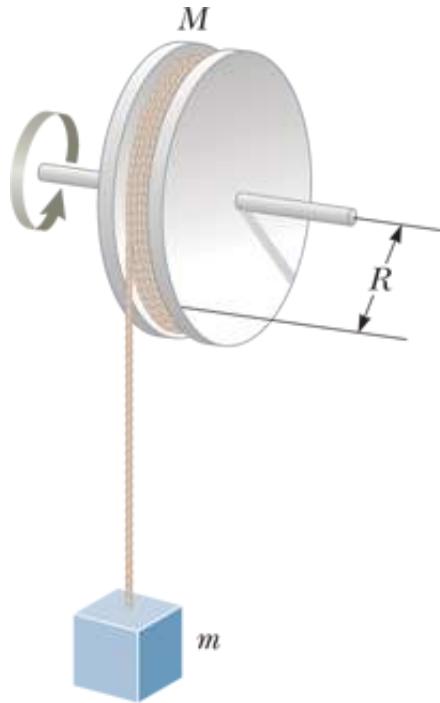


FIGURA P10.45

Paragrafo 10.9 Modello di analisi: momento angolare nei sistemi non isolati

Paragrafo 10.10 Modello di analisi: momento angolare nei sistemi isolati

46. Dirigendosi dritto verso la sommità del Pike's Peak, un aeroplano di massa 12 000 kg vola sopra le pianure del Kansas a un'altitudine pressoché costante di 4.30 km con velocità costante di 175 m/s in direzione ovest. (a) Qual è il vettore momento angolare dell'aereo rispetto a un contadino che si trova al suolo proprio sotto l'aereo in un campo di grano? (b) Questo valore cambia quando l'aereo continua il suo moto lungo una retta? (c) E se? Qual è il suo momento angolare rispetto alla sommità del Pike's Peak?

47. Il vettore posizione di una particelle di massa 2.00 kg in funzione del tempo è dato da $\vec{r} = (6.00\hat{i} + 5.00t\hat{j})$ dove \vec{r} è in metri e t in secondi. Calcolare il momento angolare della particella rispetto all'origine in funzione del tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Una giostra in un parco giochi di raggio $R = 2.00$ m ha un momento d'inerzia $I = 250 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e ruota a 10.0 giri/ min intorno ad un asse verticale privo di attrito. Seguendo l'asse, un bambino di 25.0 kg sale sulla giostra e riesce a sedersi al bordo. Qual è la nuova velocità angolare della giostra?

49. Il Big Ben (Fig. P10.17), l'orologio della torre del Parlamento a Londra, ha le lancette delle ore e minuti lunghe 2.70 m e 4.50 m con masse di 60.0 kg e 100 kg rispettivamente. Calcolare il momento angolare totale di queste lancette rispetto al centro (si possono considerare le lancette come aste sottili e lunghe rotanti attorno ad un'estremità. Si assuma che le lancette delle ore e dei minuti ruotino a velocità costante di un giro ogni 12 ore o 60 minuti rispettivamente).

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Un disco di momento d'inerzia I_1 ruota intorno a un asse verticale privo di attrito con velocità angolare $\vec{\omega}_i$. Un secondo disco di momento d'inerzia I_2 e inizialmente fermo cade sul primo disco (Fig. P10.50). A causa dell'attrito tra le superfici, i due alla fine raggiungono la stessa velocità angolare $\vec{\omega}_f$ (a) Calcolare $\vec{\omega}_f$ (b) Calcolare il rapporto dell'energia rotazionale finale e iniziale.

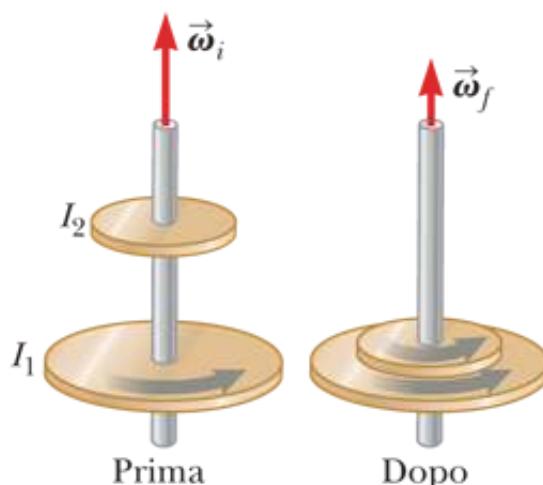


FIGURA P10.50

51. Una particella di massa 0.400 kg è attaccata al segno dei 100 cm di un metro di massa 0.100 kg. Il metro ruota su una superficie di un tavolo orizzontale privo di attrito con velocità angolare di 4.00 rad/s. Calcolare il momento angolare del sistema quando il metro è incernierato intorno ad un asse (a) perpendicolare al tavolo e passante attraverso il segno dei 50.0 cm e (b) perpendicolare al tavolo e passante per il segno dei 0 cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. Una stazione spaziale è costruita con la forma di un anello cavo di massa 5.00×10^4 kg. I membri dell'equipaggio camminano su un ponte formato dalla superficie interna della parete cilindrica esterna dell'anello di raggio $r = 100$ m. A riposo durante la costruzione, l'anello è messo in rotazione intorno al suo asse in modo che le persone all'interno avvertano un'accelerazione efficace di caduta libera pari a g (si veda Fig. P10.52). La rotazione è ottenuta attraverso due piccoli

razzi attaccati tangenzialmente in due punti diametralmente opposti sul bordo dell'anello. (a) Quale momento angolare acquisisce la stazione spaziale? (b) Per quanto tempo devono essere tenuti accesi i razzi se ciascuno fornisce una spinta di 125 N?

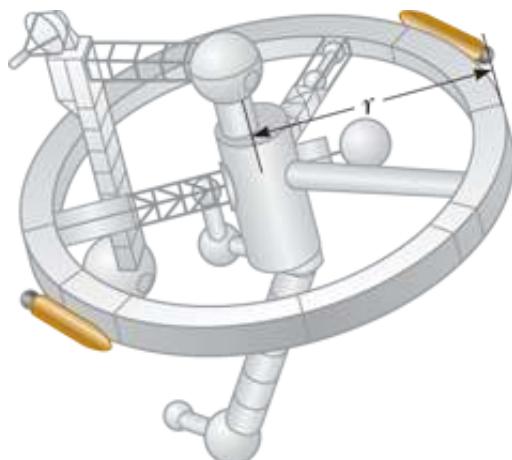


FIGURA P10.52 Problemi 52 e 54.

53. Un disco di massa $m_1 = 80.0$ kg e raggio $r_1 = 4.00$ cm scivola lungo un tavolo da “air hockey” a una velocità $v = 1.50$ m/s come mostrato in Figura P10.53a. Collide di striscio con un secondo disco di raggio $r_2 = 6.00$ cm e massa $m_2 = 120$ g (inizialmente a riposo) in modo che i loro bordi si tocchino a pena. Siccome i bordi sono coperti da colla a presa rapida, i dischi si incollano e iniziano a ruotare dopo la collisione (Fig. P10.53b). (a) Qual è il momento angolare del sistema rispetto al centro di massa? (b) Qual è la velocità angolare rispetto al centro di massa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

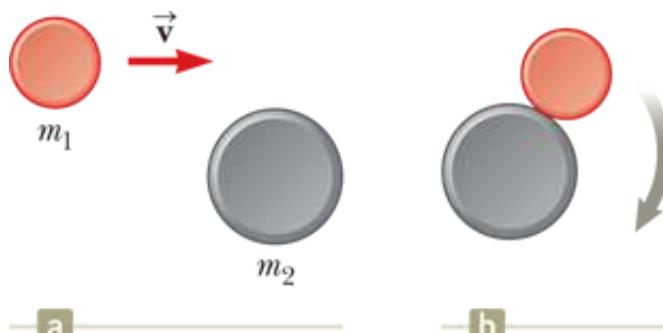


FIGURA P10.53

54. Perché la seguente situazione è impossibile? Una stazione spaziale a forma di ruota gigante ha un raggio $r = 100$ m e un momento d'inerzia di 5.00×10^8 kg · m². Un equipaggio di 150 persone di massa media 65.0 kg si trova sul bordo e la rotazione della stazione provoca un'accelerazione apparente di caduta libera pari a g (Fig. P10.52). Un tecnico ricercatore deve condurre un esperimento in cui una palla viene lasciata cadere al bordo della stazione ogni 15 minuti. L'intervallo di tempo impiegato dalla palla a cadere viene misurato per assicurarsi che il valore g sia correttamente mantenuto. Una sera, 100 persone di peso medio si muovono verso il centro della stazione per un incontro. Il tecnico ricercatore, che aveva già condotto il suo esperimento per un'ora prima dell'incontro, è dispiaciuto di non partecipare all'incontro e il suo stato d'animo è ulteriormente peggiorato dal suo noioso esperimento in cui tutti gli intervalli di tempo che misura sono identici per tutta la serata.

55. Il disco in Figura 10.25 ha una massa di 0.120 kg. La distanza del disco dal centro di rotazione è inizialmente di 40.0 cm, e il disco scivola alla velocità di 80.0 cm/s. La corda è spinta 15.0 cm in basso attraverso il buco nel tavolo privo di attrito. Calcolare il lavoro fatto sul disco. (*Suggerimento:* considera la variazione di energia cinetica.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Uno studente siede su uno sgabello in rotazione libera tenendo in mano due manubri ciascuno di 3.00 kg (Fig. P10.56). Quando le sue braccia sono estese orizzontalmente (Fig. P10.56a), i manubri distano 1 m dall'asse di rotazione e lo studente ruota alla velocità angolare di 0.750 rad/s. Il momento d'inerzia dello studente incluso lo sgabello è pari a $3.00 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e assumiamo che sia costante. Lo studente tira i manubri verso l'interno orizzontalmente ad una posizione di 0.300 m dall'asse di rotazione (Fig. P10.56b). (a) Calcolare la nuova velocità angolare dello studente. (b) Calcolare l'energia cinetica del sistema ruotante prima e dopo che ha tirato all'interno i manubri.

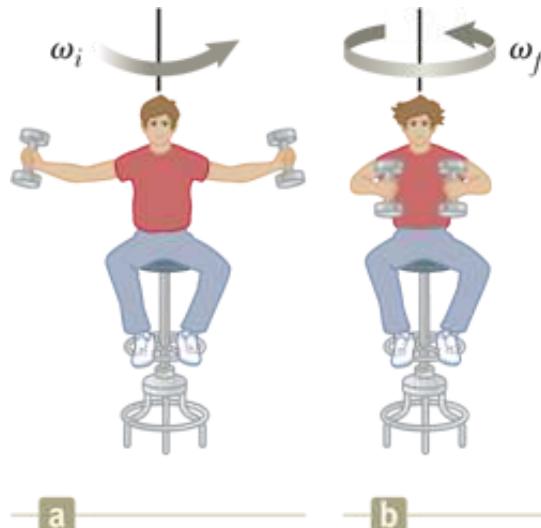


FIGURA P10.56

57. Una donna di 60.0 kg si trova sull'orlo occidentale di una piattaforma orizzontale avente un momento d'inerzia di $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e un raggio di 2.00 m. La piattaforma è inizialmente ferma ed è libera di ruotare intorno ad un asse verticale privo di attrito passante per il suo centro. La donna allora inizia a camminare lungo il bordo in senso orario (guardando il sistema dall'alto) a una velocità costante di 1.50 m/s rispetto alla Terra. Si consideri il sistema donna-piattaforma quando il moto inizia. (a) L'energia meccanica del sistema è costante? (b) La quantità di moto del sistema è costante? (c) Il momento angolare del sistema è costante? (d) In che direzione e a che velocità angolare ruota il tavolo? (e) Quanta energia chimica il corpo della donna converte in energia meccanica del sistema donna-piattaforma quando la donna mette se stessa e la piattaforma in moto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 10.11 Moto di precessione dei giroscopi

58. Il vettore momento angolare di un giroscopio in precessione spazza un cono come mostrato in Figura P10.58. La velocità angolare della punta del vettore momento angolare, detta frequenza di precessione, è data da $v_p = \tau/L$, dove τ è il modulo del momento che agisce sul giroscopio e L il modulo del suo momento angolare. Nel moto detto di precessione degli equinozi, l'asse di rotazione della Terra precede intorno alla perpendicolare al suo piano orbitale con un periodo di 2.58×10^4 anni. Modellizzare la Terra come una sfera uniforme e calcolare il momento sulla Terra che causa la precessione.

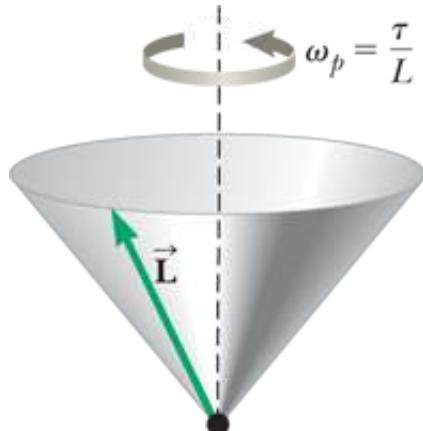


FIGURA P10.58 Il vettore momento angolare di un giroscopio in precessione spazza un cono.

Paragrafo 10.12 Rotolamento dei corpi rigidi

59. Un cilindro di massa 10.0 kg rotola senza slittare su una superficie orizzontale. In un certo istante, il suo centro di massa ha una velocità di 10.0 m/s. Calcolare (a) l'energia cinetica del suo centro di massa, (b) l'energia cinetica rotazione intorno al suo centro di massa, e (c) la sua energia totale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Un disco pieno uniforme e un anello uniforme sono posti uno accanto all'altro sulla sommità di un piano inclinato di altezza h . (a) Se vengono lasciati liberi di muoversi da fermi e rotolano senza scivolare, quale oggetto raggiunge prima la base del piano inclinato? (b) Verifica la tua risposta calcolando le loro velocità quando raggiungono la base in funzione di h .

61. Una lattina metallica contenente zuppa di funghi condensata ha una massa di 215 g, altezza 10.8 cm e diametro 6.38 cm. È disposta sul lato fermo alla sommità di un piano inclinato lungo 3.00 m che forma un angolo di 25.0° rispetto all'orizzontale ed è lasciata rotolare giù. Raggiunge la base del piano dopo 1.50 s. (a) Assumendo la conservazione dell'energia meccanica, calcolare il momento d'inerzia della lattina. (b) Quali dati sono eventualmente non necessari per trovare la soluzione? (c) Perché il momento d'inerzia non può essere calcolato come $I = \frac{1}{2} mr^2$ per la lattina cilindrica?

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Una palla da tennis è una sfera cava con una sottile parete esterna. È messa in rotazione senza slittare a 4.03 m/s sul tratto orizzontale di una pista come mostrato in Figura P10.62. Rotola all'interno di un circuito circolare verticale di raggio $r = 45.0$ cm. Quando la palla si approssima alla base del circuito, la forma della pista si discosta da una circonferenza perfetta sicché la palla lascia la pista a $h = 20.0$ cm sotto il tratto orizzontale. (a) Calcolare la velocità della palla alla sommità del circuito. (b) Dimostrare che la palla non cadrà dalla pista alla sua sommità. (c) Calcolare la velocità della palla quando questa lascia la pista. **E se?** (d) Supponiamo che l'attrito statico tra

(d) Spiega la tua risposta al quesito (d).

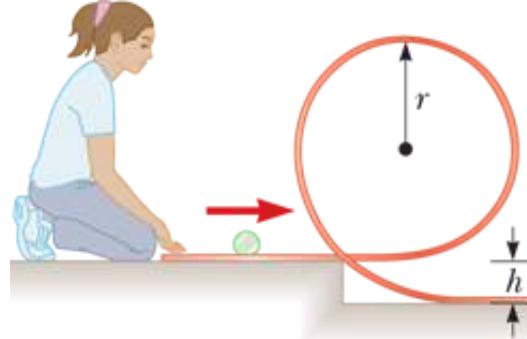


FIGURA P10.62

Paragrafo 10.13 Collegamento al contesto: ruotare l'astronave

63. Un'astronave si trova nello spazio aperto. Trasporta a bordo un giroscopio di momento d'inerzia $I_g = 20.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ rispetto all'asse del giroscopio. Il momento d'inerzia dell'astronave rispetto allo stesso asse è $I_a = 5.00 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Né l'astronave né il giroscopio sono inizialmente in rotazione. Il giroscopio può essere alimentato e portato a una velocità angolare di 100 rad/s in un tempo trascurabile. Se l'orientazione dell'astronave è variata di 30.0° , per quale intervallo di tempo il giroscopio dovrebbe funzionare?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Problemi generali

64. Problema di ricapitolazione. Un frullino miscelante consiste di 3 sottili bacchette, ciascuna lunga 10.0 cm. Le bacchette fuoriescono dal mozzo centrale e ruotano nello stesso piano, separate l'una dall'altra di un angolo di 120° . Una pallina è attaccata all'estremità di ciascuna bacchetta. Ciascuna pallina ha una sezione di 4.00 cm^2 e ha una forma che le conferisce un coefficiente di resistenza pari a 0.600. Calcolare la potenza di ingresso necessaria per ruotare il frullino a 1 000 giri/min (a) in aria e (b) nell'acqua.

65. Un'asta sottile e uniforme di lunghezza L e massa M ruota intorno ad un cardine orizzontale, privo di attrito passante per una delle sue estremità. L'asta viene lasciata libera di muoversi in posizione verticale partendo da ferma come mostrato in Figura P10.65. Nell'istante in cui l'asta è orizzontale, calcolare (a) la sua velocità angolare, (b) il modulo della sua accelerazione angolare, (c) le componenti x e y dell'accelerazione del suo centro di massa, e (d) le componenti della forza di reazione del cardine.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

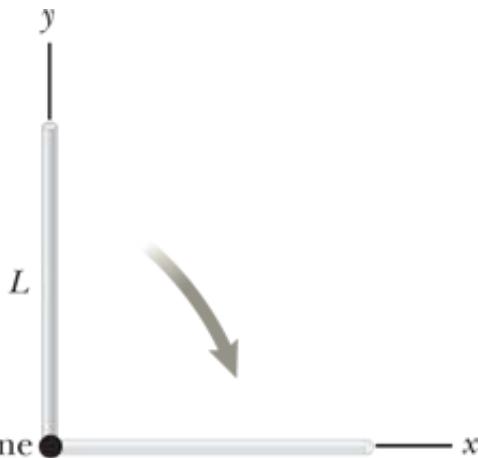


FIGURA P10.65

66. Le lancette delle ore e dei minuti del Big Ben, l'orologio della torre del Parlamento a Londra, sono lunghe 2.70 m e 4.50 m e hanno masse di 60.0 kg e 100 kg rispettivamente (si veda Fig. P10.17). (a) Calcolare il momento totale dovuto al peso di queste lancette rispetto all'asse di rotazione alle ore (i) 3:00, (ii) 5:15, (iii) 6:00, (iv) 8:20 e (v) 9:45 (considerare le lancette come aste sottili, lunghe e uniformi). (b) Calcolare gli orari in cui il momento totale rispetto all'asse di rotazione è nullo. Calcolare gli orari approssimandoli al secondo, risolvendo numericamente l'equazione trascendente.

67. Due astronauti (Fig. P10.67), ciascuno di massa 75.0 kg, sono connessi da una corda di massa trascurabile lunga 10.0 m. Sono isolati nello spazio, orbitando intorno al loro centro di massa alla velocità di 5.00 m/s. Trattando gli astronauti come particelle, calcolare (a) il modulo del momento angolare del sistema dei due astronauti e (b) l'energia rotazionale del sistema. Tirando la corda, un astronauta accorcia la distanza tra di loro portandola a 5.00 m. (c) Qual è il nuovo momento angolare del sistema? (d) Quali sono le nuove velocità degli astronauti? (e) Qual è la nuova energia rotazionale del sistema? (f) Quanta energia potenziale chimica nel corpo dell'astronauta è stata convertita in energia meccanica del sistema quando ha accorciato la corda?

VISUALIZZA SOLUZIONE

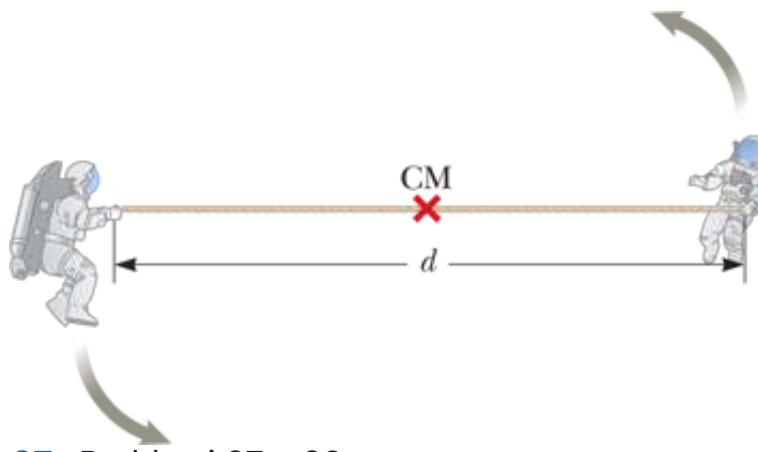


FIGURA P10.67 Problemi 67 e 68.

68. Due astronauti (Fig. P10.67), ciascuno di massa M , sono connessi da una corda di massa trascurabile e lunghezza d . Sono isolati nello spazio, orbitando intorno al loro centro di massa alla velocità v . Trattando gli astronauti come particelle, calcolare (a) il modulo del momento angolare del sistema dei due astronauti e (b) l'energia rotazionale del sistema. Tirando la corda, un astronauta

accorcia la distanza tra di loro portandola a $d/2$. (c) Qual è il nuovo momento angolare del sistema? (d) Quali sono le nuove velocità degli astronauti? (e) Qual è la nuova energia rotazionale del sistema? (f) Quanta energia potenziale chimica nel corpo dell'astronauta è stata convertita in energia meccanica del sistema quando ha accorciato la corda?

69. BIO Quando una persona sta in punta di piedi su un solo piede (una posizione faticosa), la posizione del piede è come quella mostrata in Figura P10.69a. La forza gravitazionale totale \vec{F}_g sul corpo è sostenuta dalla forza normale \vec{n} esercitata dal pavimento sulle dita del piede. Un modello meccanico della situazione è mostrato in Figura P10.69b, dove \vec{T} è la forza esercitata sul piede dal tendine di Achille e \vec{R} è la forza esercitata sul piede dalla tibia. Calcolare i valori di T , R e θ quando $F_g = 700 \text{ N}$

VISUALIZZA SOLUZIONE

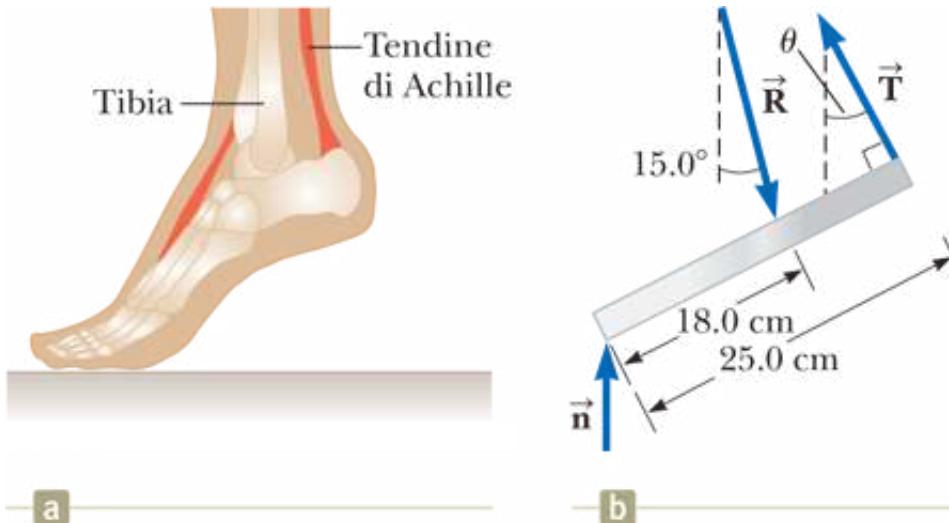


FIGURA P10.69

70. Un rocchetto cilindrico cavo ha raggio interno $R/2$, raggio esterno R e massa M (Fig. P10.70). È montato in modo da ruotare su un asse fisso orizzontale. Un contrappeso di massa m è connesso all'estremità di una corda arrotolata intorno al rocchetto. Il contrappeso partendo da fermo all'istante $t = 0$ percorre un tratto y nel tempo t . Mostrare che il momento dovuto alle forze di attrito tra il rocchetto e l'asse è

$$\tau_f = R \left[m \left(g - \frac{2y}{t^2} \right) - M \frac{5y}{4t^2} \right]$$

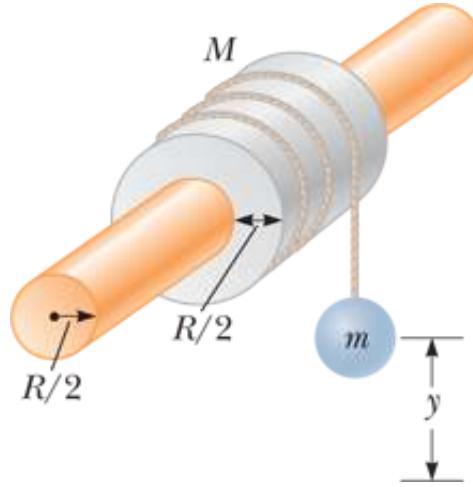


FIGURA P10.70

71. Il mulinello mostrato in Figura P10.71 ha raggio R e momento d'inerzia I . Un'estremità del blocco di massa m è connesso a una molla di costante elastica k e l'altra estremità è legata alla corda arrotolata intorno al mulinello. L'asse del mulinello e il piano inclinato sono privi di attrito. Il mulinello viene avvolto in senso antiorario sicché la molla si allunga di una distanza d dalla sua posizione di riposo e a questo punto il mulinello viene lasciato libero di muoversi da fermo. Calcolare la velocità angolare del mulinello quando la molla ritorna al punto di riposo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

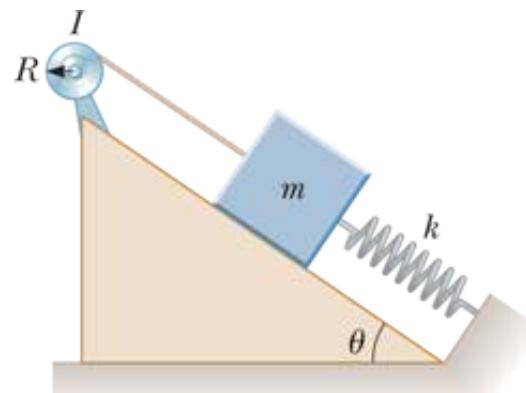


FIGURA P10.71

72. Problema di ricapitolazione. Un blocco di massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ e un altro di massa $m_2 = 6.00 \text{ kg}$ sono connessi da una corda di massa trascurabile passante su una puleggia a forma di disco pieno di raggio $R = 0.250 \text{ m}$ e massa $M = 10.0 \text{ kg}$. La rampa fissa a forma di cuneo forma un angolo $\theta = 30.0^\circ$ come mostrato in Figura P10.72. Il coefficiente di attrito dinamico per entrambi i blocchi è 0.360. (a) Disegnare i diagrammi delle forze di entrambi i blocchi e della puleggia. Calcolare (b) l'accelerazione dei due blocchi e (c) le tensione della corda da entrambi i lati della puleggia.

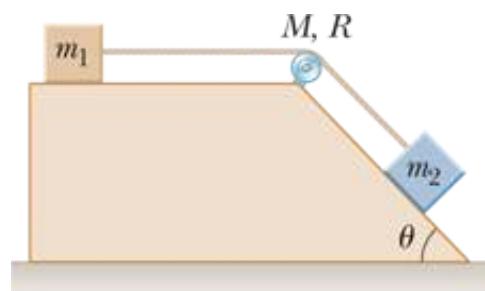


FIGURA P10.72

73. Una scala a libretto di massa trascurabile è costruita come mostrato in Figura P10.73, con $AC = BC = \ell = 4.00$ m. Un pittore di massa $m = 70.0$ kg sta sulla scala a distanza d

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

74. la tensione esercitata dalla barra orizzontale DE che connette le due metà della scala, (b) le forze normali in A e B , e (c) le componenti della forza di reazione nel cardine C che la metà sinistra della scala esercita su quella destra. *Suggerimento* : trattare la scala come un corpo unico, ma trattare anche ciascuna metà della scala separatamente.

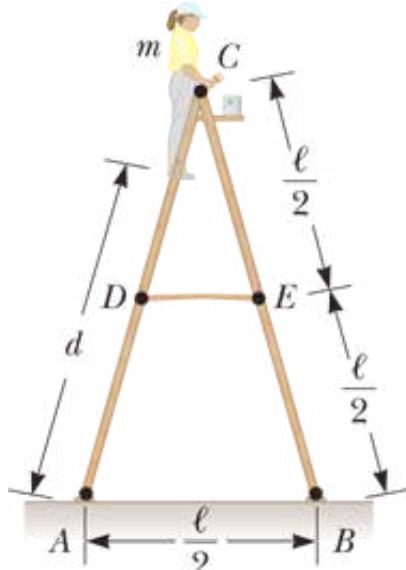


FIGURA P10.73 Problemi 73 e 74.

75. Una scala a libretto di massa trascurabile è costruita come mostrato in Figura P10.73, con $AC = BC = \ell$. Un pittore di massa m sta sulla scala a distanza d dall'estremità inferiore. Assumendo che il pavimento sia liscio, calcolare (a) la tensione esercitata dalla barra orizzontale DE che connette le due metà della scala, (b) le forze normali in A e B , e (c) le componenti della forza di reazione nel cardine C che la metà sinistra della scala esercita su quella destra. *Suggerimento* : trattare la scala come un corpo unico, ma trattare anche ciascuna metà della scala separatamente.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

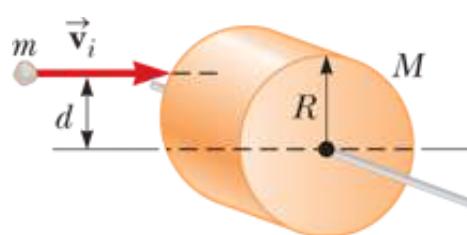


FIGURA P10.75

76. Un mucchietto di argilla adesiva di massa m e velocità \vec{v}_i è lanciato su un cilindro pieno di massa M e raggio R (Fig. P10.75). Il cilindro è inizialmente a riposo ed è montato su un asse fisso orizzontale che passa per il suo centro di

massa. La linea di moto del proiettile è perpendicolare all'asse e dista $d < R$ dal centro. (a) Calcolare la velocità angolare del sistema dopo che l'argilla colpisce e si incolla alla superficie del cilindro. (b) L'energia meccanica del sistema argilla-cilindro è costante in questo processo? Spiegare la risposta. (c) La quantità di moto del sistema argilla-cilindro è costante in questo processo? Spiegare la risposta.

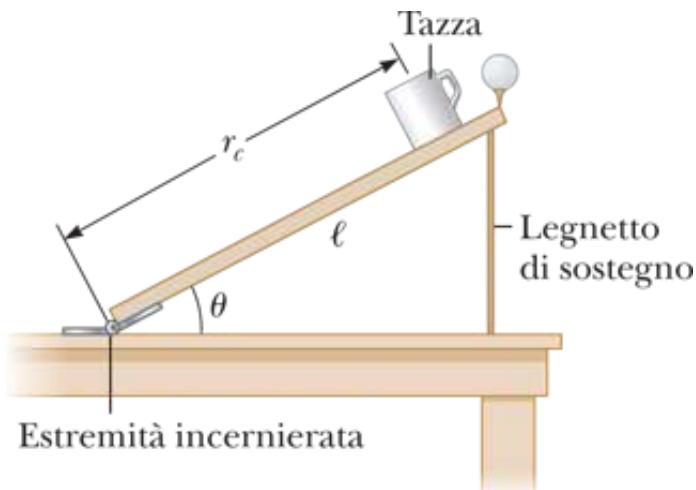


FIGURA P10.76

77. BIO Il lungo muscolo quadricipite nella parte superiore della gamba termina nella sua estremità inferiore in un tendine attaccato all'estremità superiore della tibia (Fig. P10.77a). Le forze sulla parte inferiore della gamba quando la gamba è in estensione sono descritte in modo schematico in Figura P10.77b, dove \vec{T} è la forza nel tendine, $\vec{F}_{g,gamba}$ è la forza gravitazionale agente sulla parte inferiore della gamba, $\vec{F}_{g,piede}$ è la forza gravitazionale agente sul piede. Calcolare T quando il tendine forma un angolo $\varphi = 25.0^\circ$ con la tibia, assumendo $\vec{F}_{g,gamba} = 30.0\text{ N}$, $\vec{F}_{g,piede} = 12.5\text{ N}$ e che la gamba sia estesa ad un angolo $\theta = 40.0^\circ$ rispetto alla verticale. Si assuma che il centro di massa della tibia sia nel suo centro geometrico e che il tendine si attacchi alla parte inferiore della gamba un quinto in giù lungo la gamba.

VISUALIZZA SOLUZIONE

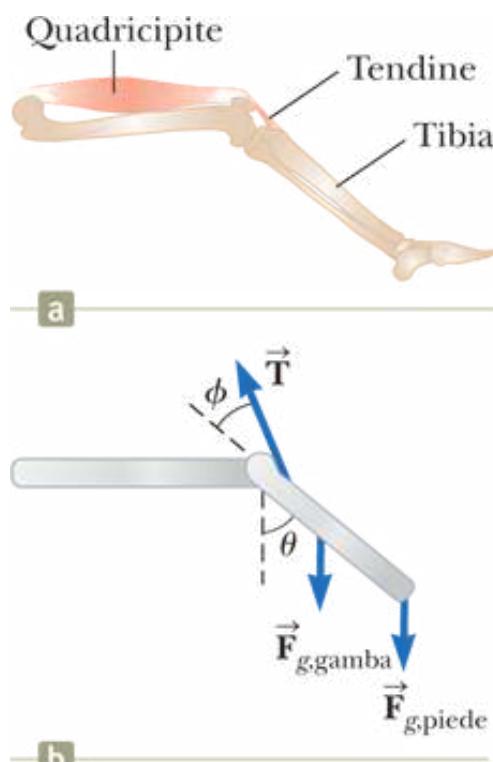


FIGURA P10.77

78. Problema di ricapitolazione. Una corda è arrotolata attorno ad un disco uniforme di raggio R e massa M . Il disco è lasciato libero di muoversi partendo da fermo con la corda verticale e la sua sommità legata ad un'asta fissa (Fig. P10.78). Mostrare che (a) la tensione della corda è un terzo del peso del disco, (b) il modulo dell'accelerazione del centro di massa è $2g/3$, e (c) la velocità del centro di massa è $(4gh/3)^{1/2}$ dopo che il disco è sceso di una distanza h . (d) Verificare la risposta al punto (c) usando l'approccio energetico.

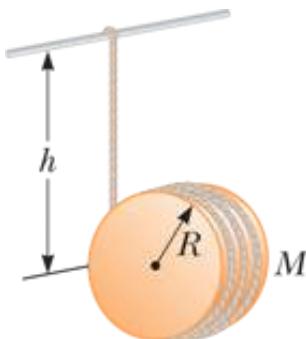


FIGURA P10.78

79. BIO Immagina che una persona si curvi in avanti per sollevare un peso con la sua schiena come mostrato in Figura P10.79a. La spina dorsale ruota principalmente intorno alla quinta vertebra lombare, e la forza di sostegno principale è fornita dal muscolo erettore della colonna nella schiena. Per renderti conto dei moduli delle forze coinvolte, considera il modello mostrato in Figura P10.79b per una persona curvata in avanti quando solleva un oggetto di 200 N. La schiena e la parte superiore del corpo sono schematizzate come un'asta orizzontale uniforme di peso 350 N, incernierata alla base della schiena. Il muscolo erettore della colonna, attaccato in un punto due terzi più sopra lungo la colonna, mantiene la posizione della schiena. L'angolo tra la colonna e questo muscolo è $\theta = 12.0^\circ$. Calcolare (a) la tensione T nel muscolo della schiena e (b) la forza di compressione nella colonna. (c) Questo metodo è un buon modo per sollevare un carico? Spiega la tua risposta, usando i risultati dei punti (a) e (b). (d) Sapresti suggerire un metodo migliore per sollevare un carico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

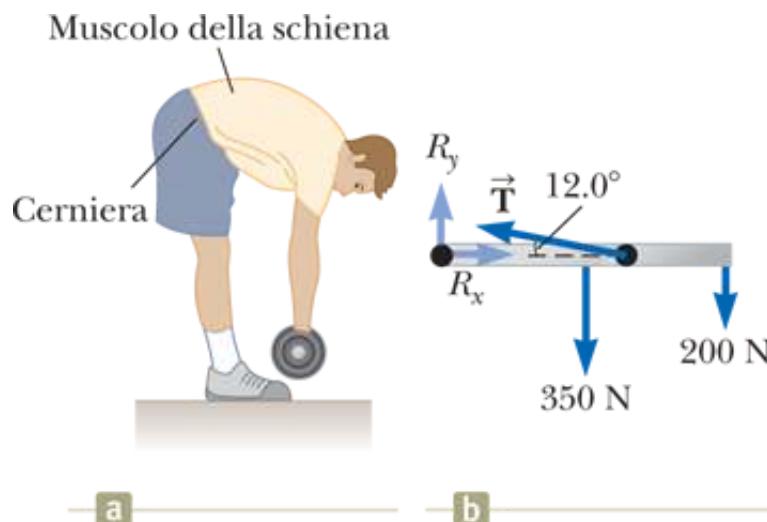


FIGURA P10.79

80. Perché la seguente situazione è impossibile? Un lavoratore in una azienda tira un armadietto lungo il pavimento usando una corda come mostrato in Figura P10.80a. La corda forma un angolo $\theta = 37.0^\circ$ con il pavimento ed è legato ad un'altezza $h_1 = 10.0$ cm dalla base dell'armadietto. L'armadietto uniforme rettangolare ha un'altezza $\ell = 100$ cm e una larghezza $w = 60.0$ cm, e pesa 400 N.

L'armadietto scivola con velocità costante quando una forza $F = 300 \text{ N}$ è applicata lungo la corda. Il lavoratore si stanca di camminare all'indietro. Lega la corda a un punto di altezza $h_2 = 65.0 \text{ cm}$ dal pavimento e si mette la corda sulle spalle sicché può camminare in avanti e tirare come mostrato in Figura P10.8ob. In questo modo la corda forma ancora un angolo $\theta = 37.0^\circ$ rispetto all'orizzontale e ha ancora una tensione di 300 N . Usando questa tecnica, il lavoratore riesce a far scorrere l'armadietto per una lunga distanza senza stancarsi.

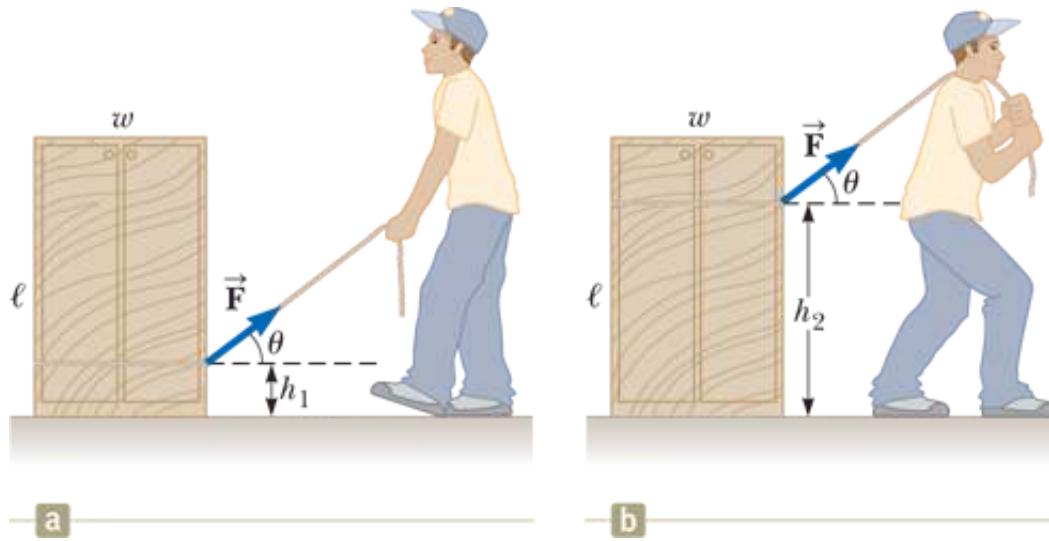


FIGURA P10.80

81. Un proiettile di massa m si muove verso destra con velocità v_i (Fig. P10.81a). Il proiettile colpisce e si conficca nell'estremità di un'asta ferma di massa M , lunghezza d , incernierata intorno ad un asse perpendicolare al foglio passante per O (Fig. P10.81b). Vogliamo ricavare la variazione percentuale dell'energia cinetica del sistema dovuta alla collisione. (a) Qual è il modello di analisi appropriato per descrivere il proiettile e l'asta? (b) Qual è il momento angolare del sistema rispetto ad un asse passante per O prima della collisione? (c) Qual è il momento d'inerzia del sistema rispetto a un asse passante per O dopo che il proiettile si è conficcato nell'asta? (d) Se la velocità angolare del sistema dopo la collisione è v , qual è il momento angolare del sistema dopo la collisione? (e) Calcolare la velocità angolare v dopo la collisione in termini delle quantità fornite. (f) Qual è l'energia cinetica del sistema prima della collisione? (g) Qual è l'energia cinetica del sistema dopo la collisione? (h) Calcolare la variazione percentuale dell'energia cinetica dovuta alla collisione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

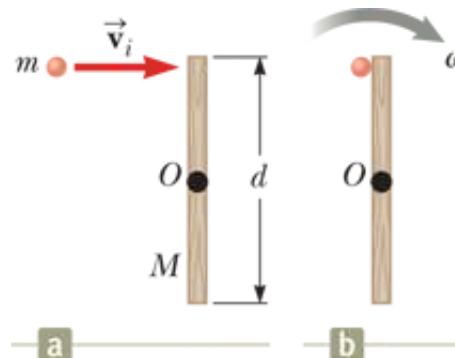


FIGURA P10.81

82. La Figura P10.82 mostra una forza verticale applicata tangenzialmente ad un cilindro uniforme di peso F_g . Il coefficiente di attrito statico tra il cilindro e tutte le superfici è 0.500. La forza \vec{P} aumenta in modulo finché il cilindro inizia a ruotare. Esprimere in termini di F_g il modulo della forza massima P che può

essere applicata senza far ruotare il cilindro. Suggerimento : mostrare che entrambe le forze di attrito saranno al loro massimo valore quando il cilindro è sul punto di scivolare.

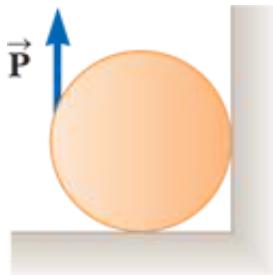


FIGURA P10.82

- 83.** Una sfera piena di massa m e raggio r rotola senza scivolare lungo la pista mostrata in Figura P10.83. Parte da ferma con il punto più basso della sfera ad altezza h sopra la base del circuito di raggio R molto maggiore di r . (a) Qual è il minimo valore di h (espresso in termini di R) che consente alla sfera di completare il giro nella guida circolare? (b) Quali sono le componenti della forza sulla sfera nel punto P se $h = 3R$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

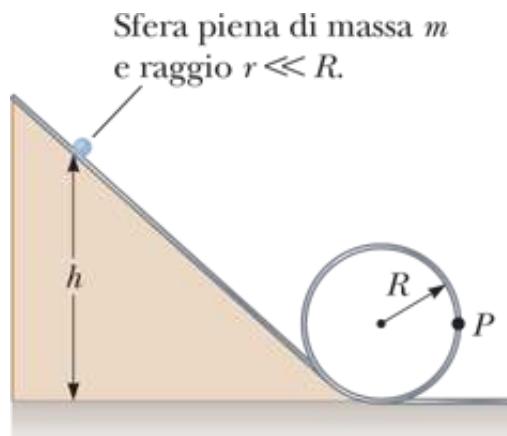


FIGURA P10.83

- 84.** Uno “skateboarder” con la sua tavola può essere descritto schematicamente come una particella di massa 76.0 kg posizionato nel suo centro di massa, 0.500 m sopra il suolo. Come mostrato in Figura P10.84, lo “skateboarder” parte da fermo in posizione accovacciata a un estremo del semi-condotto (punto A). Il semi-condotto ha la forma di una metà di cilindro di raggio 6.80 m con il suo asse orizzontale. Lungo la discesa, lo skater si muove senza attrito e si mantiene accovacciato in modo che il suo centro di massa percorra un quarto di cerchio. (a) Calcolare la sua velocità alla base del semi-condotto (punto B). (b) Calcolare il suo momento angolare rispetto al centro di curvatura in questo punto. (c) Immediatamente dopo aver oltrepassato il punto B, si solleva e alza le braccia, innalzando il suo centro di massa a 0.950 m sopra il fondo di cemento (punto C). Spiegare perché il suo momento angolare è costante in questa manovra, mentre l’energia cinetica del suo corpo non lo è. (d) Calcolare la sua velocità immediatamente dopo che si è sollevato. (e) Quanta energia chimica nelle gambe dello skateboarder è stata convertita in energia meccanica nel sistema skateboarder-Terra quando si è sollevato?

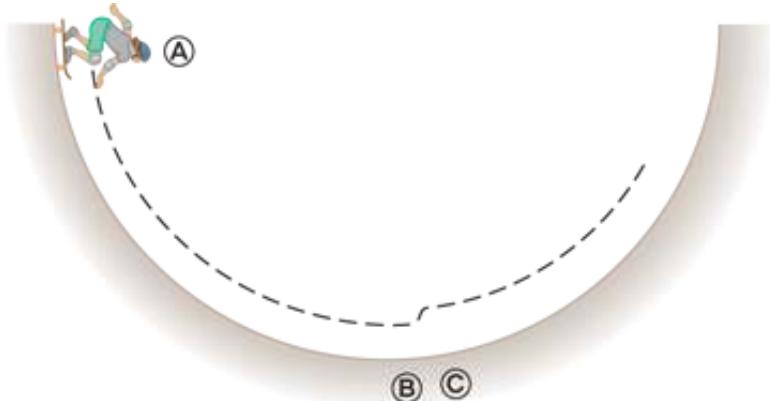


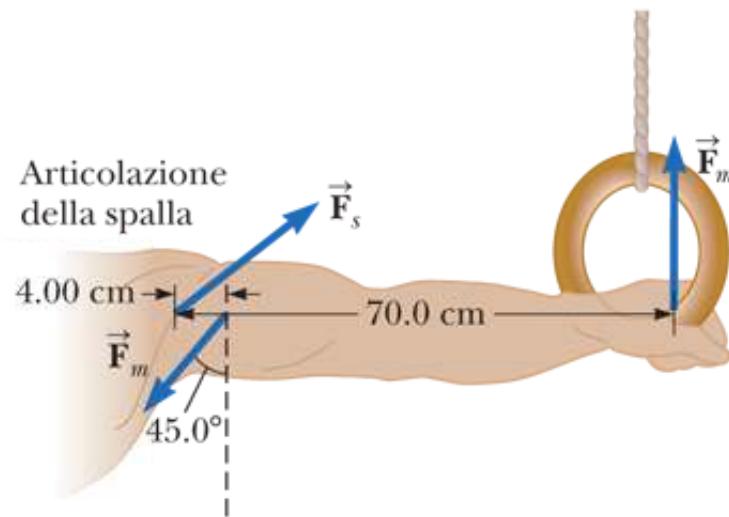
FIGURA P10.84

85. BIO Quando un ginnasta che si sta cimentando agli anelli esegue la *croce di ferro*, si mantiene fermo come mostrato in Figura P10.85a. In questa manovra, i piedi del ginnasta (non mostrati) sono al di sopra del pavimento. I muscoli principalmente coinvolti nel sostegno di questa posizione sono il muscolo grande dorsale e il pettorale maggiore. Uno degli anelli esercita una forza \vec{F}_m verso l'alto sulla mano come mostrato in Figura P10.85b. La forza \vec{F}_s è esercitata dall'articolazione della spalla sul braccio. I muscoli grande dorsale e pettorale maggiore esercitano una forza totale \vec{F}_m sul braccio. (a) Usando l'informazione in figura, calcolare il modulo della forza \vec{F}_m . (b) Si supponga che un atleta in allenamento non riesca a compiere la croce di ferro ma riesca a tenere una posizione simile alla figura in cui le braccia formano un angolo di 45° rispetto all'orizzontale piuttosto che essere orizzontali. Perché questa posizione è più semplice per l'atleta?

VISUALIZZA SOLUZIONE



a



b

FIGURA P10.85

La gravità, le orbite

IMMAGINE DELLA GALASSIA WHIRLPOOL, M51, REGISTRATA NEL 2005 DAL TELESCOPIO SPAZIALE HUBBLE. LE BRACCIA DI QUESTA GALASSIA A SPIRALE COMPRIMONO L'IDROGENO GASSOSO E CREANO NUOVI GRUPPI DI STELLE. ALCUNI ASTRONOMI CREDONO CHE LE BRACCIA SIANO PROMINENTI A CAUSA DELL'INCONTRO RAVVICINATO CON LA PICCOLA GALASSIA GIALLA, NGC 5195, ALL'ESTREMITÀ DI UNA DELLE SUE BRACCIA.



NASA, Hubble Heritage Team (STScI/AURA), ESA, S. Beckwith (STScI). Post-produzione: Robert Gendler

Nel Capitolo 1, abbiamo introdotto la nozione di modello e ne abbiamo definito quattro categorie: geometrico, semplificato, di analisi e strutturale. In questo capitolo applichiamo i nostri modelli di analisi a due *modelli strutturali* molto comuni: un modello strutturale per un sistema grande – il Sistema Solare – e un modello strutturale per un sistema piccolo – l'atomo di idrogeno.

Ritorniamo alla legge di gravitazione universale di Newton – una delle leggi delle forze fondamentali in natura discussa nel Capitolo 5 – e mostriamo come essa, insieme ai nostri modelli di analisi, ci permetta di capire il moto dei pianeti, della luna e dei satelliti artificiali della Terra.

Concludiamo questo capitolo con una discussione del modello dell'atomo di idrogeno dovuta a Niels Bohr, che rappresenta un'interessante miscuglio fra fisica classica e non. Nonostante la natura ibrida del modello, alcune delle sue previsioni si accordano con le misure sperimentali effettuate sull'atomo di idrogeno. Questa discussione sarà la nostra prima grande avventura nel campo della *fisica quantistica*, che continueremo nel Capitolo 28 (“Fisica Moderna”).

Rivisitazione della legge di Newton della gravitazione universale

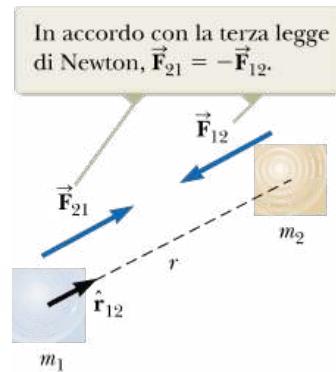


FIGURA 11.1 La forza gravitazionale tra due particelle è attrattiva. Il versore \hat{r}_{12} è diretto dalla particella 1 verso la particella 2.

Prima del 1687, molti dati erano stati raccolti sul moto della Luna e dei pianeti, ma mancava ancora una chiara comprensione delle forze implicate nei moti. In quell'anno, Isaac Newton fornì la chiave che rivelò i segreti del cielo. Egli sapeva, dalla prima legge del moto, che una forza risultante doveva agire sulla Luna. Se così non fosse stato, la Luna si sarebbe mossa lungo una linea retta piuttosto che su un'orbita quasi circolare. Newton stabilì che la forza fra la Luna e la Terra era una forza attrattiva. Egli si rese conto che le forze coinvolte nell'attrazione Terra-Luna e Sole-pianeti non erano peculiari di quei sistemi, ma erano casi particolari di un'attrazione generale e universale tra corpi.

Come discusso nel Capitolo 5, ogni particella nell'Universo attrae ogni altra particella con una forza direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza. Se due particelle hanno masse m_1 e m_2 e sono separate da una distanza r , il modulo della forza gravitazionale fra esse è

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

11.1◀

dove G è la **costante di gravitazione universale** il cui valore nelle unità SI è

$$G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

11.2◀

La legge della forza data dall'Equazione 11.1 è spesso indicata come **legge dell'inverso del quadrato**, poiché il modulo della forza varia con l'inverso del quadrato della distanza tra le particelle. Possiamo esprimere questa forza attrattiva in forma vettoriale definendo un versore \hat{r}_{12} diretto da m_1 a m_2 , come mostrato nella Figura 11.1. La forza esercitata da m_1 su m_2 è data da

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

11.3◀

dove il segno negativo indica che la particella 2 è attratta verso la particella 1. In maniera analoga, per la terza legge di Newton, la forza esercitata da m_2 su m_1 , indicata con \vec{F}_{21} , è eguale in modulo e direzione a \vec{F}_{12} e di verso opposto. Ossia queste forze formano una coppia azione-reazione e $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

Come ha dimostrato Newton, la forza gravitazionale esercitata da una distribuzione di massa a simmetria sferica, di dimensione finita, su una particella esterna alla sfera è la

Prevenire le insidie
| 11.1 Bisogna essere chiari su g e G

Il simbolo g rappresenta l'accelerazione di un corpo in caduta libera vicino ad un pianeta. Sulla superficie della Terra, g vale 9.80 m/s^2 . Invece G è una costante universale che ha lo stesso valore in tutto l'Universo.

stessa che si avrebbe se tutta la massa della distribuzione fosse concentrata nel suo centro. Per esempio, la forza su una particella di massa m sulla superficie della Terra ha modulo

$$F_g = G \frac{M_T m}{R_T^2}$$

dove M_T è la massa della Terra e R_T il raggio della Terra. La forza è diretta verso il centro della Terra.

Misura della costante di gravitazione

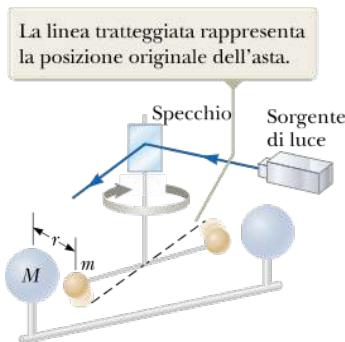


FIGURA 11.2 Rappresentazione schematica dell'apparato di Cavendish. Quando le sferette di massa m sono attratte dalle sfere grandi di massa M , l'asta ruota di un piccolo angolo. Un fascio di luce riflesso da uno specchio sull'apparato ruotante misura l'angolo di rotazione. (In verità, la lunghezza del filo sopra lo specchio è molto maggiore di quella sotto di esso.)

La costante di gravitazione universale G fu misurata per la prima volta alla fine del XIX secolo sulla base dei risultati ottenuti da Sir Henry Cavendish con un importante esperimento nel 1798. La legge di gravitazione universale non era stata espressa da Newton nella forma dell'Equazione 11.1, e Newton non aveva introdotto la costante G . In realtà, al tempo di Cavendish, l'unità della forza non era stata ancora inclusa nel sistema esistente delle unità di misura. Lo scopo di Cavendish era quello di misurare la densità della Terra. I suoi risultati furono poi usati da altri scienziati 100 anni più tardi per ottenere i valori di G . L'apparato usato consisteva di due piccole sfere, ciascuna di massa m , fissate alle estremità di una leggera barra orizzontale sospesa a un filo sottile come in Figura 11.2. Due sfere grandi, ciascuna di massa M , sono poste vicino alle sfere più piccole. La forza di attrazione fra le sfere più piccole e quelle più grandi causa la rotazione della barra e la torsione del filo. Se il sistema è orientato come in Figura 11.2, la barra ruota in senso orario quando è vista dall'alto. L'angolo di rotazione è misurato dalla deflessione di un fascio di luce riflesso da uno specchio attaccato al filo. L'esperimento è stato attentamente ripetuto con diverse masse a differenti distanze.

È interessante che G è la meno nota fra le costanti fondamentali, con una incertezza percentuale migliaia di volte più grande di quella di altre costanti come la massa m_e dell'elettrone e la carica elettrica elementare e . Diverse misure recenti di G risultano significativamente diverse dai valori precedentemente misurati e anche fra di loro! La ricerca di un più preciso valore di G continua a essere un'area di ricerca attiva. Un esperimento del 2006 ha misurato variazioni di peso di un oggetto stazionario quando gli si avvicinava un secondo corpo, fornendo il valore di G pari a $6.6743 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$, con un'incertezza di $\pm 0.0015\%$. Un esperimento del 2007 ha permesso di misurare G usando un gradiometro gravimetrico basato sull'interferometria dell'atomo. Il risultato di questo esperimento è stato $6.693 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$, con un'incertezza di $\pm 0.3\%$. Il risultato del 2006 è appena all'interno del relativamente grande intervallo di incertezza del risultato del 2007!

QUIZ RAPIDO 11.1

Un pianeta ha due lune di massa uguale. La luna 1 è in un'orbita circolare di raggio r . La luna 2 è in un'orbita circolare di raggio $2r$. Qual è l'intensità della forza gravitazionale esercitata dal pianeta sulla luna 2? (a) quattro volte quella

esercitata sulla luna 1 (**b**) due volte quella sulla luna 1 (**c**) uguale a quella sulla luna 1 (**d**) metà di quella sulla luna 1 (**e**) un quarto di quella sulla luna 1z

VISUALIZZA SOLUZIONE

Il campo gravitazionale

Quando Newton pubblicò la sua teoria della gravitazione, i suoi contemporanei trovarono difficile da accettare il concetto di una forza che un corpo poteva esercitare su un altro senza che ci fosse niente nello spazio fra loro. Essi si chiedevano come fosse possibile che due corpi dotati di massa potessero interagire senza essere in contatto fra loro. Benché lo stesso Newton non fosse in grado di dare una risposta alla domanda, la sua teoria fu considerata un successo in quanto riusciva a spiegare in modo soddisfacente il moto dei pianeti.

CAMPO GRAVITAZIONALE

Un modo alternativo per immaginare la forza di gravità è quello di pensare all'interazione gravitazionale come ad un processo in due passaggi con implicato un *campo*, come discusso nel Paragrafo 4.1. Dapprima, un corpo (o *massa sorgente*) crea un **campo gravitazionale** \vec{g} nello spazio intorno a sé. Poi, un secondo corpo (o *massa di prova*) di massa m presente in questo campo avverte una forza $\vec{F}_g = m \vec{g}$. In altre parole, intendiamo che sia il *campo* a esercitare una forza su una massa di prova piuttosto che direttamente la massa sorgente. Il campo gravitazionale è definito da

$$\vec{g} \equiv \frac{\vec{F}_g}{m}$$

11.4◀

Cioè il campo gravitazionale in un punto dello spazio è equivalente alla forza gravitazionale che una massa di prova m avverte in quel punto diviso per la massa. Di conseguenza, se \vec{g} è noto in qualche punto dello spazio, una particella di massa m avverrà una forza gravitazionale $\vec{F}_g = m \vec{g}$ quando posta in quel punto. Vedremo nei capitoli successivi il modello di una particella in un campo anche per i fenomeni dell'elettricità e del magnetismo, dove giocherà un ruolo ben maggiore di quello della gravità.

Come esempio, consideriamo un corpo di massa m vicino alla superficie della Terra. La forza di gravità sul corpo è diretta verso il centro della Terra e ha intensità mg . Quindi, vediamo che il campo gravitazionale agente su un corpo in un punto ha un'intensità pari all'accelerazione di caduta libera in quel punto. Poiché la forza di gravità su un corpo ha un'intensità $GM_T m/r^2$ (dove M_T è la massa della Terra), il campo \vec{g} a distanza r dal centro della Terra è dato da

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} = -\frac{GM_T}{r^2} \hat{r} \quad 11.5◀$$

dove \hat{r} è un versore diretto radialmente esternamente alla Terra e il segno negativo indica che il vettore campo è diretto verso il centro della Terra, come mostrato nella Figura 11.3a. Si noti che i vettori campo, in diversi punti in prossimità della massa sferica, variano sia in direzione che in intensità. In una piccola regione vicino alla superficie terrestre, \vec{g} è quasi costante e il campo verso il basso è uniforme come indicato in Figura 11.3b. L'Equazione 11.5 è valida per tutti i punti esterni alla superficie della Terra, assumendo che la Terra sia sferica e che la rotazione possa essere trascurata. Alla superficie della Terra, dove $r = R_T$, \vec{g} ha il valore di 9.80 m/s^2 .

I vettori del campo puntano in direzione dell'accelerazione che un punto avvertirebbe se fosse posto nel campo. Il modulo del vettore del campo in ogni punto è pari all'intensità dell'accelerazione di caduta libera in quel punto.

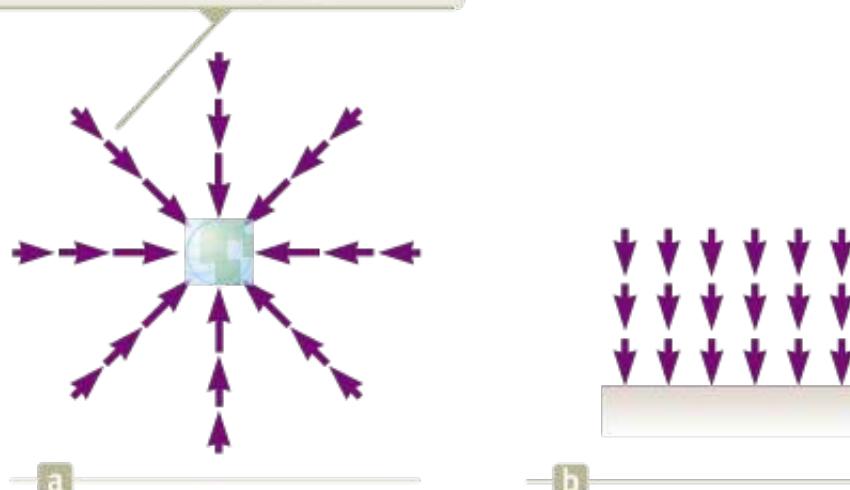


FIGURA 11.3 (a) I vettori del campo gravitazionale in prossimità di una massa sferica uniforme variano sia in direzione che in intensità. (b) I vettori del campo gravitazionale in una piccola regione vicino alla superficie terrestre sono uniformi; quindi essi hanno tutti la stessa direzione e modulo.

Esempio 11.1 La densità della Terra

Usando il raggio noto della Terra e il valore $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ sulla superficie terrestre, calcolare la densità media della Terra.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modelli strutturali

Nel Capitolo 1, abbiamo anticipato che avremmo discusso quattro categorie di modelli. La quarta categoria è quella dei **modelli strutturali**. In questi modelli, proponiamo delle strutture teoriche nel tentativo di capire il comportamento di un sistema col quale non possiamo interagire direttamente a causa della diversa scala – molto più piccola o molto più grande – rispetto al nostro mondo macroscopico.

Uno dei primi modelli strutturali studiati fu quello del posizionamento della Terra nell'Universo. I moti dei pianeti, delle stelle, e degli altri corpi celesti sono stati osservati per migliaia di anni. All'inizio della storia, gli scienziati considerarono la Terra come il centro dell'Universo poiché sembrava che tutti i corpi nel cielo si muovessero intorno alla Terra. Questa organizzazione della Terra e degli altri corpi costituisce un modello strutturale dell'Universo chiamato *modello geocentrico*. Esso fu elaborato e formalizzato dall'astronomo greco Claudio Tolomeo nel secondo secolo d.c. e fu accettato per i successivi 1 400 anni. Nel 1543, l'astronomo polacco Nicolò Copernico (1473-1543) offrì un diverso modello strutturale nel quale la Terra è parte di un Sistema Solare locale, suggerendo che la Terra e gli altri pianeti compiono una rivoluzione su orbite circolari perfette attorno al Sole (il *modello eliocentrico*).

In generale, un modello strutturale contiene le seguenti caratteristiche:

1. *Una descrizione delle componenti fisiche del sistema*: nel modello eliocentrico, le componenti sono i pianeti e il Sole.
2. *Una descrizione della posizione reciproca delle componenti e delle loro interazioni*: nel modello eliocentrico, i pianeti sono in orbita attorno al Sole e interagiscono per mezzo della forza di gravità.
3. *Una descrizione dell'evoluzione temporale del sistema*: il modello eliocentrico assume un Sistema Solare nello stato stazionario, con i pianeti che ruotano nelle loro orbite attorno al Sole con periodi fissi.
4. *Una descrizione dell'accordo fra le previsioni del modello e le reali osservazioni e, possibilmente, previsioni di nuovi effetti non ancora osservati*: il modello eliocentrico prevede osservazioni di Marte fatte dalla Terra che sono in accordo con misure passate e attuali. Il modello geocentrico fu anche capace di trovare accordo fra previsioni e osservazioni, ma soltanto a spese di un modello strutturale molto complicato in cui i pianeti si muovevano su circonferenze costruite su altre circonferenze. Il modello eliocentrico, insieme alla legge di gravitazione universale di Newton, ha previsto che un veicolo spaziale potrebbe essere spedito dalla Terra a Marte molto prima che questo fosse realmente fatto negli anni 1970.

Nei Paragrafi 11.3 e 11.4 esploreremo alcuni dei dettagli del modello eliocentrico del Sistema Solare e integreremo la precedente descrizione per questo modello strutturale. Nel Paragrafo 11.5, studieremo il modello strutturale dell'atomo di idrogeno. Useremo molte volte in questo libro le caratteristiche dei modelli strutturali elencate sopra.

Le leggi di Keplero

L'astronomo tedesco Giovanni Keplero, che era stato assistente di Brahe, ne acquisì i dati astronomici e passò circa 16 anni cercando di dedurre un modello matematico per il moto dei pianeti. Dopo molti calcoli laboriosi, trovò che i dati precisi di Brahe sulla rivoluzione di Marte attorno al Sole fornivano la risposta. L'analisi di Keplero mostrò per la prima volta che il concetto di orbite circolari attorno al Sole nel modello eliocentrico doveva essere abbandonato. Scoprì che l'orbita di Marte poteva essere descritta accuratamente da una curva detta *ellisse*. Egli allora generalizzò questa analisi estendendola al moto di tutti i pianeti. L'analisi completa è riassunta in tre enunciati, noti come **leggi di Keplero del moto dei pianeti**, ciascuno dei quali sarà discusso nei paragrafi seguenti.

Newton dimostrò che queste leggi erano la conseguenza della forza gravitazionale che si esercita tra due masse qualsiasi. La legge della gravitazione universale di Newton, insieme alle sue leggi del moto, fornisce la base per una completa descrizione matematica del moto dei pianeti e dei satelliti.

CARATTERISTICHE DEI MODELLI STRUTTURALI

L'astronomo danese Tycho Brahe (1546-1601) eseguì accurate misure astronomiche in un periodo di 20 anni e pose le basi per il modello strutturale del Sistema Solare oggi accettato. Queste precise osservazioni, fatte su pianeti e su 777 stelle, furono eseguite utilizzando nient'altro che un grande sestante e una bussola; il telescopio non era stato ancora inventato.


Stockphoto.com/GeorgiosArt

GIOVANNI KEPLERO Astronomo tedesco (1571-1630) Keplero è conosciuto soprattutto per aver sviluppato le leggi del moto dei pianeti basate sulle attente osservazioni di Tycho Brahe.

La prima legge di Keplero

La prima legge di Keplero indica che l'orbita circolare di un corpo intorno al centro di una forza gravitazionale è un caso molto particolare e che le orbite ellittiche sono il caso più generale:¹

Ciascun pianeta descrive orbite ellittiche con il Sole in uno dei fuochi.

PRIMA LEGGE DI KEPLERO

La Figura 11.4 mostra la geometria di un'ellisse, che ci serve come modello geometrico per l'orbita ellittica di un pianeta.² Un'ellisse è definita matematicamente scegliendo due punti, F_1 e F_2 , ciascuno dei quali è chiamato **fuoco**, e quindi tracciando una curva attraverso i punti per i quali la somma delle distanze r_1 e r_2 da F_1 e F_2 è costante. La massima distanza fra due punti sull'ellisse passando per il centro (e per i due fuochi) si chiama **asse maggiore**, e questa distanza è $2a$. Nella Figura 11.4, l'asse maggiore è tracciato lungo la direzione x . La distanza a si chiama **semiasse maggiore**. Analogamente, la minima distanza fra due punti sull'ellisse passando per il centro si chiama **asse minore** di lunghezza $2b$, dove la distanza b è il **semiasse minore**. Ambedue i fuochi sono posizionati a distanza c dal centro dell'ellisse, dove $a^2 = b^2 + c^2$. Nell'orbita ellittica di un pianeta attorno al Sole, il Sole si trova in un fuoco dell'ellisse. Non c'è niente nell'altro fuoco.

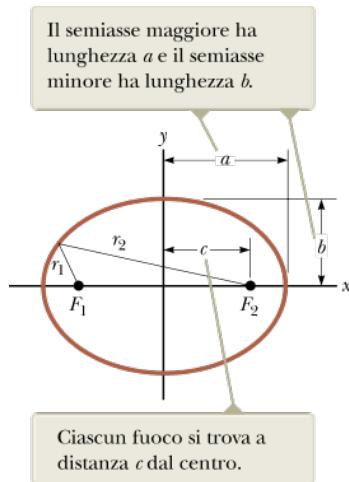


FIGURA 11.4 Disegno dell'ellisse.

¹ Abbiamo scelto un modello semplificato in cui un corpo di massa m è in orbita attorno ad un corpo di massa M , con $M > m$. In questo modo, possiamo porre che il corpo di massa M sia stazionario. In realtà questo non è vero; entrambe le masse M e m si muovono attorno al centro di massa del sistema formato dai due corpi. Questa è la maniera in cui indirettamente si scoprono i pianeti attorno alle stelle; si osserva il moto "ondeggiante" della stella poiché la stessa e il pianeta ruotano attorno al centro di massa.

² Le orbite effettive mostrano perturbazioni dovute al moto delle lune in orbita attorno al pianeta e il passaggio del pianeta vicino ad altri pianeti. Ignoreremo queste perturbazioni e useremo un modello semplificato in cui il pianeta segue un'orbita perfettamente ellittica.

L'**eccentricità** di un'ellisse è definita come $e \equiv c/a$ e descrive la forma generale dell'ellisse. Per una circonferenza, $c = 0$, e l'eccentricità è quindi zero. Tanto più b è minore di a , tanto più schiacciata è l'ellisse lungo la direzione y rispetto alla direzione x nella Figura 11.4. Quando b diminuisce, c aumenta, e l'eccentricità e aumenta. Quindi, alti valori dell'eccentricità corrispondono a ellissi più allungate e più sottili. L'intervallo di valori dell'eccentricità per un'ellisse è $0 < e < 1$.

L'eccentricità per le orbite dei pianeti variano grandemente nel Sistema Solare. L'eccentricità dell'orbita terrestre è 0.017, rendendola vicina a una circonferenza. D'altra parte, l'eccentricità dell'orbita di Mercurio è 0.21, la più alta fra quelle di tutti gli otto pianeti. La Figura 11.5a (pag. 360) mostra un'ellisse con l'eccentricità di quella dell'orbita di Mercurio. Si noti che perfino quest'orbita con l'eccentricità più elevata è difficile da distinguere da una circonferenza, il che rappresenta un motivo per cui la prima legge di Keplero costituisce un ammirabile risultato. L'eccentricità dell'orbita della cometa di Halley è 0.97, descrivendo un'orbita il cui asse maggiore è molto più lungo dell'asse minore, com'è mostrato in Figura 11.5b. Di conseguenza, la cometa di Halley trascorre la maggior parte dei 76 anni del suo periodo di rivoluzione lontano dal Sole rimanendo invisibile dalla Terra. Essa risulta visibile a occhio nudo soltanto durante una piccola parte della sua orbita, quando si avvicina al Sole.

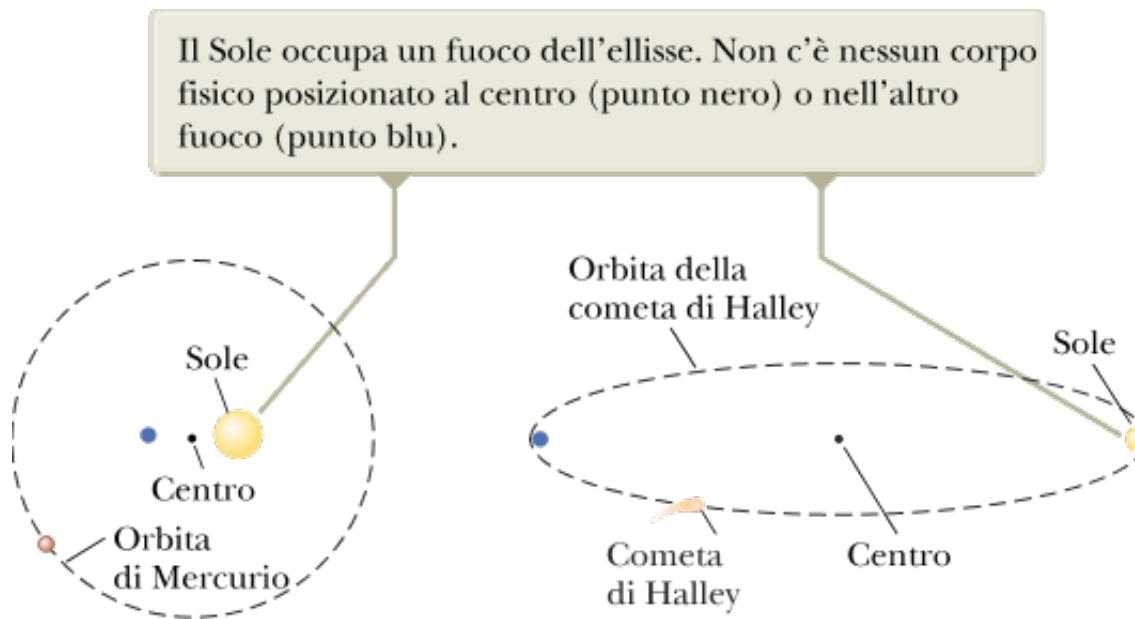


FIGURA 11.5 (a) La forma dell'orbita di Mercurio con l'eccentricità più alta ($e = 0.21$) tra gli otto pianeti del sistema solare. (b) La forma dell'orbita della Cometa di Halley. La forma dell'orbita è corretta; la cometa e il Sole sono mostrati ingranditi per maggiore chiarezza.

Immaginiamo ora un pianeta con un'orbita ellittica come quella mostrata nella Figura 11.4, con il Sole nel fuoco F_2 . Quando il pianeta si trova nel punto più a sinistra del diagramma, la distanza fra il pianeta e il Sole è $a + c$. In questo punto, detto *afelio*, il pianeta si trova alla massima distanza dal Sole. (Per un corpo in orbita intorno alla Terra, questo punto si chiama *apogeo*.) Al contrario, quando il pianeta si trova all'estremità destra dell'ellisse, la distanza fra il pianeta e il Sole è $a - c$. In questo punto, detto *perielio* (per un'orbita terrestre, *perigeo*), il pianeta si trova alla minima distanza dal Sole.

La prima legge di Keplero è una diretta conseguenza del fatto che la forza di gravitazione universale dipende dall'inverso del quadrato della distanza che separa i corpi tra cui si esercita. Abbiamo discusso orbite circolari ed ellittiche che sono le forme permesse per le orbite di corpi *legati* a un centro di forza gravitazionale. Questi corpi includono sia i pianeti, gli asteroidi, e le comete che si muovono periodicamente attorno al Sole, che le lune che orbitano attorno a un pianeta. Possono esistere anche corpi *non legati*; ad esempio un meteorite proveniente dallo spazio profondo potrebbe passare vicino al Sole una volta e non tornare più. Anche la forza di gravità fra il Sole e questi corpi varia come l'inverso del quadrato della distanza di separazione, e le orbite permesse includono anche parabole ($e = 1$) e iperboli ($e > 1$).

Prevenire le insidie | 11.2 Dov'è il Sole?

Il Sole si trova in uno dei fuochi dell'orbita ellittica di un pianeta. Non si trova al centro dell'ellisse.

La seconda legge di Keplero

Esaminiamo adesso la seconda legge di Keplero:

SECONDA LEGGE DI KEPLERO

Il raggio vettore tracciato dal Sole verso un qualunque pianeta spazza aree uguali in intervalli di tempo uguali.

Si può mostrare che questa legge è una conseguenza della conservazione del momento angolare per un sistema isolato nel modo seguente. Consideriamo un pianeta di massa M_p che si muove attorno al Sole in un'orbita ellittica (Fig. 11.6a). Consideriamo un pianeta come un sistema. Assumeremo che il Sole sia molto più massiccio del pianeta, cosicché il Sole rimane fermo. La forza gravitazionale agente sul pianeta è una forza centrale, cioè una forza che è sempre diretta lungo il raggio vettore verso il Sole. Il momento meccanico agente sul pianeta dovuto a questa forza centrale è zero poiché \vec{F}_g è parallela a \vec{r} . Cioè,

$$\vec{\tau}_{\text{est}} \equiv \vec{r} \times \vec{F}_g = \vec{r} \times F_g(r) \hat{r} = 0$$

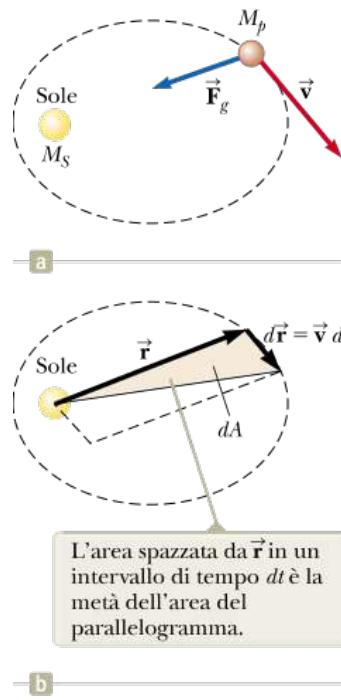


FIGURA 11.6 (a) La forza gravitazionale agente su un pianeta punta verso il Sole ed è diretta lungo il raggio. (b) Durante l'intervallo di tempo dt , i vettori formano un parallelogramma.

Ricordiamo che il momento esterno risultante agente su un sistema è uguale alla derivata temporale del momento angolare del sistema; cioè, $\vec{\tau}_{est} = d\vec{L}/dt$. Quindi, poiché $\vec{\tau}_{est} = 0$ per il pianeta, il momento angolare \vec{L} del pianeta è una costante del moto:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = M_p \vec{r} \times \vec{v} = \text{costante}$$

Possiamo mettere questo risultato in relazione alle seguenti considerazioni geometriche. In un intervallo di tempo dt , il raggio vettore \vec{r} nella Figura 11.6b spazza l'area dA , uguale alla metà dell'area $|\vec{r} \times d\vec{r}|$ del parallelogramma formato dai vettori \vec{r} e $d\vec{r}$. Poiché lo spostamento del pianeta nell'intervallo di tempo dt è dato da $d\vec{r} = \vec{v}dt$, abbiamo

$$dA = \frac{1}{2} |\vec{r} \times d\vec{r}| = \frac{1}{2} |\vec{r} \times \vec{v} dt| = \frac{L}{2M_p} dt$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2M_p} = \text{costante} \quad \text{11.6} \blacktriangleleft$$

dove L e M_p sono ambedue costanti. Quindi concludiamo che il raggio vettore dal Sole verso ogni pianeta spazza aree uguali in tempi uguali.

Questo risultato è una conseguenza del fatto che la forza gravitazionale è una forza centrale, la qual cosa implica che il momento angolare del pianeta è costante. Quindi, la legge si applica a *qualsiasi* situazione che coinvolga una forza centrale, indipendentemente dal fatto che dipenda dall'inverso del quadrato della distanza.

FISICA RAGIONATA 11.1

La Terra è più vicina al Sole quando è inverno nell'emisfero nord, che quando è estate. Luglio e gennaio hanno entrambi 31 giorni. In quale mese, se ce n'è uno, la Terra compie un percorso più lungo nella sua orbita?

Ragionamento La Terra segue un'orbita leggermente ellittica intorno al Sole. Poiché il momento angolare si conserva, la Terra si muove più velocemente quando è più vicina al Sole e più lentamente quando ne è più lontana. Quindi, poiché è più vicina al Sole in gennaio si muoverà più in fretta e percorrerà una distanza maggiore nella sua orbita di quanto faccia in luglio.

La terza legge di Keplero

La terza legge di Keplero afferma:

Il quadrato dei periodi orbitali di ogni pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita ellittica.

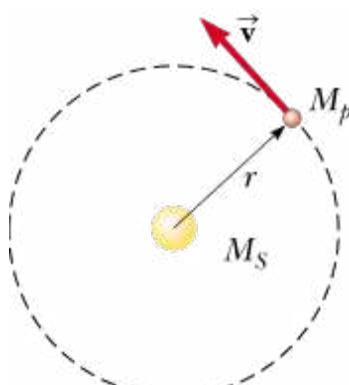


FIGURA 11.7 Un pianeta di massa M_p si muove lungo un'orbita circolare intorno al Sole. La terza legge di Keplero lega il periodo dell'orbita al raggio. Le orbite di tutti i pianeti eccetto Mercurio sono pressoché circolari.

Questa legge può essere facilmente prevista a partire dalla legge dell'inverso del quadrato per le orbite circolari. Consideriamo un pianeta di massa M_p e supponiamo che si muova di moto circolare attorno al Sole (massa M_S), come nella Figura 11.7. Poiché la forza gravitazionale agente sul pianeta fornisce l'accelerazione centripeta al pianeta in orbita circolare, schematizziamo il pianeta come una particella in moto circolare uniforme e utilizziamo la legge di Newton della gravitazione universale:

$$F_g = M_p a \rightarrow \frac{GM_S M_p}{r^2} = \frac{M_p v^2}{r}$$

La velocità orbitale del pianeta è $2\pi r/T$, dove T è il periodo; l'espressione precedente diventa quindi

$$\begin{aligned} \frac{GM_S}{r^2} &= \frac{(2\pi r/T)^2}{r} \\ T^2 &= \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right) r^3 = K_S r^3 \end{aligned}$$

dove K_S è una costante data da

$$K_S = \frac{4\pi^2}{GM_S} = 2.97 \times 10^{-19} \text{ s}^2/\text{m}^3$$

Questa equazione è anche valida per orbite ellittiche se sostituiamo r con la lunghezza a del semiasse maggiore (si veda Fig. 11.4):

TERZA LEGGE DI KEPLERO

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right) a^3 = K_S a^3 \quad \text{11.7} \blacktriangleleft$$

L'Equazione 11.7 è la terza legge di Keplero. Poiché il semiasse maggiore in un'orbita circolare è il raggio, l'Equazione 11.7 è valida sia per le orbite circolari che per quelle ellittiche. Notiamo che la costante di proporzionalità K_S è indipendente dalla massa del pianeta. Perciò l'Equazione 11.7 è valida per *tutti* i pianeti. Se avessimo dovuto considerare l'orbita di un satellite attorno alla Terra, come la Luna, allora la costante avrebbe avuto un valore diverso, con la massa della Terra al posto della massa del Sole, cioè $K_T = 4\pi^2/GM_T$. In Tabella 11.1 (pag. 362) è riportato un elenco di dati utili sui pianeti. L'ultima colonna di questa tabella conferma che T^2/r^3 è una costante. Le piccole variazioni dei valori in questa colonna sono dovute all'incertezza delle misure per i periodi e per i semiassi maggiori dei pianeti.

Recenti studi astronomici hanno mostrato l'esistenza di un gran numero di corpi del sistema solare oltre l'orbita di Nettuno. In generale questi corpi giacciono nella *fascia di Kuiper*, una regione che si estende da circa 30 UA (il raggio orbitale di Nettuno) a 50 UA. (Una UA è un'*unità astronomica* pari al raggio dell'orbita della Terra.)

TABELLA 11.1 | Dati planetari utili

Corpo	Massa (kg)	Raggio medio (m)	Periodo di rivoluzione (s)	Distanza media dal Sole (m)	$\frac{T^2}{r^3}$ (s ² /m ³)
Mercurio	3.30×10^{23}	2.44×10^6	7.60×10^6	5.79×10^{10}	2.98×10^{-19}
Venere	4.87×10^{24}	6.05×10^6	1.94×10^7	1.08×10^{11}	2.99×10^{-19}
Terra	5.97×10^{24}	6.37×10^6	3.156×10^7	1.496×10^{11}	2.97×10^{-19}
Marte	6.42×10^{23}	3.39×10^6	5.94×10^7	2.28×10^{11}	2.98×10^{-19}
Giove	1.90×10^{27}	6.99×10^7	3.74×10^8	7.78×10^{11}	2.97×10^{-19}
Saturno	5.68×10^{26}	5.82×10^7	9.29×10^8	1.43×10^{12}	2.95×10^{-19}
Urano	8.68×10^{25}	2.54×10^7	2.65×10^9	2.87×10^{12}	2.97×10^{-19}
Nettuno	1.02×10^{26}	2.46×10^7	5.18×10^9	4.50×10^{12}	2.94×10^{-19}
Plutone ^a	1.25×10^{22}	1.20×10^6	7.82×10^9	5.91×10^{12}	2.96×10^{-19}
Luna	7.35×10^{22}	1.74×10^6	—	—	—
Sole	1.989×10^{30}	6.96×10^8	—	—	—

^a Nell'agosto del 2006 l'Unione Astronomica Internazionale ha adottato una definizione di pianeta che distingue Plutone dagli altri otto. Plutone è ora definito come un "pianeta nano" come l'asteroide Cerere.

Le stime attuali identificano almeno 70 000 corpi in questa regione, con diametri superiori a 100 km. Il primo corpo nella fascia di Kuiper (KBO) è Plutone, scoperto nel 1930 e precedentemente classificato come pianeta. A partire dal 1992, molti altri sono stati scoperti. Alcuni hanno diametri intorno a 1 000 km, come Varuna (scoperto nel 2000), Ixion (2001), Quaoar (2002), Sedna (2003), Haumea (2004), Orcus (2004) e Makemake (2005). Si ritiene che Eris, un corpo KBO scoperto nel 2005, sia significativamente più grande di Plutone. Altri corpi KBO non hanno nome ma sono normalmente identificati dal loro anno di scoperta e da un codice, come 2009 YE7 e 2010 EK139.

Un sottoinsieme di circa 1 400 corpi KBO sono chiamati Plutoniani perché, come Plutone, mostrano il fenomeno della risonanza, orbitando intorno al Sole due volte nell'intervallo di tempo in cui Nettuno compie tre rivoluzioni. L'utilizzo ai giorni nostri delle leggi di Keplero mostra come questo campo di ricerca sia particolarmente attivo.

QUIZ RAPIDO 11.2

Un asteroide è in un'orbita ellittica intorno al Sole con alta eccentricità. Il periodo dell'astroide è di 90 giorni. Quale delle seguenti affermazioni è vera circa la possibilità di una collisione con la Terra? **(a)** La collisione non è possibile. **(b)** La collisione è possibile. **(c)** Le informazioni che abbiamo a disposizione non sono sufficienti a determinare la possibilità o meno di una collisione.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 11.2

Il romanzo *Icebound* di Dan Koontz (Bantam Books, 2000) narra la storia di un gruppo di scienziati intrappolato su un iceberg galleggiante vicino al Polo Nord. Uno dei dispositivi che gli scienziati hanno con sé è un trasmettitore con cui possono stabilire la propria posizione con l'aiuto di un satellite polare geostazionario. Può un satellite in orbita *polare* essere *geostazionario*?

Ragionamento Un satellite geostazionario è uno che si mantiene costantemente sopra un certo posto della superficie terrestre. Quindi, un'antenna sulla superficie che riceve segnali dal satellite, come una parabola per la televisione, può puntare in una direzione fissa nel cielo. Il satellite deve essere in orbita con il raggio corretto in modo che il suo periodo orbitale sia

lo stesso della rotazione terrestre. Quest'orbita fa sì che il satellite non abbia alcun moto relativo né verso est né verso ovest rispetto a un osservatore nel posto scelto. L'altra richiesta è che il satellite geostazionario *sia in orbita sull'equatore*. Altrimenti esso andrebbe soggetto all'oscillazione lungo la direzione nord-sud durante l'orbita. Quindi sarebbe impossibile avere un satellite geostazionario in orbita *polare*. Anche se il satellite si trovasse alla distanza giusta dalla Terra, esso si muoverebbe rapidamente nella direzione nord-sud, il che comporterebbe la necessità di utilizzare apparecchiature accurate di tracciamento. Inoltre, esso sarebbe sotto l'orizzonte per lunghi periodi di tempo, divenendo inutilizzabile per determinare la posizione.

Esempio 11.2 Un satellite geostazionario

Consideriamo un satellite di massa m che si muove lungo un'orbita circolare intorno alla Terra ad una velocità v costante e ad un'altitudine h sopra la superficie terrestre, come illustrato in Figura 11.8.

(A) Calcolare la velocità del satellite in termini di G , h , R_T (raggio terrestre) e M_T (la massa della Terra).

$$(1) \quad v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

(B) Se il satellite deve essere *geostazionario* (cioè rimanere in posizione fissa sopra la Terra), a che velocità deve muoversi nello spazio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Considerazioni energetiche sul moto dei pianeti e dei satelliti

Finora abbiamo trattato la meccanica orbitale dal punto di vista delle forze e del momento angolare. Studiamo ora il moto orbitale dei pianeti dal punto di vista *energetico*.

Consideriamo un corpo di massa m in moto con velocità v nelle vicinanze di un corpo di massa $M \gg m$. Questo sistema a due corpi potrebbe essere un pianeta che si muove attorno al Sole o un satellite in orbita attorno alla Terra, o una cometa che passa una sola volta in prossimità del Sole. Tratteremo i due oggetti di massa m e M come un sistema isolato. Se assumiamo che M sia a riposo in un sistema di riferimento inerziale (poiché $M \gg m$), l'energia meccanica totale E del sistema di due corpi è la somma dell'energia cinetica dell'oggetto di massa m e dell'energia potenziale gravitazionale del sistema:

$$E = K + U_g$$

Ricordiamo dal Paragrafo 6.9 che l'energia potenziale gravitazionale U_g associata a *qualsiasi coppia* di particelle di massa m_1 ed m_2 separate da una distanza r è data da

$$U_g = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

dove abbiamo definito $U_g \rightarrow 0$ quando $r \rightarrow \infty$; quindi, nel nostro caso, l'energia meccanica del sistema di m ed M è

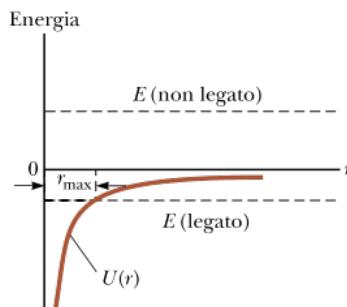


FIGURA 11.9 La linea inferiore dell'energia totale rappresenta un sistema legato.

La separazione r tra i due corpi gravitazionalmente legati non supera mai r_{\max} . La linea superiore dell'energia totale rappresenta un sistema non legato di due corpi interagenti gravitazionalmente. La separazione r tra i due corpi può assumere qualunque valore.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

11.8◀

L'Equazione 11.8 mostra che E può essere positivo, negativo o nullo a seconda del valore di v per un dato valore della distanza r . Se consideriamo il metodo del diagramma dell'energia del Paragrafo 6.10, possiamo mostrare l'energia potenziale e totale del sistema in funzione di r , come in Figura 11.9. Un pianeta che si muove attorno al Sole e un satellite in orbita attorno alla Terra sono sistemi *legati*, come quelli che abbiamo discusso nel Paragrafo 11.3; la Terra resterà sempre vicino al Sole e il satellite vicino alla Terra. In Figura 11.9 questi sistemi sono rappresentati dal valore negativo dell'energia totale. Il punto nel quale la linea dell'energia totale interseca la curva dell'energia potenziale è un punto di inversione del moto, la massima distanza di separazione r_{\max} fra i due corpi legati.

Un meteoroide che si avvicina una sola volta rappresenta un sistema non legato. Il meteoroide interagisce col Sole ma non è legato a esso. Quindi, il meteoroide può in teoria allontanarsi infinitamente dal Sole come descritto in Figura 11.9 dalla linea dell'energia totale nella regione positiva del grafico. Questa linea non intersecherà mai la curva dell'energia potenziale, cosicché saranno possibili tutti i valori di r .

Per un sistema legato, come quello della Terra e il Sole, E è necessariamente negativa poiché abbiamo scelto la convenzione arbitraria che $U_g \rightarrow 0$ quando $r \rightarrow \infty$.



Molti satelliti artificiali sono stati messi in orbita intorno alla Terra. Questo grafico mostra molti satelliti in orbite basse intorno alla Terra. Questa regione dello spazio è molto affollata: nel 2009 il satellite commerciale americano Iridium si è scontrato con il satellite russo inattivo Kosmos, ed entrambi sono andati distrutti. (Il campo di detriti mostrato nell'immagine è un'espressione artistica basata su dati reali. Comunque i resti sono mostrati esageratamente ingranditi per renderli visibili nella scala utilizzata.)

Si può facilmente verificare che $E < 0$ per un sistema composto da un corpo di massa m che orbita circolarmente attorno a un corpo di massa $M \gg m$ (Fig. 11.8). Applicando la seconda legge di Newton al corpo di massa m si ottiene

$$\sum F = ma \rightarrow \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Moltiplicando entrambi i membri per r e dividendo per 2 otteniamo

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r} \quad \text{11.9} \blacktriangleleft$$

Sostituendo questo risultato nell'Equazione 11.8 otteniamo

$$E = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r}$$

$$E = -\frac{GMm}{2r} \quad (\text{orbite circolari}) \quad \text{11.10} \blacktriangleleft$$

Ciò mostra chiaramente che l'energia meccanica totale deve essere negativa nel caso di orbite circolari. Inoltre l'Equazione 11.9 mostra che l'energia cinetica di un corpo in orbita circolare è uguale a metà del valore dell'energia potenziale del sistema (quando si sceglie l'energia potenziale uguale a zero all'infinito).

L'energia meccanica totale è negativa anche nel caso di orbite ellittiche. L'espressione di E per orbite ellittiche è la stessa dell'Equazione 11.10, con il semiasse maggiore a al posto di r :

$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad (\text{orbite ellittiche}) \quad \text{11.11} \blacktriangleleft$$

ENERGIA TOTALE PER UN SISTEMA PIANETA-STELLA

Combinando questo risultato di conservazione dell'energia con la nostra precedente discussione della conservazione del momento angolare, vediamo che sia l'energia totale che il momento angolare totale di un sistema a due corpi gravitazionalmente legato sono costanti del moto.

QUIZ RAPIDO 11.3

Una cometa si muove lungo un'orbita ellittica attorno al Sole. In quale punto della sua orbita (perielio o afelio) si ha il più alto valore per (a) la velocità della cometa, (b) l'energia potenziale del sistema cometa-Sole, (c) l'energia cinetica della cometa e (d) l'energia totale del sistema cometa-Sole?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 11.3 Cambiare l'orbita di un satellite

Un veicolo per il trasporto nello spazio rilascia un satellite per le telecomunicazioni di 470 kg mentre si trova su un'orbita 280 km sopra la superficie terrestre. Un motore a razzo sul satellite lo porta su un'orbita geostazionaria. Quanta energia deve fornire il motore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Velocità di fuga

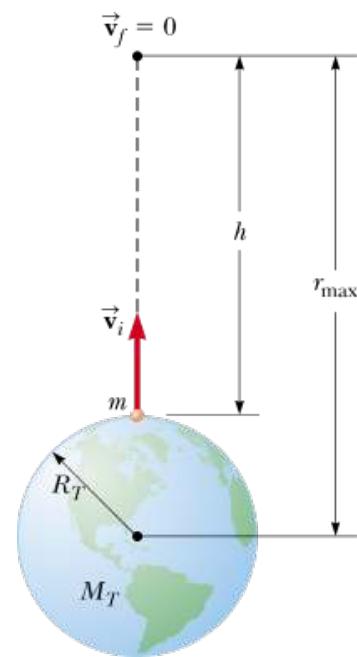


FIGURA 11.10 Un corpo di massa m lanciato verso l'alto dalla superficie terrestre con una velocità iniziale v_i raggiunge un'altitudine massima $h = r_{max} - R_T$.

Supponiamo che un oggetto di massa m sia lanciato verticalmente verso l'alto dalla superficie della Terra con una velocità iniziale v_i , come in Figura 11.10. Si possono applicare considerazioni energetiche per determinare il valore minimo della velocità iniziale con la quale il corpo si può allontanare indefinitamente dalla Terra. L'Equazione 11.8 fornisce l'energia totale del sistema corpo-Terra in un qualsiasi punto quando la velocità del corpo e la sua distanza dal centro della Terra sono note. Sulla superficie della Terra $r_i = R_T$. Quando

l'oggetto raggiunge la sua quota massima, $v_f = 0$ ed $r_f = r_{\max}$. Poiché l'energia totale del sistema corpo-Terra si conserva, l'applicazione di queste condizioni nell'Equazione 11.8 dà

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_T m}{R_T} = -\frac{GM_T m}{r_{\max}}$$

Risolvendo per v_i^2 si ottiene

$$v_i^2 = 2GM_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{\max}} \right) \quad 11.12 \blacktriangleleft$$

Per una data altitudine massima $h = r_{\max} - R_T$, possiamo usare questa equazione per calcolare la velocità iniziale richiesta.

Siamo ora in condizione di calcolare la **velocità di fuga**, ovvero la minima velocità che il corpo deve avere sulla superficie della Terra per continuare a muoversi allontanandosi indefinitamente. Viaggiando a questa velocità minima, il corpo continua ad allontanarsi dalla Terra e la sua velocità tende asintoticamente a zero. Considerando il limite $r_{\max} \rightarrow \infty$ nell'Equazione 11.12, e definendo $v_i = v_{\text{fuga}}$, otteniamo

$$v_{\text{fuga}} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \quad 11.13 \blacktriangleleft$$

TABELLA 11.2 | Velocità di fuga dalla superficie dei pianeti, della Luna e del Sole

Pianeta	v_{fuga} (km/s)
Mercurio	4.3
Venere	10.3
Terra	11.2
Marte	5.0
Giove	60
Saturno	36
Urano	22
Nettuno	24
Luna	2.4
Sole	618

Questa espressione di v_{fuga} è indipendente dalla massa del corpo. Per esempio, un'astronave ha la stessa velocità di fuga di una molecola. Inoltre, il risultato è indipendente dalla direzione della velocità e non tiene conto della resistenza dell'aria.

Si noti anche che le Equazioni 11.12 e 11.13 possono essere applicate a corpi lanciati da un *qualsiasi* pianeta. Ossia, in generale, la velocità di fuga da un pianeta di massa M e raggio R è data da

$$v_{\text{fuga}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad 11.14 \blacktriangleleft$$

Nella Tabella 11.2 è riportato un elenco di valori della velocità di fuga, per i pianeti, la Luna e il Sole. Notiamo che i valori variano da 2.3 km/s per la Luna a circa 618 km/s per il Sole. Questi risultati, insieme ad alcune idee della teoria cinetica dei gas (Capitolo 16), spiegano perché la nostra atmosfera non contiene quantità significative di idrogeno, che è l'elemento più abbondante nell'Universo. Come vedremo più avanti, le molecole di gas hanno un'energia cinetica media che dipende dalla temperatura del gas. Le molecole più leggere dell'atmosfera hanno velocità più vicine alla velocità di fuga rispetto alle molecole di massa maggiore, cosicché esse hanno una maggiore probabilità di sfuggire dal pianeta e di diffondersi nello spazio. Questo meccanismo spiega anche perché la Terra non riesca a trattenere le molecole di idrogeno e gli atomi di elio nella sua atmosfera mentre trattiene altre molecole molto più pesanti, come l'ossigeno e l'azoto. D'altra parte, Giove ha un valore

della velocità di fuga molto elevato (60 km/s), che gli permette di trattenere l'idrogeno, costituente principale della sua atmosfera.

Esempio 11.4 La velocità di fuga di un'astronave

Calcolare la velocità di fuga dalla Terra per un'astronave di 5 000 kg e determinare l'energia cinetica che deve avere sulla superficie della Terra per allontanarsi indefinitamente da essa.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Prevenire le insidie | 11.3 Non puoi realmente sfuggire

Sebbene l'Equazione 11.3 fornisca la velocità di fuga dalla Terra, sfuggire completamente all'attrazione gravitazionale della Terra è impossibile perché la forza gravitazionale ha un raggio d'azione infinito. Non importa quanto tu sia distante, avvertirai sempre una seppur piccola forza gravitazionale prodotta dalla Terra.

Buchi neri

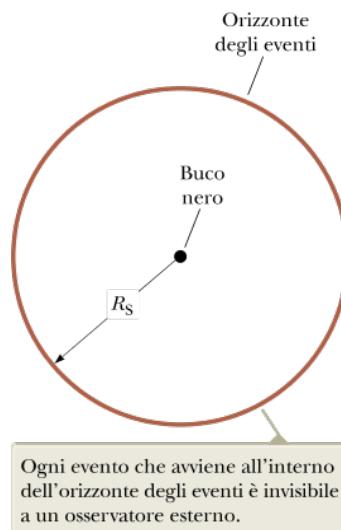


FIGURA 11.11 Un buco nero. La distanza R_s si chiama raggio di Schwarzschild.

Nel Capitolo 10 abbiamo descritto brevemente un evento raro detto supernova, la catastrofica esplosione di una stella di grande massa. Il materiale che rimane nel nucleo centrale di un tale oggetto continua a collassare, ma il destino finale del nucleo dipende dalla sua massa. Se il nucleo ha una massa minore di 1.4 volte la massa del nostro Sole, esso si raffredda gradualmente e finisce la sua esistenza come una stella nana bianca. Invece, se il nucleo ha una massa maggiore, la stella può collassare ulteriormente sotto l'azione delle forze gravitazionali. Ciò che resta è una stella di neutroni, discussa nel Capitolo 10, in cui la massa della stella è compressa fino a un raggio di circa 10 km. (Sulla Terra, un cucchiaino di questo materiale peserebbe circa cinque miliardi di tonnellate!) Una morte ancora più singolare può accadere a una stella quando il suo nucleo ha una massa maggiore di tre masse solari. Il collasso può continuare finché la stella diventa soltanto un oggetto piccolissimo nello spazio, chiamato comunemente **buco nero**. In realtà, i buchi neri sono resti di stelle collassate sotto la loro propria forza di gravità. Se un corpo come un'astronave si avvicina a un buco nero, subisce una forza gravitazionale estremamente intensa e rimane intrappolato per sempre.

La velocità di fuga da un qualunque corpo sferico dipende dalla massa e dal raggio del corpo. La velocità di fuga da un buco nero è molto alta, a causa della concentrazione della massa della stella in una sfera di raggio piccolissimo. Se la velocità di fuga supera la velocità della luce c , la radiazione emessa dal corpo (ad esempio, la luce visibile) non può sfuggire dal corpo e il corpo appare nero, da cui l'origine del termine *buco nero*. Il raggio critico R_s per il quale la velocità di fuga è c è chiamato **raggio di Schwarzschild** (Fig. 11.11). L'immaginaria superficie di una sfera di tale raggio che circonda il buco nero si chiama

orizzonte degli eventi ed è il limite fino al quale ci si può avvicinare al buco nero e sperare di essere capaci di allontanarsene.



FIGURA 11.12 L'immagine della galassia M107 fornita dal Telescopio spaziale Hubble. Questa galassia contiene circa 800 miliardi di stelle e dista circa 28 milioni di anni luce dalla Terra. Gli scienziati credono che un buco nero supermassivo esista al centro della galassia.

Sebbene la luce non possa sfuggire da un buco nero, la luce proveniente da eventi che accadono in vicinanza di un buco nero dovrebbe essere visibile. Per esempio, è possibile che un sistema binario di stelle consista di una stella normale e di un buco nero. Il materiale che circonda la stella ordinaria può essere catturato dal buco nero, formando un **disco di accrescimento** attorno ad esso. L'attrito fra le particelle nel disco di accrescimento causa la trasformazione dell'energia meccanica in energia interna. Di conseguenza, l'altezza orbitale del materiale al di sopra dell'orizzonte degli eventi diminuisce e la temperatura aumenta. Questo materiale ad alta temperatura emette una grande quantità di radiazione, che si estende fino alla regione dei raggi X dello spettro elettromagnetico. Questi raggi X sono caratteristici di un buco nero. Attraverso le osservazioni di questi raggi X sono stati identificati molti candidati di buchi neri.

La Figura 11.12 mostra una fotografia dell'M107, nota come galassia Sombrero, ripresa dal telescopio spaziale Hubble. Gli scienziati hanno mostrato che la velocità di rivoluzione delle stelle non potrebbe essere sostenuta a meno che non ci sia al centro una massa un miliardo di volte maggiore di quella del Sole. Ciò costituisce una forte dimostrazione dell'esistenza di un buco nero di enorme massa al centro della galassia.

I buchi neri sono di notevole interesse per coloro che conducono ricerche sulle **onde gravitazionali**, che sono ondulazioni nello spazio-tempo causate dalle variazioni in un sistema gravitazionale. Queste ondulazioni possono essere causate da una stella che collassa in un buco nero, una stella binaria costituita da un buco nero e da una compagna visibile e un buco nero di enorme massa al centro di una galassia. Un rivelatore di onde gravitazionali, l'Osservatorio di Onde Gravitazionali ad Interferometria Laser (LIGO, *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory*), è attualmente in costruzione e in prova negli Stati Uniti e si spera di poter rivelare le onde gravitazionali con questo strumento.

Spettri atomici e teoria di Bohr dell'atomo di idrogeno

Nei paragrafi precedenti, abbiamo descritto un modello strutturale per un sistema a grande scala, il Sistema Solare. Facciamo ora lo stesso per un sistema su scala piccolissima, l'atomo di idrogeno. Troveremo che un modello dell'atomo del tipo Sistema Solare, con poche caratteristiche aggiuntive, fornisce spiegazioni per alcune osservazioni sperimentali sull'atomo di idrogeno.

Come avete già imparato nel corso di chimica, l'atomo di idrogeno è il sistema atomico più semplice che si conosca, e soprattutto particolarmente importante da capire. La maggior parte di ciò che si impara riguardo l'atomo di idrogeno (che è costituito da un protone e un elettrone) può essere esteso a diversi ioni con un solo elettrone come He^+ e Li^{2+} . Inoltre, una esauriente comprensione della fisica basilare dell'atomo di idrogeno può essere usata per descrivere gli atomi più complessi e la tavola periodica degli elementi.

In questo paragrafo studieremo le modifiche del modello strutturale dell'atomo di idrogeno apportate durante la seconda decade del XX secolo. All'inizio di quella decade, il modello strutturale aveva le seguenti componenti, seguendo lo schema descritto nel Paragrafo 11.2:

- Descrizione delle componenti fisiche del sistema:* nel modello dell'atomo di idrogeno, le componenti fisiche sono l'elettrone e una distribuzione di carica positiva.
- Descrizione della posizione reciproca delle componenti e delle loro interazioni:* il modello dell'atomo di idrogeno utilizzato a quel tempo era quello di Rutherford che discuteremo nel Capitolo 29 ("Fisica Moderna"). In questo modello, la carica positiva è concentrata in una piccola regione di spazio chiamato *nucleo*. L'elettrone è in orbita intorno al nucleo. La natura corpuscolare della carica positiva e la parola *protone* non erano ancora comprese all'epoca, sicché eviteremo di fare riferimento a nucleo e protone in questa discussione. L'interazione tra l'elettrone e il nucleo è la forza elettrica.
- Descrizione dell'evoluzione temporale del sistema:* nel modello dell'atomo di idrogeno dell'inizio del XX secolo, l'evoluzione temporale non era chiara e non era compresa.
- Descrizione dell'accordo tra le previsioni del modello e le reali osservazioni e, possibilmente, previsioni di nuovi effetti non ancora osservati:* il modello di Rutherford non era in grado di spiegare le linee spettrali dell'idrogeno che erano state osservate sperimentalmente e che saranno discusse di seguito. Inoltre, come discuteremo nel Capitolo 29 ("Fisica Moderna"), il modello prevedeva un atomo instabile, chiaramente in contrasto con la realtà.

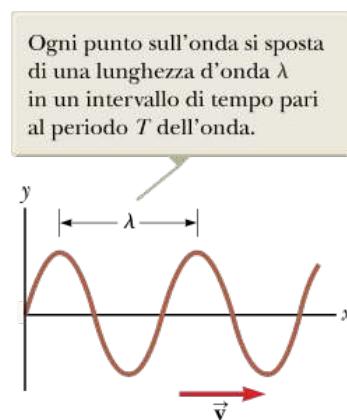


FIGURA 11.13 Un'onda sinusoidale che viaggia verso destra con velocità v .

I sistemi atomici possono essere studiati osservando le *onde elettromagnetiche* emesse dagli atomi. I nostri occhi sono sensibili alla luce visibile, un tipo di onda elettromagnetica. L'onda, che è una perturbazione che si propaga nello spazio, sarà uno dei nostri quattro modelli semplificati attorno ai quali identificheremo i modelli di analisi, come abbiamo fatto per una particella, un sistema e un corpo rigido. Si pensi alle onde dell'oceano come esempio; esse rappresentano perturbazioni della superficie dell'oceano e si muovono lungo la superficie verso la spiaggia. Una forma comune di onda periodica è l'onda sinusoidale, la cui forma è disegnata in Figura 11.13. Se il grafico rappresenta un'onda elettromagnetica, l'asse verticale rappresenta l'intensità del campo elettrico (studieremo i campi elettrici nel Capitolo 19). L'asse orizzontale è posizionato nella direzione di moto dell'onda. La distanza fra due creste consecutive dell'onda è chiamata **lunghezza d'onda** λ . Quando l'onda viaggia verso destra con una velocità v , ogni punto dell'onda percorre una distanza pari a

una lunghezza d'onda in un intervallo di tempo di un periodo T (il tempo per un ciclo), sicché la velocità dell'onda è data da $v = \lambda/T$. L'inverso del periodo, $1/T$, è detto **frequenza** f dell'onda, e rappresenta il numero di cicli per secondo. Così, la velocità dell'onda è spesso scritta come $v = \lambda f$. In questo paragrafo, poiché avremo a che fare con onde elettromagnetiche – che viaggiano alla velocità della luce c – la relazione appropriata è

RELAZIONE TRA LUNGHEZZA D'ONDA, FREQUENZA E VELOCITÀ DELL'ONDA

$$c = \lambda f$$

11.15 ◀

Supponiamo che un tubo di vetro in cui sia stato praticato il vuoto venga riempito con idrogeno (o qualche altro gas). Se agli elettrodi metallici posti alle estremità del tubo viene applicata una differenza di potenziale sufficiente a produrre una corrente elettrica nel gas, il tubo emette una luce il cui colore è caratteristico del gas (questo è il modo in cui funziona una insegna al neon). Quando si analizza la luce emessa con uno strumento chiamato spettroscopio, in cui la luce passa attraverso una fenditura molto stretta, si osserva una serie discreta di **righe spettrali**, in cui ciascuna riga corrisponde a una diversa lunghezza d'onda, o colore, della luce. Una tale serie di righe spettrali è comunemente chiamata **spettro di emissione**. Le lunghezze d'onda contenute in un dato spettro a righe sono caratteristiche dell'elemento che emette la luce. La Figura 11.14 (pag. 370) è una rappresentazione semigrafica di spettri di vari elementi. Essa è semigrafica in quanto l'asse orizzontale è lineare nelle lunghezze d'onda, ma l'asse verticale non ha significato. Poiché non esistono due elementi che emettono lo stesso spettro a righe, questo fenomeno rappresenta una meravigliosa e attendibile tecnica per identificare gli elementi in una sostanza.

Oltre ad emettere luce di specifiche lunghezze d'onda, un elemento può assorbire luce di specifiche lunghezze d'onda. Le linee spettrali corrispondenti a questo processo formano ciò che è noto come **spettro di assorbimento**. Uno spettro di assorbimento può essere ottenuto facendo passare uno spettro di radiazione continuo (che contiene tutte le lunghezze d'onda) attraverso il vapore dell'elemento da analizzare. Lo spettro di assorbimento consiste in una serie di linee scure sovrapposte allo spettro continuo (Fig. 11.14b).

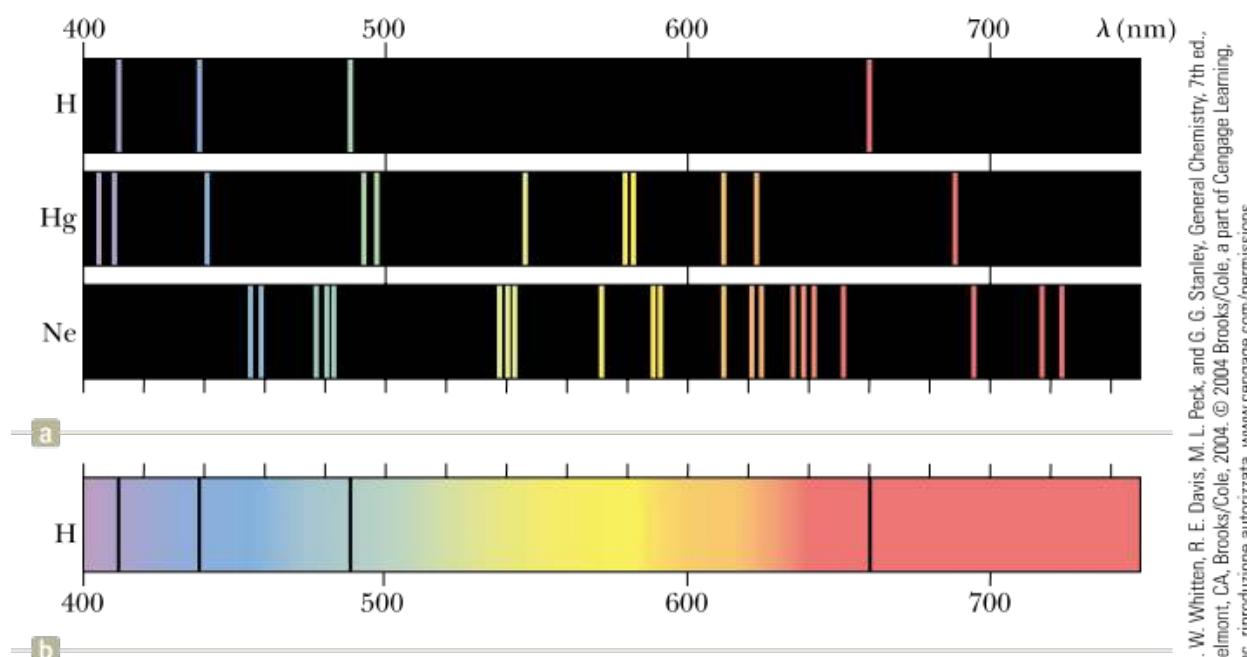


FIGURA 11.14 Spettri visibili. (a) Spettri a righe prodotti dall'emissione nell'intervallo visibile per gli elementi idrogeno, mercurio e neon. (b) Spettro di assorbimento per l'idrogeno. Le righe nere di assorbimento si presentano alle stesse lunghezze d'onda delle righe di emissione dell'idrogeno mostrate in (a).

K. W. Whitten, R. E. Davis, M. L. Peck, and G. G. Stanley, General Chemistry, 7th ed., Belmont, CA, Brooks/Cole, 2004. © 2004 Brooks/Cole, a part of Cengage Learning.
Inc. riproduzione autorizzata: www.cengage.com/permissions.

Lo spettro di emissione dell'idrogeno mostrato in Figura 11.15 include quattro righe caratteristiche che si trovano a lunghezze d'onda di 656.3 nm, 486.1 nm, 434.1 nm e 410.2 nm. Nel 1885, Johann Balmer (1825-1898) trovò che la lunghezza d'onda di queste righe e di altre non visibili poteva essere descritta dalla seguente semplice equazione empirica:

$$\lambda = 364.56 \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

dove n può assumere i valori interi a partire da 3, e le lunghezze d'onda date da questa espressione sono in nanometri. Queste righe spettrali sono chiamate **serie di Balmer**. La prima riga nella serie di Balmer, a 656.3 nm, corrisponde a $n = 3$; la riga a 486.1 nm corrisponde a $n = 4$ e così via. Al tempo in cui questa equazione fu formulata, non aveva una valida base teorica; essa semplicemente prediceva correttamente le lunghezze d'onda. Quindi, questa equazione non è basata su un modello ma è semplicemente un'equazione ricavata per tentativi ed errori e che si dà il caso che funzioni. Alcuni anni dopo, Johannes Rydberg (1854-1919) riscrisse l'equazione nella seguente forma:

EQUAZIONE DI RYDBERG

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

11.16◀

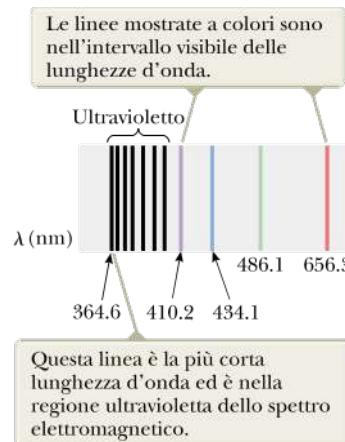


FIGURA 11.15 La serie di Balmer delle linee spettrali dell'atomo di idrogeno, con diverse linee evidenziate con le lunghezze d'onda in nanometri. (L'asse orizzontale delle lunghezze d'onda non è in scala.)

dove n può assumere i valori interi di 3, 4, 5, ... e R_H è una costante, ora chiamata **costante di Rydberg**, che ha il valore $R_H = 1.097\,373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$. L'Equazione 11.16 non è basata su un modello più di quanto lo sia l'equazione di Balmer. In questa forma, tuttavia, la possiamo confrontare con la previsione di un modello strutturale dell'atomo di idrogeno, che è descritto di seguito.

All'inizio del XX secolo, gli scienziati erano sconcertati dal fallimento della fisica classica nella spiegazione delle caratteristiche degli spettri atomici. Perché gli atomi di un dato elemento emettono soltanto certe lunghezze d'onda di radiazione sicché lo spettro di emissione mostra righe discrete? Inoltre, perché gli atomi assorbono molte delle stesse lunghezze d'onda che emettono? Nel 1913, Niels Bohr fornì una spiegazione degli spettri atomici che presenta alcune caratteristiche contenute nella teoria attualmente accettata. Facendo uso dell'atomo più semplice, l'idrogeno, Bohr descrisse un modello strutturale dell'atomo chiamato **la teoria di Bohr dell'atomo di idrogeno**. Nel suo modello dell'atomo di idrogeno sono presenti sia caratteristiche classiche che possono essere correlate ai nostri modelli di analisi, sia alcuni postulati rivoluzionari che non potevano essere giustificati all'interno dello schema della fisica classica. Le assunzioni fondamentali del modello di Bohr applicate all'atomo di idrogeno sono le seguenti:



NIELS BOHR (1885-1962) Bohr, fisico danese, partecipò attivamente ai primi sviluppi della meccanica quantistica e fornì l'inquadramento filosofico della teoria. Tra gli anni 1920 e 1930, Bohr diresse l'Istituto di Studi Avanzati di Copenaghen. L'Istituto

era un centro di attrazione per la maggior parte dei migliori fisici del mondo e forniva un punto d'incontro per lo scambio di idee. Bohr fu insignito del premio Nobel per la Fisica nel 1922 per le sue scoperte sulla struttura degli atomi e della radiazione da questi emessa.

1. *Descrizione delle componenti fisiche del sistema:* nel modello dell'atomo di idrogeno, le componenti fisiche sono l'elettrone e la distribuzione di carica positiva, proprio come nel modello di Rutherford.
2. *Descrizione della posizione relativa delle componenti e di come interagiscono:* l'elettrone si muove in orbita circolare intorno al nucleo sotto l'effetto della forza elettrica di attrazione come in Figura 11.16. Questo concetto è di nuovo in accordo con il modello di Rutherford.
3. *Descrizione dell'evoluzione temporale del sistema :* in questo punto il modello di Bohr si differenzia da quello di Rutherford. Discutiamo qui tre punti salienti della teoria:

(a) Il modello di Bohr afferma che solo certe orbite dell'elettrone sono stabili e che esse sono le uniche in cui troviamo l'elettrone. In queste orbite, l'atomo di idrogeno non emette energia sotto forma di radiazione. Quindi, l'energia totale dell'atomo rimane costante e possiamo usare la meccanica classica per descrivere il moto dell'elettrone. Questa restrizione a certe orbite è un'idea nuova che non è coerente con la fisica classica. Come vedremo nel Capitolo 24, un elettrone accelerato emette energia sotto forma di radiazione elettromagnetica. Quindi, secondo il principio di conservazione dell'energia, l'emissione di radiazione dall'atomo dovrebbe produrre una diminuzione dell'energia dell'atomo. Il postulato di Bohr afferma arditamente che questa radiazione non avviene.

(b) La dimensione delle orbite elettroniche stabili è determinata da una condizione imposta al momento angolare orbitale dell'elettrone. Le orbite permesse sono quelle per le quali il momento angolare orbitale dell'elettrone rispetto al nucleo è un multiplo intero di $\hbar = h/2\pi$:

$$m_e v r = n \hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

11.17◀

dove h è la **costante di Planck** ($h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; vedremo la costante di Planck estensivamente nel nostro studio della fisica moderna). Questa nuova idea non può essere correlata ad alcuno dei modelli che abbiamo sviluppato finora.

Essa può essere correlata, tuttavia, a un modello che sarà sviluppato nei capitoli successivi, e ritorneremo su questa idea quando vedremo come essa sarà prevista dal modello. Questa è una nostra prima introduzione ad un concetto che proviene dalla **meccanica quantistica**, che descrive il comportamento di particelle microscopiche.

(c) L'atomo di idrogeno emette radiazione quando questo compie una transizione da uno stato iniziale più energetico ad uno di energia minore. La transizione non può essere visualizzata o trattata classicamente. In particolare, la frequenza f della radiazione emessa nella transizione è in relazione alla variazione di energia dell'atomo. La frequenza della radiazione emessa è

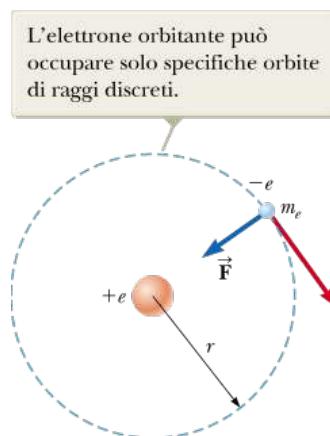


FIGURA 11.16 Diagramma rappresentante il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno.

$$E_i - E_f = hf$$

11.18◀

dove E_i è l'energia dello stato iniziale, E_f l'energia dello stato finale, e $E_i > E_f$. L'idea di energia emessa soltanto quando avviene una transizione non è classica. In base a questa idea, tuttavia, l'Equazione 11.18 è semplicemente l'equazione di conservazione dell'energia, $\Delta E = \sum T \rightarrow E_f - E_i = -hf$. Al primo membro vi è la variazione di energia del sistema – l'atomo – e nel secondo vi è l'energia trasferita fuori dal sistema come radiazione elettromagnetica.

4. *Descrizione dell'accordo tra previsioni del modello e osservazioni reali e, possibilmente, previsione di nuovi effetti non ancora osservati:* nella discussione di seguito, vediamo come il modello strutturale fa nuove previsioni e si accorda con alcuni risultati sperimentali.

L'energia potenziale elettrica del sistema mostrato in Figura 11.16 è data dall'Equazione 6.35, $U_e = -k_e e^2/r$, dove k_e è la costante elettrica, e è la carica dell'elettrone, ed r è la distanza elettrone-protone. Quindi, l'energia totale dell'atomo, che contiene ambedue i termini di energia cinetica e potenziale, è

$$E = K + U_e = \frac{1}{2} m_e v^2 - k_e \frac{e^2}{r} \quad 11.19 \blacktriangleleft$$

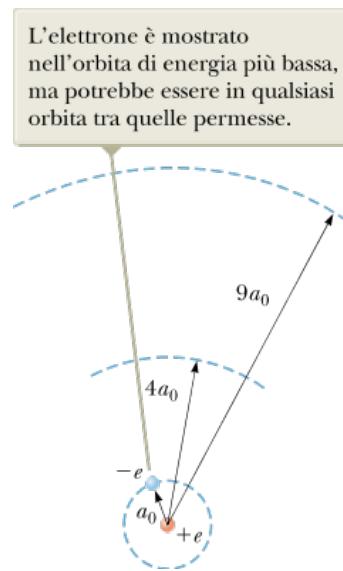


FIGURA 11.17 Le prime tre orbite circolari previste dal modello di Bohr dell'idrogeno

Secondo il punto 3(a) del modello strutturale, l'energia del sistema rimane costante; il sistema è isolato poiché il modello strutturale non permette la radiazione elettromagnetica per un'orbita fissata.

Applicando la seconda legge di Newton a questo sistema, vediamo che la forza di attrazione elettrica sull'elettrone $k_e e^2/r^2$ (Eq. 5.12), deve essere uguale al prodotto della massa per l'accelerazione centripeta ($a_c = v^2/r$) dell'elettrone:

$$\frac{k_e e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$

Da questa espressione, vediamo immediatamente che l'energia cinetica è

$$K = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{k_e e^2}{2r} \quad 11.20 \blacktriangleleft$$

Sostituendo il valore di K nell'Equazione 11.19, troviamo che l'energia totale E dell'atomo di idrogeno è:

ENERGIA TOTALE DELL'ATOMO DI IDROGENO

$$E = -\frac{k_e e^2}{2r}$$

11.21◀

Si osservi che l'energia totale è negativa,³ indicando che il sistema elettrone-protone è legato. Questo significa che bisogna fornire all'atomo la quantità di energia $k_e e^2 / 2r$ per separare l'elettrone e il protone indefinitamente e rendere l'energia totale zero.⁴ Si può ottenere una espressione per il raggio r delle orbite permesse, eliminando v per sostituzione fra l'Equazione 11.17 del punto 3(b) del modello strutturale e l'Equazione 11.20:

RAGGI DELLE ORBITE DI BOHR PER L'IDROGENO

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m_e k_e e^2} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

11.22◀

Questo risultato mostra che i raggi hanno valori discreti, ossia sono *quantizzati*. L'intero n si chiama **numero quantico** e specifica il particolare **stato quantico** permesso del sistema atomico.

L'orbita con $n = 1$ ha il raggio più piccolo; esso è chiamato **raggio di Bohr**, a_0 , e ha il valore

IL RAGGIO DI BOHR

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2} = 0.0529 \text{ nm}$$

11.23◀

Le prime tre orbite di Bohr sono riportate in scala nella Figura 11.17.

La quantizzazione del raggio delle orbite porta immediatamente alla quantizzazione dell'energia dell'atomo, che si può verificare sostituendo $r_n = n^2 a_0$ nell'Equazione 11.21. I livelli di energia permesi sono

³ Confrontare questa espressione con l'Equazione 11.10 per un sistema gravitazionale.

⁴ Questo processo è chiamato **ionizzazione** dell'atomo. In teoria, la ionizzazione richiede una distanza di separazione infinita fra elettrone e protone. In realtà l'elettrone e il protone sono in un mezzo che contiene un enorme numero di altre particelle. Quindi, ionizzazione significa separare il protone e l'elettrone di una distanza sufficientemente grande tale che l'interazione fra queste particelle con altre entità nel loro ambiente sia maggiore della interazione residua fra loro.

$$E_n = -\frac{k_e e^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

11.24◀

Inserendo i valori numerici nell'Equazione 11.24 abbiamo

$$E_n = -\frac{13.606 \text{ eV}}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

11.25◀

ENERGIE DEGLI STATI QUANTICI DELL'ATOMO DI IDROGENO

(Ricordiamo dal Paragrafo 9.7 che $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$.) Il più basso stato quantico corrispondente a $n = 1$ è chiamato **stato fondamentale** e ha un'energia $E_1 = -13.606 \text{ eV}$. Lo stato successivo o **primo stato eccitato** ha $n = 2$ e un'energia $E_2 = E_1/2^2 = -3.401 \text{ eV}$. In Figura 11.18 è riportato un **diagramma dei livelli energetici** che mostra questi stati di energia discreti e i corrispondenti numeri quantici. Questa è un'altra rappresentazione semigrafica. L'asse verticale è lineare nell'energia, ma l'asse orizzontale non ha significato. Le righe orizzontali corrispondono alle energie permesse. Il sistema atomico non può avere energie diverse da quelle rappresentate dalle righe orizzontali. Le linee verticali con le frecce rappresentano transizioni fra stati, durante le quali viene emessa energia.

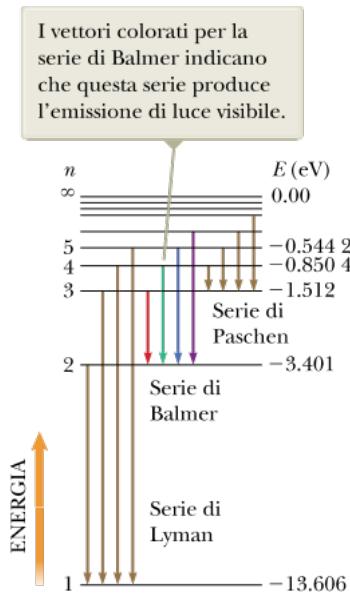


FIGURA 11.18 Diagramma dei livelli energetici per l'idrogeno. Le energie discrete permesse sono disegnate sull'asse verticale. Niente è graficato sull'asse orizzontale, l'estensione orizzontale del diagramma è sufficientemente larga da mostrare le transizioni permesse. I numeri quantici sono dati sulla sinistra e le energie (in electron volt) sulla destra. I vettori verticali rappresentano le quattro transizioni ad energia più bassa in ciascuna delle serie spettrali mostrate.

Il limite superiore dei livelli quantizzati, corrispondente a $n \rightarrow \infty$ (o $r \rightarrow \infty$) ed $E \rightarrow 0$, rappresenta lo stato per cui l'elettrone è rimosso dall'atomo.⁵ Al di sopra di questa energia vi è un continuo di stati accessibili per l'atomo ionizzato. La minima energia richiesta per ionizzare l'atomo è detta **energia di ionizzazione**. Come si vede dalla Figura 11.18 l'energia di ionizzazione per l'idrogeno ottenuta col calcolo di Bohr è 13.6 eV. Ciò costituisce un fondamentale successo per la teoria di Bohr, poiché l'energia di ionizzazione dell'idrogeno era stata già misurata e risultava 13.6 eV!

La Figura 11.18 mostra pure varie transizioni dell'atomo da uno stato a un altro più basso, come riportato dall'assunzione 3(c) del modello strutturale. Quando l'energia dell'atomo diminuisce in una transizione, la differenza di energia fra gli stati viene emessa sotto forma di radiazione elettromagnetica come descritto dall'Equazione 11.18. Quelle transizioni che finiscono nello stato $n = 2$ sono mostrate a colori, corrispondenti al colore della luce che rappresentano. Le transizioni che finiscono in $n = 2$ formano le righe spettrali della serie di Balmer, le cui lunghezze d'onda sono correttamente previste dall'Equazione di Rydberg (vedi Eq. 11.16). La Figura 11.18 mostra pure le altre serie spettrali (la serie di Lyman e la serie di Paschen) che furono trovate dopo la scoperta di Balmer.

L'Equazione 11.24, insieme con l'Equazione 11.18, consente di calcolare la frequenza della radiazione emessa quando l'atomo compie una transizione⁶ da uno stato di alta energia a uno stato di bassa energia:

FREQUENZA DELLA RADIAZIONE EMESSA DALL'ATOMO DI IDROGENO

$$f = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{k_e e^2}{2a_0 h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad 11.26$$

Poiché la grandezza espressa nell'equazione di Rydberg è la lunghezza d'onda, è conveniente passare dalla frequenza alla lunghezza d'onda usando $c = f\lambda$, per ottenere

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = \frac{k_e e^2}{2a_0 h c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad 11.27$$

LUNGHEZZE D'ONDA EMESSE DALL'IDROGENO

Si noti che l'espressione *teorica*, Equazione 11.27, è identica all'Equazione *empirica* di Rydberg (Eq. 11.16), purché la combinazione delle costanti $k_e e^2 / 2a_0 h c$ sia uguale alla costante di Rydberg determinata sperimentalmente, e che $n_f = 2$. Dopo che Bohr dimostrò

l'accordo delle costanti di queste due equazioni con una precisione di circa l'1%, questo fu subito accettato come prova conclusiva della validità del suo modello strutturale dell'atomo. Rimane una domanda: qual è il significato di $n_f = 2$? La sua importanza è dovuta semplicemente al fatto che quelle transizioni che finiscono in $n_f = 2$ corrispondono alle radiazioni che corrispondono al visibile; quindi, furono facilmente osservate! Come si vede nella Figura 11.18, altre serie di righe finiscono su altri stati finali. Queste linee giacciono in regioni dello spettro non visibile all'occhio, l'infrarosso e l'ultravioletto. L'equazione generalizzata di Rydberg per qualsiasi stato iniziale e finale è

⁵ La frase "l'elettrone è rimosso dall'atomo" è molto comunemente adoperata, anche se, naturalmente, vogliamo intendere che l'elettrone e il protone sono separati *fra loro*.

⁶ La frase "l'elettrone compie una transizione" è anch'essa comunemente adoperata, ma vogliamo adoperare "l'atomo compie una transizione" per enfatizzare che l'energia appartiene al sistema atomico e non all'elettrone. Questo modo di dire è simile alla nostra discussione nel Capitolo 6 sull'energia potenziale appartenente al sistema di un corpo con la Terra e non solo al corpo.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

11.28

In questa equazione, diverse serie corrispondono a diversi valori di n_f , e diverse righe all'interno di una serie corrispondono a diversi valori di n_i .

Bohr estese immediatamente il suo modello per l'idrogeno ad altri elementi in cui tutti gli elettroni tranne uno fossero stati rimossi. Si pensava che elementi ionizzati come He^+ , Li^{2+} e Be^{3+} fossero presenti nelle calde atmosfere stellari, dove avvengono frequenti collisioni tra atomi con un'energia sufficiente ad allontanare uno o più elettroni atomici. Bohr mostrò che molte righe misteriose osservate nel Sole e in parecchie stelle non potevano essere dovute all'idrogeno, ma erano correttamente previste dalla sua teoria se attribuite soltanto all'elio ionizzato.

QUIZ RAPIDO 11.4

Un atomo di idrogeno compie una transizione dal livello $n = 3$ a quello $n = 2$. Quindi compie una transizione dal livello $n = 2$ a quello $n = 1$. Quale transizione produce fotoni della massima lunghezza d'onda? (a) la prima transizione (b) la seconda transizione (c) nessuna, perché le lunghezze d'onda sono le stesse nelle due transizioni.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Prevenire le insidie
| 11.4 Il modello di Bohr è grandioso, ma...

Il modello di Bohr predice correttamente l'energia di ionizzazione per l'idrogeno e le caratteristiche generali dello spettro per l'idrogeno, ma non può tener conto degli spettri di atomi più complessi ed è incapace di prevedere molti dettagli dello spettro dell'idrogeno e di altri atomi semplici. Gli esperimenti di diffusione mostrano che l'elettrone nell'atomo di idrogeno non si muove su un cerchio piano intorno al nucleo. Piuttosto, l'atomo è sferico. Il momento angolare dello stato fondamentale dell'atomo è nullo e non.

Esempio 11.5 Transizioni elettroniche nell'idrogeno

L'elettrone nell'atomo di idrogeno compie una transizione dal livello energetico $n = 2$ allo stato fondamentale ($n = 1$). Calcolare la lunghezza d'onda e la frequenza del fotone emesso.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: passare da un'orbita circolare ad una ellittica

Nella parte (A) dell'Esempio 11.2, abbiamo discusso di un'astronave in orbita circolare attorno alla Terra. Dal nostro studio delle leggi di Keplero in questo capitolo, ci siamo anche resi conto che per la nostra astronave è possibile un'orbita ellittica. Vediamo come può essere variato il moto della nostra astronave per passare da un'orbita circolare a una ellittica, la qual cosa ci consentirà di discutere le conclusioni per il Contesto *Missione su Marte*.

Identifichiamo il sistema con l'astronave e la Terra, *ma non la quantità di carburante nell'astronave che usiamo per cambiare orbita*. In una data orbita, l'energia meccanica del sistema astronave-Terra è data dall'Equazione 11.10,

$$E = -\frac{GMm}{2r}$$

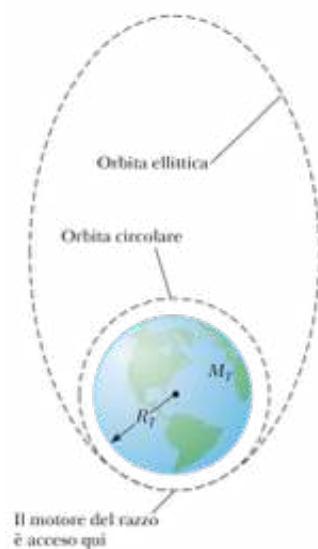


FIGURA 11.19 Una navicella spaziale originariamente in un'orbita circolare attorno alla Terra, accende i suoi motori ed entra in un'orbita ellittica intorno alla Terra.

Questa energia include l'energia cinetica dell'astronave e l'energia potenziale associata alla forza di gravità fra l'astronave e la Terra. Se si accendono i motori del razzo, si può considerare che il carburante espulso compia lavoro sul sistema astronave-Terra poiché la spinta sposta l'astronave. Di conseguenza, l'energia meccanica del sistema astronave-Terra aumenta.

L'astronave ha una nuova, più elevata energia ma è vincolata a stare in un'orbita che includa l'originario punto di partenza. Non può essere un'orbita circolare con un'energia più alta che abbia un raggio maggiore poiché quest'orbita non conterrebbe il punto di partenza. La sola possibilità è che l'orbita sia ellittica. La Figura 11.19 mostra il passaggio dall'originaria orbita circolare alla nuova orbita ellittica per la nostra astronave.

L'Equazione 11.11 dà l'energia del sistema astronave-Terra per un'orbita ellittica. Quindi, se conosciamo la nuova energia dell'orbita, possiamo trovare il semiasse maggiore dell'orbita ellittica. Viceversa, se conosciamo il semiasse maggiore dell'orbita ellittica da raggiungere, possiamo calcolare quanta energia è richiesta dai motori. Questa informazione può essere convertita in un tempo di accensione dei razzi.



FIGURA 11.20 Un'astronave in orbita attorno alla Terra può essere considerata come in orbita circolare attorno al Sole, con la sua orbita attorno alla Terra che appare come una piccola perturbazione dall'orbita circolare.

Più grande è l'aumento di energia fornito dai motori più grande sarà il semiasse maggiore dell'orbita ellittica in cui entrerà l'astronave. Cosa accadrebbe se il tempo di accensione dei motori fosse tanto grande da far diventare l'energia meccanica totale del sistema astronave-Terra positiva? Un'energia positiva si riferisce a un sistema *non legato*. Quindi, in questo caso, l'astronave *sfuggirà* dalla Terra, immettendosi in una traiettoria iperbolica che non la farà ritornare sulla Terra.

Questa è l'essenza di ciò che si dovrebbe fare per trasferirsi su Marte. I nostri motori devono essere accesi in modo da abbandonare l'orbita circolare di parcheggio e sfuggire dalla Terra. A questo punto, il nostro pensiero dovrebbe spostarsi al sistema astronave-Sole piuttosto che al sistema astronave-Terra. Da questo punto di vista, l'astronave in orbita attorno alla Terra si può anche considerare in un'orbita circolare attorno al Sole, in moto insieme alla Terra, com'è mostrato in Figura 11.20. L'orbita non è una circonferenza perfetta, poiché vi sono delle perturbazioni corrispondenti al suo ulteriore moto attorno alla Terra, ma queste perturbazioni sono piccole a confronto con il raggio dell'orbita attorno al Sole. Quando i motori si accendono per sfuggire dalla Terra, la nostra orbita attorno al Sole passa da un'orbita circolare (trascurando le perturbazioni) a un'orbita ellittica con il Sole in uno dei fuochi. Sceglieremo il semiasse maggiore della nostra orbita ellittica in modo che intersechi l'orbita di Marte! Nelle Conclusioni del Contesto 2, vedremo più in dettaglio questo processo.

Esempio 11.6 Quanto andiamo in alto?

Immaginiamo di stare in un'astronave in orbita circolare attorno alla Terra, a un'altezza $h = 300$ km dalla superficie. Accendiamo i motori a razzo e, di conseguenza, il modulo dell'energia meccanica del sistema astronave-Terra diminuisce del 10.0%. Qual è la massima altezza dell'astronave al di sopra della superficie terrestre nella nuova orbita?

VISUALIZZA SOLUZIONE

SOMMARIO

La **legge di gravitazione universale di Newton** afferma che la forza di attrazione gravitazionale fra due particelle di massa m_1 e m_2 separate da distanza r ha modulo

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad 11.1 \blacktriangleleft$$

dove G è la **costante di gravitazione universale**, il cui valore è $6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.

Piuttosto che considerare la forza di gravità come un'interazione diretta fra due corpi, possiamo considerare che un corpo generi nello spazio un **campo gravitazionale**:

$$\vec{\mathbf{g}} \equiv \frac{\vec{\mathbf{F}}_g}{m} \quad 11.4 \blacktriangleleft$$

Un secondo corpo immerso in questo campo sente una forza $\vec{F}_g = m\vec{g}$.

Le **leggi di Keplero sul moto dei pianeti** affermano che:

1. Ciascun pianeta nel Sistema Solare si muove su un'orbita ellittica in cui il Sole occupa uno dei fuochi.
2. Il raggio vettore condotto dal Sole a ciascun pianeta spazza aree uguali in intervalli di tempo uguali.
3. Il quadrato del periodo orbitale di ciascun pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita ellittica.

La **prima legge di Keplero** è una conseguenza del fatto che la forza di gravitazione universale dipende dall'inverso del quadrato della distanza che separa i corpi tra cui si esercita. Il **semiasse maggiore** di una ellisse è a , dove $2a$ è la dimensione maggiore dell'ellisse. Il **semiasse minore** dell'ellisse è b , dove $2b$ è la dimensione minore dell'ellisse. L'**eccentricità** dell'ellisse è $e = c/a$, dove c è la distanza fra il centro e un fuoco e $a^2 = b^2 + c^2$.

La **seconda legge di Keplero** è una conseguenza del fatto che la forza di gravità è una forza centrale. Per una forza centrale, il momento angolare di un pianeta si conserva.

La **terza legge di Keplero** è una conseguenza del fatto che la forza di gravitazione universale dipende dall'inverso del quadrato della distanza che separa i corpi tra cui si esercita. La seconda legge di Newton insieme con la legge della forza data dall'Equazione 11.1, comporta che il periodo T e il semiasse maggiore a dell'orbita di un pianeta attorno al Sole siano legati dalla relazione

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S} \right) a^3$$

11.7◀

dove M_S è la massa del Sole.

Se un sistema isolato è costituito da una particella di massa m che si muove con velocità v in prossimità di un corpo di massa M , l'energia totale del sistema è costante

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{r} \quad 11.8◀$$

Se m si muove su un'orbita ellittica con un asse maggiore $2a$ attorno a M , dove $M \gg m$, l'energia totale del sistema è

$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad 11.11◀$$

L'energia totale è negativa per qualsiasi sistema legato, cioè, un sistema in cui l'orbita è chiusa, come nel caso di un'orbita circolare o ellittica.

Il modello di Bohr dell'atomo descrive con successo gli spettri atomici dell'idrogeno e degli ioni come l'idrogeno. Un postulato fondamentale di questo modello strutturale è che l'elettrone può muoversi soltanto su orbite discrete tali che il momento angolare $m_e vr$ sia un multiplo intero di $\hbar \equiv h/2\pi$. Assumendo orbite circolari e una semplice attrazione elettrica fra l'elettrone e il protone, le energie degli stati quantici per l'idrogeno sono date da

$$E_n = -\frac{k_e e^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 11.24◀$$

dove k_e è la costante di Coulomb, e la carica elettrica fondamentale, n è un intero positivo chiamato **numero quantico**, e $a_0 = 0.0529$ nm è il **raggio di Bohr**.

Se l'atomo di idrogeno compie una transizione da uno stato il cui numero quantico è n_i a uno stato il cui numero quantico è n_f , dove $n_f < n_i$, la frequenza della radiazione emessa dall'atomo è

$$f = \frac{k_e e^2}{2a_0 h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad 11.26◀$$

Usando $E_i - E_f = hf = hc/\lambda$, si può calcolare la lunghezza d'onda della radiazione per varie transizioni. Le lunghezze d'onda calcolate sono in eccellente accordo con quelle degli spettri atomici osservati.

QUESITI

1. Un satellite si muove su un'orbita circolare intorno alla Terra con velocità costante. Quale delle seguenti affermazioni è vera? (a) Nessuna forza agisce sul satellite. (b) Il satellite si muove a velocità costante e dunque non ha accelerazione. (c) Il satellite ha un'accelerazione diretta nel verso uscente dalla Terra. (d) Il satellite ha un'accelerazione diretta verso la Terra. (e) La forza gravitazionale compie lavoro sul satellite.

2. Un corpo di massa m si trova sulla superficie di un pianeta sferico di massa M e raggio R . La velocità di fuga dal pianeta non dipende da quali delle seguenti cose? (a) M (b) m (c) la densità del pianeta (d) R (e) l'accelerazione dovuta alla gravità sul pianeta.

3. Ordinare dal più grande al più piccolo i moduli delle seguenti forze gravitazionali. Se due forze sono uguali, evidenzia la loro uguaglianza nell'elenco. (a) la forza esercitata da un corpo di 2 kg su un corpo di 3 kg a distanza di 1 m (b) la forza esercitata da un corpo di 2 kg su un corpo di 9 kg a distanza di 1 m (c) la forza esercitata da un corpo di 2 kg su un corpo di 9 kg a distanza di 2 m (d) la forza esercitata da un corpo di 9 kg su un corpo di 2 kg a distanza di 2 m (e) la forza esercitata da un corpo di 4 kg su un altro corpo di 4 kg a distanza di 2 m.

4. La forza gravitazionale esercitata su una astronauta sulla superficie terrestre è 650 N diretta verso il basso. Quando ella si trova sulla stazione spaziale in orbita intorno alla Terra, la forza su di lei è (a) più intensa (b) esattamente la stessa (c) meno intensa (d) pressoché ma non esattamente zero, o (e) esattamente zero?

5. Un satellite originariamente si muove su un'orbita circolare di raggio R intorno alla Terra. Supponiamo che venga spostato su un'orbita circolare di raggio $4R$ **(i)** Quanto vale la nuova forza esercitata sul satellite? (a) otto volte maggiore (b) quattro volte maggiore (c) la metà (d) un ottavo (e) un sedicesimo. **(ii)** Cosa succede alla velocità del satellite? Scegliere tra le stesse possibilità da (a) a (e). **(iii)** Cosa succede al periodo di rivoluzione? Scegliere tra le possibilità da (a) a (e).

6. L'equinozio primaverile e quello autunnale sono associati con due punti distanti 180° sull'orbita della Terra. Ovvero, la Terra è proprio dal lato opposto rispetto al sole quando passa attraverso questi due punti. Dall'equinozio primaverile passano 185.4 giorni prima dell'equinozio autunnale. Solo 179.8 giorni passano dall'equinozio autunnale prima del successivo equinozio primaverile. Perché l'intervallo di tempo dall'equinozio di Marzo (primaverile) a quello di Settembre (autunnale) che contiene il solstizio d'estate è più lungo dell'intervallo tra gli equinozi di Settembre e Marzo? Scegliere uno dei seguenti motivi. (a) Essi sono in realtà uguali ma la Terra ruota più velocemente durante l'intervallo "estivo" sicché i giorni sono più corti. (b) Durante l'intervallo estivo, la Terra si muove più lentamente perché è più lontana dal Sole. (c) Nell'intervallo da Marzo a Settembre, la Terra si muove più lentamente perché è più vicina al Sole. (d) La Terra ha meno energia cinetica quando fa più caldo. (e) La Terra ha minore momento angolare orbitale quando fa più caldo.

7. Un sistema consiste di cinque particelle. Quanti termini compaiono nell'espressione dell'energia potenziale gravitazionale totale del sistema? (a) 4 (b) 5 (c) 10 (d) 20 (e) 25.

8. Ordinare dal più grande al più piccolo le seguenti quantità di energia. Riportare se alcune sono uguali tra loro. (a) Il valore assoluto dell'energia potenziale media del sistema Terra-Sole (b) l'energia cinetica media della Terra nella sua orbita intorno al Sole (c) il valore assoluto dell'energia totale del sistema Sole-Terra.

9. Immaginiamo che l'azoto e altri gas atmosferici siano più solubili in acqua sicché l'atmosfera della Terra sia interamente assorbita dagli oceani. La pressione atmosferica sarebbe nulla e lo spazio esterno inizierebbe sulla superficie del pianeta. La Terra avrebbe un campo gravitazionale? (a) Sì, e sulla superficie sarebbe maggiore di 9.8 N/kg. (b) Sì, e sarebbe essenzialmente lo stesso di quello attuale. (c) Sì, e sarebbe un po' più basso di 9.8 N/kg. (d) Sì, e sarebbe molto più basso di 9.8 N/kg. (e) No, non lo avrebbe.

10. (a) Può un atomo di idrogeno nello stato fondamentale assorbire un fotone di energia inferiore a 13.6 eV? (b) Può questo atomo assorbire un fotone di energia superiore a 13.6 eV?

11. (i) Ordinare le seguenti transizioni di un atomo di idrogeno dalla transizione con il più grande assorbimento di energia a quella con la più grande cessione di energia, evidenziando i casi di uguaglianza. (a) $n_i = 2$; $n_f = 5$; (b) $n_i = 5$; $n_f = 3$; (c) $n_i = 7$; $n_f = 4$; (d) $n_i = 4$; $n_f = 7$ **(ii)** Ordinare le stesse transizioni del punto (i) secondo la lunghezza d'onda del fotone assorbito o emesso da un atomo isolato, dalla lunghezza d'onda più grande a quella più piccola.

12. Supponiamo che l'accelerazione gravitazionale sulla superficie di una certa luna A di Giove sia 2 m/s^2 . La luna B ha massa doppia e raggio doppio rispetto alla luna A. Qual è l'accelerazione sulla sua superficie? Trascurare l'accelerazione gravitazionale dovuta a Giove. (a) 8 m/s^2 (b) 4 m/s^2 (c) 2 m/s^2 (d) 1 m/s^2 (e) 0.5 m/s^2 .

13. La cometa di Halley ha un periodo di circa 76 anni e si muove su un'orbita ellittica in cui la sua minima distanza dal Sole è una piccola frazione della sua distanza massima. Calcolare la massima distanza della cometa dal Sole in unità astronomiche (UA pari alla distanza dalla Terra al Sole). (a) 6 UA (b) 12 UA (c) 20 UA (d) 28 UA (e) 35 UA.

14. L'energia di un atomo di idrogeno sia $-E$. **(i)** Qual è l'energia cinetica dell'elettrone? (a) $2E$ (b) E (c) 0 (d) $-E$ (e) $-2E$ **(ii)** Qual è l'energia potenziale dell'atomo? Scegliere tra le stesse possibilità da (a) a (e).

DOMANDE CONCETTUALI

1. (a) Se si potesse scavare un buco fino al centro della Terra, la forza esercitata su un corpo di massa m al centro della Terra obbedirebbe ancora all'Equazione 11.1? (b) Quale pensi sarebbe la forza su m al centro della Terra?

2. Ciascuna navicella *Voyager* era accelerata verso la velocità di fuga dal Sole dalla forza gravitazionale esercitata su di essa da Giove. (a) La forza gravitazionale è conservativa oppure no? (b) L'interazione della navicella con Giove soddisfa la definizione di collisione elastica? (c) Come potrebbe la navicella muoversi più velocemente dopo la collisione?

3. Perché non mettiamo in orbita un satellite meteo geostazionario intorno al 45° parallelo? Un simile satellite non sarebbe più utile negli Stati Uniti rispetto a uno in orbita intorno all'equatore?

4. Spiegare perché serve più carburante ad una navicella per viaggiare dalla Terra alla Luna rispetto al viaggio di ritorno. Stimare la differenza.

5. Un satellite in orbita terrestre bassa non viaggia realmente nel vuoto. Piuttosto esso si muove attraverso strati d'aria rarefatti. L'attrito dell'aria causa un rallentamento del satellite?

6. Ti vengono dati massa e raggio di un pianeta X. Come calcoleresti l'accelerazione di caduta libera sulla superficie di questo pianeta?

7. (a) In quale posizione della sua orbita ellittica la velocità di un pianeta è massima? (b) In quale posizione è minima?

8. (a) Spiegare perché la forza esercitata sulla particella da una sfera uniforme deve essere diretta verso il centro della sfera. (b) Questa affermazione sarebbe vera se la distribuzione di massa della sfera non fosse sfericamente simmetrica? Spiegare.

9. Nel suo esperimento del 1798, si dice che Cavendish abbia "pesato la Terra". Spiegare questa affermazione.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 11.1 Rivisitazione della legge di Newton della gravitazione universale

Nota: i problemi 35, 36 e 37 del Capitolo 5 possono essere assegnati a questo paragrafo.

- 1.** Un corpo di 200 kg e uno di 500 kg distano 4.00 m. (a) Trovare la forza gravitazionale risultante esercitata da questi corpi su un altro corpo di 50.0 kg posto a metà strada fra essi. (b) In quale posizione (oltre che all'infinito) può essere posto il corpo di 50.0 kg perché subisca una forza risultante nulla dagli altri due corpi?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 2.** Perché la seguente situazione è impossibile? I centri di due sfere omogenee distano 1.00 m. Le sfere sono fatte dello stesso elemento della tavola periodica. La forza gravitazionale tra le sfere è 1.00 N.

- 3.** Due transatlantici, ciascuno con una massa di 40 000 tonnellate, si muovono su percorsi paralleli, a 100 m di distanza. Qual è l'intensità dell'accelerazione di uno dei due transatlantici rispetto all'altro dovuta alla mutua attrazione gravitazionale? Considerare le navi come se fossero particelle.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 4. Problema di ricapitolazione.** Uno studente propone di studiare la forza gravitazionale sospendendo due oggetti sferici di 100.0 kg all'estremità più bassa di due cavi pendenti dal soffitto di un'alta cattedrale e misurando la deflessione dei cavi rispetto alla verticale. I cavi lunghi 45.00 m sono attaccati al soffitto e distano 1 000 m. Il primo oggetto viene sospeso e si misura attentamente la sua posizione. Il secondo corpo viene sospeso e i due corpi si attraggono gravitazionalmente. Di che distanza si è mosso orizzontalmente il primo corpo rispetto alla sua posizione iniziale a causa dell'attrazione gravitazionale dell'altro corpo? Suggerimento : tenere a mente che questa distanza sarà molto piccola e fare le approssimazioni appropriate.

- 5.** Nei laboratori introduttivi di Fisica una tipica bilancia di Cavendish per la misura della costante gravitazionale G adopera sfere di piombo con masse di 1.50 kg e 15.0 g i cui centri distano 4.50 cm. Calcolare la forza gravitazionale fra queste sfere trattandole come particelle poste al centro delle sfere.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 6.** Un satellite di massa 300 kg è in orbita circolare intorno alla Terra a un'altitudine pari al raggio medio della Terra. Calcolare (a) la velocità orbitale del satellite, (b) il suo periodo di rivoluzione e (c) la forza gravitazionale agente su di esso.

7. L'accelerazione di caduta libera sulla superficie della Luna è circa un sesto di quella sulla superficie della Terra. Il raggio della Luna è circa $0.250 R_T$ ($R_T = \text{raggio terrestre} = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$). Calcolare il rapporto delle loro densità, $\rho_{\text{Luna}}/\rho_{\text{Terra}}$

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Durante una eclissi di Sole, la Luna, la Terra e il Sole giacciono sulla stessa linea, con la Luna fra la Terra e il Sole. (a) Quale forza esercita il Sole sulla Luna? (b) Quale forza esercita la Terra sulla Luna? (c) Quale forza esercita il Sole sulla Terra? (d) Paragonare le risposte ai punti (a) e (b). Perché il Sole non strappa la Luna dall'attrazione terrestre?

9. Problema di ricapitolazione. Miranda, un satellite di Urano, è mostrato in Figura P11.9a. Esso può essere considerato come una sfera di raggio 242 km e massa $6.68 \times 10^{19} \text{ kg}$. (a) Calcolare l'accelerazione di caduta libera sulla sua superficie. (b) Un dirupo su Miranda è alto 5.00 km. Appare sul bordo nella posizione a ore 11 in Figura 11.9a ed è ingrandito in Figura 11.9b. Se un appassionato di sport estremi corresse orizzontalmente sulla sommità del dirupo a 8.50 m/s, per quale intervallo di tempo sarebbe in volo? (c) A che distanza dalla base del dirupo verticale colpirebbe la superficie ghiacciata di Miranda? (d) Quale sarà il vettore della sua velocità di impatto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

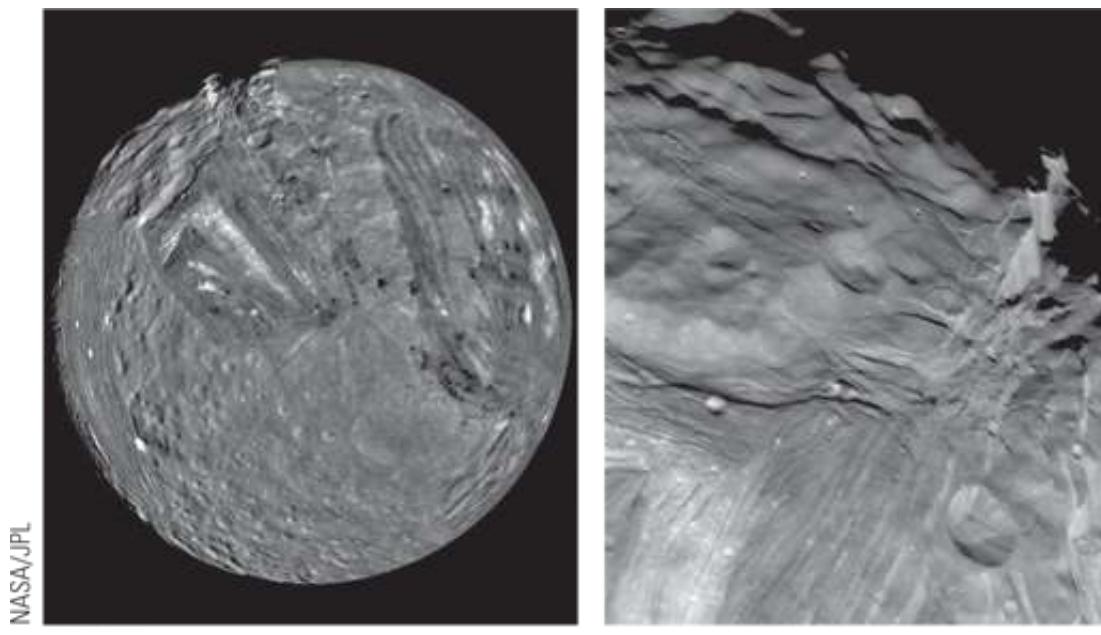


FIGURA P11.9

10. Tre sfere uniformi di masse $m_1 = 2.00 \text{ kg}$, $m_2 = 4.00 \text{ kg}$ e $m_3 = 6.00 \text{ kg}$ sono poste ai vertici di un triangolo rettangolo, come in Figura P11.10. Calcolare la forza gravitazionale risultante sul corpo di massa assumendo che le sfere siano isolate dal resto dell'Universo.

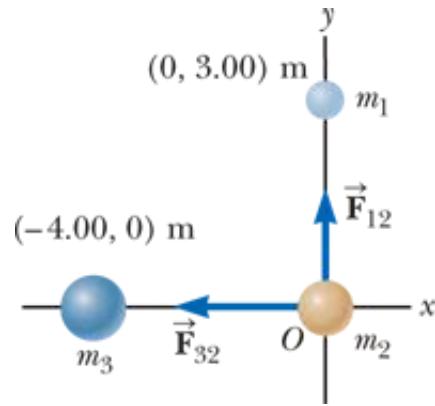


FIGURA P11.10

11. Un'astronave a forma di lungo cilindro ha una lunghezza di 100 m e la sua massa con tutti gli occupanti è 1 000 kg. Essa è arrivata troppo vicina a un buco nero con una massa 100 volte quella del Sole (Fig. P11.11). La prua dell'astronave punta verso il centro del buco nero, e la distanza fra la prua e il centro del buco nero è 10.0 km. (a) Determinare la forza complessiva sull'astronave. (b) Qual è la differenza fra il campo gravitazionale agente sugli occupanti della prua e della coda all'astronave, più lontani dal buco nero? (Questa differenza delle accelerazioni cresce rapidamente all'avvicinarsi dell'astronave al buco nero. Ciò sottopone il corpo della nave a tensioni tanto estreme da spaccarla.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

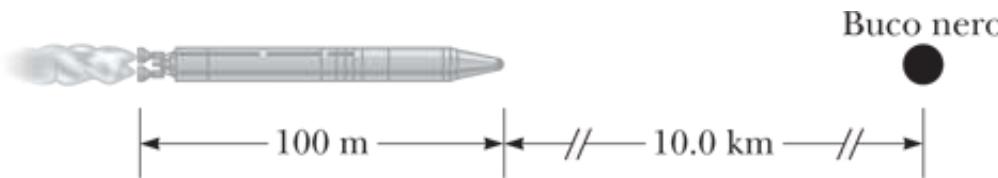


FIGURA P11.11

12. (a) Calcolare l'intensità, la direzione e il verso del campo gravitazionale in un punto P sull'asse perpendicolare alla linea che congiunge due corpi di ugual massa separati da una distanza $2a$, come mostrato in Figura P11.12. (b) Spiegare fisicamente perché il campo dovrebbe tendere a zero quando $r \rightarrow 0$. (c) Dimostrare matematicamente che la risposta al punto (a) si comporta in questo modo. (d) Spiegare fisicamente perché il modulo del campo dovrebbe tendere a $2GM/r^2$ quando $r \rightarrow \infty$. (e) Dimostrare matematicamente che la risposta al punto (a) si comporta correttamente in questo limite.

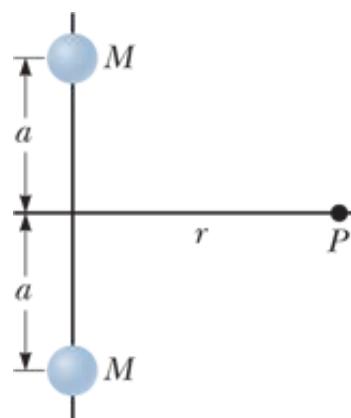


FIGURA P11.12

13. Quando un meteorite in caduta si trova ad una distanza dalla Terra pari al triplo del raggio terrestre, qual è l'accelerazione dovuta alla forza di gravità della Terra?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 11.3 Le leggi di Keplero

- 14.** Due pianeti X e Y viaggiano in senso antiorario in orbite circolari attorno a una stella, come in Figura P11.14. I raggi delle loro orbite stanno nel rapporto 3:1. A un certo istante, essi sono allineati come in Figura P11.14a, realizzando una linea retta con la stella. Cinque anni dopo, il pianeta X ha ruotato di 90.0° , come in Figura P11.14b. Dove si troverà il pianeta Y in questo istante?

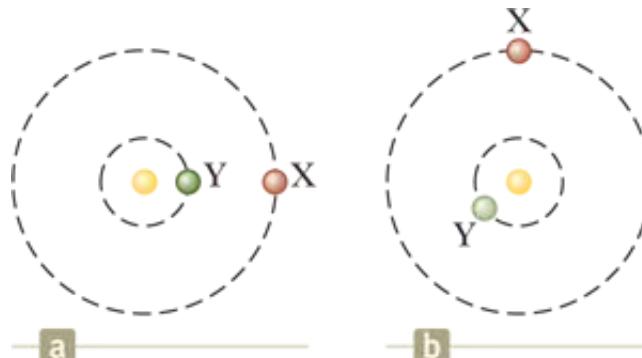


FIGURA P11.14

- 15.** Un satellite per le telecomunicazioni geostazionario orbita rimanendo sempre al di sopra di un punto sull'equatore della Terra mentre il pianeta ruota attorno al suo asse. (a) Calcolare il raggio dell'orbita. (b) Il satellite smista un segnale radio proveniente da una trasmittente vicino al polo nord a una ricevente anch'essa vicina al polo nord. Viaggiando alla velocità della luce, quanto impiega l'onda radio a transitare?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 16.** A causa della fusione termonucleare che avviene nel suo nucleo, il Sole perde massa alla velocità di 3.64×10^9 kg/s. Durante il periodo di 5 000 anni di storia registrata, di quanto è variata la lunghezza dell'anno dovuta alla perdita di massa del Sole? *Suggerimento* : assumere che la Terra compia un'orbita circolare. Non vi è momento meccanico esterno sul sistema Terra-Sole, cosicché si conserva il momento angolare.

- 17.** Io, un satellite di Giove, ha un periodo orbitale di 1.77 giorni e un raggio orbitale di 4.22×10^5 km. Con questi dati determinare la massa di Giove.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 18.** Il satellite *Explorer VIII*, messo in orbita il 3 Novembre 1960 per lo studio della ionosfera, ha i seguenti parametri orbitali: perigeo, 459 km; apogeo, 2 289

km (ambedue le distanze sono calcolate rispetto alla superficie terrestre); periodo, 112.7 min. Determinare il rapporto v_p/v_a delle velocità al perigeo ed all'apogeo.

- 19.** Un sistema binario di Plaskett consiste di due stelle che ruotano su orbite circolari attorno al centro di massa a metà strada fra esse. Ciò significa che la massa delle due stelle è uguale (Fig. P11.19). Assumere che la velocità orbitale di ciascuna stella è $|\vec{v}| = 220$ km/s e il periodo orbitale di ciascuna è 14.4 giorni. Trovare la massa M di ciascuna stella. (Per confronto, la massa del nostro Sole è 1.99×10^{30} kg.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

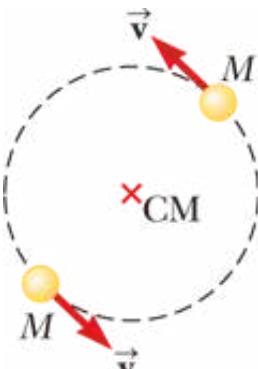


FIGURA P11.19

- 20.** Supponiamo che si annulli la gravità del Sole. I pianeti lascerebbero le loro orbite quasi circolari e volerebbero via in linea retta, secondo quanto descritto dalla prima legge di Newton. (a) Mercurio arriverebbe mai più lontano dal Sole di Plutone? (b) Se sì, quanto impiegherà Mercurio per raggiungere questa situazione? Se no, dare un argomento convincente del fatto che Plutone sia sempre più lontano dal Sole di Mercurio.

- 21.** La cometa di Halley (Fig. P11.21) si avvicina al Sole portandosi a 0.570 UA e il suo periodo orbitale è di 75.6 anni. (UA è il simbolo per Unità Astronomica, dove $1 \text{ UA} = 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$ è la distanza media Terra-Sole). Quanto distante dal Sole arriva la cometa prima che abbia inizio il suo viaggio di ritorno?

VISUALIZZA SOLUZIONE

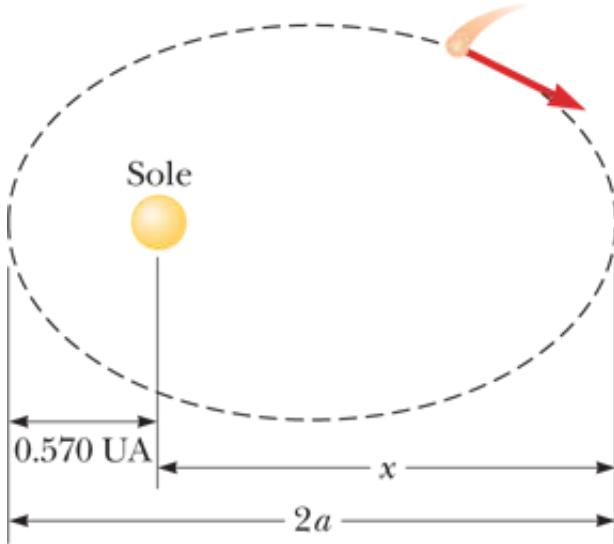


FIGURA P11.21 L'orbita ellittica della cometa di Halley (non in scala).

Paragrafo 11.4 Considerazioni energetiche sul moto dei pianeti e dei satelliti

Nota : i problemi da 50 a 53 del Capitolo 6 possono essere associati a questo paragrafo.

22. Una sonda spaziale è lanciata dalla superficie della Terra con una velocità iniziale di 2.00×10^4 m/s. Quale sarà la sua velocità quando sarà molto lontana dalla Terra? Trascurare l'attrito e la rotazione terrestre.

23. Dopo che il Sole avrà esaurito il suo combustile nucleare, il suo ultimo destino potrebbe essere il collasso a uno stato di *nana bianca*. In questo stato avrebbe approssimativamente la stessa massa attuale ma con un raggio uguale a quello della Terra. Calcolare (a) la densità media della nana bianca, (b) l'accelerazione di caduta libera sulla superficie e (c) l'energia potenziale gravitazionale associata a un corpo di 1.00 kg sulla sua superficie.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

24. Un satellite “a cima d’albero” è un satellite che orbita appena al di sopra della superficie di un pianeta, assumendo che non offra attrito con l’aria. Mostrare che la sua velocità v e la sua velocità di fuga dal pianeta sono legate dall’espressione $v_{\text{fuga}} = \sqrt{2v}$.

25. (a) Determinare la quantità di lavoro necessario per portare un carico da 100 kg ad un’altezza di 1 000 km rispetto alla superficie terrestre. (b) Determinare la quantità di lavoro aggiuntivo necessario per porre il carico in orbita circolare a questa quota.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

26. Quanto lavoro è compiuto dal campo di gravità lunare quando un meteorite di 1 000 kg arriva dallo spazio esterno e impatta sulla superficie della Luna?

27. Un asteroide è in rotta di collisione con la Terra. Un astronauta atterra su di esso per seppellire una carica esplosiva che lo frantumi. La maggior parte dei piccoli frammenti mancherà la Terra, e quelli che cadranno nell'atmosfera produrranno solo un bello sciame di meteore. L'astronauta trova che la densità dell'asteroide sferico è circa uguale a quella media della Terra. Per assicurarsi la sua polverizzazione, ella incorpora nell'esplosivo il carburante e l'ossidante necessario al suo ritorno. Che raggio massimo deve avere l'asteroide per poterlo lasciare semplicemente saltando verso l'alto? Sulla Terra lei può saltare fino a un'altezza di 0.500 m.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

28. (a) Qual è la minima velocità, rispetto al Sole, necessaria affinché un'astronave lasci il sistema solare partendo dall'orbita terrestre? (b) *Voyager 1* raggiunse la massima velocità di 125 000 km/h nel suo viaggio per fotografare Giove. Al di là di quale distanza dal Sole questa velocità è sufficiente a lasciare il sistema solare?

29. (a) Un veicolo spaziale è lanciato dalla superficie della Terra verso l'alto con una velocità iniziale di 8.76 km/s, minore della velocità di fuga di 11.2 km/s. A quale altezza massima arriva? (b) Un meteoroide cade verso la Terra. Esso è essenzialmente a riposo quando è a un'altezza di 2.51×10^7 m. Con quale velocità il meteorite (un meteo-roide che sopravvive per impattare sulla superficie terrestre) colpisce la Terra?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

30. (a) Un veicolo spaziale è lanciato dalla superficie della Terra verso l'alto con una velocità iniziale v_i , confrontabile ma minore della velocità di fuga v_{fuga} . A quale altezza massima arriva? (b) Un meteoroide cade verso la Terra. Esso è essenzialmente a riposo quando è a un'altezza h dalla superficie terrestre. Con quale velocità il meteorite (un meteoroide che sopravvive per impattare sulla superficie terrestre) colpisce la Terra? (c) **E se?** Assumiamo che una palla da baseball sia lanciata verso l'alto con una velocità molto piccola rispetto alla velocità di fuga. Mostrare che il risultato del punto (a) è in accordo con l'Equazione 3.15.

31. Una cometa di massa 1.20×10^{10} kg si muove su un'orbita ellittica attorno al Sole. La sua distanza dal Sole è compresa fra 0.500 UA e 50.0 UA. (a) Qual è l'eccentricità della sua orbita? (b) Qual è il suo periodo? (c) All'afelio qual è l'energia potenziale del sistema cometa-Sole? (Nota : 1 UA = una unità astronomica = la distanza media Sole-Terra = 1.496×10^{11} m).

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

32. Ricavare un'espressione per il lavoro necessario per muovere un satellite terrestre di massa m da un'orbita circolare di raggio $2R_T$ ad una di raggio $3R_T$.

33. Un satellite di 500 kg è in orbita circolare a un'altezza di 500 km sopra la superficie terrestre. A causa dell'attrito dell'aria il satellite alla fine cade sulla superficie della Terra, dove esso impatta alla velocità di 2.00 km/s. Quanta energia viene trasformata in energia interna per mezzo dell'attrito dell'aria?

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Un corpo è rilasciato a riposo a un'altezza h dalla superficie della Terra. (a) Mostrare che la sua velocità ad una distanza r dal centro della Terra, con $R_T \leq r \leq R_T + h$ è data da

$$v = \sqrt{2GM_T\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_T + h}\right)}$$

(b) Supporre che l'altezza del rilascio sia 500 km. Calcolare l'integrale

$$\Delta t = \int_i^f dt = - \int_i^f \frac{dr}{v}$$

per trovare il tempo di caduta durante il quale il corpo si muove dal punto di rilascio alla superficie della Terra. Il segno negativo indica che il corpo si muove in verso opposto al verso radiale, cosicché la sua velocità è $v = - dr/dt$. Calcolare l'integrale numericamente.

35. Un satellite di massa 200 kg è posto in orbita attorno alla terra ad un'altezza di 200 km sopra la superficie. (a) Assumendo un'orbita circolare, quanto impiega il satellite a completare un'orbita? (b) Qual è la velocità del satellite? (c) Partendo dalla superficie terrestre, qual è l'energia minima necessaria per mettere in orbita il satellite? Trascurare la resistenza dell'aria ma includere l'effetto della rotazione quotidiana del pianeta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Un satellite di massa m , originariamente posto sulla superficie della Terra, è posto in orbita attorno ad essa ad un'altezza h . (a) Assumendo un'orbita circolare, quanto impiega il satellite a completare un'orbita? (b) Qual è la velocità del satellite? (c) Qual è l'energia minima necessaria per mettere in orbita il satellite?

Si trascuri la resistenza dell'aria ma si includa l'effetto della rotazione quotidiana del pianeta. Rappresentare la massa e il raggio della Terra come M_T e R_T .

Paragrafo 11.5 Spettri atomici e teoria di Bohr dell'atomo di idrogeno

37. Per l'atomo di idrogeno nel suo stato fondamentale, calcolare (a) la velocità orbitale dell'elettrone, (b) l'energia cinetica dell'elettrone e (c) l'energia potenziale elettrica dell'atomo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. Quanta energia è necessaria per ionizzare l'idrogeno (a) quando si trova nel suo stato fondamentale e (b) quando è nello stato con $n = 3$?

39. (a) Quale valore di n_i è associato con la riga spettrale a 94.96 nm nella serie di Lyman dell'idrogeno? (b) **E se?** Questa riga potrebbe essere associata con la serie di Pa-schen? (c) Questa riga potrebbe essere associata con la serie di Balmer?

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Mostrare che la velocità dell'elettrone nella n -ma orbita di Bohr dell'idrogeno è data da

$$v_n = \frac{k_e e^2}{n \hbar}$$

41. Un atomo di idrogeno è nel suo primo stato eccitato ($n = 2$). Calcolare (a) il raggio dell'orbita, (b) la quantità di moto dell'elettrone, (c) il momento angolare dell'elettrone, (d) l'energia cinetica, (e) l'energia potenziale e (f) l'energia totale del sistema.

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. Un atomo di idrogeno emette luce quando subisce una transizione dallo stato $n = 3$ allo stato $n = 2$. Calcolare (a) l'energia, (b) la lunghezza d'onda, e (c) la frequenza della radiazione.

43. Due atomi di idrogeno urtano centralmente e finiscono con energia cinetica nulla. Ciascun atomo emette luce con lunghezza d'onda di 121.6 nm (transizione da $n = 2$ a $n = 1$). A quale velocità i due atomi si muovevano prima dell'urto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 11.6 Collegamento al contesto: passare da un'orbita circolare ad una ellittica

44. Un'astronave di massa 1.00×10^4 kg è in orbita circolare a un'altezza di 500 km al di sopra della superficie terrestre. Il Controllo della missione vuole accendere i motori in modo che l'astronave si immetta in un'orbita ellittica attorno alla Terra con un apogeo di 2.00×10^4 km. Quanta energia del carburante si deve usare per raggiungere quest'orbita? (Assumere che tutta l'energia del carburante vada ad aumentare l'energia orbitale. Questo modello darà un limite inferiore per l'energia necessaria poiché parte dell'energia del carburante apparirà come energia interna dei gas caldi di scarico e delle parti del motore.)

45. Un'astronave si avvicina a Marte dopo un lungo viaggio dalla Terra. La sua velocità è tale che essa viaggia lungo una traiettoria parabolica sotto l'azione della forza gravitazionale di Marte. La distanza di massimo avvicinamento sarà di 300 km al di sopra della superficie di Marte. A questo punto dell'avvicinamento, i motori saranno accesi per rallentare l'astronave e porla in orbita circolare a 300 km sulla superficie. (a) Di quale percentuale la velocità dell'astronave deve essere ridotta per raggiungere l'orbita desiderata? (b) Come dovrebbe variare la risposta al punto (a) se la distanza di massimo avvicinamento e l'orbita circolare desiderata fossero a un'altezza di 600 km invece di 300 km? (Nota : l'energia del sistema astronave-Marte per un'orbita parabolica è $E = 0$.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

46. Molti credono che la resistenza dell'aria che agisce su un corpo in movimento causi sempre un suo rallentamento. In realtà può essere causa dell'aumento di velocità di un oggetto. Si consideri un satellite di 100 kg in orbita attorno alla Terra a un'altezza di 200 km. Una piccola forza di attrito fa sì che il satellite cada lentamente in un'orbita circolare con un'altezza di 100 km. (a) Calcolare la sua velocità originaria. (b) Calcolare la sua velocità finale in questo processo. (c) Calcolare l'energia iniziale del sistema satellite-Terra. (d) Calcolare l'energia finale del sistema. (e) Mostrare che il sistema ha perduto energia meccanica e calcolare la quantità persa per attrito. (f) Quale forza fa aumentare la velocità del satellite? *Suggerimento* : un diagramma di corpo libero può risultare utile per spiegare la risposta.

47. Problema di ricapitolazione. Come astronauti, osservate che un piccolo pianeta è sferico. Dopo essere atterrati, uscite fuori e camminate in linea retta ritornando alla vostra nave spaziale dal lato opposto dopo aver percorso 25.0 km. Tenete un martello e una piuma di falco a un'altezza di 1.40 m, li lasciate liberi, e li osservate scendere sulla superficie in 29.2 s. Determinare la massa del pianeta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Due sfere di massa M e $2M$ e raggi R e $3R$ rispettivamente sono simultaneamente lasciate libere di muoversi da ferme quando la distanza tra i loro centri è $12R$. Si assuma che le due sfere interagiscano solo tra di loro e si calcolino le velocità con cui collidono. (a) Quali *due* modelli di sistema isolato sono appropriati per questo sistema? (b) Scrivere un'equazione ricavata da uno dei modelli e ricavare \vec{v}_1 , la velocità della sfera di massa M al momento in cui viene rilasciata in funzione di \vec{v}_2 , la velocità della massa $2M$. (c) Scrivere un'equazione ricavata dall'altro modello e ricavare la velocità v_1 in funzione di v_2 quando le sfere collidono. (d) Combinare le due equazioni per trovare le due velocità v_1 e v_2 quando le sfere collidono.

49. Problema di ricapitolazione. Supponi di essere abbastanza agile da correre su una superficie orizzontale a 8.50 m/s, indipendentemente dal valore del campo gravitazionale. Quale sarà (a) il raggio e (b) la massa dell'asteroide sferico senza atmosfera di densità uniforme 1.10×10^3 kg/m³ dal quale potresti lanciarti in orbita correndo? (c) Quale sarebbe il tuo periodo? (d) La tua corsa influenzerebbe significativamente la rotazione dell'asteroide? Spiegare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Due stelle di massa M ed m , poste ad una distanza d , ruotano in orbite circolari attorno al loro centro di massa (Fig. P11.50). Mostrare che ciascuna stella ha un periodo dato da Procedere come segue: applicare la seconda legge di Newton a ciascuna stella. Notare che la condizione del centro di massa impone $Mr_2 = mr_1$, dove $r_1 + r_2 = d$.

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{G(M+m)}$$

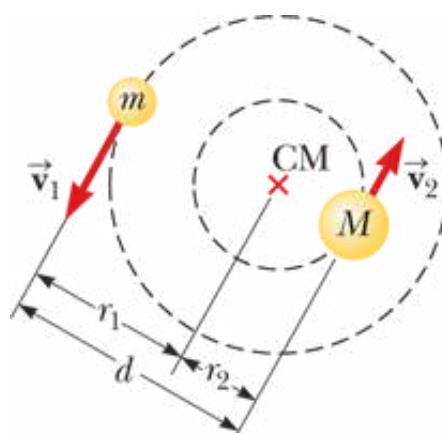


FIGURA P11.50

51. Un anello di materia è una struttura familiare nell'astronomia planetaria e stellare. Esempi sono gli anelli di Saturno o una nebulosa ad anello. Consideriamo un anello uniforme di massa 2.36×10^{20} kg e raggio 1.00×10^8 m.

Un corpo di massa 1 000 kg è posto in un punto *A* sull'asse dell'anello a una distanza 2.00×10^8 m dal centro (Fig. P11.51). Quando il corpo è lasciato libero di muoversi, l'attrazione dell'anello lo fa muovere lungo l'asse verso il centro dell'anello (punto *B*). (a) Calcolare l'energia potenziale gravitazionale del sistema corpo-anello quando il corpo è nel punto *A*. (b) Calcolare l'energia potenziale gravitazionale del sistema quando il corpo è in *B*. (c) Calcolare la velocità del corpo quando passa per *B*.

VISUALIZZA SOLUZIONE

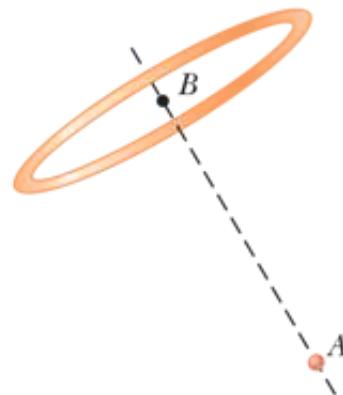
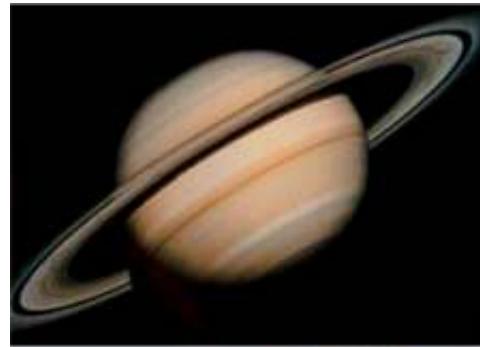


FIGURA P11.51

52. (a) Dimostrare che il tasso di variazione dell'accelerazione di gravità rispetto alla distanza al di sopra della superficie terrestre è

$$\frac{dg}{dr} = -\frac{2GM_T}{R_T^3}$$

Questo tasso di variazione sulla distanza si chiama *gradiente*. (b) Se h è piccolo rispetto al raggio terrestre, dimostrare che la differenza nell'accelerazione di gravità fra due punti distanti di una quota h è

$$|\Delta g| = \frac{2GM_T h}{R_T^3}$$

(c) Calcolare questa differenza per $h = 6.00$ m, una tipica altezza di un edificio a due piani.

53. Sia Ag_L la differenza di campo gravitazionale prodotta dalla Luna nei punti sulla superficie terrestre più vicini e più lontani dalla Luna. Trovare il rapporto

$\Delta g_L/g$, dove g è il campo gravitazionale terrestre. (Questa differenza è responsabile dell'esistenza delle *maree lunari* sulla Terra.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Gli astronomi rivelano un meteoroide distante che si muove lungo una linea retta che, se estesa, passerebbe a una distanza di $3R_T$ dal centro della Terra, con R_T il raggio terrestre. Qual è la minima velocità che il meteoroide deve avere per non colpire la Terra?

55. La distanza massima della Terra dal Sole (all'afelio) è 1.521×10^{11} m, e la distanza di massimo avvicinamento (al perielio) è eguale a 1.471×10^{11} m. La velocità orbitale della Terra al perielio è 3.027×10^4 m/s. Determinare (a) la velocità orbitale della Terra all'afelio e le energie cinetica e potenziale del sistema Terra-Sole (b) al perielio e (c) all'afelio. (d) L'energia totale del sistema si conserva? Spiegare. Trascurare l'influenza della Luna e degli altri pianeti.

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Problema di ricapitolazione. Due sfere rigide identiche, ciascuna di massa m e raggio r , sono lasciate a riposo nello spazio vuoto con i loro centri separati di una distanza R . Essi, sotto l'azione della loro attrazione gravitazionale, collideranno. (a) Mostrare che la grandezza dell'impulso ricevuto da ciascuna sfera prima della collisione è dato da $[Gm^3(1/2r - 1/R)]^{1/2}$. (b) **E se?** Trovare l'intensità dell'impulso se la collisione è elastica.

57. Due ipotetici pianeti di masse m_1 ed m_2 e raggi r_1 ed r_2 , rispettivamente, sono quasi fermi quando sono separati da una distanza infinita. A causa della loro attrazione gravitazionale, essi procedono l'uno verso l'altro lungo una rotta di collisione. (a) Quando la distanza fra i loro centri è d , trovare la velocità di ciascun pianeta e la loro velocità relativa. (b) Trovare l'energia cinetica di ciascun pianeta appena prima della collisione se $m_1 = 2.00 \times 10^{24}$ kg, $m_2 = 8.00 \times 10^{24}$ kg, $r_1 = 3.00 \times 10^6$ m, ed $r_2 = 5.00 \times 10^6$ m. (Nota: sia l'energia che la quantità di moto del sistema isolato formato dai due pianeti si conservano).

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Dimostrare che il periodo minimo di rivoluzione per un satellite in orbita attorno ad un pianeta sferico di densità uniforme ρ è

$$T_{\min} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

indipendente dal raggio del pianeta.

59. *Voyager 1* e *Voyager 2* sorvolarono la superficie di Io, una luna di Giove, e fotografarono i vulcani attivi che emettono zolfo liquido a un'altezza di 70 km dalla superficie di questa luna. Determinare la velocità con cui lo zolfo esce dal vulcano. La massa di Io è di 8.9×10^{22} kg e il suo raggio è di 1 820 km.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

60. La navicella spaziale SOHO (Solar and Heliospheric Observatory) ha un'orbita particolare, posizionata tra la Terra e il Sole lungo la loro congiungente e sempre sufficientemente vicina alla Terra per trasmettere facilmente i dati. Entrambi i corpi esercitano forze gravitazionali sulla navicella. Essa si muove attorno al Sole in un'orbita quasi circolare più piccola di quella circolare della Terra. Il suo periodo, comunque, non è minore di un anno, ma è proprio uguale a un anno. Mostrare che la sua distanza dalla Terra dovrebbe essere 1.48×10^9 m. Nel 1772, Joseph Louis Lagrange determinò teoricamente la particolare posizione che permetteva quest'orbita. Suggerimenti: usa i dati con la precisione di quattro cifre significative. La massa della Terra è 5.974×10^{24} kg. Non riuscirai a risolvere facilmente l'equazione che produrrà; utilizza piuttosto un calcolatore per verificare che 1.48×10^9 m è il valore corretto.

61. Il positrone è l'antiparticella dell'elettrone. Esso ha la stessa massa e una carica elettrica positiva dello stesso valore di quella dell'elettrone. Il positronio è un atomo simile all'atomo di idrogeno costituito da un positrone e da un elettrone che ruotano l'uno attorno all'altro. Usando il modello di Bohr, trovare (a) le distanze permesse fra le due particelle e (b) le energie permesse del sistema.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

62. Perché la seguente situazione è impossibile? Un'astronave viene lanciata in un'orbita circolare intorno alla Terra e ruota intorno alla Terra ogni ora.

63. Si consideri un corpo di massa m , non necessariamente piccola rispetto alla massa della Terra, lasciato libero di muoversi da fermo a una distanza di 1.20×10^7 m dal centro della Terra. Assumere che i corpi si comportino come una coppia di particelle, isolate dal resto dell'Universo. (a) Calcolare il modulo dell'accelerazione a_{rel} con cui ciascuno si muove rispetto all'altro in funzione di m . Calcolare l'accelerazione (b) per $m = 5.00$ kg, (c) $m = 2\ 000$ kg, e (d) per $m = 2.00 \times 10^{24}$ kg. (e) Si descriva la variazione di a_{rel} in funzione di m .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

64. Il più vecchio satellite artificiale ancora in orbita è il *Vanguard I*, lanciato il 3 Marzo 1958. La sua massa è 1.60 kg. Trascurando la resistenza dell'atmosfera, il satellite sarebbe ancora nella sua orbita iniziale con la distanza minima dal centro della Terra di 7.02 Mm e la velocità al perigeo di 8.23 km/s. Per quest'orbita (a) calcolare l'energia totale del sistema satellite-Terra e (b) il modulo del momento angolare del satellite. (c) All'apogeo trovare la velocità del satellite e la sua distanza dal centro della Terra. (d) Trovare il semiasse maggiore della sua orbita. (e) Determinare il suo periodo.

65. Studi riguardanti il legame tra il Sole e la nostra galassia – la Via Lattea – hanno rivelato che il Sole è situato vicino al bordo esterno del disco galattico, a circa 30 000 anni-luce (1 anno luce è pari a 9.46×10^{15} m) dal centro. Il Sole ha una velocità orbitale di circa 250 km/s attorno al centro della galassia. (a) Qual è il periodo di questo moto del Sole nella galassia? (b) Qual è l'ordine di grandezza della massa della Via Lattea? (c) Supporre che la galassia sia costituita principalmente da stelle come il nostro Sole. Qual è l'ordine di grandezza del numero di stelle nella Via Lattea?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Contesto 2

CONCLUSIONI

Adesso che abbiamo esplorato la fisica della meccanica classica ritorniamo alla questione centrale del Contesto *Missione su Marte*:

(In che modo si può effettuare con successo il trasferimento di una astronave dalla Terra verso Marte?)

Usiamo i principi di fisica che ora conosciamo e appliciamoli al nostro viaggio dalla Terra a Marte.

Iniziamo con una pretesa più modesta. Supponiamo che la nostra astronave sia in orbita circolare intorno alla Terra e che tu ne sia un passeggero. Se lanci una chiave inglese nel verso del moto, tangente alla traiettoria circolare, quale orbita seguirà?

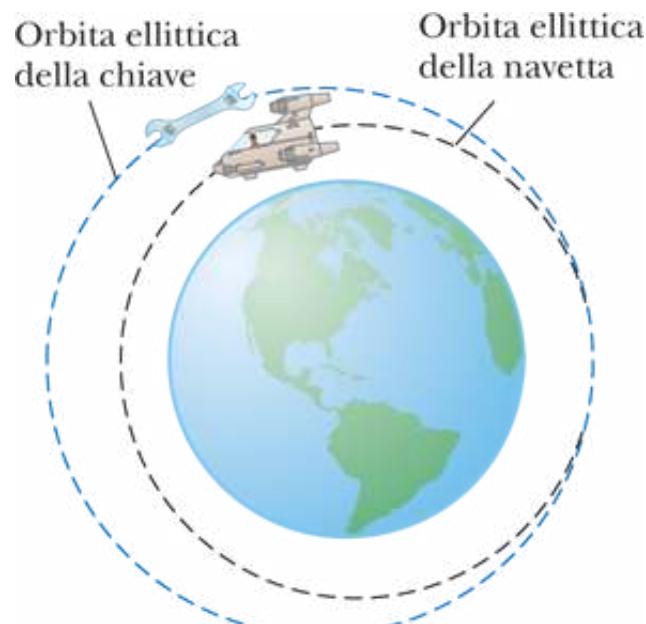


FIGURA 1 Una chiave inglese lanciata tangente all'orbita circolare della navetta spaziale entra in un'orbita ellittica.

Adoperiamo un modello semplificato in cui l'astronave abbia una massa molto più grande di quella della chiave. La conservazione della quantità di moto per il sistema isolato della chiave e dell'astronave ci dice che l'astronave deve rallentare leggermente quando si lancia la chiave. A causa della differenza di massa fra la chiave e la navetta, comunque, possiamo ignorare il piccolo cambiamento nella velocità di quest'ultima. La chiave entra in una nuova orbita, a partire dalla sua posizione di perigeo, e il sistema chiave-Terra ha più energia di quella che aveva quando la chiave era nell'orbita circolare. Poiché l'energia orbitale è legata all'asse maggiore, la chiave entra in un'orbita ellittica come discusso nella Connessione al contesto del Capitolo 11 e come illustrato nella Figura 1. Quindi, il percorso della chiave è cambiato dall'orbita circolare ad una ellittica fornendo dell'energia al sistema chiave-Terra. L'energia è fornita dalla forza che viene applicata alla chiave tangente all'orbita circolare in quanto è stato fatto del lavoro sul sistema. L'orbita ellittica terrà la chiave più lontana dalla Terra rispetto all'orbita circolare. Se ci fosse un'altra astronave in un'orbita circolare più esterna di quella della nostra, si potrebbe lanciare la chiave in modo da trasferirla da una navetta all'altra come mostrato in Figura 2. Affinché ciò accadesse, l'orbita ellittica della chiave dovrebbe intersecare l'orbita della seconda astronave. Inoltre la chiave e questa seconda navetta dovrebbero arrivare nello stesso punto allo stesso istante.

Questo scenario è l'essenza del programma della nostra missione dalla Terra a Marte. Piuttosto che trasferire una chiave fra due astronavi in orbita attorno alla Terra, trasferiremo un'astronave fra due pianeti in orbita attorno al Sole. Lanciando la chiave, energia cinetica è immessa nel sistema chiave-Terra. Accendendo i motori è aggiunta energia cinetica al sistema astronave-Sole.

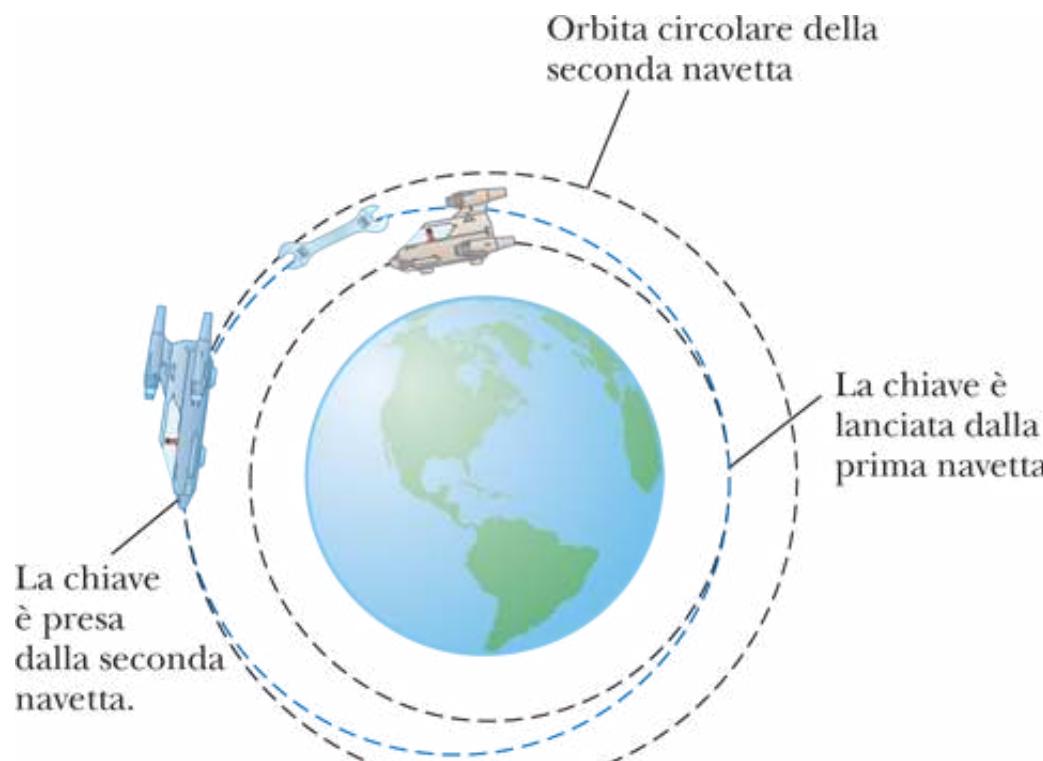


FIGURA 2 Se una seconda navetta spaziale fosse presente in un'orbita circolare più esterna, la chiave inglese potrebbe essere lanciata in maniera da essere trasferita da una navetta all'altra.

Cosa succederebbe se la chiave nel precedente esempio venisse lanciata sempre più forte? La chiave si posizionerebbe in orbite ellittiche sempre più larghe attorno alla Terra. Se si aumentasse la velocità di lancio si potrebbe inserire la chiave in un'orbita di fuga *iperbolica*, rispetto alla Terra, e in un'orbita *ellittica* attorno al Sole. Questo è l'approccio che considereremo per il viaggio dalla Terra a Marte; partiremo da un'orbita di *parcheggio* circolare attorno alla Terra per arrivare a un'orbita ellittica di *trasferimento* attorno al Sole. L'astronave continuerà poi il suo viaggio verso Marte, dove entrerà in una nuova orbita di parcheggio.

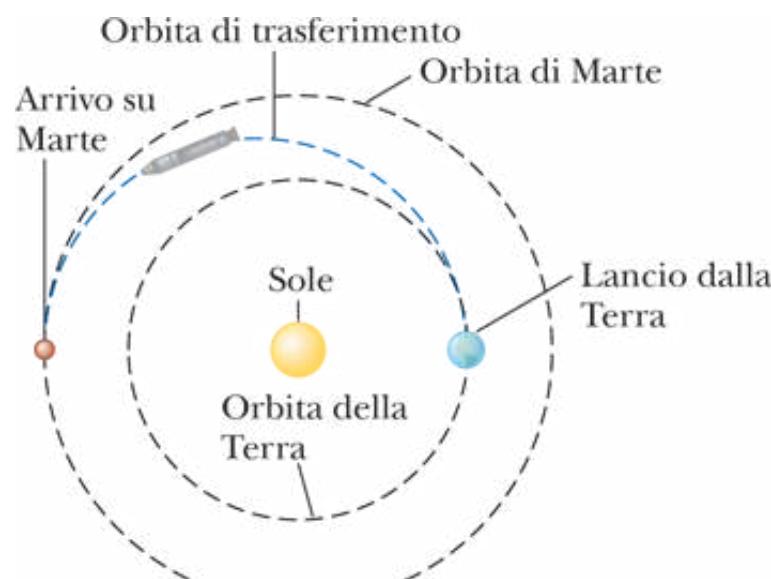


FIGURA 3 L'orbita di trasferimento di Hohmann dalla Terra a Marte. È simile al trasferimento di una chiave da una navetta a un'altra come in Figura 2, ma qui stiamo trasferendo un'astronave da un pianeta ad un altro.

Focalizziamo adesso la nostra attenzione sulla parte del viaggio che riguarda l'orbita di trasferimento. Un semplice trasferimento di orbita è chiamato **trasferimento di Hohmann**, il tipo di trasferimento impartito alla chiave e mostrato in Figura 2. Il trasferimento di Hohmann coinvolge la minima spesa di energia e richiede quindi la minima quantità di carburante. Come ci si potrebbe aspettare per un trasferimento a

bassissima energia, il tempo per un trasferimento di Hohmann è più lungo rispetto a quello di altri tipi di orbite. Studieremo il trasferimento di Hohmann per la sua semplicità e per la sua utilità generale nei trasferimenti planetari.

Il razzo dell'astronave è acceso dall'orbita di parcheggio in modo tale che l'astronave entri in un'orbita attorno al Sole al suo perielio e incontri il pianeta all'afelio dell'astronave. Quindi l'astronave compie esattamente mezza rivoluzione nella sua orbita ellittica durante il trasferimento come indicato nella Figura 3.

Questo processo è energeticamente efficiente in quanto il carburante è consumato solo all'inizio e alla fine. Il moto fra le orbite di parcheggio attorno alla Terra e a Marte non richiede energia; l'astronave semplicemente segue le leggi di Keplero mentre percorre l'orbita ellittica attorno al Sole.

Eseguiamo un semplice calcolo numerico per vedere come applicare le leggi della meccanica a questo processo. Assumiamo che l'astronave sia in un'orbita di parcheggio al di sopra della superficie della Terra. Notare anche che l'astronave è in realtà in orbita attorno al Sole, e che la Terra causa solo una perturbazione della sua orbita. Quindi, se calcoliamo la velocità tangenziale della Terra nel suo moto intorno al Sole possiamo assumere che questa velocità rappresenti la velocità media dell'astronave nel suo moto intorno al Sole. Questa velocità è calcolata dalla seconda legge di Newton per una particella in moto circolare uniforme:

$$\begin{aligned} F = ma &\rightarrow G \frac{M_{\text{Sole}} m_{\text{Terra}}}{r^2} = m_{\text{Terra}} \frac{v^2}{r} \\ &\rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_{\text{Sole}}}{r}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(1.99 \times 10^{30} \text{ kg})}{1.50 \times 10^{11} \text{ m}}} \\ &= 2.97 \times 10^4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Il risultato è la velocità originaria dell'astronave alla quale aggiungiamo la variazione Δv necessaria per inserire l'astronave nell'orbita di trasferimento.

L'asse maggiore dell'orbita ellittica di trasferimento si trova sommando fra loro i raggi delle orbite della Terra e di Marte (vedi Fig. 3):

$$\begin{aligned} \text{Asse maggiore} &= 2a = r_{\text{Terra}} + r_{\text{Marte}} \\ &= 1.50 \times 10^{11} \text{ m} + 2.28 \times 10^{11} \text{ m} = 3.78 \times 10^{11} \text{ m} \end{aligned}$$

Quindi il semiasse maggiore ha un valore pari alla metà:

$$a = 1.89 \times 10^{11} \text{ m}$$

Da questo valore, la terza legge di Keplero ci permette di valutare la durata del viaggio, che è la metà del periodo dell'orbita:

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{viaggio}} &= \frac{1}{2} T = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_{\text{Sole}}} a^3} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi^2}{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(1.99 \times 10^{30} \text{ kg})}} (1.89 \times 10^{11} \text{ m})^3 \\ &= 2.24 \times 10^7 \text{ s} = 0.710 \text{ anni} = 259 \text{ giorni} \end{aligned}$$



FIGURA 4 L'astronave deve essere lanciata quando Marte si trova 44° davanti alla Terra nella sua orbita.

Quindi il viaggio verso Marte richiede 259 giorni terrestri. Possiamo anche determinare la posizione della Terra e di Marte sulle loro orbite in modo che il pianeta sia lì quando arriva l'astronave. Marte ha un periodo orbitale di 687 giorni terrestri. Durante il trasferimento, la *variazione* della posizione angolare di Marte è

$$\Delta\theta_{\text{Marte}} = \frac{259 \text{ giorni}}{687 \text{ giorni}} (2\pi) = 2.37 \text{ rad} = 136^\circ$$

Quindi, affinché l'astronave e Marte arrivino nello stesso punto allo stesso istante, l'astronave deve essere lanciata quando Marte è a $180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$ avanti rispetto alla Terra nella sua orbita. La geometria è mostrata in Figura 4.

BIO EFFETTI DEI VIAGGI SPAZIALI SULLA SALUTE

Con una matematica relativamente semplice, questo è quanto possiamo fare nel descrivere i dettagli di un viaggio verso Marte. Abbiamo ricavato la traiettoria desiderata, la durata del viaggio e la posizione di Marte al momento del lancio. Un'altra importante questione per il comandante dell'astronave è quella della quantità di carburante necessaria per il viaggio. Questa questione è correlata ai cambiamenti di velocità necessari a inserirci nell'orbita di trasferimento. Questi calcoli coinvolgono considerazioni energetiche e sono affrontati nel Problema 3.

Le esperienze acquisite sin qui con i viaggi nello spazio hanno indicato un certo numero di problemi biologici che devono essere affrontati per poter effettuare un viaggio su Marte. In assenza di campo gravitazionale, l'orecchio medio non riesce a percepire la direzione verso il basso e i muscoli non sono più necessari per mantenere la postura. Di conseguenza si ha malessere analogo al mal d'auto e l'illusione di essere sottosopra. L'assenza di gravità inoltre fa sì che i fluidi corporei si distribuiscono in tutto il corpo, producendo sintomi analoghi a un raffreddore. Un problema serio dei viaggi nello spazio è l'atrofia muscolare e la perdita dei tessuti ossei a causa delle richieste molto atipiche che insorgono quando il corpo si muove in un ambiente privo di gravità. Le perdite ossee avvengono entro 10 giorni dall'inizio della permanenza nello spazio a causa di quantità eccessive di calcio e fosforo rilasciate dall'organismo che possono causare calcoli urinari e fratture ossee. Questi problemi possono essere affrontate facendo ruotare l'astronave in modo circolare intorno al suo asse in modo che gli astronauti avvertano un'accelerazione centripeta equivalente al campo gravitazionale (si veda il Paragrafo 9.9 sulla relatività generale).

Una difficoltà che non può essere superata con la rotazione dell'astronave è quella della radiazione. Essendo al di fuori dell'atmosfera e della magnetosfera della Terra, gli astronauti sono esposti ai raggi cosmici e ad altri tipi di radiazione. Questa esposizione può indurre diverse condizioni dannose per la salute, incluso cancro, cataratte e l'indebolimento del sistema immunitario. Non è chiaro al momento se schermi protettivi o farmaci potrebbero essere sufficienti per evitare questi effetti.

Benché molte considerazioni per una missione di successo su Marte non siano state affrontate, abbiamo progettato con successo un'orbita di trasferimento dalla Terra a Marte coerente con le leggi della meccanica. Di conseguenza dichiariamo il successo del nostro tentativo e concludiamo il Contesto *Missione su Marte*.

Domande

1. Alcune storie di fantascienza descrivono un pianeta gemello della Terra. Esso è esattamente a 180° davanti a noi sulla stessa orbita della Terra, in modo che non possiamo mai vederlo in quanto è dall'altro lato del Sole. Supponendo di essere in un'astronave in orbita attorno alla Terra, descrivi concettualmente come potresti visitare questo pianeta modificando la tua orbita.

2. Sei su un'astronave orbitante. Un'altra astronave è esattamente sulla stessa orbita ma 1 km avanti e in moto nello stesso verso. Per una svista, le tue provviste di cibo si sono esaurite, ma c'è né in abbondanza nell'altra astronave. Il comandante dell'altra astronave ti sta inviando, dalla propria navicella alla tua, un cestino da picnic pieno di sandwich. Descrivi qualitativamente come lo dovrebbe lanciare.

Problemi

1. Considera un trasferimento di Hohmann dalla Terra verso Venere. (a) Quanto durerebbe questo trasferimento? (b) Venere dovrebbe essere davanti o dietro rispetto alla Terra nella sua orbita quando l'astronave lascia la Terra per il suo viaggio verso il punto d'incontro? Di quanti gradi Venere deve stare avanti o dietro la Terra?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

2. Sei su una stazione spaziale in orbita circolare a 500 km dalla superficie della Terra. Il tuo passeggero e ospite è un extraterrestre grande, forte e intelligente. Cerchi di insegnargli a giocare a golf. Camminando sulla superficie della stazione spaziale con scarpe magnetiche, gli fai vedere un colpo. L'alieno prende una pallina da golf e la colpisce con incredibile violenza, spedendola con velocità Δv , rispetto alla stazione spaziale, in direzione parallela al vettore velocità istantanea della stazione spaziale. Noti che dopo che avete completato 2.00 orbite della Terra, la pallina da golf ritorna nella stessa posizione, cosicché la potete prendere quando passa dalla stazione. Con quale velocità Δv è stata colpita la pallina da golf?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

3. Investighiamo cosa deve fare il motore per far sì che l'astronave segua un'orbita di trasferimento di Hohmann dalla Terra verso Marte come descritto nel testo. Brevi accensioni del motore a razzo sono necessarie per cambiare la velocità dell'astronave ogni qualvolta variamo l'orbita. Poiché non esistono freni nello spazio, il carburante è necessario sia per aumentare che per diminuire la velocità dell'astronave. Ignoriamo dapprima l'attrazione gravitazionale fra i pianeti e l'astronave. (a) Calcola la variazione di velocità richiesta per portare la nave da un'orbita circolare attorno al Sole alla distanza della Terra a un'orbita di trasferimento verso Marte. (b) Calcola la variazione di velocità necessaria per spostarsi dall'orbita di trasferimento ad un'orbita circolare attorno al Sole alla distanza di Marte. Consideriamo adesso gli effetti della gravità dei due pianeti. (c) Calcola la variazione di velocità necessaria per portare l'astronave dalla superficie della Terra a una propria orbita indipendente attorno al Sole. Puoi supporre che la nave sia lanciata dall'equatore terrestre verso est. (d) Immagina che l'astronave atterri sulla superficie di Marte dall'orbita solare. Calcola il modulo della

variazione di velocità richiesta per effettuare un atterraggio morbido su Marte alla fine della caduta. Marte ruota attorno al suo asse con un periodo di 24.6 ore.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Contesto 3

Terremoti

I terremoti producono massicci movimenti del terreno come evidenziato dalle foto che mostrano i gravi danni causati da un terremoto di magnitudo 7.0 a Port-au-Prince nel 2010 ad Haiti. Uno dei più devastanti eventi mai registrati è stato il terremoto di magnitudo 9.0 avvenuto l'11 marzo 2011 sulla costa orientale del Giappone. Il terremoto ha causato un diffuso e devastante tsunami che ha provocato la morte di migliaia di persone e danneggiato in modo considerevole edifici e alcune centrali nucleari.

Mentre i terremoti in Giappone sono relativamente frequenti, un altro terremoto avvenuto nel 2011 fu decisamente inaspettato. Nell'agosto 2011 un terremoto di magnitudo 5.8 ha colpito la regione delle Montagne Appalachian nello stato del Virginia degli Stati Uniti. I terremoti sulla costa orientale degli Stati Uniti non sono frequenti. Le oscillazioni sismiche furono avvertite a nord fino al Quebec in Canada e a sud fino ad Atlanta in Georgia. Si registrarono solo danni minori nelle città circostanti l'epicentro ma la Casa Bianca e il Campidoglio a Washington furono evacuati per precauzione. La Cattedrale Nazionale, il Monumento di Washington e il Smithsonian Castle riportarono tutti danni alle componenti strutturali degli edifici.

Chiunque abbia avvertito un grave terremoto può attestare la violenta scossa che produce. In questo Contesto, ci focalizzeremo sui terremoti come applicazione dei nostri studi della fisica delle vibrazioni e delle onde.

ANTHONY BELIZAIRE/AFP/Getty Images



FIGURA 1 Il giorno dopo il terremoto di magnitudo 7.0 a Port-au-Prince (Haiti), il 13 Gennaio 2010, una giovane donna sale sulle macerie di un magazzino crollato.



AP Photo/Yasushi Kanno, The Yomiuri Shimbun

FIGURA 2 Un effetto secondario di alcuni terremoti che avvengono negli oceani è lo tsunami. Lo tsunami causato dal terremoto giapponese nel Marzo 2011 ha causato notevoli danni alla costa orientale della nazione. Questa fotografia mostra le case che sono state strappate via dalle loro fondamenta dall'acqua e l'incendio provocato dalla rottura dei condotti del gas.

La causa di un terremoto è il rilascio di energia nella Terra in un punto chiamato *fuoco* o *ipocentro* del terremoto. Il punto sulla superficie terrestre che si trova radialmente sopra all'ipocentro è chiamato *epicentro*. Quando l'energia dal fuoco raggiunge la superficie, esso si espande lungo la superficie terrestre.

I terremoti generalmente si originano lungo una *faglia*, che è una frattura o discontinuità nella roccia al di sotto della superficie terrestre. Quando si verifica un improvviso movimento relativo tra il materiale presente su entrambi i lati della faglia, si ha un terremoto. Gli studi condotti dall'Osservatorio Geologico degli Stati Uniti hanno dimostrato una correlazione diretta tra la magnitudo di un terremoto e la dimensione delle faglie vicine. Inoltre questi studi indicano che terremoti di magnitudo alta possono durare fino a due minuti.

Ci potremmo aspettare che il rischio dei danni prodotti da un terremoto diminuisca quando ci si allontana dall'epicentro, e su lunghe distanze tale previsione è corretta. Per esempio, le strutture nel Kansas non sono affatte da terremoti che avvengono in California. In regioni vicine al terremoto, comunque, il concetto di diminuzione del rischio con la distanza non è valido. Consideriamo, per esempio, i seguenti raffronti che descrivono effetti locali e distanti prodotti da due diversi terremoti.

A proposito del terremoto di magnitudo 7.9 di Michoacàn del 19 Settembre 1985:¹ Un terremoto si è abbattuto sulla costa del Messico nello stato del Michoacàn, circa 400 chilometri a ovest di Città del Messico. Vicino alla costa, la vibrazione è stata mite ed ha causato pochi danni. Quando le onde sismiche hanno raggiunto l'entroterra, la vibrazione della terra è stata anche inferiore, e quando le onde sismiche sono arrivate a 100 chilometri da Città del Messico, la scossa si era quasi placata. Cionondimeno, le onde sismiche hanno prodotto una forte scossa nella città e alcune aree hanno continuato a tremare per diversi minuti dopo il passaggio delle onde sismiche. Circa 300 edifici sono crollati e più di 20 000 persone sono decedute.

Un terremoto di magnitudo 6.3 è avvenuto il 22 Febbraio 2011, 10 km a sud-est di Christchurch in Nuova Zelanda. Il personale di volo della guardia Nazionale Aerea di New York al momento del terremoto si trovava all'Aeroporto Internazionale di Christchurch, 12 km a nord-ovest della città e ha riferito di stare bene ed essere incolume e che l'aeroperto aveva acqua ed elettricità.

Tuttavia, consideriamo la diversa situazione verificatasi molto lontano, a circa 200 km da Christchurch:²

Il terremoto di magnitudo 6.3 ... è stato così forte da smuovere 30 milioni di tonnellate di ghiaccio dal ghiacciaio Tasman nel Parco Nazionale del Monte Cook Aoraki. I passeggeri a bordo di due barche in esplorazione sono stati colpiti da onde alte fino a 3.5 metri prodotte dalla caduta del ghiaccio nel Terminal Lake sotto il ghiacciaio Tasman sulla montagna.



Matthew Naythons/Liaison/Getty Images

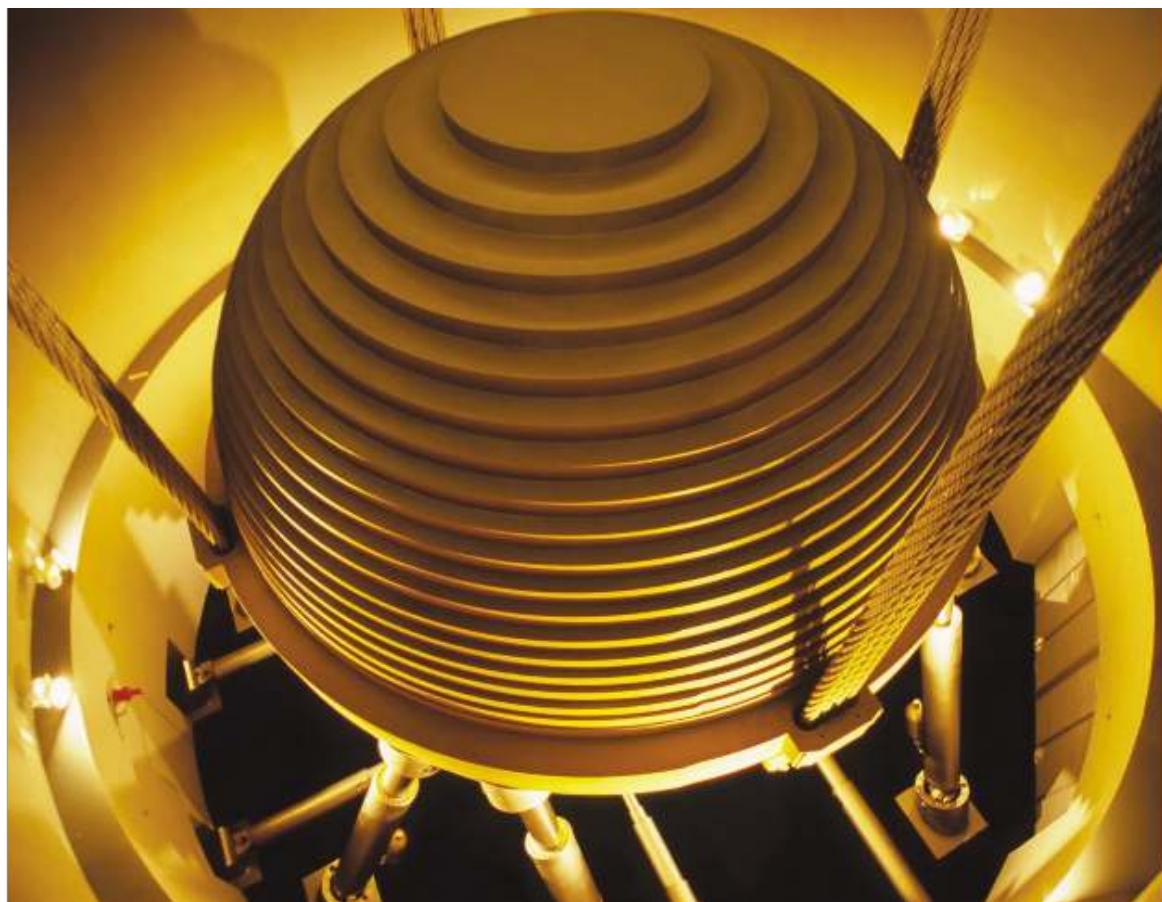
FIGURA 3 Gravi danni prodotti in circoscritte regioni di Città del Messico nel 1985 sebbene l'epicentro del terremoto di Michoacàn era ad alcune centinaia di chilometri di distanza.

È chiaro da questi raffronti che il concetto di semplice diminuzione del rischio con la distanza è fuorviante. Utilizzeremo questi raffronti come motivazioni per lo studio della fisica delle vibrazioni e delle onde per analizzare meglio il rischio di danneggiamento delle strutture in caso di un terremoto. Il nostro studio sarà anche importante quando introdurremo le onde elettromagnetiche nei Capitoli da 24 a 27. In questo Contesto, dovremo rispondere alla seguente domanda centrale:

Come scegliere la posizione e come determinare la struttura per minimizzare il rischio di danni durante un terremoto?

Moto oscillatorio

PER RIDURRE LE OSCILLAZIONI INDOTTE DAL VENTO IN EDIFICI ALTI, OPPORTUNI AMMORTIZZATORI VENGONO POSTI SULLA SOMMITÀ DEGLI EDIFICI. QUESTI MECCANISMI INCLUDONO UN OGGETTO DI GRANDE MASSA CHE OSCILLA, CONTROLLATO DA COMPUTER, ALLA STESSA FREQUENZA DELL'EDIFICIO, RIDUCENDO LE OSCILLAZIONI. LA SFERA SOSPESA DI 730 TONNELLATE, MOSTRATA NELLA FOTOGRAFIA, È PARTE DEL SISTEMA DI AMMORTIZZAZIONE DEL CENTRO FINANZIARIO DI TAIPEI, AL MOMENTO DELLA REALIZZAZIONE L'EDIFICIO PIÙ ALTO AL MONDO.



© Ranjit Doroskeiwicz/Alamy

Probabilmente conosci diversi esempi di moto *periodico*, come le oscillazioni di un oggetto collegato a una molla, il moto di un pendolo e le vibrazioni di uno strumento musicale a corda. Numerosi altri sistemi esibiscono un comportamento periodico. Per esempio, le molecole di un solido oscillano attorno alle loro posizioni di equilibrio; le onde elettromagnetiche, come le onde luminose, le onde radar e radio, sono caratterizzate da vettori campo elettrico e magnetico oscillanti; nei circuiti domestici a corrente alternata, tensione e corrente elettrica variano periodicamente con il tempo. In questo capitolo, studieremo i sistemi meccanici che sono dotati di moto periodico.

Abbiamo già incontrato diverse situazioni nelle quali la forza risultante su una particella è costante. In queste situazioni, l'accelerazione della particella è pure costante e possiamo descrivere il suo moto usando il modello di particella soggetta ad accelerazione costante e le equazioni della cinematica del Capitolo 2. Se la forza che agisce su una particella varia col tempo, anche l'accelerazione della particella varia col tempo, e le equazioni della cinematica non si possono usare.

Un particolare tipo di moto periodico avviene quando la forza che agisce su una particella è sempre diretta verso la posizione di equilibrio e proporzionale alla distanza della particella dalla posizione di equilibrio. Studieremo questo tipo particolare di forza variabile in questo capitolo. Quando questo tipo di forza agisce su una particella, essa mostra un moto armonico semplice, che ci servirà come un modello di analisi per una vasta classe di problemi sulle oscillazioni.

Moto di un corpo collegato a una molla

Come modello per il moto armonico semplice, consideriamo un blocco di massa m attaccato all'estremità di una molla con il blocco libero di muoversi su una superficie orizzontale priva di attrito (Fig. 12.1). Se la molla non è né allungata né compressa, il blocco è fermo nella posizione chiamata **posizione di equilibrio** del sistema, che noi identifichiamo come $x = 0$ (Fig. 12.1b). Sappiamo dall'esperienza che tale sistema oscilla avanti e indietro se perturbato dalla sua posizione di equilibrio.

Possiamo comprendere qualitativamente il moto oscillante del blocco nella Figura 12.1 ricordando anzitutto che quando il blocco viene portato in una posizione x , la molla esercita sul blocco una forza che è proporzionale alla posizione ed è data dalla **legge di Hooke** (si veda il Paragrafo 6.4):

LEGGE DI HOOKE

$$F_s = -kx$$

12.1◀

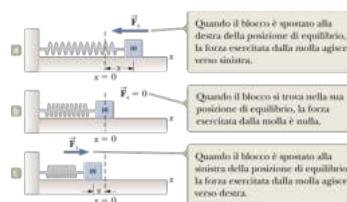
Chiamiamo F_s **forza di richiamo** poiché essa è sempre diretta verso la posizione di equilibrio e quindi si oppone allo spostamento del blocco dall'equilibrio. Cioè, quando il blocco è spostato a destra di $x = 0$ nella Figura 12.1a, la posizione è positiva e la forza di richiamo è diretta verso sinistra. Quando il blocco è spostato alla sinistra di $x = 0$ come in Figura 12.1c, la posizione è negativa e la forza di richiamo è diretta verso destra.

Quando il blocco è spostato dalla posizione di equilibrio ed è lasciato libero di muoversi, la particella è soggetta a una forza risultante e ha quindi un'accelerazione. Applicando la seconda legge di Newton al moto del blocco e prendendo dall'Equazione 12.1 la forza risultante nella direzione x , otteniamo:

$$-kx = ma_x$$

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

12.2◀



Prevenire le insidie | 12.1 L'orientamento della molla

La Figura 12.1 mostra una molla orizzontale con attaccato un blocco che scivola su una superficie priva di attrito. Un'altra possibilità è un blocco appeso a una molla verticale. Tutti i risultati che discuteremo per molle orizzontali saranno validi per molle verticali, eccezion fatta per una sola cosa: quando il blocco è appeso a una molla verticale, il suo peso determina un allungamento della molla. Se la posizione del blocco a riposo è definita come $x = 0$, i risultati di questo capitolo si applicano anche a questo sistema verticale.

FIGURA 12.1 Un blocco attaccato a una molla si muove su una superficie priva di attrito.

Cioè, l'accelerazione del blocco è proporzionale alla sua posizione e il verso dell'accelerazione è opposto a quello dello spostamento del blocco dal punto di equilibrio. Si dice che sistemi che si comportano in questo modo esibiscono un **moto armonico semplice**. Un corpo si muove di moto armonico semplice quando la sua accelerazione è proporzionale alla sua posizione ed ha verso opposto allo spostamento rispetto alla posizione di equilibrio. Se il blocco nella Figura 12.1 è spostato nella posizione $x = A$ e rilasciato da fermo, la sua accelerazione *iniziale* è $-kA/m$. Quando il blocco passa per la posizione di equilibrio $x = 0$, la sua accelerazione è nulla. In quell'istante, il modulo della sua velocità è massimo poiché l'accelerazione cambia di segno. Il blocco allora continua a muoversi a sinistra della sua posizione di equilibrio con una accelerazione positiva e infine raggiunge la posizione $x = -A$; in tale istante, la sua accelerazione è $+kA/m$ e la sua velocità è di nuovo nulla come discusso nei Paragrafi 6.4 e 6.6. Il blocco completa un intero ciclo del suo moto ritornando alla posizione iniziale, passando ancora per $x = 0$ con velocità massima. Quindi, il blocco oscilla fra i due punti di inversione $x = \pm A$. In assenza di attrito, poiché la forza esercitata dalla molla è conservativa, questo moto ideale continuerà per sempre. I sistemi reali sono generalmente soggetti

all'attrito, e quindi non possono oscillare per sempre. Esploreremo i dettagli del caso in cui agisce l'attrito nel Paragrafo 12.6.

QUIZ RAPIDO 12.1

Un blocco all'estremità di una molla è tirato fino alla posizione $x = A$ e rilasciato. In un intero ciclo del suo moto, qual è la distanza totale che percorre? **(a)** $A/2$ **(b)** A **(c)** $2A$ **(d)** $4A$

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Modello di analisi: particella in moto armonico semplice

Il moto descritto nel paragrafo precedente è così frequente che per descrivere simili situazioni introduciamo il modello di una **particella in moto armonico semplice**. Per sviluppare una rappresentazione matematica di questo modello, sceglieremo generalmente x come l'asse lungo il quale avviene l'oscillazione; quindi eviteremo il pedice x nella notazione che useremo nella discussione. Ricordiamo che, per definizione, $a = dv/dt = d^2x/dt^2$, e quindi possiamo esprimere l'Equazione 12.2 come

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad 12.3$$

Se sostituiamo il rapporto k/m con il simbolo ω^2 (sceglio ω^2 invece di ω per rendere la soluzione in una forma più semplice), abbiamo

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad 12.4$$

e l'Equazione 12.3 si può scrivere nella forma

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x \quad 12.5$$

Troviamo ora una soluzione matematica dell'Equazione 12.5, cioè, una funzione $x(t)$ che soddisfi l'equazione differenziale del secondo ordine e rappresenti matematicamente la posizione della particella in funzione del tempo. Cerchiamo una funzione $x(t)$ la cui derivata seconda sia uguale alla funzione stessa originaria di segno negativo e moltiplicata per ω^2 . Le funzioni trigonometriche seno e coseno si comportano proprio così, pertanto possiamo costruire una soluzione considerando una delle due o entrambe. La funzione coseno che segue è una soluzione dell'equazione differenziale:

POSIZIONE IN FUNZIONE DEL TEMPO DI UNA PARTICELLA NEL MOTO ARMONICO SEMPLICE

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad 12.6$$

dove A , ω , e ϕ sono delle costanti. Per dimostrare esplicitamente che questa soluzione soddisfa l'Equazione 12.5, si noti che

$$\frac{dx}{dt} = A \frac{d}{dt} \cos(\omega t + \phi) = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad 12.7$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega A \frac{d}{dt} \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad 12.8$$

Prevenire le insidie | 12.2 Un'accelerazione non costante

L'accelerazione di una particella in moto armonico semplice non è costante. L'Equazione 12.3 mostra che la sua accelerazione varia con la posizione x . Quindi, non possiamo applicare le equazioni della cinematica del Capitolo 2 in questa situazione.

Prevenire le insidie | 12.3 Dove è il triangolo?

L'Equazione 12.6 include una funzione trigonometrica, una funzione che può essere usata sia in relazione ai triangoli che non. In questo caso, la funzione coseno ha il comportamento giusto per descrivere la posizione di una particella in moto armonico semplice.

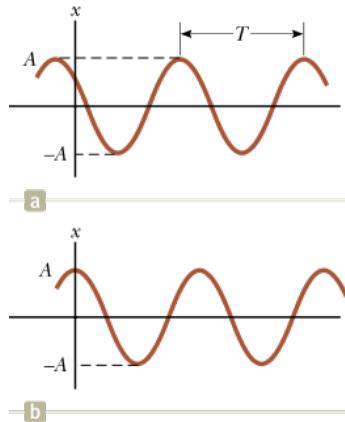


FIGURA 12.2 (a) Un grafico x - t per una particella soggetta a moto armonico semplice. L'ampiezza del moto è A e il periodo (definito nell'Eq. 12.10) è T . (b) Il grafico x - t per il caso particolare in cui $x = A$ a $t = 0$ e quindi $\Phi = 0$.

Confrontando le Equazioni 12.6 e 12.8, vediamo che $d^2x/dt^2 = -\omega^2x$ e l'Equazione 12.5 è soddisfatta.

I parametri A , ω , e Φ sono costanti del moto. Per dare significato fisico a queste costanti, è conveniente predisporre una rappresentazione grafica del moto disegnando un grafico di x in funzione di t , come in Figura 12.2a. Per prima cosa notiamo che A , detta **ampiezza** del moto, è semplicemente il valore massimo della posizione della particella nella direzione x sia positiva che negativa. La costante ω si chiama **frequenza angolare** e ha unità¹ di radianti al secondo (rad/s). Essa è una misura della rapidità con cui si verificano le oscillazioni; maggiore è il numero di oscillazioni nell'unità di tempo, più alto è il valore di ω . Dall'Equazione 12.4, la frequenza angolare è

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

12.9 ◀

¹Nei capitoli precedenti abbiamo visto molti esempi in cui abbiamo valutato funzioni trigonometriche di un angolo. L'argomento di una funzione trigonometrica come seno o coseno *deve* essere un numero puro. Il radiante è un numero puro in quanto è definito come rapporto tra lunghezze. Gli angoli espressi in gradi sono numeri puri in quanto il grado è un'unità artificiale non legata a misure di lunghezze. L'argomento della funzione trigonometrica nell'Equazione 12.6 deve essere un numero puro. Quindi ω *deve* essere espresso in radianti al secondo (e non, per esempio, in giri al secondo) se t è espresso in secondi. Inoltre, altri tipi di funzioni come logaritmi ed esponenziali richiedono argomenti che sono numeri puri.

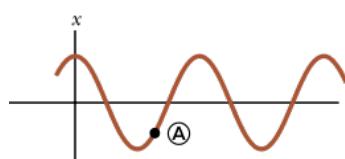


FIGURA 12.3 (Quiz rapido 12.2) Un grafico x - t per una particella che si muove di moto armonico semplice. In un istante particolare, la posizione della particella è indicata da A nel grafico.

L'angolo costante Φ si chiama **costante di fase** (o angolo di fase iniziale) e, insieme con l'ampiezza A , è determinato unicamente dalla posizione e dalla velocità della particella a $t = 0$. Se la particella si trova nella sua posizione massima $x = A$ a $t = 0$, la costante di fase è $\Phi = 0$ e la rappresentazione grafica del moto è mostrata nella Figura 12.2b. La quantità $(\omega t + \Phi)$ è detta **fase** del moto. Si noti che la funzione $x(t)$ è periodica e il suo valore è lo stesso ogni volta che ωt aumenta di 2π radianti.

Le Equazioni 12.1, 12.5 e 12.6 formano la base per il modello di analisi del moto armonico semplice. Possiamo essere certi che una particella si muove di moto armonico semplice e che la posizione di una particella è descritta dall'Equazione 12.6 se stiamo analizzando una situazione e troviamo che la forza agente su una particella ha la forma matematica dell'Equazione 12.1. Se analizzando un sistema si trova che è descritto da un'equazione differenziale avente la forma dell'Equazione 12.5, il moto è quello di un oscillatore armonico semplice. Se analizzando un sistema si trova che la posizione di una particella è descritta dall'Equazione 12.6, allora la particella descrive un moto armonico semplice.

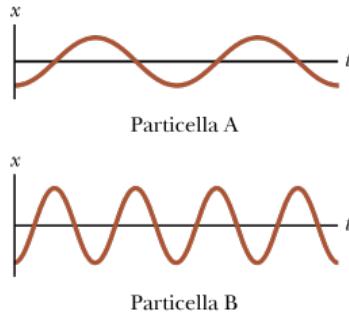


FIGURA 12.4 (Quiz rapido 12.3) Due grafici x - t per particelle che si muovono di moto armonico semplice. Le ampiezze e le frequenze per queste due particelle sono diverse.

QUIZ RAPIDO 12.2

Consideriamo la rappresentazione grafica (Fig. 12.3) di un moto armonico semplice, descritto matematicamente dall'Equazione 12.6. Quando la particella si trova nel punto A nel grafico, cosa puoi dire della sua posizione e velocità? (a) Sono entrambe positive. (b) Sono entrambe negative. (c) La posizione è positiva, la velocità zero. (d) La posizione è negativa e la velocità è zero. (e) La posizione è positiva e la velocità è negativa. (f) La posizione è negativa, la velocità positiva.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 12.3

La Figura 12.4 mostra due curve che rappresentano particelle soggette a moto armonico semplice. La descrizione corretta di questi due moti implica che il moto armonico semplice della particella B sia (a) di frequenza angolare maggiore e di ampiezza maggiore di quella della particella A, (b) di frequenza angolare maggiore e di minore ampiezza rispetto a quella della particella A, (c) di minore frequenza angolare e di maggiore ampiezza di quella della particella A o (d) di minore frequenza angolare e di minore ampiezza di quella della particella A.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Approfondiamo ulteriormente la descrizione matematica del moto armonico semplice. Il **periodo** T del moto è il tempo necessario alla particella per compiere un ciclo completo del suo moto (Fig. 12.2a). Cioè, i valori di x e v per la particella al tempo t sono uguali ai valori di x e v al tempo $t + T$. Siccome la fase aumenta di 2π radianti nell'intervallo di tempo T ,

$$[\omega(t + T) + \phi] - (\omega t + \phi) = 2\pi$$

Semplificando questa espressione, vediamo che $\omega T = 2\pi$, ossia

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

12.10◀

L'inverso del periodo si chiama **frequenza** f del moto. Mentre il periodo è l'intervallo di tempo per una oscillazione, la frequenza rappresenta il numero di oscillazioni che la particella compie nell'unità di tempo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

12.11◀

Le unità di f sono i cicli per secondo, o **hertz** (Hz). Riordinando l'Equazione 12.11 abbiamo

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

12.12◀

Possiamo usare le Equazioni da 12.9 a 12.11 per esprimere il periodo e la frequenza del moto di una particella in moto armonico semplice in funzione delle caratteristiche m e k del sistema come

Prevenire le insidie | 12.4 Due tipi di frequenza

Per un moto armonico semplice, consideriamo due tipi di frequenza: f , detta semplicemente frequenza, misurata in hertz, e ω , la frequenza angolare, misurata in radianti per secondo. Cerca di aver sempre chiaro di quale frequenza si parla o quale frequenza è richiesta in un dato problema. Le Equazioni 12.11 e 12.12 mostrano le relazioni tra le due frequenze.

PERIODO

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

12.13◀

FREQUENZA

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

12.14◀

Cioè, il periodo e la frequenza dipendono *soltanto* dalla massa della particella e dalla costante elastica della molla, e *non* dipendono dai parametri del moto, come A oppure Φ . Come ci si può aspettare, la frequenza è maggiore per una molla più rigida (più alto valore di k) e minore quando aumenta la massa della particella.

Possiamo ottenere la velocità e l'accelerazione² di una particella sottoposta a un moto armonico semplice dalle Equazioni 12.7 e 12.8:

VELOCITÀ DI UNA PARTICELLA IN MOTO ARMONICO SEMPLICE

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

12.15◀

ACCELERAZIONE DI UNA PARTICELLA NEL MOTO ARMONICO SEMPLICE

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

12.16◀

Dall'Equazione 12.15 vediamo che, poiché le funzioni seno e coseno oscillano fra ± 1 , i valori estremi di v sono $\pm \omega A$. Similmente, l'Equazione 12.16 ci dice che i valori estremi

dell'accelerazione sono $\pm \omega^2 A$. Quindi, i valori *massimi* della velocità e dell'accelerazione sono

VALORI MASSIMI DI VELOCITÀ E ACCELERAZIONE DI UNA PARTICELLA IN MOTO ARMONICO SEMPLICE

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A \quad 12.17 \blacktriangleleft$$

$$a_{\max} = \omega^2 A = \frac{k}{m} A \quad 12.18 \blacktriangleleft$$

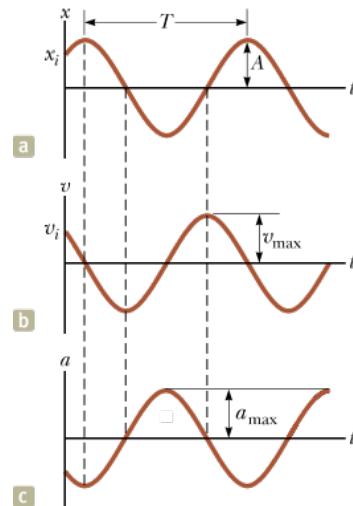


FIGURA 12.5 Rappresentazione grafica del moto armonico semplice. (a) Posizione in funzione del tempo. (b) Velocità in funzione del tempo. (c) Accelerazione in funzione del tempo. Si noti che ad ogni istante la velocità ha una differenza di fase di 90° rispetto alla posizione e l'accelerazione ha una differenza di fase di 180° rispetto alla posizione.

La Figura 12.5a è un grafico della posizione in funzione del tempo per un valore arbitrario della costante di fase. Le curve associate velocità-tempo e accelerazionetempo sono illustrate nelle Figure 12.5b e 12.5c rispettivamente. Esse mostrano che la fase della velocità differisce dalla fase della posizione di $\pi/2$ rad, ossia 90° . Cioè, quando x è un massimo o un minimo, la velocità è zero. Analogamente, quando x è zero, la velocità è massima. Inoltre, si noti che la fase dell'accelerazione differisce dalla fase della posizione di π radianti, ossia 180° . Per esempio, quando x è in un massimo, a è in un massimo nel verso opposto.

QUIZ RAPIDO 12.4

Un corpo di massa m è appeso ad una molla e messo in oscillazione. Il periodo dell'oscillazione è misurato e registrato come T . Il corpo di massa m è rimosso e sostituito da un corpo di massa $2m$. Quando il corpo è messo in oscillazione, qual è il periodo del suo moto? (a) $2T$ (b) \checkmark (c) $2T$ (d) $T/\sqrt{2}$ (e) $T/2$

VISUALIZZA SOLUZIONE

L'Equazione 12.6 descrive il moto armonico semplice di una particella in generale. Vediamo ora come calcolare le costanti del moto. La frequenza angolare ω si calcola usando l'Equazione 12.9. Le costanti A e Φ si calcolano dalle condizioni iniziali, cioè, lo stato dell'oscillatore a $t = 0$.

Supponiamo di far iniziare il moto tirando il blocco fino a una distanza A dalla posizione di equilibrio e di rilasciarlo da fermo a $t = 0$, come in Figura 12.6. Bisogna allora che le nostre soluzioni per $x(t)$ e $v(t)$ (Eqq. 12.6 e 12.15) obbediscano alle condizioni iniziali $x(0) = A$ e $v(0) = 0$:

$$x(0) = A \cos \phi = A$$

$$v(0) = -\omega A \sin \phi = 0$$

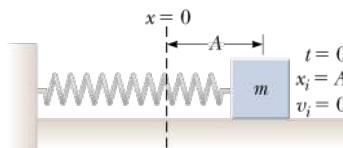


FIGURA 12.6 Un sistema bloccomolla che inizia il suo moto da fermo con il blocco in $x = A$ al tempo $t = 0$.

Queste condizioni sono soddisfatte se scegliamo $\Phi = 0$, dando $x = A \cos \omega t$ come nostra soluzione. Per provare questa soluzione, notiamo che essa soddisfa la condizione $x(0) = A$, poiché $\cos 0 = 1$.

I grafici di posizione, velocità e accelerazione in funzione del tempo per questo caso particolare sono in Figura 12.7a. L'accelerazione raggiunge i suoi valori estremi.² Poiché il moto di un oscillatore armonico semplice avviene in una dimensione, indicheremo la velocità con v e l'accelerazione con a , mentre il verso sarà indicato dal segno positivo o negativo, come nel Capitolo 2.

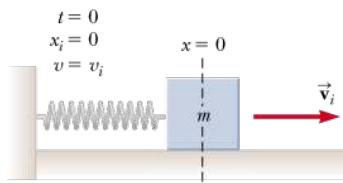


FIGURA 12.8 Il sistema blocco-molla è in oscillazione e $t = 0$ è definito come l'istante in cui il blocco passa attraverso la posizione di equilibrio $x = 0$ e si muove verso destra con velocità v_i .

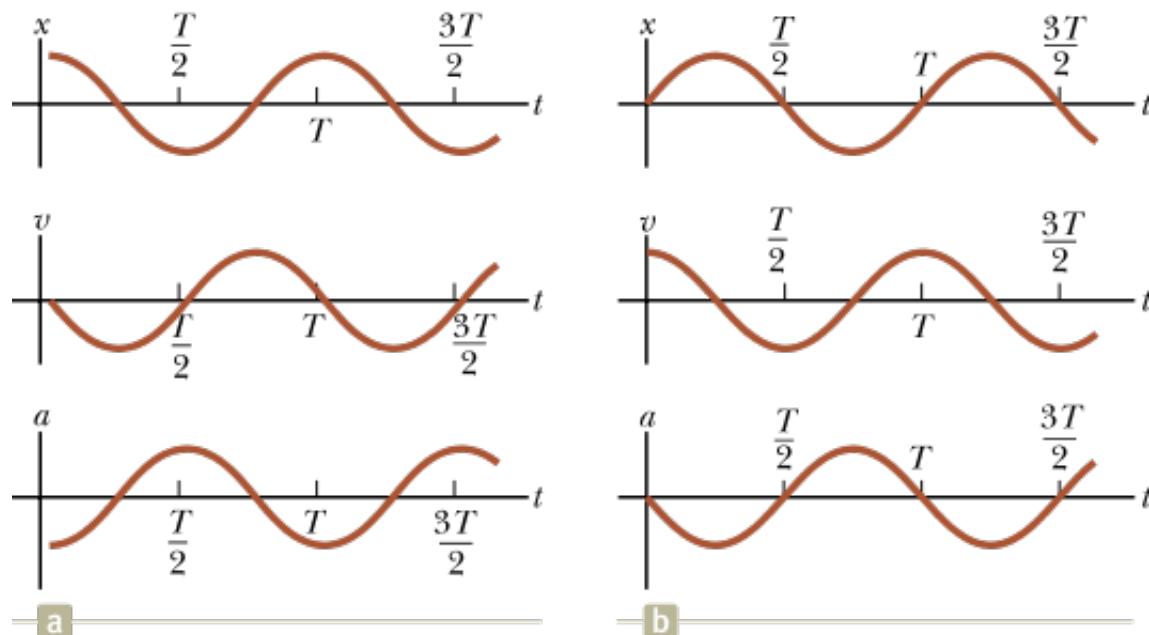


FIGURA 12.7 (a) Posizione, velocità e accelerazione in funzione del tempo per il blocco in Figura 12.6 per le condizioni iniziali a $t = 0$, $x(0) = A$ e $v(0) = 0$. (b) Posizione, velocità e accelerazione in funzione del tempo per il blocco in Figura 12.8 per le condizioni iniziali a $t = 0$, $x(0) = 0$ e $v(0) = v_i$.

di $\mp \omega^2 A$ quando la posizione ha i suoi valori estremi di $\pm A$. Inoltre, la velocità ha i suoi valori estremi di $\pm \omega A$, quando $x = 0$. Quindi, la soluzione quantitativa concorda con la nostra descrizione qualitativa del sistema.

Consideriamo un'altra possibilità. Supponiamo che il sistema stia oscillando e di definire $t = 0$ l'istante in cui il blocco passa per la posizione distesa della molla muovendosi verso

destra (Fig. 12.8). Dobbiamo allora richiedere che la nostra soluzione per $x(t)$ e $v(t)$ obbedisca alle condizioni iniziali $x(0) = 0$ e $v(0) = v_i$:

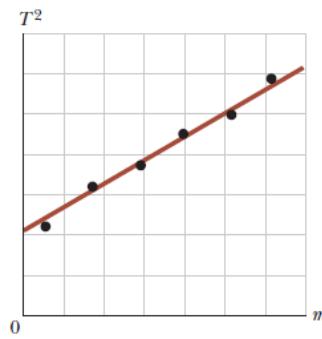


FIGURA 12.9 (Fisica ragionata 12.1) Grafico dei dati sperimentali: il quadrato del periodo in funzione della massa del blocco in un sistema blocco-molla.

$$x(0) = A \cos \phi = 0$$

$$v(0) = -\omega A \sin \phi = v_i$$

La prima di queste condizioni ci dice che $\Phi = \pm \pi/2$. Con questo valore di Φ , la seconda condizione ci dice che $A = \mp v_i/\omega$. Poiché la velocità iniziale è positiva e l'ampiezza deve essere positiva, dobbiamo avere che $\Phi = -\pi/2$. Quindi, la soluzione è data da:

$$x = \frac{v_i}{\omega} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

La Figura 12.7b mostra i grafici di posizione, velocità e accelerazione in funzione del tempo per questa scelta di $t = 0$. Si noti che queste curve sono le stesse di quelle in Figura 12.7a, ma spostate verso destra di un quarto di ciclo. Ciò è descritto matematicamente dalla costante di fase $\Phi = -\pi/2$, che è un quarto di un ciclo completo di 2π .

FISICA RAGIONATA 12.1

Sappiamo che il periodo di oscillazione di un oggetto attaccato a una molla è proporzionale alla radice quadrata della massa dell'oggetto (Eq. 12.13). Quindi, se facciamo un esperimento nel quale attacchiamo oggetti di masse diverse all'estremità di una molla e misuriamo il periodo di oscillazione di ciascun sistema corpo-molla, il grafico del quadrato del periodo in funzione della massa risulterà una linea retta, come è suggerito dalla Figura 12.9. Ma troviamo che la linea retta non passa dall'origine. Perché?

Ragionamento La ragione per cui la retta non passa dall'origine è che la stessa molla ha massa. Quindi, l'inerzia alle variazioni di moto del sistema è una combinazione della massa dell'oggetto all'estremità della molla e della massa oscillante della molla a spirale. L'intera massa della molla, tuttavia, non oscilla allo stesso modo. La spira della molla attaccata all'oggetto oscilla con la stessa ampiezza dell'oggetto, mentre la spira all'estremità opposta della molla non oscilla affatto. Per una molla cilindrica, si possono usare considerazioni energetiche per dimostrare che l'effettiva massa addizionale che rappresenta l'oscillazione della molla è un terzo della massa della molla. Il quadrato del periodo è proporzionale alla massa totale oscillante, ma il grafico in Figura 12.9 mostra il quadrato del periodo in funzione soltanto della massa dell'oggetto. Un grafico del quadrato del periodo in funzione della massa totale (massa dell'oggetto attaccato alla molla più l'effettiva massa oscillante della molla) passerebbe dall'origine.

Esempio 12.1 Un sistema blocco-molla

Un blocco di massa 200 g è collegato a una molla di massa trascurabile, di costante elastica 5.00 N/m ed è libero di oscillare su un piano orizzontale privo di attrito. Il blocco parte da fermo in una posizione a 5.00 cm dall'equilibrio, come in Figura 12.6.

(A) Trovare il periodo del suo moto.

(B) Si determini la massima velocità del blocco.

(C) Qual è la massima accelerazione del blocco?

(D) Esprimiamo la posizione, velocità e accelerazione in funzione del tempo nelle unità SI.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 12.2 Attenzione alle buche!

Un'auto di massa 1 300 kg è costruita in modo che la sua struttura sia sostenuta da quattro molle. Ciascuna molla ha una forza costante elastica di 20 000 N/m. Due persone a bordo dell'auto hanno una massa complessiva di 160 kg. Calcolare la frequenza di vibrazione dell'auto dopo che ha incontrato una buca nella strada e l'auto oscilla verticalmente.

E se...?

Supponiamo che l'auto si fermi su un lato della strada e le due persone escano dall'auto. Una di esse preme sull'auto verso il basso e la lascia libera sicché inizia a oscillare verticalmente. La frequenza dell'oscillazione è la stessa che abbiamo appena calcolato?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Energia di un oscillatore armonico semplice

Esaminiamo l'energia meccanica di un sistema in cui una particella si muove di moto armonico semplice, come il sistema blocco-molla illustrato nella Figura 12.1. Poiché la superficie è priva d'attrito, il sistema è isolato e l'energia meccanica totale del sistema è costante. Trascuriamo la massa della molla, sicché l'energia cinetica del sistema è solo quella del blocco. Usiamo l'Equazione 12.15 per esprimere l'energia cinetica del blocco come

ENERGIA CINETICA DI UN OSCILLATORE ARMONICO SEMPLICE

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \operatorname{sen}^2(\omega t + \phi)$$

12.19◀

L'energia potenziale elastica immagazzinata nella molla per ogni allungamento x è data da $\frac{1}{2}kx^2$ (si veda Eq. 6.22). Usando l'Equazione 12.6 abbiamo

ENERGIA POTENZIALE DI UN OSCILLATORE ARMONICO SEMPLICE

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

12.20◀

Vediamo che K e U sono *sempre* grandezze positive o nulle. Siccome $\omega^2 = k/m$, possiamo esprimere l'**energia totale** dell'oscillatore armonico semplice come

$$E = K + U = \frac{1}{2}kA^2[\operatorname{sen}^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)]$$

Dall'identità $\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, questa equazione si riduce a

ENERGIA TOTALE DI UN OSCILLATORE ARMONICO SEMPLICE

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

12.21◀

Cioè, l'energia meccanica totale di un oscillatore armonico semplice isolato è una costante del moto ed è proporzionale al quadrato dell'ampiezza. L'energia meccanica totale è uguale all'energia potenziale massima immagazzinata nella molla quando

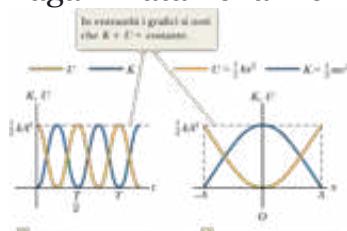


FIGURA 12.10 (a) Energia cinetica e potenziale in funzione del tempo per un oscillatore armonico semplice con $\Phi = 0$. (b) Energia cinetica e potenziale in funzione della posizione per un oscillatore armonico semplice.

$x = \pm A$ perché $v = 0$ in questi punti e non c'è energia cinetica. Nella posizione di equilibrio, dove $U = 0$ perché $x = 0$, l'energia totale è tutta sotto forma di energia cinetica della particella e pari nuovamente a $\frac{1}{2}kA^2$. I grafici delle energie cinetica e potenziale in funzione del tempo appaiono nella Figura 12.10a dove abbiamo preso $\Phi = 0$. Ad ogni istante la somma delle energie cinetica e potenziale è costante e pari a $\frac{1}{2}kA^2$, l'energia totale del sistema.

Le variazioni di K e U con la posizione x del blocco sono rappresentate nel grafico della Figura 12.10b. L'energia si trasforma continuamente da energia potenziale immagazzinata nella molla ed energia cinetica del blocco.

La Figura 12.11 illustra la posizione, la velocità, l'accelerazione, l'energia cinetica e l'energia potenziale del sistema particella-molla per un periodo completo del moto. Questa importante figura riassume la maggior parte delle idee discusse finora per il moto armonico semplice. Suggeriamo pertanto di studiarla attentamente.

Infine, possiamo usare l'espressione della conservazione dell'energia meccanica per ottenere la velocità per una posizione arbitraria x della particella, esprimendo l'energia totale come

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

e poi ricavando v :

VELOCITÀ IN FUNZIONE DELLA POSIZIONE PER UNA PARTICELLA IN MOTO ARMONICO SEMPLICE

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad 12.22$$

Questa equazione verifica la proprietà che la velocità è massima in $x = 0$ ed è zero nei punti di inversione $x = \pm A$.

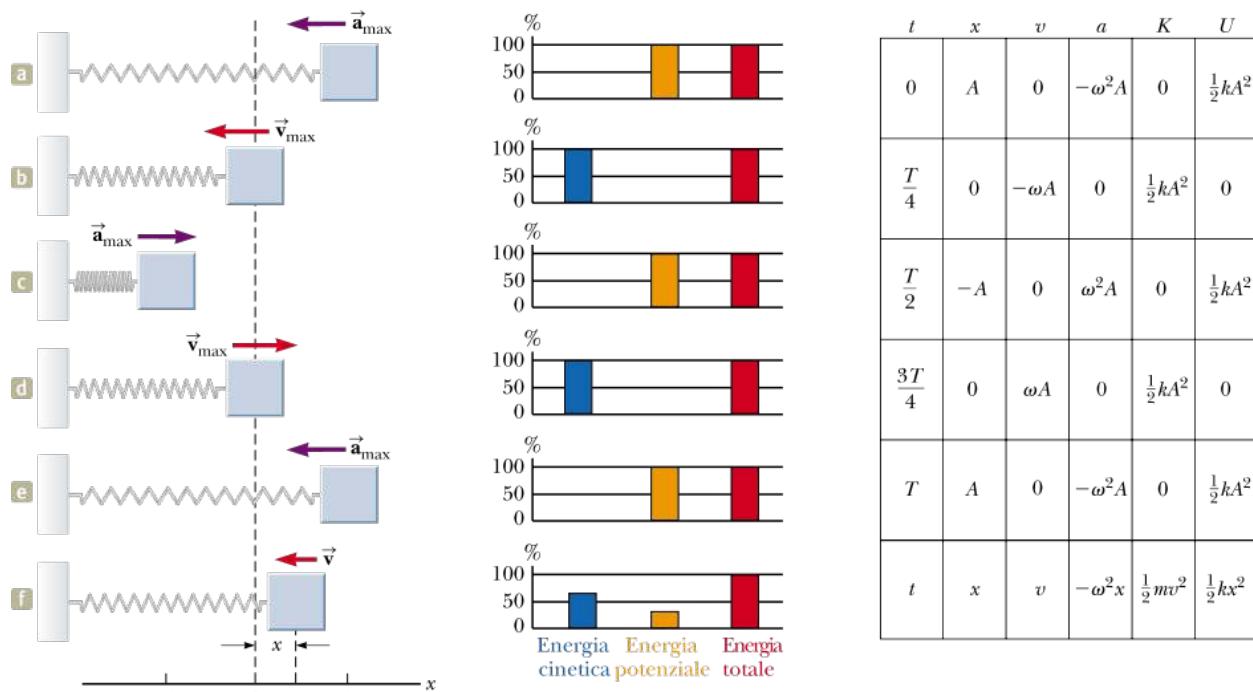


FIGURA 12.11 Da (a) a (e) Alcuni istanti del moto armonico semplice per un sistema blocco-molla. Il grafico a barre per l'energia mostra la distribuzione dell'energia del sistema in ogni istante. I parametri nella tabella a destra si riferiscono al sistema blocco-molla, assumendo che $x = A$ a $t = 0$; da cui $x = A \cos \omega t$. Per questi cinque istanti particolari, uno dei tipi di energia è nulla. (f) Un punto arbitrario del moto dell'oscillatore. Il sistema possiede sia l'energia cinetica che potenziale in questo istante come mostra il grafico a barre.

FISICA RAGIONATA 12.2

Un oggetto che oscilla all'estremità di una molla orizzontale scivola avanti e indietro su una superficie priva di attrito. Durante una oscillazione, posiziona un oggetto identico nel punto di massimo spostamento e spalmi sulla sua superficie una colla a rapida adesione. Appena l'oggetto oscillante raggiunge il suo massimo spostamento e si trova istantaneamente fermo, esso aderisce

all'altro oggetto tramite la colla e le due masse continuano a oscillare insieme. Varierà il periodo di oscillazione? Varierà l'ampiezza di oscillazione? Varierà l'energia dell'oscillazione?

Ragionamento Il periodo di oscillazione varia, poiché il periodo dipende dalla massa oscillante (Eq. 12.13). L'ampiezza non varia. Poiché il nuovo oggetto è stato aggiunto quando l'oggetto originario era fermo, anche l'insieme dei due oggetti è fermo in questo punto, definendo un'ampiezza uguale a quella dell'originaria oscillazione. Anche l'energia non varia. Nel punto di massimo spostamento, l'energia è tutta nella forma di energia potenziale immagazzinata nella molla, che dipende soltanto dalla costante elastica e dall'ampiezza, non dalla massa dell'oggetto. L'oggetto di massa aumentata passerà dalla posizione di equilibrio con una velocità minore di quella dell'oscillazione originaria, ma con la stessa energia cinetica. Un altro modo di affrontare la cosa è di pensare come possa essersi trasferita energia nel sistema oscillante: non si è compiuto alcun lavoro sul sistema (nessuna altra forma di energia è stata trasferita), cosicché l'energia del sistema non può essere variata.

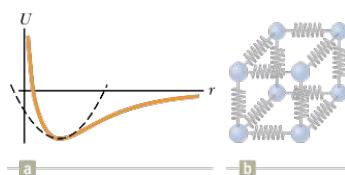


FIGURA 12.12 (a) Se gli atomi in una molecola non si muovono troppo lontani dalle loro posizioni di equilibrio, il grafico dell'energia potenziale in funzione della distanza di separazione degli atomi è simile al grafico dell'energia potenziale in funzione della posizione per un oscillatore armonico semplice (curva nera tratteggiata). (b) Le forze tra gli atomi in un solido possono essere descritte schematicamente come molle agenti tra atomi contigui.

Potresti chiederti perché stiamo dedicando così tanto tempo allo studio degli oscillatori armonici semplici. Lo facciamo perché essi costituiscono modelli efficaci per la descrizione di una grande varietà di fenomeni fisici. Per esempio, ricordiamo il potenziale di Lennard-Jones discusso nell'Esempio 6.9. Questa complicata funzione descrive la forza che tiene insieme gli atomi. La Figura 12.12a mostra che per piccoli spostamenti dalla posizione di equilibrio, la curva dell'energia potenziale per questa funzione può essere approssimata a una parabola, che descrive la funzione energia potenziale per un oscillatore armonico semplice. Quindi, possiamo descrivere schematicamente le complesse forze atomiche di legame come dovute a sottili molle, come illustrato in Figura 12.12b.

Le idee presentate in questo capitolo non si applicano solo a sistemi blocco-molla e atomi ma anche a un'ampia varietà di situazioni quali il bungee jumping, il suonare uno strumento musicale e vedere la luce emessa da un laser. Incontreremo molti altri esempi di oscillatori armonici semplici in questo libro.

Esempio 12.3 Oscillazioni su una superficie orizzontale

Un carrello di 0.500 kg attaccato a una molla leggera di costante elastica 20.0 N/m oscilla su una pista orizzontale priva di attrito.

(A) Calcolare la massima velocità del carrello se l'ampiezza del moto è 3.00 cm.

(B) Qual è la velocità del carrello quando la sua posizione è 2.00 cm?

(C) Calcolare l'energia cinetica e potenziale del sistema quando la posizione del carrello è $x = 2.00$ cm.

E se...?

Il carrello in questo esempio potrebbe essere stato messo in moto da fermo a partire dalla posizione $x = 3.00$ cm. Che cosa succederebbe se il carrello fosse lasciato libero di muoversi a partire dalla stessa posizione ma con una velocità iniziale $v = -0.100$ m/s? Quali sono la nuova ampiezza del carrello e la sua velocità massima?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Il pendolo semplice

Quando θ è piccolo, il moto del pendolo semplice può essere descritto schematicamente come il moto armonico semplice attorno alla posizione di equilibrio $\theta = 0$.

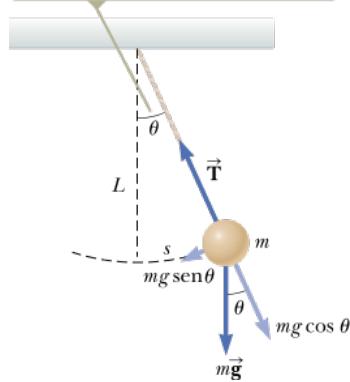


FIGURA 12.13 Un pendolo semplice.

Il **pendolo semplice** è un altro sistema meccanico che si muove di moto periodico. Esso consiste di un punto materiale di massa m , sospeso a un filo leggero di lunghezza L , la cui estremità superiore è fissata come in Figura 12.13. Per un oggetto reale, purché la dimensione dell'oggetto sia piccola rispetto alla lunghezza del filo, il pendolo può essere assimilato a un pendolo semplice, cioè al modello della particella. Quando l'oggetto pendente è tirato lateralmente e poi lasciato libero di muoversi, esso oscilla intorno al punto più basso, che è la posizione di equilibrio. Il moto avviene in un piano verticale ed è determinato dalla forza di gravità.

Le forze agenti sull'oggetto sono la forza \vec{T} , agente lungo il filo, e la forza di gravità $m\vec{g}$. La componente tangenziale della forza di gravità, $m\vec{g}\sin\theta$, agisce sempre verso $\theta = 0$, opposta allo spostamento. Quindi, la forza gravitazionale agisce come una forza di richiamo e possiamo usare la seconda legge di Newton per scrivere l'equazione del moto nella direzione tangenziale come

$$F_t = ma_t \rightarrow -mg\sin\theta = m\frac{d^2s}{dt^2}$$

dove s è la posizione misurata lungo l'arco in Figura 12.13, e il segno meno indica che F_t agisce verso la posizione di equilibrio. Poiché $s = L\theta$ (Eq. 10.1a) ed L è costante, questa equazione si riduce a

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta$$

Considerando θ come la posizione, confrontiamo questa equazione con l'Equazione 12.5, che ha una forma matematica simile ma non identica. Il secondo membro è proporzionale a $\sin\theta$ piuttosto che a θ ; quindi concludiamo che il moto *non* è un

TABELLA 6.1 | Angoli e seno degli angoli

Angolo in gradi	Angolo in radianti	Seno dell'angolo	Differenza relativa
0°	0.000 0	0.000 0	0.0%
1°	0.017 5	0.017 5	0.0%
2°	0.034 9	0.034 9	0.0%
3°	0.052 4	0.052 3	0.0%
5°	0.087 3	0.087 2	0.1%
10°	0.174 5	0.173 6	0.5%
15°	0.261 8	0.258 8	1.2%
20°	0.349 1	0.342 0	2.1%
30°	0.523 6	0.500 0	4.7%

moto armonico semplice poiché esso non ha la forma dell'Equazione 12.5. Tuttavia, se si assume che θ sia *piccolo* (minore di circa 10° o 0.2 rad), possiamo usare il modello semplificato detto **approssimazione per piccoli angoli** in cui $\sin \theta \approx \theta$, con θ misurato in radianti. La Tabella 12.1 mostra gli angoli in gradi e radianti, e il seno di questi angoli. Fino a quando θ è minore di circa 10° , l'angolo espresso in radianti e il suo seno sono uguali, almeno entro un'accuratezza inferiore all'1.0%.

Quindi, per piccoli angoli, l'equazione del moto diventa

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta \quad \text{12.23} \blacktriangleleft$$

Abbiamo ora un'espressione che ha la stessa forma dell'Equazione 12.5, con $\omega^2 = g/L$, per cui possiamo concludere che il moto è approssimativamente un moto armonico semplice per piccole ampiezze. Usando il modello di soluzione dell'Equazione 12.6, si può scrivere $\theta = \theta_{\max} \cos(\omega t + \Phi)$, dove θ è la *massima posizione angolare* e la frequenza angolare ω è

FREQUENZA ANGOLARE PER UN PENDOLO SEMPLICE

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \text{12.24} \blacktriangleleft$$

Il periodo del moto è

PERIODO DI UN PENDOLO SEMPLICE

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{12.25} \blacktriangleleft$$

Si vede dunque che il periodo e la frequenza angolare di un pendolo semplice che oscilla con piccoli angoli dipendono soltanto dalla lunghezza del filo e dalla accelerazione di gravità. Poiché il periodo è *indipendente* dalla massa, concludiamo che *tutti* i pendoli semplici di uguale lunghezza oscillano, nello stesso posto (per cui g è costante), con lo stesso periodo. Gli esperimenti mostrano che ciò è corretto.

Si noti l'importanza della modellizzazione in questa discussione. L'Equazione 12.23 è la rappresentazione matematica di un pendolo semplice. Questa espressione ha esattamente la stessa forma *matematica* dell'Equazione 12.5 per il blocco legato alla molla, malgrado ci siano chiare differenze *fisiche* tra i due sistemi. Anche in presenza di differenze, avendo la stessa rappresentazione matematica, possiamo immediatamente scrivere la soluzione della posizione angolare θ per il pendolo e ricavare la sua frequenza angolare ω come appare nell'Equazione 12.24. Questa è una tecnica estremamente potente, resa possibile dal fatto che stiamo costruendo un modello matematico di un sistema fisico.

Prevenire le insidie
| 12.5 Non un vero
moto armonico
semplice

Il pendolo non descrive un moto armonico semplice per qualunque angolo. Se l'angolo è inferiore a 10° il moto può essere descritto come armonico semplice.

QUIZ RAPIDO 12.5

Un pendolo a colonna fa affidamento sul periodo dell'oggetto oscillante per mantenere un tempo corretto. (i) Supponiamo che esso sia calibrato correttamente e che un bambino birichino sposti in basso l'oggetto lungo la sua asta oscillante. L'orologio (a) ritarderà, (b) anticiperà oppure (c) rimarrà esatto? (ii) Supponiamo che il pendolo a colonna sia calibrato correttamente al livello del mare e che sia poi portato sulla cima di una montagna molto alta. L'orologio (a) ritarderà, (b) anticiperà (c) rimarrà esatto?

VISUALIZZA
SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 12.3

Metti a punto due sistemi oscillanti: un pendolo semplice e un blocco appeso a una molla verticale. Regola accuratamente la lunghezza del pendolo in modo che entrambi gli oscillatori abbiano lo stesso periodo. Adesso, porta i due oscillatori sulla Luna. Essi avranno ancora lo stesso periodo? Che cosa succederà se osservi i due oscillatori in un'astronave in orbita? Assumi che la molla, quando è distesa, abbia spazio sufficiente tra le spire da poter essere compressa e allungata.

Ragionamento Il blocco appeso alla molla avrà lo stesso periodo sulla Luna e sulla Terra poiché il periodo dipende dalla massa del blocco e dalla costante elastica della molla, nessuna delle quali è variata. Il periodo del pendolo sulla Luna sarà diverso dal periodo sulla Terra poiché il periodo del pendolo dipende dal valore di g . Poiché il valore di g è minore sulla Luna di quello sulla Terra, il pendolo oscillatorà con un periodo maggiore.

Nell'astronave orbitante, il sistema blocco-molla oscillatorà con lo stesso periodo che ha sulla Terra quando esso è messo in moto, poiché il periodo non dipende dalla gravità. Il pendolo non oscillatorà per niente; se lo tiri di lato rispetto a una direzione che definisci come "verticale" e lo lasci libero di muoversi, esso rimane fermo. Poiché l'astronave è in caduta libera mentre orbita attorno alla Terra, la gravità efficace è zero, e non vi è forza di richiamo sul pendolo.

Esempio 12.4 Connesione tra lunghezza e tempo

Christian Huygens (1629-1695), il più grande orologiaio della storia, suggerì che l'unità di misura internazionale per la lunghezza poteva essere definita come la lunghezza di un pendolo semplice avente come periodo 1 s. Quanto sarebbe stata più corta la nostra unità di lunghezza se si fosse seguito il suo suggerimento?

VISUALIZZA SOLUZIONE



Il pendolo fisico

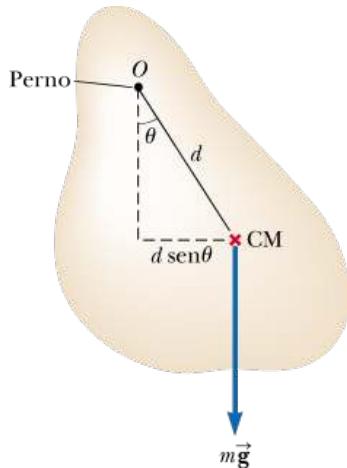


FIGURA 12.13 Un pendolo fisico incernierato nel punto O .

Supponi di tenere in equilibrio una gruccia per abiti sostenendo il gancio con il tuo dito indice. Quando sposti la gruccia di un piccolo angolo con l'altra mano e la lasci libera di muoversi, essa oscilla. Se un oggetto sospeso oscilla attorno a un asse fisso non passante per il suo centro di massa e l'oggetto non può essere approssimato come puntiforme, allora esso non può essere trattato come un pendolo semplice. In questo caso il sistema viene chiamato **pendolo fisico**.

Consideriamo un corpo rigido impennato nel punto O che dista d dal centro di massa (Fig. 12.14). La forza di gravità agisce sul corpo con un momento di torsione rispetto al punto O di modulo $mgd \sin \theta$ dove θ è mostrato in Figura 12.14. Descriviamo l'oggetto come un corpo rigido soggetto a un momento risultante e usiamo la forma rotazionale della seconda legge di Newton, $\Sigma \tau_{\text{est}} = Ia$, dove I è il momento d'inerzia del corpo rispetto a O . Si ottiene

$$-mgd \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Il segno meno indica che il momento della forza tende a far diminuire θ . Cioè, la forza di gravità produce un momento *meccanico di richiamo*. Anche in questo caso per valori di θ piccoli è valida l'approssimazione per angoli piccoli $\sin \theta \approx \theta$, e l'equazione del moto si riduce a

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{mgd}{I}\right)\theta = -\omega^2\theta \quad \text{12.26} \blacktriangleleft$$

Siccome questa equazione ha la stessa forma matematica dell'Equazione 12.5, la sua soluzione è quella dell'oscillatore armonico semplice. Cioè, la soluzione dell'Equazione 12.26 è data da $\theta = \theta_{\max} \cos(\omega t + \Phi)$, dove θ_{\max} è l'angolo massimo e la frequenza angolare è

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

Il periodo è

PERIODO DI UN PENDOLO FISICO

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

12.27

Si può usare questa relazione per misurare il momento d'inerzia di un corpo rigido planare. Se è nota la posizione del centro di massa, e quindi d , si può ottenere il momento d'inerzia misurando il periodo. Notiamo infine che l'Equazione 12.27 si riduce a quella del periodo di un pendolo semplice (Eq. 12.25) quando $I = md^2$, cioè quando tutta la massa è concentrata nel centro di massa.

Facciamo nuovamente notare quanto sia importante anche in questo caso la definizione di un modello, come discusso per il pendolo semplice. Siccome la rappresentazione matematica dell'Equazione 12.26 è identica nella forma a quella dell'Equazione 12.5, siamo stati capaci di scrivere immediatamente la soluzione per il pendolo fisico.

QUIZ RAPIDO 12.6

Due studenti, Alex e Brian, sono in un museo e osservano le oscillazioni di un pendolo con una grande massa terminale. Alex dice “Vado di nascosto vicino alla recinzione di protezione e appiccico della gomma da masticare sopra il peso terminale del pendolo, per far variare la sua frequenza di oscillazione”. Brian dice “Ciò non cambierà la frequenza, la frequenza di un pendolo è indipendente dalla massa”. Quale studente ha ragione? (a) Alex (b) Brian

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

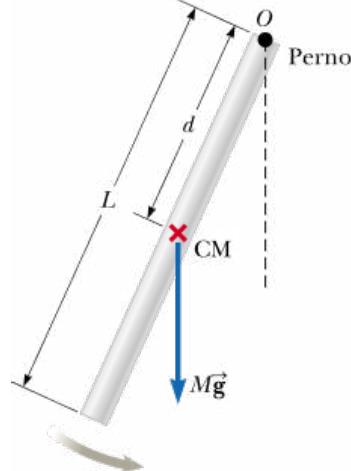


FIGURA 12.15 (Esempio 12.5) Un'asta rigida oscillante intorno a un asse passante per una delle sue estremità è un pendolo fisico con $d = L/2$.

Esempio 12.5 Un'asta ruotante

Un'asta uniforme di massa M e lunghezza L è incernierata intorno a una delle sue estremità e oscilla nel piano verticale (Fig. 12.15). Calcolare il periodo delle oscillazioni se l'ampiezza del moto è piccola.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Oscillazioni smorzate

I moti oscillatori che abbiamo considerato finora riguardavano sistemi ideali, cioè sistemi che oscillano indefinitamente sotto l'azione di una sola forza, una forza di richiamo lineare. Nei sistemi reali, la presenza di forze non conservative come l'attrito o la resistenza dell'aria ritardano il moto. Di conseguenza l'energia meccanica del sistema diminuisce nel tempo e il moto è descritto in termini di **oscillazione smorzata**.

Consideriamo un oggetto che si muove attraverso un mezzo come un liquido o un gas. Un caso frequente di forza ritardante è quello, discusso nel Capitolo 5, in cui la forza è proporzionale alla velocità e agisce in verso opposto alla velocità dell'oggetto rispetto al mezzo. Questo tipo di forza si osserva spesso per esempio quando un oggetto oscilla lentamente in aria. Poiché la forza ritardante può essere espressa come $\vec{R} = -b \vec{v}$, dove b è una costante correlata all'intensità della forza ritardante, e la forza di richiamo esercitata sul sistema è $-kx$, la seconda legge di Newton ci dà

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -kx - bv = ma_x \\ -kx - b\frac{dx}{dt} &= m\frac{d^2x}{dt^2}\end{aligned}\quad 12.28$$

Poiché la soluzione di questa equazione differenziale richiede conoscenze matematiche che possono non esserti ancora familiari, la riportiamo di seguito senza dimostrazione. Quando i parametri del sistema sono tali che $b \sqrt{m} < 4mk$ cosicché la forza ritardante sia piccola, la soluzione dell'Equazione 12.28 è

$$x = (Ae^{-(b/2m)t}) \cos(\omega t + \phi) \quad 12.29$$



FIGURA 12.16 (a) Un esempio di oscillatore smorzato è un corpo attaccato a una molla e immerso in un liquido viscoso. (b) Grafico della posizione in funzione del tempo per un oscillatore smorzato.

dove la frequenza angolare dell'oscillazione è

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad 12.30$$

Questa soluzione può essere verificata sostituendo l'Equazione 12.29 nella 12.28. È conveniente esprimere la frequenza angolare di un oscillatore smorzato nella forma

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

dove $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ rappresenta la frequenza angolare in assenza di forze ritardanti (oscillatore non smorzato) ed è chiamata frequenza naturale o **frequenza propria**³ del sistema.

Nella Figura 12.16a vediamo un esempio di sistema smorzato. Sull'oggetto sospeso alla molla agiscono sia la forza elastica della molla che la forza dissipativa dovuta alla presenza del liquido. La Figura 12.16b mostra la posizione in funzione del tempo per un oggetto che oscilla in presenza di una forza ritardante. Quando la forza ritardante è relativamente piccola, il moto conserva il carattere oscillatorio ma l'ampiezza delle vibrazioni diminuisce esponenzialmente col tempo e alla fine il moto diventa praticamente impercettibile. Ogni sistema che si comporta in questo modo è noto come **oscillatore smorzato**. La linea tratteggiata nera di Figura 12.16b, che è l'*inviluppo* della curva oscillante, rappresenta il termine esponenziale dell'Equazione 12.29. Questo inviluppo mostra che l'ampiezza diminuisce esponenzialmente nel tempo. Data la costante elastica della molla e la massa del corpo, le oscillazioni si smorzano più rapidamente quanto più è intensa la forza ritardante. Quando l'intensità della forza ritardante è così piccola che $b/2m < \omega_0$, si dice che il sistema è **sottosmorzato**. Il moto che ne risulta è rappresentato dalla curva blu in Figura 12.17. Quando il valore di b aumenta, l'ampiezza delle oscillazioni diminuisce sempre più rapidamente. Quando b raggiunge il valore critico b_c cosicché $b_c/2m = \omega_0$, il sistema non oscilla più e il moto è detto **criticamente smorzato**. In questo caso, il sistema lasciato libero di muoversi da fermo in una posizione di non equilibrio si dirige verso l'equilibrio senza mai raggiungerlo. Il grafico della posizione in funzione del tempo in questo caso è dato dalla curva rossa in Figura 12.17.

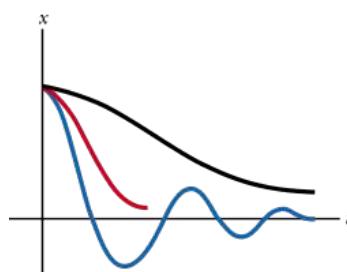


FIGURA 12.17 Grafici della posizione in funzione del tempo per un oscillatore sottosmorzato (curva blu), un oscillatore criticamente smorzato (curva rossa) e un oscillatore sovrasmorzato (curva nera).

Se il mezzo è altamente viscoso in modo che la forza ritardante sia grande rispetto alla forza di richiamo, cioè se $b/2m > \omega_0$, allora il sistema è **sovrasmorzato**. Quando il sistema è lasciato libero di muoversi non oscilla, piuttosto ritorna semplicemente alla sua posizione di equilibrio. Quando lo smorzamento aumenta, il tempo richiesto al sistema per raggiungere l'equilibrio aumenta anch'esso come mostrato dalla curva nera in Figura 12.17. Per sistemi criticamente smorzati e sovrasmorzati, non si definisce una frequenza angolare ω e la soluzione mostrata nell'Equazione 12.29 non è valida.

Oscillazioni forzate

Abbiamo ora visto come le forze dissipative facciano diminuire nel tempo l'energia meccanica di un oscillatore smorzato. Queste perdite di energia possono essere compensate applicando al sistema una forza che compie un lavoro positivo sul sistema. Un tale oscillatore è sottoposto a **oscillazioni forzate**. In ogni istante il sistema riceve energia da una forza applicata che agisce in verso concorde con il suo moto. Per esempio, un bambino su un'altalena può essere mantenuto in moto con "spinte" opportunamente intervallate. L'ampiezza del moto resta costante se, durante un ciclo, l'energia fornita bilancia esattamente quella dissipata per attrito.

Un esempio frequente di oscillatore forzato è quello di un oscillatore smorzato eccitato da una forza esterna $F(t) = F_0 \sin \omega t$, dove ω è la frequenza angolare della forza sollecitante e F_0 è una costante. In generale, la frequenza angolare ω della forza sollecitante è diversa dalla frequenza naturale ω_0 dell'oscillatore. La seconda legge di Newton in questa situazione dà

$$\sum F_x = ma_x \rightarrow F_0 \sin \omega t - b \frac{dx}{dt} - kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad 12.31 \blacktriangleleft$$

³In pratica sia ω_0 che $f_0 = \omega_0/2\pi$ prendono il nome di frequenze naturali. Il contesto della discussione ti aiuterà a capire di quale delle due grandezze si sta parlando.

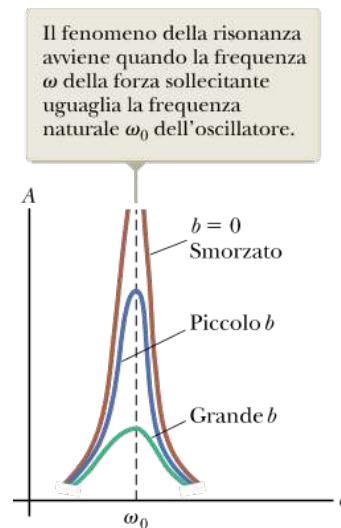


FIGURA 12.18 Grafico dell'ampiezza in funzione della frequenza per un oscillatore smorzato quando è presente una forza periodica che lo eccita. Si noti che la forma della curva di risonanza dipende dal valore del coefficiente di smorzamento b .

Anche in questo caso non presentiamo la soluzione generale che è alquanto laboriosa. Dopo che la forza sollecitante ha iniziato ad agire sull'oggetto inizialmente stazionario, l'ampiezza delle oscillazioni aumenterà. Dopo un tempo sufficientemente lungo, quando l'energia che entra in ciascun ciclo dovuta alla forza sollecitante è pari all'energia meccanica trasformata dal sistema per energia interna in ciascun ciclo, si raggiunge una situazione stazionaria in cui le oscillazioni procedono con ampiezza costante. In questo caso, l'Equazione 12.31 ha la soluzione

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad 12.32 \blacktriangleleft$$

dove

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}} \quad 12.33 \blacktriangleleft$$

e dove $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ è la frequenza angolare propria dell'oscillatore non smorzato ($b = 0$). L'Equazione 12.33 mostra che l'ampiezza di un oscillatore forzato è costante per una data forza eccitatrice poiché esso è guidato nello stato stazionario da una forza esterna. Per piccoli smorzamenti l'ampiezza dell'oscillazione diventa particolarmente grande quando la forza ha una frequenza angolare vicina alla frequenza naturale dell'oscillatore ovvero $\omega \approx \omega_0$, come si vede dall'Equazione 12.33. Questo aumento drammatico dell'ampiezza vicino alla frequenza naturale è detto **risonanza**, e la frequenza angolare naturale ω_0 è detta anche **frequenza angolare di risonanza** del sistema.

In Figura 12.18 è riportato l'andamento dell'ampiezza in funzione della frequenza angolare dell'oscillatore forzato, con diverse forze resistenti. Notare come l'ampiezza aumenta al diminuire dello smorzamento ($b \rightarrow 0$), e come aumentando lo smorzamento si appiattisca la curva di risonanza. In assenza di smorzamento ($b = 0$), l'Equazione 12.33 mostra che l'ampiezza dello stato stazionario tende a infinito quando $\omega \rightarrow \omega_0$. In altre parole, se non vi sono forze resistenti nel sistema e continuiamo a sollecitare un oscillatore con una forza sinusoidale alla frequenza di risonanza, l'ampiezza del moto aumenterà indefinitamente. Ciò in pratica non avviene poiché un certo smorzamento è sempre presente negli oscillatori reali.

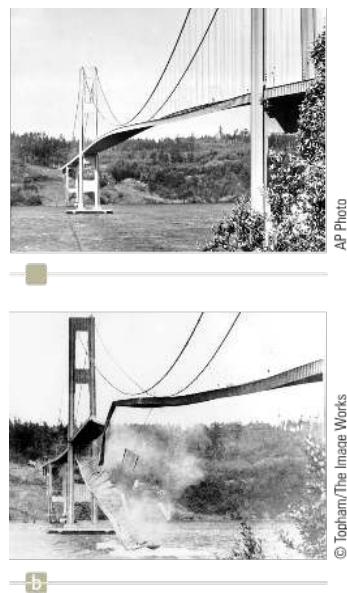


FIGURA 12.19 (a) Nel 1940, venti turbolenti provocarono vibrazioni torsionali nel Ponte Tacoma Narrows, causando la sua oscillazione a una frequenza prossima a quella naturale della struttura del ponte. (b) Una volta avvenuta, questa condizione risonante provocò il crollo del ponte (matematici e fisici stanno attualmente mettendo alla prova questa interpretazione).

Fenomeni di risonanza si presentano in vari settori della fisica. Per esempio alcuni circuiti elettrici hanno una frequenza di risonanza. Questo fatto è stato sfruttato nei ricevitori radio, che permettono di selezionare l'ascolto della stazione preferita. Le corde vibranti e le colonne d'aria hanno pure delle frequenze di risonanza, che permettono di usarle come strumenti musicali, come discuteremo nel Capitolo 14.

Collegamento al contesto: risonanza nelle strutture

Nel paragrafo precedente, abbiamo studiato il fenomeno della risonanza, nel quale un sistema oscillante produce la sua massima risposta a una forza sollecitante periodica quando la frequenza della forza sollecitante è uguale alla frequenza naturale dell'oscillatore. Adesso applichiamo questa conoscenza all'interazione fra la scossa durante un terremoto e le strutture attaccate al suolo. La struttura è un oscillatore. Essa ha un insieme di frequenze naturali, determinate dalla sua rigidità, dalla sua massa e dai dettagli della sua costruzione. La forza sollecitante periodica è fornita dalle oscillazioni del suolo.

Un disastro può avvenire se una frequenza propria dell'edificio è pari a una frequenza contenuta nella scossa del suolo. In questo caso, le vibrazioni risonanti della costruzione possono produrre ampiezze molto grandi, abbastanza per danneggiare o distruggere la costruzione. Ciò si può evitare in due modi. Il primo consiste nel progettare la struttura in modo tale che le frequenze naturali della costruzione giacciono al di fuori dell'intervallo di frequenze del terremoto (un intervallo tipico di frequenze per un terremoto è 0-15 Hz). Ciò si può ottenere variando la dimensione o la distribuzione della massa del fabbricato. Il secondo metodo consiste nell'incorporare nella costruzione sufficienti smorzamenti. Questo metodo potrebbe non cambiare significativamente la frequenza di risonanza, ma abbassera la risposta alla frequenza naturale come in Figura 12.18. Esso appiattirà pure la curva di risonanza, cosicché il fabbricato risponderà a un ampio intervallo di frequenze, ma con un'ampiezza relativamente piccola per ogni frequenza.

Descriveremo ora due esempi che coinvolgono eccitazioni risonanti nelle strutture dei ponti. Un esempio di tale struttura risonante avvenne nel 1940, quando il Ponte Tacoma Narrows nello stato di Washington fu distrutto da vibrazioni risonanti (Fig. 12.19). I venti non erano particolarmente intensi in quella circostanza, ma il ponte crollò lo stesso poiché i vortici (turbolenze) generati dal vento che soffiava lungo il ponte avevano una frequenza prossima alla frequenza naturale del ponte. Lo sbattimento del vento (simile allo sbattimento di una bandiera con un vento forte) fornì la sollecitazione periodica che abbatté il ponte sul fiume.

Come secondo esempio ricordiamo che, a causa della risonanza, ai soldati viene comandato di rompere il passo quando marciano attraverso un ponte. Se la frequenza di marcia dei soldati risultasse uguale a quella naturale del ponte, il ponte potrebbe entrare in risonanza. Se l'ampiezza diventasse sufficientemente grande, il ponte potrebbe realmente crollare. Proprio una tale situazione si verificò il 14 Aprile 1831, quando il ponte sospeso di Broughton, in Inghilterra, crollò mentre delle truppe vi marciavano sopra. Le indagini dopo l'incidente mostrarono che il ponte era prossimo a crollare e le vibrazioni risonanti indotte dalla marcia dei soldati ne anticiparono il crollo che comunque sarebbe avvenuto.

La risonanza ci fornisce un primo indizio per rispondere alla domanda centrale di questo Contesto. Supponiamo che un palazzo si trovi lontano dall'epicentro di un terremoto, cosicché la scossa sia piccola. Se la frequenza della scossa è pari alla frequenza naturale del palazzo, un accoppiamento di energia estremamente efficace avviene fra il suolo e il palazzo. Quindi, anche per scosse relativamente deboli, il suolo, per risonanza, può alimentare l'energia nella costruzione abbastanza efficientemente da causare il crollo della struttura. La struttura dovrebbe essere accuratamente progettata in modo da ridurre la risonanza.

SOMMARIO

Un corpo attaccato all'estremità di una molla si muove di moto chiamato **moto armonico semplice** e il sistema è chiamato **oscillatore armonico semplice**.

Il tempo per una oscillazione completa del corpo si chiama **periodo T** del moto. L'inverso del periodo è la **frequenza f** del moto, la quale è uguale al numero di oscillazioni al secondo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

12.11◀

La velocità e l'accelerazione di una particella soggetta a un moto armonico semplice sono:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad 12.15◀$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad 12.16◀$$

Così, la velocità massima è ωA e l'accelerazione massima è $\omega^2 A$. Quando l'oscillatore si trova nei due punti di inversione, $x = \pm A$, la velocità è nulla mentre il suo modulo è massimo nella posizione di equilibrio, $x = 0$. Il modulo dell'accelerazione è massimo nei punti di inversione ed è zero nella posizione di equilibrio.

L'energia cinetica e l'energia potenziale di un oscillatore armonico semplice variano nel tempo e sono date da

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad 12.19◀$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad 12.20◀$$

L'energia totale di un oscillatore armonico semplice è una costante del moto ed è

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad 12.21◀$$

L'energia potenziale di un oscillatore armonico semplice è massima quando la particella si trova nei punti di inversione (spostamento massimo dalla posizione di equilibrio) ed è zero nella posizione di equilibrio. L'energia cinetica è zero nei punti d'inversione ed è massima nella posizione di equilibrio.

Un **pendolo semplice** di lunghezza L mostra un moto armonico semplice per piccoli spostamenti angolari dalla verticale, con un periodo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad 12.25◀$$

Il periodo di un pendolo semplice è indipendente dalla massa dell'oggetto sospeso.

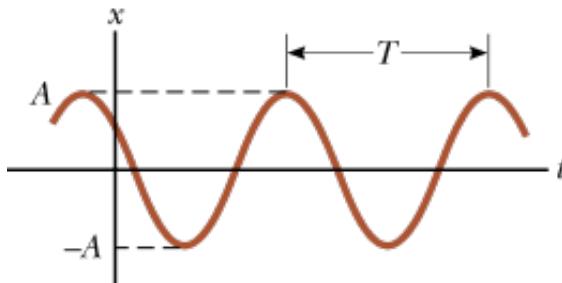
Un **pendolo fisico** mostra un moto armonico semplice per piccoli spostamenti angolari dall'equilibrio intorno a un punto di sospensione che non passa per il centro di massa. Il periodo di questo moto è

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$
12.27 ◀

dove I è il momento d'inerzia rispetto all'asse passante per il punto di sospensione e d è la distanza del punto di sospensione dal centro di massa.

Oscillazioni smorzate si verificano in un sistema quando una forza resistente si oppone al moto dell'oggetto oscillante. Se un tale sistema viene messo in moto e lasciato libero di muoversi, la sua energia meccanica diminuisce nel tempo per azione della forza resistente non conservativa. È possibile compensare questa perdita di energia applicando al sistema una forza esterna periodica. L'oscillatore in questo caso è sottoposto a **oscillazioni forzate**. Quando la frequenza della forza esterna periodica è uguale alla frequenza naturale (detta anche propria) dell'oscillatore *non smorzato*, all'oscillatore viene trasferita energia in modo efficiente, e l'ampiezza del suo stato stazionario è massima. Questa situazione si chiama **risonanza**.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Particella in moto armonico semplice. Se una particella è soggetta a una forza della forma della legge di Hooke $F = -kx$, la particella mostra un **moto armonico semplice**. La sua posizione è descritta da

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$
12.6 ◀

dove A è l'**ampiezza** del moto, ω la sua **frequenza angolare** e ϕ la sua **costante di fase**. Il valore di ϕ dipende dalla posizione e dalla velocità iniziali dell'oscillatore.

Il periodo dell'oscillazione è legato ai parametri del sistema blocco-molla secondo la relazione

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$
12.13 ◀



QUESITI

1. Un pendolo semplice ha un periodo di 2.5 s. **(i)** Qual è il periodo se si quadruplica la sua lunghezza? (a) 1.25 s (b) 1.77 s (c) 2.5 s (d) 3.54 s (e) 5 s **(ii)** Qual è il suo periodo se la sua lunghezza è tenuta invariata al suo valore iniziale ma la massa del corpo sospeso viene quadruplicata? Scegliete tra le stesse possibilità.

2. Un sistema corpo-molla si muove di moto armonico semplice con ampiezza A. Quando l'energia cinetica del corpo è due volte l'energia potenziale immagazzinata nella molla, qual è la posizione x del corpo? (a) A (b) (c) (d) o (e) nessuna di queste risposte

3. Se un pendolo semplice oscilla con piccola ampiezza e si raddoppia la sua lunghezza, cosa succede alla frequenza del suo moto? (a) Raddoppia. (b) Diventa volte più grande. (c) Si dimezza. (d) Si moltiplica per un fattore (e) Rimane uguale.

4. Un vagone ferroviario fuori controllo, di massa 3.0×10^5 kg, procede per inerzia lungo un binario pianeggiante quando collide elasticamente alla fine del binario con un respingente dotato di molla. Se la costante elastica della molla del respingente è 2.0×10^6 N/m, qual è la compressione massima della molla durante la collisione? (a) 0.77 m (b) 0.58 m (c) 0.34 m (d) 1.07 m (e) 1.24 m.

5. Un corpo di massa 0.40 kg, appeso a una molla di costante elastica 8.0 N/m, viene messo in moto armonico semplice verticale. Qual è il modulo dell'accelerazione del corpo quando raggiunge il suo massimo spostamento di 0.10 m? (a) zero (b) 0.45 m/s² (c) 1.0 m/s² (d) 2.0 m/s² (e) 2.4 m/s²

6. Se un corpo di massa m attaccato a una molla leggera è sostituito da uno di massa $9m$, la frequenza del sistema oscillante si modifica di quale fattore? (a) (b) (c) 3.0 (d) 9.0 (e) 6.0

7. Un sistema oscillante blocco-molla su una superficie orizzontale priva di attrito ha un'ampiezza di 6.0 cm e energia 12 J. Se il blocco è sostituito con uno di massa doppia e l'ampiezza del moto è sempre 6.0 cm, quale sarà l'energia del sistema? (a) 12 J (b) 24 J (c) 6 J (d) 48 J (e) nessuna delle precedenti

8. La posizione di un corpo che si muove di moto armonico semplice è data da $x = 4 \cos(6\pi t)$ dove x è espresso in metri e t in secondi. Qual è il periodo del sistema oscillante? (a) 4 s (b) (c) (d) 6π s (e) impossibile determinarlo dai dati.

9. Un blocco di massa $m = 0.1$ kg oscilla con ampiezza $A = 0.1$ m all'estremità di una molla di costante elastica $k = 10$ N/m su una superficie orizzontale priva di attrito. Ordinare dal più grande al più piccolo i periodi delle seguenti situazioni.

Mostrare le eventuali egualanze nell'ordinamento (a) Il sistema è come descritto sopra (b) Il sistema è come sopra eccetto che l'ampiezza è 0.2 m. (c) La situazione è come al punto (a) tranne che la massa è 0.2 kg. (d) Rispetto al punto (a) l'unica differenza è la costante elastica pari a 20 N/m. (e) Una piccola forza resistente rende il moto sottosmorzato.

10. Attacchi un blocco all'estremità in basso di una molla appesa verticalmente. Lasci lentamente muovere il blocco verso il basso e trovi che si ferma quando la molla è allungata di 15.0 cm. Successivamente riporti il blocco alla posizione iniziale e lo lasci libero di muoversi da fermo con la molla a riposo. Qual è la massima distanza che percorre in basso? (a) 7.5 cm (b) 15.0 cm (c) 30.0 cm (d) 60.0 cm (e) La distanza non può essere determinata senza sapere la massa e la costante elastica della molla.

11. Un sistema massa-molla si muove di moto armonico semplice lungo l'asse x tra i punti di inversione $x_1 = 20$ cm e $x_2 = 60$ cm. Scegli tra le stesse cinque possibilità dai punti (i) a (iii). (i) A quale posizione la particella ha la massima quantità di moto? (a) 20 cm (b) 30 cm (c) 40 cm (d) altraposizione (e) Il valore massimo si ha in diversi punti. (ii) In quale posizione la particella ha l'energia cinetica massima? (iii) In quale posizione il sistema particella-molla ha l'energia totale più elevata?

12. Per un oscillatore armonico semplice, rispondi sì o no alle seguenti domande. (a) La posizione e la velocità possono avere lo stesso segno? (b) La velocità e l'accelerazione possono avere la stesso segno? (c) La posizione e la velocità possono avere lo stesso segno?

13. Quali delle seguenti affermazioni *non* è vera riguardo a un sistema massa-molla che si muove di moto armonico semplice in assenza di attrito? (a) L'energia totale del sistema rimane costante (b) L'energia totale del sistema subisce continue trasformazioni tra energia cinetica e potenziale. (c) L'energia totale del sistema è proporzionale al quadrato dell'ampiezza. (d) L'energia potenziale immagazzinata nel sistema è più alta quando la massa passa attraverso la posizione di equilibrio. (e) La velocità della massa oscillante ha il suo massimo valore quando la massa passa per la posizione di equilibrio.

14. Una particella attaccata a una molla si muove di moto armonico semplice lungo l'asse x tra i punti di inversione a $x_1 = 100$ cm e $x_2 = 140$ cm. (i) A quale delle seguenti posizioni la particella ha la massima velocità? (a) 100 cm (b) 110 cm (c) 120 cm (d) in nessuna di queste posizioni (ii) In quale posizione ha la massima accelerazione? (iii) In quale posizione la forza esercitata sulla particella ha il suo massimo? Scegliere tra le stesse opzioni del punto (i).

15. L'estremità superiore della molla è tenuta ferma. Il blocco è appeso sull'estremità inferiore come in Figura Q12.15a e si misura la frequenza f di oscillazione del sistema. Il blocco, un secondo blocco identico e la molla sono portati in orbita intorno alla Terra su un'astronave. I due blocchi sono attaccati alle due estremità della molla. La molla è compressa senza far toccare le spire adiacenti (Fig. Q12.15b) e il sistema viene lasciato libero di oscillare mentre fluttua all'interno dell'astronave (Fig. Q12.15c). Qual è la frequenza di oscillazione del sistema? (a) $f/2$ (b) (c) f (d) (e) $2f$

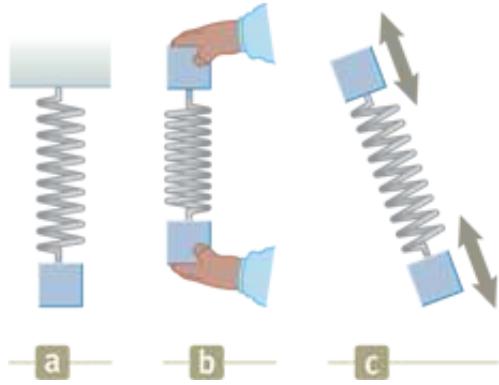


FIGURA Q12.15

DOMANDE CONCETTUALI

1. (a) Se la coordinata di una particella varia con la legge $x = -A \cos \omega t$, qual è la costante di fase nell'Equazione 12.6? (b) In quale posizione si trova la particella a $t = 0$?

2. Uno studente pensa che ogni vibrazione reale sia necessariamente smorzata. Lo studente ha ragione? Se sì, fornisci degli argomenti convincenti. Se no, fai un esempio di vibrazione reale in cui l'ampiezza si mantiene costante indefinitamente se il sistema è isolato.

3. Il peso di un pendolo è costituito da una sfera riempita d'acqua. Cosa succederebbe alla frequenza di oscillazione del pendolo se ci fosse un buco nella sfera che facesse uscire fuori l'acqua lentamente?

4. La Figura DC12.4 mostra i grafici dell'energia potenziale di quattro diversi sistemi in funzione della posizione della particella per ciascun sistema. Ciascuna particella è messa in moto con una spinta in una posizione arbitrariamente scelta. Descrivi il suo moto conseguente in ciascuno dei casi (a), (b), (c) e (d).

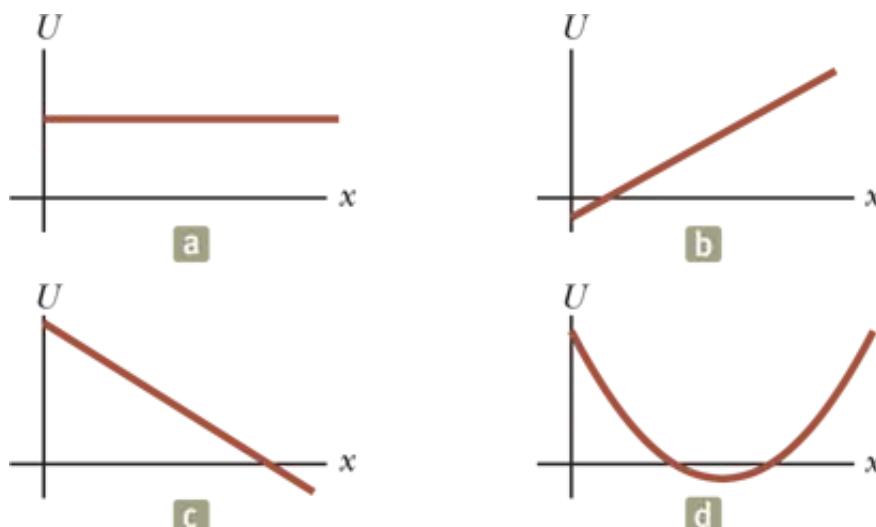


FIGURA DC12.4

5. Il moto di un pendolo semplice può essere schematizzato come un moto armonico semplice quando θ è piccolo. Il moto è periodico quando θ è grande?

6. È possibile avere oscillazioni smorzate quando un sistema è in risonanza? Spiega.

7. Le oscillazioni smorzate avvengono per qualunque valore di b e k ? Spiega.

8. Le equazioni elencate in Tabella 2.2 forniscono la posizione in funzione del tempo, la velocità in funzione del tempo e la velocità in funzione della posizione per un corpo che si muove lungo una linea retta con accelerazione costante. La quantità v_{xi} compare in ogni equazione. (a) Qualcuna di queste equazioni si applica a un corpo che si muove su una retta di moto armonico semplice? (b) Usando un formato simile, costruisci una tabella di equazioni che descrivano il moto armonico semplice. Includi le equazioni che forniscono l'accelerazione in funzione del tempo e l'accelerazione in funzione della posizione. Scrivi le equazioni in modo tale che si possano applicare allo stesso modo a un sistema blocco-molla, al pendolo e a altri sistemi oscillanti. (c) Quale quantità compare in ogni equazione?

9. L'energia meccanica di un sistema blocco-molla non smorzato è costante perché l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale elastica e viceversa. Per raffronto, spiega cosa succede all'energia di un oscillatore smorzato in termini di energie meccanica, potenziale e cinetica.

10. Se un orologio a pendolo mantiene perfettamente il tempo alla base di una montagna, terrà il tempo anche quando viene spostato alla sommità della montagna? Spiega.

11. Una palla che rimbalza è un buon esempio di moto armonico semplice? Il moto quotidiano di uno studente da casa a scuola e ritorno è armonico semplice? Perché sì e perché no?

12. Stai guardando un piccolo albero ricco di foglie. Non noti alcun vento e la maggior parte delle foglie sull'albero sono ferme. Una foglia, però, oscilla avanti e indietro esageratamente. Dopo un po' quella foglia si ferma e si vede un'altra foglia che si muove molto più di altre. Spiega cosa potrebbe causare il moto di una particolare foglia.

13. Consideriamo il motore semplificato a singolo pistone in Figura DC12.13. Assumendo che la ruota giri con velocità angolare costante, spiegare perché l'asta del pistone si muove di moto armonico semplice.

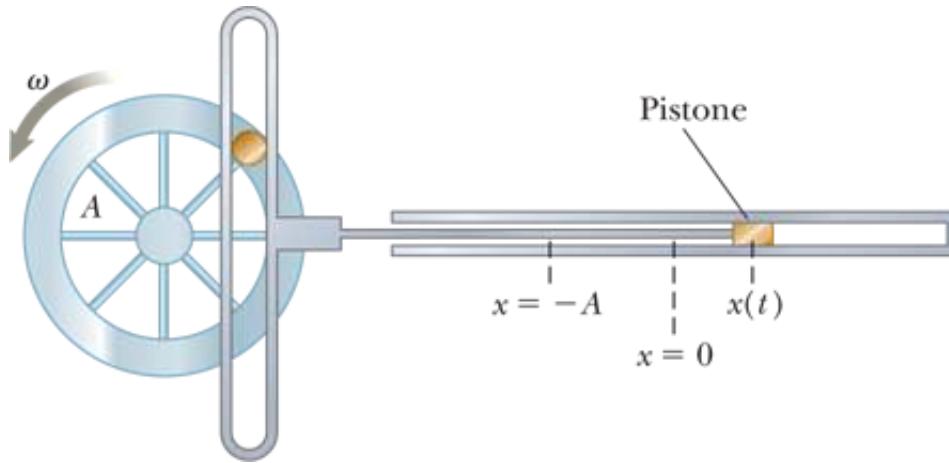


FIGURA DC12.13

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Nota: trascurare sempre la massa delle molle, tranne che nel Problema 69.

Paragrafo 12.1 Moto di un corpo collegato a una molla

Nota: i Problemi 17, 21, 24 e 69 del Capitolo 6 possono essere assegnati a questa sezione.

- Un blocco di 0.60 kg attaccato a una molla di costante elastica 130 N/m è libero di muoversi su una superficie orizzontale priva di attrito come nella Figura 12.1. Il blocco è lasciato libero di muoversi da fermo quando la molla è allungata di 0.13 m. Nell'istante in cui il blocco è lasciato libero, trovare (a) la forza sul blocco e (b) la sua accelerazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- Quando un corpo di 4.25 kg viene disposto al di sopra di una molla verticale, la molla si comprime di una distanza di 2.62 cm. Qual è la costante elastica della molla?

Paragrafo 12.2 Modello di analisi: particella in moto armonico semplice

- La posizione di un punto materiale è data dall'espressione $x = 4.00 \cos(3.00\pi t + \pi)$ con x in metri e t in secondi. Determinare (a) frequenza e (b) periodo del moto, (c) l'ampiezza, (d) la costante di fase del moto, e (e) la posizione del punto per $t = 0.250$ s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. Un palla caduta da un'altezza di 4.00 m collide elasticamente con il suolo. Assumendo che non venga persa energia meccanica a causa della resistenza dell'aria, (a) mostrare che il moto che ne consegue è periodico e (b) calcolare il periodo del moto. (c) Il moto è armonico semplice? Spiegare.

5. Un corpo di 7.00 kg è appeso all'estremità inferiore di una molla verticale legata a una trave sovrastante. Il corpo è messo in oscillazione verticale con periodo 2.60 s. Calcolare la costante elastica della molla.

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Un aliante di 1.00 kg attaccato a una molla con costante elastica 25.0 N/m oscilla su una pista orizzontale priva di attrito. Al tempo $t = 0$, l'aliante viene lasciato libero di muoversi da fermo a $x = -3.00$ cm (cioè la molla è compressa di 3.00 cm). Calcolare (a) il periodo del moto dell'aliante, (b) la massima velocità e accelerazione e (c) la posizione, velocità e accelerazione in funzione del tempo.

7. Problema di ricapitolazione. Una particella si muove lungo l'asse x . Inizialmente si trova nella posizione 0.270 m, con velocità 0.140 m/s e accelerazione -0.320 m/s 2 . Supponi che si muova come una particella soggetta ad accelerazione costante per 4.50 s. Calcola (a) la sua posizione e (b) velocità alla fine dell'intervallo di tempo. Successivamente, assumi che si muova di moto armonico semplice per 4.50 s e $x = 0$ sia la sua posizione di equilibrio. Calcola (c) la sua posizione e (d) la sua velocità alla fine dell'intervallo di tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Attacchi un corpo all'estremità inferiore di una molla sospesa verticalmente. Quando la molla si allunga di 18.3 cm il corpo si ferma. Metti poi in oscillazione il corpo. (a) Hai abbastanza informazioni per calcolare il periodo? (b) Spiega la tua risposta e afferma quello che puoi riguardo al periodo.

9. Una particella che si muove lungo l'asse x di moto armonico semplice parte dalla posizione d'equilibrio, l'origine, a $t = 0$ e si muove verso destra. L'ampiezza del suo moto è 2.00 cm e la frequenza è 1.50 Hz. (a) Trova l'espressione della posizione della particella in funzione del tempo. Determina (b) la velocità massima e (c) il primo istante ($t > 0$) in cui la particella raggiunge questa velocità. Calcola (d) la massima accelerazione e (e) il primo istante ($t > 0$) in cui la particella raggiunge tale accelerazione. (f) Calcola la distanza totale attraversata fra $t = 0$ e $t = 1.00$ s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. I valori iniziali di posizione, velocità e accelerazione di un oggetto che si muove di moto armonico semplice sono x_i , v_i , e a_i , e la frequenza angolare dell'oscillazione è ω , (a) mostrare che la posizione e la velocità dell'oggetto in ogni istante si possono scrivere come

$$x(t) = x_i \cos \omega t + \left(\frac{v_i}{\omega} \right) \sin \omega t$$

$$v(t) = -x_i \omega \sin \omega t + v_i \cos \omega t$$

(b) Se l'ampiezza del moto è A , mostrare che

$$v^2 - ax = v_i^2 - a_i x_i = \omega^2 A^2$$

11. Una particella si muove di moto armonico semplice con una frequenza di 3.00 Hz e una ampiezza di 5.00 cm. Determinare: (a) la distanza percorsa dalla particella in un ciclo, (b) la massima velocità e la relativa posizione, (c) la massima accelerazione e la relativa posizione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. In un motore, un pistone oscilla di moto armonico semplice, cosicché la sua posizione varia secondo l'espressione

$$x = 5.00 \cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$$

con x in cm e t in s. Trovare per $t = 0$ (a) la posizione del pistone, (b) la sua velocità e (c) la sua accelerazione. (d) Trovare il periodo e (e) l'ampiezza del moto.

13. Un oggetto di 0.500 kg collegato a una molla di costante elastica 8.00 N/m oscilla di moto armonico semplice con un'ampiezza di 10.0 cm. Calcolare (a) il valore massimo della sua velocità e (b) della sua accelerazione, (c) la velocità e (d) l'accelerazione quando l'oggetto si trova a $x = 6.00$ cm dalla posizione di equilibrio e (e) il tempo necessario affinché l'oggetto si muova da $x = 0$ a $x = 8.00$ cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. Un oscillatore armonico semplice impiega 12.0 s per compiere cinque oscillazioni complete. Calcolare (a) il periodo del moto, (b) la frequenza in hertz e (c) la frequenza angolare in radianti al secondo.

15. Un sensore oscillante, usato per provare una lavatrice, consiste di un cubo di alluminio di 1.50 cm di lato montato su un'estremità di una striscia di una molla d'acciaio (come una lama da sega) che giace nel piano verticale. La massa della striscia è piccola rispetto a quella del cubo ma la sua lunghezza è molto maggiore delle dimensioni del cubo. L'altra estremità della striscia è fissata alla struttura della lavatrice che non è in moto. È necessario applicare al cubo una forza orizzontale di 1.43 N per tenerlo a 2.75 cm di distanza dalla sua posizione di equilibrio. Se viene lasciato libero, qual è la sua frequenza di vibrazione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 12.3 Energia di un oscillatore armonico semplice

16. Un oscillatore armonico semplice di ampiezza A ha energia totale E . Calcolare (a) l'energia cinetica e (b) l'energia potenziale quando la posizione è un terzo dell'ampiezza. (c) Per quali valori della posizione l'energia cinetica è la metà di quella potenziale? (d) Ci sono valori della posizione in cui l'energia cinetica è più grande della massima energia potenziale? Spiegare.

17. Per testare la resistenza del suo paraurti durante collisioni a bassa velocità, un'automobile di 1 000 kg viene diretta verso un muro di mattoni. Il paraurti si comporta come una molla di costante elastica $5.00 \times 10^6 \text{ N/m}$ e si comprime di 3.16 cm quando la macchina si arresta. Qual era la velocità dell'automobile prima dell'impatto, assumendo che non vi sia perdita di energia meccanica durante la collisione con il muro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Problema di ricapitolazione. Una "bungee jumper" di 65.0 kg salta da un ponte legata ad una speciale corda assicurata al ponte. La lunghezza della corda a riposo è 11.0 m. Lei raggiunge il punto più basso del suo moto 36.0 m sotto il ponte prima di rimbalzare indietro. Vogliamo trovare l'intervallo di tempo intercorso da quando salta dal ponte a quando arriva nella parte più bassa del moto. Il suo moto può essere separato in 11.0 m di caduta libera e un tratto di 25.0 m di oscillazioni armoniche semplici. (a) Per la parte di caduta libera qual è la descrizione appropriata? (b) Per quale intervallo di tempo rimane in caduta libera? (c) Per la parte di moto oscillatorio semplice, il sistema della saltatrice, della molla e della Terra è isolato o no? (d) Dalla risposta al punto (c) calcolare la costante elastica della corda. (e) Determinare la posizione del punto di equilibrio dove la forza elastica è uguale in modulo alla forza gravitazionale che agisce sulla saltatrice. (f) Qual è la frequenza angolare dell'oscillazione? (g) Qual è l'intervallo di tempo necessario affinché la corda si allunghi di 25.0 m? (h) Qual è l'intervallo totale di tempo per l'intero salto di 36.0 m?

19. Un blocco di massa incognita è collegato a una molla di costante elastica 6.50 N/m e oscilla di moto armonico semplice con una ampiezza di 10.0 cm. Quando il blocco è a metà strada fra la sua posizione di equilibrio e un estremo, la sua

velocità misurata è di 30.0 cm/s. Calcolare (a) la massa del blocco, (b) il periodo del moto e (c) la massima accelerazione del blocco.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Un blocco di 200 g collegato a una molla orizzontale oscilla di moto armonico semplice con periodo di 0.250 s. Se l'energia totale del sistema è 2.00 J, trovare (a) la costante elastica della molla e (b) l'ampiezza del moto.

21. Una massa di 50.0 g, fissata a una molla di costante elastica di 35.0 N/m, compie delle oscillazioni di 4.00 cm di ampiezza, su una superficie orizzontale liscia in assenza di attrito. Determinare per un allungamento della molla di 1.00 cm (a) l'energia totale del sistema oscillante e (b) la velocità del corpo. Per un allungamento di 3.00 cm calcolare (c) l'energia cinetica e (d) l'energia potenziale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Un corpo di 2.00 kg è fissato a una molla e posto su una superficie orizzontale liscia priva di attrito. La massa, allontanata di 0.200 m dalla sua posizione di equilibrio, fatta coincidere con l'origine dell'asse x , è mantenuta ferma da una forza orizzontale di 20.0 N. La massa, lasciata libera da questa posizione, $x_i = 0.200$ m, compie oscillazioni armoniche semplici. Determinare: (a) la costante elastica della molla, (b) la frequenza delle oscillazioni, (c) la massima velocità del corpo e (d) la corrispondente posizione, (e) la massima accelerazione e (f) la corrispondente posizione, (g) l'energia totale del sistema oscillante. Per x pari a un terzo dello spostamento massimo, determinare (h) la velocità e (i) l'accelerazione.

23. L'ampiezza di un sistema che si muove di moto armonico semplice raddoppia. Determinare la variazione (a) dell'energia totale, (b) della velocità massima, (c) dell'accelerazione massima e (d) del periodo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Un sistema blocco-molla oscilla con ampiezza 3.50 cm. Se la costante elastica è 250 N/m e la massa è 0.500 kg, determinare (a) l'energia meccanica del sistema, (b) la massima velocità e (c) la massima accelerazione del blocco.

25. Una particella segue un moto armonico semplice con un'ampiezza di 3.00 cm. In quale posizione la sua velocità è metà della sua velocità massima?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 12.4 Il pendolo semplice

Paragrafo 12.5 Il pendolo fisico

Nota : il Problema 1.60 del Capitolo 1 può essere assegnato a questo paragrafo.

26. Un piccolo oggetto è attaccato all'estremità di una corda e forma un pendolo semplice. Il periodo del suo moto armonico è ottenuto per piccoli spostamenti angolari e per tre valori di lunghezza. Per lunghezze di 1.000 m, 0.750 m e 0.500 m vengono rispettivamente misurati i tempi per 50 oscillazioni di 99.8 s, 86.6 s e 71.1 s con un cronometro. (a) Determinare il periodo per ciascuna lunghezza. (b) Determinare il valore medio di g ottenuto da queste tre misure indipendenti e confrontare con il valore noto in letteratura. (c) Riportare in un grafico T^2 in funzione della lunghezza e ottenere un valore di g dalla pendenza della retta che meglio interpola i dati. (d) Confrontare questo valore con quello ottenuto nel punto (b).

27. Un pendolo fisico che ha la forma di un corpo piano si muove di moto armonico semplice con una frequenza di 0.450 Hz. Il pendolo ha una massa di 2.20 kg e il punto di sospensione è posto a 0.350 m dal centro di massa. Calcolare il momento d'inerzia del pendolo rispetto al punto di sospensione.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

28. Un pendolo fisico che ha la forma di un corpo piano si muove di moto armonico semplice con una frequenza f . Il pendolo ha massa m e il punto di sospensione è posto a distanza d dal centro di massa. Calcolare il momento d'inerzia del pendolo rispetto al punto di sospensione.

29. Problema di ricapitolazione. Un pendolo semplice è lungo 5.00 m. Qual è il periodo di piccole oscillazione per il pendolo se è posto in un ascensore (a) che accelera verso l'alto a 5.00 m/s²? (b) Che accelera verso il basso a 5.00 m/s²? (c) Qual è il periodo del pendolo se è posto in un carro che accelera orizzontalmente a 5.00 m/s²?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

30. Un pendolo “al secondo” passa dalla sua posizione di equilibrio una volta al secondo. (Il periodo del pendolo è 2 s). La lunghezza di un pendolo “al secondo” è 0.992 7 m a Tokyo in Giappone e 0.994 2 m a Cambridge in Inghilterra. Qual è il rapporto dell’accelerazione di gravità nelle due località?

31. Un'asta leggerissima si estende rigidamente 0.500 m oltre un estremo di un righello a metro. L'insieme dei due corpi è sospeso ad un perno nell'estremità superiore dell'asta come mostrato in Figura P12.31. Il sistema viene spostato di un piccolo angolo e lasciato libero di muoversi. (a) Determinare il periodo di oscillazione del sistema. (b) Qual è la differenza percentuale tra questo valore e quello di un pendolo semplice lungo 1.00 m?

VISUALIZZA SOLUZIONE

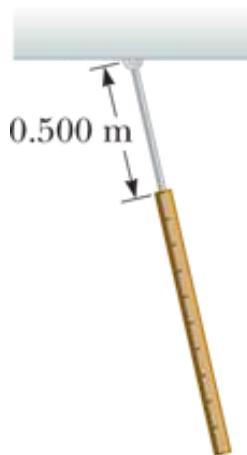


FIGURA P12.31

32. Una particella di massa m può muoversi senza attrito all'interno di una ciotola di raggio R . Mostrare che se la particella parte da ferma per piccoli spostamenti dall'equilibrio essa compie un moto armonico con frequenza angolare pari a quella di un pendolo semplice lungo R , cioè $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$.

33. La posizione angolare di un pendolo è descritta dall'equazione $\theta = 0.032 \cos \omega t$, dove θ è misurato in radianti e $\omega = 4.43 \text{ rad/s}$. Determinare il periodo e la lunghezza del pendolo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Considera il pendolo fisico di Figura 12.14. (a) Denotando con I_{CM} il suo momento di inerzia attorno a un asse passante attraverso il suo centro di massa e parallelo all'asse passante attraverso il suo punto di sospensione, dimostra che il suo periodo è

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\text{CM}} + md^2}{mgd}}$$

dove d è la distanza tra il punto di sospensione e il centro di massa. (b) Dimostrate che il periodo ha un minimo quando d soddisfa la condizione $md^2 = I_{\text{CM}}$.

35. Un pendolo semplice di massa 0.250 kg e lunghezza 1.00 m viene lasciato da una posizione iniziale che forma un angolo di 15.0° con la verticale. Schematizzando il moto come armonico semplice, calcola (a) la massima velocità del corpo sospeso, (b) la sua massima accelerazione angolare e (c) la massima forza di richiamo. (d) **E se?** Risolvi i punti da (a) a (c) usando i modelli introdotti nei precedenti capitoli. (e) Confronta i risultati.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 12.6 Oscillazioni smorzate

36. Mostrare che l'Equazione 12.29 è una soluzione dell'Equazione 12.28 quando $b^2 < 4mk$.

37. Un pendolo di lunghezza 1.00 m è abbandonato da un angolo iniziale di 15.0° . Dopo 1 000 s, l'ampiezza di oscillazione si riduce a 5.50° per effetto delle forze d'attrito. Determina il valore di $b/2m$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. Mostra che la variazione nel tempo dell'energia meccanica per un oscillatore smorzato è data da $dE/dt = - bv^2$ e perciò è sempre negativa. Per far ciò, esegui la derivata dell'energia meccanica di un oscillatore, E [Math Processing Error] e usa l'Equazione 12.28.

Paragrafo 12.7 Oscillazioni forzate

39. Entrando in un ristorante ti accorgi che hai portato da casa un piccolo timer elettronico invece del cellulare. Deluso, fai cadere il timer nella tasca laterale della giacca senza accorgerti che il timer sta funzionando. Il bracciolo della sedia preme sulla vostra giacca in un punto. Un pezzo di stoffa di lunghezza L pende liberamente da quel punto con il timer posto nella parte più bassa. A un certo punto della cena, il timer suona e un cicalino con vibratore si accende e si spegne con una frequenza di 1.50 Hz. Ciò fa oscillare la parte sospesa della giacca con un'ampiezza considerevolmente ampia, carpendo l'attenzione di tutti. Calcolare il valore di L .

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Una bimba si diverte a saltare sul materasso della sua culla. La sua massa è 12.5 kg e il materasso può essere considerato una molla leggera di costante elastica 700 N/m. La bambina impara subito a saltare con la massima ampiezza e il minimo sforzo piegando le ginocchia. (a) A quale frequenza? (b) Se volesse usare il materasso come trampolino – perdendo contatto con esso in parte

durante ciascun ciclo – quale ampiezza minima delle oscillazioni sarebbe necessaria?

41. Un corpo di 2.00 kg attaccato a una molla si muove senza attrito ($b = 0$) ed è sollecitato da una forza esterna data dall'espressione $F = 3.00 \sin(2\pi t)$ dove F è espressa in Newton e t in secondi. La costante elastica della molla è 20.0 N/m. Calcolare (a) la frequenza angolare risonante del sistema, (b) la frequenza angolare del sistema eccitato e (c) l'ampiezza del moto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. Considerando un oscillatore non smorzato e forzato ($b = 0$), mostrare che l'Equazione 12.32 è una soluzione dell'Equazione 12.31 con un'ampiezza data dall'Equazione 12.33.

43. Lo smorzamento è trascurabile per un corpo di 0.150 kg appeso a una molla leggera di costante elastica 6.30 N/m. Il sistema è sottoposto a una forza sinusoidale con ampiezza di 1.70 N. A quale frequenza questa forza farà oscillare la massa con un'ampiezza di 0.440 m?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 12.8 Collegamento al contesto: risonanza nelle strutture

44. Le persone che guidano motociclette e biciclette imparano a stare attente ai dossi che si trovano per le strade, e specialmente alle *piste di prova ondulate*, una situazione in cui per strada ci sono molte creste ugualmente spaziate. Che cosa c'è di così negativo nelle piste di prova ondulate? Una motocicletta ha diverse molle e ammortizzatori nelle sue sospensioni, ma noi possiamo considerare un modello con una sola molla che sostiene una massa. Si può stimare la costante elastica della molla pensando a quanto un pesante motociclista la comprima quando la carica. Un motociclista che viaggia a velocità autostradali su piste ondulate deve essere particolarmente attento ai dossi che si trovano a una certa distanza. Qual è l'ordine di grandezza della loro distanza di separazione?

45. Quattro persone, ognuna di massa 72.4 kg, stanno in una macchina di massa 1 130 kg. Si verifica una scossa di terremoto. Le oscillazioni verticali della superficie del suolo fanno sobbalzare la macchina su e giù sulle sue sospensioni ma il conducente riesce ad accostarsi e a fermarsi. Quando la frequenza della scossa è 1.80 Hz, la macchina mostra un'ampiezza di vibrazione massima. Il terremoto termina e le quattro persone abbandonano la macchina il più rapidamente possibile. Di quanto si sollevano le sospensioni non danneggiate della macchina quando le persone escono dalla macchina?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

46. Perché la seguente situazione è impossibile? Il tuo lavoro prevede di costruire oscillatori smorzati molto piccoli. Uno dei tuoi progetti prevede un oscillatore corpo-molla con una molla di costante elastica $k = 10.0 \text{ N/m}$ e un corpo di massa $m = 1.00 \text{ g}$. Il tuo obiettivo è che l'oscillatore abbia compiuto molte oscillazioni prima che l'ampiezza si sia ridotta al 25% del suo valore iniziale in un certo intervallo di tempo. Misure sul tuo ultimo prototipo mostrano che l'ampiezza si è ridotta al 25.0% in 23.1 ms. Questo intervallo di tempo è troppo lungo rispetto a quello che serve per il tuo progetto. Per accorciare questo intervallo, raddoppi la costante di smorzamento b per l'oscillatore. Questo raddoppiamento ti consente di raggiungere il tuo obiettivo.

47. Problema di ricapitolazione. Un grosso blocco P attaccato a una molla leggera compie un moto armonico semplice orizzontale scorrendo su una superficie priva di attrito con frequenza $f = 1.50 \text{ Hz}$. Il blocco B rimane su di esso come mostrato in Figura P12.47 e il coefficiente di attrito statico tra i due è $\mu_s = 0.600$. Quale ampiezza massima delle oscillazioni può raggiungere il sistema se il blocco B non deve scivolare?

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Problema di ricapitolazione. Un grosso blocco P attaccato a una molla leggera compie un moto armonico semplice orizzontale scorrendo su una superficie priva di attrito con frequenza f . Il blocco B rimane su di esso come mostrato in Figura P12.47 e il coefficiente di attrito statico tra i due è μ_s . Quale ampiezza massima delle oscillazioni può raggiungere il sistema se il blocco B non deve scivolare?

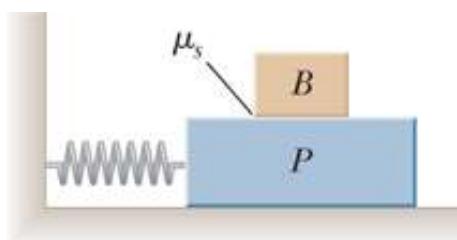


FIGURA P12.47 Problemi 47 e 48.

49. La massa della molecola di deuterio (D_2) è doppia rispetto a quella della molecola di idrogeno (H_2). Se la frequenza oscillatoria di H_2 è $1.30 \times 10^{14} \text{ Hz}$, qual è la frequenza di oscillazione di D_2 ? Si assuma che la costante elastica delle forze attrattive sia la stessa per entrambe le molecole.

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Dopo un emozionante tuffo, alcuni "bungee jumpers" oscillano ripetutamente usando una corda elastica adatta. Dopo alcuni salti, la corda perde elasticità. Il tuo fratellino si annoia provando a immaginare la massa di ogni persona, impiegando una proporzione che tu ottieni risolvendo il seguente problema. Un corpo di massa m sta oscillando liberamente su una lunga molla verticale con

periodo T . Un oggetto di massa incognita m' oscilla sulla stessa molla con periodo T' . Determina (a) la costante della molla e (b) la massa incognita.

- 51.** Una particella di massa 0.500 kg è attaccata a una molla orizzontale di costante elastica 50.0 N/m. All'istante $t = 0$ la particella ha una velocità massima di 20.0 m/s e si muove verso sinistra. (a) Determinare l'equazione del moto della particella, specificando la sua posizione in funzione del tempo. (b) In quale punto del moto l'energia potenziale è tre volte l'energia cinetica? (c) Trovare l'intervallo di tempo minimo necessario alla particella per muoversi da $x = 0$ a $x = 1.00$ m. (d) Trovare la lunghezza di un pendolo semplice con lo stesso periodo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 52.** (a) Una molla sospesa si allunga di 35.0 cm quando un corpo di massa 450 g viene agganciato all'estremo libero e si raggiungono condizioni di equilibrio. Definiamo questa posizione del corpo come $x = 0$. Il corpo è spostato di altri 18.0 cm ed è lasciato libero di oscillare senza attrito. Qual è la sua posizione x all'istante $t = 84.4$ s? (b) Calcolare la distanza percorsa dal corpo oscillante nel punto (a). (c) **E se?** Un'altra molla sospesa si allunga di 35.5 cm quando un corpo di massa 440 g viene agganciato all'estremo libero e si raggiungono condizioni di equilibrio. Definiamo questa posizione del corpo come $x = 0$. Il corpo è spostato di altri 18.0 cm ed è lasciato libero di oscillare senza attrito. Calcolare la sua posizione x all'istante $t = 84.4$ s. (d) Trovare la distanza percorsa dal corpo nel punto (c). (e) Perché le risposte ai quesiti (a) e (c) sono così diverse anche se i dati sono così simili e le risposte ai punti (b) e (d) sono relativamente vicine? Questo fatto denota una intrinseca difficoltà nella previsione della posizione della molla a tempi successivi?

- 53.** Una tavola orizzontale, di lunghezza 2.00 m e massa 5.00 kg, è incernierata a una estremità mentre l'altra è sostenuta da una molla di costante elastica 100 N/m (Fig. P12.53). La tavola è ruotata di un angolo θ piccolo rispetto alla posizione orizzontale di equilibrio e lasciata libera di muoversi. Calcolare la frequenza angolare con cui si muove di moto armonico semplice.

VISUALIZZA SOLUZIONE

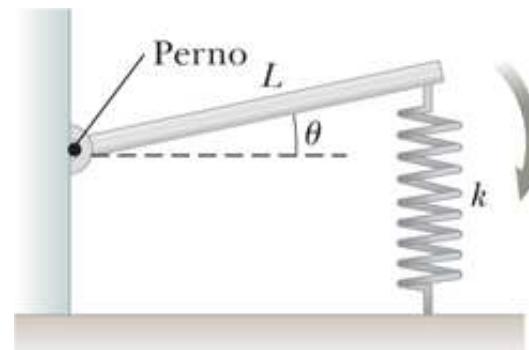


FIGURA P12.53 Problemi 53 e 54.

- 54.** Una tavola orizzontale, di lunghezza L e massa m , è incernierata a una estremità mentre l'altra è sostenuta da una molla di costante elastica k (Fig. P12.53). La tavola è ruotata di un angolo θ piccolo rispetto alla posizione

orizzontale di equilibrio e lasciata libera di muoversi. Calcolare la frequenza angolare con cui si muove di moto armonico semplice.

55. Un pendolo semplice, di lunghezza di 2.23 m e massa 6.74 kg, ha una velocità iniziale di 2.06 m/s nella posizione di equilibrio. Nell'ipotesi che il pendolo compia un moto armonico semplice, determinare: (a) il periodo del moto, (b) l'energia totale e (c) il massimo angolo di rotazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Un corpo di massa m è collegato a due molle di costanti elastiche k_1 e k_2 , come in Figura P12.56. In ciascun caso, la massa si muove su un tavolo privo di attrito, dopo essere stata spostata dall'equilibrio e poi rilasciata. Mostrare che in entrambi i casi la massa si muove di moto armonico semplice con periodi

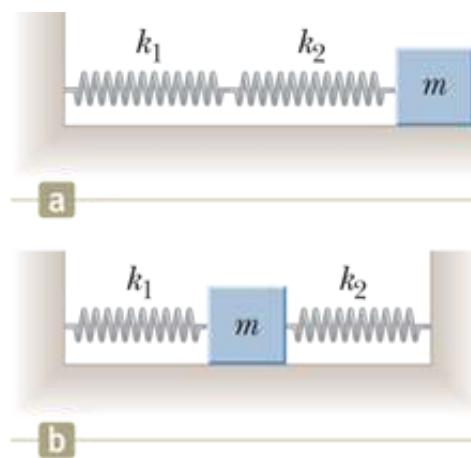


FIGURA P12.56

$$(a) T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}} \quad \text{e} \quad (b) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

57. Problema di ricapitolazione. Un estremo di una molla leggera di costante elastica 100 N/m è attaccato a una parete verticale. Una fune leggera è legata all'altro estremo della molla orizzontale. Come si vede in Figura P12.57, la funicella cambia da orizzontale a verticale passando attraverso una puleggia di massa M a forma di disco pieno di raggio $R = 2.00$ cm. La puleggia è libera di girare attorno a un asse fisso. La sezione verticale della funicella sostiene un oggetto di massa $m = 200$ g. La funicella non slitta sulla puleggia. Il corpo è spinto verso il basso per un breve tratto e poi è lasciato libero. (a) Calcolare la frequenza angolare di oscillazione del corpo in funzione della massa M . (b) Calcolare il massimo valore possibile della frequenza di oscillazione del corpo. (c) Calcolare il massimo valore possibile della frequenza angolare di oscillazione del corpo se si raddoppia il raggio della puleggia a $R = 4.00$ cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

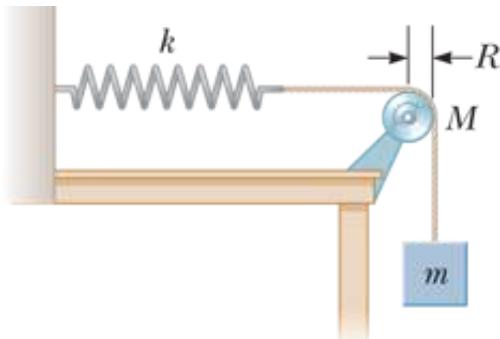


FIGURA P12.57

58. BIO Per comprendere la velocità del passo normale di un bipede o di un quadrupede, assumi che la gamba non poggi sul terreno come un'asta uniforme di lunghezza ℓ ma oscilli come un pendolo fisico attraverso mezzo ciclo, in risonanza. Sia θ_{\max} l'ampiezza. (a) Dimostra che la velocità dell'animale è data dall'espressione

$$v = \frac{\sqrt{6g\ell} \sin \theta_{\max}}{\pi}$$

se θ_{\max} è sufficientemente piccolo che il moto si possa approssimare a un moto armonico semplice. Una relazione empirica che è basata sullo stesso modello e si può applicare al caso di angoli più grandi è

$$v = \frac{\sqrt{6g\ell \cos(\theta_{\max}/2)} \sin \theta_{\max}}{\pi}$$

(b) Valuta la velocità con cui cammina un uomo se ha gambe di 0.850 m e un'ampiezza dell'angolo di oscillazione delle gambe pari a 28.0° . (c) Quale lunghezza dovrebbero avere le gambe per raddoppiare la velocità con la stessa ampiezza angolare?

59. Una piccola palla di massa M è attaccata all'estremità di un'asta uniforme di uguale massa M e lunghezza L incernierata alla sommità (Fig. P12.59). Calcolare le tensioni dell'asta (a) nel punto di cerniera e (b) nel punto P quando il sistema è stazionario. (c) Calcolare il periodo delle piccole oscillazioni e (d) valutare questo periodo per $L = 2.00$ m.

VISUALIZZA SOLUZIONE

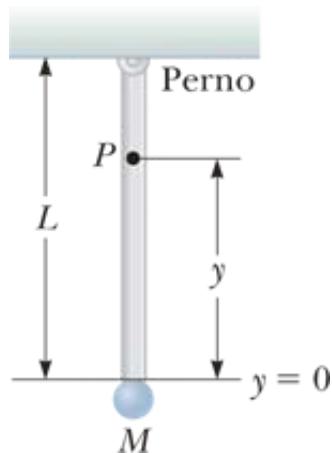


FIGURA P12.59

60. Il tuo pollice stride su un piatto che è stato appena pulito. Le tue scarpe da ginnastica stridono sul pavimento della palestra. Una ruota stride alla partenza o quando ci si ferma all'improvviso. Strisciando il dito bagnato intorno al bordo di un calice esso produce un suono. Quando il gesso stride sulla lavagna, si possono notare una serie di rumori a intervalli regolari. Come suggeriscono questi esempi, una vibrazione avviene normalmente quando c'è attrito su un corpo elastico in movimento. L'oscillazione in questi casi non è un moto armonico semplice, ma si chiama *stick-slip* (ossia un movimento fra due superfici che alterna una fermata a una scivolata. *N.d.T.*). Questo problema descrive in modo schematico questo tipo di moto. Un blocco di massa m è attaccato a un supporto fisso tramite una molla orizzontale di costante elastica k e di massa trascurabile (Fig. P12.60). La legge di Hooke descrive la molla sia in estensione che in compressione. Il blocco si trova su una lunga tavola orizzontale, con la quale ha un coefficiente d'attrito statico μ_s , e un piccolo coefficiente d'attrito dinamico μ_d , a tavola si muove verso destra a velocità costante v . Si assuma che il blocco impieghi la maggior parte del suo tempo rimanendo attaccato alla tavola e muovendosi verso destra, cosicché la velocità v sia piccola in confronto con la velocità media del blocco quando slitta indietro verso sinistra. (a) Mostrare che la massima estensione della molla dalla sua posizione di equilibrio è prossima a $\mu_s mg/k$. (b) Mostrare che il blocco oscilla attorno alla posizione di equilibrio in cui la molla è allungata di $\mu_d mg/k$. (c) Tracciare un grafico della posizione del blocco in funzione del tempo. (d) Mostrare che l'ampiezza del moto del blocco è

$$A = \frac{(\mu_s - \mu_d) mg}{k}$$

(e) Mostrare che il periodo del moto del blocco è

$$T = \frac{2(\mu_s - \mu_d) mg}{vk} + \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Si osservi che la *differenza* fra attrito statico e dinamico è importante per le vibrazioni. Una ruota che stride viene ingrassata poiché un fluido viscoso non può esercitare una forza di attrito statico.

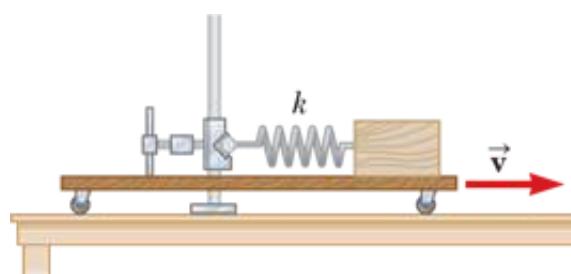


FIGURA P12.60

61. Problema di ricapitolazione. Questo problema riprende ed estende il ragionamento del Problema 48 nel Capitolo 8. Due alianti sono messi in moto su una pista in aria. L'aliante 1 ha massa $m_1 = 0.240$ kg e si muove verso destra con velocità 0.740 m/s. Avrà una collisione dell'estremità posteriore con l'aliante 2 di massa $m_2 = 0.360$ kg che si muove inizialmente verso destra con velocità 0.120 m/s. Una molla leggera di costante elastica 45.0 N/m è attaccata alla parte posteriore del secondo alianto come mostrato in Figura P8.48. Quando l'aliante 1 tocca la molla vi rimane incollato grazie a una colla istantanea. (a) Calcolare la velocità comune dei due alianti quando la molla raggiunge la massima compressione. (b) Calcolare la massima compressione della molla. Dopo che i due alianti si sono agganciati il moto consiste di una combinazione di (1) un moto a velocità costante del centro di massa dei due alianti ricavata nel punto (a) e (2) un moto armonico semplice degli alianti rispetto al centro di massa. (c) Calcolare l'energia del moto del centro di massa. (d) Calcolare l'energia dell'oscillazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Una pallina di massa m è collegata a due elastici uguali, lunghi L su cui agisce la stessa tensione T come mostrato in Figura P12.62. Si sposti la pallina di un piccolo tratto y in direzione verticale. Assumendo che la tensione T non vari apprezzabilmente, dimostrare che (a) la forza di richiamo è $-(2T/L)y$ e (b) il sistema si muove di moto armonico semplice con frequenza angolare $\omega =$

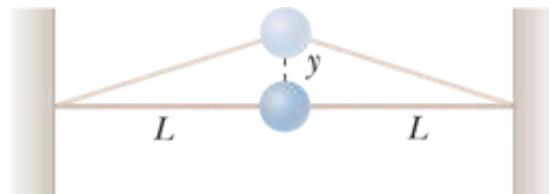


FIGURA P12.62

63. Problema di ricapitolazione. Un corpo di massa 4.00 kg è attaccato a una molla di costante elastica 100 N/m. Esso oscilla su una superficie orizzontale priva d'attrito con ampiezza di 2.00 m. Un corpo di 6.00 kg cade verticalmente su quello di 4.00 kg mentre passa attraverso il suo punto di equilibrio. I due oggetti restano incollati insieme. (a) Quanto vale la nuova ampiezza del sistema oscillante dopo l'urto? (b) Di che fattore varia il periodo? (c) Di quanto varia l'energia meccanica? (d) Spiegare la variazione di energia meccanica.

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. Un piccolo disco di raggio r e massa m è attaccato rigidamente alla faccia di un secondo disco più grande di raggio R e massa M come mostrato in Figura P12.64. Il centro del disco piccolo si trova sul bordo del disco grande. Il disco grande è montato su di un asse senza attrito passante per il suo centro. L'insieme dei due dischi viene spostato dall'equilibrio, ruotato di un piccolo angolo θ e lasciato libero di oscillare. (a) Dimostra che la velocità del centro del disco piccolo quando esso passa attraverso la posizione di equilibrio è data da

$$v = 2 \left[\frac{Rg(1 - \cos \theta)}{(M/m) + (r/R)^2 + 2} \right]^{1/2}$$

(b) Dimostra che il periodo del moto è

$$T = 2\pi \left[\frac{(M + 2m)R^2 + mr^2}{2mgR} \right]^{1/2}$$

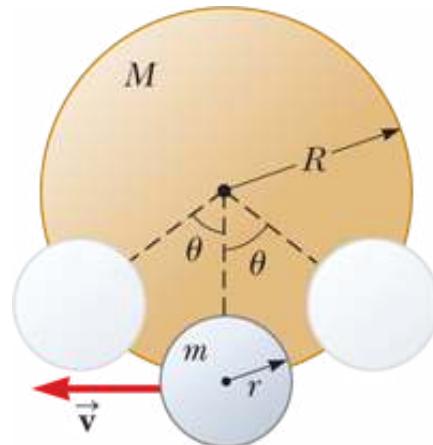


FIGURA P12.64

65. Un pendolo di lunghezza L e massa M è collegato a una molla orizzontale di costante elastica k a una distanza h più giù rispetto al punto di sospensione (Fig. P12.65). Calcolare la frequenza delle oscillazioni del sistema per piccoli angoli θ . Assumere che la sospensione verticale di lunghezza L sia rigida, ma trascurare la sua massa.

VISUALIZZA SOLUZIONE

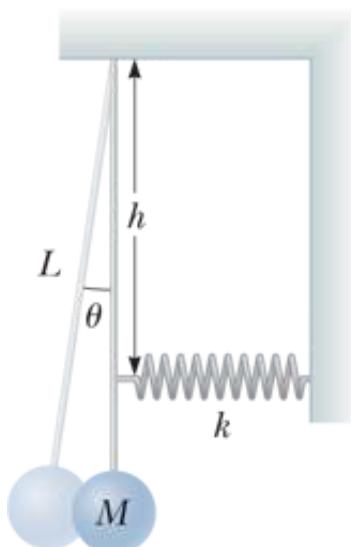


FIGURA P12.65

66. Consideriamo l'oscillatore smorzato illustrato in Figura 12.16a. Il corpo ha massa $m = 375$ g, la molla ha costante elastica $k = 100$ N/m e $b = 0.100$ N s/m. (a) Quanto impiega l'ampiezza a diventare metà del suo valore iniziale? (b) **E se?** Quanto impiega l'energia meccanica a diventare metà del suo valore iniziale? (c) Mostrare che, in generale, la velocità con la quale l'ampiezza diminuisce in un oscillatore armonico smorzato è la metà della velocità con la quale decresce l'energia meccanica.

67. Un corpo di massa $m_1 = 9.00 \text{ kg}$ è in equilibrio quando è collegato a una molla leggera di costante elastica $k = 100 \text{ N/m}$ assicurata a una parete come è mostrato in Figura P12.67a. Un secondo corpo di massa $m_2 = 7.00 \text{ kg}$, è spinto leggermente contro m_1 , comprimendo la molla di una quantità $A = 0.200 \text{ m}$ (Fig. P12.67b). Il sistema viene quindi lasciato libero di muoversi e ambedue gli oggetti iniziano a muoversi verso destra su una superficie priva d'attrito. (a) Quando m_1 raggiunge il punto di equilibrio, m_2 perde contatto con m_1 (Fig. P12.67c) e si muove verso destra con velocità v . Determinare il valore di v . (b) Quanto distano gli oggetti quando la molla è totalmente allungata per la prima volta? (Distanza D in Fig. P12.67d)?

VISUALIZZA SOLUZIONE

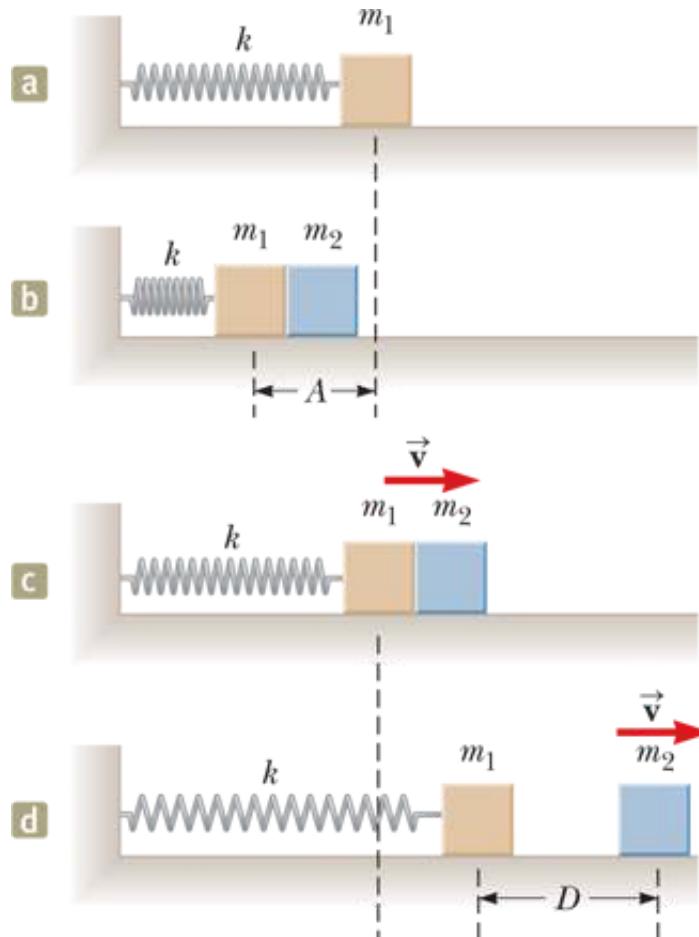


FIGURA P12.67

68. Problema di ricapitolazione. Perché la seguente situazione è impossibile? Ti occupi di trasferimento di pacchi ad alta velocità. Il tuo competitore nell'edificio accanto ottiene il diritto di passaggio per scavare un tunnel appena sopra al terreno che giri lungo tutta la Terra. Lanciando i pacchi lungo il tunnel alla velocità appropriata, il tuo rivale riesce a mettere in orbita i pacchi intorno alla Terra lungo il tunnel sicché arrivano dall'altra parte del tunnel in pochissimo tempo. Ti viene un'idea competitiva. Visto che la distanza attraverso la Terra è più corta di quella intorno alla Terra, ti viene concesso il permesso di scavare un tunnel attraverso il centro della Terra. Lasciando semplicemente cadere i pacchi in questo tunnel, essi cadono giù e arrivano dall'altra parte del tunnel, proprio nell'edificio accanto alla fine del tunnel scavato dal vostro rivale. Siccome i pacchi arrivano dall'altra parte in più breve tempo, vinci la competizione e la tua attività fiorisce. Nota: un corpo a distanza r dal centro della Terra viene tirato verso il centro solo dalla massa entro una sfera di raggio r (la regione rossiccia in Fig. P12.68). Assumi che la Terra abbia una densità uniforme.

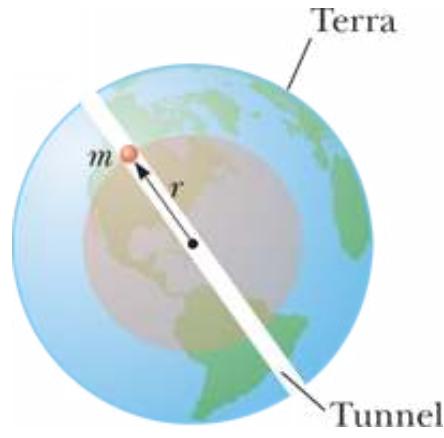


FIGURA P12.68

69. Un blocco di massa M è collegato a una molla di massa m e oscilla di moto armonico semplice su un piano orizzontale liscio (Fig. P12.69). La molla ha costante elastica k e lunghezza a riposo ℓ . Assumi che ogni segmento dx della molla oscilli in fase e con una velocità proporzionale alla distanza x dall'estremo fisso, cioè $v_x = (x/\ell)v$. Nota inoltre che la massa del segmento della molla è $dm = (m/\ell)dx$. Trova (a) l'energia cinetica del sistema quando il blocco ha velocità v e (b) il periodo delle oscillazioni.

VISUALIZZA SOLUZIONE

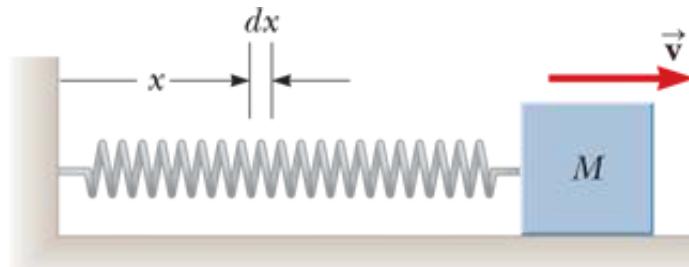


FIGURA P12.69

Typeetting math: 65%

Onde meccaniche



Stefano Cellai/AGE fotostock

Tre musicisti suonano l'alphorn (corno delle Alpi) nella regione del Valais in Svizzera. In questo capitolo studieremo il comportamento delle onde acustiche come quelle prodotte da questi grandi strumenti musicali.

La maggior parte di noi ha potuto notare le onde lanciando dei sassi in uno stagno. La perturbazione creata dal sasso si manifesta come un'ondulazione che si allarga a partire dal punto in cui è caduto il sasso nell'acqua. Se si esamina attentamente il moto di una foglia che galleggia vicino al punto in cui il sasso entra nell'acqua, si può vedere la foglia muoversi su e giù e avanti e indietro rispetto alla sua posizione originaria, senza essere soggetta ad alcuno spostamento netto dalla sorgente della perturbazione o verso di essa. La perturbazione dell'acqua si muove su una lunga distanza, ma un dato piccolo elemento di acqua oscilla solo su una distanza molto piccola. Questo comportamento è l'essenza del moto ondulatorio.

Il mondo è pieno di varie specie di onde, onde acustiche, onde sulle corde, onde sismiche, onde radio e raggi X. La maggior parte delle onde appartiene ad una delle seguenti due categorie. Le onde meccaniche sono onde la cui perturbazione si propaga attraverso un mezzo; l'ondulazione dell'acqua dovuta al sasso è un'onda acustica, per la quale l'aria è il mezzo, sono esempi di onde meccaniche. La fotografia in apertura mostra un esempio di una possibile sorgente di onde acustiche nell'aria: ottenuta soffiando dentro grandi corni di dimensioni differenti. Le onde elettromagnetiche sono una classe particolare di onde che non richiedono un mezzo per potersi propagare, come abbiamo discusso riguardo all'assenza dell'etere nel Paragrafo 9.2; le onde luminose e le onde radio sono due esempi familiari. In questo capitolo limiteremo la nostra attenzione alle onde meccaniche, rimandando lo studio delle onde elettromagnetiche al Capitolo 24.

13.1

Propagazione di una perturbazione

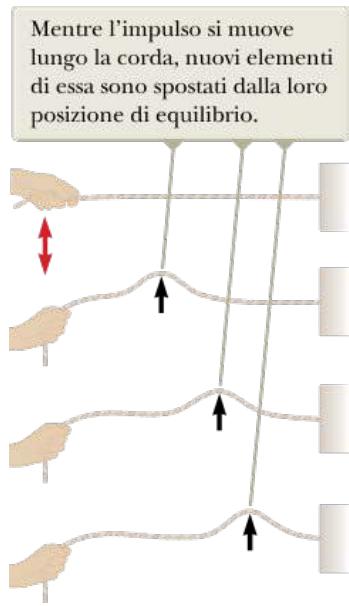


FIGURA 13.1 Una mano agita una volta su e giù (freccia rossa) una corda in tensione, provocando un impulso che viaggia lungo la corda.

Nell'introduzione, abbiamo fatto cenno all'essenza del moto ondulatorio: il trasferimento di una *perturbazione* attraverso lo spazio non accompagnato da un trasferimento di *materia*. La propagazione di una perturbazione rappresenta anche un trasferimento di energia; perciò, possiamo considerare le onde come un mezzo per trasferire energia. Nella lista dei meccanismi di trasferimento dell'energia nel Paragrafo 7.1, ne abbiamo visti due collegati alle onde: le onde meccaniche e la radiazione elettromagnetica. Questi meccanismi sono stati messi a confronto con un altro meccanismo – il trasferimento di materia – in cui il trasferimento di energia è accompagnato dal movimento di materia attraverso lo spazio. Tutte le onde trasportano energia, ma la quantità di energia trasmessa attraverso il mezzo e il meccanismo responsabile del trasporto dell'energia differiscono da caso a caso. Per esempio, la potenza delle onde oceaniche durante una tempesta è molto maggiore di quella delle onde sonore generate da uno strumento musicale.

Tutte le onde meccaniche richiedono (1) una qualche sorgente di perturbazione, (2) un mezzo che possa essere perturbato, e (3) un qualche meccanismo fisico attraverso il quale gli elementi del mezzo possano influenzarsi l'un l'altro. Questo requisito finale garantisce il fatto che una sollecitazione di un dato elemento del mezzo determinerà una sollecitazione dell'elemento vicino in modo tale da consentire la propagazione della perturbazione attraverso il mezzo.

Un modo di dimostrare il moto ondulatorio è dare un colpetto all'estremità libera di una lunga corda in tensione con l'estremità opposta fissata, come in Figura 13.1. In questo modo, si forma un singolo **impulso** che viaggia (verso destra in Fig. 13.1) con una velocità definita. La corda è il mezzo attraverso il quale l'impulso viaggia. La Figura 13.1 rappresenta "istantanee" consecutive dell'impulso che viaggia. La forma dell'impulso varia molto poco mentre viaggia lungo la corda.

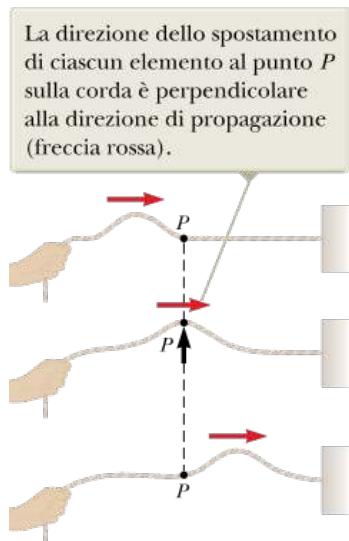


FIGURA 13.2 Spostamento di un particolare elemento della corda dovuto ad un impulso trasversale che viaggia sulla corda in tensione.

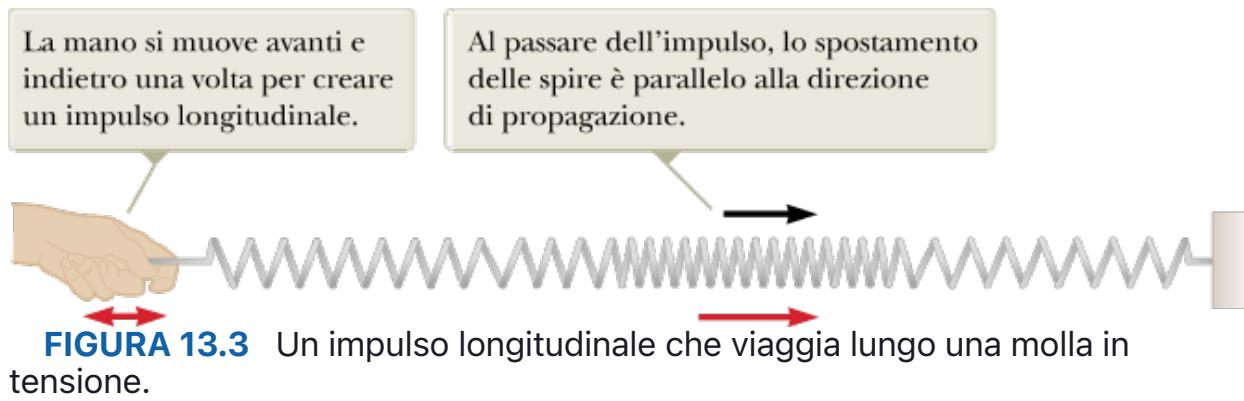
Durante il moto dell'impulso, ciascun segmento perturbato della corda si muove in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione. La Figura 13.2 illustra questa circostanza per un particolare elemento, indicato con *P*. È da notare che non vi è alcuna parte della corda che si muova nella direzione dell'onda. Una perturbazione come questa,

nella quale le particelle del mezzo perturbato si muovono perpendicolarmente alla direzione di propagazione, si chiama **onda trasversale**.

In un'altra classe di onde, le **onde longitudinali**, le particelle del mezzo subiscono spostamenti *paralleli* alla direzione di propagazione. Le onde sonore nell'aria, per esempio, sono longitudinali. La perturbazione corrisponde a una serie di regioni di alta e bassa pressione che si propagano nell'aria o in qualsiasi altro mezzo materiale con una certa velocità. Un impulso longitudinale può essere prodotto facilmente in una molla in tensione, come in Figura 13.3. Un insieme di spire all'estremità libera è spinta avanti e indietro. Questa azione genera un impulso nella forma di una regione di spire compresse che viaggia lungo la molla.

Finora abbiamo fornito una rappresentazione pittorica di un impulso che si propaga e speriamo che tu abbia cominciato a sviluppare una rappresentazione mentale di un tale impulso. Sviluppiamo ora matematicamente la propagazione di un impulso. Consideriamo un impulso che si propaga verso destra con velocità costante v su una lunga corda tesa, come in Figura 13.4. L'impulso si propaga lungo l'asse x (l'asse della corda), e lo spostamento trasversale (su e giù) della corda si misura con la coordinata di posizione y .

La Figura 13.4a rappresenta la forma e la posizione dell'impulso al tempo $t = 0$. A quest'istante la forma dell'impulso, qualunque sia, può essere rappresentata da una certa funzione matematica che scriveremo come $y(x, 0) = f(x)$. Questa funzione descrive la posizione verticale y dell'elemento di corda posta a ciascun valore di x al tempo $t = 0$.



Poiché la velocità dell'impulso è v , l'impulso ha percorso verso destra una distanza vt al tempo t (Fig. 13.4b). Adottiamo un modello semplificato in cui la forma dell'impulso non varia col tempo¹. Quindi, al tempo t , la forma dell'impulso è la stessa di quella al tempo $t = 0$, come in Figura 13.4a. Conseguentemente, un elemento della corda in x a questo tempo ha la stessa posizione y che un elemento, posto in $x - vt$, ha avuto al tempo $t = 0$:

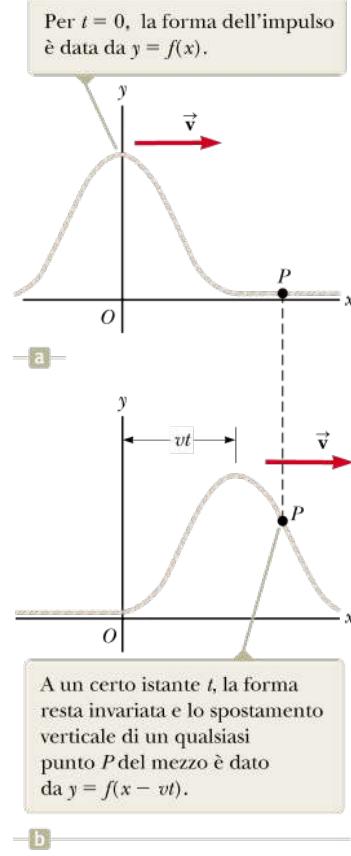


FIGURA 13.4 Un'onda unidimensionale che si propaga verso destra con velocità v .

¹In realtà, l'impulso cambia la sua forma e si disperde gradualmente durante il moto. Questo effetto, chiamato *dispersione*, è comune a molte onde meccaniche, ma noi useremo un modello semplificato che lo ignora.

$$y(x, t) = y(x - vt, 0)$$

In generale, allora, possiamo rappresentare la posizione y per tutti i valori di x e t misurati in un sistema di riferimento stazionario con l'origine in O , come

$$y(x, t) = f(x - vt) \quad (\text{impulso che viaggia verso destra}) \quad \text{13.1} \blacktriangleleft$$

Analogamente, se l'impulso si propaga verso sinistra, la posizione di un elemento della corda è descritto da:

$$y(x, t) = f(x + vt) \quad (\text{impulso che viaggia verso sinistra}) \quad \text{13.2} \blacktriangleleft$$

La funzione y , talvolta chiamata **funzione d'onda**, dipende dalle due variabili x e t . Per questa ragione è spesso indicata con $y(x, t)$ e si legge “ y in funzione di x e t ”.

È importante comprendere il significato di y . Consideriamo un determinato punto P sulla corda, identificato da un valore particolare della sua coordinata x come in Figura 13.4. Quando l'impulso passa per P , la coordinata y di questo punto cresce, raggiunge un massimo e poi diminuisce fino a zero. La funzione d'onda $y(x, t)$ rappresenta la coordinata y di un qualsiasi elemento di corda nella posizione x a un qualunque istante t . Inoltre, se t è fissato (cioè nel caso in cui si prenda un'istantanea dell'impulso), allora la funzione y in funzione di x , talvolta detta **forma d'onda**, definisce una curva che rappresenta la forma geometrica dell'impulso a quell'istante.

QUIZ RAPIDO 13.1

- (i) In una lunga coda di gente che aspetta di comprare il biglietto, quando la prima persona se ne va, avviene un moto impulsivo, mentre le persone si spostano in avanti per riempire l'intervallo vuoto. L'intervallo vuoto si muove attraverso la coda delle persone. Si tratta di una propagazione (a) trasversale o (b) longitudinale? (ii) Considera la “ola” durante una partita di calcio, quando gli spettatori si alzano in piedi e si risiedono all'arrivo dell'onda nella loro posizione, e questo impulso si muove lungo tutto lo stadio. Si tratta di un'onda (a) trasversale o (b) longitudinale?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 13.1 Un impulso in moto verso destra

Un impulso che si muove verso destra lungo l'asse x è rappresentato dalla funzione d'onda

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3.0t)^2 + 1}$$

dove x e y sono misurati in centimetri e t è misurato in secondi. Trovare le espressioni per la funzione d'onda a $t = 0$, $t = 1.0$ s, e $t = 2.0$ s.

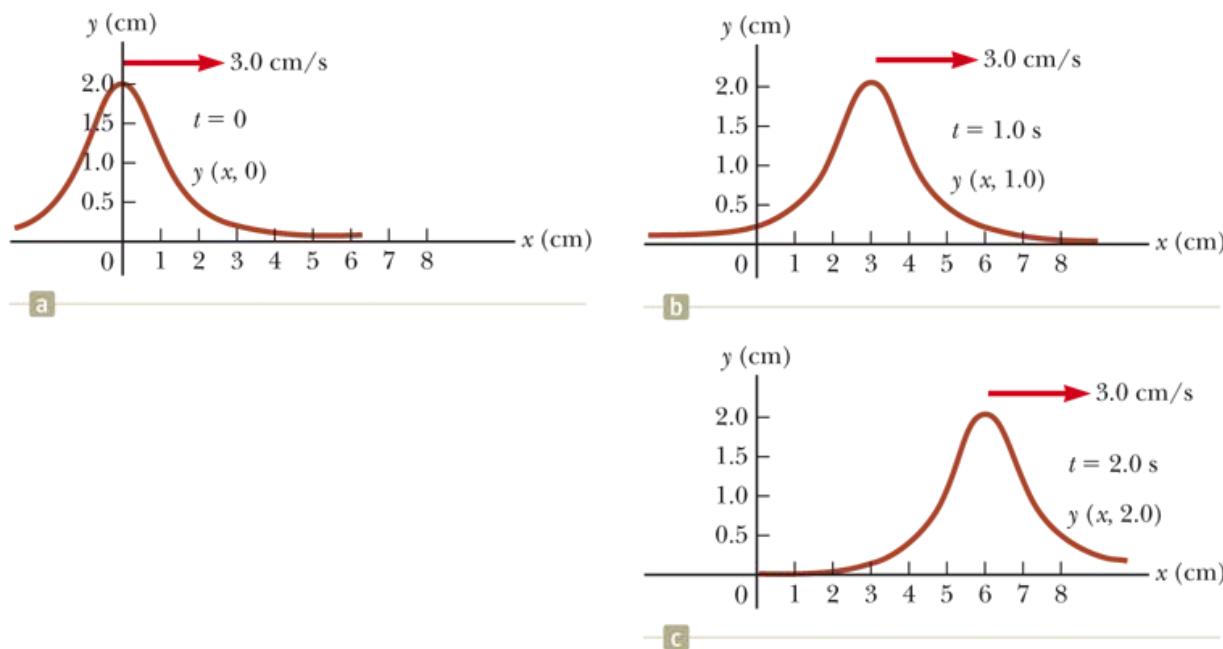


FIGURA 13.5 (Esempio 13.1) Grafici delle funzioni $y(x, t) = 2/[(x - 3.0t)^2 + 1]$ a (a) $t = 0$, (b) $t = 1.0$ s, e (c) $t = 2.0$ s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: l'onda che si propaga

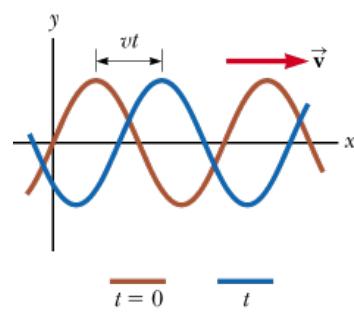


FIGURA 13.6 Un'onda sinusoidale unidimensionale in moto verso destra con velocità v . La curva rossa rappresenta un'istantanea dell'onda per $t = 0$ e la curva blu rappresenta un'istantanea a un istante successivo t .

In questo paragrafo introduciamo un'importante funzione d'onda la cui forma è mostrata in Figura 13.6. L'onda rappresentata da questa curva è chiamata **onda sinusoidale** perché la curva è la stessa di quella della funzione $\sin \theta$. Un'onda sinusoidale può essere generata in una corda, come in Figura 13.1, scuotendo l'estremità della corda su e giù con un moto armonico semplice.

L'onda sinusoidale è l'esempio più semplice di un'onda periodica e può essere usata per costruire onde più complesse (vedi Paragrafo 14.6). La curva rossa nella Figura 13.6 rappresenta un'istantanea al tempo $t = 0$ di un'onda sinusoidale che viaggia, e la curva blu rappresenta un'istantanea dell'onda dopo un certo tempo t . Immagina che possano verificarsi due tipi di moto. Prima di tutto, l'intera forma d'onda nella Figura 13.6 si muove a destra cosicché la curva rossa si muove verso destra e, infine, raggiunge la posizione della curva blu. Questo movimento è il *moto dell'onda*. Se noi ci focalizziamo su un elemento del mezzo, come l'elemento a $x = 0$, vediamo che ciascun elemento si muove su e giù lungo l'asse y con un moto armonico semplice. Questo movimento è il *moto degli elementi del mezzo*. È importante distinguere fra il moto dell'onda e il moto degli elementi del mezzo.

Nei primi capitoli di questo libro, abbiamo sviluppato diversi modelli di analisi basati su tre modelli semplificati: la particella, il sistema e il corpo rigido. Con la nostra introduzione alle onde possiamo sviluppare un nuovo modello semplificato, il **modello dell'onda che si propaga**, che ci permetterà di esplorare ulteriori modelli di analisi per la soluzione dei problemi. Una particella ideale ha dimensione nulla. Possiamo costruire degli oggetti fisici con dimensione non nulla come combinazione di particelle. Quindi, la particella può essere considerata come un mattone fondamentale. Un'onda ideale ha una singola frequenza ed è infinitamente lunga; cioè l'onda esiste attraverso l'Universo (un'onda di lunghezza finita deve necessariamente avere un mescolamento di frequenze). Quando questo concetto sarà esplorato nel Paragrafo 14.6, troveremo che le onde ideali possono essere combinate per costruire onde più complesse, proprio come si combinano le particelle.

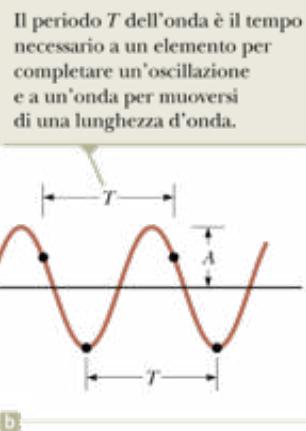
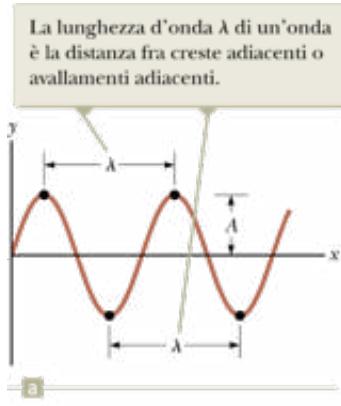


FIGURA 13.7 (a) Istantanea di un'onda sinusoidale. (b) Posizione y di un elemento del mezzo in funzione del tempo.

Nel seguito svilupperemo le caratteristiche principali e le rappresentazioni matematiche del modello di analisi di un'**onda che si propaga**. Questo modello è usato in situazioni in cui un'onda si muove attraverso lo spazio senza interagire con altre onde o particelle.

La Figura 13.7a mostra un'istantanea di un'onda che si muove in un mezzo. La Figura 13.7b mostra un grafico della posizione di un elemento del mezzo in funzione del tempo. Nella Figura 13.7a il punto per il quale si ha il massimo spostamento dell'elemento dalla sua posizione normale si chiama **cresta** dell'onda. Il punto più basso si chiama **avvallamento**. La distanza da una cresta alla successiva si chiama **lunghezza d'onda** λ (lettera Greca lambda). Più in generale, la lunghezza d'onda è la minima distanza fra due punti che si **comportano identicamente** su onde adiacenti come mostrato in Figura 13.7a.

Contando il numero di secondi fra i tempi di arrivo di due creste adiacenti in un dato punto dello spazio, puoi misurare il **periodo** T delle onde. In generale, il periodo è l'intervallo di tempo richiesto perché due punti identici di due onde adiacenti passino da un certo punto, come mostrato nella Figura 13.7b. Il periodo dell'onda è uguale al periodo del moto armonico semplice di un elemento del mezzo.

La stessa informazione è più spesso data dall'inverso del periodo, che si chiama **frequenza** f . In generale, la frequenza di un'onda periodica è il numero di creste (o di avvallamenti, o qualunque altro punto in un'onda) che passa un dato punto nell'unità di tempo. La frequenza di un'onda sinusoidale è legata al periodo dall'espressione

$$f = \frac{1}{T}$$

13.3 ◀

La frequenza dell'onda è uguale alla frequenza del moto armonico semplice di un elemento del mezzo. La più comune unità di misura della frequenza è il s^{-1} , o **hertz** (Hz), come abbiamo già visto nel Capitolo 12. L'unità di misura corrispondente per il periodo T è il secondo.

La massima posizione di un elemento del mezzo rispetto alla sua posizione di equilibrio si chiama **ampiezza** A dell'onda, come indicato nella Figura 13.7.

Le onde si propagano con una velocità specifica, che dipende dalle proprietà del mezzo che viene perturbato. Per esempio, le onde sonore viaggiano nell'aria a temperatura ambiente (20°C) con una velocità di circa 343 m/s (781 mi/h), mentre nella maggior parte dei solidi si propagano con una velocità maggiore di 343 m/s .

Consideriamo l'onda sinusoidale nella Figura 13.7a, che mostra la posizione dell'onda al tempo $t = 0$. Siccome l'onda è sinusoidale, la funzione d'onda a questo istante è espressa come $y(x, 0) = A \sin ax$, dove A è l'ampiezza e a è una costante che deve essere

determinata. A $x = 0$, vediamo che $y(0, 0) = A \sin a(0) = 0$, in accordo con la Figura 13.7a. Il valore successivo di x per il quale y è nulla è $x = \lambda/2$. Quindi,

$$y\left(\frac{\lambda}{2}, 0\right) = A \sin\left(a \frac{\lambda}{2}\right) = 0$$

Affinché questa equazione sia vera, dobbiamo avere $a\lambda/2 = \pi$, o $a = 2\pi/\lambda$. Quindi, la funzione che descrive la posizione degli elementi del mezzo attraverso il quale l'onda sinusoidale sta viaggiando può essere scritta

$$y(x, 0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \quad 13.4 \blacktriangleleft$$

dove la costante A rappresenta l'ampiezza dell'onda e la costante λ è la lunghezza d'onda. Possiamo notare che la posizione verticale di un elemento del mezzo si ripete quando x aumenta di un multiplo intero di λ . Sulla base della nostra discussione dell'Equazione 13.1, se l'onda si muove a destra con velocità v , la funzione d'onda qualche istante dopo è

Prevenire le insidie
| 13.1 Qual è la differenza tra le Figure 13.7a e 13.7b?

Si noti la somiglianza fra le Figure 13.7a e 13.7b. Le curve in entrambe le figure sono le stesse, ma (a) è un grafico della posizione verticale in funzione della posizione orizzontale e (b) è la posizione verticale in funzione del tempo. La parte (a) può anche essere interpretata come una rappresentazione dell'onda per un dato *insieme di elementi del mezzo*, che corrisponde a quello che si osserverebbe ad un dato istante di tempo. La parte (b) è la rappresentazione grafica della posizione di un *elemento del mezzo* in funzione del tempo. Il fatto che entrambe le figure abbiano le stesse curve rappresenta l'Equazione 13.1: un'onda è la *stessa* funzione sia di x che di t .

$$y(x, t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \quad 13.5 \blacktriangleleft$$

Se l'onda si muovesse a sinistra, la quantità $x - vt$ sarebbe sostituita con $x + vt$ come quando abbiamo sviluppato le Equazioni 13.1 e 13.2.

Per definizione, l'onda viaggia attraverso uno spostamento Δx uguale a una lunghezza d'onda λ in un intervallo di tempo Δt uguale a un periodo T . Quindi, la velocità dell'onda, la lunghezza d'onda e il periodo sono legati dall'espressione

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \quad 13.6 \blacktriangleleft$$

Sostituendo in questa espressione per v nell'Equazione 13.5 si ha

$$y = A \operatorname{sen} \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

13.7◀

Questa forma della funzione d'onda mostra la natura *periodica* di y . Si noti che spesso, piuttosto che $y(x, t)$, useremo la notazione abbreviata y . Per ogni dato istante t , y ha lo stesso valore nelle posizioni $x, x + \lambda, x + 2\lambda$, e così via. Inoltre, per ogni data posizione x , il valore di y è lo stesso ai tempi $t, t + T, t + 2T$, e così via.

Si può esprimere la funzione d'onda in una forma conveniente definendo altre due grandezze, il **numero d'onda angolare** k (in genere chiamato semplicemente **numero d'onda**) e la **frequenza angolare** ω :

NUMERO D'ONDA ANGOLARE

FREQUENZA ANGOLARE

FUNZIONE D'ONDA PER UN'ONDA SINUSOIDALE

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$$

13.8◀

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

13.9◀

Usando queste definizioni, l'Equazione 13.7 può essere scritta in una forma più compatta

$$y = A \operatorname{sen} (kx - \omega t)$$

13.10◀

Usando le Equazioni 13.3, 13.8 e 13.9, la velocità v dell'onda, data originariamente nell'Equazione 13.6 può essere espressa in queste due forme alternative:

VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DI UN'ONDA SINUSOIDALE

$$v = \frac{\omega}{k}$$

13.11◀

$$v = \lambda f$$

13.12◀

La funzione d'onda data dall'Equazione 13.10 assume che la posizione verticale y di un elemento del mezzo sia nulla a $x = 0$ e $t = 0$. Poiché ciò potrebbe non verificarsi, in generale si esprime la funzione d'onda nella forma

ESPRESSIONE GENERALE PER UN'ONDA SINUSOIDALE

$$y = A \operatorname{sen} (kx - \omega t + \phi)$$

13.13◀

dove ϕ è la **costante di fase**, proprio come abbiamo appreso nel nostro studio del moto periodico nel Capitolo 12. Questa costante può essere determinata dalle condizioni iniziali. Le equazioni principali nella rappresentazione matematica del modello di analisi dell'onda che si propaga sono le Equazioni 13.3, 13.10 e 13.12.

QUIZ RAPIDO 13.2

Un'onda sinusoidale di frequenza f si propaga lungo una corda tesa. La corda viene riportata nelle condizioni di riposo e una seconda onda di frequenza $2f$ inizia a propagarsi sulla stessa corda. (i) Qual è la velocità della seconda onda? (a) il doppio di quella della prima onda; (b) metà di quella della prima onda; (c) la stessa di quella della prima onda; (d) impossibile da determinare. Scegliendo tra le risposte precedenti, (ii) qual è la lunghezza d'onda della seconda onda? (iii) Qual è l'ampiezza della seconda onda?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 13.2 Un'onda sinusoidale che si propaga

Un'onda sinusoidale che si propaga nel verso positivo delle x ha un'ampiezza di 15.0 cm, una lunghezza d'onda di 40.0 cm e una frequenza di 8.00 Hz. Lo spostamento verticale di un elemento del mezzo per $t = 0$ e $x = 0$ è 15.0 cm come viene mostrato in Figura 13.8.

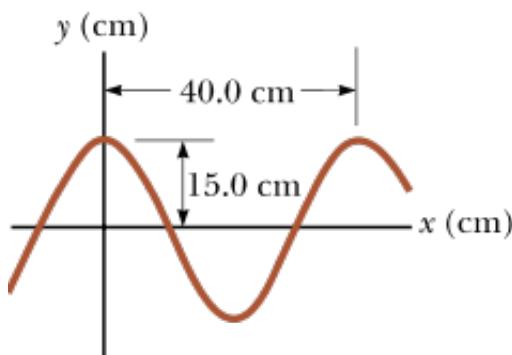


FIGURA 13.8 (Esempio 13.2) Un'onda sinusoidale di lunghezza d'onda $\lambda = 40.0$ cm e ampiezza $A = 15.0$ cm.

(A) Determinare il numero d'onda k , il periodo T , la frequenza angolare ω e la velocità v dell'onda.

(B) Determinare la costante di fase Φ e scrivere una espressione generale per la funzione d'onda.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

L'equazione d'onda lineare

² Con questa spiegazione stiamo assumendo che un elemento della corda oscilli sempre verticalmente. Se a un dato elemento fosse permesso di muoversi lateralmente, la tensione nella corda varierebbe. Un moto di questo tipo renderebbe l'analisi molto complessa.

Nella Figura 13.1 abbiamo dimostrato come creare un impulso scuotendo su e giù una corda tesa, per una volta. Per creare una serie di questi impulsi – cioè un'onda – anziché la mano usiamo una lama oscillante che vibri di moto armonico semplice. La Figura 13.9 (pag. 422)

mostra immagini istantanee dell'onda creata in questo modo a intervalli di un quarto di periodo, $T/4$. Poiché l'estremità della lama oscilla con moto armonico semplice, ciascun elemento della corda, come il punto P , oscilla anch'esso verticalmente con moto armonico semplice. Quindi, ogni elemento della corda può essere considerato come un oscillatore armonico semplice che vibra con una frequenza uguale alla frequenza di vibrazione della lama². Si noti che, sebbene ciascun elemento oscilli nella direzione y , l'onda si propaga nella direzione x con velocità v . Naturalmente, questa è la definizione di onda trasversale.

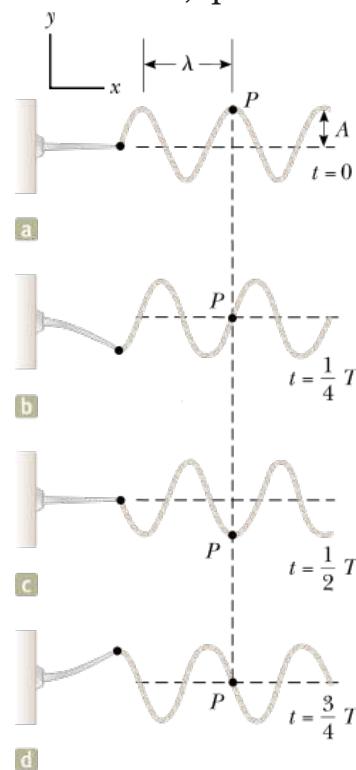


FIGURA 13.9 Un metodo per produrre onde sinusoidali in una corda omogenea. L'estremità sinistra della corda è collegata a una lama in vibrazione. Si noti che ogni elemento della corda, come quello al punto P, oscilla con un moto armonico semplice in direzione verticale.

Se definiamo $t = 0$ il tempo al quale la configurazione della corda è quella descritta nella Figura 13.9a, allora la funzione d'onda può essere scritta come nell'Equazione 13.10:

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

Possiamo usare questa espressione per descrivere il moto di un qualsiasi elemento della corda. L'elemento nel punto P (o un qualsiasi altro elemento della corda) si muove solo verticalmente e così la sua coordinata x rimane costante. Perciò, la **velocità trasversale**, v_y (da non confondersi con la velocità dell'onda v) e l'**accelerazione trasversale**, a_y degli elementi della corda sono date da:

$$v_y = \frac{dy}{dt} \Big|_{x=\text{costante}} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \quad \text{13.14} \blacktriangleleft$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} \Big|_{x=\text{costante}} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t) \quad \text{13.15} \blacktriangleleft$$

Queste espressioni incorporano delle derivate parziali perché y dipende sia da x che da t . Per esempio con l'operazione $\partial y / \partial t$ facciamo una derivata rispetto a t , tenendo x costante. Il valore massimo di queste grandezze è semplicemente il valore assoluto dei coefficienti delle funzioni seno e coseno:

$$v_{y,\max} = \omega A \quad \text{13.16} \blacktriangleleft$$

$$a_{y,\max} = \omega^2 A \quad \text{13.17} \blacktriangleleft$$

Si deve sottolineare che la velocità trasversale e l'accelerazione trasversale degli elementi della corda non raggiungono il loro valore massimo simultaneamente. Infatti, la velocità trasversale raggiunge il suo valore massimo (ωA) quando lo spostamento è $y = 0$, mentre l'accelerazione trasversale raggiunge il suo valore massimo ($\omega^2 A$) quando $y = \pm A$. Infine, le Equazioni 13.16 e 13.17 sono identiche nella loro forma matematica alle corrispondenti equazioni per il moto armonico semplice (Eqq. 12.17 e 12.18).

QUIZ RAPIDO 13.3

L'ampiezza di un'onda in una corda viene raddoppiata, senza modificare nient'altro nell'onda. Di conseguenza, quali delle seguenti affermazioni è corretta? **(a)** La velocità dell'onda cambia. **(b)** La frequenza dell'onda cambia. **(c)** La massima velocità trasversale di un elemento del mezzo cambia. **(d)** Le affermazioni da (a) a (c) sono tutte vere. **(e)** Nessuna delle affermazioni da (a) a (c) è vera.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Deriviamo le nostre funzioni d'onda (Eq. 13.10) rispetto alla posizione a un tempo fissato, analogamente al procedimento col quale abbiamo derivato rispetto al tempo nelle Equazioni 13.14 e 13.15:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=\text{costante}} = \frac{\partial y}{\partial x} = kA \cos(kx - \omega t) \quad 13.18 \blacktriangleleft$$

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=\text{costante}} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A \sin(kx - \omega t) \quad 13.19 \blacktriangleleft$$

Confrontando le Equazioni 13.15 e 13.19, vediamo che

$$A \sin(kx - \omega t) = -\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Usando l'Equazione 13.11, possiamo riscriverla come

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad 13.20 \blacktriangleleft$$

EQUAZIONE D'ONDA LINEARE

³ Nel caso delle onde elettromagnetiche, y rappresenta un campo elettrico, che studieremo nel Capitolo 24.

questa equazione è nota come **equazione d'onda lineare**. Se analizziamo una situazione e troviamo questo tipo di relazione fra le derivate di una funzione che descrive la situazione, allora si sta descrivendo la propagazione di un'onda. L'Equazione 13.20 è un'equazione differenziale che rappresenta il modello di un'onda che si propaga. La soluzione dell'equazione descrive **onde meccaniche lineari**. Abbiamo sviluppato l'equazione d'onda lineare da un'onda meccanica sinusoidale che si propaga in un mezzo, ma essa è molto più generale. L'equazione d'onda lineare descrive con successo le onde nelle corde, le onde acustiche, e

Prevenire le insidie | 13.2 Due tipi di velocità

Attenzione a non confondere la velocità v dell'onda mentre si propaga nella corda, con v_y , velocità trasversale di un punto della corda. La velocità v è costante per un dato mezzo uniforme, mentre v_y varia con legge sinusoidale.

anche le onde elettromagnetiche³. Inoltre, sebbene l'onda sinusoidale che abbiamo studiato sia una soluzione dell'Equazione 13.20, la soluzione generale dell'equazione è *qualsiasi* funzione della forma $y(x, t) = f(x \pm vt)$, come abbiamo discusso nel Paragrafo 13.1. Le onde non lineari sono più difficili da analizzare, ma costituiscono un importante campo della ricerca attuale, specialmente in ottica. Un esempio di onda meccanica non lineare è quella in cui l'ampiezza non è piccola rispetto alla lunghezza d'onda.

Esempio 13.3 Una soluzione per l'equazione d'onda lineare

Verificare che la funzione d'onda presentata nell'Esempio 13.1 sia una soluzione dell'equazione d'onda lineare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

La velocità delle onde trasversali nelle corde

Un aspetto del comportamento delle onde meccaniche lineari è che la velocità dipende solo dalle proprietà del mezzo attraverso cui viaggia l'onda. Le onde per le quali l'ampiezza A è piccola relativamente alla lunghezza d'onda λ sono ben rappresentate come onde lineari. In questo paragrafo determineremo la velocità di un'onda trasversale che viaggia in una corda tesa.

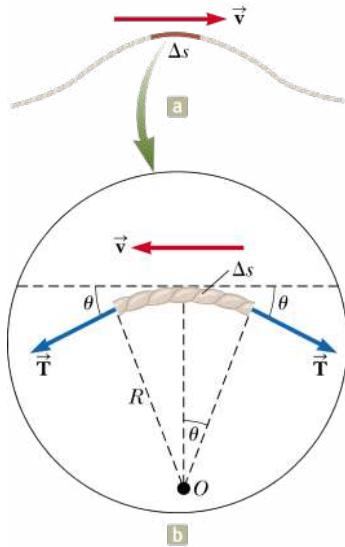


FIGURA 13.10 (a) Prendendo come riferimento la Terra, un impulso viaggia verso destra su una corda con velocità v . (b) Rispetto ad un sistema di riferimento che si muove verso destra con l'impulso, l'elemento di lunghezza Δs si muove verso sinistra con velocità v .

Utilizziamo ora un'analisi meccanica per ottenere l'espressione per la velocità di un impulso che si propaga in una corda tesa soggetta alla tensione T . Consideriamo un impulso in moto verso destra con velocità costante v , misurata rispetto a un sistema di riferimento inerziale fisso (rispetto alla Terra) come in Figura 13.10a. Ricordiamo dal Capitolo 9 che le leggi di Newton sono valide in ogni sistema di riferimento inerziale. Allora, vediamo quest'impulso da un sistema di riferimento inerziale diverso, quello che si muove insieme all'impulso con la stessa velocità, cosicché l'impulso appare fermo nel sistema di riferimento, come in Figura 13.10b. In questo sistema di riferimento, l'impulso rimane fisso e ciascun elemento della corda si muove verso sinistra attraverso la forma dell'impulso.

Un piccolo tratto della corda di lunghezza Δs forma approssimativamente l'arco di cerchio di raggio R , mostrato nell'ingrandimento della Figura 13.10b. Nel nostro sistema di riferimento in moto, il segmento di corda si muove verso sinistra con velocità v . Quando esso viaggia attraverso l'arco, possiamo assimilarlo a una particella in moto circolare uniforme. Questo piccolo tratto è soggetto a un'accelerazione centripeta uguale a v^2/R , che viene generata dalle componenti della forza \vec{T} della corda, il cui modulo è la tensione nella corda. La forza \mathbf{T} agisce da entrambe le parti del tratto, tangenzialmente all'arco, come in Figura 13.10b. Le componenti orizzontali di \vec{T} si annullano ed ogni componente verticale $T \sin \theta$ agisce verso il basso. Perciò la forza totale radiale è $2T \sin \theta$. Poiché il segmento è piccolo, θ è piccolo e possiamo usare l'approssimazione per i piccoli angoli $\sin \theta \approx \theta$. Perciò, la forza radiale totale può essere espressa come

$$F_r = 2T \sin \theta \approx 2T\theta$$

Il tratto ha una massa data da $m = \mu \Delta s$, dove μ è la massa per unità di lunghezza della corda. Poiché il segmento è un arco di cerchio che sottende un angolo al centro 2θ , $\Delta s = R(2\theta)$, e dunque

$$m = \mu \Delta s = 2\mu R\theta$$

Se applichiamo la seconda legge di Newton a questo segmento, la componente radiale del moto dà

$$F_r = \frac{mv^2}{R} \rightarrow 2T\theta = \frac{2\mu R\theta v^2}{R} \rightarrow T = \mu v^2$$

dove F_r è la forza che fornisce l'accelerazione centripeta al segmento. Risolvendo rispetto a v si ottiene

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

13.21◀

VELOCITÀ DI UN'ONDA IN UNA CORDA TESA

Si noti che questo procedimento è basato sull'ipotesi che l'altezza dell'impulso sia piccola rispetto alla lunghezza dell'impulso, per cui possiamo usare l'approssimazione $\sin \theta \approx \theta$. Inoltre, il modello assume che la tensione T non venga influenzata dalla presenza dell'impulso, in modo tale che T sia la stessa in tutti i punti della corda. Infine, notiamo che questa dimostrazione *non* presuppone alcuna forma particolare per l'impulso. Concludiamo perciò che un impulso di una *forma qualsiasi* viaggia in una corda con velocità $v = \sqrt{T/\mu}$ senza modificare la sua forma.

QUIZ RAPIDO 13.4

Supponiamo di creare un impulso muovendo l'estremità libera di una corda tesa su e giù una sola volta con la mano iniziando al tempo $t = 0$. La corda ha l'altro estremo attaccato a una parete distante. L'impulso raggiunge la parete al tempo t . Quali delle seguenti azioni, prese in se stesse, diminuiscono l'intervallo di tempo necessario all'impulso per raggiungere la parete? Può essere corretta più di una scelta. **(a)** Muovere la mano più rapidamente, ma ancora su e giù una sola volta della stessa quantità. **(b)** Muovere la mano più lentamente, ma ancora su e giù una sola volta della stessa quantità. **(c)** Muovere la mano su e giù per una distanza maggiore nello stesso tempo. **(d)** Muovere la mano su e giù di una distanza minore nello stesso tempo. **(e)** Usare una corda più pesante della stessa lunghezza e con la stessa tensione. **(f)** Usare una corda più leggera della stessa lunghezza e con la stessa tensione. **(g)** Usare una corda della stessa densità lineare di massa, ma diminuendo la tensione. **(h)** Usare una corda della stessa densità lineare di massa, ma aumentando la tensione.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Prevenire le insidie | 13.3 Diversi **T**

Fate attenzione a non confondere la T usata per la tensione nell'Equazione 13.21 con il simbolo T usato in questo capitolo per il periodo di un'onda. Il contesto dell'equazione dovrebbe aiutarti a identificare di quale grandezza si tratta. Il motivo è semplice, non ci sono abbastanza lettere nell'alfabeto per assegnare un'unica lettera a ciascuna variabile!

FISICA RAGIONATA 13.1

Un agente segreto viene intrappolato in un edificio in cima alla cabina di un ascensore a pianterreno. Egli prova a spedire un messaggio in codice Morse a un compagno che si trova all'ultimo piano, per mezzo di colpetti sul cavo dell'ascensore cosicché gli impulsi si tramettano verso l'alto lungo il cavo.

Quando gli impulsi si muovono lungo il cavo verso il compagno, la velocità con cui si muovono rimarrà la stessa, aumenterà o diminuirà? Se gli impulsi sono spediti a intervalli di un secondo, saranno ricevuti dal compagno a intervalli di un secondo?

Ragionamento Il cavo dell'ascensore si può rappresentare come una corda verticale. La velocità dell'onda nel cavo è funzione della tensione del cavo. Quando l'onda si muove verso l'alto, incontra una tensione crescente, poiché ciascun punto più alto del cavo deve sopportare il peso di tutto il cavo più basso (e dell'ascensore). Quindi, la velocità dell'impulso aumenta mentre si sposta più in alto lungo il cavo. La frequenza degli impulsi non viene influenzata, poiché ciascun impulso impiegherà lo stesso tempo per raggiungere la cima: essi arriveranno in cima al cavo a intervalli di un secondo.

Esempio 13.4 Velocità di un impulso in una corda

Una corda omogenea ha una massa di 0.300 kg e una lunghezza di 6.00 m. La tensione è mantenuta tramite una carrucola con una massa di 2.00 kg sospesa a una estremità della corda (Fig. 13.11). Determinare la velocità di un impulso che viaggia in questa corda.

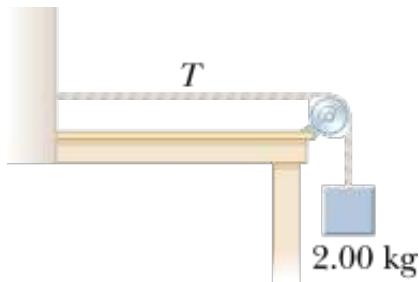


FIGURA 13.11 (Esempio 13.4) La tensione T nella corda è mantenuta dalla massa sospesa. La velocità dell'onda che si propaga lungo la corda è data dall'espressione $v = \sqrt{T}/\mu$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 13.5 Salvataggio dello scalatore

Uno scalatore di 80.0 kg è intrappolato su una sporgenza lungo una parete in montagna a causa di un temporale. Un elicottero soccorre lo scalatore scendendo a bassa quota e facendo scendere un cavo sino a lui. La massa del cavo è di 8.00 kg e la sua lunghezza è 15.0 m. Un seggiolino di massa 70.0 kg è agganciato all'estremità del cavo. Lo scalatore si aggancia al seggiolino e l'elicottero accelera verso l'alto. Spaventato dal fatto di essere sollevato in aria, lo scalatore cerca di comunicare con il pilota mandando impulsi trasversi lungo il cavo. Un impulso impiega 0.250 s per viaggiare lungo il cavo. Qual è l'accelerazione dell'elicottero? Assumi che la tensione del cavo sia uniforme.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Riflessione e trasmissione delle onde

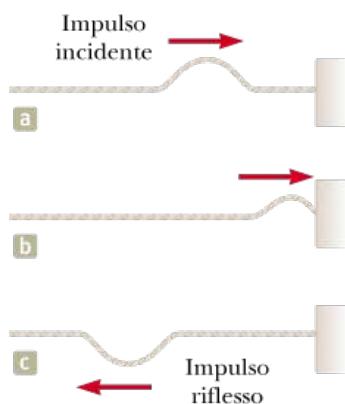


FIGURA 13.12 La riflessione di un impulso a un'estremità fissa di una corda tesa.

Si noti che l'impulso riflesso è invertito, ma la sua forma resta la stessa.

Il modello dell'onda che si propaga descrive onde che viaggiano in un mezzo uniforme senza interagire con qualcosa lungo il percorso. Ora consideriamo come un'onda che si propaga venga influenzata quando incontra un cambiamento del mezzo. Per esempio, consideriamo un impulso che viaggia in una corda che è attaccata rigidamente con una delle sue estremità a un supporto, come nella Figura 13.12. Quando l'impulso raggiunge il supporto, avviene un cambiamento consistente del mezzo: la corda finisce. Il risultato è che l'impulso è soggetto a una **riflessione**; cioè, l'impulso si muove indietro lungo la corda nella direzione opposta.

Si noti che l'impulso riflesso è *invertito*. Questa inversione può essere spiegata come segue. Quando l'impulso raggiunge l'estremità fissa della corda, la corda genera una forza verso l'alto sul supporto. Per la terza legge di Newton, il supporto deve esercitare una forza di reazione uguale in modulo e opposta (verso il basso) sulla corda. Questa forza verso il basso causa l'inversione dell'impulso alla riflessione.

Consideriamo adesso un altro caso. Questa volta l'impulso arriva all'estremità di una corda che è libera di muoversi verticalmente, come in Figura 13.13. La tensione all'estremità viene mantenuta legando la corda a un anello di massa trascurabile che sia libero di scivolare verticalmente su un'asta priva di attrito. L'impulso verrà nuovamente riflesso ma questa volta non verrà invertito. Quando l'impulso raggiunge l'asta, esercita una forza sull'estremità libera, provocando un'accelerazione dell'anello verso l'alto. L'anello sale in alto tanto quanto l'altezza dell'impulso, e la componente verso il basso della forza di tensione tira l'anello indietro verso il basso. Questo movimento dell'anello produce un impulso riflesso che non è invertito e che ha la stessa ampiezza dell'impulso incidente.

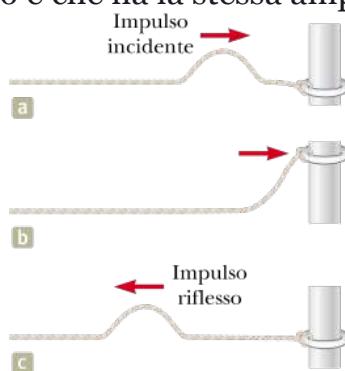


FIGURA 13.13 La riflessione di un impulso a un'estremità libera di una corda tesa.

In tal caso l'impulso riflesso non viene invertito.

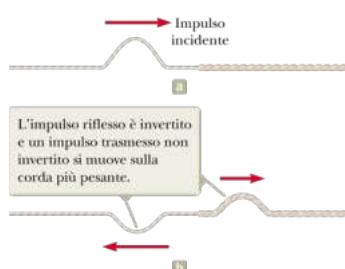


FIGURA 13.14 (a) Un impulso che viaggia verso destra su una corda leggera si avvicina alla giunzione con una corda più pesante. (b) La situazione dopo il passaggio dell'impulso dalla giunzione.

Infine, possiamo avere una situazione con una zona di confine intermedia fra questi due casi estremi. In questo caso, una parte dell'energia dell'impulso incidente viene riflessa e una parte viene **trasmessa**; cioè, un po' di energia passa attraverso il confine. Per esempio, supponiamo che una corda leggera sia collegata a una corda più pesante, come nella Figura 13.14. Quando un impulso che viaggia nella corda leggera raggiunge il confine fra le due corde, l'impulso in parte viene riflesso e invertito e in parte viene trasmesso alla corda più pesante. L'impulso riflesso viene invertito per la stessa ragione descritta in precedenza nel caso della corda attaccata rigidamente a un supporto.

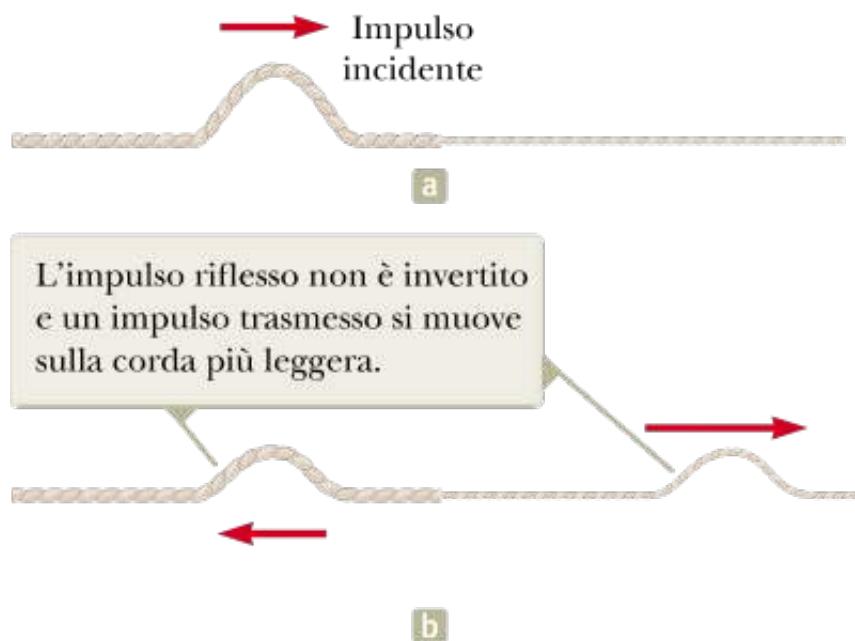


FIGURA 13.15 (a) Un impulso che viaggia verso destra su una corda pesante si avvicina alla giunzione con una corda leggera. (b) La situazione dopo il passaggio dell'impulso dalla giunzione.

L'impulso riflesso ha un'ampiezza più piccola dell'impulso incidente. Nel Paragrafo 13.5, vedremo che l'energia trasportata da un'onda è legata alla sua ampiezza. In accordo con il principio di conservazione dell'energia, quando l'impulso si divide in un impulso riflesso e un impulso trasmesso attraverso il confine, la somma delle energie di questi due impulsi deve essere uguale all'energia dell'impulso incidente. Poiché l'impulso riflesso contiene solo una parte dell'energia dell'impulso incidente, la sua ampiezza deve essere più piccola. Quando un impulso che viaggia in una corda pesante incontra il confine con una corda più leggera, come nella Figura 13.15, nuovamente, una parte viene riflessa e una parte viene trasmessa. Questa volta, però, l'impulso riflesso non è invertito.



FIGURA 13.16 (a) Un impulso viaggia verso destra su una corda tesa, portando con sé energia. (b) L'energia dell'impulso raggiunge il blocco sospeso.

In entrambi i casi, le altezze relative degli impulsi riflessi e trasmessi dipendono dalle densità relative delle due corde. Se le corde sono identiche, non c'è alcuna discontinuità nella zona di confine e non avviene alcuna riflessione.

In accordo con l'Equazione 13.21, la velocità di un'onda in una corda diminuisce quando la massa per unità di lunghezza della corda aumenta. In altre parole, un'onda viaggia più lentamente in una corda densa che non in una corda meno densa, se entrambe sono sottoposte alla stessa tensione. Le seguenti regole generali si applicano alle onde riflesse: quando un'onda o un impulso viaggia dal mezzo A al mezzo B e $v_A > v_B$ (cioè, quando B è più densa di A), si ha inversione nella riflessione. Quando un'onda o un impulso viaggia dal mezzo A al mezzo B e $v_A < v_B$ (cioè, quando A è più densa di B), non c'è inversione nella riflessione.

Potenza trasmessa dalle onde sinusoidali nelle corde

Quando delle onde si propagano in un mezzo, trasportano energia. Ciò viene facilmente dimostrato agganciando un oggetto a una corda tesa e inviando un impulso lungo la corda, come in Figura 13.16a. Quando l'impulso incontra l'oggetto sospeso, quest'ultimo viene momentaneamente spostato verso l'alto, come si vede in Figura 13.16b. In tale processo, dell'energia viene trasferita all'oggetto e si manifesta come

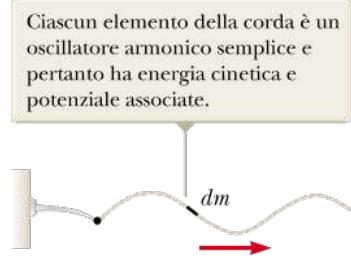


FIGURA 13.17 Un'onda sinusoidale viaggia lungo l'asse x su una corda tesa.

un aumento di energia potenziale gravitazionale del sistema oggetto-Terra. In questo paragrafo vogliamo dedurre la rapidità con cui l'energia viene trasportata lungo la corda. Nel calcolo dell'energia trasferita assumeremo che l'onda che si propaga sia un'onda sinusoidale unidimensionale.

Consideriamo un'onda sinusoidale in moto lungo una corda (Fig. 13.17). La fonte di energia è un agente esterno, all'estremità sinistra della corda. Possiamo considerare la corda come un sistema non isolato. Quando un agente esterno compie lavoro sull'estremità della corda, muovendola su e giù, dell'energia entra nel sistema della corda e si propaga lungo la sua lunghezza. Focalizziamo la nostra attenzione su un elemento infinitesimo della corda, di lunghezza dx e massa dm . Ognuno di questi elementi si muove verticalmente di moto armonico semplice. Quindi, possiamo assimilare ciascun elemento della corda a un oscillatore armonico semplice, con l'oscillazione nella direzione y . Tutti gli elementi hanno la stessa frequenza angolare ω e la stessa ampiezza A . L'energia cinetica K associata a una particella che si muove di moto armonico semplice è $K = \frac{1}{2}mv_y^2$. Se applichiamo questa espressione all'elemento infinitesimo di lunghezza dx , vediamo che l'energia cinetica dK di questo elemento associata con il moto oscillatorio su e giù è

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2$$

dove v_y è la velocità trasversale dell'elemento. Se μ è la massa per unità di lunghezza della corda, allora la massa dm dell'elemento di lunghezza dx è uguale a μdx . Perciò possiamo esprimere l'energia cinetica di un elemento della corda come

$$dK = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2 \quad \text{13.22} \blacktriangleleft$$

Sostituendo la generica velocità trasversale di un elemento di corda usando l'Equazione 13.14 si ha:

$$dK = \frac{1}{2}\mu[-\omega A \cos(kx - \omega t)]^2 dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t)dx$$

Se prendiamo un'istantanea dell'onda al tempo $t = 0$, allora l'energia cinetica di un dato elemento è

$$dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2 kx dx$$

Integrando questa espressione su tutti gli elementi della corda in una lunghezza d'onda otterremo l'energia cinetica totale K_λ in una lunghezza d'onda:

$$\begin{aligned}
K_\lambda &= \int dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2 kx \, dx = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \int_0^\lambda \cos^2 kx \, dx \\
&= \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \left[\frac{1}{2} x + \frac{1}{4k} \sin 2kx \right]_0^\lambda = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \left[\frac{1}{2} \lambda \right] = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda
\end{aligned}$$

In aggiunta all'energia cinetica, a ciascun elemento della corda è associata un'energia potenziale, dovuta allo spostamento dalla posizione di equilibrio e alle forze esercitate dagli elementi adiacenti. Un'analisi per l'energia potenziale totale U_λ simile a quella condotta precedentemente in una lunghezza d'onda, dà esattamente lo stesso risultato:

$$U_\lambda = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

L'energia totale in una lunghezza d'onda è la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale:

$$E_\lambda = U_\lambda + K_\lambda = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda \quad \text{13.23} \blacktriangleleft$$

Quando l'onda si propaga lungo la corda, questa quantità di energia passa da un dato punto nella corda durante un intervallo di tempo pari a un periodo di oscillazione. Quindi, la potenza P , ossia la rapidità di trasferimento dell'energia T_{MW} , associata con l'onda meccanica è

$$P = \frac{T_{\text{MW}}}{\Delta t} = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \left(\frac{\lambda}{T} \right)$$

$$P = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v \quad \text{13.24} \blacktriangleleft$$

POTENZA DELLE ONDE

L'Equazione 13.24 dimostra che la potenza trasmessa da un'onda sinusoidale in una corda è proporzionale (a) al quadrato della frequenza angolare, (b) al quadrato dell'ampiezza e (c) alla velocità dell'onda. In conclusione, *tutte* le onde sinusoidali hanno le seguenti proprietà generali: la potenza trasmessa da una qualsiasi onda sinusoidale è proporzionale al quadrato della frequenza angolare e al quadrato dell'ampiezza.

QUIZ RAPIDO 13.5

Quale delle seguenti azioni, prese singolarmente, sarebbe più efficace nell'aumentare la potenza trasmessa da un'onda che si propaga lungo una corda?
(a) ridurre la densità lineare della corda alla metà; **(b)** raddoppiare la lunghezza d'onda dell'onda; **(c)** raddoppiare la tensione della corda; **(d)** raddoppiare l'ampiezza dell'onda.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 13.6 Potenza fornita a una corda vibrante

Una corda di densità lineare $\mu = 5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}$ è sottoposta ad una tensione di 80.0 N. Quale potenza deve essere fornita alla corda per generare onde sinusoidali a una frequenza di 60.0 Hz e con un'ampiezza di 6.00 cm?

$$\frac{P_{\text{nuova}}}{P_{\text{vecchia}}} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A_{\text{nuova}}^2 v}{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A_{\text{vecchia}}^2 v} = \frac{A_{\text{nuova}}^2}{A_{\text{vecchia}}^2}$$

Risolvendo per la nuova ampiezza si ottiene

$$A_{\text{nuova}} = A_{\text{vecchia}} \sqrt{\frac{P_{\text{nuova}}}{P_{\text{vecchia}}}} = (6.00 \text{ cm}) \sqrt{\frac{1000 \text{ W}}{512 \text{ W}}} = 8.39 \text{ cm}$$

VISUALIZZA SOLUZIONE

Onde acustiche

Spostiamo la nostra attenzione dalle onde trasversali a quelle longitudinali. Come è stato definito nel Paragrafo 13.1, le onde longitudinali sono onde in cui la vibrazione delle particelle del mezzo avviene nella direzione parallela al moto dell'onda. Le onde acustiche in aria sono l'esempio più importante di onde longitudinali. Tuttavia, esse si possono propagare attraverso qualunque mezzo materiale e la loro velocità dipende dalle proprietà del mezzo. La Tabella 13.1 (pag. 430) fornisce esempi della velocità del suono in diversi mezzi.

Nel Paragrafo 13.1 abbiamo iniziato il nostro studio delle onde immaginando la creazione di un singolo impulso che viaggiava lungo una corda (Fig. 13.1) o una molla (Fig. 13.3).

TABELLA 13.1 | Velocità del suono in vari mezzi

Mezzo	v (m/s)	Mezzo	v (m/s)	Mezzo	v (m/s)
Gas		Liquidi a 25 °C		Solidi ^a	
Idrogeno (0°C)	1 286	Glicerina	1 904	Alluminio	6 420
Elio (0°C)	972	Acqua di mare	1 533	Ferro	5 950
Aria (20°C)	343	Acqua	1 493	Vetro pirex	5 640
Aria (0°C)	331	Mercurio	1 450	Rame	5 010
Ossigeno (0°C)	317	Cherosene	1 324	Ottone	4 700
		Alcool metilico	1 143	Oro	3 240
		Tetracloruro di carbonio	926	Lucite	2 680
				Piombo	1 960
				Gomma	1 600

^a I valori dati si riferiscono alla propagazione di onde longitudinali in materiali di grosse dimensioni. Le velocità per le onde longitudinali in barre sottili sono più piccole, e le velocità delle onde trasversali in materiali di grosse dimensioni sono ancora più piccole.



FIGURA 13.18 Moto di un impulso longitudinale che si propaga in un tubo riempito di gas comprimibile. La compressione è generata dal movimento di un pistone (regione più scura).

Facciamo qualcosa di simile per il suono. Descriviamo in modo pittorico il moto di un impulso sonoro longitudinale e unidimensionale che si muove lungo un tubo che contiene un gas comprimibile, come mostrato in Figura 13.18. Un pistone all'estremità sinistra può

essere mosso rapidamente verso destra per comprimere il gas e creare un impulso. Prima che il pistone sia spostato, il gas non è perturbato e ha una densità uniforme, come rappresentato dalla regione uniformemente ombreggiata in Figura 13.18a. Quando il pistone viene spinto a destra (Fig. 13.18b), il gas nelle sue immediate vicinanze viene compresso (come rappresentato dalla zona più fortemente ombreggiata); la pressione e la densità in questa regione sono ora più alte di quanto non lo fossero prima che il pistone venisse mosso. Quando il pistone torna a riposo (Fig. 13.18c), la regione compressa del gas continua a muoversi a destra e corrisponde a un impulso longitudinale che si propaga attraverso il tubo con velocità v .

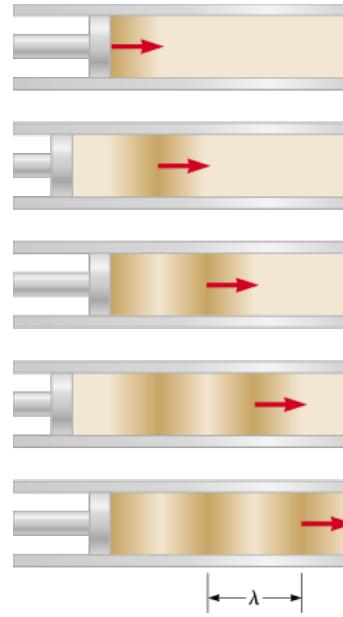


FIGURA 13.19 Propagazione di un'onda longitudinale attraverso un tubo riempito di gas. La sorgente dell'onda è un pistone oscillante sulla sinistra.

Si può produrre un'onda sonora *periodica* e unidimensionale in un tubo di gas, come in Figura 13.18, facendo muovere il pistone di moto armonico semplice. I risultati sono mostrati nella Figura 13.19. Qui le parti più scure delle zone colorate rappresentano regioni in cui il gas è compresso e la densità e la pressione sono sopra i loro valori all'equilibrio. Una regione di compressione si forma quando il pistone viene spinto nel tubo. Questa regione di compressione, chiamata **compressione**, si muove attraverso il tubo, comprimendo continuamente la regione che si trova appena davanti a se stessa. Quando il pistone viene tirato indietro, il gas davanti ad esso si espande e la pressione e la densità in questa regione scendono al di sotto dei loro valori all'equilibrio (come viene rappresentato dalle parti più chiare delle zone colorate nella Fig. 13.19). Queste regioni di bassa pressione, chiamate **rarefazioni**, si propagano ugualmente lungo il tubo, seguendo le compressioni. Entrambe le regioni si muovono alla velocità del suono nel mezzo.

⁴ Qui usiamo $s(x, t)$ invece di $y(x, t)$ poiché lo spostamento degli elementi nel mezzo non è perpendicolare alla direzione x .

Quando il pistone oscilla avanti e indietro in modo sinusoidale, si creano continuamente zone di compressione e rarefazione. La distanza fra due compressioni (o due rarefazioni) successive è uguale alla lunghezza d'onda λ . Mentre queste regioni viaggiano lungo il tubo, ogni piccolo elemento del mezzo si muove di moto armonico semplice parallelamente alla direzione dell'onda (in altre parole, longitudinalmente). Se $s(x, t)$ è la posizione di un piccolo elemento misurata rispetto alla sua posizione di equilibrio⁴, possiamo esprimere questa funzione della posizione come

$$s(x, t) = s_{\max} \cos(kx - \omega t) \quad 13.25$$

dove s_{\max} è lo spostamento massimo rispetto all'equilibrio, in genere chiamato **ampiezza di spostamento**. L'Equazione 13.25 rappresenta l'**onda di spostamento**, dove k è il numero d'onda e ω è la frequenza angolare del pistone. La variazione della ⁴ pressione⁵ del gas ΔP , misurata rispetto al suo valore di equilibrio, è anch'essa sinusoidale ed è data da

$$\Delta P = \Delta P_{\max} \sin(kx - \omega t) \quad 13.26$$

L'**ampiezza di pressione** ΔP_{\max} è la massima variazione di pressione rispetto al valore di equilibrio e l'Equazione 13.26 rappresenta l'**onda di pressione**. Essa è proporzionale all'ampiezza di spostamento, s_{\max} :

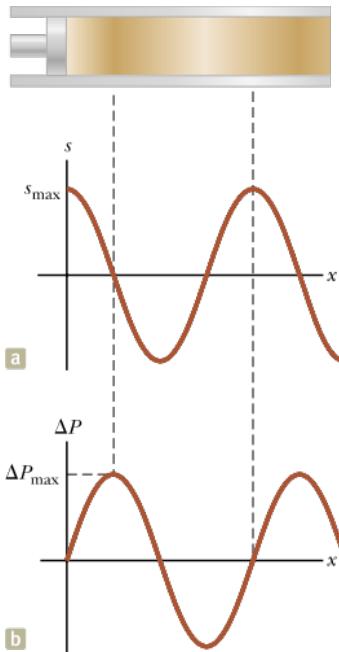


FIGURA 13.20 (a) Ampiezza di spostamento in funzione della posizione, e (b) ampiezza di pressione in funzione della posizione, per una onda sinusoidale longitudinale. Si noti che l'onda di spostamento è sfasata di 90° rispetto all'onda di pressione.

$$\Delta P_{\max} = \rho v \omega s_{\max}$$

13.27◀

dove ρ è la densità del mezzo, v è la velocità dell'onda e ωs_{\max} è la massima velocità longitudinale di un elemento del mezzo. Sono queste variazioni di pressione nell'onda sonora che producono la forza oscillante sul timpano, che dà la sensazione dell'udito.

Questa discussione mostra che un'onda sonora si può considerare sia come un'onda di spostamento sia come un'onda di pressione. Un confronto fra le Equazioni 13.25 e 13.26 mostra che l'onda di pressione è sfasata di 90° rispetto all'onda di spostamento. I grafici di queste funzioni sono mostrati in Figura 13.20. Si noti che la variazione di pressione è massima quando lo spostamento è zero, mentre lo spostamento è massimo quando la variazione di pressione è zero.

Si noti che la Figura 13.20 mostra due rappresentazioni grafiche dell'onda longitudinale: una per la posizione degli elementi del mezzo e l'altra per la variazione di pressione. Queste, tuttavia, non sono rappresentazioni pittoriche per le onde longitudinali. Per le onde trasversali, poiché lo spostamento dell'elemento è perpendicolare alla direzione di propagazione, le rappresentazioni pittoriche e grafiche sembrano le stesse — la perpendicolarità delle oscillazioni e della propagazione si adatta alla perpendicolarità degli assi x e y . Per le onde longitudinali, le oscillazioni e la propagazione non mostrano una perpendicolarità, cosicché le rappresentazioni pittoriche sembrano simili alla Figura 13.19. La velocità di un'onda acustica dipende soltanto dalla temperatura del mezzo. Per un'onda che viaggia nell'aria la relazione fra velocità dell'onda e temperatura dell'aria è data da

$$v = 331 \sqrt{1 + \frac{T_c}{273}}$$

13.28◀

dove v è espressa in metri/secondo, 331 m/s è la velocità del suono nell'aria a 0°C , e T_c è la temperatura dell'aria in gradi Celsius. Usando questa equazione, si trova che a 20°C la velocità del suono nell'aria è circa 343 m/s.

FISICA RAGIONATA 13.2

Perché il tuono genera un lungo suono simile al “rotolamento” mentre la sua causa, il lampo, dura una frazione di secondo? E il lampo come produce

inizialmente il tuono?

Ragionamento Assumiamo di stare al livello del suolo e di trascurare le riflessioni del suolo. Quando scoppia un lampo, un canale di aria ionizzata trasporta una enorme corrente elettrica da una nube al suolo (studieremo la corrente elettrica nel Capitolo 21). Ciò causa un rapidissimo aumento della temperatura di questo canale di aria quando la corrente lo percorre. L'aumento di temperatura causa un'improvvisa espansione dell'aria. Questa espansione è così rapida e intensa da produrre una fortissima perturbazione: il tuono. Il brontolio del tuono (rotolamento) è dovuto al fatto che il canale del lampo è una sorgente molto estesa: l'intera lunghezza del canale genera il suono praticamente allo stesso istante. Il suono prodotto all'estremità inferiore del canale ci raggiunge prima, se ci troviamo al suolo; successivamente siamo raggiunti dal suono proveniente da zone del canale progressivamente più lontane. Se i canali del lampo fossero perfettamente in linea retta, il suono risultante assomiglierebbe a un rombo stazionario, ma la forma a zig-zag del percorso causa la variazione sonora che causa l'effetto "rotolamento".

⁵ La pressione verrà introdotta in modo formale nel Capitolo 15. Nel caso delle onde longitudinali in un gas, ciascuna zona compressa è una regione di pressione e di densità più alte dei rispettivi valori medi, e ciascuna regione rarefatta è una regione di pressione e densità più basse dei valori medi.

L'effetto Doppler

Quando suona il clacson di un veicolo che viaggia lungo un'autostrada, la frequenza del suono che percepisci è più alta quando il veicolo si avvicina a te di quando si allontana da te. Questo è un esempio dell'**effetto Doppler**, così chiamato dal nome del fisico austriaco Christian Johann Doppler (1803-1853).

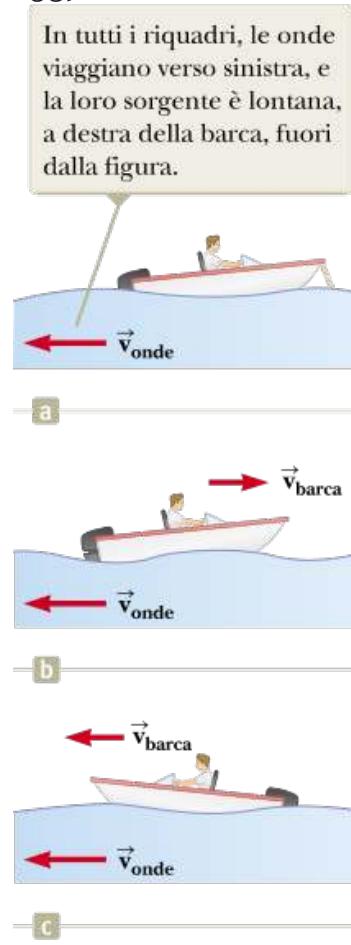


FIGURA 13.21 (a) Le onde si muovono verso una barca ferma. (b) La barca si muove verso la sorgente delle onde. (c) La barca si muove allontanandosi dalla sorgente delle onde.

In generale, l'effetto Doppler per il suono si verifica ogniqualvolta c'è un moto relativo fra la sorgente e l'osservatore. Quando la sorgente e l'osservatore si muovono l'uno verso l'altro, l'osservatore ode una frequenza più alta della frequenza vera della sorgente. Quando la sorgente e l'osservatore si allontanano reciprocamente, l'osservatore ode una frequenza più bassa della frequenza vera della sorgente.

Sebbene limiteremo la nostra attenzione all'effetto Doppler per le onde acustiche, esso è un effetto associato con tutti i tipi di onda. L'effetto Doppler per le onde elettromagnetiche è usato nei sistemi radar della polizia per misurare la velocità degli autoveicoli. Analogamente, gli astronomi usano l'effetto per determinare il moto relativo di stelle, galassie e altri oggetti celesti. Nel 1842, Doppler riportò per primo lo spostamento di frequenza connesso con la luce emessa da due stelle rotanti l'una attorno all'altra in un sistema binario. All'inizio del XX secolo, l'effetto Doppler per la luce proveniente dalle galassie fu usato per dedurre l'espansione dell'Universo, e ciò condusse alla teoria del Big Bang, che discuteremo nel Capitolo 31 ("Fisica Moderna").

Per vedere che cosa causa questa apparente variazione di frequenza, immaginiamo di stare in una barca ancorata in una regione calma del mare dove le onde hanno un periodo $T = 2.0$ s. Ciò significa che ogni 2.0 s una cresta colpisce la barca. La Figura 13.21a illustra questa situazione con l'onda marina che si muove verso sinistra. Se si fa partire un cronometro a $t = 0$ proprio quando arriva una cresta, il cronometro segna 2.0 s quando arriva la cresta successiva, 4.0 s quando arriva la terza, e così via. Da queste osservazioni concludiamo che la frequenza dell'onda è $f = 1/T = 0.50$ Hz. Supponiamo, ora, di accendere il motore e di mettere la prua contro le onde, come è mostrato in Figura 13.21b. Di nuovo si fa partire il cronometro a $t = 0$ quando una cresta colpisce la prua della barca. Tuttavia, poiché ci muoviamo verso la cresta successiva mentre essa si muove verso di noi, essa urterà la prua in un tempo minore di 2.0 s dopo il primo urto. In altre parole, il periodo osservato risulta più breve del periodo di 2.0 s osservato quando si era fermi. Poiché $f = 1/T$, si osserva una frequenza più alta di quella osservata da fermi.

Se invertiamo il moto e ci muoviamo nello stesso verso delle onde (vedi Fig. 13.21c), si osserverà l'effetto opposto. Si fa partire il cronometro a $t = 0$ quando una cresta colpisce la poppa della barca. Poiché ci muoviamo allontanandoci dalla cresta successiva, sul cronometro saranno trascorsi più di 2.0 s quando la cresta successiva ci colpirà. Quindi, si osserverà una frequenza minore di quella osservata da fermi.

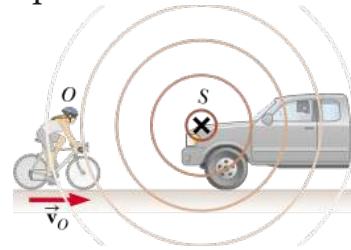


FIGURA 13.22 Un osservatore O (il ciclista) si muove con velocità v_O verso una sorgente puntiforme ferma S , il clacson di una macchina parcheggiata. L'osservatore ode una frequenza f' che è maggiore della frequenza della sorgente.

Questi effetti avvengono poiché la velocità *relativa* fra la barca e la cresta dell'onda dipendono dalla direzione del moto e dalla velocità della barca. Quando ci si muove verso destra in Figura 13.21b, questa velocità relativa è maggiore della velocità dell'onda, che porta all'osservazione di un incremento di frequenza. Quando si torna indietro e ci si muove verso sinistra, la velocità relativa è minore, così come la frequenza dell'onda.

Esaminiamo un'analogia situazione con le onde acustiche, nelle quali sostituiamo l'onda marina con un'onda sonora, l'acqua diventa l'aria, e la persona sulla barca diventa un osservatore che ode il suono. In questo caso, un osservatore O si muove con una velocità v_O e una sorgente sonora S è stazionaria. Per semplicità, assumiamo che l'aria sia pure stazionaria e che l'osservatore si muova direttamente verso la sorgente.

I cerchi nella Figura 13.22 rappresentano linee curve che connettono le creste delle onde sonore che si allontanano dalla sorgente. Quindi, la distanza radiale fra linee adiacenti è una lunghezza d'onda. Assumeremo che la frequenza della sorgente sia f , che la lunghezza d'onda sia λ , e la velocità del suono sia v . Un osservatore stazionario rivelerebbe una frequenza f , dove $f = v/\lambda$ (cioè, quando la sorgente e l'osservatore sono ambedue fermi, la frequenza osservata deve essere uguale alla frequenza vera della sorgente). Tuttavia, se l'osservatore si muove verso la sorgente con una velocità v_O , la velocità relativa del suono percepita dall'osservatore è più alta di quella del suono in aria. Usando la nostra discussione sulla velocità relativa del Paragrafo 3.6, se il suono si dirige verso l'osservatore con velocità v e l'osservatore si muove verso il suono con velocità v_O , la velocità relativa del suono misurata dall'osservatore è

$$v' = v + v_O$$

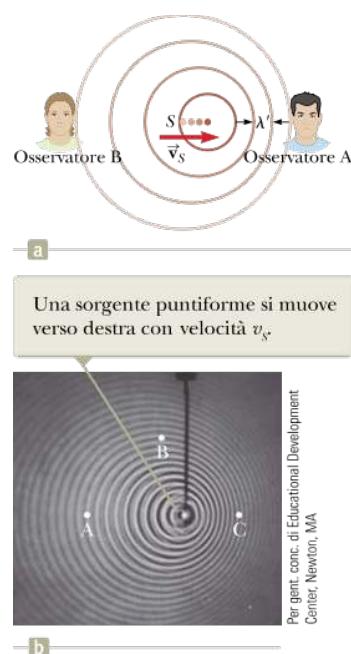


FIGURA 13.23 (a) Una sorgente S si muove con velocità v_S verso un osservatore fermo A e si allontana da un osservatore fermo B . L'osservatore A percepisce una frequenza più alta, l'osservatore B una frequenza più bassa. (b) L'effetto Doppler osservato nelle increspature sulla superficie dell'acqua in un serbatoio. La sorgente

vibrante si muove verso destra. Le lettere indicate sulla foto si riferiscono al Quiz rapido 13.6.

Quindi, la frequenza del suono udita dall'osservatore basata su questa apparente velocità del suono è:

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_o}{\lambda} = \left(\frac{v + v_o}{v} \right) f \quad (\text{osservatore che si muove verso la sorgente}) \quad 13.29$$

Consideriamo, ora, il caso in cui la sorgente si muova con una velocità v_s , relativamente al mezzo, e l'osservatore sia fermo. La Figura 13.23a mostra questa situazione. Se la sorgente si muove direttamente verso l'osservatore A nella Figura 13.23a, le creste rilevate dall'osservatore lungo la linea fra la sorgente e l'osservatore sono più vicine l'una all'altra di quanto sarebbero se la sorgente fosse ferma. (La Figura 13.23b mostra questo effetto per le onde che si muovono sulla superficie dell'acqua.) Il risultato è che la lunghezza d'onda λ' misurata dall'osservatore A è più corta di quella λ della sorgente. Durante ciascuna vibrazione, che dura per un intervallo di tempo T (il periodo), la sorgente si muove di una distanza $v_s T = v_s/f$ e la lunghezza d'onda diminuisce di questa quantità. Quindi, la lunghezza d'onda osservata è $\lambda' = \lambda - v_s/f$. Poiché $\lambda = v/f$, la frequenza f' udita dall'osservatore A è

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{v}{v - v_s} \right) f \quad (\text{sorgente che si muove verso l'osservatore}) \quad 13.30$$

Cioè, la frequenza è *più alta* quando la sorgente si muove verso l'osservatore. In modo analogo, se la sorgente si allontana dall'osservatore B fermo, il segno di v_s nell'Equazione 13.30 è opposto e la frequenza è più bassa.

Nell'Equazione 13.30, si noti che il denominatore tende a zero quando la velocità della sorgente tende alla velocità del suono, indicando che la frequenza f' tende all'infinito. Una tale situazione dà luogo a onde che non possono sfuggire dalla sorgente nella direzione del moto della sorgente stessa. Questa concentrazione di energia davanti alla sorgente causa *un'onda d'urto*. Una tale perturbazione si nota quando un jet volando a una velocità maggiore o uguale a quella del suono produce un *boato sonico*.

Infine, se la sorgente e l'osservatore sono ambedue in moto, si trova, per la frequenza percepita, la seguente relazione generale:

ESPRESSIONE GENERALE PER LO SPOSTAMENTO DOPPLER

$$f' = \left(\frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f \quad 13.31$$

In questa espressione, i segni per i valori che si sostituiscono a v_o e v_s dipendono dal verso della velocità. Un valore positivo si usa per il moto dell'osservatore o della sorgente *in avvicinamento* l'uno verso l'altro, e un valore negativo in un moto di *allontanamento* l'uno dall'altro.

Quando si lavora con problemi che coinvolgono l'effetto Doppler, una regola conveniente da ricordare circa i segni è la seguente: la parola *avvicinamento* è associata all'*aumento* della frequenza osservata. La parola *allontanamento* è associata alla *diminuzione* della frequenza osservata.

Prevenire le insidie
| 13.4 L'effetto Doppler non dipende dalla distanza

Sonografia Doppler

L'effetto Doppler è usato in medicina per studiare diversi sistemi. Per esempio, una tecnica chiamata *sonografia Doppler* consiste in una procedura diagnostica non invasiva per misurare la velocità del sangue nelle arterie e rivelare la turbolenza nel flusso del sangue. L'onda sonora riflessa dalle cellule del sangue in movimento subisce uno spostamento in frequenza in funzione della loro velocità. La strumentazione rivela le onde sonore riflesse e converte l'informazione sulla frequenza in velocità del sangue. Osservando

Un errore diffuso riguardo all'effetto Doppler è l'idea che esso dipenda dalla distanza tra la sorgente e l'osservatore. Sebbene l'intensità di un suono possa cambiare con la

l'immagine del cuore, i medici possono controllare le malattie della carotide e rivelare problemi nelle valvole del cuore. Gli strumenti tipici per la diagnosi con ultrasuoni lavorano con frequenze che vanno da 1 MHz a 18 MHz. La sonografia è un metodo efficace per visualizzare i tessuti molli del corpo, come i muscoli, i tendini, il seno, e il cervello neonatale, usando frequenze più alte (fra 7 MHz e 18 MHz). Per visualizzare strutture più profonde nel corpo, come il fegato e i reni, devono essere utilizzate frequenze più basse (da 1 MHz a 6 MHz). Tuttavia, le frequenze più basse usate per visualizzare queste strutture più profonde danno immagini con risoluzione più bassa.

distanza, la *frequenza apparente* non cambierà. La frequenza dipende solo dalla velocità relativa fra la sorgente e l'osservatore.

QUIZ RAPIDO 13.6

Consideriamo rivelatori di onde d'acqua in tre posizioni A, B, C come in Figura 13.23b. Quale delle seguenti affermazioni è vera? (a) La velocità dell'onda è maggiore nel punto A. (b) La velocità dell'onda è maggiore nel punto C. (c) La lunghezza d'onda misurata è più grande nel punto B. (d) La lunghezza d'onda misurata è più grande nel punto C. (e) La frequenza misurata è maggiore nel punto C. (f) La frequenza misurata è maggiore nel punto A.

VISUALIZZA SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 13.7

Ti trovi sulla banchina di una stazione ferroviaria e fai attenzione ad un treno che arriva in stazione a velocità costante. Mentre il treno si avvicina, ma prima che arrivi in stazione, osservi che (a) l'intensità e la frequenza del suono aumentano; (b) l'intensità e la frequenza del suono diminuiscono; (c) l'intensità aumenta e la frequenza diminuisce; (d) l'intensità diminuisce e la frequenza aumenta; (e) l'intensità aumenta e la frequenza rimane costante; (f) l'intensità diminuisce e la frequenza rimane costante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 13.7 Effetto Doppler e sottomarini

Un sottomarino (sub A) viaggia in acqua alla velocità di 8.00 m/s, emettendo un'onda sonora con un sonar a una frequenza di 1 400 Hz. La velocità del suono in acqua è 1 533 m/s. Un secondo sottomarino (sub B) è posizionato in modo tale che entrambi i sottomarini viaggino l'uno verso l'altro. Il secondo sottomarino si muove a una velocità di 9.00 m/s.

(A) Quale frequenza viene rivelata da un osservatore che viaggia sul sottomarino B quando i due sottomarini si avvicinano l'un l'altro?

(B) I due sottomarini passano l'uno vicino all'altro e proseguono. Quale frequenza viene rivelata da un osservatore in B mentre si stanno allontanando?

(C) Mentre i sottomarini si avvicinano, alcuni suoni provenienti dal sottomarino A si riflettono sul sottomarino B e ritornano verso quello A. Con che frequenza viene avvertito questo suono da un osservatore sul sottomarino A?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Collegamento al contesto: le onde sismiche

Come menzionato nell'introduzione al Contesto, quando si verifica un terremoto, avviene un improvviso rilascio di energia in una posizione detta **fuoco** o **ipocentro** del terremoto. L'**epicentro** è il punto sulla superficie terrestre al di sopra dell'ipocentro in direzione radiale. L'energia rilasciata si propagherà allontanandosi dal fuoco del terremoto per mezzo delle **onde sismiche**. Le onde sismiche sono simili alle onde acustiche che abbiamo studiato negli ultimi paragrafi di questo capitolo – perturbazioni meccaniche che si muovono attraverso un mezzo.

Discutendo le onde meccaniche in questo capitolo, ne abbiamo identificato due tipi: trasversali e longitudinali. Nel caso di onde meccaniche che si propagano in aria, abbiamo soltanto la possibilità di onde longitudinali. Per onde meccaniche che si propagano in un solido, tuttavia, sono disponibili ambedue le possibilità, dovute alle intense forze interatomiche fra le particelle del solido. Quindi, nel caso delle onde sismiche, l'energia si propaga allontanandosi dal fuoco sia con onde longitudinali che trasversali.

Nel linguaggio usato nello studio dei terremoti, questi due tipi di onde prendono il nome a seconda del loro ordine d'arrivo ai sismografi. L'onda longitudinale viaggia con una velocità più alta dell'onda trasversale. Di conseguenza, l'onda longitudinale arriva per prima ai sismografi, ed è perciò chiamata **onda P**, dove P sta per *primaria*. L'onda trasversale, che è più lenta, arriva dopo, cosicché essa è detta **onda S**, ossia onda *secondaria*.

Cerchiamo di capire perché le onde longitudinali viaggiano più velocemente delle onde trasversali. La velocità di *tutte* le onde meccaniche si ottiene da un'espressione del tipo

$$v = \sqrt{\frac{\text{proprietà elastica}}{\text{proprietà inerziale}}} \quad 13.32$$

Per un'onda che viaggia su di una corda abbiamo visto che la velocità è data dall'Equazione 13.21:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

dove la proprietà elastica del mezzo è rappresentata dalla tensione della corda. È, infatti, la tensione della corda che riporta un elemento spostato di corda verso la posizione di equilibrio. L'opportuna proprietà inerziale è la densità lineare di massa della corda.

⁶ Per i dettagli sui vari moduli elastici dei materiali vedi R.A. Serway e J. Jewett Jr., *Fisica per Scienze ed Ingegneria*, V ed. (EdiSES), Paragrafo 12.4.

Per un'onda trasversale che si muove in un mezzo solido, la proprietà elastica è il *modulo di taglio S* del materiale⁶. Il modulo di taglio è un parametro che misura la deformazione di un solido ad uno sforzo di taglio, ovvero una forza in direzione laterale. Ad esempio, poggia il tuo manuale di Fisica su di un tavolo e ponì la tua mano aperta sulla copertina.

Adesso muovi la mano in direzione opposta rispetto al dorso del libro. Il libro si deforma in modo tale che la sua sezione con un piano perpendicolare al tavolo passa da un rettangolo ad un parallelogramma. La reale deformazione del libro sotto l'azione della forza prodotta dalla tua mano dipende dal modulo di taglio del libro. La velocità di un'onda trasversale (un'onda S) in un mezzo solido è data da

$$v_s = \sqrt{\frac{S}{\rho}} \quad 13.33$$

dove ρ è la densità ed S il modulo di taglio del materiale.

Per un'onda longitudinale che si muove in un gas o in un liquido, la proprietà elastica nell'Equazione 13.32 è il *modulo di compressione B* del materiale. Il modulo di compressione è un parametro che misura il cambiamento di volume di un campione del materiale sotto l'azione di una forza di compressione che agisca uniformemente sulla superficie. La velocità del suono in un gas è data da

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

13.34◀

dove B è il modulo di compressione del gas e ρ la densità del gas.

Consideriamo adesso un'onda longitudinale che si muove in un mezzo solido. Quando l'onda passa attraverso un campione del materiale, il materiale subisce una compressione in modo tale che la velocità dell'onda dovrebbe dipendere dal modulo di compressione. Quando il materiale subisce la compressione nella direzione in cui viaggia l'onda, esso è anche distorto in direzione perpendicolare. Immaginate, ad esempio, un pallone parzialmente gonfiato che venga premuto contro il tavolo. Esso si allarga in direzione parallela al tavolo (e quindi perpendicolarmente alla direzione della forza che ha prodotto la compressione, N.d.T.). Il risultato è una distorsione di taglio del materiale. Allora, la velocità dell'onda dovrebbe dipendere sia dal modulo di compressione che dal modulo di taglio! Una analisi accurata mostra che la velocità dell'onda è data da

$$v_p = \sqrt{\frac{B + \frac{4}{3}S}{\rho}}$$

13.35◀

Notiamo che questa equazione per un'onda P dà un valore di velocità più grande di quello per un'onda S nell'Equazione 13.33.

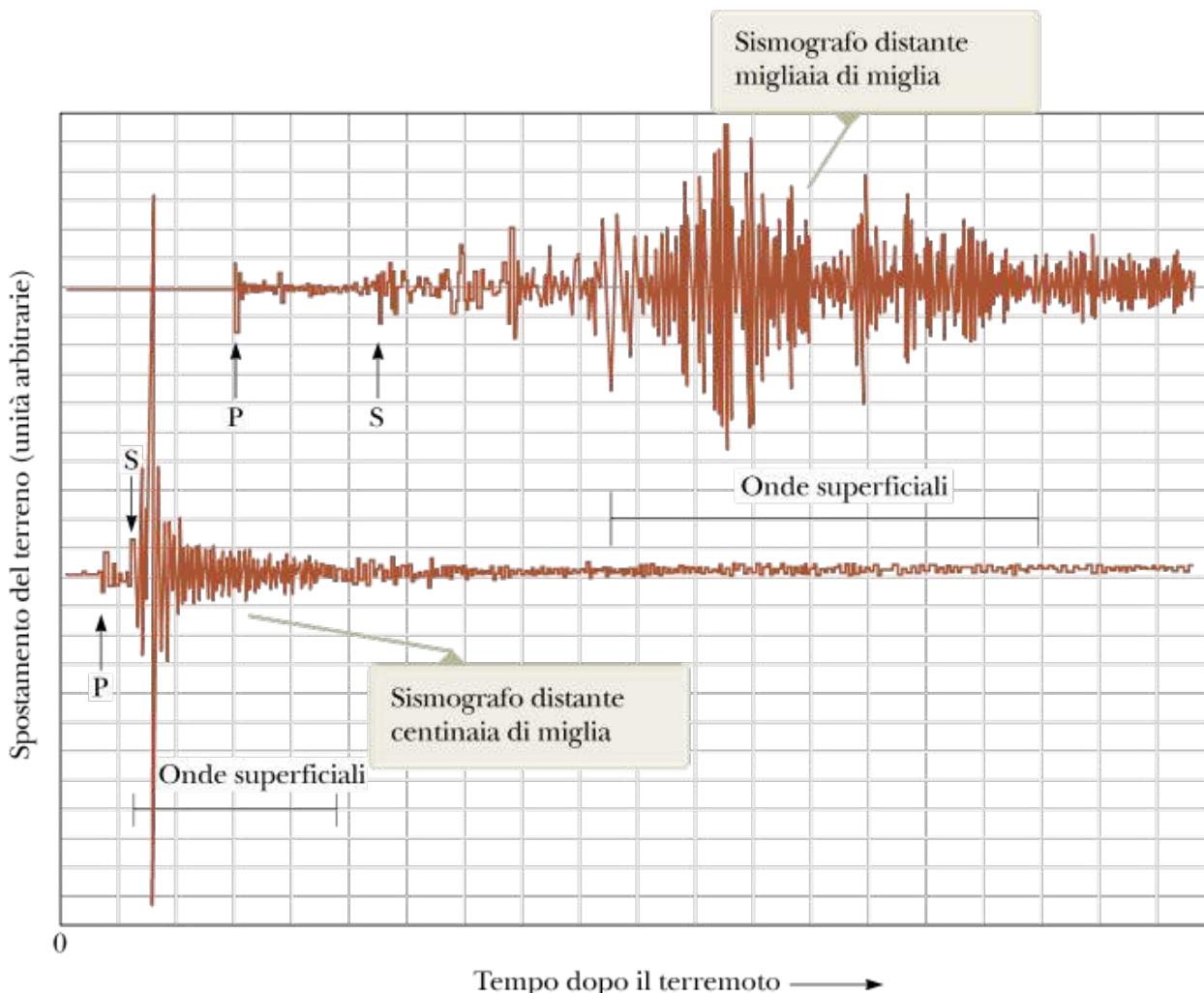


FIGURA 13.24 Un terremoto si verifica al tempo $t = 0$. Due sismografi registrano l'arrivo delle onde sismiche del terremoto. La traccia in basso è registrata da un sismografo situato a poche centinaia di miglia di distanza dall'epicentro. La traccia in alto mostra le onde che arrivano al sismografo situato a migliaia di miglia di distanza dall'epicentro. L'intervallo di tempo tra l'arrivo delle onde P ed S può essere usato per determinare la distanza tra epicentro e stazione sismografica.

La velocità d'onda per un'onda sismica dipende dal mezzo nel quale essa si propaga. Tipici valori sono 8 km/s per l'onda P e 5 km/s per l'onda S. La Figura 13.24 mostra le tipiche tracce sismografiche di un terremoto, rilevate da due sismografi distanti, con l'onda S che arriva chiaramente dopo l'onda P.

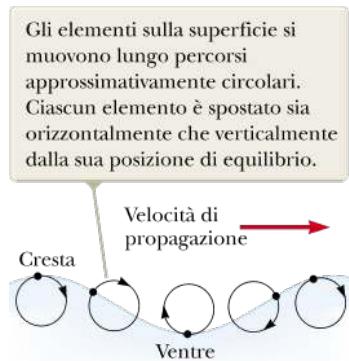


FIGURA 13.25 Il moto di particelle sulla superficie di acqua profonda in cui un'onda si propaga in una composizione di spostamenti longitudinali e trasversali.

Le onde P ed S si muovono attraverso il corpo della Terra. Una volta che queste onde raggiungono la superficie, l'energia può propagarsi per mezzo di ulteriori tipi di onde lungo la superficie. In un'*onda di Rayleigh*, il moto delle particelle sulla superficie è una combinazione di spostamenti longitudinali e trasversali, cosicché il moto risultante di un punto sulla superficie è circolare o ellittico. Ciò è simile alla traiettoria seguita dalle particelle della superficie dell'oceano quando passa un'onda, come in Figura 13.25. L'*onda di Love* è un'onda superficiale trasversale nella quale le oscillazioni trasversali sono parallele alla superficie. Quindi, non avviene alcuno spostamento della superficie in un'onda di Love.

È possibile usare le onde P ed S che si propagano nel corpo della Terra per ottenere informazioni circa la struttura interna della Terra. Per un dato terremoto, le misure dei sismografi dislocati in vari punti sulla superficie indicano che la Terra ha una regione interna che permette il passaggio delle onde P, ma non delle onde S. Questo fatto si può capire se questa particolare regione viene considerata come se avesse le caratteristiche di un liquido. Analogamente a un gas, un liquido non può sopportare una forza trasversale. Quindi, le onde trasversali S non possono passare attraverso questa regione. Ciò conduce a un modello strutturale in cui la Terra ha un **nucleo liquido** approssimativamente fra i raggi di 1.2×10^3 km e 3.5×10^3 km.

Altre misure di onde sismiche consentono ulteriori interpretazioni degli strati all'interno della Terra, che includono un **nucleo solido** al centro, una regione rocciosa chiamata **mantello**, e uno strato esterno relativamente sottile chiamato **crosta**. La Figura 13.26 mostra questa struttura. L'uso di raggi X o di ultrasuoni in medicina per fornire informazioni sull'interno del corpo umano è in qualche modo simile all'uso di onde sismiche per ottenere informazioni sull'interno della Terra.

Quando le onde P ed S si propagano all'interno della Terra, incontrano variazioni del mezzo. Presso ciascun confine nel quale le proprietà del mezzo variano, avviene una riflessione e una trasmissione. Quando l'onda sismica arriva sulla superficie della Terra, una piccola quantità di energia viene trasmessa all'aria con onde acustiche di bassa frequenza. Una parte dell'energia si diffonde lungo la superficie sotto forma di onde di Rayleigh e di Love. La restante energia dell'onda viene riflessa indietro all'interno.

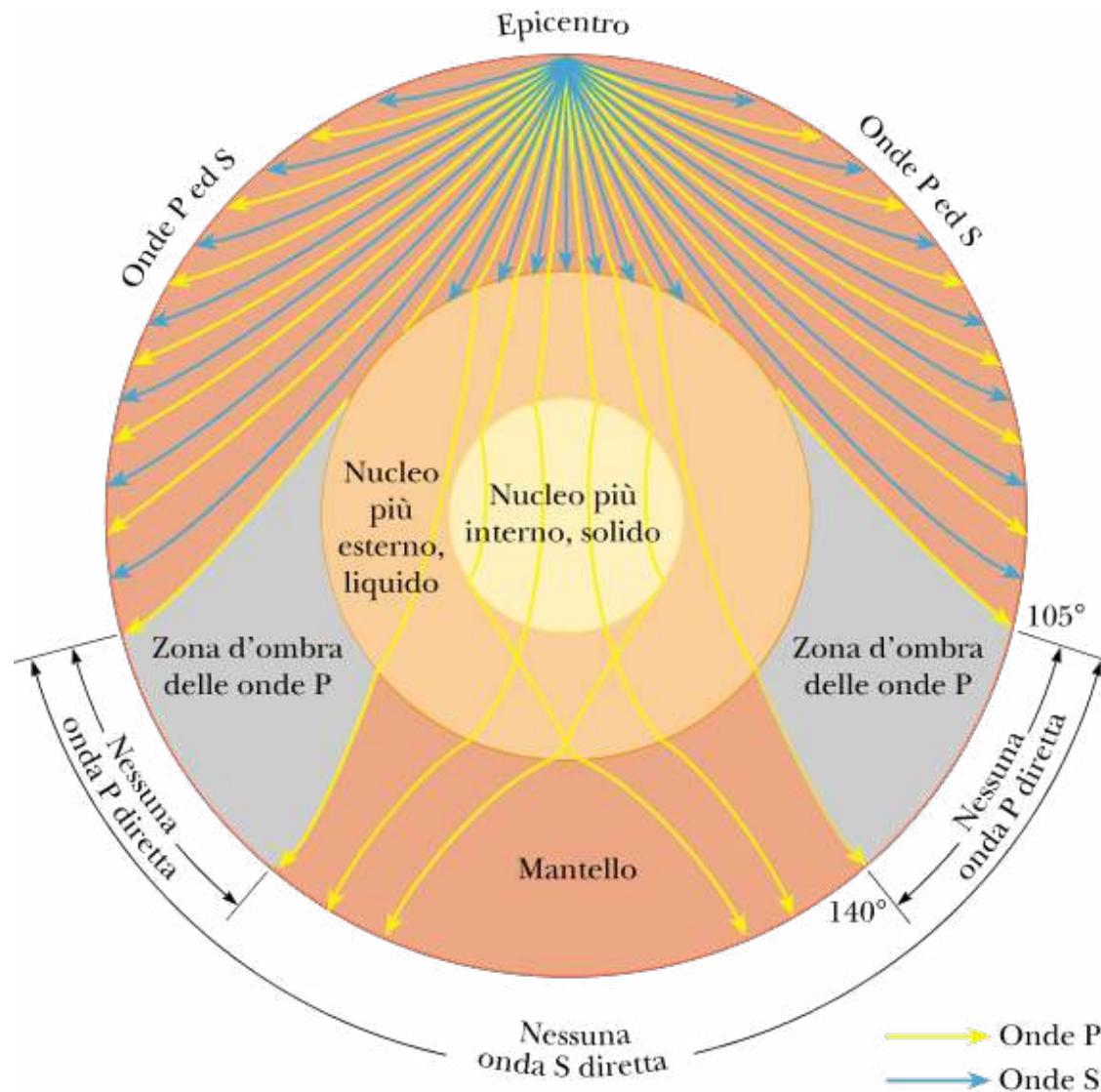


FIGURA 13.26 Sezione della Terra che mostra i cammini delle onde prodotte da un terremoto. Soltanto le onde P (in giallo) si possono propagare nel nucleo liquido. Le onde S (in blu) non entrano nel nucleo liquido. Quando le onde P si trasmettono da una regione a un'altra, come dal mantello al nucleo liquido, sono soggette alla rifrazione, una variazione della direzione di propagazione. Studieremo la rifrazione per la luce nel Capitolo 25. A causa della rifrazione delle onde sismiche, vi è una zona "d'ombra" fra 105° e 140° dall'epicentro, in cui nessuna onda arriva seguendo un percorso diretto (cioè un cammino senza riflessioni).

Di conseguenza, le onde sismiche possono attraversare lunghe distanze all'interno della Terra e possono essere rivelate dai sismografi in molte postazioni attorno al globo. Inoltre, poiché una frazione relativamente grande dell'energia dell'onda continua a essere riflessa in ciascun punto d'incontro con la superficie, l'onda può propagarsi per lungo tempo. Sono disponibili dati che mostrano l'attività dei sismografi per diverse ore dopo un terremoto, dovuta alle ripetute riflessioni di onde sismiche da parte della superficie.

Un altro esempio di riflessione di onde sismiche proviene dalla tecnologia dell'esplorazione del petrolio. In quel contesto, si utilizza un dispositivo specializzato in grado di applicare una grande forza impulsiva al suolo, causando onde sismiche di bassa energia che si propagano all'interno della Terra. Speciali microfoni rivelano le onde riflesse dai vari confini fra gli strati sotto la superficie. Usando dei calcolatori per ottenere delle mappe della struttura del sottosuolo, corrispondente a questi strati, è possibile identificare quegli strati che potrebbero contenere petrolio.

SOMMARIO

Un'onda trasversale è un'onda in cui gli elementi del mezzo si muovono in una direzione perpendicolare alla direzione della velocità dell'onda. Un esempio è un'onda che si muove lungo una corda tesa.

Le **onde longitudinali** sono quelle onde nelle quali gli elementi del mezzo si muovono avanti e indietro parallelamente alla direzione della velocità dell'onda. Le onde acustiche in aria sono longitudinali.

Un'onda unidimensionale che si propaga con una velocità v nella direzione positiva x si può rappresentare con una **funzione d'onda** della forma $y = f(x - vt)$. Analogamente, la funzione d'onda per un'onda che si propaga nella direzione negativa delle x ha la forma $y = f(x + vt)$.

La funzione d'onda per un'onda sinusoidale unidimensionale che viaggia verso destra si può esprimere come

$$y = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \quad 13.5 \blacktriangleleft$$

dove A è l'**ampiezza**, λ è la **lunghezza d'onda**, e v è la **velocità dell'onda**. Il **numero d'onda angolare** k e la **frequenza angolare** ω sono definiti come segue:

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \quad 13.8 \blacktriangleleft$$

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad 13.9 \blacktriangleleft$$

dove T è il **periodo** dell'onda e f è la sua **frequenza**.

La velocità di un'onda trasversale che si propaga lungo una corda tesa di massa per unità di lunghezza μ e tensione T è

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad 13.21 \blacktriangleleft$$

Quando un impulso che viaggia lungo una corda incontra un'estremità fissa, l'impulso viene riflesso e invertito. Se l'impulso raggiunge un'estremità libera, esso è riflesso ma non invertito.

La **potenza** trasmessa da un'onda sinusoidale in una corda tesa è

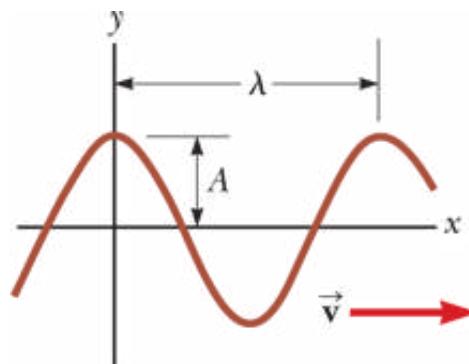
$$P = \frac{1}{2}\mu\omega^2A^2v \quad 13.24 \blacktriangleleft$$

La variazione di frequenza percepita da un osservatore ogni volta che si verifica un moto relativo fra una sorgente d'onda e l'osservatore si chiama **effetto Doppler**. Quando la sorgente e l'osservatore si avvicinano reciprocamente, l'osservatore percepisce una frequenza più alta della frequenza vera della sorgente. Quando la sorgente e l'osservatore si allontanano reciprocamente, l'osservatore percepisce una frequenza più bassa di quella vera della sorgente. La seguente equazione generale fornisce le frequenze osservate:

$$f' = \left(\frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f \quad 13.31 \blacktriangleleft$$

Il segno positivo si usa per v_o o v_s in un moto di *avvicinamento* dell'osservatore o della sorgente, e il segno negativo per un moto di *allontanamento* dell'osservatore o della sorgente.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Onda che si propaga. La velocità di un'onda sinusoidale è

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad 13.6, 13.12 \blacktriangleleft$$

Un'onda sinusoidale può essere espressa come

$$y = A \sin(kx - \omega t) \quad 13.10 \blacktriangleleft$$

QUESITI

1. Una sorgente sonora vibra con frequenza costante. Ordina la frequenza del suono percepito nei seguenti casi dal valore maggiore a quello minore. Se due frequenze sono uguali, metti in evidenza la loro uguaglianza nella lista. Tutti i moti considerati hanno la stessa velocità, 25 m/s. (a) La sorgente e l'osservatore sono fermi. (b) La sorgente si muove verso un osservatore fermo. (c) La sorgente si allontana da un osservatore fermo. (d) L'osservatore si muove verso una sorgente ferma. (e) L'osservatore si allontana verso una sorgente ferma.

2. Se una sorgente sonora di frequenza 1.00 kHz si muove a una velocità di 50.0 m/s verso un osservatore che si muove a una velocità di 30.0 m/s allontanandosi dalla sorgente, qual è la frequenza apparente percepita dall'osservatore? (a) 796 Hz (b) 949 (c) 1 000 Hz (d) 1 068 Hz (e) 1 273 Hz

3. Un'onda sonora può essere descritta come (a) un'onda trasversale, (b) un'onda longitudinale, (c) un'onda trasversale o longitudinale, a seconda della natura della sorgente, (d) un'onda che non trasporta energia, o (e) un'onda che non richiede un mezzo per essere trasmessa da un luogo a un altro.

4. Se provi a tendere un tubo di gomma e a pizzicarlo verso l'alto, puoi osservare un impulso che viaggia su e giù lungo il tubo. **(i)** Che cosa succede alla velocità dell'impulso se tendi il tubo più fortemente? (a) Aumenta. (b) Diminuisce. (c) Resta costante. (d) Cambia in modo imprevedibile. **(ii)** Che cosa succede alla velocità se riempì il tubo con dell'acqua? Scegli una delle stesse risposte.

5. Quando le corde di una chitarra (Fig. Q13.5) sono tese con la stessa tensione, la velocità di un'onda lungo la corda di basso più pesante sarà (a) maggiore, (b) minore, o (c) uguale alla velocità di un'onda lungo le corde più leggere? In alternativa, (d) per la velocità della corda di basso si avrà una risposta diversa da queste?



Aaron Grubart/Getty Images

FIGURA Q13.5

6. (a) Un'onda in una corda può muoversi con una velocità maggiore della velocità trasversale massima $v_{y,\max}$ di un elemento della corda? (b) La velocità d'onda può essere molto maggiore della velocità massima di un elemento di corda? (c) La velocità d'onda può essere uguale alla velocità massima di un elemento di corda? (d) La velocità d'onda può essere minore di $v_{y,\max}$?

7. Ordina le onde rappresentate dalle seguenti funzioni dalla più grande alla più piccola rispetto **(i)** alla loro ampiezza, **(ii)** alla loro lunghezza d'onda, **(iii)** alla loro frequenza, **(iv)** al loro periodo, e **(v)** alla loro velocità. Se i valori di una grandezza sono uguali per due onde, mostrali allo stesso posto. Per tutte le funzioni, x e y sono in metri e t è in secondi. (a) $y = 4 \sin(3x - 15t)$ (b) $y = 6 \cos(3x + 15t - 2)$ (c) $y = 8 \sin(2x + 15t)$ (d) $y = 8 \cos(4x + 20t)$ (e) $y = 7 \sin(6x - 24t)$

8. Assumiamo che una variazione alla sorgente del suono riduca la lunghezza d'onda di un'onda sonora nell'aria di un fattore 2. **(i)** Che cosa succede alla sua frequenza? (a) Aumenta di un fattore 4. (b) Aumenta di un fattore 2. (c) Resta invariata. (d) Diminuisce di un fattore 2. (e) Cambia di un fattore imprevedibile. **(ii)** Che cosa succede alla sua velocità? Scegli una delle stesse possibilità come nella parte (i).

9. Se una estremità di una corda pesante viene attaccata a una estremità di una corda leggera, un'onda può trasferirsi dalla corda pesante a quella leggera. **(i)** Che cosa succede alla velocità dell'onda? (a) Aumenta. (b) Diminuisce. (c) Resta costante. (d) Cambia in modo imprevedibile. **(ii)** Che cosa succede alla frequenza? Scegli una delle precedenti risposte. **(iii)** Che cosa succede alla lunghezza d'onda? Scegli una delle risposte precedenti.

10. Una sorgente che vibra a frequenza costante genera un'onda sinusoidale su una corda tenuta a tensione costante. Se la potenza fornita alla corda viene raddoppiata, di quale fattore cambia l'ampiezza? (a) un fattore 4, (b) un fattore 2, (c) un fattore $\sqrt{2}$, (d) un fattore 0.707, o (e) non si può prevedere.

11. Quali delle seguenti affermazioni non è necessariamente vera riguardo alle onde meccaniche? (a) Sono prodotte da una perturbazione. (b) Sono sinusoidali in natura. (c) Trasportano energia. (d) Richiedono un mezzo attraverso cui si propagano. (e) La velocità delle onde dipende dalle proprietà del mezzo in cui viaggiano.

12. Per quale fattore devi moltiplicare la tensione in una corda tesa se vuoi raddoppiare la velocità d'onda? (a) Un fattore 8, (b) un fattore 4, (c) un fattore 2, (d) un fattore 0.5, (e) non si può cambiare la velocità di un fattore prevedibile cambiando la tensione.

13. La Tabella 13.1 mostra che la velocità del suono è tipicamente un ordine di grandezza maggiore nei solidi che nei gas. A che cosa può essere più direttamente attribuito questo maggiore valore? (a) Alla differenza della densità fra solidi e gas, (b) alla differenza nella comprimibilità fra solidi e gas, (c) alla dimensione limitata di un oggetto solido rispetto a un gas libero, (d) all'impossibilità di tenere un gas sotto una tensione significativa.

14. La distanza fra due picchi successivi di un'onda sinusoidale che viaggia lungo una corda è 2 m. Se la frequenza di quest'onda è 4 Hz, qual è la velocità dell'onda? (a) 4 m/s, (b) 1 m/s, (c) 8 m/s, (d) 2 m/s, (e) impossibile rispondere con le informazioni disponibili.

15. Mentre viaggi sull'autostrada con la macchina, un'ambulanza si avvicina da dietro ad alta velocità (Fig. Q13.15) suonando la sirena a una frequenza di 500 Hz. Quale affermazione è corretta? (a) Senti una frequenza minore di 500 Hz. (b) Senti una frequenza uguale a 500 Hz. (c) Senti una frequenza maggiore di 500 Hz. (d) Senti una frequenza maggiore di 500 Hz, mentre l'autista dell'ambulanza sente una frequenza minore di 500 Hz. (e) Senti una frequenza minore di 500 Hz, mentre l'autista dell'ambulanza sente una frequenza di 500 Hz.



© Anthony Redpath/Corbis

FIGURA Q13.15

16. Due sirene A e B stanno suonando in modo che la frequenza di A è due volte quella di B. In confronto alla velocità del suono di A, la velocità del suono di B è (a) due volte più grande, (b) la metà, (c) quattro volte più grande, (d) un quarto, o (e) la stessa?

17. Supponiamo che un osservatore e una sorgente di suono siano entrambi a riposo rispetto al suolo e un forte vento stia soffiando dalla sorgente verso l'osservatore. **(i)** Quale effetto ha il vento sulla frequenza osservata? (a) Causa un aumento. (b) Causa una diminuzione. (c) Non causa alcun cambiamento. **(ii)** Quale effetto ha il vento sulla lunghezza d'onda osservata? Scegli tra le risposte proposte in (i). **(iii)** Quale effetto ha il vento sulla velocità osservata dell'onda? Scegli tra le risposte proposte in (i).

DOMANDE CONCETTUALI

1. I sistemi radar usati dalla polizia per scoprire chi guida a velocità eccessiva sono sensibili allo spostamento Doppler di un impulso di microonde. Discutere come questa sensibilità può essere usata per misurare la velocità di un'auto.

2. (a) Come costruiresti un'onda longitudinale in una molla allungata? (b) Sarebbe possibile costruire un'onda trasversale in una molla?

3. Quando un impulso viaggia su una corda tesa, esso si inverte sempre a seguito di una riflessione? Spiegare.

4. Stai viaggiando verso una scogliera e suoni il clacson. C'è uno spostamento Doppler del suono quando senti l'eco? Se è così, si tratta di un movimento della sorgente o dell'osservatore? Che cosa succede se la riflessione, anziché dalla

scogliera, viene dal bordo anteriore di un enorme astronave aliena che si muove verso di te mentre stai guidando?

5. Perché l'impulso che si propaga in una corda è trasversale?

6. (a) Se una lunga corda viene appesa a un soffitto e un'onda viene mandata verso l'alto dall'estremità inferiore, perché la velocità dell'onda cambia mentre l'onda sale? (b) La velocità delle onde che salgono è maggiore o minore? Spiegare.

7. Spiegare come può essere determinata la distanza di un fulmine (Fig. DC13.7) contando i secondi fra il lampo e il suono del tuono.



© iStockphoto.com/Colin Orthner

FIGURA DC13.7

8. Le vecchie macchine fotografiche con auto-focus inviavano un impulso acustico e misuravano l'intervallo di tempo necessario per l'impulso a raggiungere un oggetto, essere riflesso da questo e tornare indietro per essere rilevato. La temperatura dell'aria può influenzare la messa a fuoco di una macchina fotografica?

9. Se scuotessi in modo regolare l'estremità di una corda tesa tre volte in un secondo, quale sarebbe il periodo dell'onda sinusoidale che si stabilisce nella corda?

10. La velocità verticale di un elemento di una corda tesa orizzontale su cui viaggia un'onda dipende dalla velocità dell'onda? Spiegare.

11. *L'evento di Tunguska.* Il 30 giugno del 1908, un meteorite entrò nell'atmosfera ed esplose sopra la valle del fiume Tunguska in Siberia. L'impatto distrusse alberi su di una superficie di migliaia di km quadrati e determinò un incendio nella foresta, senza creare alcun cratere e senza provocare vittime. Un testimone seduto sulla porta di casa fuori dalla zona in cui gli alberi vennero abbattuti al momento dell'impatto ricordò gli eventi nella seguente successione. Il testimone vide una luce in movimento nel cielo, più luminosa del sole che

scendeva a piccoli angoli sull'orizzonte. Sentì il viso diventare caldo. Sentì il pavimento sussultare. Una forza misteriosa lo sollevò e immediatamente lo scaraventò un metro più in là. Avvertì un tuono intenso e prolungato. Suggerisci una spiegazione per queste osservazioni e per l'ordine in cui si sono verificate.

12. Come può un oggetto muoversi rispetto a un osservatore in modo tale che il suono che esso produce non sia modificato in frequenza?

13. In un terremoto si propagano sia onde S (trasversali) che P (longitudinali) dal fuoco del terremoto. Il fuoco è nel sottosuolo in direzione radiale sotto l'epicentro sulla superficie (Fig. DC13.13). Assumiamo che le onde viaggino in linea retta attraverso materiali uniformi. Le onde S viaggiano sulla Terra più lentamente delle onde P (a circa 5 km/s contro 8 km/s). Misurando il tempo d'arrivo delle onde al sismografo, (a) come si può determinare quanto dista il fuoco del terremoto? (b) Quante stazioni di rilevamento sono necessarie per localizzare la posizione del fuoco senza ambiguità?



FIGURA DC13.13

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 13.1 Propagazione di una perturbazione

1. A $t = 0$, un impulso trasversale in un filo viene descritto dalla funzione

$$y = \frac{6.00}{x^2 + 3.00}$$

dove x e y sono in metri. Scrivere la funzione $y(x, t)$ che descrive quest'onda se viaggia nel verso positivo delle x , con una velocità di 4.50 m/s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 2.** Onde sull'oceano con distanza crest-a-cresta di 10.0 m possono essere descritte dalla funzione d'onda

$$y(x, t) = 0.800 \sin[0.628(x - vt)]$$

dove x e y sono in metri, e $v = 1.20$ m/s. (a) Disegnare un grafico qualitativo di $y(x, t)$ a $t = 0$. (b) Fare uno schizzo di $y(x, t)$ a $t = 2.00$ s. (c) Confrontare il grafico nella parte (b) con quello in (a) e spiegare le somiglianze e le differenze. (d) Come si è spostata l'onda fra il grafico (a) e il grafico (b)?

Paragrafo 13.2 Modello di analisi: l'onda che si propaga

- 3.** La funzione d'onda di un'onda che viaggia su una corda tesa è (in unità SI)

$$y(x, t) = 0.350 \sin\left(10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

(a) Qual è la velocità e la direzione di propagazione dell'onda? (b) Qual è lo spostamento verticale di un elemento della corda per $t = 0$, $x = 0.100$ m? Quali sono (c) la lunghezza d'onda e (d) la frequenza dell'onda? (e) Qual è l'ampiezza massima della velocità trasversale di un elemento della corda?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 4.** Un'onda sinusoidale trasversale ha un periodo $T = 25.0$ ms e viaggia nella direzione x negativa con velocità $v = 30.0$ m/s. A $t = 0$, un elemento della corda a $x = 0$ ha uno spostamento trasverso di 2.00 cm e una velocità verso il basso $v = 2.00$ m/s. (a) Qual è l'ampiezza dell'onda? (b) Qual è l'angolo della fase iniziale? (c) Qual è il valore della massima velocità trasversale di un elemento della corda? (d) Scrivere la funzione d'onda dell'onda.

- 5.** La corda mostrata in Figura P13.5 è eccitata a una frequenza di 5.00 Hz. L'ampiezza del moto è 12.0 cm, e la velocità dell'onda è $v = 20.0$ m/s. Inoltre, l'onda è tale che per $x = 0$ e $t = 0$ si ha $y = 0$. Determinare (a) la frequenza angolare e (b) il numero d'onda per quest'onda. (c) Scrivere un'espressione per la funzione d'onda. Calcolare (d) la massima velocità trasversale e (e) la massima accelerazione trasversale di un elemento della corda.

VISUALIZZA SOLUZIONE

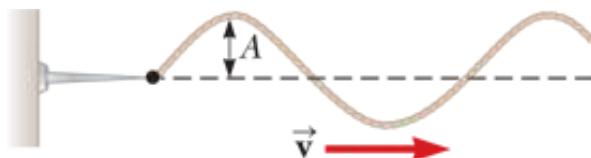


FIGURA P13.5

6. Un'onda sinusoidale che viaggia nel verso negativo dell'asse x (verso sinistra) ha un'ampiezza $A = 20.0$ cm, una lunghezza d'onda di 35.0 cm, e una frequenza di 12.0 Hz. La posizione trasversa di un elemento del mezzo a $t = 0$, $x = 0$ è $y = -3.00$ cm, e qui l'elemento ha una velocità positiva. Vogliamo trovare un'espressione per la funzione d'onda che descriva quest'onda. (a) Disegna un grafico qualitativo dell'onda a $t = 0$. (b) Trova il numero d'onda angolare k dalla lunghezza d'onda. (c) Trova il periodo T dalla frequenza. Trova (d) la frequenza angolare ω e (e) la velocità d'onda v . (f) Dall'informazione a $t = 0$, trova la fase costante ϕ . (g) Scrivi un'espressione per la funzione d'onda $y(x, t)$.

7. (a) Scrivere l'espressione di y in funzione di x e t , per un'onda sinusoidale che viaggia in una fune nel verso *negativo* dell'asse x , con le seguenti caratteristiche: $A = 8.00$ cm, $\lambda = 80.0$ cm, $f = 3.00$ Hz, e $y(0, t) = 0$ per $t = 0$. (b) E se? Scrivere l'espressione di y in funzione di x e t per l'onda della domanda (a) assumendo che $y(x, 0) = 0$ nel punto $x = 10.0$ cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Un'onda è descritta da $y = (0.020 \text{ cm}) \sin(kx - \omega t)$, dove $k = 2.11 \text{ rad/m}$, $v = 3.62 \text{ rad/s}$, x e y sono espresse in metri, e t è in secondi. Determinare (a) l'ampiezza, (b) la lunghezza d'onda, (c) la frequenza, e (d) la velocità dell'onda.

9. Quando un filo particolare vibra con una frequenza di 4.0 Hz, viene prodotta un'onda trasversale di lunghezza d'onda 60.0 cm. Determinare la velocità dell'onda lungo il filo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Un'onda trasversale in una corda è descritta dalla funzione d'onda:

$$y = 0.120 \sin\left(\frac{\pi}{8}x + 4\pi t\right)$$

dove x e y sono in metri e t in secondi. Determinare (a) la velocità trasversale e (b) l'accelerazione trasversale a $t = 0.200$ s per un elemento situato a $x = 1.60$ m. Quali sono (c) la lunghezza d'onda, (d) il periodo e (e) la velocità di propagazione di quest'onda?

11. Un'onda sinusoidale viaggia lungo una fune. Si osserva che l'oscillatore che genera l'onda compie 40.0 vibrazioni in 30.0 s. Inoltre un determinato massimo in una cresta dell'onda viaggia per 425 cm lungo la corda in 10.0 s. Qual è la lunghezza d'onda?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 12.** Per una certa onda trasversale, la distanza fra due creste successive è 1.20 m, e passano otto creste in un dato punto lungo la direzione di propagazione ogni 12.0 s. Calcolare la velocità dell'onda.

- 13.** Considera l'onda sinusoidale dell'Esempio 13.2, con funzione d'onda

$$y = 0.150 \cos (15.7x - 50.3t)$$

dove x e y sono in metri e t in secondi. Ad un certo istante, immaginiamo che il punto A sia all'origine e il punto B sia il primo punto più vicino al punto A lungo l'asse x dove l'onda è sfasata di 60° . Determinare le coordinate del punto B .

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 14.** Mostrare che la funzione d'onda $y = e^{b(x-vt)}$ è una soluzione dell'equazione d'onda lineare (vedi Eq. 13.20), dove b è una costante.

Paragrafo 13.3 La velocità delle onde trasversali nelle corde

- 15.** Un filo di acciaio lungo 30.0 m e un filo di rame lungo 20.0 m, entrambi di diametro 1.00 mm, sono uniti a una estremità e tesi con una tensione di 150 N. Quanto tempo impiegherà un'onda trasversale a percorrere l'intera lunghezza dei due fili?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 16.** Una corda di pianoforte ha una massa per unità di lunghezza di 5.00×10^{-23} kg/m ed è tesa con una tensione di 1 350 N. Trovare la velocità con cui un'onda viaggia su questa corda.

- 17.** Un cavo Ethernet è lungo 4.00 m. Il cavo ha una massa di 0.200 kg. Un impulso trasversale viene prodotto pizzicando una estremità del cavo teso. L'impulso fa quattro viaggi avanti e indietro lungo il cavo in 0.800 s. Qual è la tensione nel cavo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Problema di ricapitolazione. Un filo sottile con massa per unità di lunghezza di 8.00 g/m ha i due estremi fissati a due pareti separate da una distanza uguale a $3/4$ della lunghezza L del filo (Fig. P13.18). Un oggetto di massa m è sospeso al centro del filo, ponendolo in tensione. (a) Trovare l'espressione della velocità dell'onda trasversale nel filo in funzione della massa dell'oggetto appeso. (b) Quanto dovrebbe valere la massa dell'oggetto appeso per avere una velocità di 60.0 m/s?

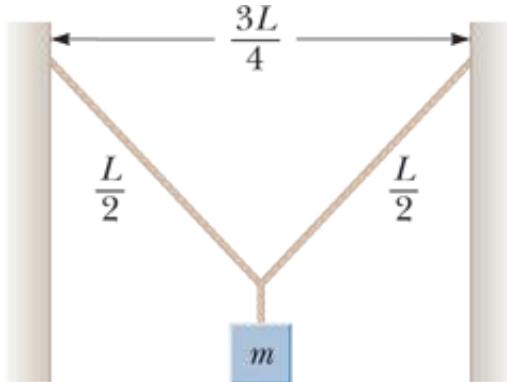


FIGURA P13.18

19. Onde trasversali viaggiano alla velocità di 20.0 m/s lungo una corda con tensione pari a 6.00 N. Quale tensione viene richiesta affinché un'onda viaggi a 30.0 m/s sulla stessa corda?

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Perché la seguente situazione è impossibile? Un astronauta sulla Luna sta studiando il moto delle onde utilizzando l'apparato dell'Esempio 13.4 e mostrato in Figura 13.11. Egli misura l'intervallo di tempo affinché gli impulsi viaggino lungo la direzione orizzontale del filo. Si assume che il filo orizzontale abbia una massa di 4.00 g e sia lungo 1.60 m e che l'oggetto sospeso tramite la carrucola sia di 3.0 kg. L'astronauta trova che un impulso impiega 26.1 ms per percorrere la lunghezza del filo. (Si può trascurare la massa del filo quando si calcola la sua tensione N.d.T.).

Paragrafo 13.4 Riflessione e trasmissione delle onde

21. Una serie di impulsi, ciascuno di ampiezza 0.150 m, sono spediti lungo una corda che è attaccata con un estremo a un montante. Gli impulsi vengono riflessi dal montante e tornano indietro lungo la corda senza diminuire in ampiezza. Quando due onde sono presenti sulla stessa corda, lo spostamento risultante di un dato punto è la somma degli spostamenti delle singole onde nel punto. Qual è lo spostamento risultante del punto della corda dove due impulsi si attraversano, (a) se la corda è rigidamente attaccata al montante (b) se l'estremità nella quale avviene la riflessione è libera di scivolare su e giù?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 13.5 Potenza trasmessa dalle onde sinusoidali nelle corde

22. Una corda orizzontale può trasmettere una potenza massima P_o (senza rompersi) se un'onda di ampiezza A e frequenza angolare ν si propagano su di essa. Per aumentare questa potenza massima, uno studente ripiega in due la corda e usa questa "doppia corda" come mezzo elastico. Assumendo che la tensione nei due fili tenuti insieme sia la stessa della tensione originaria nella singola corda e che la frequenza angolare dell'onda rimanga la stessa, determinare la potenza massima che può essere trasmessa lungo la "doppia corda".

23. Un tratto di 6.00 m di una lunga corda ha una massa di 180 g e contiene quattro lunghezze d'onda complete di un'onda che si propaga sulla corda. La corda vibra sinusoidalmente a una frequenza di 50.0 Hz e lo spostamento da una cresta a un avallamento è di 15.0 cm (lo spostamento "cresta-valle" è la distanza verticale dal massimo spostamento positivo al massimo spostamento negativo). (a) Scrivere la funzione che descrive quest'onda che si propaga nella direzione positiva dell'asse x . (b) Determinare la potenza che si deve fornire alla corda.

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Delle onde sinusoidali di 5.00 cm di ampiezza devono essere trasmesse lungo una corda, la cui densità lineare di massa è 4.00×10^{-2} kg/m. Se la massima potenza fornita dalla sorgente è 300 W e la corda è sottoposta ad una tensione di 100 N, qual è la massima frequenza f di vibrazione alla quale la sorgente può funzionare?

25. Un'onda sinusoidale in una corda è descritta dalla funzione d'onda

$$y = 0.15 \operatorname{sen}(0.80x - 50t)$$

dove x e y sono in metri e t è in secondi. La massa per unità di lunghezza di questa corda è 12.0 g/m. Determinare (a) la velocità dell'onda, (b) la lunghezza d'onda, (c) la frequenza, e (d) la potenza trasmessa dall'onda.

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Una fune tesa ha una massa di 0.180 kg ed una lunghezza di 3.60 m. Quale potenza deve essere fornita alla corda per generare delle onde sinusoidali che abbiano una ampiezza di 0.100 m ed una lunghezza d'onda di 0.500 m e che si muovano con una velocità di 30.0 m/s?

Paragrafo 13.6 Onde acustiche

Nota: usare i seguenti valori quando sono necessari se non altrimenti specificato. La densità dell'aria a 20 °C è $p = 1.20$ kg/m³. Variazioni di pressione ΔP sono misurate rispetto alla pressione atmosferica, 1.013×10^5 N/m². [1 N/m² = 1 Pa]

(pascal), vedere Paragrafo 15.1]. La velocità del suono in aria è $v = 343$ m/s. Utilizzare la Tabella 13.1 per trovare le velocità del suono in altri materiali.

Il Problema 49 del Capitolo 2 può essere assegnato anche al presente paragrafo.

- 27.** Un delfino (Fig. P13.27) in mare, con l'acqua alla temperatura di 25 °C, emette un suono diretto verso il fondo dell'oceano 150 m più sotto. Quanto tempo passa prima che si ascolti l'eco?

VISUALIZZA SOLUZIONE



Stephen Frink/Photographer's Choice/Getty Images

FIGURA P13.27

- 28.** Supponiamo di sentire il rombo di un tuono 16.2 s dopo aver visto il lampo ad esso associato. La velocità della luce in aria è 3.00×10^8 m/s. (a) Quanto distante è avvenuto il lampo? (b) Hai bisogno di conoscere la velocità della luce per rispondere? Spiega.

- 29.** Un'onda sinusoidale acustica viaggia attraverso un mezzo ed è descritta dalla funzione d'onda di spostamento

$$s(x, t) = 2.00 \cos(15.7x - 858t)$$

dove s è in micrometri, x in metri, e t in secondi. Trovare (a) l'ampiezza, (b) la lunghezza d'onda, e (c) la velocità di questa onda. (d) Determinare lo spostamento istantaneo dalla posizione di equilibrio di un elemento d'aria nella posizione $x = 0.050$ o m per $t = 3.00$ ms. (e) Determinare la massima velocità del moto oscillatorio di un elemento.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 30.** Un pipistrello (Fig. P13.30) può rivelare oggetti molto piccoli, come un insetto la cui lunghezza sia approssimativamente uguale a una lunghezza d'onda

del suono che esso emette. Se il pipistrello emette uno stridio a una frequenza di 60.0 kHz, e se la velocità del suono in aria è 340 m/s, qual è il più piccolo insetto che il pipistrello può rilevare?



Hugh Lansdown/Shutterstock.com

FIGURA P13.30

31. Scrivere un'espressione che descriva la variazione di pressione come funzione della posizione e del tempo per un'onda sonora sinusoidale in aria, se $\lambda = 0.100 \text{ m}$ e $\Delta P_{\max} = 0.200 \text{ Pa}$. Assumere che la velocità del suono sia 343 m/s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Un aereo di soccorso vola orizzontalmente a una velocità costante per cercare una barca in avaria. Quando l'aereo si trova proprio sopra la barca, l'equipaggio della barca suona una tromba rumorosa. Nel tempo necessario affinché il rivelatore del suono sull'aereo riceva il suono emesso dalla tromba, l'aereo ha percorso una distanza pari alla metà della sua quota sull'oceano. Assumendo che il suono impieghi 2.00 s per raggiungere l'aereo, determinare (a) la velocità dell'aereo e (b) la sua quota.

33. BIO Gli ultrasuoni sono usati in medicina sia nella diagnostica per immagini (Fig. P13.33) che per la terapia. Per la diagnosi, brevi impulsi di ultrasuoni vengono inviati attraverso il corpo del paziente. Viene registrata un'eco riflessa dalla struttura di interesse e, dall'intervallo di tempo necessario per il ritorno dell'eco, viene determinata la distanza dalla struttura. Per evidenziare i dettagli della struttura interessata, è necessario che la lunghezza d'onda dell'ultrasuono riflesso sia piccola in confronto alla dimensione dell'oggetto che riflette l'onda. La velocità degli ultrasuoni nei tessuti del corpo umano è circa 1 500 m/s (approssimativamente la stessa della velocità del suono nell'acqua). (a) Qual è la lunghezza d'onda degli ultrasuoni di frequenza 2.40 MHz? (b) Nella tecnica di diagnostica per immagini, vengono impiegate frequenze nell'intervallo da 1.00 MHz a 20.0 MHz. Qual è l'intervallo di lunghezze d'onda corrispondente a questo intervallo di frequenze?

VISUALIZZA SOLUZIONE



B. Benoit/Photo Researchers, Inc.

FIGURA P13.33

34. Uno sperimentatore cerca di generare nell'aria un'onda sonora che abbia un'ampiezza di spostamento di 5.50×10^{-6} m. L'ampiezza di pressione è 0.840 Pa. Qual è la lunghezza d'onda minima che può avere l'onda sonora?

35. Molti cantanti emettono note acute negli ornamenti "ad libitum" (lasciati alla libertà del cantante N.d.T.) e nelle cadenze. La nota più acuta scritta per una cantante in una partitura è un fa-diesis al di sopra del do alto, 1 480 Hz, cantata da Zerbinetta nella versione originale dell'opera di Richard Strauss *Ariadne aufNaxos (Arianna a Nasso)*. (a) Trovare la lunghezza d'onda di questo suono in aria. (b) In seguito alle lamentele, Strauss successivamente traspose la nota al fa al di sopra del do alto, 1 397 Hz. Qual è stato l'aumento della lunghezza d'onda?

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Calcolare l'ampiezza di pressione di un'onda sonora a 2.00 kHz nell'aria, quando l'ampiezza di spostamento è uguale a 2.00×10^{-8} m.

37. Un'onda sonora nell'aria ha un'ampiezza di pressione pari a 4.00×10^{-3} Pa. Calcolare l'ampiezza di spostamento dell'onda alla frequenza di 10.0 kHz.

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. Un metro ad ultrasuoni usa frequenze sopra 20 MHz per determinare dimensioni di strutture del tipo di edifici. Funziona emettendo un impulso di ultrasuoni in aria e quindi misurando l'intervallo di tempo per un'eco di ritorno dalla superficie riflettente la cui distanza si deve misurare. La distanza viene visualizzata su un display digitale. Per uno strumento che emette un impulso di ultrasuoni con frequenza di 22.0 MHz, (a) qual è la distanza dall'oggetto da cui l'eco ritorna dopo 24.0 ms quando la temperatura dell'aria è 26 °C? (b) Quale dovrebbe essere la durata dell'impulso emesso se esso deve includere dieci cicli dell'onda di ultrasuoni? (c) Qual è la lunghezza spaziale di tale impulso?

39. Una sirena montata sul tetto di una stazione di vigili del fuoco emette un suono alla frequenza di 900 Hz. Ci sono delle condizioni di vento stazionario alla velocità di 15.0 m/s. Assumendo che la velocità del suono in aria calma sia 343 m/s, trovate la lunghezza d'onda del suono (a) sopravento alla sirena, (b) sottovento alla sirena. I vigili del fuoco si avvicinano alla sirena da tutte le direzioni alla velocità di 15.0 m/s. Quale frequenza ode un vigile del fuoco (c) se si avvicina dalla direzione sopravento in modo tale che si stia muovendo nella direzione in cui soffia il vento e (d) se si avvicina da una posizione sottovento e quindi si muove contro il vento?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

40. BIO Dei genitori in attesa sono ansiosi di sentire il battito cardiaco del nascituro, monitorato da un rivelatore di ultrasuoni che produce un “beep” di frequenza udibile sincronizzato con il battito del cuore del feto. Supponiamo che le pareti ventricolari del feto si muovano di moto armonico semplice con una ampiezza di 1.80 mm e una frequenza di 115 battiti al minuto. (a) Trovare la massima velocità lineare della parete del cuore. Supponiamo che una sorgente, montata sul rivelatore a contatto con l'addome della madre, produca un suono a 2 000 000.0 Hz, che attraversa il tessuto a 1.50 km/s. (b) Trovare la massima variazione di frequenza fra il suono che arriva sulla parete del cuore del bambino e il suono emesso dalla sorgente. (c) Trovare la massima variazione di frequenza fra il suono riflesso ricevuto dal rivelatore e quello emesso dalla sorgente.

41. Rimanendo in piedi presso un incrocio pedonale, ascolti una frequenza di 560 Hz proveniente dalla sirena di una ambulanza che sta avvicinandosi. Dopo che l'ambulanza è passata, la frequenza della sirena udita è 480 Hz. Determina la velocità dell'ambulanza in base a queste osservazioni.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

42. Un blocco con un altoparlante fissato ad esso è collegato a una molla di costante elastica $k = 20.0 \text{ N/m}$ come in Figura P13.42. La massa totale del blocco e dell'altoparlante è 5.0 kg, e l'ampiezza del moto di questa unità blocco-altoparlante è 0.500 m. Se l'altoparlante emette onde sonore di frequenza 440 Hz, determinare il campo di frequenze udite dalla persona che si trova alla destra dell'altoparlante. Assumi che la velocità del suono sia 343 m/s.

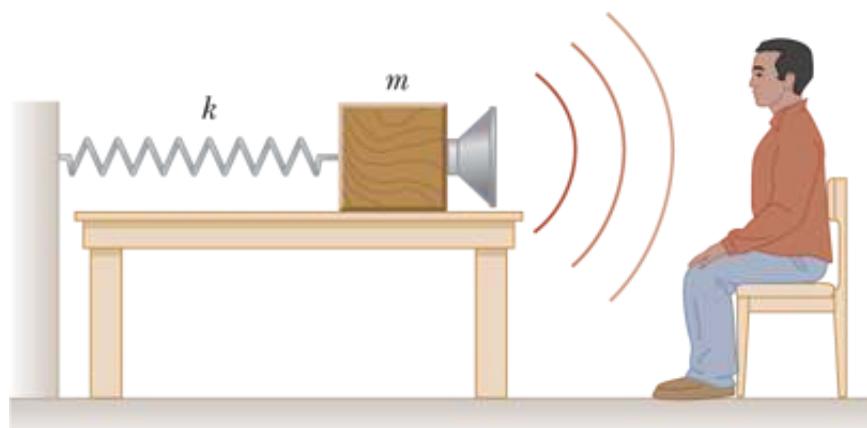


FIGURA P13.42

43. Un conducente viaggia in un'autostrada verso nord ad una velocità di 25.0 m/s. Una macchina della polizia che viaggia verso sud a 40.0 m/s si avvicina con la sua sirena che emette un suono di 2 500 Hz. (a) Quale frequenza è rilevata dal conducente quando la macchina della polizia si avvicina? (b) Quale frequenza è rilevata dal guidatore quando la macchina della polizia lo ha sorpassato? (c) Ripetere le domande (a) e (b) nel caso in cui la macchina della polizia stia viaggiando verso nord.

VISUALIZZA SOLUZIONE

44. Un sottomarino A viaggia orizzontalmente a 11.0 m/s attraverso l'acqua dell'oceano. Esso emette un segnale sonar alla frequenza $f = 5.27 \times 10^3$ Hz in avanti. Un sottomarino B si trova di fronte al sottomarino A e viaggia a 3.00 m/s rispetto all'acqua nella stessa direzione di quello A. Un membro dell'equipaggio nel sottomarino B usa la sua strumentazione per rivelare le onde acustiche ("pings") dal sottomarino A. Vogliamo determinare che cosa rivela la persona nel sottomarino B. (a) Su quale sottomarino un osservatore rivela una frequenza f' come descritto dall'Equazione 13.31? (b) Nell'Equazione 13.31, il segno di v_o dovrebbe essere positivo o negativo? (d) Nell'Equazione 13.31 quale velocità del suono dovrebbe essere usata? (e) Trovare la frequenza del suono rivelato dal membro dell'equipaggio del sottomarino B.

45. Problema di ricapitolazione. Un diapason che vibra a 512 Hz cade da fermo e accelera a 9.80 m/s^2 . A quale distanza dal punto di caduta si trova il diapason quando onde di 485 Hz di frequenza raggiungono il punto da cui è caduto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Perché la seguente situazione è impossibile? Nelle Olimpiadi Estive, un'atleta corre lungo la pista a velocità costante mentre uno spettatore vicino al bordo della pista suona una tromba con una nota a una frequenza fissata. Quando l'atleta sorpassa la tromba, ella ode la frequenza del suono cadere di un intervallo musicale chiamato "terza minore". Cioè, la frequenza che ella sente, cade di cinque sesti della sua frequenza originaria.

Paragrafo 13.8 Collegamento al contesto: le onde sismiche

47. Una stazione sismografica riceve onde S e P da un terremoto, intervallate in tempo di 17.3 s. Assumiamo che le onde abbiano viaggiato lungo lo stesso cammino alla velocità di 4.50 km/s e 7.80 km/s. Trovate la distanza dal sismografo all'ipocentro del terremoto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Due punti, A e B, sulla superficie terrestre hanno la stessa longitudine e differiscono per 60.0° di latitudine, come mostrato in Figura P13.48. Supponiamo che un terremoto nel punto A generi un'onda P che raggiunge il punto B viaggiando in linea retta attraverso la Terra a una velocità costante di 7.80 km/s. Il terremoto irradia anche un'onda di Rayleigh, che si propaga lungo la superficie terrestre a 4.50 km/s. In aggiunta alle onde P e S, le onde di Rayleigh sono un terzo tipo di onde sismiche che viaggiano sulla *superficie* della terra anziché attraversare il *volumen* terrestre. (a) Quale di queste due onde sismiche arriva prima in B? (b) Qual è la differenza temporale fra l'arrivo delle due onde in B?

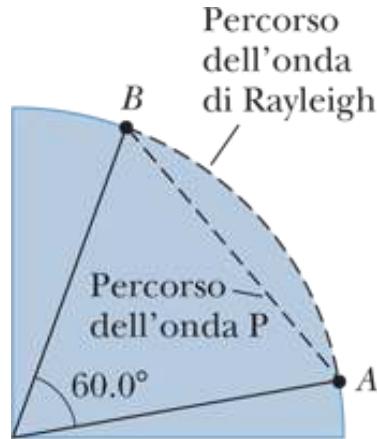


FIGURA P13.48

Problemi generali

49. Problema di ricapitolazione. Un blocco di massa $M = 0.450$ kg è attaccato all'estremità di una corda di massa $0.003\ 20$ kg; l'altra estremità della corda è attaccata ad un punto fisso. Il blocco ruota con velocità angolare costante con traiettoria circolare su di un tavolo orizzontale, senza attrito, come mostrato in Figura P13.49. Di quale angolo ruota il blocco nell'intervallo di tempo richiesto ad un'onda trasversale per viaggiare lungo la corda dal centro del cerchio sino al blocco?

VISUALIZZA SOLUZIONE

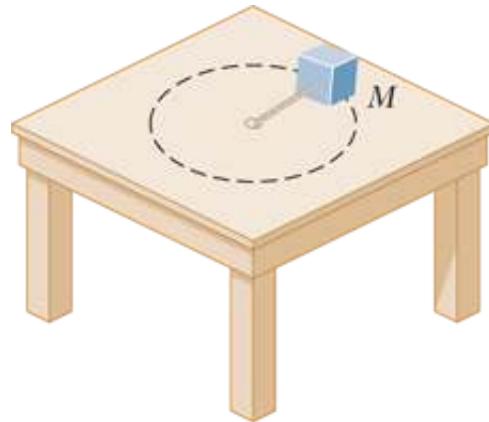


FIGURA P13.49 Problemi 49, 65 e 66.

50. Problema di ricapitolazione. Un blocco di massa M , sostenuto da una corda, è fermo su un piano inclinato senza attrito che forma un angolo θ con l'orizzontale (Fig. P13.50). La lunghezza della corda è L e la sua massa è $m \ll M$. Derivare un'espressione per il tempo che impiega un'onda trasversale a propagarsi da un estremo all'altro della corda.

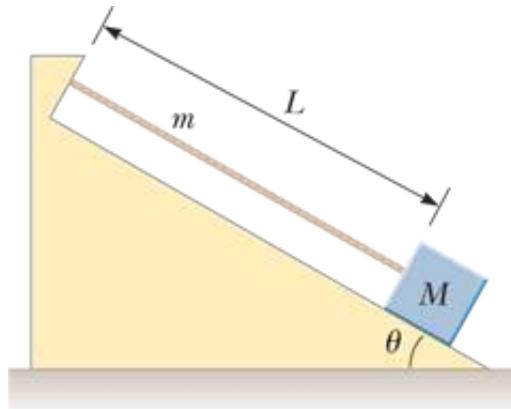


FIGURA P13.50

51. Un'onda che si propaga lungo una corda di densità lineare di massa m è descritta dalla funzione d'onda

$$y = [A_0 e^{-bx}] \sin(kx - \omega t)$$

dove il fattore in parentesi quadre prima della funzione seno rappresenta l'ampiezza. (a) Qual è la potenza $P(x)$ trasportata da questa onda nel punto x ? (b) Qual è la potenza $P(0)$ trasportata da questa onda nell'origine? (c) Calcolare il rapporto $P(x)/P(0)$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. (a) Mostrare che la velocità delle onde longitudinali lungo una molla di costante elastica k è $v = \sqrt{kL/\mu}$, dove L è la lunghezza a riposo della molla e m è la massa per unità di lunghezza. (b) Una molla di massa 0.400 kg ha una lunghezza a riposo di 2.00 m e una costante elastica di 100 N/m. Usando il risultato ottenuto nella domanda (a), determinare la velocità dell'onda longitudinale lungo questa molla.

53. Una serie di veicoli della nettezza urbana trasportano i rifiuti alla discarica, formando una processione costante sulla strada locale mentre procedono tutti nella stessa direzione alla velocità di 19.7 m/s. Due camion arrivano ogni 3 minuti alla discarica. Un ciclista viaggia sulla stessa strada alla velocità di 4.47 m/s. (a) Con quale frequenza i camion lo sorpassano? E se? (b) Una collina non rallenta i camion, ma fa diminuire la velocità del ciclista "fuori forma" al valore di 1.56 m/s. Con quale frequenza ora i camion sfrecciano sorpassandolo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. La "ola" è una particolare onda impulsiva che si può propagare attraverso una grande folla radunata in uno stadio sportivo (Fig. P13.54). Gli elementi del mezzo sono gli spettatori, con uno spostamento nullo quando si trovano seduti e con uno spostamento massimo quando stanno su e sollevano le braccia. Quando una grande frazione di spettatori partecipa al moto della ola, si può sviluppare un qualche impulso stabile. La velocità dell'ola dipende dal tempo di reazione della gente, che è tipicamente dell'ordine di 0.1 s. Stimare l'ordine di grandezza, in

minuti, del tempo necessario a una tale onda impulsiva per percorrere un intero giro di un grande stadio sportivo. Dichiarare le grandezze misurate o la stima dei loro valori.



Joe Klamar/AFP/Getty Images

FIGURA P13.54

55. Problema di ricapitolazione. Un blocco di 2.00 kg è appeso con una corda elastica, essendo sostenuto in modo che la corda non sia allungata. La lunghezza a riposo della corda è 0.500 m, e la sua massa è 5.00 g. La “costante elastica” della corda è 100 N/m. Il blocco viene rilasciato e si ferma per un attimo nel punto più basso. (a) Determinare la tensione della corda quando il blocco è nel suo punto più basso. (b) Qual è la lunghezza della corda in questa posizione “allungata”? (c) Se il blocco è tenuto in questa posizione più bassa, trovare la velocità di un’onda trasversale nella corda.

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Problema di ricapitolazione. Un blocco di massa M pendente da una corda elastica, essendo sostenuto in modo che la corda non sia allungata. La lunghezza a riposo della corda è L_0 e la sua massa è m , molto minore di M . La “costante elastica” della corda è k . Il blocco viene lasciato e si ferma per un attimo nel punto più basso. (a) Determinare la tensione della corda quando il blocco si trova nel punto più basso. (b) Qual è la lunghezza della corda in questa posizione “allungata”? (c) Trovare la velocità di un’onda trasversale nella corda se il blocco viene mantenuto nella posizione più bassa.

57. Un vaso di fiori cade da un balcone ad un’altezza $d = 20.0$ m al di sopra di un marciapiede, come mostrato in Figura P13.57. Esso cade in direzione di un uomo (ignaro del pericolo) di altezza $h = 1.75$ m, che sta in piedi proprio sotto il balcone. A quale altezza dal suolo deve trovarsi il vaso affinché non sia troppo tardi perché un grido d’allarme dal balcone raggiunga l’uomo in tempo? Si assuma che l’uomo in basso impieghi un tempo $\Delta t = 0.300$ s per reagire all’allarme.

VISUALIZZA SOLUZIONE

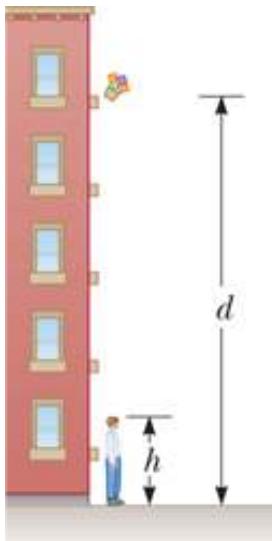


FIGURA P13.57 Problemi 57 e 58.

58. Un vaso di fiori cade da un balcone ad un'altezza d al di sopra di un marciapiede. Come mostrato in Figura P13.57. Esso cade in direzione di un uomo (ignaro del pericolo) di altezza h , che sta in piedi proprio sotto il balcone. A quale altezza dal suolo deve trovarsi il vaso affinché non sia troppo tardi perché un grido d'allarme dal balcone raggiunga l'uomo in tempo? Si assuma che l'uomo in basso impieghi un tempo Δt per reagire all'allarme.

59. Un'auto della polizia viaggia verso est a 40.0 m/s lungo una strada rettilinea, inseguendo una macchina che si sposta verso est a 30.0 m/s. La macchina della polizia ha una sirena che funziona male che emette a 1 000 Hz. (a) Quale dovrebbe essere la lunghezza d'onda in aria della sirena se la macchina della polizia fosse ferma? (b) Qual è la lunghezza d'onda di fronte alla macchina? (c) Qual è la lunghezza d'onda dietro alla macchina? (d) Qual è la frequenza udita dall'autista della macchina inseguita?

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Una corda di massa totale m e lunghezza L è sospesa verticalmente. Un'analisi del problema mostra che per impulsi trasversi piccoli, le onde su una breve distanza dall'estremità libera della corda possono essere rappresentati con buona approssimazione dall'equazione d'onda lineare discussa nel Paragrafo 13.2. Mostrare che un'onda trasversale percorre la lunghezza della corda in un tempo dato approssimativamente da $\Delta t \approx 2\sqrt{L/g}$. (Suggerimento: trovare prima un'espressione per la velocità dell'onda in ogni punto a distanza x dalla estremità inferiore considerando la tensione della corda come dovuta al peso del tratto al di sotto del punto).

61. Il fondo oceanico giace sopra uno strato di basalto che costituisce la crosta terrestre, ovvero la parte più superficiale della Terra in questa zona. Sotto questa crosta si trova una roccia di peridotite più densa, che forma il mantello della Terra. Il confine tra questi due strati è detto discontinuità di Mohorovicic ("Moho" per brevità). Se si facesse esplodere una carica alla superficie del basalto, essa genererebbe un'onda sismica che verrebbe riflessa dal Moho. Se la velocità di quest'onda nel basalto fosse di 6.50 km/s e il tempo di andata e ritorno fosse di 1.85 s, quale sarebbe lo spessore della crosta oceanica?

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Perché la seguente situazione è impossibile? Gli tsunami sono onde oceaniche di superficie che hanno un'enorme lunghezza d'onda (da 100 a 200 km), e la velocità di propagazione è $v \approx \sqrt{gd_{\text{media}}}$, dove d_{media} è la profondità media dell'acqua. Un terremoto nel fondo dell'oceano nel Golfo dell'Alaska genera uno tsunami che raggiunge Hilo nelle Hawaii, a una distanza di 4 450 km, in un intervallo di tempo di 5.88 h (questo metodo fu usato nel 1856 per stimare la profondità media dell'Oceano Pacifico molto prima che venissero usati gli scandagli per avere una determinazione diretta).

63. Per consentire la misura della sua velocità, un paracadutista porta un emettitore a frequenza fissa di 1 800 Hz. Un'amica al suolo nel punto di atterraggio ascolta il suono amplificato che riceve. Assumi che l'aria sia calma e che la velocità del suono sia indipendente dall'altitudine. Mentre il paracadutista si trova in caduta libera alla velocità limite (quindi velocità costante N.d.T), la sua amica al suolo riceve onde di frequenza 2 150 Hz. (a) Qual è la velocità del paracadutista nel tratto in caduta libera? (b) E se? Supponiamo che possa ascoltare il suono dell'emettitore riflesso dal suolo. Quale frequenza riceve?

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. Se un oggetto di massa M è sospeso all'estremità della corda di massa m e lunghezza L del Problema 60, (a) mostrare che il tempo per un'onda trasversale necessario per percorrere la lunghezza della corda è

$$\Delta t = 2 \sqrt{\frac{L}{mg}} (\sqrt{M+m} - \sqrt{M})$$

(b) **E se?** Mostrare che l'espressione della domanda (a) si riduce al risultato del Problema 60 quando $M = 0$. (c) Mostrare che per $m \ll M$, l'espressione della domanda (a) si riduce a

$$\Delta t = \sqrt{\frac{mL}{Mg}}$$

65. Problema di ricapitolazione. Un blocco di massa $M = 0.450$ kg è attaccato all'estremità di una corda di massa $m = 0.00320$ kg; l'altra estremità della corda è attaccata a un punto fisso. Il blocco ruota con velocità angolare costante $\nu = 10.0$ rad/s lungo una circonferenza su un tavolo orizzontale senza attrito, come mostrato in Figura P13.49. Qual è l'intervallo di tempo necessario affinché un'onda trasversale si propaghi lungo la corda dal centro della circonferenza al blocco?

VISUALIZZA SOLUZIONE

66. Problema di ricapitolazione. Un blocco di massa M è attaccato all'estremità di una corda di massa m ; l'altra estremità della corda è attaccata a un punto fisso. Il blocco ruota con velocità angolare costante ω lungo una circonferenza su un tavolo orizzontale senza attrito, come mostrato in Figura P13.49. Qual è l'intervallo di tempo necessario affinché un'onda trasversale si propaghi lungo la corda dal centro della circonferenza al blocco?

67. Una corda di uno strumento musicale è tenuta con una tensione T e si estende dal punto $x = 0$ al punto $x = L$. Sulla corda è avvolto un filo in modo tale che la sua massa per unità di lunghezza $\mu(x)$ aumenti linearmente da μ_0 a $x = 0$ fino a μ_L a $x = L$. (a) Trovare una espressione per $\mu(x)$ in funzione di x nell'intervallo $0 \leq x \leq L$. (b) Trovare l'espressione per il tempo necessario affinché un impulso trasversale percorra la lunghezza della corda.

VISUALIZZA SOLUZIONE

68. Il fischio di un treno ($f = 400$ Hz) è più alto o più basso a seconda che il treno si avvicini o si allontani. (a) Dimostrare che la differenza tra la frequenza del fischio del treno quando si avvicina e quella del fischio quando si allontana è

$$\Delta f = \frac{2u/v}{1 - u^2/v^2} f$$

dove u è la velocità del treno e v è la velocità del suono. (b) Calcolare questa differenza per un treno che viaggia a 130 km/h. Assumere per la velocità del suono 340 m/s.

69. BIO Un pipistrello, che si muove a 5.00 m/s, sta inseguendo un insetto in volo. Se il pipistrello emette un suono a 40.0 kHz e riceve un'eco a 40.4 kHz, (a) a quale velocità si sta allontanando o avvicinando l'insetto? (b) Il pipistrello riuscirà ad acchiappare l'insetto? Spiegare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

70. Un'onda sonora viaggia in un cilindro come nella Figura 13.19. Mostrare che la variazione di pressione dell'onda è descritta da $\Delta P = \pm \rho v \omega \sqrt{s_{\max}^2 - s^2}$, dove $s = s(x, t)$ è data dall'Equazione 13.25.

71. L'equazione dell'effetto Doppler presentata nel testo è valida quando il moto fra l'osservatore e la sorgente avviene in linea retta, cosicché la sorgente e l'osservatore si muovono avvicinandosi o allontanandosi reciprocamente. Se si trascurasse questa restrizione, si potrebbe usare l'equazione più generale dell'effetto Doppler

$$f' = \left(\frac{v + v_o \cos \theta_o}{v - v_s \cos \theta_s} \right) f$$

dove d_o e θ_s sono definite in Figura P13.71a. Usate questa equazione per risolvere il seguente problema. Un treno si muove alla velocità costante $v = 25.0$ m/s verso il passaggio a livello mostrato in Figura P13.71b. Una macchina è ferma vicino al passaggio a livello, a 30.0 m dai binari. Se il fischio del treno emette una frequenza di 500 Hz quando il treno si trova a 40.0 m dal passaggio a livello, (a) qual è la frequenza udita dai passeggeri della macchina? (b) Se il treno emette questo fischio in modo continuo e la macchina è ferma in questa posizione molto prima che il treno arrivi e fino a quando esso riparte, quale intervallo di frequenze verrebbe udito dai passeggeri della macchina? (c) Supponiamo che la macchina stia per assurdo provando ad urtare il treno al passaggio a livello e stia viaggiando a 40.0 m/s verso i binari. Quando la macchina si trova a 30.0 m dai binari e il treno è a 40.0 m dal passaggio a livello, quale frequenza verrebbero udite dai passeggeri della macchina?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

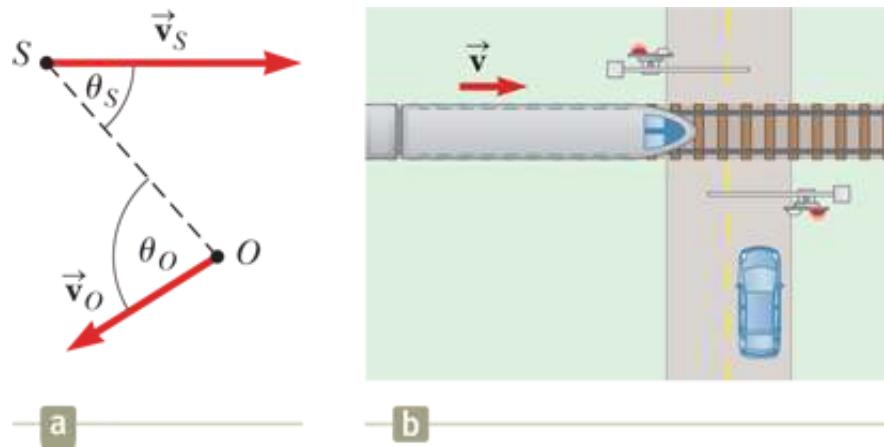
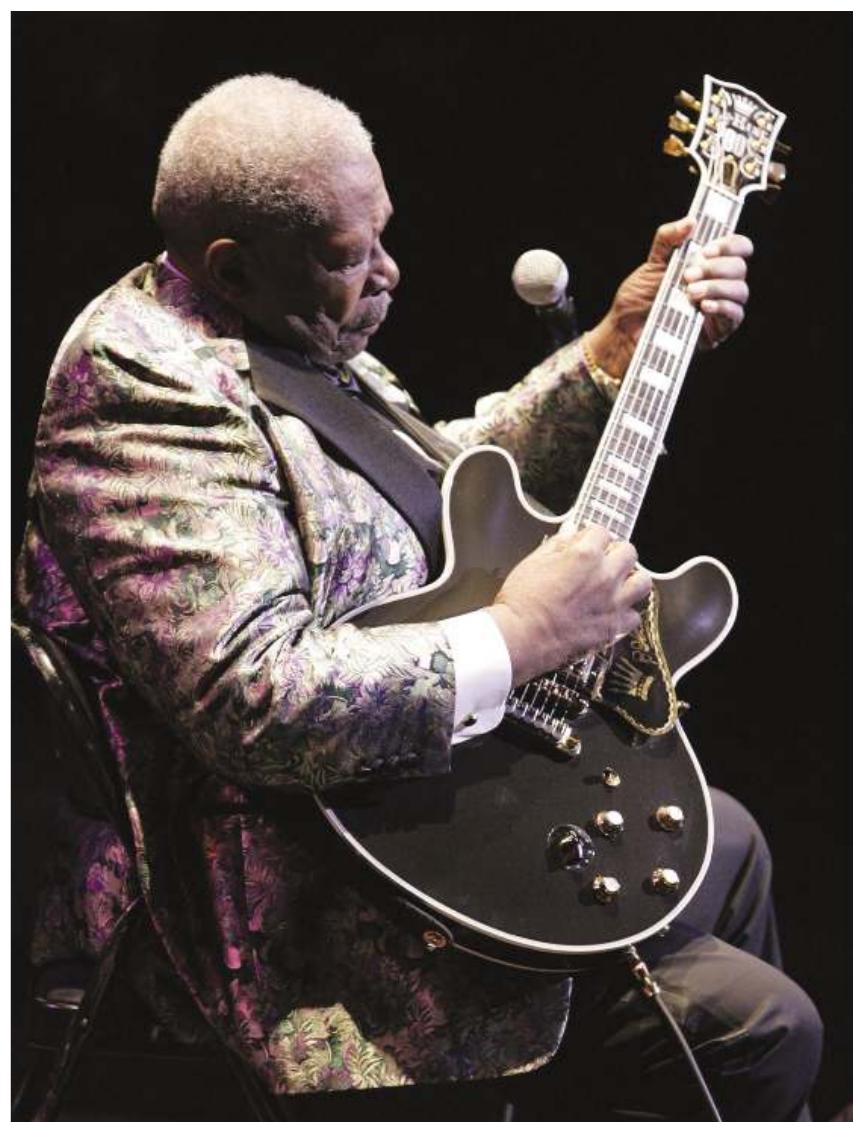


FIGURA P13.71

Sovrapposizione e onde

stazionarie

Sovrapposizione e onde stazionarie N el precedente capitolo abbiamo introdotto il modello ondulatorio. Abbiamo visto che le onde sono molto diverse dalle particelle – una particella ideale ha dimensione nulla, mentre un’onda ideale ha una lunghezza infinita. Un’altra importante differenza fra onde e particelle è quella che possiamo esplorare la possibilità di combinare due o più onde in un punto nello stesso mezzo. Possiamo combinare le particelle per ottenere un oggetto esteso, ma le particelle devono trovarsi in posizioni diverse. Al contrario, due onde possono ambedue essere presenti in un dato posto, e in questo capitolo esploreremo le implicazioni di questa possibilità. Una delle implicazioni della combinazione di onde è quella che soltanto certe frequenze permesse possono esistere in sistemi con delle condizioni al contorno – cioè, le frequenze sono quantizzate. Nel Capitolo 11 abbiamo affrontato la quantizzazione dell’energia dell’atomo di idrogeno. La quantizzazione è il cuore della meccanica quantistica, un argomento che sarà introdotto formalmente nel Capitolo 28 (“Fisica Moderna”). Vedremo che le onde sottoposte a delle condizioni al contorno spiegheranno molti dei fenomeni quantistici. Per ciò che ci proponiamo in questo capitolo, la quantizzazione ci permette di capire il comportamento del grande insieme di strumenti musicali che sono basati su corde e colonne d’aria.



AP Photo/Danny Moloshok

Il maestro di Blues B.B. King si avvale delle onde stazionarie nelle corde. Egli si sposta a note più alte sulla chitarra spingendo le corde contro i tasti sulla tastiera, accorciando le lunghezze delle porzioni delle corde che vibrano.

Modello di analisi: interferenza tra onde

In natura molti interessanti fenomeni ondulatori non si possono descrivere con una singola onda che si propaga, ma vanno analizzati in termini di una combinazione di molte onde che si propagano. Come osservato nell'introduzione, le onde hanno una notevole differenza dalle particelle in quanto le onde si possono combinare in uno stesso punto dello spazio. Per analizzare una tale combinazione di onde, facciamo uso del **principio di sovrapposizione**, il quale afferma che

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

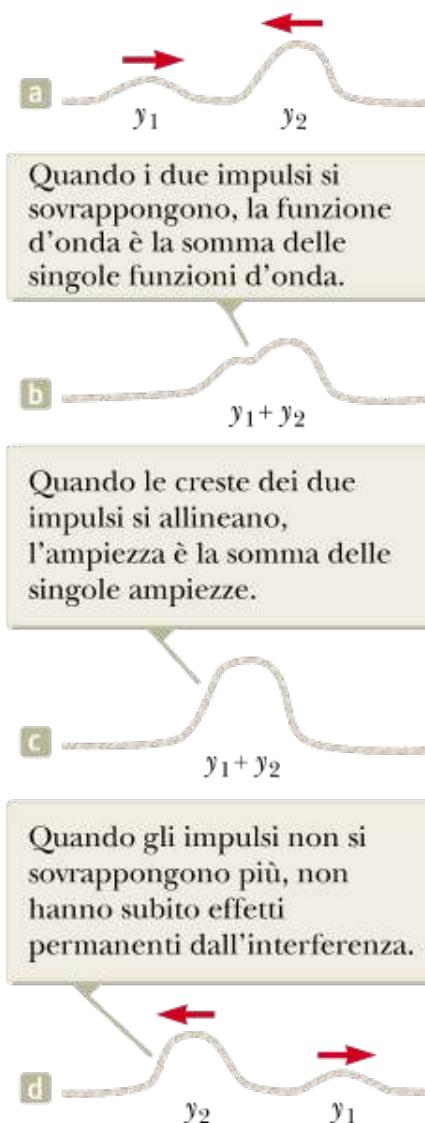


FIGURA 14.1 Interferenza costruttiva. Due impulsi positivi viaggiano su una corda tesa in direzioni opposte e si sovrappongono.

Se due o più onde che si propagano si muovono in un mezzo, il valore risultante della funzione d'onda in un qualsiasi punto è la somma algebrica dei valori delle funzioni delle singole onde.

Le onde che obbediscono a questo principio si chiamano *onde lineari*. Nel caso delle onde meccaniche, le onde lineari hanno un'ampiezza che è molto piccola in rapporto alla loro lunghezza d'onda. Le onde che violano il principio di sovrapposizione si chiamano *onde non lineari* e sono spesso caratterizzate da grandi ampiezze. In questo libro, tratteremo soltanto le onde lineari.

Una conseguenza del principio di sovrapposizione è che due onde che si propagano possono passare l'una attraverso l'altra senza essere distrutte o anche solo alterate. Per esempio, se si gettano due sassi in uno stagno in posizioni differenti, le onde circolari che si propagano nello stagno passano semplicemente una attraverso l'altra senza alcun effetto permanente. La struttura complessa che ne risulta si può vedere come due serie indipendenti di cerchi che si espandono.

Una rappresentazione pittorica del principio di sovrapposizione si ottiene considerando due impulsi che si propagano in versi opposti su una corda tesa, come in Figura 14.1. La funzione d'onda per l'impulso che si muove verso destra è y_1 , e la funzione d'onda dell'impulso che si muove verso sinistra è y_2 . Gli impulsi hanno la stessa velocità ma forme diverse, e in ambedue i casi gli spostamenti verticali della corda sono considerati positivi.

Quando le onde iniziano a sovrapporsi (Fig. 14.1b), la funzione d'onda per l'onda complessa risultante è data da $y_1 + y_2$. Quando le creste degli impulsi coincidono (Fig. 14.1c), l'onda risultante data da $y_1 + y_2$ ha un'ampiezza maggiore di quella dei singoli impulsi. Dopo il breve intervallo di tempo durante il quale i due impulsi si combinano, essi si separano e continuano a muoversi nei loro versi originari (Fig. 14.1d). Si noti che la forma d'onda finale rimane invariata, come se i due impulsi non si fossero mai incontrati!

INTERFERENZA COSTRUTTIVA

La combinazione di onde diverse nella stessa regione di spazio per produrre un'onda risultante si chiama **interferenza**. Per i due impulsi mostrati in Figura 14.1, gli spostamenti degli elementi del mezzo sono nel verso delle y positive per entrambi gli impulsi, e l'impulso risultante (creato quando gli impulsi singoli si sovrappongono) mostra uno spostamento più grande di quello di ciascun singolo impulso. Siccome gli spostamenti causati dai due impulsi sono nella stessa direzione, la loro sovrapposizione si chiama **interferenza costruttiva**.

INTERFERENZA DISTRUTTIVA

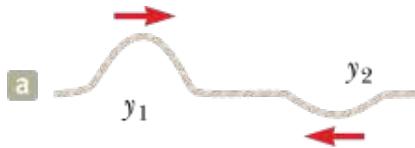
Consideriamo, ora, due impulsi identici che si propagano ancora in versi opposti su una corda tesa, ma questa volta un impulso è invertito rispetto all'altro, come in Figura 14.2. In questo caso, quando gli impulsi iniziano a sovrapporsi, l'impulso risultante è ancora la somma dei due singoli spostamenti, ma i valori della funzione y_2 sono negativi. Ancora, i due impulsi si attraversano. Siccome tuttavia gli spostamenti causati dai due impulsi sono in direzioni opposte, la loro sovrapposizione si chiama **interferenza distruttiva**.

Il principio di sovrapposizione è il cuore del modello di analisi chiamato **interferenza tra onde**. In molte situazioni, sia in acustica che ottica, le onde si combinano secondo questo principio e mostrano interessanti fenomeni con applicazioni pratiche.

QUIZ RAPIDO 14.1

Due impulsi simmetrici si muovono in direzioni opposte su di una corda. Sono identici in forma, ma uno produce spostamenti positivi degli elementi della corda mentre l'altro determina spostamenti negativi. Cosa accade nel momento in cui i due impulsi si sovrappongono completamente sulla corda? **(a)** L'energia associata con gli impulsi è scomparsa. **(b)** La corda non si muove. **(c)** La corda forma una linea retta. **(d)** Gli impulsi scompaiono e non riappariranno.

VISUALIZZA SOLUZIONE



Quando i due impulsi si sovrappongono, la funzione d'onda è la somma delle singole funzioni d'onda.



Quando le creste dei due impulsi si allineano, l'ampiezza è la differenza tra le singole ampiezze.



Quando gli impulsi non si sovrappongono più, non hanno subito effetti permanenti dall'interferenza.



FIGURA 14.2 Interferenza distruttiva. Due impulsi, uno positivo e uno negativo, viaggiano su una corda tesa in direzioni opposte e si sovrappongono.

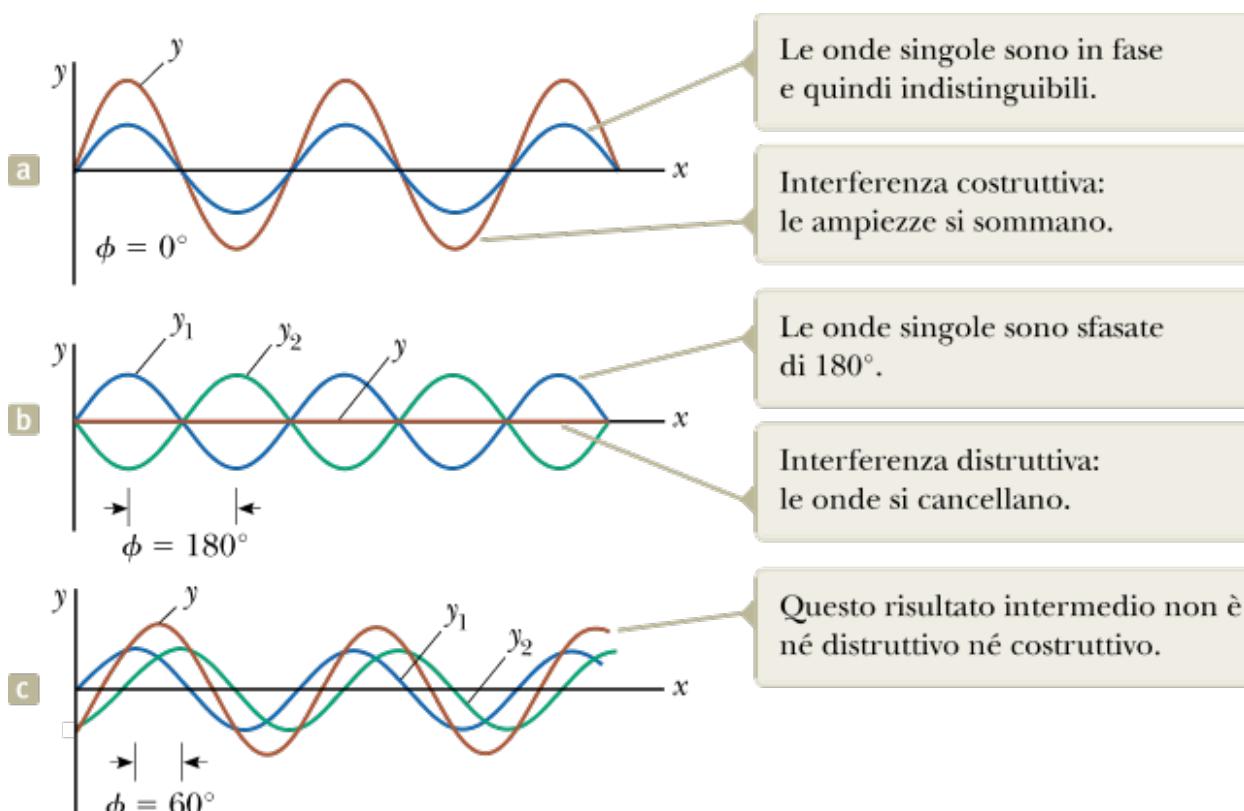


FIGURA 14.3 La sovrapposizione di due onde identiche y_1 e y_2 (blu e verde, rispettivamente) restituisce un'onda risultante (rossastra).

Sovrapposizione di onde sinusoidali

Applichiamo ora il principio di sovrapposizione a due onde sinusoidali che si propagano in un mezzo lineare nella stessa direzione. Se le due onde si propagano verso destra e hanno la stessa frequenza, la stessa lunghezza d'onda e la stessa ampiezza, ma differiscono nella fase, si possono esprimere le loro funzioni d'onda individuali come

Prevenire le insidie | 14.1

Le onde interferiscono realmente? Nell'uso comune, il termine

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

dove, come al solito, $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$ e Φ è la costante di fase come discusso nel Paragrafo 13.2. Quindi, la funzione d'onda risultante y è

$$y = y_1 + y_2 = A [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \phi)]$$

Per semplificare questa espressione, usiamo la identità trigonometrica

$$\sin a + \sin b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

Se poniamo $a = kx - \omega t$ e $b = kx - \omega t + \Phi$, si trova che la funzione d'onda risultante y si riduce a

RISULTANTE DI DUE ONDE SINUSOIDALI CHE SI PROPAGANO

interferenza implica che un agente influenzi una situazione in un certo modo così da impedire che qualcosa avvenga. Per esempio, nel football americano, "pass interference" significa che un difensore ha agito sul ricevitore in modo che quest'ultimo non riesca a catturare la palla. Questo significato è molto diverso da quello della fisica, in cui le onde passano l'una attraverso l'altra interferendo ma non si influenzano reciprocamente in alcun modo. In fisica, l'interferenza è simile alla nozione di combinazione, così come è descritto in questo capitolo.

$$y = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

14.1 ►

Questo risultato ha parecchi aspetti importanti. Anche la funzione d'onda risultante y è sinusoidale e ha la stessa frequenza e lunghezza d'onda delle singole onde perché la funzione seno incorpora gli stessi valori di k e w che appaiono nelle funzioni d'onda originali. L'ampiezza dell'onda risultante è $2A \cos(\Phi/2)$ e la sua fase è $\Phi/2$. Se la costante di fase Φ è uguale a 0, allora $\cos(\Phi/2) = \cos 0 = 1$ e l'ampiezza dell'onda risultante è $2A$. In altre parole, l'ampiezza dell'onda risultante è doppia dell'ampiezza di ciascuna onda singola. In questo caso, le creste delle due onde sono nelle stesse posizioni nello spazio e si dice che le onde sono *in fase* ovunque e pertanto interferiscono costruttivamente. Le singole onde y_1 e y_2 si combinano per formare la curva rossastra y di ampiezza $2A$ mostrata in Figura 14.3a. Siccome le singole onde sono in fase, sono indistinguibili in Figura 14.3a, dove appaiono come una singola curva blu. In generale, l'interferenza costruttiva avviene quando $\cos(\Phi/2) = \mp 1$. Questo è vero, per esempio, quando $\Phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ rad, cioè quando Φ è un multiplo *pari* di π .

D'altra parte, se Φ è uguale a π radianti o a qualsiasi multiplo *dispari* di π , allora $\cos(\Phi/2) = \cos(\pi/2) = 0$ e le creste di un'onda si verificano nelle stesse posizioni delle valli dell'altra. Quindi, come conseguenza dell'interferenza distruttiva, l'onda risultante ha ampiezza zero ovunque, come mostrato dalla linea retta rossastra della Figura 14.3b. Infine, quando la fase ha valore arbitrario fra 0 e π come in Figura 14.3c, l'onda risultante ha un'ampiezza il cui valore è compreso fra 0 e $2A$.

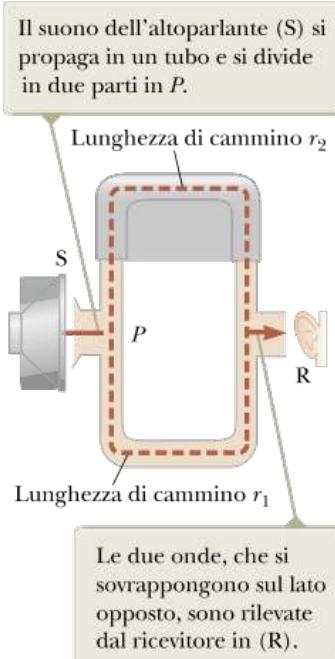


FIGURA 14.4 Un sistema acustico per dimostrare l'interferenza delle onde sonore. Si noti che la lunghezza di cammino superiore r_2 può essere variata facendo scorrere la sezione superiore.

Nel caso più generale in cui le onde hanno la stessa lunghezza d'onda ma diverse ampiezze, i risultati sono simili, con le seguenti eccezioni. Se le onde sono in fase, l'ampiezza dell'onda risultante non è due volte quella di una singola onda, ma piuttosto è la somma delle ampiezze delle due onde. Se esse sono sfasate di 180° , non si cancellano completamente l'una l'altra come in Figura 14.3b. Il risultato è un'onda la cui ampiezza è la differenza delle singole ampiezze.

Interferenza di onde sonore

Un semplice dispositivo per dimostrare l'interferenza delle onde sonore è illustrato in Figura 14.4. Il suono emesso dall'altoparlante S è mandato in un tubo in P, dove c'è un giunto a forma di T. Metà dell'intensità sonora si propaga in un verso e metà nel verso opposto. Perciò, le onde sonore che raggiungono il ricevitore R sull'altro lato possono propagarsi lungo due cammini diversi. La distanza totale dall'altoparlante al ricevitore è detta **lunghezza di cammino**, r . La lunghezza di cammino del tratto inferiore è fissata a r_1 . Lungo il tratto superiore, la lunghezza di cammino r_2 può essere variata facendo scorrere il tubo a forma di U (in modo simile a un trombone). Quando la differenza delle lunghezze di cammino $\Delta r = |r_2 - r_1|$ è zero o qualche multiplo intero della lunghezza d'onda λ (ossia $\Delta r = n\lambda$ ove $n = 0, 1, 2, 3, \dots$), le due onde che raggiungono il ricevitore saranno in fase e interferiranno costruttivamente come in Figura 14.3a. In questo caso, il ricevitore rivelerà un massimo nell'intensità sonora. Se la lunghezza del cammino r_2 è regolata in modo che la differenza di cammino Δr sia $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots, n\lambda/2$ (per n dispari), le due onde saranno sfocate esattamente di π rad, o 180° , al ricevitore e quindi si annulleranno fra loro. In questo caso di interferenza completamente distruttiva, il ricevitore non rileverà alcun suono. Questo semplice esperimento dimostra che una differenza di fase può aver origine tra due onde generate dalla stessa sorgente, quando si propagano lungo cammini di lunghezza diversa. Questo importante fenomeno sarà indispensabile nella nostra indagine dell'interferenza delle onde luminose nel Capitolo 27.

FISICA RAGIONATA 14.1

Se i diffusori di un sistema stereofonico sono collegati in "controfase", un altoparlante si muove verso l'esterno quando l'altro si muove verso l'interno. Ciò determina un indebolimento delle note basse, che può essere corretto invertendo i fili sulla connessione di un diffusore. Perché, in questo caso, si verifica soltanto un effetto sulle note basse e non su quelle alte? Per aiutarti a rispondere al quesito, considera che l'intervallo di lunghezza d'onda del suono di un pianoforte standard va da 0.082 m per il do più acuto a 13 m per il la più grave.

Ragionamento Immaginiamo che tu stia seduto di fronte ai diffusori, a metà strada fra di essi. Quindi, il suono da ciascun altoparlante attraversa la stessa distanza per arrivare fino a te, cosicché la differenza di fase nel suono non è dovuta ad una differenza di cammino. Poiché i diffusori sono collegati in controfase, le onde sonore sono sfocate di mezza lunghezza d'onda quando partono dagli altoparlanti e, conseguentemente, quando arrivano alle tue orecchie. Ciò che ne risulta sarà una cancellazione del suono per tutte le frequenze, nel caso ideale di una testa senza dimensioni posizionata esattamente nel punto di mezzo fra gli altoparlanti. Se la testa ideale venisse spostata dalla linea centrale, vi sarebbe una ulteriore differenza di fase introdotta dalla differenza di lunghezza del cammino del suono proveniente dai due diffusori. Nel caso delle note basse, di bassa frequenza e grande lunghezza d'onda, la differenza di cammino sarà una piccola frazione della lunghezza d'onda, sicché rimarrà comunque una significativa cancellazione. Per le note alte, di alta frequenza e piccola lunghezza d'onda, piccoli movimenti della testa ideale risulteranno in una maggiore frazione di una lunghezza d'onda nella differenza di cammino o anche in multipli della

lunghezza d'onda. Quindi, le note acute potrebbero restare in fase col movimento della testa. Se ora aggiungiamo che la testa non ha dimensioni nulle e che ha due orecchie, possiamo vedere che non è possibile la cancellazione completa e, anche con piccoli movimenti della testa, una o ambedue le orecchie saranno nel massimo o ad esso vicine per le note acute. Tuttavia, la dimensione della testa è molto minore delle lunghezze d'onda dei bassi, per cui si verifica un significativo indebolimento dei bassi su una regione più ampia di fronte ai diffusori. ⇐

Esempio 14.1 Due altoparlanti alimentati dalla stessa sorgente

Una coppia di altoparlanti distanti 3.00 m è alimentata in fase dallo stesso oscillatore (Fig. 14.5). Un ascoltatore originariamente è nel punto O situato sull'asse a 8.00 m dal centro del sistema. L'osservatore si sposta in P , perpendicolarmente all'asse, di 0.350 m prima di raggiungere il *primo* annullamento delle onde risultante in un *minimo* dell'intensità sonora. Qual è la frequenza dell'oscillatore?

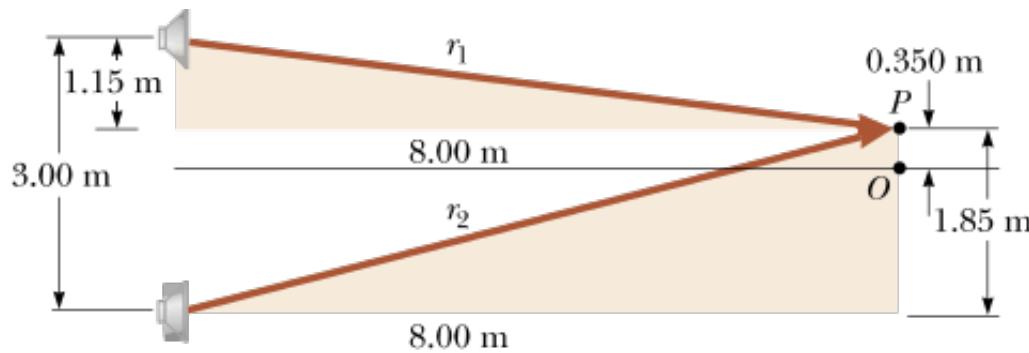


FIGURA 14.5 (Esempio 14.1) Due altoparlanti producono un minimo nell'intensità del suono nel punto P .

SOLUZIONE

VISUALIZZA SOLUZIONE

Onde stazionarie

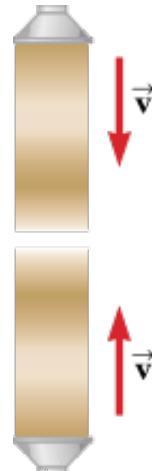


FIGURA 14.6 Due altoparlanti emettono onde sonore l'uno verso l'altro. Tra gli altoparlanti, onde identiche, che viaggiano in versi opposti, si combinano a formare onde stazionarie.

Le onde sonore prodotte dagli altoparlanti nell'Esempio 14.1 lasciano gli altoparlanti nella direzione in avanti, e abbiamo considerato l'interferenza ad una data posizione di fronte agli altoparlanti. Supponiamo di ruotare gli altoparlanti in modo da porli uno di fronte all'altro e poi di far loro emettere onde della stessa frequenza ed ampiezza, come in Figura 14.6. In questa configurazione, due onde identiche viaggiano in direzioni opposte nello stesso mezzo. Queste onde si combinano secondo il modello delle onde in interferenza. Possiamo analizzare tale situazione considerando le funzioni d'onda per due onde trasverse sinusoidali con la stessa ampiezza, frequenza e lunghezza d'onda, ma viaggiante in verso opposto nello stesso mezzo:

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad \text{e} \quad y_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

L'ampiezza dell'oscillazione verticale di ogni elemento della corda dipende dalla posizione orizzontale dell'elemento. Ciascun elemento vibra all'interno del confine della funzione inviluppo $2A \sin kx$.

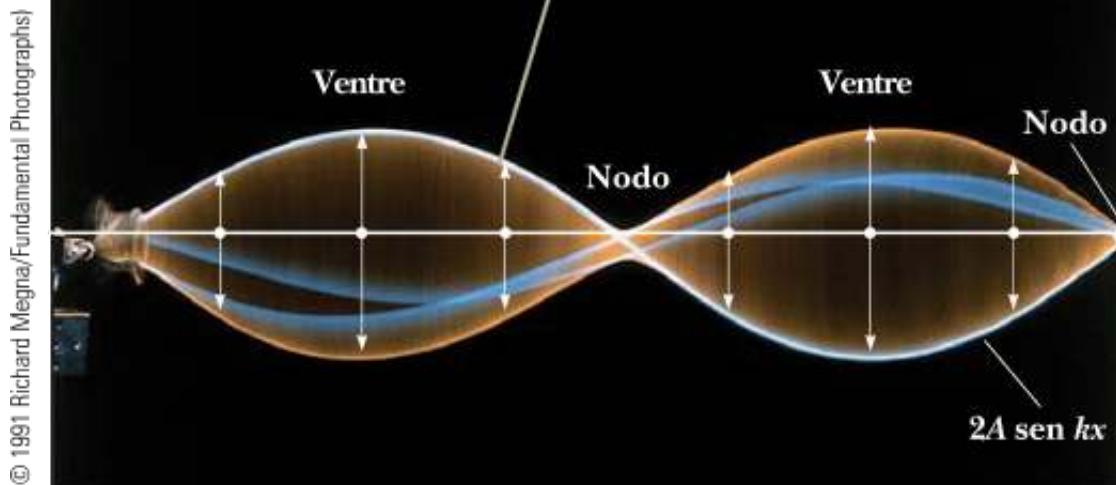


FIGURA 14.7 Fotografia multiflash di un'onda stazionaria in una corda. Lo spostamento verticale dall'equilibrio di un singolo elemento della corda è dato da $\cos \omega t$. Cioè, ciascun elemento vibra con una frequenza angolare ω .

dove y_1 rappresenta un'onda che si propaga verso le x positive e y_2 rappresenta un'onda che si propaga verso le x negative. Secondo il principio di sovrapposizione, sommando queste due funzioni si ottiene la funzione d'onda risultante y :

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$$

Usando l'identità trigonometrica $\sin(a \mp b) = \sin a \cos b \mp \cos a \sin b$, quest'espressione si riduce a

$$y = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

14.2 ◀

Si noti che questa funzione non sembra matematicamente simile a un'onda che si propaga perché non vi è una funzione di $kx - \omega t$. L'Equazione 14.2 rappresenta la funzione d'onda di un'**onda stazionaria**, come quella mostrata in Figura 14.7. Un'onda stazionaria è una configurazione oscillante che risulta da due onde che si propagano in versi opposti. Matematicamente, questa equazione sembra molto più simile a un moto armonico semplice che al moto ondulatorio delle onde che si propagano. Ciascuna particella della corda vibra con un moto armonico semplice con la stessa frequenza angolare ω (in accordo con il fattore $\cos \omega t$). Tuttavia, l'ampiezza del moto di una data particella (il fattore $2A \sin kx$) dipende dalla sua posizione lungo la corda, descritta dalla variabile x . Da questo risultato, si vede che il moto armonico semplice di ogni particella ha una frequenza angolare ω e un'ampiezza dipendente dalla posizione di $2A \sin kx$.

Poiché l'ampiezza del moto armonico semplice di un elemento a qualsiasi x è uguale a $2A \sin kx$, si vede che l'ampiezza *massima* del moto armonico semplice ha valore $2A$. Quest'ampiezza massima viene descritta come l'ampiezza dell'onda stazionaria. Si verifica quando la coordinata x soddisfa la condizione $\sin kx = 1$ o quando

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

Poiché $k = 2\pi/\lambda$, le posizioni di massima ampiezza, dette **ventri**, sono

Prevenire le insidie | 14.2

Tre tipi di ampiezza
Abbiamo bisogno, a questo punto, di distinguere molto accuratamente fra la ampiezza delle singole onde, che è A , e l'ampiezza del moto armonico semplice delle particelle del mezzo, che è $2A \sin kx$. Una data particella in un'onda stazionaria vibra entro i vincoli della funzione inviluppo $2A \sin kx$, dove x è la posizione della particella del mezzo. Tale vibrazione è in contrasto con la propagazione di onde sinusoidali, in cui tutte le particelle oscillano con la stessa ampiezza e la stessa frequenza, e l'ampiezza A dell'onda è la stessa dell'ampiezza A del moto armonico semplice delle particelle. Inoltre, possiamo identificare l'ampiezza dell'onda stazionaria come $2A$.

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots = \frac{n\lambda}{4} \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

14.3 ◀

Si osservi che ventri adiacenti sono separati da una distanza di $\lambda/2$.

In modo analogo, il moto armonico semplice ha un'ampiezza *minima* nulla quando x soddisfa la condizione $\sin kx = 0$ o quando $kx = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$, fornendo

POSIZIONI DEI NODI

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots = \frac{n\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

14.4 ◀

Questi punti di ampiezza nulla, detti **nodi**, sono ancora distanziati di $\lambda/2$. La distanza fra un nodo e un ventre adiacente è $\lambda/4$. Una descrizione grafica delle configurazioni di onda stazionaria prodotte, a vari istanti, da due onde che si propagano in versi opposti è mostrata in Figura 14.8. La parte superiore di ciascuna figura rappresenta le singole onde che si propagano, e la parte inferiore rappresenta le configurazioni dell'onda stazionaria. I nodi dell'onda stazionaria sono indicati con N e i ventri sono indicati con A . Per $t = 0$ (Fig. 14.8a), le due onde sono in fase, dando una configurazione d'onda di ampiezza $2A$. Dopo un

quarto di periodo, per $t = T/4$ (Fig. 14.8b), le singole onde si sono spostate di un quarto di lunghezza d'onda (una verso sinistra e una verso destra). A questo istante, le onde sono sfasate di 180° . Gli spostamenti singoli delle particelle del mezzo dalle loro posizioni di equilibrio sono uguali e opposte per tutti i valori di x ; quindi l'onda risultante ha spostamento nullo ovunque. Per $t = T/2$ (Fig. 14.8c) le onde singole sono nuovamente in fase, e producono una configurazione dell'onda stazionaria invertita rispetto alla configurazione per $t = 0$. Nell'onda stazionaria, le particelle del mezzo alternano nel tempo gli estremi mostrati in Figura 14.8a and 14.8c.

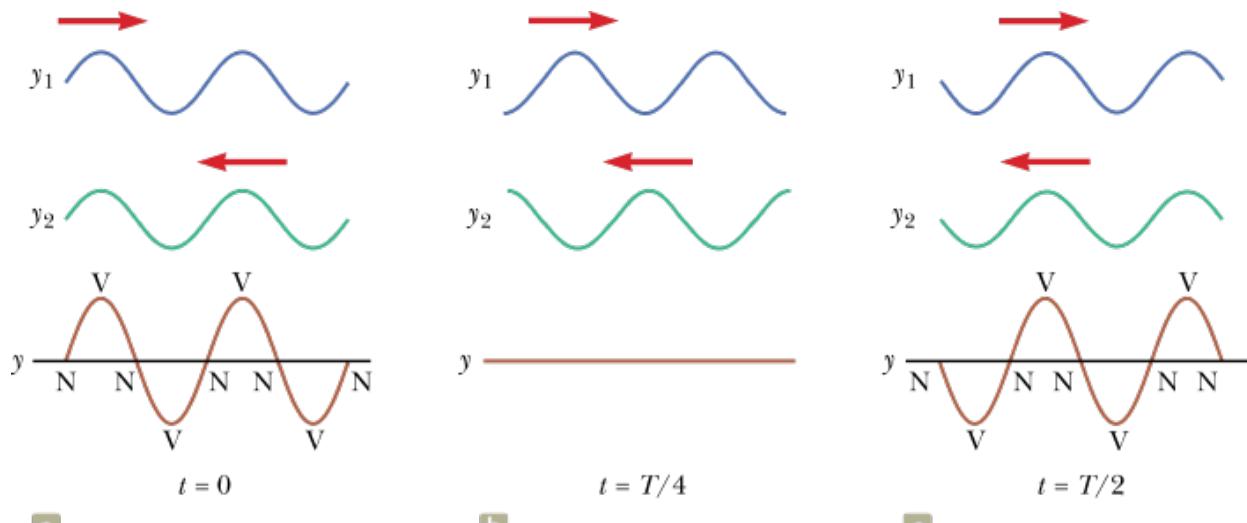


FIGURA 14.8 Configurazioni a vari istanti di un'onda stazionaria prodotta da due onde di uguale ampiezza che si propagano in versi opposti. Per l'onda risultante y , i nodi (N) sono punti di spostamento nullo e i ventri (V) sono punti di massimo spostamento.

QUIZ RAPIDO 14.2

Assumiamo che la Figura 14.8 rappresenti un'onda stazionaria su una corda. Definiamo positiva la velocità degli elementi della corda se essi si muovono verso l'alto. (i) Nel momento in cui la corda ha la forma mostrata dalla curva rossastra in Figura 14.8a, qual è la velocità istantanea degli elementi lungo la corda? (a) zero per tutti gli elementi di corda, (b) positiva per tutti gli elementi, (c) negativa per tutti gli elementi, (d) varia con la posizione degli elementi. (ii) Dallo stesso insieme di opzioni, all'istante in cui la corda ha la forma mostrata dalla curva rossastra in Figura 14.8b, qual è la velocità istantanea degli elementi della corda?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 14.2 Formazione di un'onda stazionaria

Due onde che si propagano in versi opposti producono un'onda stazionaria. Le funzioni d'onda singole sono date da

$$y_1 = 4.0 \operatorname{sen}(3.0x - 2.0t)$$

$$y_2 = 4.0 \operatorname{sen}(3.0x + 2.0t)$$

dove x e y sono in centimetri e t in secondi.

(A) Trovare l'ampiezza del moto armonico semplice della particella del mezzo posizionata a $x = 2.3$ cm.

(B) Trovare le posizioni dei nodi e dei ventri, se un'estremità della corda è a $x = 0$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: onde sottoposte a condizioni al contorno

Nel paragrafo precedente, abbiamo discusso le onde stazionarie formate da onde identiche che si propagano in versi opposti nello stesso mezzo. Un modo per ottenere un'onda stazionaria su di una corda è di combinare onde incidenti e riflesse da una estremità rigida. Se una corda è tesa fra *due* supporti rigidi (Fig. 14.9a) e si stabiliscono delle onde sulla corda, si produrranno delle onde stazionarie nella corda per via di una continua sovrapposizione di onde incidenti e riflesse dagli estremi. Questo sistema fisico è un modello per la sorgente del suono in qualsiasi strumento a corda, come la chitarra, il violino, il pianoforte. La corda ha un certo numero di configurazioni naturali di vibrazione, dette **modi normali**, ciascuno dei quali ha una frequenza caratteristica che si calcola facilmente.

Questa discussione è la nostra prima introduzione a un importante modello di analisi, l'**onda sottoposta a condizioni al contorno**. Quando vengono applicate a un'onda delle condizioni al contorno, troviamo un interessante comportamento che non ha l'analogia nella fisica delle particelle. L'aspetto più preminente di questo comportamento è la **quantizzazione**. Troveremo che sono permesse soltanto alcune onde – quelle che soddisfano le condizioni al contorno. La nozione di quantizzazione è stata introdotta nel Capitolo 11 quando abbiamo discusso il modello di Bohr dell'atomo. In quel modello, abbiamo quantizzato il momento angolare. Come vedremo nel Capitolo 29 ("Fisica Moderna"), questa è proprio un'applicazione del modello delle onde sottoposte a condizioni al contorno.

Nella configurazione dell'onda stazionaria su una corda tesa, gli estremi della corda devono essere dei nodi, poiché questi punti sono fissi. Questa è la condizione al contorno delle onde. Il resto della configurazione si può costruire da questa condizione al contorno insieme con la condizione che i nodi e i ventri siano ugualmente distanziati e separati da un quarto di lunghezza d'onda. La configurazione più semplice che soddisfa queste condizioni richiede i nodi agli estremi della corda e un ventre nel punto centrale (Fig. 14.9b). Per questo modo normale, la lunghezza della corda è uguale a $\lambda/2$ (la distanza fra nodi adiacenti):

$$L = \frac{\lambda_1}{2} \quad \text{o} \quad \lambda_1 = 2L$$

Il successivo modo normale, di lunghezza d'onda λ_2 (Fig. 14.9c), si ha quando la lunghezza della corda è uguale a una lunghezza d'onda, cioè quando $\lambda_2 = L$. In questo modo, le due metà della corda si muovono in versi opposti in un dato istante, diciamo che si determinano due *ventri*. Il terzo modo normale (Fig. 14.9d) corrisponde al caso in cui la lunghezza è uguale a $3\lambda/2$; quindi, $\lambda_3 = 2L/3$. In generale, la lunghezza d'onda dei vari modi normali può essere espressa convenientemente come

LUNGHEZZE D'ONDA DEI MODI NORMALI

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

14.5

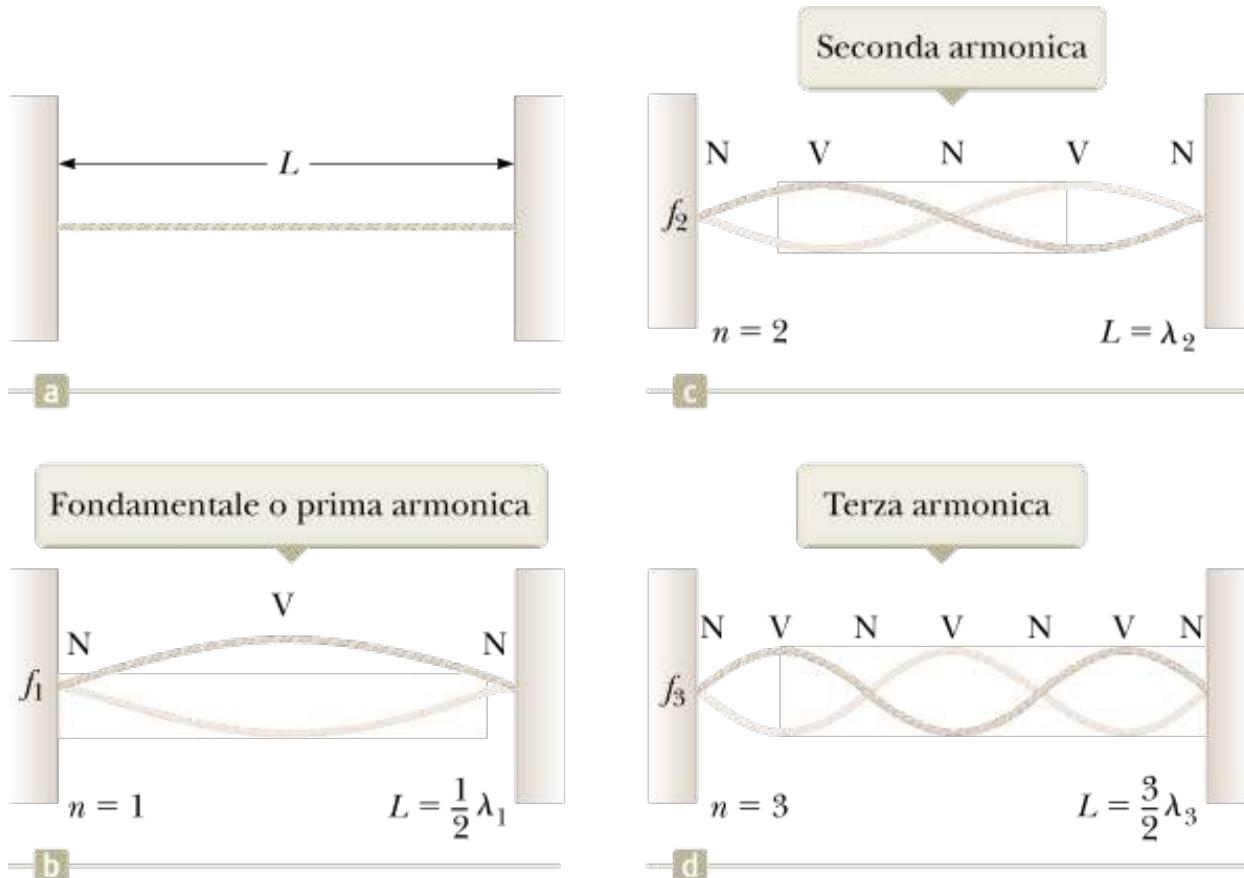


FIGURA 14.9 (a) Una corda di lunghezza L fissata ad entrambi gli estremi. (b)-(d) I modi normali di vibrazione della corda nella Figura a formano una serie armonica. La corda vibra tra gli estremi mostrati.

dove l'indice n si riferisce all' n -esimo modo di vibrazione. Le frequenze naturali associate a questi modi si ottengono dalla relazione $f = v/\lambda$, dove la velocità d'onda v è determinata dalla tensione T e dalla densità lineare di massa μ della corda e, perciò, è la stessa per tutte le frequenze. Usando l'Equazione 14.5, si trova che le frequenze dei modi normali sono

FREQUENZE DEI MODI NORMALI IN FUNZIONE DELLA VELOCITÀ DELL'ONDA E DELLA LUNGHEZZA DELLA CORDA

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} v \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

14.6 ◀

Poiché $v = \sqrt{T/\mu}$ (Eq. 13.21), si possono esprimere le frequenze naturali di una corda tesa come

FREQUENZE DEI MODI NORMALI IN FUNZIONE DELLA TENSIONE DELLA CORDA E DELLA DENSITÀ LINEARE DI MASSA

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

14.7 ◀

L'Equazione 14.7 dimostra la quantizzazione che abbiamo menzionato come una caratteristica del modello dell'onda sottoposta a delle condizioni al contorno. Le frequenze sono quantizzate perché soltanto certe frequenze delle onde soddisfano le condizioni al contorno e possono esistere sulla corda. La frequenza più bassa, corrispondente a $n = 1$, è detta **frequenza fondamentale** f_1 ed è

FREQUENZA FONDAMENTALE DI UNA CORDA TESA

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

14.8 ◀

Le frequenze dei modi normali rimanenti sono multipli interi della frequenza fondamentale. Le frequenze di modi normali che esibiscono una tale relazione di multiplo intero formano una **serie armonica** e i modi normali si chiamano **armoniche**. La frequenza fondamentale, f_1 , è la frequenza della prima armonica, la frequenza $f_2 = 2f_1$ è la frequenza della seconda armonica, e la frequenza $f_n = nf_1$ è la frequenza della n -esima armonica. Altri sistemi oscillanti, come una membrana di tamburo, esibiscono modi normali, ma le frequenze non sono correlate come multipli interi di una fondamentale. Quindi, non usiamo il termine *armonica* in associazione con quei tipi di sistemi.

Esaminiamo meglio come si creano le varie armoniche in una corda. Per suscitare solo una armonica, la corda deve essere distorta ad una forma che corrisponde a quella dell'armonica desiderata. Una volta rilasciata, la corda vibra alla frequenza di quell'armonica. Tuttavia, questa manovra è difficile da realizzare, e non è il modo in cui si eccita una corda di uno strumento musicale. Se la corda viene distorta in modo tale che la sua forma non sia solo quella di un'armonica, la vibrazione risultante includerà una combinazione di varie armoniche. Una tale distorsione avviene negli strumenti musicali quando la corda viene pizzicata (come in una chitarra), sfregata coll'archetto (come in un violoncello), o colpita (come in un pianoforte). Quando la corda viene deformata ad una forma non sinusoidale, solo le onde che soddisfano le condizioni al contorno possono persistere sulla corda. Queste onde sono le armoniche.

La frequenza di una corda che definisce la nota musicale che essa suona è quella della fondamentale. La frequenza della corda può essere variata cambiando o la tensione della corda o la sua lunghezza. Per esempio, la tensione delle corde delle chitarre e dei violini viene variata da un meccanismo di regolazione a vite o girando spine collocate sulla tastiera dello strumento. Quando si aumenta la tensione della corda, la frequenza dei modi normali aumenta secondo l'Equazione 14.7. Una volta che lo strumento sia "accordato", il suonatore varia la frequenza muovendo le sue dita lungo la tastiera dello strumento, cambiando pertanto la lunghezza della parte vibrante della corda. Quando si accorcia la lunghezza, aumenta la frequenza, poiché, come specifica l'Equazione 14.7, le frequenze dei modi normali sono inversamente proporzionali alla lunghezza della corda.

Immaginiamo di avere diverse corde della stessa lunghezza sottoposte alla stessa tensione ma aventi densità lineare di massa μ diversa. Le corde avranno diverse velocità d'onda e, quindi, diverse frequenze fondamentali. La densità lineare di massa può essere variata modificando il diametro della corda oppure sovrapponendo una massa supplementare sulla corda. Ambedue queste possibilità si possono riscontrare nelle chitarre, nelle quali le corde per le frequenze più alte variano di diametro e le corde per le frequenze più basse hanno avvolgimenti addizionali attorno ad esse.

QUIZ RAPIDO 14.3

Quale delle seguenti affermazioni è vera quando un'onda stazionaria si stabilisce su di una corda fissata ad entrambe le estremità? **(a)** Il numero di nodi è uguale al numero di ventri. **(b)** La lunghezza d'onda è uguale alla lunghezza della corda divisa per un intero. **(c)** La frequenza è uguale al numero di nodi per la frequenza fondamentale. **(d)** La forma della corda in ogni istante mostra una simmetria rispetto al punto medio della corda.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 14.3 Datemi un do!

La corda del do centrale su un pianoforte ha la frequenza fondamentale di 262 Hz, e la nota la ha la frequenza fondamentale di 440 Hz.

(A) Calcolare le frequenze delle due armoniche successive della corda do.

(B) Se le due corde del pianoforte per le note la e do hanno la stessa massa per unità di lunghezza μ e la stessa lunghezza L , determinare il rapporto delle tensioni fra le due corde.

E SE?

Se si guarda dentro un pianoforte reale, si vede che l'assunzione fatta nella parte (B) è solo parzialmente vera. Le corde probabilmente non hanno la stessa lunghezza. Le densità delle corde per le note date possono essere uguali, ma supponiamo che la lunghezza della corda la sia solo il 64% di quella della corda do. Qual è il rapporto fra le loro tensioni?

**VISUALIZZA
SOLUZIONE**

VISUALIZZA SOLUZIONE

Onde stazionarie nelle colonne d'aria

Abbiamo discusso gli strumenti musicali a corda come le chitarre, i violini, i pianoforti. Cosa possiamo dire a proposito degli strumenti classificati come ottoni o fiati? Questi strumenti producono musica usando una colonna d'aria. Il modello delle onde sottoposte a condizioni al contorno si può applicare alle onde sonore in una colonna d'aria, come in una canna d'organo o un clarinetto. Le onde stazionarie sono il risultato dell'interferenza fra onde sonore longitudinali che si propagano in direzioni opposte.

Che a una estremità di una colonna d'aria si verifichi un nodo o un ventre dipende dal fatto che l'estremità sia aperta o chiusa. L'estremità chiusa di una colonna d'aria è un **nodo di spostamento**, proprio come l'estremità fissa di una corda vibrante è un nodo di spostamento. Inoltre, poiché l'onda di pressione è sfasata di 90° con l'onda di spostamento (Paragrafo 13.6), l'estremità chiusa di una colonna d'aria corrisponde a un **ventre di pressione** (cioè, un punto di massima variazione della pressione). D'altra parte, l'estremità aperta di una colonna d'aria è circa un **ventre di spostamento** e un **nodo di pressione**.

Ci si potrebbe chiedere in che modo un'onda sonora può essere riflessa da un'estremità aperta perché può non essere evidente che ci sia una modifica nel mezzo in quel punto. È certamente vero che il mezzo nel quale si muove l'onda sonora è l'aria sia dentro che fuori dal tubo. Il suono, tuttavia, è un'onda di pressione e la regione di compressione dell'onda sonora è condizionata e costretta dai lati del tubo sino a quando tale regione di compressione si trova all'interno del tubo. Quando la regione di compressione "esce" all'estremità aperta dello strumento, la costrizione del tubo viene rimossa e l'aria compressa è libera di espandersi nell'atmosfera. Allora si verifica una modifica nel *carattere* del mezzo tra l'interno del tubo e l'esterno, anche se non c'è una modifica del *materiale* del mezzo. Questo cambiamento di carattere è sufficiente a determinare la riflessione parziale dell'onda¹.

Possiamo determinare i modi di vibrazione di una colonna d'aria applicando le condizioni al contorno appropriate all'estremità della colonna, insieme con la condizione che nodi e ventri siano separati da un quarto di lunghezza d'onda. Troveremo che le frequenze per le onde sonore nelle colonne d'aria sono quantizzate, similmente ai risultati trovati per le onde nelle corde sottoposte alle condizioni al contorno.

I primi tre modi di vibrazione di una colonna d'aria aperta ad entrambe le estremità sono mostrati in Figura 14.10a. Si osservi che le estremità sono ventri di spostamento (approssimativamente).

¹ Se si vuole essere più corretti, bisogna precisare che l'estremità aperta di una colonna d'aria non è esattamente un ventre di spostamento. Una compressione che raggiunge un'estremità aperta non si riflette finché non passa oltre l'estremità. Per un tubo di sezione circolare, bisogna aggiungere una correzione di estremità di circa $0.6R$, dove R è il raggio del tubo, alla lunghezza della colonna d'aria. Quindi, la lunghezza effettiva della colonna d'aria è più lunga della vera lunghezza L . Ignoriamo questa correzione di estremità in questa discussione.

Prevenire le insidie

14.3 Le onde acustiche in aria non sono trasversali

Si noti che le onde longitudinali stazionarie sono tracciate come onde trasversali in Figura 14.10. Ciò perché è difficile tracciare spostamenti longitudinali – essi sono nella stessa direzione della propagazione. Quindi, è meglio interpretare le curve in Figura 14.10 come una rappresentazione grafica delle onde (i nostri diagrammi di onde nella corde sono rappresentazioni pittoriche), con l'asse verticale che rappresenta gli spostamenti orizzontali degli elementi del mezzo.

In un tubo aperto ad entrambi gli estremi, gli estremi sono ventri di spostamento e la serie armonica contiene tutti i multipli interi della fondamentale.

In un tubo chiuso ad un estremo, l'estremo aperto è un ventre di spostamento e l'estremo chiuso è un nodo. La serie armonica contiene solo i multipli interi dispari della fondamentale.

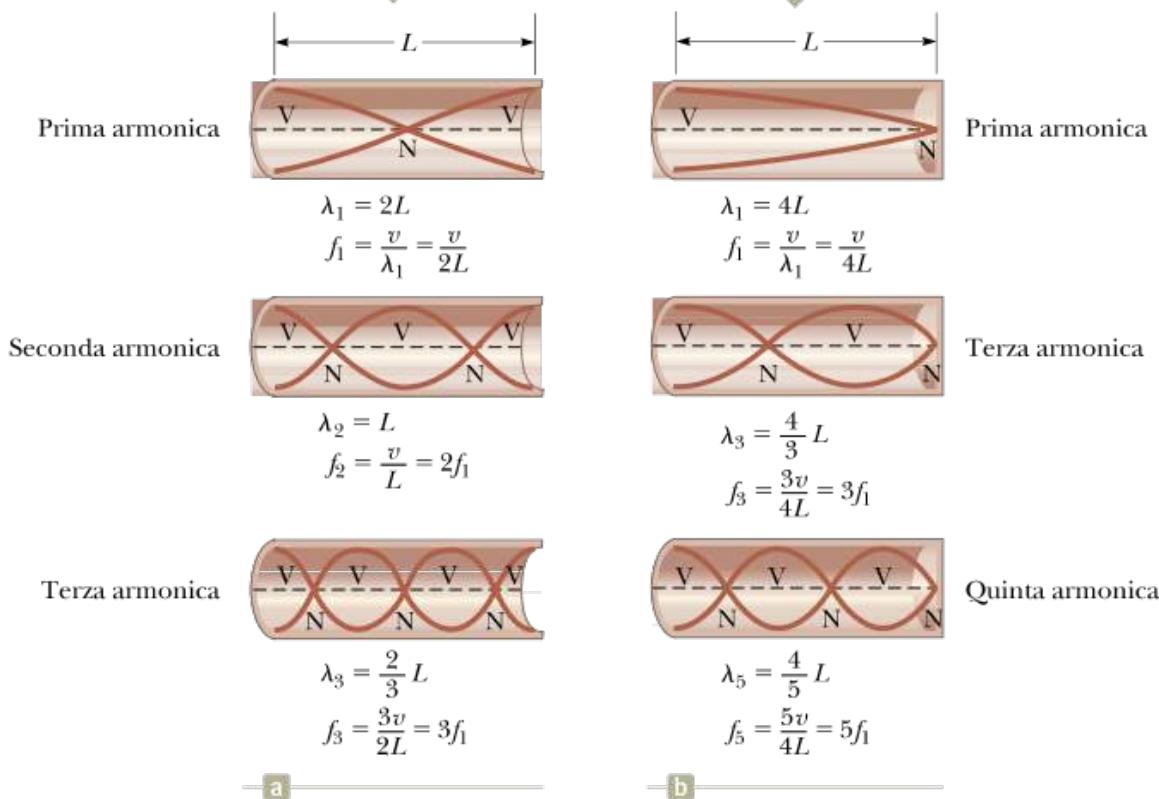


FIGURA 14.10 Rappresentazioni grafiche del moto degli elementi di aria in un'onda stazionaria longitudinale in (a) una colonna aperta ad entrambi gli estremi e (b) una colonna chiusa ad un estremo.

Nel modo fondamentale, la lunghezza d'onda si estende tra due ventri adiacenti, il che è una distanza del doppio della lunghezza d'onda. Quindi, la lunghezza d'onda è il doppio della lunghezza del tubo, e la frequenza della fondamentale f_1 è $v/2L$. Come mostra la Figura 14.10a, le frequenze delle armoniche più alte sono $2f_1$, $3f_1$, ... Perciò, in un tubo aperto ad entrambe le estremità, le frequenze naturali di vibrazione formano una serie armonica che include tutti i multipli interi della frequenza fondamentale.

Poiché sono presenti tutte le armoniche, si possono esprimere le frequenze naturali di vibrazione come

FREQUENZE NATURALI DI UN TUBO APERTO AD ENTRAMBE LE ESTREMITÀ

$$f_n = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

14.9 ◀

dove v è la velocità del suono nell'aria.

Se un tubo è chiuso a un'estremità e aperto all'altra, l'estremità chiusa è un nodo di spostamento e l'estremità aperta è un ventre di spostamento (Fig. 14.10b). In questo caso, la lunghezza d'onda del modo fondamentale è quattro volte la lunghezza della colonna. Quindi, la frequenza fondamentale f_1 è uguale a $v/4L$, e le frequenze delle armoniche superiori sono uguali a $3f_1$, $5f_1$, ... Cioè, in un tubo chiuso a una estremità, le frequenze naturali di oscillazione formano una serie armonica che include solo multipli interi dispari della frequenza fondamentale. Possiamo esprimere matematicamente questo risultato come

FREQUENZE NATURALI DI UNA COLONNA D'ARIA CHIUSA AD UNA ESTREMITÀ E APERTA ALL'ALTRA

$$f_n = n \frac{v}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

14.10 ◀

Le onde stazionarie nelle colonne d'aria sono le principali sorgenti del suono prodotto dagli strumenti a fiato. Nei legni, premendo una chiave, si apre un buco sul lato della colonna. Questo buco definisce l'estremità della colonna d'aria vibrante (poiché il buco agisce come un'estremità aperta dove la pressione può essere scaricata), cosicché la colonna è effettivamente accorciata e la frequenza fondamentale si innalza. In un ottone, la lunghezza della colonna d'aria varia per mezzo di una sezione mobile, come nel trombone, oppure aggiungendo segmenti di tubo, come avviene in una tromba quando si preme una valvola. Gli strumenti musicali basati su colonne d'aria in generale si eccitano per *risonanza*. Si dà alla colonna d'aria un'onda sonora ricca di molte frequenze. La colonna d'aria poi risponde con un'oscillazione di grande ampiezza alle frequenze che corrispondono alle frequenze quantizzate nel suo insieme di armoniche. In molti legni, il suono iniziale ricco è fornito da una canna vibrante. Negli ottoni, questa eccitazione è fornita dalla vibrazione delle labbra del suonatore. In un flauto traverso, l'eccitazione iniziale viene dal soffiare su un bordo del bocchino dello strumento in un modo simile al soffiare attraverso l'apertura di una bottiglia dal collo stretto. Il suono dell'aria che passa per l'apertura della bottiglia ha molte frequenze, inclusa una che fa entrare la cavità d'aria della bottiglia in risonanza.

QUIZ RAPIDO 14.4

Un tubo aperto ai due estremi risuona alla frequenza fondamentale f_{aperto} . Quando un estremo è chiuso e il tubo risuona ancora, la frequenza fondamentale è f_{chiuso} . Quale delle seguenti espressioni descrive la relazione tra queste due frequenze?

- (a) $f_{\text{chiuso}} = f_{\text{aperto}}$
- (b) $f_{\text{chiuso}} = \frac{1}{2} f_{\text{aperto}}$
- (c) $f_{\text{chiuso}} = 2 f_{\text{aperto}}$
- (d) $f_{\text{chiuso}} = \frac{3}{2} f_{\text{aperto}}$

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 14.5

Nel Balboa Park di San Diego, California, vi è un organo all'aperto. Quando la temperatura dell'aria aumenta, cosa accade alla frequenza fondamentale di una particolare canna di questo organo?

- (a) Rimane la stessa.
- (b) Diminuisce.
- (c) Aumenta.
- (d) Non si può determinare.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 14.2

Una tromba naturale non ha pistoni, chiavi, fessure o buchi per le dita. Come è possibile eseguire un brano?

Ragionamento I pezzi per tromba naturale sono limitati alle armoniche della frequenza fondamentale, poiché manca il controllo sulle frequenze dato dai pistoni, dalle chiavi, dalle fessure o dai buchi per le dita. Il suonatore ottiene note diverse variando la tensione delle labbra quando suona la tromba, per eccitare armoniche diverse. Il campo di un suono normale per una tromba naturale è compreso fra la terza, quarta, quinta e sesta armonica della fondamentale. Per esempio, “Reveille” è suonata solo con le tre note re (294 Hz), sol (392 Hz) e si (490 Hz), e “Taps” è suonata con queste tre note e il re dell’ottava superiore (588 Hz) del re basso. Notare che le frequenze di queste quattro note sono rispettivamente 3, 4, 5 e 6 volte quella fondamentale di 98 Hz.

FISICA RAGIONATA 14.3

Se un’orchestra non opera la fase di “riscaldamento” prima di una esecuzione, gli archi tendono al bemolle e i fiati al diesis durante l’esecuzione. Perché? **Ragionamento** Senza la fase di riscaldamento, tutti gli strumenti, all’inizio di un concerto, si trovano a temperatura ambiente. Quando gli strumenti a fiato vengono suonati, si riempiono con l’aria calda emessa dal suonatore. L’aumento della temperatura dell’aria nello strumento causa un aumento della velocità del suono, la quale fa aumentare le frequenze fondamentali della colonna d’aria. Di conseguenza, gli strumenti a fiato tendono al diesis. Le corde degli strumenti a corda aumentano pure di temperatura a causa dell’attrito dovuto allo strofinio dell’arco. Ciò causa la dilatazione termica, la quale a sua volta causa una diminuzione della tensione delle corde (studieremo la dilatazione termica nel Capitolo 16). Con una diminuzione della tensione, la velocità dell’onda nelle corde diminuisce, e così diminuiscono le frequenze fondamentali. In conclusione, gli archi tendono al bemolle.

Esempio 14.4 Vento in un canale

Un tratto di un canale di drenaggio di lunghezza 1.23 m emette un suono acuto quando il vento soffia attraverso i suoi estremi aperti.

(A) Determinare le frequenze delle prime tre armoniche se il tubo è di forma cilindrica ed aperto ad entrambe le estremità. Si prenda $v = 343 \text{ m/s}$ come velocità del suono nell’aria.

(B) Quali sono le tre frequenze più gravi se il tubo è chiuso a una sola estremità?

Esempio 14.5 Misura della frequenza di un diapason

Un semplice apparato per dimostrare la risonanza in un tubo è descritto in Figura 14.11. Un tubo verticale aperto ad ambedue le estremità è parzialmente sommerso in acqua, e un diapason vibrante di frequenza ignota è posto sulla cima. Si regola la lunghezza L della colonna d'aria muovendo verticalmente il tubo. Le onde sonore generate dal diapason sono rinforzate quando L corrisponde a una delle frequenze di risonanza del tubo. Per un certo tubo, il più piccolo valore di L per cui si ottiene un massimo nell'intensità sonora è 9.00 cm.

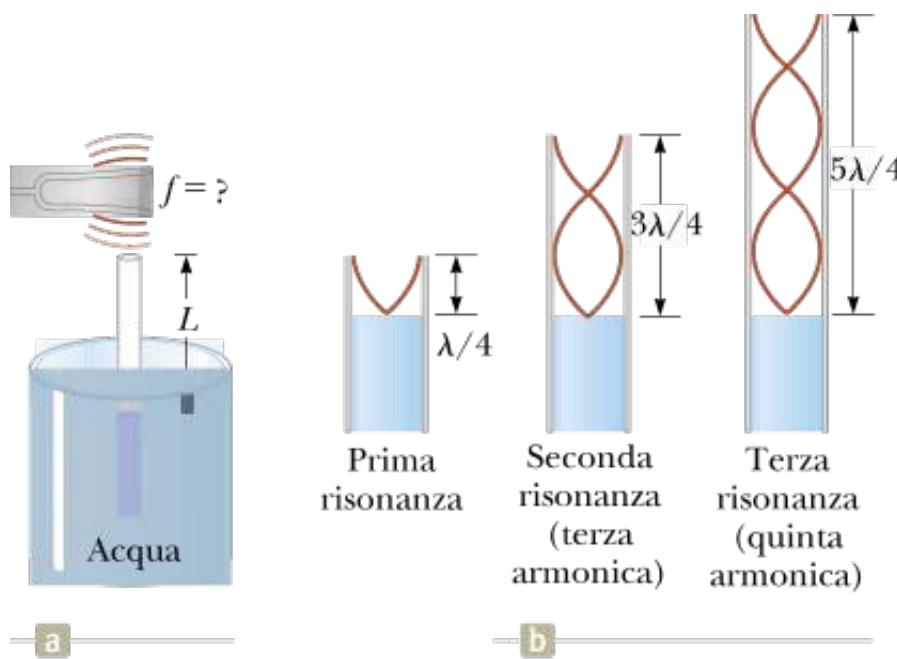


FIGURA 14.11 (Esempio 14.5) (a) Apparato per dimostrare la risonanza delle onde sonore in un tubo chiuso a un'estremità. La lunghezza L della colonna d'aria viene variata muovendo il tubo verticalmente mentre esso è parzialmente immerso in acqua. (b) I primi tre modi normali di vibrazione del sistema mostrato in (a).

(A) Qual è la frequenza del diapason?

(B) Quali sono i valori di L per le successive due armoniche?

Battimenti: interferenza temporale

I fenomeni di interferenza che abbiamo trattato finora riguardano la sovrapposizione di due o più onde con la stessa frequenza. Poiché lo spostamento risultante di una particella del mezzo in questo caso dipende dalla posizione della particella, ci si può riferire a questo fenomeno come a una *interferenza spaziale*. Le onde stazionarie nelle corde e nelle colonne d'aria sono esempi comuni di interferenza spaziale.

Consideriamo un altro tipo di effetto di interferenza, che risulta dalla sovrapposizione di due onde con frequenze leggermente *diverse*. In questo caso, quando si osservano le due onde di ampiezza A_1 e A_2 in un dato punto, esse sono periodicamente in fase o sfasate. Ci si riferisce a questo fenomeno come a una *interferenza nel tempo* o *interferenza temporale*. Quando le onde sono in fase, l'ampiezza combinata è $A_1 + A_2$. Quando sono sfasate, l'ampiezza combinata è $|A_1 - A_2|$. La combinazione, quindi, varia fra piccole e grandi ampiezze, risultando in un fenomeno chiamato **battimento**.

Sebbene i battimenti avvengano con tutti i tipi di onde, essi sono particolarmente notati nelle onde sonore. Per esempio, se due diapason di frequenze leggermente diverse vengono eccitati, si sentirà un suono con un'intensità pulsante.

Il numero di battimenti che si percepiscono al secondo, o *frequenza di battimento*, è uguale alla differenza di frequenza fra le due sorgenti. La massima frequenza di battimento che l'orecchio umano può rivelare è di circa 20 battimenti/s. Quando la frequenza di battimento supera questo valore, essa si mescola in modo indistinguibile con i suoni che producono i battimenti.

Si possono usare i battimenti per accordare uno strumento a corde, come un pianoforte, confrontando una nota con un tono di riferimento di frequenza nota. La frequenza della corda può poi essere regolata per egualare quella di riferimento cambiando la tensione della corda finché i battimenti scompaiono; allora le due frequenze sono uguali.

Analizziamo la rappresentazione matematica dei battimenti. Si considerino due onde di uguale ampiezza che si propagano attraverso un mezzo con frequenze leggermente diverse f_1 e f_2 . Si può rappresentare lo spostamento che ciascuna onda produrrebbe in un certo punto, che fissiamo come $x = 0$, come

$$y_1 = A \cos 2\pi f_1 t \quad \text{e} \quad y_2 = A \cos 2\pi f_2 t$$

Usando il principio di sovrapposizione, si trova che lo spostamento risultante in un certo punto è dato da

$$y = y_1 + y_2 = A(\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t)$$

È conveniente scrivere ciò in una forma che usa l'identità trigonometrica

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \left(\frac{a - b}{2} \right) \cos \left(\frac{a + b}{2} \right)$$

Ponendo $a = 2\pi f_1 t$ e $b = 2\pi f_2 t$, troviamo che

$$y = \left[2A \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right] \cos 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2} \right) t \quad \text{14.11} \blacktriangleleft$$

I grafici che mostrano le forme d'onda singole e l'onda risultante sono mostrati in Figura 14.12. Dai fattori nell'Equazione 14.11 si vede che la vibrazione risultante ha una frequenza effettiva uguale alla frequenza media $(f_1 + f_2)/2$, e un'ampiezza di

$$A_{x=0} = 2A \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \quad \text{14.12} \blacktriangleleft$$

Ossia, l'ampiezza varia nel tempo con una frequenza data da $(f_1 - f_2)/2$. Quando f_1 è vicina a f_2 , la variazione di ampiezza è lenta a confronto con la frequenza delle singole onde, come illustrato dall'inviluppo (linea tratteggiata) dell'onda risultante in Figura 14.12b. Si osservi che verrà rilevato un massimo di ampiezza ogni volta che

$$\cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t = \pm 1$$

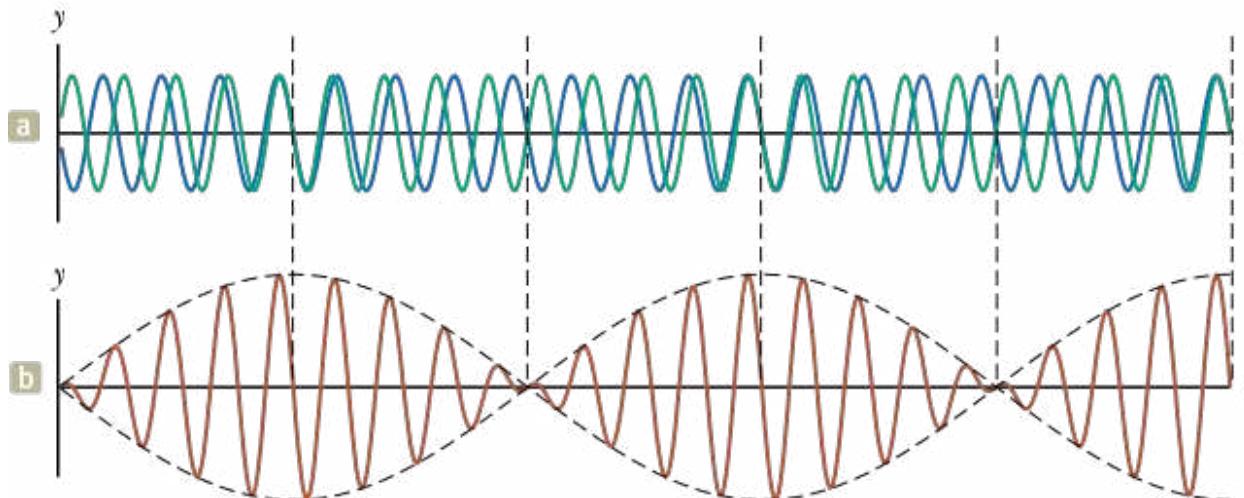


FIGURA 14.12 I battimenti sono formati dalla combinazione di due onde di frequenza leggermente diversa. (a) Le curve in blu e verde rappresentano le onde singole. (b) L'onda risultante ha un'ampiezza (linea tratteggiata) che oscilla nel tempo.

Cioè, ci saranno due massimi dell'ampiezza in ciascun ciclo della funzione a sinistra nella precedente espressione. Quindi, il numero di battimenti al secondo o la frequenza di battimento f_b è il doppio della frequenza di questa funzione:

FREQUENZA DI BATTIMENTO

$$f_b = |f_1 - f_2|$$

14.13 ◀

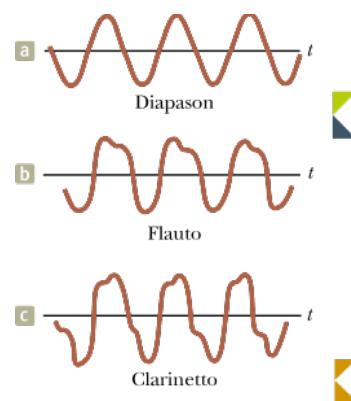


FIGURA 14.13 Forme d'onda prodotte da (a) diapason, (b) flauto e (c) clarinetto, ciascuno approssimativamente della stessa frequenza.

Per esempio, se due diapason vibrassero singolarmente a frequenze di 438 Hz e 442 Hz, l'onda sonora risultante della combinazione avrebbe una frequenza di $(f_1 + f_2)/2 = 440$ Hz (la nota musicale la) e una frequenza di battimento di $|f_1 - f_2| = 4$ Hz. Cioè, l'ascoltatore sentirebbe un'onda sonora di 440 Hz attraversare massimi di intensità quattro volte ogni secondo.

QUIZ RAPIDO 14.6

Stai accordando una chitarra confrontando il suono della corda con quello di un diapason campione. Noti una frequenza di battimento di 5 Hz quando ambedue i suoni sono presenti. Tendi la corda della chitarra e la frequenza di battimento aumenta a 8 Hz. Per accordare la chitarra esattamente col diapason, cosa devi fare? **(a)** Devi continuare a tendere la corda. **(b)** Devi rilasciarla. **(c)** Impossibile da determinare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Configurazioni d'onda non sinusoidali

Le configurazioni d'onda sonora prodotte dalla maggior parte degli strumenti non sono sinusoidali. Forme d'onda caratteristiche prodotte da un diapason, un flauto e un clarinetto sono mostrate in Figura 14.13. Sebbene ciascuno strumento abbia la sua configurazione caratteristica, la Figura 14.13 mostra che ciascuna delle forme d'onda è di natura periodica. Un diapason percosso produce principalmente una armonica (la fondamentale), mentre il flauto e il clarinetto producono molte frequenze, che includono la fondamentale e varie armoniche. Quindi le forme d'onda non sinusoidali prodotte da un violino o un clarinetto, e la conseguente ricchezza di timbri musicali sono il risultato della sovrapposizione di varie armoniche.

Questo fatto è in contrasto con uno strumento musicale a percussione, come il tamburo, in cui la combinazione di frequenze non forma una serie armonica. Quando si combinano frequenze che sono multipli interi di una frequenza fondamentale, il risultato è un suono *musicale*. Un ascoltatore può assegnare un'altezza al suono, basata sulla frequenza fondamentale. L'altezza è una reazione psicologica a un suono che permette all'ascoltatore di porre il suono su una scala di bassi o alti (gravi o acuti). La combinazione di frequenze che non sono multipli interi di una fondamentale causa un *rumore* piuttosto che un suono musicale. È molto più difficile per un ascoltatore attribuire un'altezza ad un rumore piuttosto che ad un suono.

Il problema di analizzare forme d'onda non sinusoidali sembra a prima vista un compito difficile. Tuttavia, se la forma d'onda è periodica, può essere rappresentata con una precisione arbitraria dalla combinazione di un numero sufficientemente grande di onde sinusoidali che formano una serie armonica. Anzi, si può rappresentare qualsiasi funzione periodica o qualsiasi funzione su un intervallo finito come una serie di termini delle funzioni seno e coseno usando una tecnica matematica basata sul *teorema di Fourier*. La corrispondente somma di termini che rappresentano la forma d'onda è detta **serie di Fourier**.

Sia $y(t)$ una qualsiasi funzione periodica del tempo, con periodo T , per cui $y(t + T) = y(t)$. Il **teorema di Fourier** afferma che questa funzione può essere espressa come

Prevenire le insidie | 14.4 Altezza (del tono) contro frequenza

Un comunissimo errore che si commette quando si parla di suono è dovuto all'uso del termine altezza (del tono) quando si vuole significare frequenza. La frequenza è la misura fisica del numero di oscillazioni al secondo, così come è stata definita. L'altezza è una reazione psicologica degli uomini al suono che consente a un uomo di porre il suono in una scala dall'alto in basso o da acuto a grave. Quindi, la frequenza è lo stimolo e l'altezza la risposta. Sebbene l'altezza sia correlata per lo più (ma non completamente) alla frequenza, esse non sono la stessa cosa. Una frase come "l'altezza del suono" è scorretta poiché l'altezza non è una proprietà fisica del suono.

$$y(t) = \sum_n (A_n \sin 2\pi f_n t + B_n \cos 2\pi f_n t)$$

14.14◀

dove la frequenza più bassa è $f_1 = 1/T$. Le frequenze più alte sono multipli interi della fondamentale, quindi $f_n = nf_1$. I coefficienti A_n e B_n rappresentano le ampiezze delle varie armoniche.

La Figura 14.14 rappresenta un'analisi armonica delle forme d'onda mostrate in Figura 14.13. Si osservi la variazione delle intensità relative in funzione del contenuto armonico del flauto e del clarinetto. In generale, qualsiasi suono musicale contiene componenti che sono parti di una serie armonica con intensità relative variabili.

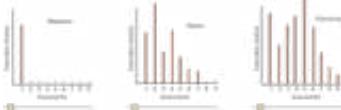


FIGURA 14.14 Armoniche delle forme d'onda mostrate in Figura 14.13. Si osservino le variazioni di intensità delle varie armoniche. La parti (a), (b), e (c) corrispondono a quelle in Figura 14.3.

Abbiamo discusso l'*analisi* di una configurazione d'onda usando il teorema di Fourier. L'analisi coinvolge la determinazione dei coefficienti delle funzioni trigonometriche nell'Equazione 14.14 dalla conoscenza della configurazione d'onda. Possiamo anche mettere a punto il processo inverso, la *sintesi di Fourier*. In questo processo, le varie armoniche vengono sommate insieme per formare una configurazione d'onda risultante. Come esempio di sintesi di Fourier, si consideri la costruzione dell'onda quadra mostrata in Figura 14.15. La simmetria dell'onda quadra è il risultato, nella sintesi, della combinazione di una serie di sole armoniche dispari della fondamentale. In Figura 14.15a, la curva blu mostra la combinazione di f e $3f$. In Figura 14.15b, abbiamo aggiunto $5f$ alla combinazione e abbiamo ottenuto la curva verde. Si noti come la forma generale dell'onda quadra venga approssimata, anche se le porzioni in alto e in basso non sono piatte come dovrebbero essere.

La Figura 14.15c mostra il risultato dell'addizione delle frequenze dispari fino a $9f$, la curva rossastra. Questa approssimazione all'onda quadra (curva nera) è migliore di quella delle parti (a) e (b). Per approssimare l'onda quadra quanto meglio è possibile, avremmo bisogno di aggiungere tutti i multipli dispari della frequenza fondamentale fino alla frequenza infinita.

La miscela fisica di armoniche si può descrivere come lo **spettro** del suono, con lo spettro visualizzato in una rappresentazione grafica come quella della Figura 14.14. La reazione psicologica alle variazioni dello spettro di un suono è la percezione di una variazione del **timbro** o **qualità** del suono. Se un clarinetto e una tromba stanno suonando la stessa nota, allora assegnerete la stessa altezza alle due note. Se, tuttavia, solo uno dei due strumenti suona la nota, sarete probabilmente in grado di dire quale strumento stia suonando. I suoni che si sentono dai due strumenti differiscono

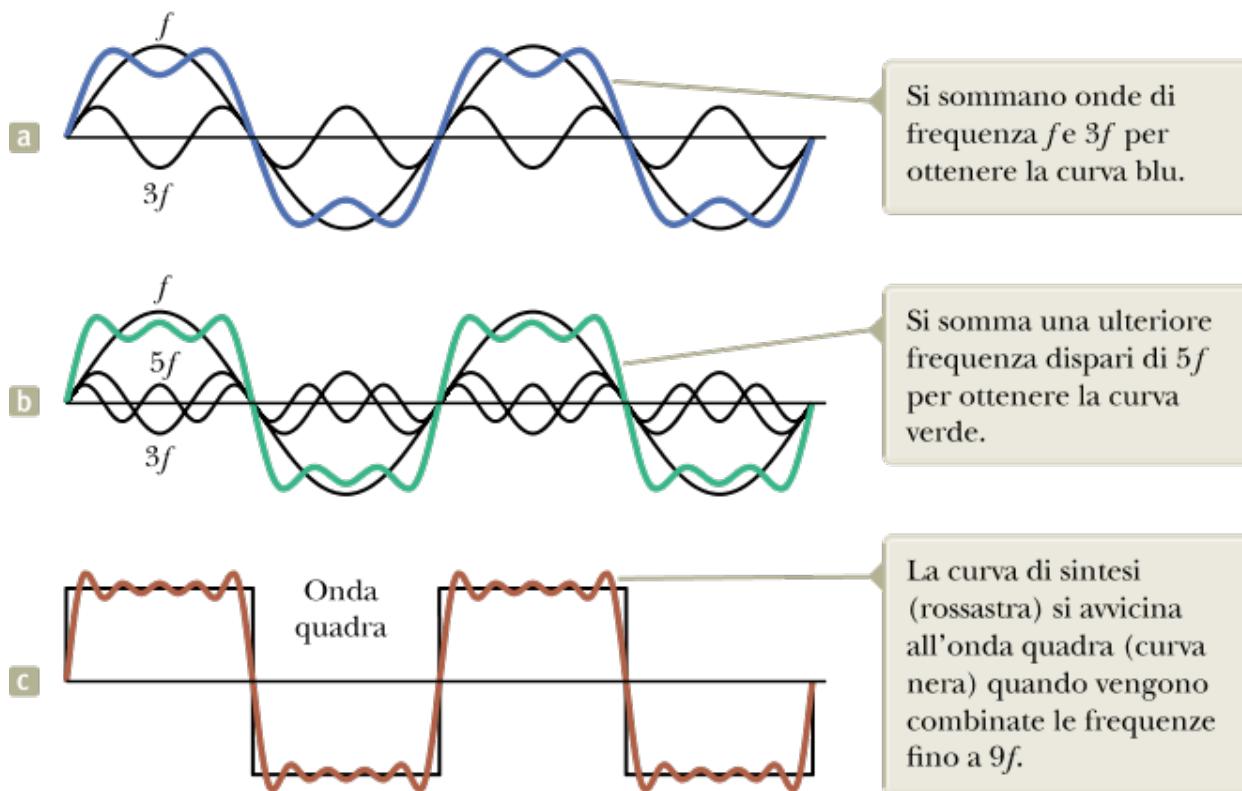


FIGURA 14.15 Sintesi di Fourier di un'onda quadra rappresentata dalla somma dei multipli dispari della prima armonica, che ha frequenza f .

nel timbro a causa di una diversa miscela fisica di armoniche. Per esempio, il timbro dovuto al suono di una tromba è diverso da quello di un clarinetto. Avrete, probabilmente, sviluppato delle parole per descrivere i timbri di vari strumenti, come “d’ottone”, “dolce”, “metallico”, e simili.

Il teorema di Fourier ci permette di capire il processo di eccitazione degli strumenti musicali. In uno strumento a corda che viene pizzicato, come una chitarra, la corda è tirata di lato e poi rilasciata. Dopo il rilascio, la corda oscilla quasi liberamente; un piccolo smorzamento causa il decadimento a zero dell’ampiezza. La miscela di frequenze armoniche dipende dalla lunghezza della corda, dalla sua densità lineare di massa e dal punto in cui è stata pizzicata.

D’altra parte, uno strumento a corda ad arco, come un violino, o uno strumento a fiato è un oscillatore forzato. Nel caso del violino, l’alternato attaccarsi o scivolare dell’arco sulla corda fornisce la sollecitazione periodica. Nel caso dello strumento a fiato, la vibrazione di una canna (nei legni), delle labbra del suonatore (negli ottoni) o il soffio dell’aria attraverso un orlo (come nel flauto) forniscono la sollecitazione periodica. Secondo il teorema di Fourier, queste sollecitazioni periodiche contengono una miscela di frequenze armoniche. La corda di violino o la colonna d’aria di uno strumento a fiato è perciò sollecitata con un’ampia varietà di frequenze. La frequenza realmente suonata è determinata dalla *risonanza*, che abbiamo studiato nel Capitolo 12. La massima risposta dello strumento avverrà a quelle frequenze che corrispondono, o sono molto vicine, alle frequenze armoniche dello strumento. Lo spettro dello strumento, quindi, dipende fortemente dall’intensità delle varie armoniche della sollecitazione periodica iniziale.



a



b



c

Ciascuno strumento musicale ha il suo proprio caratteristico suono e una propria miscela di armoniche. Gli strumenti mostrati sono (a) il violino, (b) il sassofono e (c) la tromba.

Orecchio e teorie di percezione del tono

L'orecchio umano (Fig. 14.16) è diviso in tre regioni: l'orecchio esterno, l'orecchio medio e l'orecchio interno. L'orecchio *esterno* consiste del canale auricolare (che è aperto verso l'atmosfera), che termina sul timpano. Le onde sonore viaggiano attraverso il canale uditivo fino al timpano, che vibra in risposta alle pressioni alte e basse alternate delle onde. Dietro il timpano ci sono tre piccole ossa dell'*orecchio medio*, chiamate martello, incudine e staffa a causa delle loro forme. Queste ossa trasmettono le vibrazioni all'*orecchio interno*, che contiene la coclea, un tubo a forma di chiocciola lunga circa 2 cm. La coclea tocca la staffa tramite la finestra ovale ed è divisa lungo la sua lunghezza dalla membrana basale in uno scompartimento superiore ed uno scompartimento inferiore. Adagiato sulla membrana basale è l'*organo del Corti*, che si compone di circa 15 000 cellule ciliate uditive (ciglia). Le cellule ciliate fungono da rilevatori neurali di perturbazioni nel fluido che riempie la coclea, provocate dalle onde sonore che raggiungono il timpano. La membrana basale varia in massa per unità di lunghezza e in tensione lungo la sua lunghezza, e diverse porzioni di essa risuonano a frequenze diverse. Il movimento della membrana basale dà luogo all'attivazione dei nervi nell'*organo di Corti*. I segnali neurali sono portati dal nervo cocleare all'ottavo nervo cranico e al cervello. Il cervello interpreta i segnali come suono. Le piccole ossa dell'*orecchio medio* rappresentano un intricato sistema di leve che aumenta la forza sulla finestra ovale. La pressione viene notevolmente amplificata perché l'area superficiale del timpano è circa 20 volte quella della finestra ovale. L'*orecchio medio*, unitamente a timpano e finestra ovale, agisce come una rete di adattamento tra l'aria nell'*orecchio esterno* e il liquido nell'*orecchio interno*. Il trasferimento totale di energia tra l'*orecchio esterno* e l'*orecchio interno* è altamente efficiente, con fattori di amplificazione di pressione di diverse migliaia. In altre parole, le variazioni di pressione all'interno dell'*orecchio* sono molto maggiori di quelle nell'*orecchio esterno*.

L'orecchio ha la sua protezione integrata contro i suoni forti. I muscoli che collegano le tre ossa dell'orecchio medio alle pareti controllano il volume del suono cambiando la tensione sulle ossa man mano che il suono si accumula, ostacolando così la loro capacità di trasmettere le vibrazioni. Inoltre, il timpano diventa più rigido man mano che aumenta l'intensità sonora. Questi due eventi rendono l'orecchio meno sensibile ai suoni in ingresso forti. Vi è un ritardo tra l'insorgenza di un suono

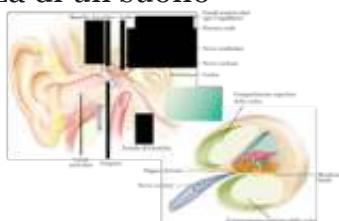


FIGURA 14.16 La struttura dell'orecchio umano. I tre ossicini (martello, incudine e staffa) che collegano il timpano alla finestra della coclea fanno da sistema a doppia leva per diminuire l'ampiezza della vibrazione e quindi aumentare la pressione sul fluido nella coclea. Il lato destro di questa figura mostra una sezione trasversale ingrandita della coclea (vista ingrandita da Sherwood, Fundamentals of Human Physiology, 4^a edizione, Brooks/Cole).

forte e la reazione protettiva dell'orecchio, tuttavia un suono forte improvviso può ancora danneggiare l'orecchio.

Teorie sulla percezione del tono

Come osservato in Prevenire le insidie 14.4, il *tono* è una risposta psicologica umana allo stimolo di un'onda sonora. Diverse teorie nel campo della *psicoacustica* sono state proposte circa il modo in cui il *tono* viene percepito dall'orecchio umano. Descriveremo brevemente le due teorie più comuni e accettate di udito, la *teoria posizionale* e la *teoria temporale*.

La più grande influenza sulla percezione del tono è la frequenza del suono. Il tono, tuttavia, può cambiare anche se la frequenza rimane costante. Per esempio, gran parte delle persone percepisce un cambiamento nel tono associato ad un suono quando la sua intensità aumenta rapidamente, mentre la sua frequenza rimane fissa. Qualsiasi teoria di successo sulla percezione del tono deve occuparsi di questo effetto. Un altro risultato sperimentale interessante è la *fondamentale mancante*. Supponiamo che un suono costituito da una miscela di armoniche venga presentato ad un ascoltatore. L'altezza totale del suono sarà

quella associata alla frequenza fondamentale, come osservato per le corde vibranti nel Paragrafo 14.3. Ora immagina che la frequenza fondamentale del suono venga filtrata. Ci sono esperimenti che mostrano che il tono del suono rimane lo stesso, anche se la frequenza associata a quel tono non è più presente. Anche questo effetto deve essere previsto da una teoria della percezione del tono.

La teoria posizionale presuppone che ciascuna regione di fibre nervose uditive lungo la membrana basale sia sensibile ad una particolare frequenza del suono (vedi una sezione trasversale della coclea nella Fig. 14.16). Secondo questa teoria, l'altezza percepita di una frequenza particolare dipende dalla posizione lungo la membrana basale che presenta la massima vibrazione. Questa teoria è coerente con le osservazioni sperimentali effettuate su orecchie animali.

Vibrazioni significative si espandono su un breve tratto della membrana basale, piuttosto che verificarsi in un punto preciso. Pertanto, ci deve essere qualche meccanismo per precisare la risposta. Non è chiaro al momento quale sia questo meccanismo.

Una variante di questa teoria, nota come *teoria dell'onda viaggiante*, suggerisce che la staffa, l'osso a forma di staffa nell'orecchio medio, produca un'onda che viaggia lungo la membrana basale. La massima ampiezza dell'onda avviene in un punto lungo la membrana basale la cui frequenza caratteristica corrisponde alla frequenza della sorgente.

La teoria posizionale è in grado di spiegare il cambio di tono con l'aumentare rapido dell'intensità dello stimolo sonoro. Man mano che l'intensità di un suono aumenta, la regione di reazione significativa lungo la membrana basale si espande. Se questa espansione non è simmetrica, la posizione *media* di risposta si può spostare un po' dalla sua collocazione originale per il suono originario di volume basso. Questo spostamento viene rilevato come un cambiamento di tono.

La teoria temporale suggerisce che tutti gli elementi della membrana basale siano stimolati da tutte le frequenze, e l'altezza percepita dipenda dal numero di volte al secondo che i neuroni nel nervo uditorio inviano un impulso. Per esempio, una frequenza di sorgente di 2.000 kHz fa sì che i neuroni inviano messaggi al cervello alla velocità di 2 000 volte al secondo. Per un suono musicale complesso costituito da molte armoniche, la frequenza di ripetizione complessiva della forma d'onda è quella della frequenza fondamentale. La teoria temporale ipotizza che l'orecchio rilevi questa velocità di ripetizione della forma d'onda e il cervello decodifichi il tono basandosi su quest'informazione.

La teoria temporale spiega il fenomeno della fondamentale mancante. Anche dopo che la frequenza fondamentale è stata filtrata da un suono complesso, *la frequenza di ripetizione della combinazione di armoniche è ancora quella della fondamentale*. Ad esempio, se la prima armonica del clarinetto in Figura 14.14c viene filtrata, la forma d'onda del clarinetto in Figura 14.13c cambia, ma si ripeterà ancora alla stessa frequenza, quella della fondamentale. Sulla base di questo concetto, l'orecchio invia al cervello un segnale legato alla frequenza di ripetizione del suono e un tono associato alla fondamentale è assegnato anche se la fondamentale non è presente.

IMPLANTI COCLEARI

Uno dei progressi più sorprendenti della medicina degli ultimi decenni è l'impianto cocleare, che consente ad alcuni individui sordi di sentire. La sordità può verificarsi quando i sensori simili a peli (ciglia) nella coclea si staccano nel corso della vita, o a volte a causa di un'esposizione prolungata a suoni forti. Poiché le ciglia non ricrescono, l'orecchio perde la sensibilità a certe frequenze del suono. L'impianto cocleare stimola i nervi dell'orecchio elettronicamente per ripristinare la perdita di udito che è causata da ciglia danneggiate o assenti.

La ricerca che utilizza i moderni impianti cocleari suggerisce che la percezione dell'altezza può dipendere sia dall'ubicazione della risposta lungo la membrana basale che dal tasso al quale i neuroni inviano impulsi, una combinazione di entrambe le teorie. La teoria posizionale può essere dominante per frequenze superiori alla frequenza massima cui i neuroni possono mandare impulsi. La ricerca continua in questo settore interessante che unisce fisica, biologia e psicologia.

Collegamento al contesto: costruzione sui ventri

Come esempio di applicazione delle onde stazionarie ai terremoti, consideriamo gli effetti delle onde stazionarie nei *bacini sedimentari*. Molte delle più grandi città del mondo sono costruite su bacini sedimentari, che sono depressioni topografiche che col passare delle ere geologiche si sono riempite di sedimenti. Queste aree forniscono ampi spazi piani, spesso circondati da attraenti montagne, come nel bacino di Los Angeles. Il terreno piano per costruire e il panorama gradevole hanno attirato subito i colonizzatori e condotto alle odierne città.

La distruzione dovuta a un terremoto può aumentare drammaticamente se le frequenze naturali delle costruzioni o di altre strutture coincidono con le frequenze di risonanza del bacino sottostante. Queste frequenze di risonanza sono associate con le onde stazionarie tridimensionali, formate dalle onde sismiche riflesse dai contorni del bacino.

Per capire queste onde stazionarie, assumiamo il semplice modello di un bacino della forma di un semiellissoide, simile a un uovo tagliato a metà lungo il suo diametro più lungo. Nella rappresentazione pittorica di Figura 14.17 sono mostrati quattro possibili modi normali associati al moto del suolo in un tale bacino. L'asse maggiore dell'ellissoide è rappresentato da x e l'asse minore da y . In Figura 14.17a, l'intera superficie del suolo si muove su e giù (cioè dentro e fuori dal piano della pagina) eccetto per la curva nodale che si snoda lungo bordo del bacino.

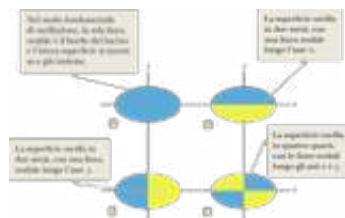


FIGURA 14.17 Visione dall'alto di onde stazionarie in un bacino della forma di un semiellissoide. In ciascuno dei casi considerati, se l'elemento blu è fuori dal piano della pagina ad un dato istante, l'elemento giallo è sotto il piano della pagina.

Nelle Figure 14.17b e 14.17c, metà della superficie del bacino giace al di sopra e l'altra metà al di sotto della posizione di equilibrio, e ciascuna metà oscilla su e giù su ciascun lato della linea nodale. La linea nodale è lungo l'asse y nella Figura 14.17b e lungo l'asse x nella Figura 14.17c. Nella Figura 14.17d, le linee nodali si verificano lungo ambedue gli assi x e y e la superficie oscilla in quattro parti, di cui due al di sopra della posizione di equilibrio e due al di sotto.

Le configurazioni di onda stazionaria in un bacino hanno origine dalle onde sismiche che viaggiano orizzontalmente all'interno del perimetro del bacino. Per strutture costruite su bacini sedimentari, il grado di rischio sismico dipenderà dai modi dell'onda stazionaria eccitati dall'interferenza delle onde sismiche intrappolate nel bacino. È evidente che le strutture costruite sulle regioni di massimo movimento del suolo (cioè i ventri) soffriranno il massimo dello scuotimento, mentre le costruzioni che risiedono vicine ai nodi subiranno un movimento del suolo relativamente blando. Queste considerazioni sembrano aver giocato un ruolo importante nella distruzione selettiva che si ebbe a Città del Messico durante il terremoto di Michoacán nel 1985 e nel terremoto di Loma Prieta del 1989, che causò il crollo di una sezione dell'autostrada Nimitz nell'Oakland, California.

Effetti simili avvengono nei siti d'acqua limitati, come i laghi, i porti e le baie. Una configurazione di onda stazionaria che si stabilisce in un tale sito si chiama **sessa** (*seiche*, in francese). Ciò può causare variazioni del livello dell'acqua che esibiscono un periodo di diversi minuti, sovrapposti alle variazioni mareali di periodo più lungo. Le sesse possono essere causate da terremoti, tsunami, venti e perturbazioni atmosferiche. Puoi creare una sessa nella tua vasca da bagno scivolando avanti e indietro proprio alla frequenza giusta perché l'acqua fluttui avanti e indietro ad un'ampiezza così grande da debordare sul pavimento.

Durante il terremoto di Northridge del 1994, le piscine in tutto il sud della California riversarono acqua all'esterno, a causa di sesse instaurate dallo scuotimento del suolo. Gli eventi sismici possono anche causare una sessa molto lontano dall'epicentro. Il terremoto di magnitudo 8.8 in Cile del 27 Febbraio 2010 causò una notevole sessa nel Lago Pontchartrain, Louisiana, dell'altezza di 0.15 m. Un esempio più drammatico è il terremoto di magnitudo 9.0 in Giappone dell'11 Marzo 2011. Causò una sessa misurata a 1.8 m nel Sognefjorden, il fiordo più largo della Norvegia!

Abbiamo ora considerato il ruolo delle onde stazionarie nei danni causati da un terremoto. Nelle Conclusioni al contesto, raccoglieremo insieme i principi delle vibrazioni e delle onde che abbiamo imparato per rispondere più completamente alla domanda centrale di questo contesto.

SOMMARIO

Il **principio di sovrapposizione** afferma che se due o più onde che si propagano si muovono in un mezzo e si combinano in un dato punto, lo spostamento risultante dell'elemento di mezzo in quel punto è la somma degli spostamenti causati dalle singole onde.

Le **onde stazionarie** sono formate dalla sovrapposizione di due onde sinusoidali che hanno la stessa frequenza, ampiezza e lunghezza d'onda ma si propagano in versi *opposti*. L'onda stazionaria risultante è descritta dalla funzione d'onda

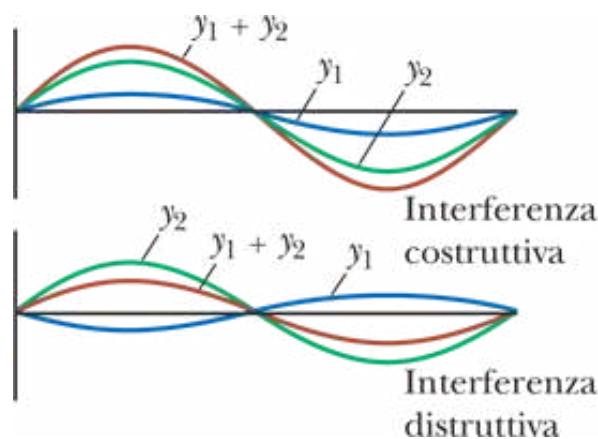
$$y = (2A \sin kx) \cos \omega t \quad 14.2\blacktriangleleft$$

I punti di massima ampiezza (detti **ventri**) sono separati da una distanza $\lambda/2$. A metà strada fra i ventri vi sono i punti di ampiezza nulla (detti **nodi**).

Il fenomeno dei **battimenti** si verifica come conseguenza della sovrapposizione di due onde che si propagano con frequenze leggermente diverse. Per le onde sonore in un dato punto, si sente un'alternanza di intensità del suono nel tempo.

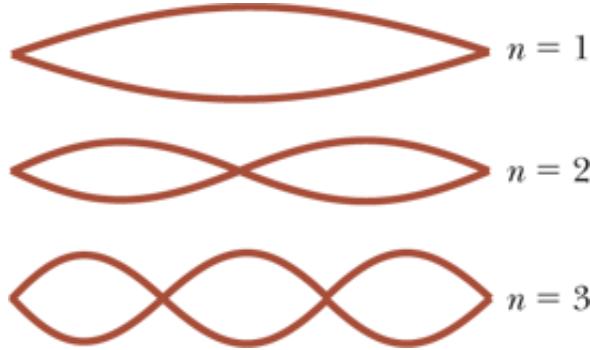
Una forma d'onda periodica si può rappresentare con una combinazione di onde sinusoidali che formano una serie armonica. Il processo è basato sul **teorema di Fourier**.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Interferenza tra onde. Quando due onde che si propagano con uguale frequenza si sovrappongono, l'onda risultante ha un'ampiezza

che dipende dall'angolo di fase f fra le due onde. Avviene una **interferenza costruttiva** quando le due onde sono *in fase*, il che corrisponde a $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$. Avviene una **interferenza distruttiva** quando le due onde sono sfasate di 180° , il che corrisponde a $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ rad.



Onde sottoposte a condizioni al contorno. Quando un'onda è sottoposta a condizioni al contorno, solo alcune frequenze naturali sono permesse; diciamo che le frequenze sono quantizzate.

Per onde su una corda fissata ad ambedue gli estremi, le frequenze naturali sono

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 14.7 \blacktriangleleft$$

dove T è la tensione della corda e m la sua densità di massa lineare.

Per le onde sonore con velocità v in una colonna d'aria di lunghezza L aperta ad ambedue gli estremi, le frequenze naturali sono

$$f_n = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 14.9 \blacktriangleleft$$

Se una colonna d'aria è aperta a un estremo e chiusa all'altro, solo le armoniche dispari sono presenti e le frequenze naturali sono

$$f_n = n \frac{v}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad 14.10 \blacktriangleleft$$

QUESITI

1. Quando due impulsi di forma uguale (uno verso l'alto, uno verso il basso) che viaggiano in versi opposti in una corda si attraversano, in un particolare istante la corda non mostra alcuno spostamento dalla posizione di equilibrio in nessun punto. Cos'è successo all'energia trasportata dagli impulsi in tale istante di tempo? (a) È stata consumata per produrre il moto precedente. (b) È tutta energia potenziale. (c) È tutta energia interna. (d) È tutta energia cinetica. (e) L'energia positiva di un impulso si annulla coll'energia negativa dell'altro impulso.

2. Una serie di impulsi, ciascuno di ampiezza 0.1 m, viene inviata lungo una corda che è attaccata ad un palo ad un estremo. Gli impulsi vengono riflessi al palo e viaggiano all'indietro sulla corda senza perdere ampiezza. **(i)** Qual è lo spostamento netto nel punto sulla corda dove si incrociano due impulsi? Si assuma che la corda sia attaccata al palo rigidamente. (a) 0.4 m (b) 0.3 m (c) 0.2 m (d) 0.1 m (e) 0 **(ii)** Poi si assuma che l'estremo dove avviene la riflessione sia libero di scivolare su e giù. Ora qual è lo spostamento netto nel punto sulla corda dove s'incrociano due impulsi? Scegliere la risposta dalle stesse possibilità della parte (i).

3. Nella Figura Q14.3, un'onda sonora di lunghezza d'onda **0.8 m** si divide in due parti uguali che si ricombinano interferendo in modo costruttivo, con una differenza originaria tra le lunghezze dei cammini di $|r_2 - r_1| = 0.8 \text{ m}$. Classificare le seguenti situazioni a seconda dell'intensità del suono al ricevitore dal più alto al più basso. Assumere che le pareti del tubo non assorbano energia sonora. Dare ugual punteggio a situazioni in cui l'intensità è uguale. (a) Dalla sua posizione originale, la sezione scorrevole è spostata fuori di 0.1 m. (b) Successivamente scivola fuori di altri 0.1 m. (c) Scivola fuori ancora di altri 0.1 m. (d) Scivola fuori di 0.1 m in più.

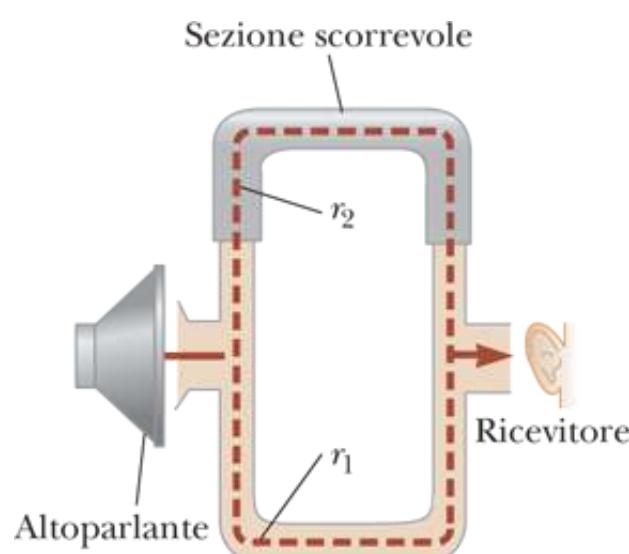


FIGURA Q14.3

4. Una corda di lunghezza L , massa per unità di lunghezza μ , e tensione T vibra alla sua frequenza fondamentale. **(i)** Se la lunghezza della corda viene raddoppiata, con tutti gli altri fattori mantenuti costanti, qual è l'effetto sulla frequenza fondamentale? (a) Diventa due volte più grande. (b) Diventa $\sqrt{2}$ volte più grande. (c) Rimane invariata. (d) Diventa $1/\sqrt{2}$ volte più grande. (e) Si dimezza. **(ii)** Se la massa per unità di lunghezza è raddoppiata, con tutti gli altri fattori mantenuti costanti, qual è l'effetto sulla frequenza fondamentale? Scegli tra le stesse possibilità della parte (i). **(iii)** Se la tensione è raddoppiata, con tutti

gli altri fattori mantenuti costanti, qual è l'effetto sulla frequenza fondamentale? Scegli tra le stesse possibilità della parte (i).

5. Un arciere scaglia una freccia orizzontalmente dal centro di un arco tenuto verticalmente. Dopo aver scoccato la freccia, la corda dell'arco vibra come sovrapposizione di quali armoniche di onde stazionarie? (a) Vibra solo nell'armonica numero 1, la fondamentale. (b) Vibra solo nella seconda armonica. (c) Vibra solo nelle armoniche dispari 1, 3, 5, 7, ... (d) Vibra solo nelle armoniche pari 2, 4, 6, 8, ... (e) Vibra in tutte le armoniche.

6. Si sa che un diapason vibra con frequenza di 262 Hz. Quando è suonato insieme a una corda di mandolino, si sentono quattro battimenti ogni secondo. Se un po' di nastro adesivo è messo su ogni dente del diapason, il diapason produce cinque battimenti al secondo con la stessa corda di mandolino. Qual è la frequenza della corda? (a) 257 Hz (b) 258 Hz (c) 262 Hz (d) 266 Hz (e) 267 Hz.

7. Un flauto ha una lunghezza di 58.0 cm. Se la velocità del suono in aria è 343 m/s, qual è la frequenza fondamentale del flauto, assumendo che sia un tubo chiuso ad una estremità ed aperto all'altra? (a) 148 Hz (b) 296 Hz (c) 444 Hz (d) 591 Hz (e) nessuna di queste risposte

8. Si assuma che due onde sinusoidali identiche si stiano muovendo attraverso lo stesso mezzo nella stessa direzione. In quali condizioni l'ampiezza dell'onda risultante sarà maggiore di ciascuna delle due onde originali? (a) in tutti i casi (b) soltanto se le onde non hanno alcuna differenza nella fase (c) solo se la differenza di fase è inferiore a 90° (d) soltanto se la differenza di fase è inferiore a 120° (e) solo se la differenza di fase è minore di 180°

9. Supponiamo che tutte le sei corde di uguale lunghezza di una chitarra acustica siano suonate senza diteggiatura, cioè senza essere premute su nessun tasto. Quali quantità sono le stesse per tutte le sei corde? Scegliere tutte le risposte corrette. (a) La frequenza fondamentale (b) la lunghezza d'onda fondamentale dell'onda della corda (c) la lunghezza d'onda fondamentale del suono emesso (d) la velocità dell'onda nella corda (e) la velocità del suono emesso.

10. Quando due diapason vengono suonati allo stesso tempo, si verifica una frequenza di battimento di 5 Hz. Se uno dei diapason ha una frequenza di 245 Hz, qual è la frequenza dell'altro diapason? (a) 240 Hz (b) 242.5 Hz (c) 247.5 Hz (d) 250 Hz (e) Più di una risposta potrebbe essere corretta.

11. Un'onda stazionaria con tre nodi si stabilisce in una corda fissata ad entrambe le estremità. Se la frequenza dell'onda è raddoppiata, quanti ventri ci saranno? (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 6

DOMANDE CONCETTUALI

1. Una bottiglia di bibita risuona mentre l'aria soffia attraverso la sua bocca. Cosa accade alla frequenza di risonanza man mano che il livello del fluido nella bottiglia diminuisce?

2. Quando due onde interferiscono costruttivamente, c'è qualche guadagno o perdita di energia nel sistema delle onde? Spiegare.

3. Che cosa limita l'ampiezza del moto di un sistema vibrante reale che è eccitato ad una delle frequenze di risonanza?

4. Il fenomeno dell'interferenza fra le onde si applica solo alle onde sinusoidali?

5. Spiegare come uno strumento musicale come un pianoforte possa essere accordato usando il fenomeno dei battimenti.

6. Un meccanico di aeroplani osserva che il suono prodotto da un bimotore varia rapidamente di intensità quando funzionano entrambi i motori. Cosa può causare la diminuzione dell'intensità?

7. Un modello semplificato della gola umana è quello di un tubo aperto alle due estremità con una sorgente di vibrazione ad una estremità capace di produrre il suono nel tubo. Assumendo che la sorgente di vibrazioni produca una gamma di frequenze, discutere l'effetto di un cambiamento nella lunghezza del tubo.

8. Un diapason da solo produce un suono debole. Spiega come ciascuno dei seguenti metodi possa essere utilizzato per ottenere un suono più forte da esso. Spiega inoltre ogni effetto nell'intervallo di tempo nel quale il diapason vibra in modo udibile. (a) Tenere il bordo di un foglio di carta contro un dente vibrante (b) premere il manico del diapason contro una lavagna o su un tavolo (c) tenere il diapason sopra una colonna d'aria di lunghezza opportunamente scelta come nell'Esempio 14.5 (d) Tenere il diapason vicino a una fessura tagliata in un foglio di polistirolo o cartone (con la fessura simile per dimensioni e forma ad un dente del diapason e il movimento dei denti perpendicolare al foglio)

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Nota: salvo che sia diversamente specificato, assumere che la velocità del suono nell'aria sia 343m/s, il suo valore ad una temperatura dell'aria di 20°C. Ad ogni altra temperatura Celsius T_C , la velocità del suono nell'aria è descritta da

$$v = 331 \sqrt{1 + \frac{T_c}{273}}$$

dove v è in m/s e T_c è in °C.

Paragrafo 14.1 Modello di analisi: interferenza tra onde

- 1.** Due onde in una corda sono descritte dalle funzioni d'onda

$$y_1 = 3.0 \cos(4.0x - 1.6t) \quad y_2 = 4.0 \sin(5.0x - 2.0t)$$

dove y e x sono espresse in centimetri e t in secondi. Trovare la sovrapposizione delle onde $y_1 + y_2$ nei punti (a) $x = 1.00$, $t = 1.00$; (b) $x = 1.00$, $t = 0.500$; e (c) $x = 0.500$, $t = 0$ (Nota : ricorda che gli argomenti delle funzioni trigonometriche sono in radianti).

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 2.** Due impulsi A e B si muovono in versi opposti con una velocità $v = 2.00$ cm/s. L'ampiezza di A è il doppio dell'ampiezza di B. Gli impulsi sono mostrati in Figura P14.2 per $t = 0$. Disegnare l'onda risultante per $t = 1.00$ s, 1.50 s, 2.00 s, 2.50 s e 3.00 s.

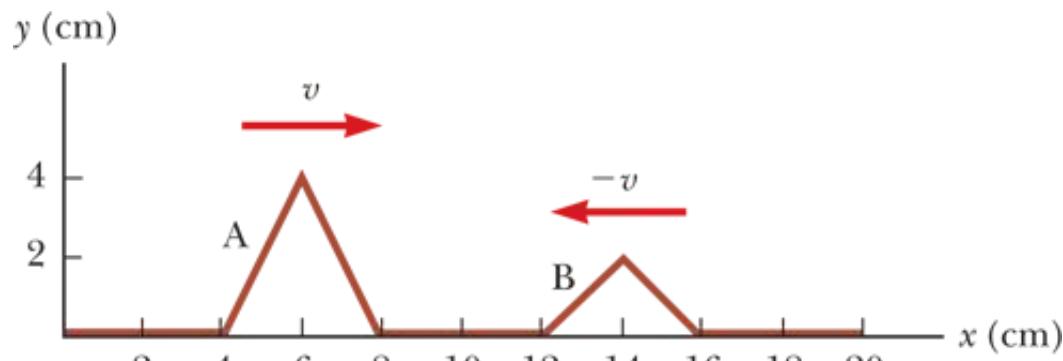


FIGURA P14.2

- 3.** Due onde sinusoidali che viaggiano in una corda sono definite da

$$y_1 = 2.00 \sin(20.0x - 32.0t) \quad y_2 = 2.00 \sin(25.0x - 40.0t)$$

dove x , y_1 e y_2 sono in centimetri e t è in secondi. (a) Qual è la differenza di fase tra queste due onde al punto $x = 5.00$ cm per $t = 2.00$ s? (b) Qual è il valore positivo di x più vicino all'origine per cui le due fasi differiscono di $\pm \pi$ per $t = 2.00$ s? (In quel punto, le due onde si annullano.)

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

4. Due altoparlanti identici sono posti su una parete a distanza di 2.00 m. Un ascoltatore sta 3.00 m di fronte alla parete esattamente davanti a uno degli altoparlanti. Un solo oscillatore comanda gli altoparlanti alla frequenza di 300 Hz. (a) Qual è la differenza di fase in radianti fra le onde degli altoparlanti quando esse raggiungono l'ascoltatore? (b) E se? Qual è la frequenza più vicina a 300 Hz alla quale l'oscillatore possa essere regolato affinché l'ascoltatore senta un minimo del suono?

5. Due onde viaggiano nello stesso verso in una corda tesa. Le onde sono sfasate di 90.0° . Ciascuna di esse ha un'ampiezza di 4.00 cm. Trovare l'ampiezza dell'onda risultante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Due altoparlanti sono comandati in fase dallo stesso oscillatore di frequenza f . Essi sono posti fra loro a una distanza d lungo un'asta verticale. Un uomo cammina in linea retta verso l'altoparlante più basso lungo una direzione perpendicolare all'asta, com'è mostrato in Figura P14.6. (a) Quante volte egli sentirà un minimo nell'intensità del suono? (b) Quanto è distante dall'asta in quei momenti? Si rappresenti con v la velocità del suono e si assuma che il suolo non lo rifletta.

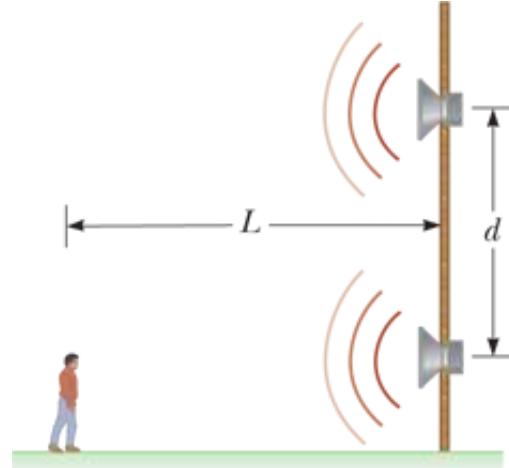


FIGURA P14.6

7. Due impulsi che viaggiano sulla stessa corda sono descritti da

$$y_1 = \frac{5}{(3x - 4t)^2 + 2} \quad y_2 = \frac{-5}{(3x + 4t - 6)^2 + 2}$$

(a) In quale direzione viaggia ciascun impulso? (b) In che istante i due si cancellano ovunque? (c) In che punto i due impulsi si cancellano sempre?

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Perché la seguente situazione è impossibile? Due altoparlanti identici sono azionati dallo stesso oscillatore alla frequenza di 200 Hz. Sono collocati a terra ad una distanza $d = 4.00$ m tra di loro. Partendo lontano dagli altoparlanti, un uomo cammina dritto verso l'altoparlante di destra come mostrato in Figura P14.8. Dopo essere passato da 3 minimi di intensità sonora, arriva fino al successivo massimo e si ferma. Ignorare ogni riflessione di suono dal suolo.

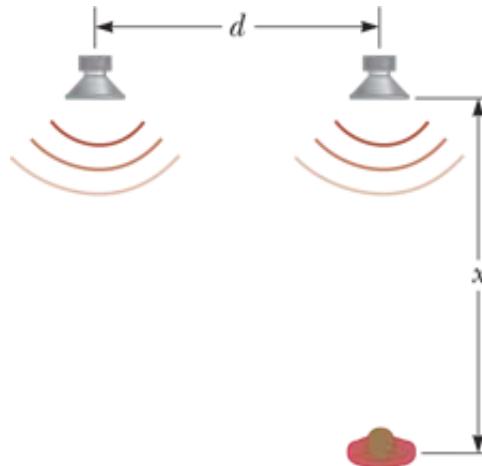


FIGURA P14.8

9. Due onde sinusoidali che si propagano sono descritte da

$$y_1 = (5.00 \text{ m}) \sin[\pi(4.00x - 1200t)]$$

$$y_2 = (5.00 \text{ m}) \sin[\pi(4.00x - 1200t - 0.250)]$$

dove x , y_1 , e y_2 sono in m e t è in s. (a) Qual è l'ampiezza della funzione d'onda risultante $y_1 + y_2$? (b) Qual è la frequenza dell'onda risultante?

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Due onde sinusoidali identiche di lunghezza d'onda 3.00 m viaggiano nello stesso verso alla velocità di 2.0 m/s. La seconda onda ha origine nello stesso punto della prima, ma a un tempo successivo. L'ampiezza dell'onda risultante è la stessa di ciascuna delle due onde iniziali. Determinare il minimo intervallo di tempo possibile fra i tempi di partenza delle due onde.

11. Un diapason genera onde sonore con una frequenza di 246 Hz. Le onde viaggiano in verso opposto lungo un corridoio, si riflettono sulle pareti e ritornano. Il corridoio è lungo 47.0 m e il diapason è a 14.0 m da un estremo. Qual è la differenza di fase tra le onde riflesse quando si incontrano al diapason? La velocità del suono nell'aria è 343 m/s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Due altoparlanti identici, posti a 10.0 m l'uno dall'altro, sono comandati dallo stesso oscillatore con frequenza $f = 21.5$ Hz (Fig. P14.12) in un'area in cui la velocità del suono è 344 m/s. (a) Spiegare perché un ricevitore nel punto A registra un minimo nell'intensità del suono. (b) Se il ricevitore si muove sul piano degli altoparlanti, mostrare che il cammino che dovrebbe percorrere perché l'intensità rimanga ad un minimo è lungo l'iperbole $9x^2 - 16y^2 = 144$ (mostrata in rosso-bruno nella Fig. P14.12). (c) Può il ricevitore rimanere ad un minimo e muoversi molto lontano dalle due sorgenti? In tal caso, determinare la forma limite di cammino che dovrebbe seguire. Diversamente, spiegare quanto lontano può andare.

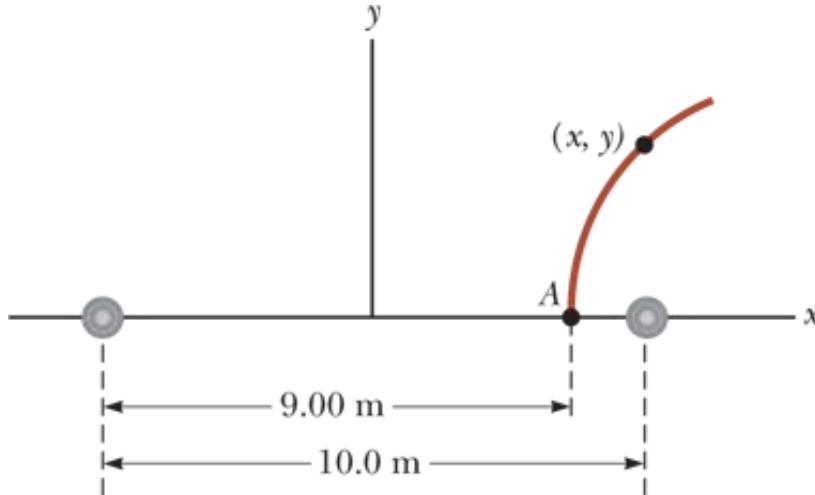


FIGURA P14.12

Paragrafo 14.2 Onde stazionarie

13. Due onde sinusoidali trasversali che si combinano in un mezzo sono descritte dalle funzioni d'onda

$$y_1 = 3.00 \sin \pi(x + 0.600t)$$

$$y_2 = 3.00 \sin \pi(x - 0.600t)$$

dove x , y_1 e y_2 sono espressi in centimetri e t in secondi. Determinare la massima posizione trasversale di un elemento del mezzo a (a) $x = 0.250$ cm, (b) $x = 0.500$ cm, e (c) $x = 1.50$ cm. (d) Trovare i tre valori più piccoli di x corrispondenti ai ventri.

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. Verificare per sostituzione diretta che la funzione d'onda per un'onda stazionaria data dall'Equazione 14.2,

$$y = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

è una soluzione della generale equazione lineare delle onde, l'Equazione 13.20:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

- 15.** Due onde sinusoidali che si propagano in versi opposti interferiscono per produrre un'onda stazionaria descritta da

$$y = 1.50 \operatorname{sen}(0.400x) \cos(200t)$$

dove x e y sono in m e t è in s. Determinare (a) la lunghezza d'onda, (b) la frequenza e (c) la velocità delle onde che interferiscono.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 16.** Due onde presenti simultaneamente su una corda lunga hanno una differenza di fase f tra loro sicché l'onda stazionaria formata dalla loro combinazione è descritta da

$$y(x, t) = 2A \operatorname{sen}\left(kx + \frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\phi}{2}\right)$$

- (a) Nonostante la presenza dell'angolo di fase f , è ancora vero che i nodi distano mezza lunghezza d'onda? Spiegare. (b) I nodi sono in alcun modo diversi da come sarebbero se ϕ fosse 0? Spiegare.

- 17.** Due altoparlanti identici sono azionati in fase dallo stesso oscillatore a 800 Hz e sono l'uno di fronte all'altro alla distanza di 1.25 m. Trovare i due punti lungo la retta che unisce i due altoparlanti dove sarebbero attesi dei minimi relativi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 14.3 Modello di analisi: onde sottoposte a condizioni al contorno

- 18.** Nel sistema mostrato in Figura P14.18, un oggetto può essere sospeso a una corda (con densità lineare di massa $\pi = 0.002$ kg/m) che passa attraverso una puleggia leggera. La corda è collegata a un vibratore (di frequenza costante f) e la lunghezza della corda fra il punto P e la puleggia è $L = 2.00$ m. Quando la massa m è o 16.0 kg oppure 25.0 kg, si osservano onde stazionarie; tuttavia, non si osservano onde stazionarie con qualsiasi massa compresa fra questi due valori. (a) Qual è la frequenza del vibratore? (Nota: più grande è la tensione della corda, minore è il numero di nodi dell'onda stazionaria). (b) Qual è il valore più grande della massa per il quale si possono osservare le onde stazionarie?

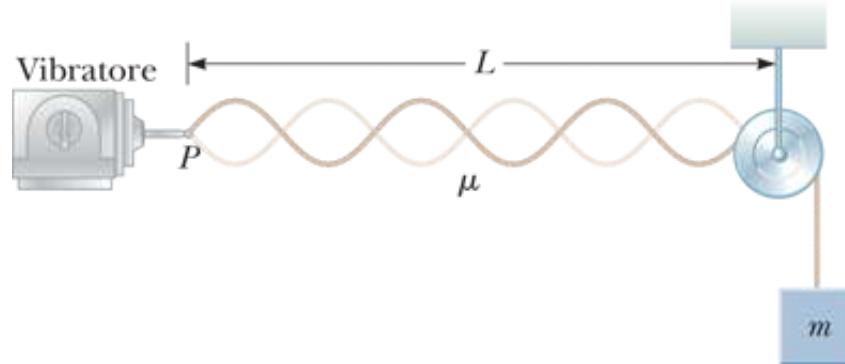


FIGURA P14.18

- 19.** Una corda lunga 30.0 cm con densità lineare di massa di 9.00×10^{-3} kg/m è tesa ad una tensione di 20.0 N. Trovare (a) la frequenza fondamentale e (b) le successive tre frequenze che potrebbero causare configurazioni di onde stazionarie sulla corda.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 20.** In un filo sottile di lunghezza 3.00 m si osserva una configurazione di onda stazionaria. L'equazione dell'onda è

$$y = (0.002\ 00 \text{ m}) \sin(\pi x) \cos(100\pi t)$$

dove x e y sono espressi in metri e t in secondi. (a) Quanti ventri mostra questa configurazione? (b) Qual è la frequenza fondamentale di vibrazione del filo? (c) E se? Se si mantiene costante la frequenza originaria e si aumenta la tensione del filo di un fattore 9, quanti ventri appaiono nella nuova configurazione?

- 21.** Una corda con massa $m = 8.00$ g e una lunghezza $L = 5.00$ m ha un estremo legato ad una parete; l'altro estremo passa sopra una puleggia piccola fissata a $d = 4.00$ m dalla parete ed è attaccato ad un oggetto sospeso di massa $M = 4.00$ kg come in Figura P14.21. Se la parte orizzontale della corda viene pizzicata, qual è la frequenza fondamentale della sua vibrazione?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

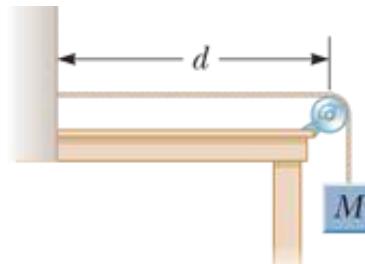


FIGURA P14.21

- 22.** La corda superiore di una chitarra ha una fondamentale di 330 Hz quando viene fatta vibrare liberamente lungo l'intera sua lunghezza di 64.0 cm dal collo al ponticello. Un tasto viene inserito per limitare le vibrazioni ai due terzi della

corda. (a) Se la corda è premuta sul tasto e pizzicata, qual è la nuova frequenza fondamentale? (b) **E se?** Il chitarrista può suonare una “armonica naturale” premendo delicatamente sul tasto e pizzicando la corda a circa 1/6 della sua lunghezza a partire dal ponticello. Quale frequenza si otterrà?

23. Una corda di lunghezza L , massa per unità di lunghezza m e tensione T sta vibrando alla sua frequenza fondamentale. Quale effetto si avrà sulla frequenza fondamentale se (a) la lunghezza della corda viene raddoppiata, tenendo costanti gli altri fattori? (b) la massa per unità di lunghezza viene raddoppiata, tenendo costanti gli altri fattori? (c) la tensione viene raddoppiata, tenendo costanti gli altri fattori?

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Un’onda stazionaria è generata in una corda di 120 cm fissata ad ambedue gli estremi. La corda vibra in quattro segmenti quando è eccitata a 120 Hz. (a) Determinare la lunghezza d’onda dell’onda. (b) Qual è la frequenza fondamentale della corda?

25. Problema di ricapitolazione. Una sfera di massa $M = 1.00 \text{ kg}$ è tenuta sollevata da una corda che passa sopra una puleggia alla fine di una bacchetta orizzontale di lunghezza $L = 0.300 \text{ m}$ (Fig. P14.25). La corda forma un angolo $\theta = 35.0^\circ$ colla bacchetta. La frequenza fondamentale delle onde stazionarie nella porzione di corda sopra la bacchetta è $f = 60.0 \text{ Hz}$. Trovare la massa della porzione di corda sopra la bacchetta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

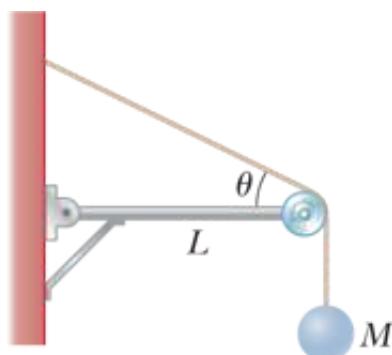


FIGURA P14.25 Problemi 25 e 26.

26. Problema di ricapitolazione. Una sfera di massa M è tenuta sollevata da una corda che passa sopra una puleggia all’estremo di una bacchetta orizzontale di lunghezza L (Fig. P14.25). La corda forma un angolo θ colla bacchetta. La frequenza fondamentale delle onde stazionarie nella porzione di corda sopra la bacchetta è f . Trovare la massa della porzione di corda sopra la bacchetta.

27. La corda di un violoncello vibra nel suo modo fondamentale con una frequenza di 220 Hz. La lunghezza della corda è 70.0 cm e la massa 1.20 g. (a)

Trovare la tensione della corda. (b) Determinare la frequenza della vibrazione che fa vibrare la corda in tre segmenti.

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Una corda di violino è lunga 0.350 m ed è accordata per suonare a $f_{\text{SOL}} = 392$ Hz. Quanto distante dall'estremo della corda deve porre il dito il violinista per suonare una nota di frequenza $f_{\text{LA}} = 440$ Hz? Se questa posizione deve rimanere precisa a metà della larghezza del dito (cioè entro 0.600 cm), di quale frazione la tensione della corda può variare al massimo?

Paragrafo 14.4 Onde stazionarie nelle colonne d'aria

29. Calcolare la lunghezza di un tubo che ha la frequenza fondamentale di 240 Hz se il tubo è (a) chiuso a una estremità e (b) chiuso a entrambe le estremità.

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. BIO Non metterti mai nulla nelle orecchie! Stima la lunghezza del tuo canale auricolare, dalla sua apertura all'orecchio esterno fino al timpano. Se consideri il canale come un tubo stretto aperto a un estremo e chiuso all'altro, per quale frequenza fondamentale, approssimativamente, ti aspetti che il tuo udito sia più sensibile? Spiega perché puoi udire specialmente suoni deboli intorno a questa frequenza.

31. Un tubo di vetro di lunghezza L (aperto a entrambi gli estremi) è posto vicino ad un altoparlante audio di frequenza $f = 680$ Hz. Per quali valori di L il tubo risuonerà con l'altoparlante?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. *Perché la seguente situazione è impossibile?* Uno studente sta ascoltando i suoni di una colonna d'aria lunga 0.730 m. Non sa se la colonna è aperta ad entrambi gli estremi o soltanto ad uno. Sente una risonanza della colonna alle frequenze di 235 Hz e 587 Hz.

33. Due frequenze naturali adiacenti di una canna d'organo sono fissate a 550 Hz e 650 Hz. Calcola (a) la frequenza fondamentale e (b) la lunghezza di questa canna d'organo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. La cabina di una doccia misura 86.0 cm X 86.0 cm X 210 cm. Se canti in una doccia, quali frequenze risulteranno esaltate (per risonanza) assumendo che la cabina si comporti come un tubo chiuso a entrambi gli estremi? Si assuma che la voce umana abbia un intervallo di frequenze tra 130 e 2 000 Hz e la velocità del suono nella cabina calda della doccia sia 355 m/s.

35. La frequenza fondamentale di una canna d'organo aperta corrisponde al do centrale (261.6 Hz sulla scala musicale cromatica). La terza risonanza di una canna d'organo chiusa ha la stessa frequenza. Qual è la lunghezza (a) della canna aperta e (b) della canna chiusa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Un tunnel sotto un fiume è lungo 2.00 km. (a) A quali frequenze può risuonare l'aria nel tunnel? (b) Spiegare se sarebbe bene vietare di suonare il clacson nel tunnel.

37. Come mostrato in Figura P14.37, dell'acqua viene pompata in un cilindro alto e verticale con una portata $R = 1.00 \text{ L/min}$. Il raggio del cilindro è $r = 5.00 \text{ cm}$, e sulla cima aperta del cilindro vibra un diapason di frequenza $f = 512 \text{ Hz}$. Mentre l'acqua sale, che intervallo di tempo passa tra due risonanze successive?

VISUALIZZA SOLUZIONE

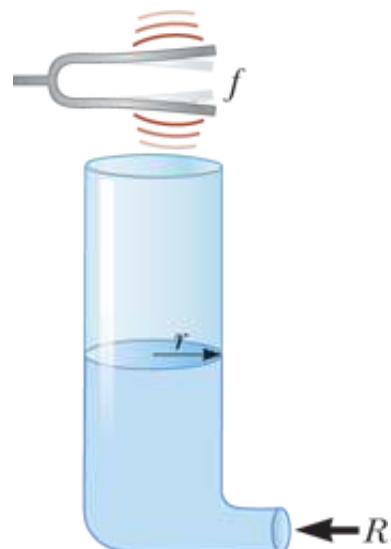


FIGURA P14.37 Problemi 37 e 38.

38. Come è mostrato in Figura P14.37, dell'acqua viene pompata dentro un lungo cilindro con un flusso di volume R . Il raggio del cilindro è r , e all'estremità superiore aperta del cilindro vi è un diapason che vibra alla frequenza f . Quando l'acqua sale, quanto tempo passa fra due risonanze consecutive?

39. BIO La trachea di una gru è lunga tipicamente 5.00 ft. Qual è la sua frequenza fondamentale se la immaginiamo come un tubo chiuso ad una estremità? Assumi che la temperatura dell'aria sia 37 °C.

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Un diapason di frequenza $f = 512$ Hz è posto vicino alla sommità del tubo mostrato in Figura P14.40. Il livello dell'acqua è abbassato sicché la lunghezza L aumenta lentamente dal valore iniziale di 20.0 cm. Determinare i successivi due valori di L che corrispondono a modi risonanti.

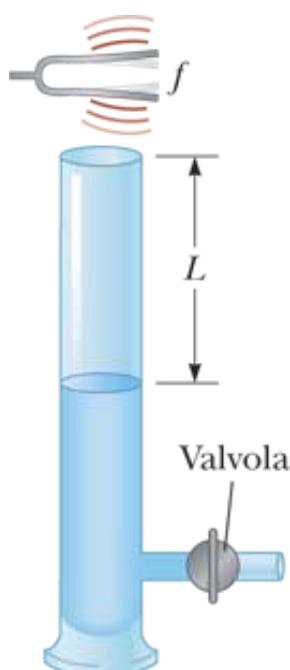


FIGURA P14.40

41. Un flauto, con una opportuna diteggiatura, produce una nota con frequenza 880 Hz a 20.0 °C. Il flauto è aperto ad entrambe le estremità. (a) Trovate la lunghezza della colonna d'aria. (b) Trovate la frequenza della stessa nota all'inizio della seconda parte dello spettacolo ad una partita di american football, in tarda stagione, quando la temperatura ambiente è – 5.00 °C e il flautista non ha avuto la possibilità di scaldare il flauto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. La lunghezza complessiva di un ottavino è 32.0 cm. La colonna d'aria che risuona è aperta ad entrambe le estremità. (a) Trovare la frequenza della nota più bassa che l'ottavino può suonare, [assumendo che la velocità del suono sia 340 m/s]. (b) Aprendo i buchi sullo strumento, si può accorciare la lunghezza della colonna d'aria risonante. Se la nota più alta che l'ottavino può suonare è 4 000 Hz, trovare la distanza tra due ventri adiacenti per questa nota.

43. Un tubo di vetro è aperto a un estremo e chiuso all'altro da un pistone mobile. Il tubo è riempito di aria più calda di quella dell'ambiente, e un diapason a 384 Hz è tenuto sopra l'estremità aperta. Si ode una risonanza quando il pistone si

trova a $d_1 = 22.8$ cm dall'estremità aperta, e di nuovo quando si trova a $d_2 = 68.3$ cm dall'estremità aperta. (a) Quale velocità del suono implicano questi dati? (b) Quanto disterà dall'apertura il pistone quando si sentirà la successiva risonanza?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 14.5 Battimenti: interferenza temporale

44. Mentre si adopera per accordare la nota do a 523 Hz, un accordatore ode 2.00 battimenti/s fra un oscillatore di riferimento e la corda. (a) Quali sono le frequenze possibili della corda? (b) Quando si tende leggermente la corda, si odono 3.00 battimenti/s. Qual è adesso la frequenza della corda? (c) Di quale percentuale dovrebbe ora l'accordatore di pianoforte variare la tensione della corda per ottenere l'accordo?

45. In certi intervalli di frequenze nella tastiera di un pianoforte, più corde della stessa nota sono accordate insieme per aumentare il volume del suono. Ad esempio, la nota a 110 Hz ha due corde così accordate. Se una corda scivola dalla sua tensione normale di 600 N a 540 N, quale frequenza di battimento si sentirà quando le due corde sono percosse simultaneamente dal martelletto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Problema di ricapitolazione. Uno studente tiene in mano un diapason che oscilla a 256 Hz. Egli cammina verso una parete a una velocità costante di 1.33 m/s. (a) Quale frequenza di battimenti osserva tra il diapason e la sua eco? (b) Quanto velocemente deve camminare allontanandosi dalla parete per osservare una frequenza di battimenti di 5.0 Hz?

Paragrafo 14.6 Configurazioni d'onda non sinusoidali

47. Un accordo di la maggiore si ottiene con le note chiamate la, do diesis e mi. Può essere ottenuto al pianoforte colpendo contemporaneamente corde con frequenze fondamentali pari a 440.00 Hz, 554.37 Hz e 659.26 Hz. La spiccata consonanza dell'accordo deriva dal fatto che alcune delle armoniche superiori dei tre toni hanno frequenze vicine. Considera le prime 5 armoniche di ciascuna corda e determina quali armoniche sono vicine in frequenza.

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Supponiamo che un suonatore di flauto suoni un do a 523 Hz con un'ampiezza di spostamento della prima armonica $A_1 = 100$ nm. Dalla Figura 14.14b valuta, in proporzione, le ampiezze di spostamento dall'armonica 2 alla 7. Prendi questi come valori di A_2 ad A_7 nell'analisi di Fourier del suono, e assumi che $B_1 = B_2 = \dots = B_7 = 0$. Costruisci un grafico della forma d'onda del suono. La

forma d'onda costruita non sembrerà esattamente simile alla forma d'onda del flauto in Figura 14.13b poiché si è semplificato trascurando i termini in coseno; nondimeno, essa produce la stessa sensazione per l'udito umano.

Paragrafo 14.7 Orecchio e teorie di percezione del tono

49. BIO Alcuni studi suggeriscono che il limite superiore di frequenza dell'udito è determinato dal diametro del timpano. La lunghezza d'onda dell'onda sonora e il diametro del timpano sono approssimativamente uguali in questo limite superiore. Se la relazione vale esattamente, qual è il diametro del timpano di una persona capace di sentire 20 000 Hz? (Assumere una temperatura corporea di 37.0 °C)

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. BIO Se un canale auricolare umano si può pensare come simile ad una canna d'organo, chiusa ad un'estremità, che risuona ad una frequenza fondamentale di 3 000 Hz, qual è la lunghezza del canale? Usare una temperatura corporea normale di 37 °C per determinare la velocità del suono nel canale.

Paragrafo 14.8 Collegamento al contesto: costruzione sui ventri

51. Un terremoto può produrre una sessa in un lago, nel quale l'acqua fluttua avanti e indietro da un estremo all'altro con notevole ampiezza e lungo periodo. Si consideri una sessa prodotta in uno stagno di una fattoria. Supponiamo che lo stagno sia lungo 9.15 m e abbia larghezza e profondità uniformi. Si misura che un impulso prodotto a un estremo raggiunge l'altro estremo in 2.50 s. (a) Qual è la velocità dell'onda? (b) Quale dovrebbe essere la frequenza del moto del terreno per produrre una sessa che sia un'onda stazionaria con ventri a ciascun estremo dello stagno e un nodo al centro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. La baia di Fundy, in Nuova Scozia, ha la marea più alta del mondo. Si assuma che nel mezzo dell'oceano e all'imboccatura della baia, il gradiente della gravità lunare e la rotazione terrestre facciano oscillare la superficie dell'acqua con un'ampiezza di alcuni centimetri e un periodo di 12 ore e 24 minuti. In testa alla baia, l'ampiezza è di alcuni metri. Si assume che la baia abbia una lunghezza di 210 km e una profondità uniforme di 36.1 m. La velocità delle onde lunghe dell'acqua è data da $\nu = \sqrt{gd}$, dove d è la profondità dell'acqua. Argomentare a favore o contro l'affermazione che la marea sia amplificata da una risonanza di onda stazionaria.

Problemi generali

53. Su una marimba (Fig. P14.53), la sbarretta di legno che suona una nota quando viene percossa, vibra come un'onda stazionaria trasversale con tre ventri

e due nodi. La frequenza più bassa è 87.0 Hz, prodotta da una sbarretta lunga 40.0 cm. (a) Trovare la velocità delle onde trasversali sulla sbarretta. (b) Il livello sonoro emesso è amplificato da una canna risonante sospesa verticalmente sotto il centro della sbarretta. Se la canna è aperta solamente all'estremità superiore (e la velocità del suono è 340 m/s), qual è la lunghezza della canna richiesta per risuonare con la sbarretta della parte (a)?

VISUALIZZA SOLUZIONE



© ArenaPal/Topham/The Image Works. Riproduzione concessa

FIGURA P14.53

54. Suoni ad alta frequenza si possono usare per produrre onde stazionarie in un bicchiere da vino. Si osserva che un'onda stazionaria in un bicchiere da vino ha 4 nodi e 4 ventri equidistanziati sulla circonferenza di 20.0 cm del bordo del bicchiere. Se onde trasversali si muovono intorno al bicchiere a 900 m/s, un cantante d'opera dovrebbe produrre un armonico acuto con quale frequenza per spaccare il bicchiere con una vibrazione risonante come mostrato in Figura P14.54?



Steve Bronte/Stone/Getty Images

FIGURA P14.54

55. Un filo di 0.010 o kg lungo 2.00 m è fissato ad entrambi gli estremi e vibra nel suo modo più semplice sotto una tensione di 200 N. Quando un diapason viene posto vicino al filo, si sente una frequenza di battimenti di 5.00 Hz. (a) Quale potrebbe essere la frequenza del diapason? (b) Quale dovrebbe essere la tensione nel filo se i battimenti devono sparire?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

56. Una corda di nylon ha massa 5.50 g e lunghezza $L = 86.0 \text{ cm}$. Una estremità è legata al pavimento e l'altra ad un piccolo insieme di ruote attraverso un buco in un binario su cui le ruote si muovono (Fig. P14.56). Le ruote hanno una massa che è trascurabile rispetto a quella della corda, e rotolano senza attrito sul binario così che l'estremità superiore della corda è sostanzialmente libera. All'equilibrio la corda è verticale e immobile. Quando la corda è interessata da un'onda di piccola ampiezza, si può assumere che la corda si trovi comunque sottoposta a tensione costante (1.30 N). (a) Trovare la velocità delle onde trasversali sulla corda. (b) Le possibilità di vibrazione della corda sono un insieme di stati di onde stazionarie, ciascuno con un nodo all'estremità inferiore e un ventre all'estremità superiore libera. Trovare la distanza nodo-ventre per ciascuno dei tre stati più semplici. (c) Trovare la frequenza per ciascuno di questi stati.

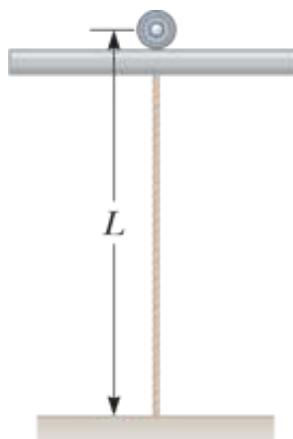


FIGURA P14.56

57. Problema di ricapitolazione. Due fischi di treni hanno la stessa frequenza di 180 Hz . Quando un treno è fermo in stazione e l'altro si muove nelle vicinanze, un pendolare sul binario della stazione sente una frequenza di battimenti di $2.00 \text{ battimenti/s}$ quando i fischi operano insieme. Quali due possibili velocità e direzioni può avere il treno in movimento?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

58. Due onde sono descritte dalle funzioni d'onda

$$y_1(x, t) = 5.00 \sin(2.00x - 10.0t)$$

$$y_2(x, t) = 10.0 \cos(2.00x - 10.0t)$$

dove y_1 , y_2 , e x sono espressi in metri e t in secondi. (a) Mostrare che l'onda risultante dalla loro sovrapposizione è sinusoidale. (b) Determinare l'ampiezza e l'angolo di fase di quest'onda sinusoidale.

59. Due fili sono saldati insieme. I fili sono dello stesso materiale, ma uno ha diametro doppio dell'altro. Essi sono sottoposti a una tensione di 4.60 N . Il filo sottile ha una lunghezza di 40.0 cm e una densità lineare di massa di 2.0 g/m . Il

sistema è vincolato a entrambi gli estremi e vibra in modo tale che due ventri siano presenti con il nodo centrale posizionato proprio alla saldatura. (a) Qual è la frequenza di vibrazione? (b) Quanto è lungo il filo grosso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Problema di ricapitolazione. Per il sistema mostrato in Figura P14.60 il piano inclinato e la puleggia sono privi d'attrito, la corda sostiene l'oggetto di massa M sul fondo del piano, e la corda ha una massa m (che è piccola rispetto a M). Il sistema è in equilibrio e la parte verticale della corda ha una lunghezza h . Vogliamo studiare le onde stazionarie generate nella sezione verticale della corda. (a) Quale modello di analisi descrive l'oggetto di massa M ? (b) Quale modello di analisi descrive le onde sulla parte verticale della corda? (c) Trovare la tensione della corda. (d) Assumere la forma della corda come un cateto e l'ipotenusa di un triangolo rettangolo. Trovare la lunghezza totale della corda. (e) Trovare la massa per unità di lunghezza della corda. (f) Trovare la velocità dell'onda nella corda. (g) Trovare la frequenza più bassa per un'onda stazionaria nella parte verticale della corda. (h) Valutare questo risultato per $M = 1.50 \text{ kg}$, $m = 0.750 \text{ g}$, $h = 0.500 \text{ m}$ e $\theta = 30.0^\circ$. (i) Trovare il valore numerico per la frequenza più bassa di un'onda stazionaria sulla parte inclinata della corda.

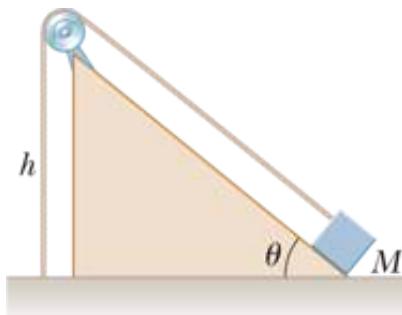


FIGURA P14.60

61. Uno studente usa un oscillatore radio a frequenza variabile per misurare la profondità di un pozzo. Lo studente ascolta due successive risonanze a 51.87 Hz e 59.85 Hz. (A) Quant'è profondo il pozzo? (b) Quanti ventri ci sono nell'onda stazionaria a 51.87 Hz?

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Un'onda stazionaria è prodotta in una corda di lunghezza e tensione variabile, da un oscillatore di frequenza variabile. Le due estremità della corda sono fissate. Quando la frequenza dell'oscillatore è f in una corda di lunghezza L e tensione T , ci sono n ventri. (a) Se la lunghezza della corda è raddoppiata, di quale fattore bisognerebbe cambiare la frequenza per avere lo stesso numero di ventri? (b) Se la frequenza e la lunghezza rimangono costanti, quale tensione produrrà $n + 1$ ventri? (c) Se la frequenza è triplicata e la lunghezza della corda è dimezzata, di quale fattore dovrebbe essere cambiata la tensione per produrre un numero di ventri due volte maggiore?

63. Problema di ricapitolazione. Un oggetto di 12.0 kg è appeso in equilibrio a una corda di lunghezza totale $L = 5.00 \text{ m}$ e densità lineare di massa $m = 0.001 \text{ kg/m}$. La corda è avvolta attorno a due pulegge leggere e prive d'attrito che

sono distanti $d = 2.00$ m (Fig. P14.63a). (a) Determinare la tensione della corda. (b) A quale frequenza dovrebbe vibrare la corda fra le pulegge per poter generare la configurazione di onda stazionaria mostrata in Figura P14.63b?

VISUALIZZA SOLUZIONE

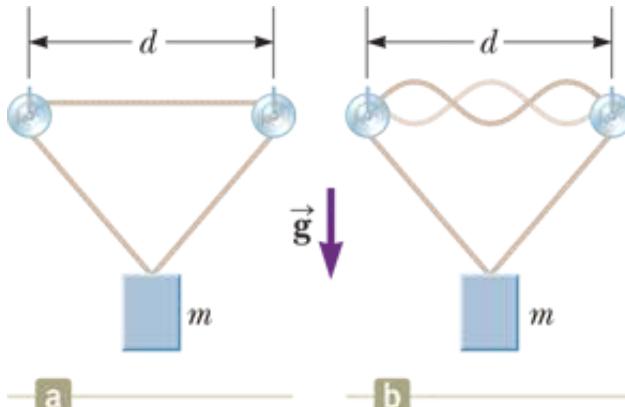


FIGURA P14.63 Problemi 63 e 61.

64. Problema di ricapitolazione. Un oggetto di massa m è appeso in equilibrio a una corda di lunghezza totale L e densità lineare di massa μ . La corda è avvolta attorno a due pulegge leggere e prive d'attrito che sono distanti d (Fig. P14.63a). (a) Determinare la tensione della corda. (b) A quale frequenza dovrebbe vibrare la corda fra le pulegge per poter generare la configurazione di onda stazionaria mostrata in Figura P14.63b?

65. Una corda lunga 0.400 m ha una massa per unità di lunghezza di 9.00×10^{-3} kg/m. Quale dovrebbe essere la tensione della corda affinché la sua seconda armonica abbia la stessa frequenza del secondo modo di risonanza di un tubo lungo 1.75 m aperto a un estremo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

66. Problema di ricapitolazione. Un altoparlante nella parte anteriore di una stanza e un identico altoparlante nella parte posteriore della stanza sono azionati dallo stesso oscillatore a 456 Hz. Una studentessa cammina alla velocità costante di 1.50 m/s lungo la stanza. Sente un singolo tono diventare ripetutamente più intenso e meno intenso. (a) Considera queste variazioni come battimenti tra i suoni che riceve la studentessa tenendo conto dello spostamento Doppler. Calcola il numero di battimenti al secondo che la studentessa ascolta. (b) Assumi che i due altoparlanti producano onde stazionarie nella stanza e assumi che la studentessa cammini tra i ventri dell'onda stazionaria. Calcola il numero di massimi di intensità che la studentessa ascolta nell'unità di tempo.

67. Un orologio al quarzo contiene un cristallo oscillatore nella forma di un blocco di quarzo che vibra contraendosi ed espandendosi. Un circuito elettrico fornisce energia per mantenere l'oscillazione e conta anche gli impulsi di tensione per calcolare il tempo. Due facce opposte del blocco, distanti 7.05 mm, sono dei ventri e si muovono alternativamente avvicinandosi e allontanandosi reciprocamente. Il piano intermedio fra loro è un nodo di vibrazione. La velocità del suono nel quarzo è pari a 3.70 km/s. Trovare la frequenza di vibrazione.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

68. Problema di ricapitolazione. Si consideri l'apparato mostrato in Figura P14.68a, dove l'oggetto appeso ha massa M e la corda sta vibrando nella sua seconda armonica. La lama vibrante a sinistra mantiene una frequenza costante. Il vento comincia a soffiare verso destra applicando un forza orizzontale costante \vec{F} sull'oggetto appeso. Qual è l'intensità della forza che il vento deve applicare all'oggetto appeso per far sì che la corda vibri nella sua prima armonica come mostrato in Figura 14.68b?

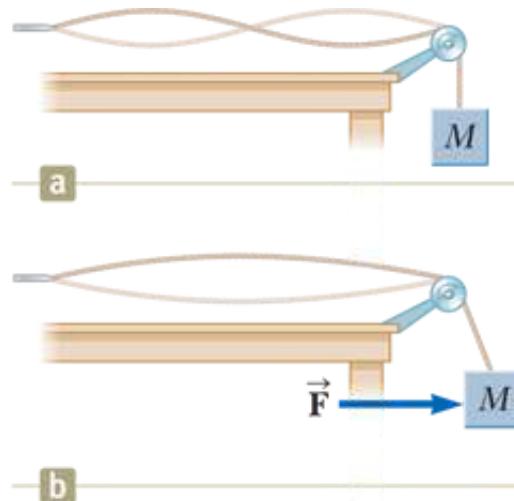


FIGURA P14.68

69. Una corda (massa = 4.80 g, lunghezza = 2.00 m, tensione = 48.0 N), fissa a entrambi gli estremi, vibra nel suo secondo ($n = 2$) modo armonico. (a) La lunghezza d'onda in aria del suono emesso dalla corda vibrante è più grande o più piccola della lunghezza d'onda dell'onda nella corda? (b) Qual è il rapporto tra la lunghezza d'onda del suono emesso da questa corda vibrante e la lunghezza d'onda dell'onda nella corda?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Contesto 3

CONCLUSIONI

Abbiamo esplorato la fisica delle vibrazioni e le onde. Ritorniamo, ora, alla nostra domanda centrale per il Contesto *Terremoti*.

Come scegliere la posizione e come determinare la struttura delle costruzioni per minimizzare il rischio di danni durante un terremoto?

Per rispondere a questa domanda, useremo i principi fisici che ora abbiamo compreso più chiaramente e li applicheremo alla scelta delle località e dei progetti strutturali.

Nella nostra discussione dell'oscillazione armonica semplice, abbiamo studiato la risonanza. Per quel che riguarda la sicurezza sismica, la risonanza è uno dei fattori più importanti da prendere in considerazione nel progettare un edificio. Chi progetta strutture da costruire nelle aree soggette ai terremoti ha bisogno di prestare particolare attenzione alle vibrazioni di risonanza dovute alla scossa del suolo. Le caratteristiche di progetto da considerare includono la garanzia che la frequenza di risonanza della costruzione non si accordi con le frequenze tipiche dei terremoti. In più, i dettagli delle strutture dovrebbero includere un sufficiente smorzamento per garantire che l'ampiezza della vibrazione di risonanza non distrugga l'edificio.

La risonanza è una considerazione primaria per il progetto di una struttura; e che dire, come suggerito dalla nostra domanda centrale, della *posizione* della struttura? Nel Capitolo 13, abbiamo discusso il ruolo del mezzo nella propagazione delle onde. Per le onde sismiche che si muovono attraverso la superficie terrestre, il terreno sulla superficie è il mezzo. Poiché il suolo varia da un posto all'altro, la velocità delle onde sismiche varierà in posti diversi. Una situazione particolarmente pericolosa si verifica per strutture costruite su terreni franosi o fangosi. In questi tipi di mezzi, le forze fra le particelle sono molto più deboli che in una base più solida come un substrato di granito. Di conseguenza, la velocità dell'onda è minore nei terreni franosi che in substrati rocciosi.



© Lloyd Cluff/CORBIS

FIGURA 1 Porzioni del doppio piano stradale dell'autostrada Nimitz presso Oakland, in California, collassata durante il terremoto di Loma Prieta del 1989.

Consideriamo l'Equazione 13.24, che fornisce un'espressione per il tasso di energia trasferita dall'onda. Questa equazione è stata ricavata per le onde nelle corde, ma la proporzionalità alla velocità al quadrato dell'ampiezza è generale. Per la conservazione dell'energia, la potenza trasferita da un'onda deve rimanere costante indipendentemente dal mezzo. Quindi, secondo l'Equazione 13.24, se la velocità dell'onda diminuisce, come avviene per le onde sismiche che passano dalla roccia a un terreno franoso, l'ampiezza deve aumentare. Conseguentemente, l'oscillazione delle strutture costruite su terreni franosi ha un'ampiezza maggiore di quelle costruite su substrati rocciosi.

Questo fattore ha contribuito al crollo dell'autostrada Nimitz durante il terremoto di Loma Prieta, vicino San Francisco, nel 1989. La Figura 1 mostra le conseguenze del terremoto sull'autostrada. La porzione di autostrada che crollò era costruita su un terreno fangoso, ma la parte che resistette era costruita su roccia. L'ampiezza dell'oscillazione nella parte costruita sul fango fu più di cinque volte maggiore dell'ampiezza delle altre parti.



FIGURA 2 Una stazione di polizia s'inclina da un lato a causa della liquefazione del suolo sottostante durante il terremoto Giapponese del Marzo 2011.

Un altro pericolo per le strutture sui suoli franosi è la possibilità di liquefazione del suolo. Quando il suolo è scosso, le particelle si possono muovere l'una rispetto all'altra, e il suolo tende a comportarsi come un liquido invece che come un solido. È possibile che le strutture affondino nel terreno durante un terremoto. Se la liquefazione non è uniforme nelle fondamenta della struttura, essa può deviare dalla sua orientazione verticale, come visto nel caso della stazione di polizia giapponese in Figura 2. In alcuni casi, gli edifici possono ribaltarsi completamente, come è successo ad alcuni appartamenti durante un terremoto giapponese nel 1964. Come risultato, anche se le vibrazioni del terremoto non fossero sufficienti per danneggiare la struttura, essa sarà inutilizzabile nella sua posizione inclinata. Come abbiamo discusso nel Paragrafo 14.8, la costruzione di edifici od altre strutture in luoghi in cui si possono stabilire delle onde sismiche stazionarie è pericolosa. Tale costruzione fu un fattore nel terremoto di Michoacán del 1985. La forma del substrato roccioso sotto Città del Messico generò delle onde stazionarie con gravi danni per le costruzioni poste sui ventri.



FIGURA 3 Danno a una costruzione di garage a Christchurch, Nuova Zelanda, dopo il terremoto di magnitudo 6.3 del 22 Febbraio 2011. Il garage non aveva installati gli smorzatori per isolarlo dal suolo.

In conclusione, per minimizzare il rischio di danni in un terremoto, gli architetti e gli ingegneri devono progettare le strutture per prevenire risonanze distruttive, evitare di costruire su terreni franosi, e porre attenzione alla formazione di rocce sotterranee così da esser coscienti delle possibili configurazioni di onda stazionaria. Si possono prendere altre precauzioni. Per esempio, gli edifici possono essere costruiti con **isolamento sismico** dal suolo. Questo metodo include la costruzione della struttura su **appoggi assorbenti**, cuscinetti pesanti che smorzano le oscillazioni della costruzione, riducendo l'ampiezza delle vibrazioni. La Figura 3 mostra i risultati del terremoto del 2011 a Christchurch, Nuova Zelanda, su un edificio che non aveva sfruttato gli smorzatori isolanti. Molti edifici più vecchi sono stati modernizzati con smorzatori, inclusi diversi edifici in California (Los Angeles City Hall, San Francisco City Hall, Oakland City Hall) come anche in altre parti del mondo, come gli Edifici del Parlamento della Nuova Zelanda. Misure aggiuntive includono smorzatori accordati, come quello nella fotografia di apertura del Capitolo 12, capriate di taglio, rinforzi esterni ed altre tecniche.

Non ci siamo addentrati in molte altre considerazioni per la sicurezza dai terremoti nelle strutture, ma siamo stati capaci di applicare molti dei concetti su oscillazioni e onde per comprendere alcuni aspetti delle scelte logiche per il posizionamento e la progettazione delle strutture.

Problemi

1. Per le onde sismiche che si dipartono da un punto (l'epicentro) sulla superficie terrestre, l'intensità delle onde diminuisce con la distanza con una proporzionalità inversa. Ovvero, l'intensità dell'onda è proporzionale a $1/r$, dove r è la distanza dall'epicentro al punto di osservazione. Questa regola si applica se il mezzo è uniforme. L'intensità dell'onda è proporzionale al tasso di trasferimento di energia per l'onda. Abbiamo anche mostrato che l'energia delle vibrazioni di un oscillatore è proporzionale al quadrato dell'ampiezza di vibrazione dell'oscillatore. Supponiamo che si verifichi un terremoto, e, a una distanza di 10 km dall'epicentro, l'ampiezza della scossa nel suolo sia 5.0 cm. Se il mezzo è uniforme, qual è l'ampiezza della scossa nel suolo in un punto distante 20 km dall'epicentro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Come riferito nel testo, le ampiezze di oscillazione durante il terremoto di Loma Prieta del 1989 furono cinque volte maggiori nelle aree fangose rispetto a quelle rocciose. Da questa informazione, stimare la percentuale con la quale la velocità delle onde sismiche è variata quando le onde si sono propagate dalla roccia al fango. Trascura la riflessione di energia delle onde ed i cambiamenti di densità dei due mezzi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

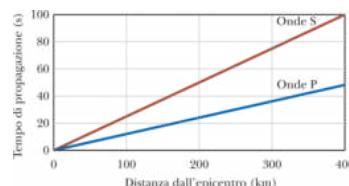


FIGURA 4 Un grafico del tempo di propagazione in funzione della distanza dall'epicentro per onde P ed S.

3. La Figura 4 è una rappresentazione grafica del tempo di propagazione delle onde P ed S dall'epicentro di un terremoto ad un sismografo in funzione della distanza percorsa dall'onda. La tabella che segue mostra l'orario del giorno misurato per l'arrivo delle onde P di un terremoto in tre stazioni sismografiche. Nell'ultima colonna, inserire l'ora di arrivo delle onde S nelle tre stazioni sismografiche.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Stazione sismografica	Distanza da epicentro (km)	Onda P Tempo di arrivo	Onda S Tempo di arrivo
#1	200	15:46:06	
#2	160	15:46:01	
#3	105	15:45:54	

Contesto 4

Attacchi di cuore

Durante una vita media, i battiti del cuore umano sono oltre tre miliardi e il pompaggio è di oltre 1 milione di barili di sangue (ci sono 42 galloni, o 159 litri, in un barile). Questo ritmo di vita, tuttavia, è a volte interrotto da un attacco di cuore o un infarto del miocardio (com'è indicato in ambito medico), una delle principali cause di morte nel mondo. Un attacco di cuore si verifica quando c'è un'interruzione nel flusso di sangue nel cuore, spesso con conseguente danno permanente a questo organo vitale. Il termine *malattia cardiovascolare* (CVD) si riferisce a malattie che colpiscono il cuore e i vasi sanguigni. La Figura 1 mostra la prevalenza di morti attribuite a malattie cardiovascolari e il numero totale di decessi l'anno per 100 000 uomini di età 35-74 anni in parecchi Paesi sviluppati. La percentuale di tutte le morti dovute a CVD varia da un minimo di 19.7% in Francia al 48% per la Federazione Russa. Le malattie cardiovascolari rappresentano il 31% di tutte le cause di morte negli Stati Uniti ogni anno per gli uomini di 35-74 anni. Il corrispondente tasso per le donne nella stessa fascia di età è del 25%. Il *sistema cardiovascolare* umano, o *sistema circolatorio*, è stato oggetto di interesse scientifico per millenni. Il papiro Ebers del XVI secolo a.C. ha proposto una connessione tra il cuore e le arterie. Nel secondo secolo, Galeno, un importante medico greco, famoso per aver tentato interventi chirurgici di cataratta, identificò i ruoli del sangue portato da arterie e vene. Ibn Al-Nafis, un medico arabo del XIII secolo, ha correttamente descritto il sistema di circolazione polmonare, la porzione del sistema cardiovascolare che trasporta il sangue dal cuore ai polmoni e viceversa. A William Harvey, che sviluppò il lavoro dei suoi predecessori, è attribuita la scoperta e la descrizione quasi completa del sistema circolatorio, pubblicata nel 1628, e la scoperta che il cuore è responsabile del pompaggio del sangue in tutto il corpo. Harvey ha spiegato correttamente i ruoli della circolazione polmonare nell'ossigenazione del sangue e nello smaltimento dell'anidride carbonica prodotta dal metabolismo cellulare e della circolazione sistemica (vedi Fig. 2) nel trasporto di sangue ossigenato agli organi vitali.

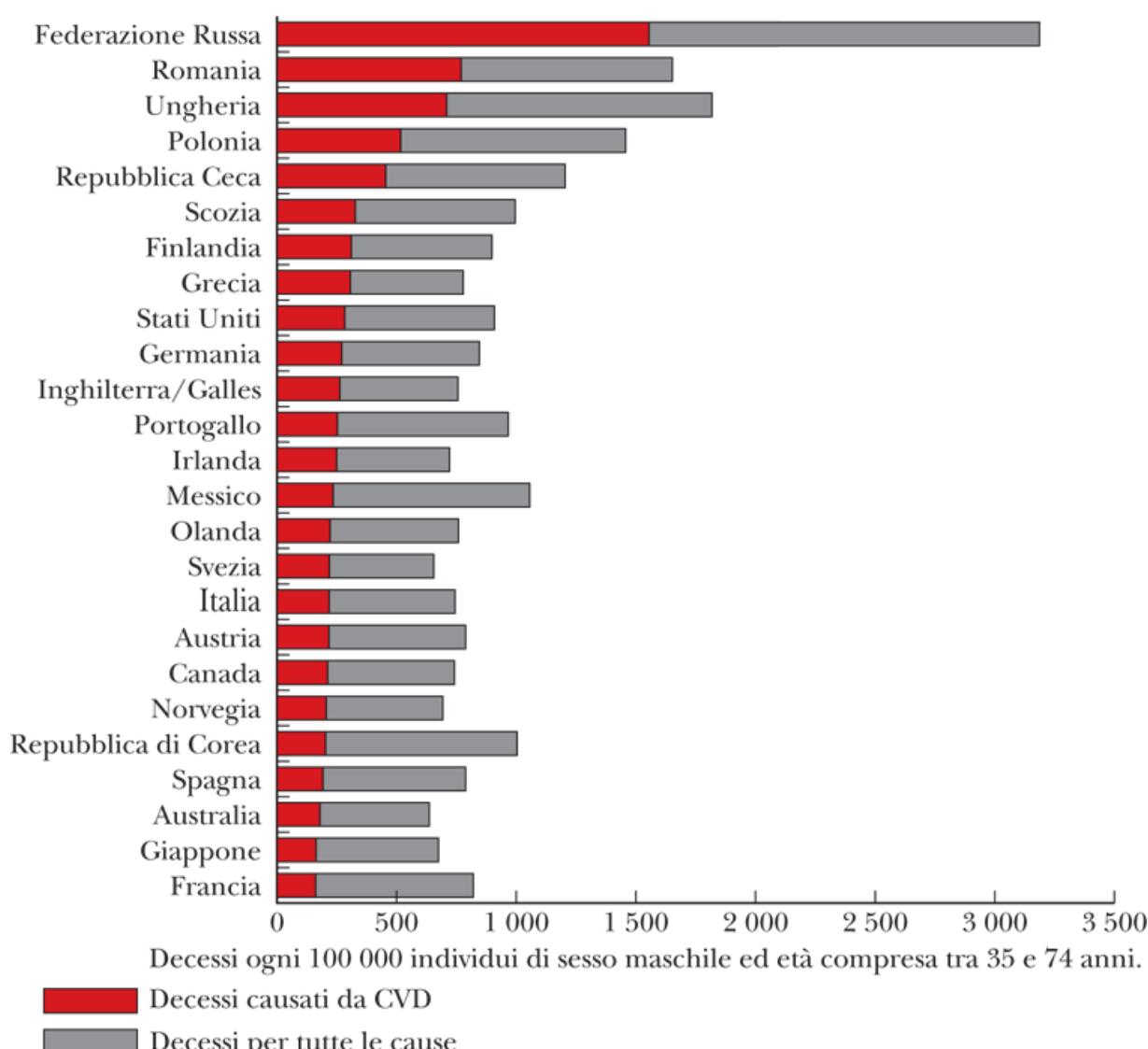


FIGURA 1 Decessi ogni 100 000 individui, causati ogni anno da malattie cardiovascolari (in rosso) e da tutte le cause (in grigio) nei Paesi indicati. La percentuale più elevata di decessi causati da malattie cardiovascolari sul totale di decessi si riscontra nella Federazione Russa. [Grafico tratto dalla Tabella 2-3, p. e42, Tassi di morte internazionali (revisione del 2008): tasso di decessi per tutte le malattie cardiovascolari, malattie coronariche, ictus, e decessi totali in Paesi selezionati (dati relativi agli anni più recenti disponibili), da "Writing group members" et al. per il Comitato statistiche, Sottocomitato Ictus dell'American Heart Association, "Heart Disease and Stroke Statistics - 2009 Update: A Report From the American Heart Association Statistics Committee and Stroke Statistics Subcommittee" *Circulation* 119 (3): e21-e181.]

Durante il pompaggio di sangue ossigenato attraverso le sue camere, il cuore si basa su una rete di vasi e capillari, che circondano la sua superficie esterna, per il proprio consumo di ossigeno, ed è il terzo più grande consumatore di ossigeno nel corpo umano (circa il 12% dell'ossigeno totale assunto), dopo il fegato (20%) e il cervello (18%). La Figura 3 mostra la superficie del cuore e la rete di vasi sanguigni che forniscono ossigeno al cuore.

Possiamo identificare diversi esempi di sistemi il cui corretto funzionamento dipende dal flusso di fluidi. Ad esempio, se un tubo dell'acqua in una casa si rompe, l'approvvigionamento idrico di lavandini, docce e lavatrici ne risente. Se una linea idraulica del sistema di freno di un'automobile si rompe, i freni potrebbero non funzionare. In un simile confronto, un difetto nei vasi sanguigni che altera il flusso di sangue al cuore può causare una serie di pericolosi condizioni mediche, tra cui gli attacchi di cuore.

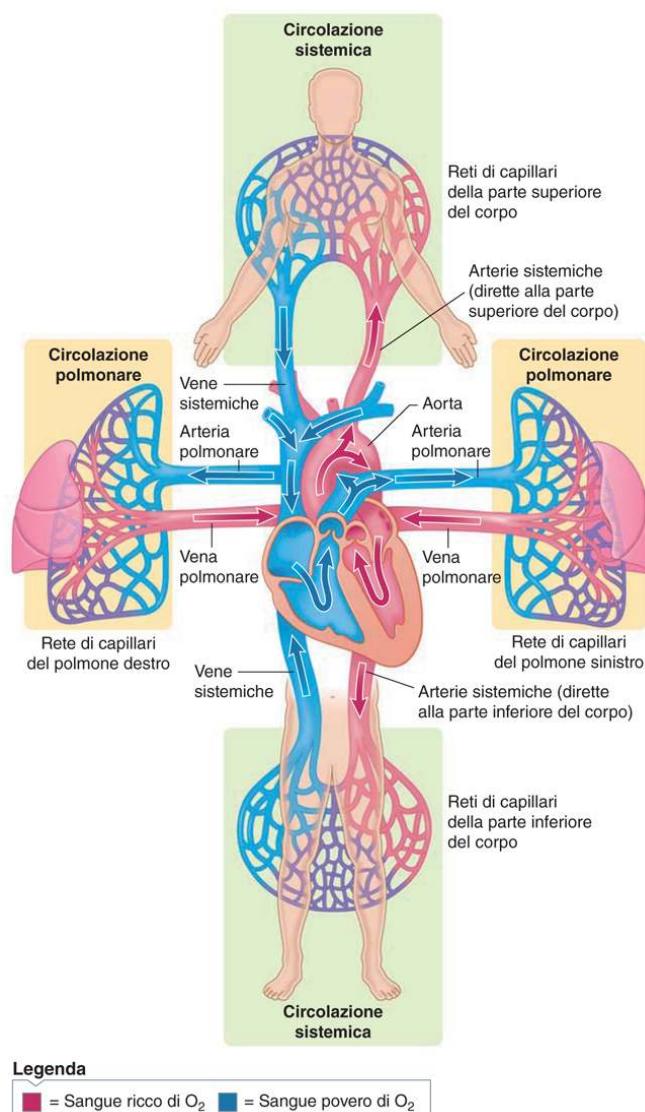


FIGURA 2 Il sistema circolatorio umano è costituito da due anelli separati. La circolazione polmonare permette lo scambio di sangue tra cuore e polmoni. La circolazione sistematica permette lo scambio di sangue tra il cuore e gli altri organi della corpo. (Da Sherwood, *Fundamentals of Human Physiology*, IV ed., 2012, Brooks/Cole, Fig. 9.1, p. 230)

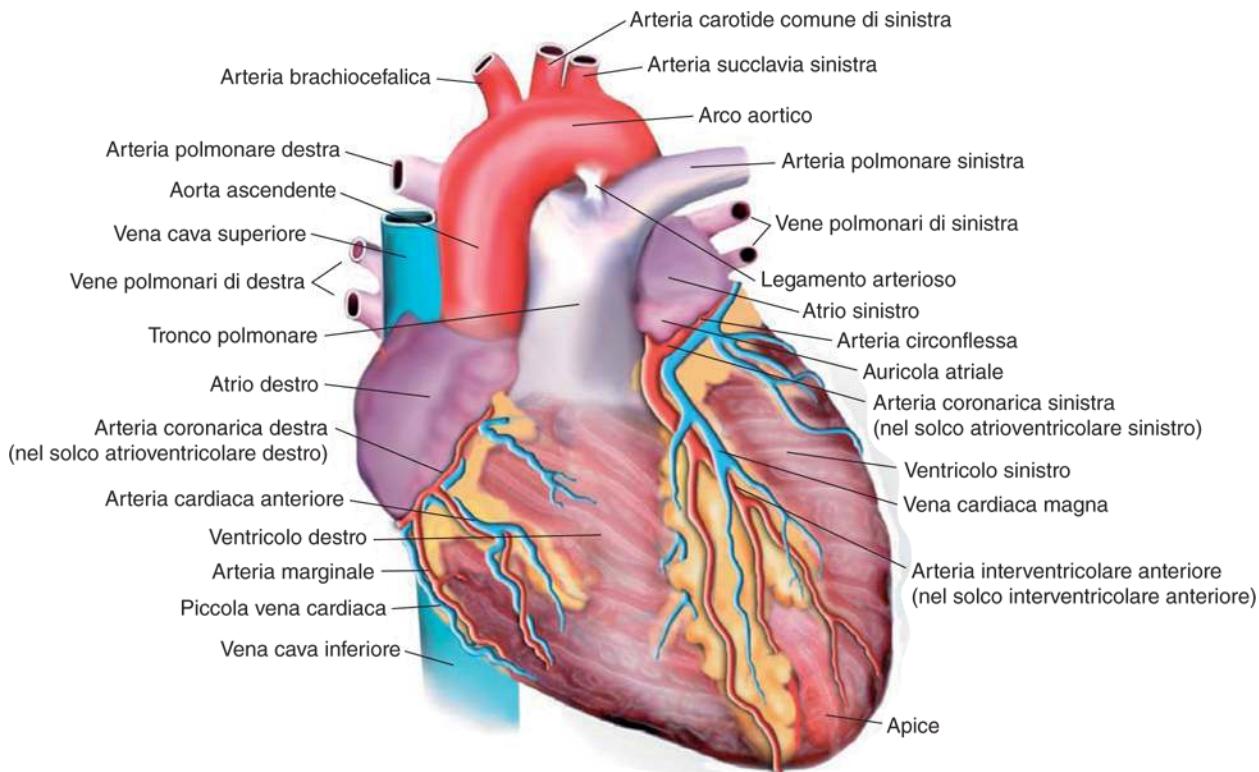


FIGURA 3 Il cuore umano. In questo diagramma, vediamo le sezioni dei principali vasi sanguigni che trasportano il sangue al resto del corpo, così come il sistema di vasi che fornisce sangue al cuore stesso [da Des Jardins, *Cardiopulmonary Anatomy and Physiology: Essentials for Respiratory Care*, V ed., 2008, Delmar, p. 189 (Fig. 5-2, A)].

Anche se gli attacchi di cuore sono avvenimenti improvvisi, nella maggior parte dei casi sono la conseguenza di anni di accumulo di placca nelle arterie. Durante un attacco di cuore, la placca nella rete arteriosa del cuore si distacca, con conseguente formazione di un coagulo di sangue che può causare la riduzione o interruzione del flusso di sangue di una porzione del cuore, privandolo di ossigeno. Se la privazione dell'ossigeno dura troppo a lungo, le cellule nella parte interessata del cuore muoiono causando danni permanenti al cuore.

Anche se un paziente sopravvive a un attacco di cuore, dovrà cambiare stile di vita per tale evento. Un certo numero di cambiamenti di vita sono necessari per ridurre il rischio di un successivo attacco di cuore, tra cui inserimento di esercizi fisici nel programma quotidiano, alterazioni nella dieta, smettere di fumare e una varietà di farmaci da usare. Inoltre si dovrà porre molta attenzione alla pressione sanguigna, ad ulteriore conferma dell'importanza del flusso del fluido dentro i vasi sanguigni del sistema circolatorio. Dopo aver letto questa introduzione al sistema circolatorio e alcuni degli effetti delle malattie di cuore e degli attacchi di cuore sulla vita umana, esploreremo la fisica dei fluidi in questo Contesto. Applicheremo i principi che impareremo a questa domanda:

Come si possono applicare i principi della fisica in medicina per contribuire alla prevenzione degli attacchi di cuore?

Meccanica dei fluidi



Ed Robinson/Pacific Stock/Photolibrary

Pesci che si riuniscono intorno a un reef alle Hawaii alla ricerca di cibo. Come fanno i pesci, come il pesce farfalla giallo in primo piano, a controllare i loro movimenti su e giù nell'acqua? Lo capiremo in questo capitolo.

La materia viene abitualmente classificata come esistente in uno dei tre stati: solido, liquido, o gassoso. L'esperienza quotidiana ci dice che un solido ha una forma e un volume definiti. Un mattone mantiene la sua forma familiare e le sue dimensioni per lungo tempo. Sappiamo pure che un liquido ha un volume definito ma non una forma, per esempio una tazza di acqua liquida ha un volume fisso ma assume la forma del suo contenitore. Infine, un gas libero non ha né volume né forma definiti. Ad esempio, se c'è una perdita nella condotta di gas naturale che rifornisce il tuo appartamento, il gas che esce continua ad espandersi nell'atmosfera. Queste definizioni ci aiutano a rappresentare gli stati della materia, ma sono in qualche modo degli artifici. Per esempio, l'asfalto, il vetro e la plastica sono normalmente considerati solidi, ma in lunghi periodi di tempo tendono a scorrere come dei liquidi. Analogamente, molte sostanze possono essere solide, liquide, o gassose (oppure una combinazione di queste), al variare della temperatura e della pressione. In generale, il tempo necessario a una certa sostanza per variare la sua forma in risposta a una forza esterna determina se abbiamo a che fare con un solido, un liquido, oppure un gas.

Un fluido è un insieme di molecole che sono sistamate in modo casuale e vengono tenute insieme da deboli forze di coesione e da forze esercitate dalle pareti del contenitore. Sia i liquidi che i gas sono fluidi. Nella nostra trattazione della meccanica dei fluidi, vedremo che non ci sarà bisogno di alcun principio fisico nuovo per spiegare effetti quali le forze di galleggiamento (la spinta di Archimede) su un corpo sommerso e la curvatura della traiettoria della palla nel baseball. In questo capitolo, applicheremo alla fisica dei fluidi un certo numero di modelli di analisi già familiari.

15.1

Pressione

Il nostro primo sforzo per capire la fisica dei fluidi è di definire una nuova grandezza adatta a descrivere i fluidi. Immaginiamo di applicare una forza sulla superficie di un oggetto, e che la forza abbia sia una componente parallela sia una componente perpendicolare alla

superficie. Se l'oggetto è un solido fermo su un tavolo, la componente della forza perpendicolare alla superficie può causare un appiattimento dell'oggetto in funzione di quanto rigido è l'oggetto. Assumendo che l'oggetto non scivoli sul tavolo, la componente della forza parallela alla superficie dell'oggetto causerà una distorsione dell'oggetto. Per esempio, supponi di porre il tuo libro di fisica su un tavolo e di applicare una forza con la mano parallela alla copertina e perpendicolare al dorso. Il libro si distorcerà, con le pagine della parte inferiore fissate nella loro posizione originaria e le pagine della parte superiore spostate orizzontalmente di una certa distanza. La sezione trasversale del libro varia da un rettangolo a un parallelogramma. Questa specie di forza parallela alla superficie si chiama *forza di taglio*.

Adotteremo un modello semplificato nel quale i fluidi che studieremo non saranno viscosi; cioè, non vi sarà attrito fra strati adiacenti del fluido. I fluidi non viscosi e in quiete non sostengono le forze di taglio – se immagini di porre la mano su una superficie d'acqua e di spingere parallelamente alla superficie, la mano semplicemente scivola sull'acqua – non è possibile distorcere l'acqua come si è fatto con il libro. Questo fenomeno avviene poiché le forze interatomiche in un fluido non sono abbastanza intense da mantenere gli atomi in posizioni fisse gli uni rispetto agli altri. Il fluido non si può rappresentare come un corpo rigido, come gli oggetti in rotazione nel Capitolo 10. Se tentiamo di applicare una forza di taglio, le molecole del fluido semplicemente scivolano l'una sull'altra.

Quindi, il solo tipo di forza che può esistere in un fluido è quella perpendicolare alla superficie. Per esempio, la forza esercitata da un fluido su un oggetto è sempre perpendicolare alle superfici dell'oggetto, come viene mostrato in Figura 15.1.

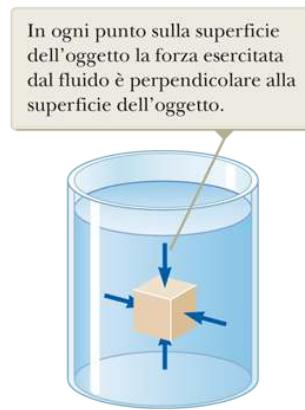


FIGURA 15.1 Le forze esercitate da un fluido sulla superficie di un oggetto sommerso (le forze sui lati anteriore e posteriore non sono mostrate).

La forza che un fluido esercita su una superficie ha origine dall'urto delle molecole del fluido con la superficie. Ciascuna collisione dà luogo a una inversione della componente del vettore velocità della molecola perpendicolare alla superficie. Dal teorema dell'impulso e dalla terza legge di Newton, ciascuna collisione produce una forza sulla superficie. Ogni secondo avviene un enorme numero di queste forze impulsive, che danno luogo a una forza macroscopica costante sulla superficie. Questa forza si distribuisce su tutta l'area della superficie ed è in relazione con una nuova grandezza chiamata *pressione*.

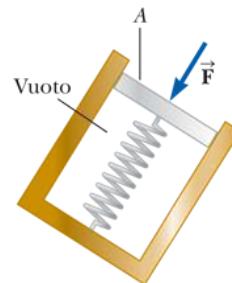


FIGURA 15.2 Un semplice dispositivo per misurare la pressione esercitata da un fluido.

La pressione in un punto specifico di un fluido si può misurare con uno strumento come quello mostrato in Figura 15.2. Il dispositivo consiste in un cilindro in cui è stato fatto il vuoto che contiene un pistone leggero collegato a una molla. Quando lo strumento viene immerso nel fluido, il fluido preme il pistone verso l'interno e comprime la molla finché la forza verso l'interno applicata dal fluido viene equilibrata dalla forza verso l'esterno esercitata dalla molla. La forza esercitata sul pistone dal fluido si può misurare direttamente se la molla è stata preventivamente calibrata.

Se F è il valore della forza esercitata dal fluido sul pistone e A è l'area del pistone, allora la **pressione** P del fluido al livello a cui lo strumento è stato immerso è definita dal rapporto

tra forza e area:

$$P \equiv \frac{F}{A}$$

15.1◀

Sebbene la pressione sia stata definita in funzione del nostro strumento in Figura 15.2, la definizione è generale. Poiché la pressione è una forza per area unitaria, essa ha le dimensioni di N/m² nel sistema SI. Un altro nome per l'unità di pressione nel sistema SI è **pascal** (Pa):

$$1 \text{ Pa} \equiv 1 \text{ N/m}^2$$

15.2◀

Si noti che la pressione e la forza sono grandezze diverse. Si può avere una pressione molto grande da una forza relativamente piccola rendendo piccola la superficie sulla quale la forza è applicata. Questo è il caso di un ago ipodermico. L'area della punta dell'ago è piccolissima, per cui la spinta di una piccola forza sull'ago è sufficiente a produrre una pressione grande abbastanza da perforare la pelle. Possiamo anche creare una piccola pressione da una grande forza aumentando l'area sulla quale la forza agisce. Questo è il principio sul quale si basano le racchette da neve. Se una persona volesse camminare sulla neve soffice con le scarpe normali, le sarebbe impossibile andare avanti senza affondare nella neve. Le racchette, invece, permettono alla forza agente sulla neve dovuta al peso della persona di distribuirsi su una superficie maggiore, riducendo la pressione quanto basta per non rompere la superficie della neve (Fig. 15.3).

L'atmosfera esercita una pressione sulla superficie della Terra e su tutti gli oggetti sulla superficie. La pressione è responsabile del funzionamento delle ventose, delle cannucce da bibita, degli aspirapolvere, e molti altri apparecchi. Nei nostri calcoli e nei problemi di fine capitolo, il valore della pressione atmosferica che useremo usualmente sarà

Prevenire le insidie
| 15.1Forza e
pressione

L'Equazione 15.1 fornisce una chiara distinzione tra forza e pressione. Un'altra importante distinzione è che la *forza è un vettore* e la *pressione è uno scalare*. Non c'è nessuna direzione associata alla pressione ma la direzione della forza associata con la pressione è perpendicolare alla superficie sulla quale la forza agisce.

$$P_0 = 1.00 \text{ atm} \approx 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

15.3◀

Pressioni maggiori di quella atmosferica sono usate in *medicina iperbarica* o *ossigenoterapia iperbarica* (OTI). Questo tipo di terapia è stato inizialmente sviluppato per il trattamento di disturbi associati con incidenti subacquei, come la malattia da decompressione e le embolie. Oggi è usata per un'ampia gamma di situazioni mediche. Per ricevere una terapia iperbarica di ossigeno, il paziente si accomoda in una camera speciale. Le camere moderne sono trasparenti, permettendo al paziente di vedere il terapista all'esterno. I pazienti possono leggere un libro, ascoltare musica, guardare un film o semplicemente riposare durante la procedura. La pressione nella camera è aumentata lentamente, fino a circa tre volte la pressione atmosferica. Il paziente sperimenta l'aumento della pressione per un intervallo di tempo determinato dal terapista, e successivamente la pressione è diminuita; la procedura richiede una o due ore.



FIGURA 15.3 Le racchette da neve ti impediscono di sprofondare nella neve soffice perché distribuiscono la forza che eserciti sulla neve su un'ampia area, riducendo la pressione sulla superficie della neve.

Molti malati di cancro sono sottoposti a trattamenti radioterapici. Le radiazioni applicate alla regione pelvica possono causare *cistite da radiazione*, dando luogo ad infezioni della vescica, che a volte si verificano anni dopo la radioterapia. Dal 1985, l'ossigenoterapia iperbarica è stata usata per trattare questa condizione. La terapia stimola l'*angiogenesi*, cioè la crescita di nuovi vasi sanguigni. Questa crescita contrasta i cambiamenti vascolari indotti da radiazioni, permettendo quindi di guarire le lesioni della vescica indotte da radiazioni.

Un'altra area in cui la OTI viene utilizzata riguarda le ferite associate a problemi come quelli causati da diabete o da amputazioni. L'aumento della pressione favorisce l'ossigenazione dei tessuti in una ferita e stimola l'*angiogenesi* nel tessuto danneggiato. È stato anche dimostrato che l'aumento della pressione aiuta a uccidere vari tipi di batteri nella zona ferita.

QUIZ RAPIDO 15.1

Supponi di stare in piedi dietro a qualcuno che faccia un passo indietro e accidentalmente ti pesti un piede con il tacco di una scarpa. Sarebbe meglio se si trattasse di un giocatore **(a)** professionista di basket che calza scarpe di gomma oppure **(b)** una giovane donna con dei tacchi a spillo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 15.1

Le ventose si possono usare per trattenere degli oggetti sulle superfici. Perché gli astronauti non usano le ventose per trattenere gli oggetti sulle superfici esterne dello space shuttle?

Ragionamento Il funzionamento di una ventosa dipende dal fatto che l'aria viene espulsa dalla ventosa quando essa viene premuta contro una superficie. Quando poi viene rilasciata, essa tende a ritornare nella sua forma originaria, causando una diminuzione di pressione del gas rimasto intrappolato. Quindi, la differenza fra la pressione atmosferica all'esterno della ventosa e la pressione ridotta all'interno fornisce una forza risultante che spinge la ventosa contro la superficie. Per gli astronauti in orbita attorno alla Terra,

non vi è aria all'esterno della nave spaziale. Quindi, se una ventosa fosse premuta contro una superficie esterna all'astronave, la pressione differenziale sarebbe nulla.

Variazione della pressione con la profondità

TABELLA 15.1 | Densità di alcune sostanze comuni in condizioni standard di temperatura (0°C) e pressione (atmosferica)

Sostanza	ρ (kg/m^3)
Aria	1.29
Aria (a 20°C e pressione atmosferica)	1.20
Alluminio	2.70×10^3
Benzene	0.879×10^3
Ottone	8.4×10^3
Rame	8.92×10^3
Alcol etilico	0.806×10^3
Acqua	1.00×10^3
Glicerina	1.26×10^3
Oro	19.3×10^3
Elio (gas)	1.79×10^{-3}
Idrogeno (gas)	8.99×10^{-2}
Ghiaccio	0.917×10^3
Ferro	7.86×10^3
Piombo	11.3×10^3
Mercurio	13.6×10^3
Azoto (gas)	1.25
Legno di quercia	0.710×10^3
Osmio	22.6×10^3
Ossigeno	1.43
Legno di pino	0.373×10^3
Platino	21.4×10^3
Acqua di mare	1.03×10^3
Argento	10.5×10^3
Stagno	7.30×10^3
Uranio	19.1×10^3

Lo studio della meccanica dei fluidi coinvolge la densità di una sostanza, definita dall'Equazione 1.1 come la massa per unità di volume della sostanza. La Tabella 15.1 elenca le densità di varie sostanze. Questi valori variano leggermente con la temperatura, poiché il volume di una sostanza dipende dalla temperatura (come vedremo nel Capitolo 16). Si noti che in condizioni standard (0°C e pressione atmosferica) le densità dei gas sono dell'ordine di 1/1 000 delle densità dei solidi e dei liquidi.

Questa differenza implica che la distanza media molecolare in un gas sotto queste condizioni è circa dieci volte maggiore lungo ogni direzione di quella di un solido o di un liquido.

Il campione di fluido è in equilibrio, quindi la forza totale su di esso è nulla.

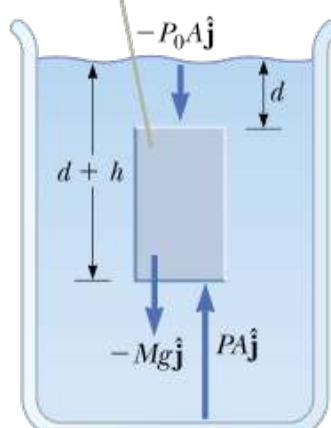


FIGURA 15.4 Nella figura è indicato un campione di fluido all'interno di un volume di fluido più ampio.

Come i subacquei sanno bene, la pressione nel mare o in un lago aumenta quando il sub nuota verso il fondo. Analogamente, la pressione atmosferica decresce con l'altitudine. Per questa ragione, gli aerei che volano a grandi altezze devono pressurizzare le cabine per poter fornire sufficiente ossigeno ai passeggeri.

Mostriremo ora, matematicamente, come la pressione in un liquido aumenti linearmente con la profondità. Consideriamo un liquido di densità ρ a riposo, come in Figura 15.4. Scegliamo un campione del liquido contenuto entro un immaginario cilindro di area di base A che si estende dalla superficie del liquido fino a profondità $d + h$. Questo campione di liquido è in equilibrio e fermo. Quindi, in accordo con la seconda legge di Newton, la forza risultante sul campione deve essere nulla. Indagheremo sulle forze agenti sul campione in relazione alla pressione agente su di esso.

Il liquido esterno al nostro campione esercita forze su tutti i punti della superficie del campione, perpendicolarmente alla superficie. Sui lati del campione della Figura 15.4, le forze dovute alla pressione agiscono orizzontalmente e si cancellano in coppie su lati opposti del campione, producendo una forza orizzontale risultante nulla. La pressione esercitata dal fluido sulla superficie inferiore è P , e la pressione sulla faccia superiore del cilindro è la pressione P_0 . Quindi, dall'Equazione 15.1, l'intensità della forza verso l'alto esercitata dal liquido sul fondo del cilindro è PA , e l'intensità della forza verso il basso esercitata dall'atmosfera sulla superficie superiore del cilindro è P_0A . Inoltre, si esercita una forza di gravità sul campione. Poiché il campione è in equilibrio, la forza risultante nella direzione verticale deve essere zero:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow PA - P_0A - Mg = 0$$

Poiché la massa del liquido nel campione è $M = \rho V = \rho Ah$, il peso del fluido nel campione è $Mg = \rho g Ah$. Quindi,

$$PA = P_0A + \rho g Ah$$

ossia

Variazione della pressione con la profondità in un liquido

$$P = P_0 + \rho gh$$

15.4◀

Se la parte superiore della superficie si trova in $d = 0$, cosicché essa è aperta all'atmosfera, allora P è la pressione atmosferica. L'Equazione 15.4 indica che la pressione in un liquido dipende soltanto dalla profondità h dentro il liquido. La pressione è perciò la stessa in tutti i punti che hanno la stessa profondità, indipendentemente dalla forma del contenitore.

Sulla base dell'Equazione 15.4, ogni aumento della pressione alla superficie deve essere trasmesso in ogni punto del liquido. Questa legge fu scoperta dallo scienziato francese Blaise Pascal (1623-1662) e si chiama **legge di Pascal**:

Legge di Pascal

Una variazione di pressione applicata a un fluido chiuso è trasmessa integralmente in ogni punto del fluido e alle pareti del contenitore.

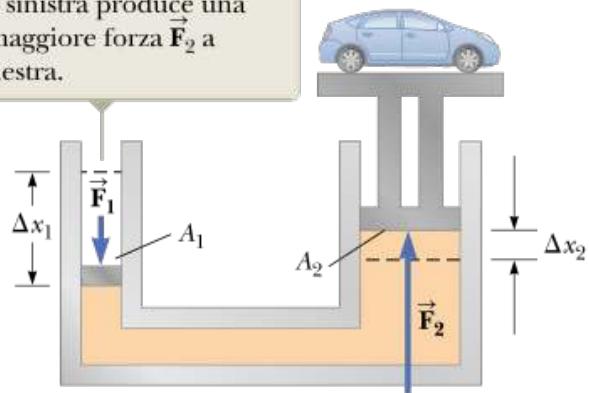
Si usa la legge di Pascal quando si schiaccia un tubetto di dentifricio. L'aumento di pressione sui lati del tubetto determina un aumento di pressione ovunque e quindi l'uscita del dentifricio dall'apertura. Un'importante applicazione della legge di Pascal è la pressa idraulica, illustrata in Figura 15.5. Una forza \vec{F}_1 viene applicata a un piccolo pistone di area A_1 . La pressione viene trasmessa attraverso un liquido a un grande pistone di area A_2 , e una forza \vec{F}_2 è esercitata dal liquido sul pistone. Poiché la pressione è la stessa su entrambi i pistoni, vediamo che $P = F_1/A_1 = F_2/A_2$. Quindi, l'intensità della forza \vec{F}_2 è maggiore di \vec{F}_1 di un fattore moltiplicativo A_2/A_1 . I freni idraulici, i sollevatori delle macchine, i martinetti idraulici e i sollevatori fanno uso di questa legge.

QUIZ RAPIDO 15.2

La pressione sul fondo di un bicchiere pieno di acqua ($\rho = 1\ 000 \text{ kg/m}^3$) è P . L'acqua viene versata e il bicchiere riempito con alcool etilico ($\rho = 806 \text{ kg/m}^3$). Qual è la pressione sul fondo? **(a)** minore di P **(b)** uguale a P **(c)** maggiore di P **(d)** indeterminata.

VISUALIZZA SOLUZIONE

A causa dell'aumento di pressione su entrambi i lati, una piccola forza \vec{F}_1 a sinistra produce una maggiore forza \vec{F}_2 a destra.



Sam Jordash/Digital Vision/Getty Images

a

b

FIGURA 15.5 (a) Diagramma di un pressa idraulico. (b) Un veicolo in riparazione è supportato da un elevatore idraulico in un garage.

FISICA RAGIONATA 15.2 Misurazione della pressione del sangue

La pressione del sangue viene normalmente misurata con la manichetta dello sfigmomanometro attorno al braccio. Supponiamo che la pressione sanguigna sia misurata con la manichetta attorno al polpaccio della gamba di una persona che sta in piedi. La lettura della pressione sanguigna sarebbe la stessa di quella fatta al braccio?

Ragionamento La pressione sanguigna misurata al polpaccio sarebbe maggiore di quella misurata al braccio. Se immaginiamo che il sistema vascolare del

corpo sia un recipiente che contiene un liquido (il sangue), la pressione nel liquido aumenterà con la profondità. Il sangue al polpaccio è più profondo nel liquido di quello al braccio e si trova a una pressione maggiore. La pressione sanguigna è normalmente misurata al braccio poiché esso è approssimativamente alla stessa altezza del cuore. Se la pressione al polpaccio fosse usata come standard, si dovrebbero fare delle correzioni dovute all'altezza della persona, e la pressione sanguigna sarebbe diversa se la persona fosse sdraiata.

Esempio 15.1 L'elevatore di auto

In un elevatore di auto usato in una stazione di servizio (Fig. 15.5), l'aria compressa esercita una forza sul pistone piccolo che ha una sezione circolare di raggio di 5.00 cm. Questa pressione è trasmessa da un liquido ad un pistone che ha un raggio di 15.0 cm.

(A) Quale forza deve esercitare l'aria compressa per sollevare un'auto che pesa 13 300 N?

(B) Quale pressione di aria produce questa forza?

(C) Considera l'elevatore come un sistema non isolato e mostra che il trasferimento di energia in ingresso è uguale in intensità all'energia trasferita in uscita.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 15.2 | La forza su una diga

L'acqua contenuta in una diga di larghezza w (Fig. 15.6) ha altezza H . Determinare la forza risultante esercitata dall'acqua sulla diga.

Analisi Immaginiamo un asse verticale y , con $y = 0$ sul fondo della diga. Dividiamo la faccia della diga in strette strisce orizzontali a una distanza y sopra il fondo, come la striscia rossa nella Figura 15.6. La pressione su ciascuna striscia è dovuta solo all'acqua; la pressione atmosferica agisce su entrambi i lati della diga.

Conclusione Notare che lo spessore della diga mostrata in Figura 15.6 aumenta con la profondità. Questo progetto tiene conto della maggiore forza che l'acqua esercita sulla diga a grandi profondità.

E se...? E se ti venisse chiesto di trovare questa forza senza usare il calcolo integrale? Come determineresti il suo valore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

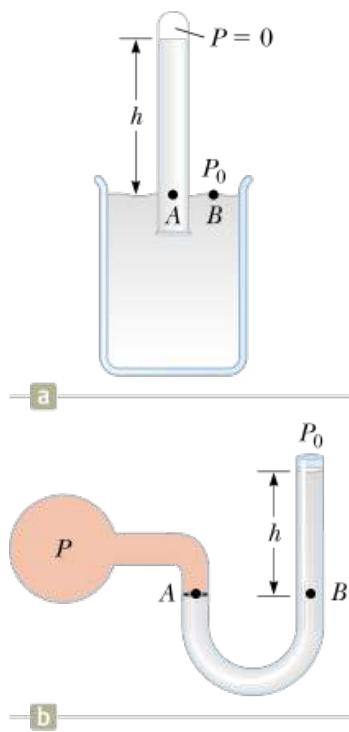


FIGURA 15.7 Due dispositivi per misure di pressione: (a) un barometro a mercurio e (b) un manometro a tubo aperto.

Misure di pressione

Nelle previsioni del tempo dei telegiornali viene spesso fornita la *pressione barometrica*, che è la normale pressione dell'atmosfera, che varia su un intervallo piccolo rispetto alla pressione standard fornita nell'Equazione 15.3. Come si misura questa pressione?

Uno strumento utilizzato per la misura della pressione atmosferica è il comune barometro, inventato da Evangelista Torricelli (1608-1647). Un lungo tubo chiuso a un'estremità viene riempito con mercurio e poi rovesciato in un bicchiere pieno di mercurio (Fig. 15.7a). All'estremità chiusa del tubo si forma quasi un vuoto totale e perciò la pressione in cima alla colonna di mercurio può essere considerata zero. In Figura 15.7a, la pressione del punto *A* dovuta alla colonna di mercurio deve essere uguale alla pressione nel punto *B* dovuta all'atmosfera. Se così non fosse, una forza risultante muoverebbe il mercurio da una punto all'altro fino a raggiungere l'equilibrio. Ne consegue quindi che $P_0 = \rho_{\text{Hg}}gh$, dove ρ_{Hg} è la densità del mercurio e h è l'altezza della colonna di mercurio. Quando varia la pressione atmosferica, varia l'altezza della colonna di mercurio, cosicché l'altezza può essere calibrata per misurare la pressione atmosferica. Determiniamo l'altezza della colonna di mercurio per una atmosfera di pressione, $P_0 = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$:

$$P_0 = \rho_{\text{Hg}}gh \rightarrow h = \frac{P_0}{\rho_{\text{Hg}}g} = \frac{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}}{(13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)} = 0.760 \text{ m}$$


© iStockphoto.com/HultonArchive

Archimede

Matematico, fisico e ingegnere greco (287-212 c. a.C.)

Archimede è stato forse il più grande scienziato dell'antichità. Egli fu il primo a calcolare con precisione il rapporto della circonferenza di un cerchio col suo diametro e ha anche mostrato come calcolare volume e superficie di sfere, cilindri, e altre forme geometriche. Egli è ben noto per aver scoperto la natura della forza di galleggiamento ed era anche un inventore di talento. Una delle sue invenzioni pratiche, ancora oggi in uso, è la vite di Archimede, un tubo a spirale, rotante, originariamente utilizzato per sollevare l'acqua dalle stive delle navi. Inventò anche la catapulta e mise a punto sistemi di leve, pulegge e pesi per il sollevamento di carichi pesanti. Tali invenzioni furono utilizzate con successo per difendere la sua città natale, Siracusa, durante due anni di assedio da parte dei Romani.

In base ad un calcolo come questo, una atmosfera di pressione è definita come la pressione equivalente di una colonna di mercurio che è esattamente 0.760 m di altezza a 0°C.

Il manometro a tubo aperto illustrato in Figura 15.7b è un dispositivo per misurare la pressione di un gas contenuto in un recipiente. Un'estremità di un tubo a U che contiene del liquido è aperta all'atmosfera e l'altra estremità è collegata a un sistema con pressione incognita P . La pressione nei punti *A* e *B* deve essere la stessa (diversamente, la porzione curva del liquido subirebbe una forza risultante e accelererebbe), e la pressione in *A* è la pressione incognita del gas. Quindi, uguagliando la pressione incognita P con la pressione nel punto *B*, vediamo che $P = P_0 + \rho gh$. La differenza di pressione $P - P_0$ è uguale a ρgh . La pressione P si chiama **pressione assoluta**, mentre $P - P_0$ si chiama **pressione relativa**. Per esempio, la pressione che si misura nelle gomme di una bicicletta è una pressione relativa.

Forze di galleggiamento e principio di Archimede

Hai mai provato a spingere un pallone da spiaggia sotto l'acqua (Fig. 15.8a)? È estremamente difficile a causa della grande forza ascendente esercitata dall'acqua sulla palla. La forza verso l'alto esercitata da un fluido su qualsiasi oggetto immerso è chiamata **forza di galleggiamento**. Possiamo determinare la grandezza di una forza di galleggiamento applicando un ragionamento astratto. Immaginiamo di considerare una porzione di acqua delle dimensioni del pallone da spiaggia al di sotto della superficie dell'acqua come in Figura 15.8b.

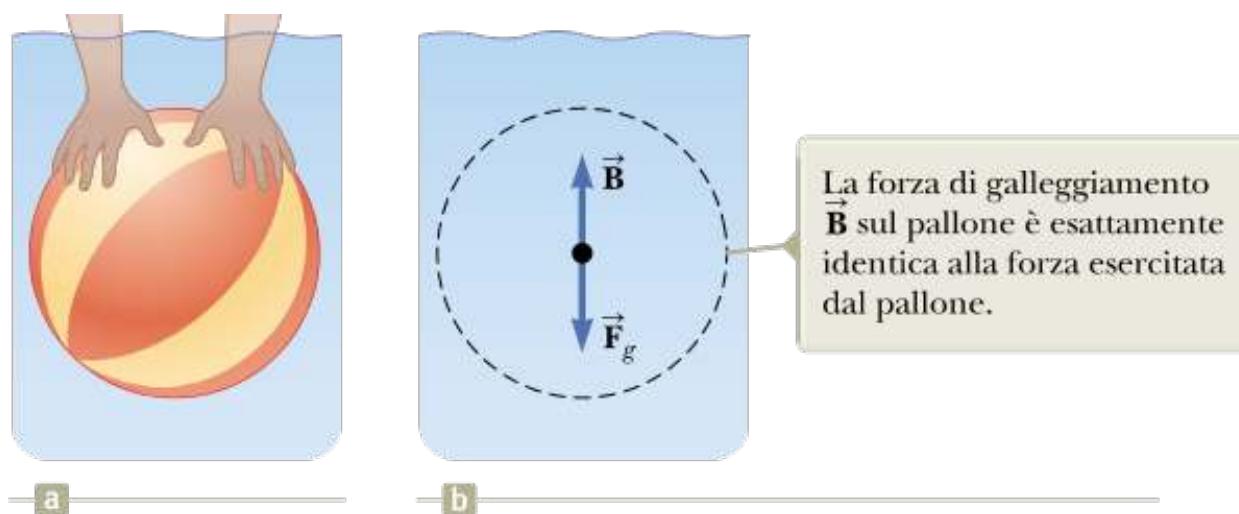


FIGURA 15.8 (a) Un nuotatore spinge un pallone da spiaggia sott'acqua. (b) Le forze sul pallone sott'acqua.

Perché questa porzione sia in equilibrio, deve essere una forza verso l'alto che bilancia la forza gravitazionale verso il basso. Questa forza verso l'alto è la forza di galleggiamento e la sua grandezza è uguale al peso dell'acqua nella porzione considerata. La forza di galleggiamento è la forza risultante sulla porzione dovuta a tutte le forze applicate dal fluido che la circondano.

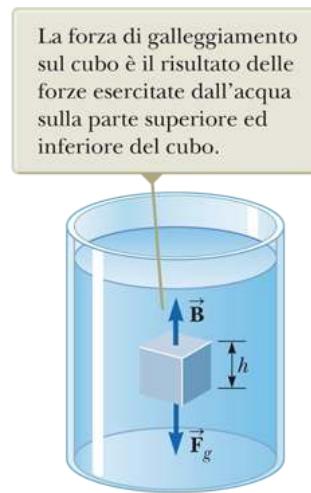


FIGURA 15.9 Le forze esterne che agiscono sul cubo immerso sono le forze gravitazionali \vec{F}_g e quella di galleggiamento \vec{B} .

Ora immaginiamo di sostituire la porzione di acqua con un pallone da spiaggia della stessa dimensione. La forza netta applicata dal fluido che circonda il pallone da spiaggia è la stessa, indipendentemente dal fatto che venga applicata a un pallone da spiaggia o ad una porzione di acqua. Di conseguenza, **la grandezza della forza di galleggiamento su un oggetto è sempre uguale al peso del fluido spostato dall'oggetto**. Questa affermazione è nota come **principio di Archimede**.

Con il pallone da spiaggia sott'acqua, la forza di galleggiamento, pari al peso della porzione di acqua spostata, è molto più grande del peso della palla da spiaggia. Di conseguenza, c'è una grande forza netta verso l'alto, che spiega perché è così difficile tenere la palla sotto l'acqua. Si noti che il principio di Archimede non fa riferimento al contenuto dell'oggetto sottoposto alla forza di galleggiamento. La composizione dell'oggetto non è un fattore nella

forza di galleggiamento perché la forza di galleggiamento è esercitata dal fluido ad esso circostante. Per comprendere meglio l'origine della forza di galleggiamento, si consideri un cubo di materiale solido immerso in un liquido, come in Figura 15.9. Secondo l'Equazione 15.4, la pressione P_{basso} nella parte inferiore del cubo è maggiore della pressione P_{alto} nella parte superiore di una quantità $\rho_{\text{fluido}}gh$, dove h è l'altezza del cubo e ρ_{fluido} è la densità del fluido. La pressione nella parte inferiore del cubo provoca una forza *verso l'alto* uguale a $P_{\text{basso}}A$, dove A è l'area della faccia inferiore. La pressione nella parte superiore del cubo causa una forza *verso il basso* uguale a $P_{\text{alto}}A$. La risultante di queste due forze è la forza di galleggiamento \vec{B} di ampiezza:

$$B = (P_{\text{basso}} - P_{\text{alto}})A = (\rho_{\text{fluido}}gh)A$$

$$B = \rho_{\text{fluido}}gV_{\text{spost}}$$

15.5 ◀

dove $V_{\text{spost}} = Ah$ è il volume del fluido spostato dal cubo. Poiché il prodotto $\rho_{\text{fluido}}V$ è uguale alla massa del fluido spostato dall'oggetto, spost

$$B = Mg$$

dove Mg è il peso del fluido spostato dal cubo. Questo risultato è coerente con la nostra dichiarazione iniziale sul principio di Archimede, basato sulla discussione del pallone da spiaggia.

Prima di procedere con gli esempi, è istruttivo paragonare due casi assai comuni: la forza di Archimede agente su un oggetto completamente immerso e quella agente su un oggetto galleggiante.

Caso I: oggetto completamente immerso

Quando un oggetto è totalmente immerso in un fluido di densità ρ_{fluido} , il volume V_{spost} del fluido spostato è uguale al volume V_{ogg} dell'oggetto; così, dall'Equazione 15.5, l'intensità della forza ascendente di galleggiamento è $B = \rho_{\text{fluido}}gV_{\text{ogg}}$. Se l'oggetto ha una massa M e densità ρ_{ogg} , il suo peso è pari a $F_g = Mg = \rho_{\text{ogg}}gV_{\text{ogg}}$ e la forza netta sull'oggetto è $B - F_g = (\rho_{\text{fluido}} - \rho_{\text{ogg}})gV_{\text{ogg}}$. Quindi, se la densità dell'oggetto è minore della densità del fluido, la forza gravitazionale verso il basso è minore della forza di galleggiamento e l'oggetto non sostenuto accelera verso l'alto (Fig. 15.10a). Se la densità dell'oggetto è maggiore della densità del fluido, la forza di galleggiamento ascendente è minore della forza gravitazionale verso il basso e l'oggetto non sostenuto affonda (Fig. 15.10b). Se la densità dell'oggetto sommerso è uguale alla densità del fluido, la forza netta sull'oggetto è uguale a zero e l'oggetto rimane in equilibrio. Di conseguenza, la direzione del moto di un oggetto immerso in un liquido è determinata solo dalla densità dell'oggetto e del fluido.

Prevenire le insidie
| 15.2 La forza di galleggiamento è esercitata dal fluido

Ricorda che la **forza di galleggiamento è esercitata dal fluido**. Non è determinata dalle proprietà dell'oggetto, ad eccezione della quantità di fluido spostata dall'oggetto. Pertanto, oggetti diversi di diversa densità ma con lo stesso volume, immersi in un fluido sono soggetti alla stessa forza di galleggiamento. Il fatto che affondino o galleggino dipende dal rapporto tra la forza di galleggiamento e la forza gravitazionale.

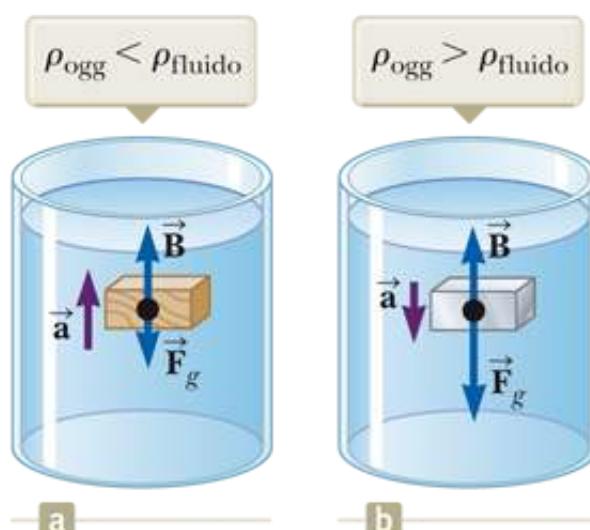


FIGURA 15.10 (a) Un oggetto totalmente sommerso che è meno denso rispetto al fluido in cui è sommerso sperimenta una forza verso l'alto e sale in superficie. (b) Un oggetto totalmente sommerso che è più denso del fluido è sottoposto ad una forza risultante verso il basso.

¹Il comportamento generale è lo stesso, ma le forze di galleggiamento variano con l'altezza a causa della variazione di densità dell'aria.

Lo stesso comportamento è esibito da un oggetto immerso in un gas, come l'aria nell'atmosfera¹. Se l'oggetto è meno denso dell'aria, come un palloncino pieno di elio, l'oggetto fluttuerà verso l'alto. Se è più denso, come una roccia, cadrà verso il basso.

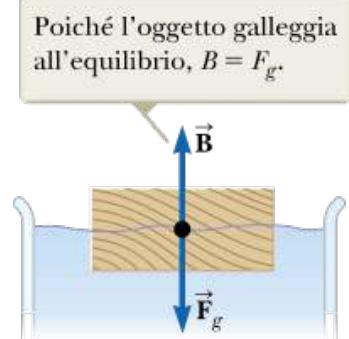
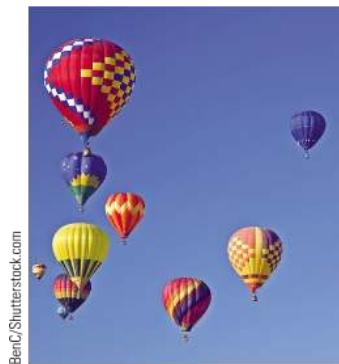


FIGURA 15.11 Un oggetto che galleggia sulla superficie di un liquido è sottoposto a due forze, quella gravitazionale e quella di galleggiamento.



Queste mongolfiere galleggiano in aria perché sono riempite con aria ad alta temperatura. La forza capace di far galleggiare un palloncino dovuta all'aria circostante è uguale al peso del palloncino, risultante in una forza totale pari a zero.

Caso II: corpo galleggiante

Consideriamo ora un oggetto di volume V_{ogg} e densità $\rho_{ogg} < \rho_{fluido}$, in equilibrio statico, che galleggi sulla superficie di un fluido, cioè un oggetto che sia solo *parzialmente* immerso (Fig. 15.11). In questo caso, la forza di galleggiamento verso l'alto è bilanciata dalla forza gravitazionale che agisce sull'oggetto. Se V_{spost} è il volume del fluido spostato dall'oggetto (questo volume è identico al volume di quella parte dell'oggetto sotto la superficie del fluido), la forza di galleggiamento ha una intensità $B = \rho_{fluido}gV_{spost}$. Poiché il peso dell'oggetto è $F_g = Mg = \rho_{ogg}gV_{ogg}$ e $F_g = B$, vediamo che $\rho_{fluido}gV_{spost} = \rho_{ogg}gV_{ogg}$, o

$$\frac{V_{spost}}{V_{ogg}} = \frac{\rho_{ogg}}{\rho_{fluido}}$$

15.6 ◀

Quindi, la frazione di volume dell'oggetto al di sotto della superficie del fluido è uguale al rapporto fra la densità dell'oggetto e quella del fluido.

Consideriamo degli esempi per ambedue i casi. In condizioni normali la densità media di un pesce è leggermente maggiore di quella dell'acqua e pertanto il pesce tenderebbe ad affondare, se non usasse un qualche meccanismo per variare la propria densità. Il pesce raggiunge questo scopo regolando internamente la grandezza della sua vescica natatoria, una cavità piena di gas dentro il corpo del pesce. Aumentandone le dimensioni aumenta la

quantità di acqua spostata, con un aumento della forza di Archimede. In questo modo, i pesci sono in grado di nuotare a varie profondità. Poiché il pesce è totalmente immerso in acqua, questo è un esempio del Caso I.

Come esempio del Caso II, immaginiamo una grande nave da carico. Quando la nave è ferma, la forza di Archimede bilancia il peso della nave cosicché la nave è in equilibrio. Soltanto parte del volume della nave si trova sott'acqua. Se la nave è caricata con un grande carico, essa si immerge di più nell'acqua. L'aumento di peso della nave dovuto al carico è bilanciato dalla forza di Archimede in più dovuta al volume della nave che si trova ora al di sotto della superficie dell'acqua.

QUIZ RAPIDO 15.3

Una mela è tenuta completamente sommersa appena sotto la superficie di un contenitore di acqua. La mela è poi trasferita in un punto più profondo nell'acqua. Rispetto alla forza necessaria per tenere la mela appena sotto la superficie, qual è la forza necessaria per tenerla in un punto più profondo? (a) più grande (b) la stessa (c) più piccola (d) impossibile determinarla.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 15.4

Immagina di galleggiare su una zattera in mezzo all'oceano dopo un naufragio. Il carico sulla zattera include uno scrigno pieno d'oro che hai trovato prima che la nave affondasse e la zattera galleggia appena. Per galleggiare il più possibile sull'acqua dovrresti (a) lasciare lo scrigno sopra la zattera, (b) assicurare lo scrigno alla parte inferiore della zattera, o (c) appendere il tesoro in acqua con una corda attaccata alla zattera? (Assumi che gettare il tesoro in mare non sia un'opzione che desideri prendere in considerazione!)

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 15.3

Un fioraio, tramite un fattorino, spedisce un cesto di fiori presso un domicilio. Il cesto include un palloncino di elio collegato ad esso, il quale, improvvisamente, si libera dal cesto e inizia ad accelerare in alto verso il cielo. Il fattorino, sorpreso dalla perdita del palloncino lascia cadere il cesto di fiori. Mentre il cesto cade, il sistema cesto-Terra subisce un aumento di energia cinetica e una diminuzione di energia potenziale gravitazionale, in accordo con la conservazione dell'energia meccanica. Il sistema palloncino-Terra, tuttavia, subisce *sia* un aumento di energia potenziale gravitazionale, *sia* di energia cinetica. Ciò risulta in accordo con il principio di conservazione dell'energia meccanica? Se no, da dove proviene l'energia extra?

Ragionamento Nel caso del sistema del cesto di fiori e della Terra, si può fare una buona approssimazione per il moto del cesto trascurando l'effetto dell'aria. Quindi, il sistema cesto-Terra si può analizzare con il modello del sistema isolato (l'energia meccanica si conserva). Per il sistema palloncino-Terra, non possiamo trascurare l'effetto dell'aria: è la forza di Archimede dell'aria che causa la salita del palloncino. Quindi, il sistema palloncino-Terra si analizza con il modello del sistema non isolato. La forza di Archimede dell'aria lavora attraverso il contorno del sistema, e questo lavoro dà luogo a un aumento sia di energia cinetica sia di energia potenziale gravitazionale del sistema.

Esempio 15.3 | Eureka!

Si racconta che ad Archimede fu chiesto di determinare se una corona fatta per il re che consistesse di oro puro. Secondo la leggenda, egli risolse questo problema pesando la corona prima in aria e poi in acqua come mostrato in Figura 15.12. Supponiamo che la bilancia indicasse 7.84 N quando la corona era in aria e 6.84 N quando era in acqua. Che cosa avrebbe detto Archimede al re?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 15.4 | Cambiare la tensione di vibrazione con l'acqua

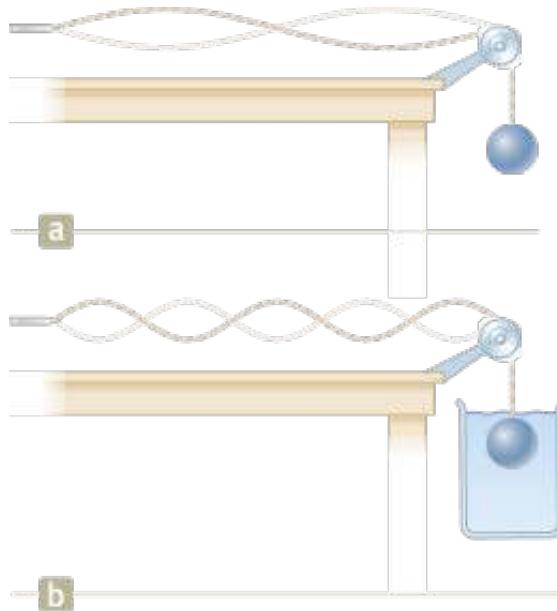


FIGURA 15.13 (Esempio 15.4) (a) Quando la sfera pende in aria la corda vibra in seconda armonica. (b) Quando la sfera è immersa in acqua, la corda vibra alla sua quinta armonica.

Un'estremità di una corda orizzontale è tenuta da una lama vibrante e l'altra estremità passa su una puleggia come in Figura 15.13a. Una sfera di massa 2.00 kg è appesa all'estremità della corda. La corda vibra nella sua seconda armonica.

Un contenitore di acqua viene messo sotto la sfera in modo che la sfera è completamente sommersa. In questa configurazione, la corda vibra nella sua quinta armonica come mostrato in Figura 15.13b. Qual è il raggio della sfera?

Conclusione Notiamo che solo certi valori di raggio della sfera faranno sì che la corda vibri in un modo normale; la velocità delle onde della corda deve essere cambiata con un valore tale che la lunghezza della corda sia un numero intero multiplo di mezza lunghezza d'onda. Questa limitazione è una caratteristica della *quantizzazione* che è stata introdotta nei Capitoli 11 e 14: i raggi della sfera che faranno vibrare la corda in un modo normale sono *quantizzati*.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Dinamica dei fluidi



FIGURA 15.14 Una illustrazione di uno stato di flusso attorno ad un'automobile in un test in galleria del vento. Le linee di flusso in aria sono rese visibili da particelle di fumo.

Finora ci siamo dedicati allo studio di fluidi in quiete, cioè la **statica dei fluidi**. Rivolgeremo ora la nostra attenzione alla **dinamica dei fluidi**, cioè lo studio dei fluidi in movimento. Invece di affrontare lo studio del moto di ciascuna particella del fluido in funzione del tempo, descriveremo le proprietà del fluido nel suo insieme.

Caratteristiche del flusso

In un fluido in moto, si possono caratterizzare due tipi principali di flusso. Il flusso è detto **stazionario o laminare** quando i cammini seguiti da ciascuna particella del fluido non si intersecano tra di loro come in Figura 15.14. In condizioni di flusso stazionario, la velocità del fluido in ogni punto rimane costante nel tempo.



FIGURA 15.15 Gas caldi da una sigaretta resi visibili da particelle di fumo. Il fumo prima si muove in flusso laminare, in basso, e poi in flusso turbolento, in alto.

Per velocità superiori a un valore critico, il flusso del fluido diventa **turbolento**. Il flusso turbolento è un flusso irregolare caratterizzato da alcune regioni simili a piccoli vortici, come in Figura 15.15. Ad esempio, il flusso dell'acqua di un fiume diventa turbolento in zone dove sono presenti rocce o strettoie, spesso con la formazione di rapide.

Il termine **viscosità** viene comunemente usato per definire il grado di attrito interno nel flusso di un fluido. L'attrito interno è associato alla resistenza tra due strati adiacenti di liquido in moto relativo. Poiché la viscosità rappresenta una forza non conservativa, parte dell'energia cinetica del fluido viene convertita in energia interna quando strati di fluido scorrono l'uno rispetto all'altro. Ciò è simile al meccanismo col quale un oggetto che striscia su una superficie scabra subisce una trasformazione di energia cinetica in energia interna. Poiché il moto di un fluido reale è assai complesso e non ancora completamente capito, è necessario ricorrere ad un modello semplificato. Come si vedrà, molti aspetti di un fluido reale in moto possono essere compresi analizzando il comportamento di un fluido ideale. Nel nostro modello semplificato, faremo le seguenti quattro assunzioni:

1. *Fluido non viscoso.* In un fluido non viscoso l'attrito interno viene trascurato. Un oggetto in moto in un fluido non è soggetto a forze d'attrito viscose.
2. *Fluido incomprimibile.* La densità del fluido rimane costante nel tempo, indipendentemente dalla pressione nel fluido.

3. *Flusso stazionario.* In un flusso stazionario, si considera che la velocità in ogni punto del fluido non vari nel tempo.
4. *Flusso irrotazionale.* Il flusso del fluido è irrotazionale se il momento angolare del fluido è nullo in ogni punto. Se una piccola ruota a pale, posta in qualsiasi punto del fluido, non ruota attorno al suo centro di massa, il flusso è irrotazionale (se la ruota fosse in rotazione, come si verificherebbe se vi fosse turbolenza, il flusso sarebbe rotazionale).

Le prime due assunzioni nel nostro modello semplificato sono proprietà del fluido ideale. Le ultime due sono descrizioni delle modalità di fluire dei fluidi.

Linee di corrente ed equazione di continuità dei fluidi

Se stai innaffiando il tuo giardino, e il flessibile dell'acqua è troppo corto, per far giungere l'acqua potresti aiutarti in due modi (prima di cercare un flessibile più lungo!) Potresti collegare un beccuccio all'estremità del flessibile, oppure, non avendo il beccuccio, potresti mettere il pollice all'uscita del flessibile, costringendo l'acqua ad uscire da una apertura più stretta. Perché ciascuna di queste due tecniche fa sì che l'acqua arrivi più lontano? Risponderemo alla domanda in questo paragrafo.

Il cammino seguito da una particella di un fluido in un flusso stazionario è chiamato **linea di corrente**. La velocità di una particella del fluido risulta sempre tangente in ogni punto alla linea di corrente, come mostrato in Figura 15.16. Un insieme di linee di corrente come quelle mostrate in Figura 15.16 è chiamato *tubo di flusso*. Due linee di corrente non possono intersecarsi; in tal caso una particella all'incrocio tra le due linee potrebbe muoversi in una o l'altra delle due direzioni e il flusso non sarebbe quindi stazionario.



FIGURA 15.16 Una particella in flusso laminare segue le linee di flusso.

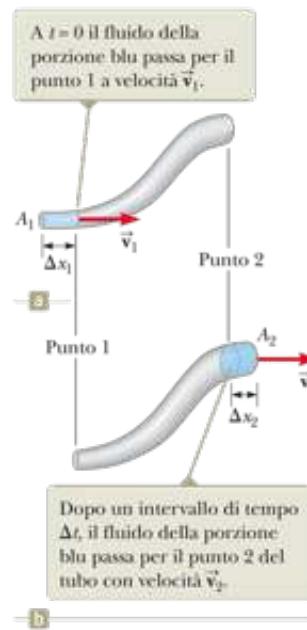


FIGURA 15.17 Un fluido che si muove con fluido stazionario attraverso un tubo di sezione variabile. (a) A $t = 0$, la piccola porzione colorata in blu del fluido a sinistra si muove attraverso la sezione del tubo A_1 . (b) Dopo un intervallo di tempo Δt , la porzione di fluido colorato in blu ha raggiunto la sezione di area A_2 .

Consideriamo un fluido ideale che fluisca attraverso un tubo di sezione non uniforme, come mostrato nella Figura 15.17. Concentriamo la nostra attenzione su un segmento di fluido nel tubo. In Figura 15.17a viene illustrato il segmento al tempo $t = 0$ costituito dalla parte grigia tra il punto 1 e il punto 2 e la parte corta blu a sinistra del punto 1. In questo momento, il fluido nella breve porzione blu sta fluendo attraverso una sezione trasversale di area A_1 alla velocità v_1 . Durante l'intervallo di tempo Δt , la piccola lunghezza Δx_1 del fluido nella porzione blu oltrepassa il punto 1. Nello stesso periodo, il fluido si muove oltrepassando il punto 2 all'altra estremità del tubo. La Figura 15.17b illustra la situazione alla fine

dell'intervallo di tempo Δt . La parte blu all'estremità destra rappresenta il fluido che si è spostato oltre il punto 2 attraverso un'area A_2 ad una velocità v_2 .

La massa del fluido contenuto nella porzione blu in Figura 15.17a è data da $m_1 = \rho A_1 \Delta x_1 = \rho A_1 v_1 \Delta t$, dove ρ è la densità (costante) del fluido ideale. Allo stesso modo, il fluido nella porzione blu in Figura 15.17b ha una massa $m_2 = \rho A_2 \Delta x_2 = \rho A_2 v_2 \Delta t$. Poiché il liquido è incomprimibile e il flusso è costante, la massa del fluido che attraversa il punto 1 in un intervallo di tempo Δt deve essere uguale alla massa che oltrepassa il punto 2 nello stesso intervallo di tempo. Cioè, $m_1 = m_2$ o $\rho A_1 v_1 \Delta t = \rho A_2 v_2 \Delta t$, che significa

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{costante}$$

15.7◀

Questa espressione è denominata **equazione di continuità per i fluidi**. Afferma che il prodotto dell'area del fluido per la velocità in tutti i punti lungo un tubo è costante per un fluido incomprimibile. L'Equazione 15.7 mostra che la velocità è grande dove il tubo è ristretto (A piccolo) e piccola dove il tubo è ampio (A grande). Il prodotto Av , che ha le dimensioni di volume per unità di tempo, è chiamato *flusso di volume* o *flusso*. La condizione $Av = \text{costante}$ è equivalente all'affermazione che il volume di fluido che entra in una estremità di un tubo in un intervallo di tempo specificato è uguale al volume uscente dall'altra estremità del tubo nello stesso intervallo di tempo, se non ci sono perdite.



© Cengage Learning/George Sample

FIGURA 15.18 La velocità dell'acqua che fluisce dall'estremità del tubo da giardino aumenta perché la sezione del tubo è stata ridotta col pollice.

Si dimostra l'equazione di continuità ogni volta che si innaffia il giardino con il pollice sopra l'estremità di un tubo da giardino come in Figura 15.18. Bloccando parzialmente l'apertura con il pollice si riduce l'area della sezione trasversale attraverso la quale passa l'acqua. Di conseguenza, la velocità dell'acqua aumenta appena esce dal tubo e l'acqua può essere spruzzata su una lunga distanza.

QUIZ RAPIDO 15.5

Congiungiamo tra loro le estremità di due cannucce in modo da ottenerne una più lunga, senza perdite. Le due cannucce hanno un raggio di 3 mm e 5 mm. Beviamo una bibita con la combinazione delle due cannucce. In quale cannuccia la velocità del liquido è maggiore? (a) In quella più vicina alla bocca. (b) Nella cannuccia di raggio 3 mm. (c) In quella di raggio 5 mm. (d) La velocità è la stessa nelle due cannucce.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 15.5 | Innaffiare un giardino

Un giardiniere utilizza un tubo dell'acqua di 2.50 cm di diametro per riempire un secchio di 30.0 L. Il giardiniere osserva che ci vuole 1.00 min per riempire il secchio. Un ugello con un'apertura di sezione trasversale 0.500 cm² è poi collegato al tubo. L'ugello è tenuto in modo tale che l'acqua sia proiettata

orizzontalmente da un punto a 1.00 m dal suolo. Su quale distanza orizzontale è possibile spruzzare l'acqua?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Teorema di Bernoulli

Probabilmente ti è capitato di guidare in autostrada e di essere sorpassato da un grande camion ad alta velocità. In questa situazione, avrai provato la sensazione che la macchina venisse risucchiata verso il camion mentre esso ti sorpassava. Vedremo l'origine di questo effetto in questo paragrafo.

Quando un fluido si muove in una regione in cui la sua velocità o la sua quota al di sopra della superficie terrestre cambia, la pressione del fluido varia in conseguenza di questo cambiamento. La relazione tra velocità del fluido, pressione e quota fu ottenuta nel 1738 dal fisico svizzero Daniel Bernoulli. Consideriamo il flusso di un segmento di fluido ideale attraverso un tubo di sezione variabile in un intervallo di tempo Δt , come mostrato in Figura 15.19. Questa figura è molto simile alla Figura 15.17 che abbiamo usato per discutere l'equazione di continuità. Ad essa abbiamo aggiunto due elementi: le forze agenti sulle estremità esterne delle porzioni blu del fluido e l'altezza di queste porzioni rispetto alla posizione di riferimento $y = 0$.


© istockphoto.com/ZU_09

Daniel Bernoulli

Fisico svizzero (1700-1782) Bernoulli fece importanti scoperte nella dinamica dei fluidi. Il più famoso lavoro di Bernoulli, *Hydrodynamica*, fu pubblicato nel 1738; è uno studio teorico e pratico dell'equilibrio, pressione e velocità nei fluidi. Egli mostrò che all'aumentare della velocità di un fluido, la sua pressione diminuisce. Indicato come "principio di Bernoulli", il lavoro di Bernoulli è utilizzato per produrre un vuoto parziale nei laboratori di chimica collegando una camera a un tubo attraverso cui l'acqua viene fatta fluire rapidamente.

La forza esercitata dal fluido sul margine sinistro della porzione in blu nella Figura 15.19a ha intensità $P_1 A_1$. Il lavoro compiuto da questa forza sul segmento nell'intervallo Δt è $W_1 = F_1 \Delta x_1 = P_1 A_1 \Delta x_1 = P_1 V$, dove V è il volume della porzione blu di fluido che passa per il punto 1 nella Figura 15.19a. In modo simile, il lavoro compiuto dal fluido alla destra del segmento nello stesso intervallo di tempo Δt è $W_2 = -P_2 A_2 \Delta x_2 = -P_2 V$, dove V è il volume della porzione blu di fluido che passa dal punto 2 in Figura 15.19b (i volumi delle porzioni blu nelle Figg. 15.19a e 15.19b sono uguali perché il fluido è incomprimibile). Questo lavoro è negativo perché la forza sul segmento di fluido è diretta verso sinistra e lo spostamento del punto di applicazione della forza è diretto verso destra. Quindi, il lavoro fatto sul segmento di fluido da queste forze nell'intervallo Δt è

$$W = (P_1 - P_2)V$$

Parte di questo lavoro determina un cambiamento di energia cinetica del segmento di fluido, e parte determina un cambiamento dell'energia potenziale gravitazionale del sistema segmento-Terra. Poiché abbiamo assunto che il fluido si muova con flusso laminare, l'energia cinetica K_{grigio} della porzione grigia del segmento è identica in entrambe le parti della Figura 15.19. Quindi, il cambiamento in energia cinetica del segmento di fluido è

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2} m v_2^2 + K_{\text{grigio}} \right) - \left(\frac{1}{2} m v_1^2 + K_{\text{grigio}} \right) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

dove m è la massa della porzione 1 o della porzione 2 in Figura 15.19. Poiché i volumi di entrambe le porzioni sono uguali, essi hanno anche la stessa massa.

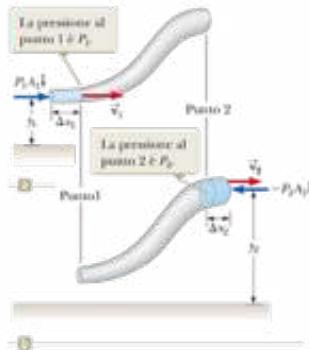


FIGURA 15.19 Un fluido in flusso laminare attraverso un tubo. (a) Un segmento del fluido al tempo $t = 0$. Una piccola porzione di liquido di colore blu è all'altezza y_1 , sopra una posizione di riferimento. (b) Dopo un intervallo di tempo Δt , l'intero segmento si è spostato a destra. La porzione di liquido colorato in blu è all'altezza y_2 .

Considerando l'energia potenziale gravitazionale del sistema segmento-Terra, ancora una volta l'energia potenziale gravitazionale U_{grigio} associata alla porzione grigia del fluido non cambia nell'intervallo di tempo considerato. Conseguentemente, la variazione di energia potenziale gravitazionale del sistema è

$$\Delta U = (mgy_2 + U_{\text{grigio}}) - (mgy_1 + U_{\text{grigio}}) = mgy_2 - mgy_1$$

Dall'Equazione 7.2, il lavoro totale fatto sul sistema segmento-Terra dal fluido esterno al segmento è uguale alla variazione di energia meccanica del sistema: $W = \Delta K + \Delta U$. Sostituendo ciascuno dei termini si ottiene

$$(P_1 - P_2)V = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1 \quad \text{15.8} \blacktriangleleft$$

Se dividiamo ciascun termine per il volume V della porzione di fluido e ricordiamo che $\rho = m/V$, l'espressione precedente si riduce a

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_2 - \rho gy_1$$

Riarrangiamo i termini della precedente equazione per ottenere

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gy_2 \quad \text{15.9} \blacktriangleleft$$

che è l'**equazione di Bernoulli** applicata al caso di un fluido ideale. Spesso viene espressa nella forma

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy = \text{costante} \quad \text{15.10} \blacktriangleleft$$

Il teorema di Bernoulli dice che la somma della pressione P , dell'energia cinetica per unità di volume $\frac{1}{2}\rho v^2$ e dell'energia potenziale gravitazionale per unità di volume ρgy è costante in tutti i punti di una linea di corrente.

Quando un fluido è fermo, $v_1 = v_2 = 0$ e l'Equazione 15.9 diventa

$$P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1) = \rho gh$$

in accordo con l'Equazione 15.4.

Sebbene l'Equazione 15.10 sia stata derivata per un fluido incompressibile, il comportamento generale della pressione con la velocità è vero anche per i gas: quando la velocità aumenta, la pressione diminuisce. Questo *effetto Bernoulli* spiega l'esperienza con il camion sull'autostrada all'inizio di questo paragrafo. Quando l'aria passa tra la macchina

e il camion, si trova all'interno di un canale relativamente stretto. In accordo con l'equazione di continuità, la velocità dell'aria aumenta. In accordo con l'equazione di Bernoulli, la maggiore velocità dell'aria determina una minore pressione sulla vostra macchina rispetto all'altro lato della macchina. Quindi, c'è una forza complessiva risultante che vi spinge verso il camion.

QUIZ RAPIDO 15.6

Osserva due palloncini di elio galleggiare l'uno accanto all'altro alle estremità di due cordicelle a cui sono legati. Le superfici dei due palloncini sono separate da 1-2 cm. Soffia attraverso il piccolo spazio tra i palloncini. Che cosa succede ai palloncini? (a) Si muovono l'uno verso l'altro. (b) Si muovono allontanandosi l'uno dall'altro. (c) Non si influenzano tra di loro.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 15.6 | Naufragio di una nave da crociera

Un subacqueo è a caccia di pesci con un fucile subacqueo. Accidentalmente spara col fucile e perfora il lato di una nave da crociera. Il foro si trova ad una profondità di 10.0 m sotto la superficie dell'acqua. Con quale velocità l'acqua entra nella nave da crociera attraverso il foro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 15.7 | Legge di Torricelli

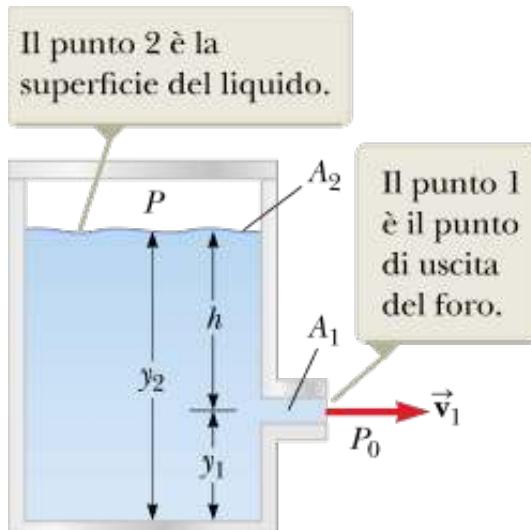


FIGURA 15.20 (Esempio 15.7) Il fluido esce da un foro in un serbatoio a velocità v_1 .

Un serbatoio chiuso contenente un liquido di una data densità ρ ha un buco nel suo lato a distanza y_1 dal fondo del serbatoio (Fig. 15.20). Il foro è aperto all'atmosfera e il suo diametro è molto più piccolo del diametro del serbatoio. L'aria sopra il liquido è mantenuta a una pressione P . Determinare la velocità del liquido che lascia il buco quando il livello del liquido è una distanza h sopra il foro.

Analisi Poiché $A_2 \gg A_1$, il liquido è circa a riposo nella parte superiore del serbatoio, dove la pressione è P . Presso il foro, P_1 è uguale alla pressione atmosferica P_0 .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Altre applicazioni di dinamica dei fluidi

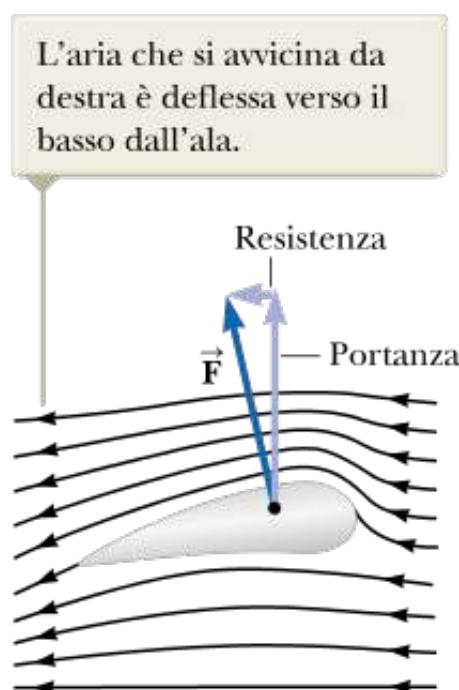


FIGURA 15.21 Linee di corrente attorno ad un'ala di un aereo in moto. Secondo la terza legge di Newton, per effetto dell'aria deflessa dall'ala, l'aria esercita una forza verso l'alto sull'ala: la portanza. A causa della resistenza dell'aria, esiste anche una forza opposta alla velocità dell'ala: la resistenza.

Consideriamo le linee di corrente che fluiscono attorno all'ala di un aeroplano, come in Figura 15.21. Assumiamo che le linee di corrente giungano all'ala orizzontalmente da destra. La conformazione dell'ala deflette le linee di corrente verso il basso. Poiché le linee di corrente vengono deflesse dall'ala, l'ala deve esercitare una forza sulle linee di corrente.

Secondo la terza legge di Newton, le linee di corrente esercitano una forza \vec{F} uguale e opposta sull'ala. Questa forza ha una componente verticale chiamata **portanza** (o portanza aerodinamica) e una componente orizzontale chiamata **resistenza**. La portanza dipende da vari fattori, quali la velocità dell'aereo, la superficie alare, la sua curvatura, e l'angolo fra l'ala e l'orizzontale. Quando l'angolo aumenta, si può instaurare un flusso turbolento al di sopra dell'ala che riduce la portanza.

In generale, un oggetto subisce una portanza per mezzo di qualsiasi effetto che causi la variazione di direzione del flusso quando esso fluisce oltre l'oggetto. Alcuni fattori che influenzano la portanza sono la forma dell'oggetto, la sua orientazione rispetto alla direzione del flusso, la rotazione su se stesso (per esempio, una palla da golf che ruota), e la conformazione della superficie dell'oggetto.

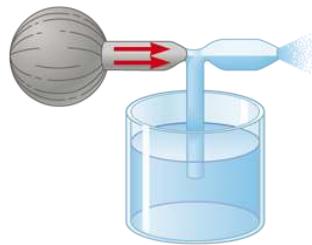


FIGURA 15.22 Un flusso d'aria passando sopra un tubo immerso in un liquido provoca la risalita del liquido nel tubo.

Un numero rilevante di strumenti funziona in modo simile a quello dell'*atomizzatore* in Figura 15.22. Un flusso d'aria che passa attraverso un tubo aperto riduce la pressione al di sopra del tubo. Questa diminuzione di pressione fa sì che il liquido salga verso il flusso d'aria. Il liquido viene allora disperso in una nuvola di goccioline. Questo tipo di sistema viene utilizzato nelle bombolette spray di profumo e di vernice.

Collegamento al contesto: flusso turbolento del sangue

I fluidi giocano un ruolo dominante nel trasporto di nutrienti e di altri materiali nel corpo umano. Il sistema circolatorio trasporta sostanze nutritive alle cellule e rimuove i rifiuti prodotti, il sistema respiratorio fornisce l'ossigeno necessario alle cellule per consumare sostanze nutritive e rimuove l'anidride carbonica prodotta in queste reazioni, e il sistema gastrointestinale digerisce il cibo e rimuove i rifiuti dal corpo. Ciascuno di questi sistemi rappresenta un sistema fluidodinamico complesso con proprietà uniche. Con ogni battito cardiaco, il sangue nel nostro corpo è spostato lungo le arterie, vene, e la vasta rete di capillari che costituiscono il sistema di circolazione del sangue. Il sangue fluisce regolarmente in porzioni sane di arterie e risulterebbe semplice analizzarne il flusso assumendolo di tipo *laminare*, come discusso nel Paragrafo 15.5. Tuttavia, tale modello semplificato è scorretto per almeno due motivi. In primo luogo, il flusso di sangue è instabile perché il battito del cuore provoca una pressione differenziale nelle arterie che varia nel tempo. Secondo, perché quando il sangue interagisce con le pareti delle arterie e dei piccoli capillari si creano vortici turbolenti.

Ogni litro di sangue contiene da 4×10^{12} a 6×10^{12} globuli rossi che hanno diametri che vanno da $6 \mu\text{m}$ a $8 \mu\text{m}$. Queste cellule, a forma di disco biconcavo, sono sufficientemente ampie da consentire che ogni lato della cellula sperimenti una forza diversa dal fluido circostante. La coppia risultante sulle cellule le induce a ruotare, creando turbolenza nel fluido. Come la velocità del sangue aumenta, i gradienti nel flusso della velocità tra le pareti e il centro del vaso aumentano. Questi maggiori gradienti di velocità fanno ruotare ancora più velocemente i globuli rossi, mescolando il sangue e facendolo diventare ancora più turbolento.

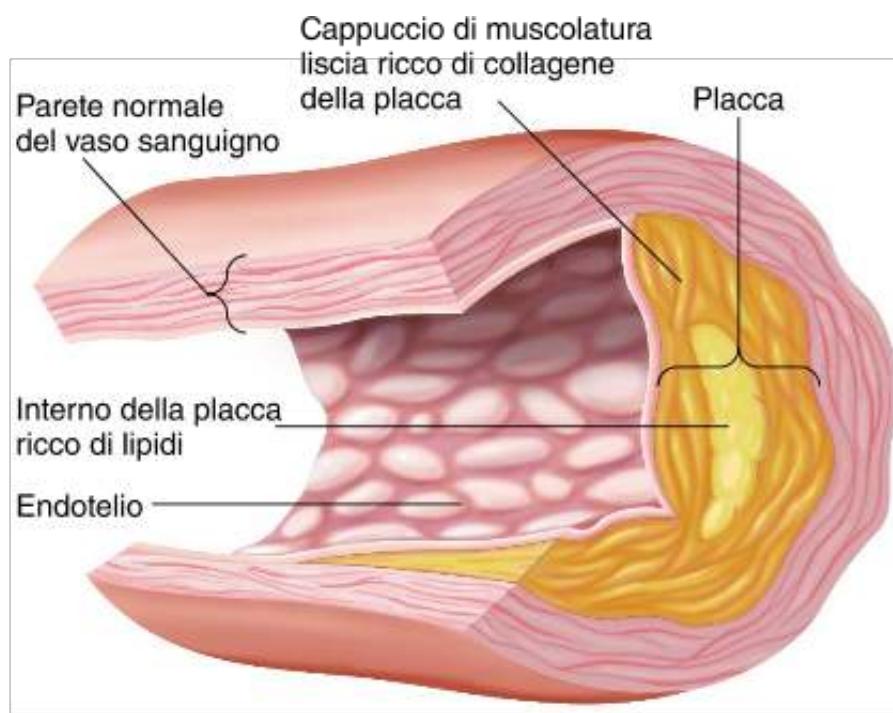


FIGURA 15.23 La parte a sinistra di questa sezione di vaso coronarico è normale. Sulla destra, invece, l'aterosclerosi ha condotto alla formazione di una placca, che sporge verso l'interno del vaso e interferisce con il flusso sanguigno (da Sherwood, *Fundamentals of Human Physiology*, IV ed., 2012, Brooks Cole, Fig. 9-24, p. 253, © Brooks/Cole).

Il flusso di sangue interagisce anche chimicamente con le cellule che rivestono le pareti dei vasi sanguigni. Le superfici interne del cuore e dei vasi sanguigni sono coperte con un singolo strato di *cellule endoteliali*, che riducono l'attrito tra le cellule del sangue e le pareti dei vasi. Queste cellule hanno anche un significativo ruolo nell'estrazione di minerali dal sangue, nel passaggio dei globuli bianchi dentro e fuori dal flusso sanguigno, e nella formazione di coaguli di sangue. Nel flusso laminare, le cellule endoteliali sono a forma di pallone da rugby e si allineano lungo la direzione del flusso sanguigno, creando uno strato di protezione sopra le pareti dei vasi. I vasi sanguigni si espandono e si contraggono continuamente a causa di fattori ambientali quali i cambiamenti di temperatura nell'ambiente circostante. Difetti ereditari dei vasi sanguigni, disturbi nei nervi che controllano la contrazione del vaso, gli infortuni e le droghe possono causare una

contrazione dei vasi sanguigni. Secondo la equazione di continuità per fluidi (Eq. 15.7), questo si traduce in una maggiore velocità del flusso del sangue. Quando il sangue fluisce più velocemente e diventa più turbolento, le cellule endoteliali rispondono diventando arrotondate e dividendosi molto più velocemente del normale. La divisione delle cellule endoteliali crea lacune nel rivestimento del vaso sanguigno, permettendo alle piastrine del sangue e alle lipoproteine che trasportano colesterolo di attaccarsi alle pareti dei vasi, e la placca inizia a formarsi nel vaso sanguigno. Le pareti lisce del vaso sanguigno diventano più ruvide, perturbano ulteriormente il flusso sanguigno, che a sua volta influisce sulle cellule endoteliali a valle delle aree ruvide, creando un’ulteriore placca. Man mano che la placca si accresce nel vaso sanguigno, il canale si restringe ulteriormente, aumentando la velocità del flusso e alterando un gran numero di cellule endoteliali (Fig. 15.23).

Il graduale accumulo di placca, chiamato *aterosclerosi*, può diventare catastrofico quando la placca diventa instabile e si rompe. In questo caso, il sangue è esposto al collagene del cappuccio della placca. Questa provoca la coagulazione del sangue nel punto di rottura, formando quello che viene chiamato un *trombo*. Il trombo può continuare a crescere fino a bloccare completamente il vaso sanguigno. D’altra parte, il trombo può staccarsi dal sito della placca e fluire con il sangue fino a bloccare un vaso più piccolo da qualche parte a valle. Il blocco di vasi sanguigni nelle braccia, nelle gambe, o nel bacino può comportare l’insorgenza di infezioni come la *cancrena*, dolore e intorpidimento. Un grave blocco in un vaso sanguigno coronarico, tuttavia, può portare a un attacco di cuore, e un blocco in un’arteria carotide può portare a ictus. La gravità dei danni al muscolo cardiaco durante un attacco di cuore dipende dalla posizione del blocco. L’arteria coronaria sinistra (vedi Fig. 3 nell’Introduzione al Contesto) fornisce sangue all’85% del tessuto cardiaco, così che un blocco in questo vaso in un punto alto sul cuore vicino alle vene polmonari potrebbe causare gravi danni.

In questo Collegamento al contesto, abbiamo studiato il ruolo del flusso turbolento e abbiamo utilizzato l’equazione di continuità dei fluidi per chiarire il processo cardiovascolare di accumulo di placca. Nelle Conclusioni del Contesto 4, esploreremo un’applicazione del principio di Bernoulli per la diagnosi e la prevenzione delle malattie cardiovascolari e attacchi di cuore.

SOMMARIO I

La **pressione** P in un fluido è la forza per unità di superficie che il fluido esercita su una superficie:

$$P \equiv \frac{F}{A} \quad 15.1 \blacktriangleleft$$

Nel sistema SI, la pressione è espressa in unità Newton per metro quadrato e $1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ pascal (Pa)}$.

La pressione in un liquido varia con la profondità h secondo l’espressione

$$P = P_0 + \rho gh \quad 15.4 \blacktriangleleft$$

dove P_0 è la pressione alla superficie del liquido e ρ è la densità del liquido, assunta uniforme.

La **legge di Pascal** afferma che quando un cambiamento di pressione è applicato ad un fluido, la variazione di pressione è trasmessa inalterata ad ogni punto del fluido e ad ogni punto delle pareti del contenitore.

Quando un oggetto è parzialmente o completamente immerso in un liquido, il fluido esercita una forza verso l'alto sull'oggetto chiamato **forza di galleggiamento**. Secondo il **principio di Archimede**, la forza di galleggiamento è uguale al peso del fluido spostato dall'oggetto:

$$B = \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{spost}}$$

15.5◀

Vari aspetti della dinamica dei fluidi possono essere capiti adottando un modello semplificato in cui il fluido è non viscoso e incompressibile e il movimento del fluido è un flusso costante senza alcuna turbolenza.

Utilizzando questo modello, si possono ottenere due importanti risultati per quanto riguarda il fluido che scorre attraverso un tubo di dimensione non uniforme:

1. Il flusso attraverso il tubo è una costante, che è equivalente ad affermare che il prodotto della sezione trasversale di area A e la velocità v in ogni punto è una costante. Questo comportamento è descritto dall'**equazione di continuità per i fluidi**:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{costante}$$

15.7◀

2. La somma di pressione, energia cinetica per unità di volume ed energia potenziale gravitazionale per unità di volume assume lo stesso valore in tutti i punti lungo una linea di corrente. Questo comportamento è descritto dall'**equazione di Bernoulli**:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad 15.9◀$$

QUESITI

- 1.** Un blocco di legno galleggia in acqua, e un oggetto d'acciaio è attaccato alla sua parte inferiore con una corda come in Figura Q15.1. Se il blocco rimane galleggiante, quali delle seguenti affermazioni sono valide? (Seleziona tutte le risposte corrette.) (a) La forza di galleggiamento sull'oggetto in acciaio è uguale al suo peso. (b) La forza di galleggiamento sul blocco è pari al suo peso. (c) La tensione della corda è uguale al peso dell'oggetto in acciaio. (d) La tensione della corda è inferiore al peso dell'oggetto in acciaio. (e) La forza di galleggiamento sul blocco è uguale al volume di acqua che sposta.

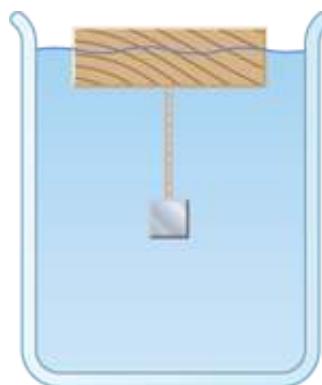


FIGURA Q15.1

- 2.** In una barca si sviluppa una falla e, dopo che i passeggeri vengono tratti in salvo, la nave affonda sul fondo di un lago. Quando la barca è in fondo, qual è la forza del fondo del lago sulla barca? (a) superiore al peso della barca (b) uguale a il peso della barca (c) minore del peso della barca (d) pari al peso dell'acqua spostata (e) pari alla forza di galleggiamento agente sulla barca.

- 3.** La Figura Q15.3 mostra le vedute aeree proprio sulla verticale di due dighe. Le dighe hanno la stessa larghezza (la dimensione verticale nelle figure) e la stessa altezza (verso l'interno della pagina in figura). La diga sulla sinistra sbarra un lago molto grande, mentre quella sulla destra sbarra un fiume stretto. Quale diga deve essere costruita in maniera più robusta? (a) la diga sulla sinistra (b) la diga sulla destra (c) entrambe allo stesso modo (d) non può essere predetto.

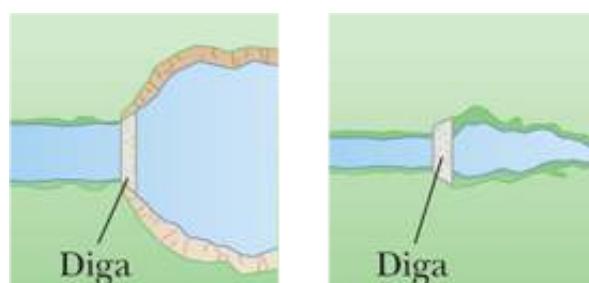


FIGURA Q15.3

- 4.** Un pallone da spiaggia pieno di aria è spinto circa 1 m sotto la superficie di una piscina all'aperto e poi rilasciato da fermo. Quali delle seguenti asserzioni sono valide, assumendo che le dimensioni del pallone rimangono le stesse? (Selezionare tutte le riposte corrette.) (a) Mentre il pallone risale nella piscina, aumenta la forza di galleggiamento. (b) Quando la palla viene rilasciata, la forza di galleggiamento supera la forza di gravità, e la palla accelera verso l'alto. (c) La forza di galleggiamento sul pallone diminuisce quando questo si avvicina alla superficie della piscina. (d) La forza di galleggiamento sulla sfera è uguale al suo peso e rimane costante quando questa risale. (e) La forza sulla palla mentre è

sommersa è approssimativamente uguale al peso di un volume dell'acqua che potrebbe riempire la palla.

5. Una sfera di ferro solido e una sfera di piombo solido della stessa dimensione sono entrambe sospese da corde e sono immerse in un serbatoio di acqua. (Si noti che la densità del piombo è maggiore di quella del ferro.) Quali delle seguenti affermazioni sono valide? (Scegliere tutte le risposte corrette.) (a) La forza di galleggiamento è la stessa su entrambe. (b) La forza di galleggiamento sulla sfera di piombo è maggiore rispetto a quella sulla sfera di ferro perché il piombo ha maggiore densità. (c) La tensione della corda che sostiene la sfera di piombo è maggiore della tensione della corda che sostiene la sfera in ferro. (d) La forza di galleggiamento sulla sfera di ferro è maggiore rispetto a quella che agisce sulla sfera di piombo perché il piombo sposta più acqua. (e) Nessuna delle suddette affermazioni è vera.

6. Un bicchiere di acqua contiene cubetti di ghiaccio galleggianti. Quando il ghiaccio si scioglie, cosa fa il livello dell'acqua nel bicchiere (a) va su (b) va giù (c) rimane invariato?

7. Un fluido ideale scorre attraverso un tubo orizzontale il cui diametro varia lungo la sua lunghezza. Le misure indicano che la somma dell'energia cinetica per unità di volume e pressione in diverse sezioni del tubo: (a) diminuiscono come il diametro del tubo aumenta, (b) aumentano come il diametro del tubo aumenta, (c) aumentano come il diametro del tubo diminuisce, (d) diminuiscono come il diametro del tubo diminuisce (e) rimangono le stesse al variare di diametro del tubo.

8. Tre vasi di diverse forme sono riempiti allo stesso livello con acqua come in Figura Q15.8. L'area della base è la stessa per tutti i tre vasi. Quali delle seguenti affermazioni sono valide? (Selezionare tutte le affermazioni corrette.) (a) La pressione sulla superficie superiore del vaso A è più grande perché ha la più grande superficie. (b) La pressione sul fondo del vaso A è più grande perché contiene la maggior quantità di acqua. (c) La pressione sulla parte inferiore di ogni vaso è la stessa. (d) La forza sulla parte inferiore di ciascun recipiente non è la stessa. (e) A una determinata profondità sotto la superficie di ogni vaso la pressione sul lato del vaso A è più grande perché ha maggiore pendenza delle pareti.

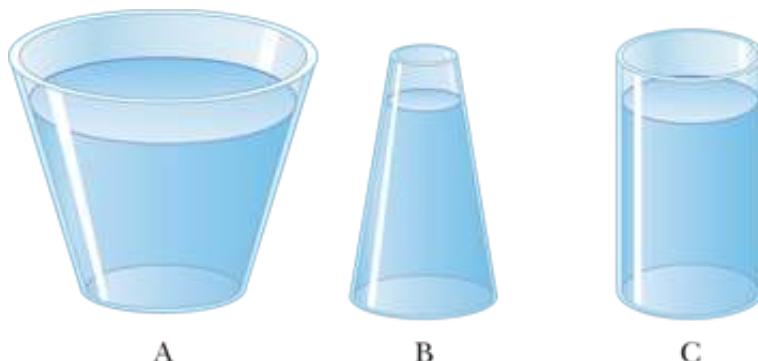


FIGURA Q15.8

9. Una persona in una barca galleggiante in un piccolo stagno getta un'ancora fuori bordo. Cosa succede al livello dello stagno? (a) Aumenta. (b) Diminuisce. (c) Rimane lo stesso.

10. Un piccolo pezzo di acciaio è legato ad un blocco di legno. Quando il legno è posto in una vasca d'acqua con l'acciaio sulla parte superiore, metà del blocco è sommerso. Ora il blocco è invertito così che l'acciaio è sotto l'acqua. **(i)** Cosa accade alla parte del blocco sommerso: (a) aumenta, (b) diminuisce, o (c) rimane la stessa? **(ii)** Che cosa succede al livello dell'acqua nella vasca quando il blocco è invertito? (a) Aumenta. (b) Diminuisce. (c) Resta lo stesso.

11. Un pezzo di legno poroso non verniciato galleggia a fatica in un contenitore parzialmente riempito con acqua. Il contenitore è quindi sigillato e pressurizzato a valori superiori alla pressione atmosferica. Che cosa succede al legno? (a) Galleggia meglio in acqua. (b) Affonda di più in acqua. (c) Rimane allo stesso livello.

12. Un pallone da spiaggia è fatto di plastica sottile. È stato gonfiato con aria, ma la plastica non è tesa. Nuotando, riesci a prendere la palla dalla superficie di una piscina e a portarla sott'acqua. Una volta che la palla è completamente sommersa, che cosa succede alla forza di galleggiamento esercitata sul pallone quando lo porti a maggiore profondità? (a) Aumenta. (b) Rimane costante. (c) Diminuisce. (d) È impossibile da determinare.

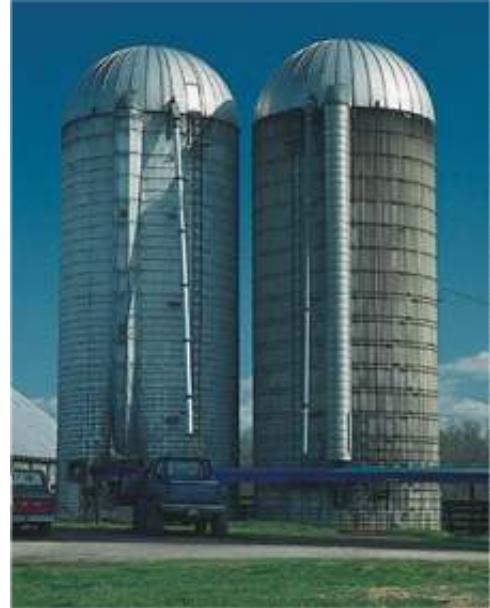
13. Uno dei problemi previsti a causa del riscaldamento globale è che il ghiaccio delle calotte polari si sciolga e faccia aumentare i livelli del mare in tutto il mondo. La maggiore preoccupazione è per il ghiaccio: (a) al Polo Nord, dove la maggior parte del ghiaccio galleggia sull'acqua; (b) al Polo Sud, dove la maggior parte del ghiaccio si trova sulla Terra; (c) sia al Polo Nord che a quello Sud ugualmente; (d) a nessuno dei due poli?

14. Ordina le forze di galleggiamento esercitate sui seguenti cinque oggetti di uguale volume dal più grande al più piccolo. Assumi che gli oggetti siano lasciati cadere in una piscina e che siano in condizioni di equilibrio meccanico. Se alcune forze di galleggiamento sono identiche, indica lo. (a) Un blocco di massello di rovere (b) Un blocco di alluminio (c) Un pallone da spiaggia in plastica sottile e gonfiato con aria (d) Un blocco di ferro (e) Una bottiglia sigillata con parete sottile piena di acqua.

15. Un rifornimento di acqua mantiene un flusso costante di acqua in un tubo. Vuoi modificare l'apertura dell'ugello così che l'acqua lasciando l'ugello raggiunga un'altezza quattro volte l'attuale altezza massima raggiunta con l'ugello verticale. Per farlo, dovresti diminuire l'area dell'apertura (a) di un fattore 16, (b) di un fattore 8, (c) di un fattore 4, (d) di un fattore 2 oppure (e) rinunci perché non può essere fatto?

DOMANDE CONCETTUALI

1. Un tipico silos in una fattoria ha molte fasce metalliche avvolte attorno al perimetro per il sostegno, come mostrato in Figura DC15.1. Perché la spaziatura tra i successivi gruppi è sempre più piccola per le parti inferiori del silos a sinistra e perché doppie bande sono utilizzate per le porzioni inferiori del silos sulla destra?



Henry Leap e Jim Lehman

FIGURA DC15.1

2. BIO Poiché la pressione atmosferica è di circa 10^5 N/m^2 e l'area del petto di una persona è di circa 0.13 m^2 , la forza dell'atmosfera sul petto di una persona è di circa 13 000 N. Data questa enorme forza, perché il nostro corpo non collassa?

3. Due sottili bicchieri che hanno aree di base uguali ma diverse forme, e aree della sezione trasversale sopra la base molto differenti, sono riempiti allo stesso livello con acqua. Secondo l'espressione $P = P_0 + pgh$, la pressione è la stessa nella parte inferiore di entrambi i bicchieri. In considerazione di questa uguaglianza, perché uno pesa più dell'altro?

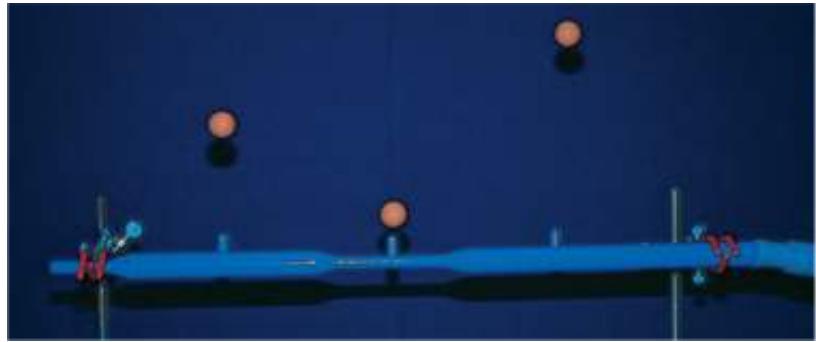
4. Una nave galleggia più in alto sull'acqua di un lago nell'entroterra o nell'oceano? Perché?

5. Quando un oggetto è immerso in un liquido a riposo, perché la risultante forza sull'oggetto nella direzione orizzontale è pari a zero?

6. Un pesce poggia sul fondo di un secchio di acqua mentre il secchio è pesato su una bilancia. Quando il pesce inizia a nuotare intorno, la scala di lettura mostra un cambiamento? Spiega la tua risposta.

7. I cani della prateria fanno ventilare le loro tane costruendo un tumulo intorno ad un ingresso, che è aperto a un flusso d'aria quando soffia il vento da qualsiasi direzione. Un secondo ingresso a livello del suolo è aperto all'aria quasi stagnante. Come riesce questa costruzione a creare un flusso di aria attraverso la tana?

8. In Figura DC15.8, un flusso d'aria si muove da destra a sinistra attraverso un tubo che è ristretto al centro. Tre palline da ping-pong possono levitare in equilibrio sopra la colonna verticale attraverso cui fuoriesce l'aria. (a) Perché la palla nella parte destra è più in alto rispetto a quella in mezzo? (b) Perché la palla a sinistra è più in basso rispetto alla palla a destra anche se il tubo orizzontale ha le stesse dimensioni in questi due punti?



Henry Leap e Jim Lehman

FIGURA DC15.8

9. Viaggi come passeggero su un veicolo spaziale. Per la tua sopravvivenza e comfort, l'interno contiene aria come quella sulla superficie della Terra. La navetta sta viaggian do attraverso una regione di spazio vuoto. Cioè, appena fuori dalle pareti, c'è un vuoto quasi perfetto. Improvvisamente, un meteorite produce un buco delle dimensioni circa di una grande moneta, proprio attraverso la parete accanto al tuo posto. (a) Cosa succede? (b) C'è qualcosa che tu possa o debba fare a questo proposito?

10. Perché i piloti di aereo preferiscono decollare con l'aereo rivolto al vento?

11. Le torrette dell'acqua sono strutture comuni a molte località. La Figura DC15.11 mostra una collezione di torrette dell'acqua colorate a Kuwait City, nel Kuwait. Si noti che il grande peso dell'acqua fa sì che il centro di massa del sistema sia alto sopra la terra. Perché è auspicabile che una torre dell'acqua abbia questa forma altamente instabile piuttosto che essere modellato come un alto cilindro?



© iStockPhoto/Klaas Lingbeek-van Kranen

FIGURA DC15.11

12. Come determineresti la densità di una roccia di forma irregolare?

13. Se rilasci una palla all'interno di un ascensore in caduta libera, la palla resta davanti a te, piuttosto che cadere sul pavimento perché tu, la palla e l'ascensore siete sottoposti alla stessa accelerazione gravitazionale verso il basso. Cosa succede se ripeti questo esperimento con un palloncino pieno di elio?

14. Un portasapone metallico vuoto a malapena galleggia in acqua. Una barra di sapone galleggia in acqua. Quando il sapone è inserito sul portasapone, la combinazione affonda. Spiega il perché.

15. (a) La forza di galleggiamento è una forza conservativa? (b) C'è una energia potenziale associata alla forza di galleggiamento? (c) Spiega le risposte alle parti (a) e (b).

16. Se il flusso d'aria di un asciugacapelli è diretto sopra una pallina da ping-pong, questa può essere levitata. Spiega.

17. Il rifornimento di acqua per una città è spesso fornito da serbatoi costruiti su terreno elevato. Quando apri il rubinetto del lavandino, l'acqua scorre dal serbatoio attraverso dei tubi fino al tuo appartamento. Perché l'acqua fluisce più rapidamente da un rubinetto di un piano inferiore di un edificio rispetto a un appartamento su un piano superiore?

18. Posiziona due lattine di bibite, una regolare e una dietetica, in un contenitore di acqua. Troverai che quella dietetica galleggia mentre quella normale affonda. Usa il principio di Archimede per formulare una spiegazione.

19. Quando osserviamo i saltatori su sci (Fig. DC15.19), vediamo che essi piegano il corpo in avanti e mantengono le mani ai lati. Perché?



FIGURA DC15.19

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 15.1 Pressione

1. Le quattro ruote di una macchina sono gonfiate alla pressione relativa di 200 kPa. Ciascuna ruota ha un'area di 0.024 m^2 a contatto con il suolo. Determinare il peso della vettura.

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Una donna di 50.0 kg che indossa tacchi a spillo è invitata in un appartamento in cui il pavimento della cucina è rivestito in vinile. Il tacco di ciascuna scarpa è circolare e ha un raggio di 0.500 cm. (a) Se la donna sta in equilibrio su un tacco

solo, quale pressione esercita sul pavimento? (b) Il proprietario dell'abitazione deve essere preoccupato? Spiega la tua risposta.

- 3.** Calcolare la massa di una barra rettangolare di oro che ha dimensioni $4.50\text{ cm} \times 11.0\text{ cm} \times 26.0\text{ cm}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 4.** Determinare la massa complessiva dell'atmosfera terrestre. (Il raggio della Terra è di $6.37 \times 10^6\text{ m}$ e la pressione atmosferica a livello del suolo di $1.013 \times 10^5\text{ Pa}$).

Paragrafo 15.2 Variazione della pressione con la profondità

- 5.** La molla del misuratore di pressione relativa mostrata in Figura 15.5 ha una costante elastica di $1\ 250\text{ N/m}$ e il pistone ha un diametro di 1.20 cm . Se il misuratore di pressione è immerso nell'acqua di un lago, determinare la profondità alla quale la molla risulta compressa di 0.750 cm .

VISUALIZZA SOLUZIONE

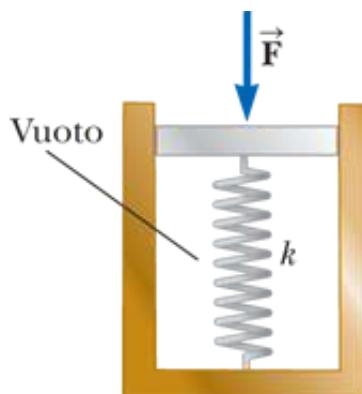


FIGURA P15.5

- 6.** Il pistone piccolo di un sollevatore idraulico (Fig. P15.6) ha una sezione trasversale di 3.00 cm^2 e il suo pistone grande ha una sezione trasversale di 200 cm^2 . Quale forza verso il basso F_1 deve essere applicata sul piccolo pistone perché l'elevatore sollevi un carico di peso $F_g = 15.0\text{ kN}$?

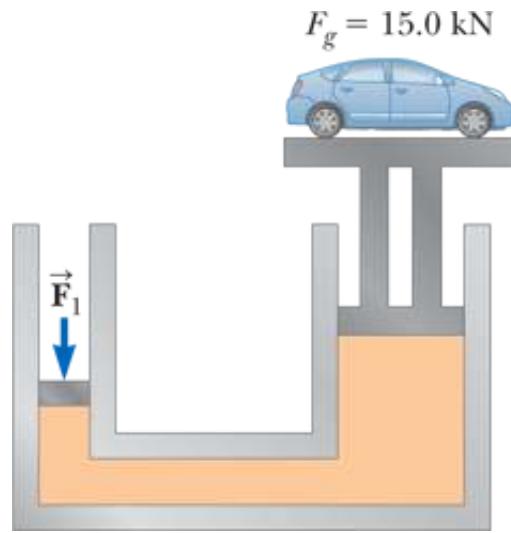


FIGURA P15.6

- 7.** (a) Calcolare la pressione assoluta alla profondità oceanica di 1 000 m. Assumere che la densità dell'acqua di mare sia $1\ 030 \text{ kg/m}^3$ e che l'aria al di sopra eserciti una pressione di 101.3 kPa. (b) A questa profondità, quale forza si esercita su un sottomarino sferico avente il diametro di 5.00 m?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 8.** Una piscina ha dimensioni $30.0 \text{ m} \times 10.0 \text{ m}$ e un fondo piatto. Quando la piscina è riempita fino ad una profondità di 2.00 m con acqua fresca, qual è la forza esercitata dall'acqua sul (a) fondo? (b) Sulle estremità finali? (c) Su ogni lato?

- 9.** Un contenitore è riempito fino ad una profondità di 20. cm con acqua. Sulla superficie dell'acqua galleggia uno strato di olio di 30.0 cm di spessore con peso specifico 0.700. Qual è la pressione assoluta sul fondo del contenitore?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 10.** Per la cantina di una casa nuova è stato scavato un buco nella terra, con pareti verticali che scendono a 2.40 m. Un muro di fondazione di cemento è costruito attraverso l'intera larghezza dello scavo, pari a 9.60 m. Questo muro di fondazione dista 0.183 m dalla parte anteriore della fossa della cantina. Durante un temporale, il drenaggio dalla strada riempie lo spazio davanti al muro di fondazione in cemento, ma non la cantina dietro il muro. L'acqua non penetra nel terreno argilloso. Trovare la forza che l'acqua esercita sul muro di fondazione. Per confronto, il peso della acqua è dato da $2.40 \text{ m} \times 9.60 \text{ m} \times 0.183 \text{ m} \times 1\ 000 \text{ kg/m}^3 \times 9.80 \text{ m/s}^2 = 41.3 \text{ kN}$.

- 11.** Calcolare l'area di contatto tra una ventosa completamente svuotata d'aria e il soffitto necessaria a sostenere il peso di uno studente di 80.0 kg.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

12. Perché la seguente situazione è impossibile? La Figura P15.12 mostra Superman mentre tenta di bere acqua fredda attraverso una cannuccia di lunghezza $\ell = 12.0$ m. Le pareti della cannuccia sono molto forti e non collassano. Con la sua grande forza, egli raggiunge la massima aspirazione possibile e riesce a bere l'acqua fredda.

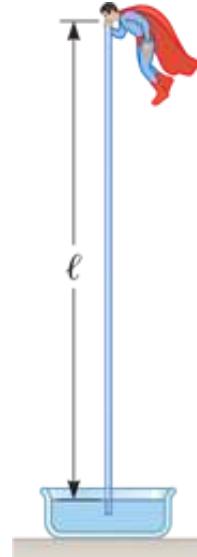


FIGURA P15.12

13. Problema di ricapitolazione. Il serbatoio in Figura P15.13 è riempito d'acqua fino ad una distanza dal fondo $d = 2.00$ m. Nella parte inferiore di una parete si trova un portello rettangolare di altezza $h = 1.00$ m e larghezza $w = 2.00$ m che è incernierato nella parte alta. (a) Determinare la grandezza della forza esercitata dall'acqua sul portello. (b) Trovare la grandezza della coppia esercitata dall'acqua sulle cerniere.

VISUALIZZA SOLUZIONE

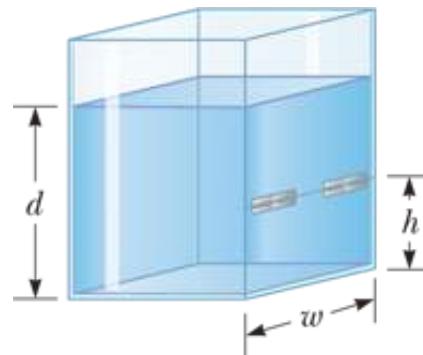


FIGURA P15.13 Problemi 13 e 14.

14. Problema di ricapitolazione. Il serbatoio in Figura P15.13 è riempito d'acqua fino ad una distanza d dal fondo. Nella parte inferiore di una parete si trova un portello rettangolare di altezza h e larghezza w che è incernierato nella parte alta. (a) Determinare la grandezza della forza esercitata dall'acqua sul portello. (b) Trovare la grandezza della coppia esercitata dall'acqua sulle cerniere.

15. Problema di ricapitolazione. Il pistone 1 in Figura P15.15 ha un diametro di 0.250 in. Il pistone 2 ha un diametro di 1.50 in. Determinare la grandezza F della forza necessaria a sostenere il carico di 500 lb in assenza di attrito.

VISUALIZZA SOLUZIONE

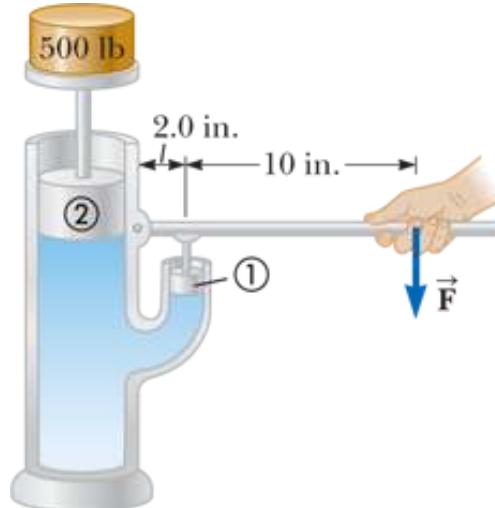


FIGURA P15.15

16. (a) Un aspirapolvere molto potente ha un tubo di diametro 2.86 cm. Con l'estremità del tubo posizionata perpendicolarmente sul fronte di un mattone, qual è il peso del mattone più pesante che può sollevare l'aspiravolvere? (b) **E se?** Un polpo molto potente usa una ventosa del diametro di 2.86 cm su ciascuna delle due conchiglie di una vongola nel tentativo di aprirle. Trovare la forza massima che il polpo può esercitare in acqua marina alla profondità di 32.3 m.

Paragrafo 15.3 Misure di pressione

17. Del mercurio viene versato in un tubo a forma di U, come in Figura P15.17a. Il braccio sinistro del tubo ha una sezione di area $A_1 = 10.0 \text{ cm}^2$, e il braccio di destra ha una sezione di area $A_2 = 5.00 \text{ cm}^2$. Cento grammi di acqua vengono versati nel braccio destro, come in Figura P15.17b. (a) Determinare la lunghezza della colonna d'acqua nel braccio destro del tubo ad U. (b) Dato che la densità del mercurio è 13.6 g/cm^3 , di quale altezza, h , salirà il mercurio nel braccio sinistro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

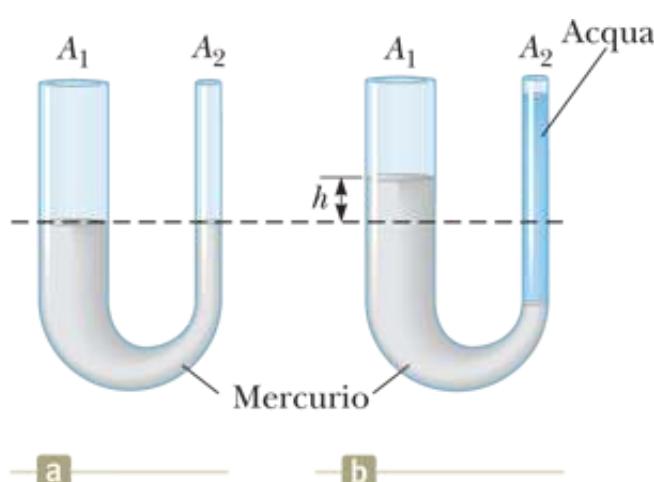
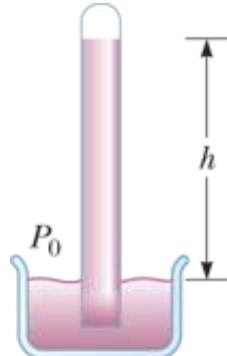


FIGURA P15.17

18. Blaise Pascal ha duplicato il barometro di Torricelli utilizzando vino rosso di Bordeaux, di densità 984 kg/m^3 , come fluido di lavoro (Fig. P15.18). (a) Qual è stata l'altezza h della colonna di vino per la pressione atmosferica normale? (b) Ti aspetti che il vuoto sopra la colonna di vino sia uguale a quella sulla colonna di mercurio?

**FIGURA P15.18**

19. Una piscina esterna con una base circolare di diametro 6.0 m è piena acqua per una profondità di 1.50 m. (a) Trovare la pressione assoluta sul fondo della piscina. (b) Due persone con massa complessiva di 150 kg si immergono nella piscina e galleggiano tranquillamente. L'acqua non trabocca. Trovare l'aumento di pressione nella parte inferiore della piscina dopo che le due persone sono entrate in piscina.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Un serbatoio con un fondo di area A e lati verticali è riempito fino ad una profondità h con acqua. La pressione sulla superficie è P_0 . (a) Qual è la pressione assoluta in fondo al serbatoio? (b) Si supponga che un oggetto di massa M e di densità inferiore a quella dell'acqua sia inserito nel serbatoio e galleggi. L'acqua non trabocca. Quant'è l'aumento della pressione nella parte inferiore del serbatoio?

21. La pressione atmosferica normale è di $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$. L'avvicinarsi di una tempesta provoca un riduzione dell'altezza in un barometro a mercurio di 20.0 mm dall'altezza normale. Quant'è la pressione atmosferica?

VISUALIZZA SOLUZIONE**Paragrafo 15.4 Forze di galleggiamento e principio di Archimede**

22. Problema di ricapitolazione. Un cilindro di raggio r è appoggiato su un'estremità così che esso galleggi in posizione verticale in un fluido avendo una data densità p . È spinto verso il basso di una distanza x rispetto alla sua posizione di equilibrio e rilasciato. Mostrare che il cilindro eseguirà un semplice moto

armonico se trascuriamo gli effetti resistivi del fluido e determiniamo il periodo delle oscillazioni.

- 23.** Una palla di ping-pong ha un diametro di 3.80 cm e una densità media di 0.084 g/cm³. Quale forza è necessaria per tenerla completamente sommersa sotto l'acqua?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 24.** La forza gravitazionale esercitata su un oggetto solido è 5.0 N. Quando l'oggetto è sospeso ad una bilancia a molla e sommerso in acqua, la lettura della bilancia è di 3.50 N (Fig. P15.24). Trovare la densità dell'oggetto.

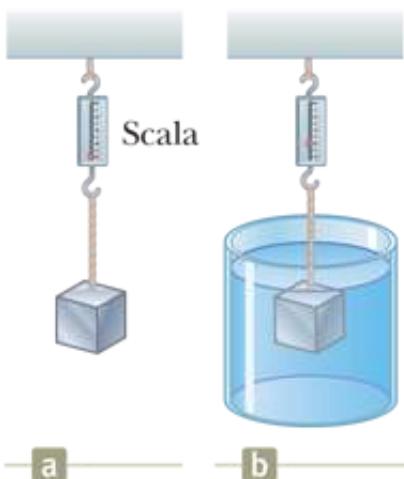


FIGURA P15.24 Problemi 24 e 25.

- 25.** Un blocco di 10.0 kg di metallo che misura 12.0 cm × 10. cm × 10.0 cm è sospeso ad una bilancia a molla e immerso in acqua come mostrato in Figura P15.24b. La dimensione verticale è di 12.0 cm, e la parte superiore del blocco è 5.00 cm sotto la superficie dell'acqua. (a) Quali sono le intensità delle forze che agiscono sulla parte superiore e sulla parte inferiore del blocco a causa dell'acqua circostante? (b) Qual è la lettura della bilancia a molla? (c) Dimostra che la forza di galleggiamento è uguale alla differenza tra le forze nella parte superiore e inferiore del blocco.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 26.** Un *densimetro* è uno strumento utilizzato per determinare la densità dei liquidi. Uno di tipo semplice è abbozzato in Figura P15.26. Il bulbo di una siringa è premuto e rilasciato per permettere all'atmosfera di tirare su un campione del liquido in esame in un tubo che contiene un'asta calibrata di densità nota. L'asta, di lunghezza L e di densità media ρ_0 , galleggia parzialmente immersa nel liquido di densità ρ . L'asta sporge di un tratto h al di sopra della superficie del liquido. Dimostra che la densità del liquido è data da

$$\rho = \frac{\rho_0 L}{L - h}$$

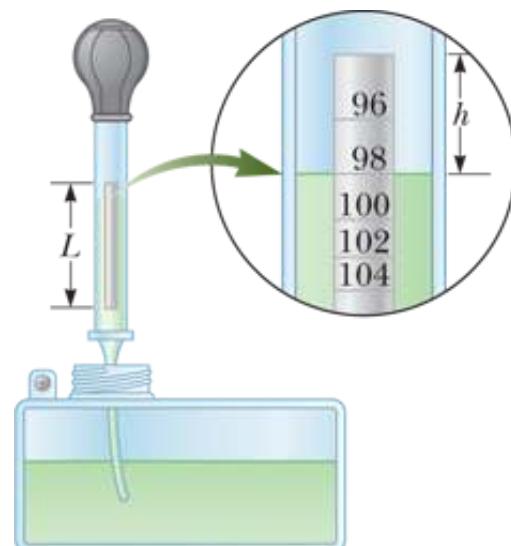


FIGURA P15.26 Problemi 26 e 28.

27. Un cubo di legno, di 20.0 cm di lato, con una densità di 650 kg/m^3 galleggia nell'acqua. (a) Qual è la distanza tra la faccia superiore del cubo e la superficie dell'acqua? (b) Quale quantità in peso di piombo deve essere messa sul cubo affinché la sua faccia superiore sia a livello dell'acqua?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

28. Fare riferimento al Problema 26 e alla Figura P15.26. Un densimetro deve essere costruito con un'asta galleggiante cilindrica. Lungo l'asta devono essere collocate delle tacche a indicare la densità di 0.98 g/cm^3 , 1.00 g/cm^3 , 1.02 g/cm^3 , 1.04 g/cm^3 , ..., 1.14 g/cm^3 . La colonna delle tacche deve cominciare 0.200 cm dall'estremità superiore dell'asta e terminare 1.80 cm da essa. (a) Che lunghezza deve avere l'asta? (b) Quale deve essere la sua densità media? (c) Le tacche devono essere ugualmente spaziate? Spiega le tue risposte.

29. Quanti metri cubi di elio sono richiesti per sollevare un palloncino con un carico di 400 kg per un'altezza di 8 000 m? Considera $p_{\text{He}} = 0.179 \text{ kg/m}^3$. Assumi che il palloncino mantenga un volume costante e che la densità dell'aria diminuisca con l'altitudine z secondo l'espressione $P^{\text{TM}} = p_0 e^{-z/8000}$, dove z è in metri e $p_0 = 1.20 \text{ kg/m}^3$ è la densità dell'aria al livello del mare.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

30. Una lastra di polistirolo ha spessore h e densità p_p . Quando un nuotatore di massa m è appoggiato su di essa, la lastra galleggia in acqua dolce e ha la superficie superiore allo stesso livello della superficie dell'acqua. Trovare l'area della lastra.

31. Una sfera di plastica galleggia in acqua con 50.0% del suo volume sommerso. La stessa sfera galleggia in glicerina con 40.0% del suo volume sommerso.

Determinare la densità (a) della glicerina e (b) della sfera di plastica.

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Come ordine di grandezza, quanti palloncini pieni di elio potrebbero essere richiesti per sollevarsi? Poiché l'olio è una risorsa insostituibile, sviluppa una risposta teorica piuttosto che una risposta sperimentale. Nella soluzione, dichiara che grandezze fisiche prendi come dati, i valori che misuri o stimi per esse.

33. BIO Decenni fa, si pensava che enormi dinosauri erbivori, come *Apatosaurus* e *Brachiosaurus*, camminassero abitualmente sul fondo dei laghi, estendendo il lungo collo fino in superficie per respirare. *Brachiosaurus* aveva le narici nella parte superiore della testa. Nel 1977, Knut Schmidt-Nielsen osservò che la respirazione sarebbe stata troppo faticosa per una creatura del genere. Come modello semplice, considera un campione costituito da 10.0 L di aria a pressione assoluta 2.00 atm, con densità 2.40 kg/ m³, che si trovi sulla superficie di un lago d'acqua dolce. Trova il lavoro richiesto per il suo trasporto ad una profondità di 10.3 m, assumendo che temperatura, volume e pressione rimangano costanti. Questo investimento di energia è maggiore rispetto all'energia che può essere ottenuta dal metabolismo del cibo con l'ossigeno contenuto in tale quantità d'aria.

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Il peso di un blocco rettangolare di materiale a bassa densità è 15.0 N. Il centro della faccia inferiore orizzontale del blocco è legato con un filo sottile al fondo di un bicchiere riempito con acqua. Quando il 25.0% del volume del blocco è sommerso, la tensione nel filo è 10.0 N. (a) Trovare la forza di galleggiamento sul blocco. (b) Olio di densità 800 kg/m³ è ora costantemente aggiunto nel bicchiere, formando uno strato sopra l'acqua che circonda il blocco. L'olio esercita forze su ciascuno delle quattro pareti laterali del blocco che toccano l'olio. Quali sono le direzioni di queste forze? (c) Cosa succede alla tensione del filo non appena viene aggiunto l'olio? Spiegare come l'olio ha questo effetto sulla tensione della corda. (d) Il filo si rompe quando la tensione raggiunge 60.0 N. In questo momento, 25.0% del volume del blocco è ancora sotto la linea di galleggiamento. Quale ulteriore frazione del volume del blocco è sotto la superficie superiore dell'olio?

35. Un recipiente sferico utilizzato per l'esplorazione delle profondità marine ha un raggio di 1.50 m e una massa di 1.20×10^4 kg. Per l'immersione, il recipiente imbarca massa sotto forma di acqua di mare. Determinare la massa che il recipiente deve imbarcare per scendere a una velocità costante di 1.20 m/s, quando la forza resistiva su di esso è di 1 100 N in direzione ascendente. La densità dell'acqua di mare è uguale a 1.03×10^3 kg/m³.

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Un palloncino leggero è pieno di 400 m^3 di elio a pressione atmosferica. (a) A 0°C , il palloncino può sollevare un carico utile di quale massa? (b) **E se?** Nella Tabella 15.1 si osserva che la densità dell'idrogeno è quasi la metà della densità dell'elio. Che carico può sollevare se il palloncino è riempito di idrogeno?

Paragrafo 15.5 Dinamica dei fluidi

Paragrafo 15.6 Linee di corrente ed equazione di continuità dei fluidi

Paragrafo 15.7 Teorema di Bernoulli

37. Un tubo orizzontale di 10.0 cm di diametro ha una progressiva riduzione del diametro a 5.00 cm. Se la pressione dell'acqua nella sezione più larga è di $8.00 \times 10^4 \text{ Pa}$, mentre è di $6.00 \times 10^4 \text{ Pa}$ in quella più stretta, determinare la velocità del flusso d'acqua nelle due sezioni del tubo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. L'acqua scorre dentro un tubo flessibile antincendio del diametro di 6.35 cm con flusso di volume $0.012 \text{ m}^3/\text{s}$. Il tubo termina con un becco metallico con diametro interno 2.20 cm. Qual è la velocità con cui l'acqua esce dal tubo?

39. Un largo contenitore di raccolta è riempito fino a un'altezza h_0 . Il contenitore ha un buco ad altezza h dal fondo (Fig. P15.39). Trovare un'espressione che descriva a quale distanza dal contenitore arriva il flusso d'acqua.

VISUALIZZA SOLUZIONE

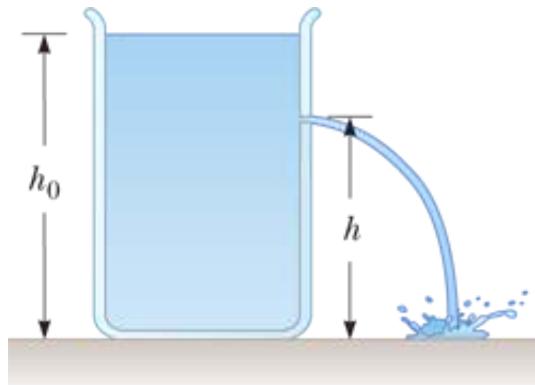


FIGURA P15.39

40. Problema di ricapitolazione. Il geyser "Old Faithful" nel Parco Nazionale di Yellowstone scoppia a intervalli di circa un'ora, e l'altezza della colonna d'acqua raggiunge 40.0 m (Fig. P15.40). (a) Immaginando il flusso ascendente come una serie di goccioline separate, analizza il moto di caduta libera di una delle gocce per determinare la velocità alla quale l'acqua lascia la terra. (b) **E se?** Immagina il getto ascendente come un fluido ideale in flusso laminare, e usa l'equazione di Bernoulli per determinare la velocità dell'acqua nel momento in cui lascia la terra. (c) Com'è la risposta al quesito (a) rispetto a quella al quesito (b)? (d) Quant'è la pressione (sopra il valore atmosferico) nella camera sotterranea riscaldata se la

profondità è di 175 m? Assumere che la camera sia molto grande rispetto allo sfiato del geyser.



FIGURA P15.40

41. Un villaggio è dotato di una grande vasca con una superficie aperta contenente acqua per le emergenze. L'acqua può uscire dal serbatoio attraverso un tubo di diametro 6.60 cm. Il tubo termina con un ugello di diametro 2.20 cm. Viene inserito un tappo di gomma nell'ugello. Il livello dell'acqua nel serbatoio è mantenuto 7.50 m sopra l'ugello. (a) Calcolare la forza di attrito esercitata sul tappo dall'ugello. (b) Il tappo viene rimosso. Quale massa di acqua fluisce dall'ugello in 2.00 ore? (c) Calcolare la pressione manometrica dell'acqua che fluisce nel tubo appena dietro l'ugello.

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. La massa di acqua cade da una diga di altezza h con un flusso di massa R , in unità di chilogrammi al secondo. (a) Mostra che la potenza disponibile dall'acqua è

$$P = Rgh$$

dove g è l'accelerazione di caduta libera. (b) Ogni unità idroelettrica presso la Grand Coulee Dam incamera acqua con una velocità di 8.50×10^5 kg/s da un'altezza di 87.0 m. La potenza sviluppata dall'acqua che cade è convertita in energia elettrica con una efficienza del 85.0%. Quanta energia elettrica produce ogni unità idroelettrica?

43. In un serbatoio grande, aperto in cima e riempito con acqua, si sviluppa un piccolo foro in un lato, in un punto 16.0 m sotto il livello dell'acqua. Il flusso di volume dal foro è 2.50×10^{-3} m³/min. Determinare (a) la velocità con cui l'acqua lascia il buco e (b) il diametro del foro.

VISUALIZZA SOLUZIONE

44. Acqua è pompata dal fiume Colorado per la fornitura del Grand Canyon Village, situato sul bordo del canyon. Il fiume è a 564 m di altitudine, e il villaggio è a un'altezza di 2 096 m. Immagina che l'acqua venga pompata attraverso un singolo lungo tubo con 15.0 cm di diametro, guidata da una singola pompa all'estremità in fondo. (a) Qual è la minima pressione con cui l'acqua deve essere pompata per arrivare al villaggio? (b) Se vengono pompati 4 500 m³ di acqua al giorno, qual è la velocità dell'acqua nel tubo? *Nota* : assumi che l'accelerazione di caduta libera e la densità dell'aria siano costanti in questo intervallo di altitudini. La pressione che si calcola è troppo alta per un tubo normale. L'acqua è effettivamente sollevata in più fasi da diverse pompe e attraverso tubi più brevi.

45. (a) Un tubo dell'acqua di 2.00 cm di diametro è utilizzato per riempire un secchio di 20.0 L. Se occorre 1.00 min a per riempire il secchio, qual è la velocità v con la quale l'acqua si muove attraverso il tubo? (*Nota* : 1 L = 1 000 cm³). (b) Il tubo ha un ugello di 1.00 cm di diametro. Trovare la velocità dell'acqua all'ugello.

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Si racconta di un leggendario ragazzo olandese che ha salvato l'Olanda chiudendo con un suo dito un foro di diametro 1.20 cm in una diga. Se il foro era 2.00 m sotto la superficie del Mare del Nord (densità 1 030 kg/m³), (a) qual era la forza agente sul suo dito? (b) Se avesse tirato fuori il suo dito dal foro, in quanto tempo si sarebbe rilasciata tanta acqua da riempire 1 acre di terra per una profondità di 1 piede? Assumere che il buco sia rimasto costante nelle sue dimensioni.

47. La Figura P15.47 mostra una colonna di acqua costante che sgorga da un rubinetto di cucina. Presso il rubinetto, il diametro della colonna d'acqua è 0.960 cm. La colonna d'acqua riempie un contenitore di 125 cm³ in 16.3 s. Lrovare il diametro della colonna d'acqua a 13.0 cm sotto l'apertura del rubinetto.

VISUALIZZA SOLUZIONE



© Cengage Learning/George Semple

FIGURA P15.47

48. Un aeroplano sta volando a quota 10 km. La pressione esterna all'aereo è di 0.287 atm; all'interno dell'abitacolo, la pressione è 1.00 atm e la temperatura è

20°C . Un piccolo foro si verifica in uno dei sigilli di una finestra all'interno dell'abitacolo. Pensando all'aria come un fluido ideale, stimare la velocità di flusso attraverso il foro.

Paragrafo 15.8 Altre applicazioni della dinamica dei fluidi

49. Il teorema di Bernoulli può avere conseguenze importanti per il progetto delle costruzioni. Per esempio, il vento si può muovere attorno a un grattacielo con notevole velocità, creando una bassa pressione. La pressione atmosferica più alta dell'aria all'interno delle costruzioni può causare lo spalancarsi delle finestre. Così come fu originariamente costruito, il palazzo John Hancock a Boston faceva scoppiare le lastre di vetro delle finestre, che cadevano per molti piani sul marciapiede sottostante. (a) Supponi che un vento orizzontale spiri alla velocità di 11.2 m/s all'esterno di una grande lastra di vetro delle dimensioni di $4.00 \text{ m} \times 1.50 \text{ m}$. Assumi che la densità dell'aria sia costante, pari a 1.20 kg/m^3 . L'aria all'interno della costruzione si trova alla pressione atmosferica. Qual è la forza totale esercitata dall'aria sui vetri delle finestre? (b) **E se?** Se un secondo grattacielo si trova nelle vicinanze, la velocità dell'aria può diventare particolarmente alta quando essa passa attraverso la stretta separazione fra le costruzioni. Risolvi di nuovo la parte (a) se la velocità del vento è 22.4 m/s , il doppio della precedente.

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Un aeroplano ha una massa di $1.60 \times 10^4 \text{ kg}$, e ogni ala ha un'area di 40.0 m^2 . Durante il volo in quota la pressione sulla parte inferiore dell'ala è $7.00 \times 10^4 \text{ Pa}$. (a) Supponi che la portanza sull'aereo sia dovuta esclusivamente alla differenza di pressione. Determina la pressione sulla superficie superiore dell'ala. (b) Più realisticamente, una parte significativa della portanza è dovuta alla deflessione dell'aria da parte dell'ala. L'inclusione di questa forza implica che la pressione nella parte (a) è più alta o più bassa? Spiega.

51. Per estrarre l'acqua da un serbatoio viene usato un sifone, come indicato in Figura P15.51. Assumi un flusso stazionario senza attrito. (a) Se $h = 1.00 \text{ m}$, determina la velocità dell'acqua all'uscita del sifone. (b) Qual è il limite di altezza della parte alta del sifone rispetto alla sua estremità? *Nota*: perché il flusso del liquido sia continuo, la sua pressione non deve scendere al di sotto della sua tensione di vapore. Assumi che l'acqua sia a 20.0°C , temperatura alla quale la sua tensione di valore è 2.3 kPa .

VISUALIZZA SOLUZIONE

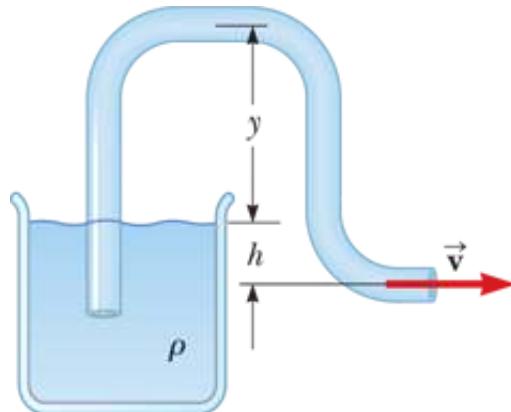


FIGURA P15.51

Paragrafo 15.9 Collegamento al contesto: flusso turbolento del sangue

52. BIO Un parametro comune che può essere usato per predire turbolenza nel flusso di un fluido è il *numero di Reynolds*. Il numero di Reynolds per il flusso di fluido in un tubo è una quantità adimensionale definita come

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu}$$

dove ρ è la densità del fluido, v è la velocità, d è il diametro interno del tubo, ed μ è la viscosità del fluido. La viscosità è una misura della resistenza interna di un flusso liquido ed ha unità di $\text{Pa} \cdot \text{s}$. I criteri per il tipo di flusso sono i seguenti:

- Se $Re < 2\ 300$, il flusso è laminare.
- Se $2\ 300 < Re < 4\ 000$, il flusso è in una zona di transizione tra laminare e turbolento.
- Se $Re > 4\ 000$, il flusso è turbolento.

(a) Immagina il sangue di densità $1.06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ e viscosità $3.00 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ come un liquido puro, vale a dire, ignora il fatto che esso contiene globuli rossi. Supponi che scorra in una grande arteria di raggio 1.50 cm con una velocità di 0.067 m/s. Dimostra che il flusso è laminare. (b) Immagina che l'arteria finisca in un singolo capillare che riduca il raggio dell'arteria a un valore molto più piccolo. Qual è il raggio del capillare che farebbe diventare il flusso turbolento? (c) I capillari reali hanno un raggio di circa 5-10 micrometri, molto inferiore rispetto ai valori del quesito (b). Perché il flusso in essi non diventa turbolento?

Problemi generali

53. L'acqua è forzata a uscire da un estintore dalla pressione dell'aria, com'è mostrato in Figura P15.53. Quanta pressione relativa (sopra quella atmosferica) è necessaria nel serbatoio perché l'acqua venga espulsa con una velocità di 30.0 m/s quando il livello dell'acqua è 0.500 m al di sotto del beccuccio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

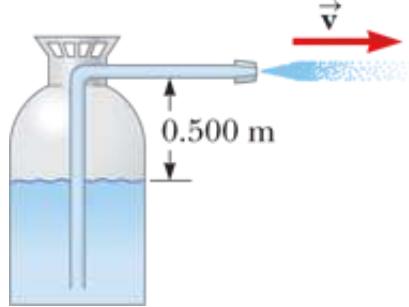


FIGURA P15.53

54. Il vero peso di un oggetto può essere misurato nel vuoto, dove le forze di galleggiamento sono assenti. Una misura in aria, infatti, è disturbata dalle forze di galleggiamento. Un oggetto di volume V è pesato in aria su una bilancia a braccia con l'uso di contrappesi con una certa densità ρ . Indicando la densità dell'aria come ρ_{aria} e la lettura della bilancia come F'_g , mostrare che il vero peso F_g è dato dall'equazione:

$$F_g = F'_g + \left(V - \frac{F'_g}{\rho g} \right) \rho_{\text{aria}} g$$

55. Una molla leggera di costante $k = 90.0 \text{ N/m}$ è fissata verticalmente ad una tavola (Fig. P15.55a). Un palloncino di 2.00 g è riempito di elio (densità $= 0.180 \text{ kg/m}^3$) per un volume di 5.00 m^3 ed è poi collegato alla molla, facendola allungare come mostrato nella Figura P15.55b. Determinare la distanza di estensione L quando il palloncino è in equilibrio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

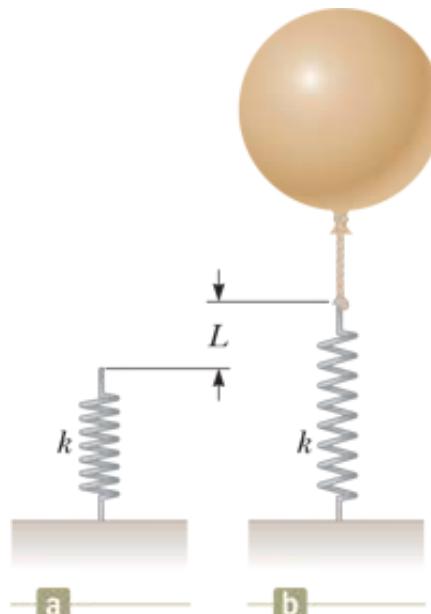


FIGURA P15.55

56. Lo scafo di una barca sperimentale deve essere sollevato al di sopra dell'acqua da un aliscafo montato sotto la chiglia come mostrato nella Figura P15.56. L'aliscafo ha una forma simile a quella dell'ala di un aereo. La sua area proiettata su una superficie orizzontale è A . Quando la barca è trainata a sufficiente alta velocità, l'acqua di densità p si muove con flusso laminare con una velocità media in cima all'aliscafo n volte più grande della velocità v_b al di sotto dell'aliscafo. (a)

Ignorando la forza di galleggiamento, dimostrare che la forza di sollevamento verso l'alto esercitata dall'acqua sull'aliscafo ha una intensità

$$F \approx \frac{1}{2}(n^2 - 1)\rho v_b^2 A$$

(b) La barca ha massa M . Dimostrare che la velocità di decollo è data da:

$$v \approx \sqrt{\frac{2Mg}{(n^2 - 1)A\rho}}$$



FIGURA P15.56

57. Problema di ricapitolazione. Un cilindro di rame è appeso ad un filo d'acciaio di massa trascurabile. L'estremità superiore del filo è fissata. Quando il filo è colpito, emette un suono con una frequenza fondamentale di 300 Hz. Il cilindro di rame è quindi sommerso in acqua così che metà del suo volume è al di sotto della linea di galleggiamento. Determinare la nuova frequenza fondamentale del suono emesso dal filo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Un pallone pieno di elio, di massa $m_p = 0.250$ kg è legato ad un filo di lunghezza $i = 2.00$ m e massa $m = 0.050$ o kg. Il pallone è sferico con un raggio $r = 0.400$ m. Alla temperatura di 20 °C e densità di aria $\rho_{\text{aria}} = 1.20$ kg/m³, si solleva per una lunghezza h del filo e quindi rimane in condizione stazionaria come mostrato in Figura P15.58. Desideriamo trovare la lunghezza del filo sollevata dal pallone. (a) Quando il pallone resta stazionario, qual è il modello di analisi appropriato per descriverlo? (b) Scrivere un'equazione di forze per il pallone da questo modello in termini di forza di galleggiamento B , peso F_p del palloncino, peso F_{He} di elio e peso F_s del segmento del filo di lunghezza h . (c) Fare una adeguata sostituzione per ognuna di queste forze e risolvere simbolicamente per la massa m_s del segmento del filo di lunghezza h in termini di m_p , r , ρ_{aria} e ρ_{He} . Trovare (d) il valore numerico della massa m_s (e) la lunghezza h numericamente.

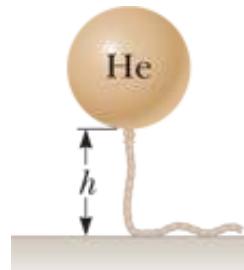


FIGURA P15.58

59. Evangelista Torricelli fu la prima persona a rendersi conto che viviamo sul fondo di un oceano di aria. Egli ipotizzò correttamente che la pressione della nostra atmosfera è attribuibile al peso dell'aria. La densità dell'aria a 0 °C sulla superficie della terra è 1.29 kg/m^3 . La densità diminuisce con l'aumento dell'altitudine (l'atmosfera si assottiglia). Se assumiamo che la densità sia costante e pari a 1.29 kg/m^3 fino ad una altitudine h e sia uguale a zero al di sopra di tale altitudine, allora h rappresenterebbe la profondità dell'oceano dell'aria. (a) Utilizzare questo modello per determinare il valore di h che determina una pressione di 1.00 atm sulla superficie della Terra. (b) Il picco del Monte Everest si troverebbe al di sopra della superficie di una simile atmosfera?

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Problema di ri(capitolazione). Con riferimento alla diga studiata nell'Esempio 15.2 e mostrata nella Figura 15.6, (a) mostrare che la coppia totale esercitata dall'acqua dietro la diga su un asse orizzontale passante per O è $\frac{1}{6} \rho g \omega H^3$. (b) Mostrare che la linea d'azione efficace della forza totale esercitata dall'acqua è a una distanza $\frac{1}{3} H$ sopra O .

61. Un liquido incomprimibile, non viscoso è inizialmente a riposo nella porzione verticale del tubo illustrato in Figura P15.61a, dove $L = 2.00 \text{ m}$. Quando la valvola è aperta, il fluido fluisce nella sezione orizzontale del tubo. Qual è la velocità del fluido quando si trova nella sezione orizzontale come indicato in Figura P15.61b? Assumere che l'area della sezione trasversale dell'intero tubo sia costante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

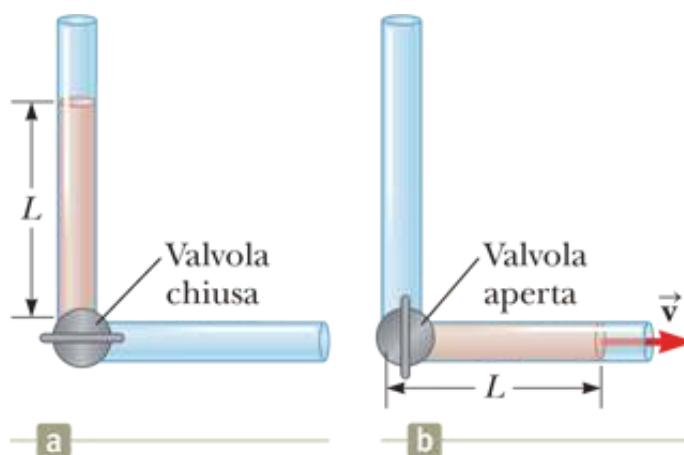


FIGURA P15.61

62. Circa nel 1657, Otto von Guericke, l'inventore della pompa ad aria, fece il vuoto in una sfera fatta di due emisferi in ottone (Fig. P15.62). Due squadre di otto cavalli ciascuno riuscirono a separare gli emisferi solo in alcune prove e "con grande difficoltà", e il suono che ne risultò era paragonabile a quello di una cannonata. Calcolare la forza F necessaria a separare i due emisferi dalle pareti sottili e sottovuoto in termini di: R , raggio degli emisferi; P , pressione all'interno gli emisferi; e P_0 pressione atmosferica.

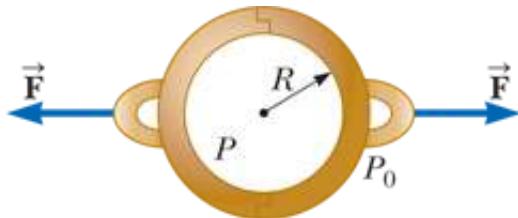


FIGURA P15.62

63. Un bicchiere di 1.00 kg contenente 2.00 kg di olio (densità = 916.0 kg/m^3) è posto su una bilancia. Un blocco di 2.0 kg di ferro sospeso ad una bilancia a molla viene completamente sommerso nell'olio come mostrato in Figura P15.63. Determinare le letture all'equilibrio di entrambe le bilance.

VISUALIZZA SOLUZIONE



FIGURA P15.63 Problemi 63 e 64.

64. Un bicchiere di massa m_b contenente olio di massa m_o e densità ρ_o è poggiato su una bilancia. Un blocco di ferro di massa m_{Fe} è sospeso ad una bilancia a molla ed è completamente sommerso nell'olio come mostrato in Figura P15.63. Determinare le letture all'equilibrio delle due bilance.

65. L'approvvigionamento idrico di un edificio avviene attraverso un tubo principale di 6.00 cm di diametro. Un rubinetto con 2.00 cm di diametro, situato 2.00 m sopra 57. Qual è la velocità con cui l'acqua lascia il rubinetto? (b) Qual è la pressione manometrica nel principale tubo di 6 cm? Assumere che il rubinetto sia l'unica via di 'fuga' permessa al liquido.

VISUALIZZA SOLUZIONE

66. Perché la seguente situazione è impossibile? Una chiatte sta trasportando un carico di piccoli pezzi di ferro lungo un fiume. Il mucchio di ferro ha la forma di un cono, in cui il raggio r della base è uguale all'altezza centrale h . La chiatte è quadrata nella forma, con lati di lunghezza $2r$, così che il mucchio di ferro arriva fino ai bordi della chiatte. La chiatte si avvicina ad un ponte basso e il capitano si rende conto che la parte superiore del mucchio di ferro non riuscirà a passare sotto il ponte. Il capitano ordina all'equipaggio di spalare i pezzi di ferro dalla cima del mucchio e di buttarli in acqua per ridurre l'altezza del mucchio. Nel fare questo, il mucchio mantiene sempre la forma di un cono di diametro uguale alla

lunghezza del lato della chiatte. Quando un certo quantitativo di ferro è stato rimosso dalla chiatte, questa riesce a passare sotto il ponte, senza che la cima del mucchio di ferro lo colpisca.

- 67.** Un tubo ad U aperto ad entrambe le estremità è parzialmente riempito con acqua (Fig. P15.67a). Viene poi versato olio avente una densità di 750 kg/m^3 nel braccio destro, che forma una colonna di altezza $L = 5.00 \text{ cm}$ (Fig. P15.67b). (a) Determinare la differenza h nelle altezze delle due superfici liquide. (b) Il braccio destro è quindi schermato da qualsiasi movimento di aria, mentre l'aria viene soffiata attraverso la parte superiore del braccio sinistro fino a quando le superfici dei due liquidi sono alla stessa altezza (Fig. P15.67c). Determinare la velocità dell'aria soffiata attraverso il braccio sinistro. Prendere come densità dell'aria un valore costante pari a 1.20 kg/m^3 .

VISUALIZZA SOLUZIONE

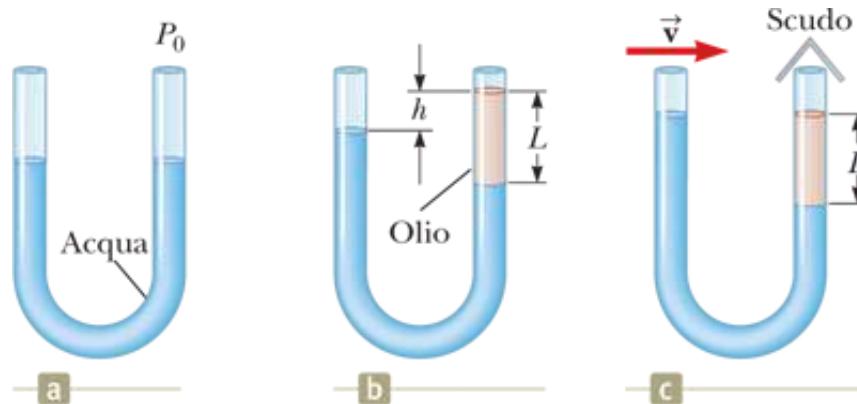


FIGURA P15.67

- 68.** Mostrare che la variazione della pressione atmosferica con l'altitudine è data da $P = P_0 e^{-ay}$, dove $a = \rho_0 g / P_0$, P_0 è la pressione atmosferica al livello di riferimento $y = 0$ e ρ_0 è la densità atmosferica a questo livello. Assumere che la diminuzione della pressione atmosferica per una variazione infinitesima dell'altitudine (in modo che la densità sia approssimativamente uniforme) possa essere espressa dall'Equazione 15.4 come: $dP = -\rho g dy$. Si assuma che la densità dell'aria sia proporzionale alla pressione, che, come vedremo nel Capitolo 16, è equivalente a supporre che la temperatura dell'aria sia la stessa a tutte le altitudini.

- 69.** Un cubetto di ghiaccio, i cui spigoli misurano 20.0 mm galleggia in un bicchiere di acqua gelata ($T = 0^\circ\text{C}$) e una delle facce del cubo di ghiaccio è parallela alla superficie dell'acqua. (a) Quanto sotto la superficie dell'acqua si trova la faccia inferiore del blocco? (b) Dell'alcool etilico alla temperatura dell'acqua è versato delicatamente sulla superficie dell'acqua per formare un strato di 5.00 mm di spessore sopra l'acqua. L'alcool non si mescola con l'acqua. Quando il cubo di ghiaccio raggiunge nuovamente l'equilibrio idrostatico, qual è la distanza tra la parte superiore dell'acqua e la faccia inferiore del blocco? (c) Altro alcool etilico freddo è versato sulla superficie dell'acqua fino a quando la superficie superiore dell'alcool coincide con la superficie superiore del cubo di ghiaccio (in equilibrio idrostatico). Quanto è spesso è il livello di alcool etilico richiesto?

VISUALIZZA SOLUZIONE

70. Il termometro ad alcool in vetro, inventato a Firenze, attorno al 1654, è costituito da un tubo di liquido (alcool) contenente un numero di sfere di vetro sommerso con appese masse lievemente diverse (Fig. P15.70). A temperature sufficientemente basse, tutte le sfere galleggiano, ma come la temperatura aumenta, le sfere affondano una dopo l'altra. Il dispositivo è uno strumento interessante ma poco preciso per la misurazione della temperatura. Supponiamo che il tubo sia pieno di alcol etilico, la cui densità è 0.789 g/cm^3 a $20.0\text{ }^\circ\text{C}$ e diminuisca a 0.780 g/cm^3 a $30.0\text{ }^\circ\text{C}$. (a) Supponendo che una delle sfere abbia un raggio di 1.000 cm e sia in equilibrio a metà del tubo a $20.0\text{ }^\circ\text{C}$, determinare la sua massa. (b) Quando la temperatura aumenta a $30.0\text{ }^\circ\text{C}$, quale massa deve avere una seconda sfera di uguale raggio per essere in equilibrio nel punto a metà strada? (c) A $30.0\text{ }^\circ\text{C}$, la prima sfera è caduta nella parte inferiore del tubo. Che forza verso l'alto esercita la parte inferiore del tubo su questa sfera?



FIGURA P15.70

Contesto 4

CONCLUSIONI

Abbiamo esplorato la fisica dei fluidi e possiamo ritornare alla domanda centrale per il Contests Attacchi di Cuore:

Come si possono applicare i principi della fisica in medicina per contribuire alla prevenzione degli attacchi di cuore?



FIGURA 1 Il posizionamento di uno stent per migliorare il flusso di sangue in una arteria. (a) Un'arteria ha un accumulo di placca che restringe il flusso di sangue. (b) Un catetere a palloncino con il palloncino compresso e uno stent chiuso viene inserito nell'arteria nel sito interessato dalla placca. (c) Il palloncino è gonfiato, producendo l'espansione dello stent e la distensione delle pareti del vaso. (d) Il palloncino viene sgonfiato e il catetere viene rimosso. Lo stent mantiene l'arteria aperta.

Applicheremo la nostra comprensione della dinamica dei fluidi per esplorare le cause delle malattie cardiovascolari e degli attacchi di cuore.

Tradizionalmente, la prevenzione e il trattamento di malattie cardiovascolari e attacchi di cuore si è concentrata su un regime di esercizio fisico, su una dieta sana, volta a ridurre il colesterolo e a prevenire l'alta pressione sanguigna, sull'eliminazione del fumo, sulla riduzione dello stress e su farmaci per ridurre il colesterolo e la pressione sanguigna del paziente, e prevenire la formazione di coaguli. In casi gravi, viene effettuata l'*angioplastica*, una procedura per ampliare le arterie ristrette, o il posizionamento di uno *stent*, un tubo di maglia che agisce come un'impalcatura per mantenere aperte le arterie. Questa procedura è illustrata nella Figura 1, che mostra l'uso di un palloncino per aprire un'arteria ristretta e il posizionamento di uno stent.

Anche se le cause dell'aterosclerosi (Paragrafo 15.9) non sono ancora ben note, la dinamica dei fluidi ha contribuito a chiarire molti fattori che possono causare l'indurimento delle arterie e l'accumulo di placca che caratterizzano questa condizione. Come discusso nel Paragrafo 15.9, recenti ricerche si sono concentrate sulla risposta delle cellule endoteliali che rivestono le pareti arteriose a flussi turbolenti e l'accumulo di placca nei vasi sanguigni ristretti.

Cerchiamo di esaminare ulteriormente la fisica di un restringimento arterioso, o *stenosi*. Il flusso di sangue nel vaso sanguigno sano è laminare, e la ricerca ha dimostrato che la placca

non si accumula in queste circostanze. La situazione è molto diversa nell'arteria ristretta; nei casi con grave restringimento, la sezione trasversale arteriosa può essere ridotto addirittura del 75%, a un quarto della sua superficie originale. Dall'equazione di continuità per i fluidi (Eq. 15.7), con $A_2 = \frac{1}{4} A_1$, otteniamo:

$$A_1 v_1 = (\frac{1}{4} A_1) v_2 \rightarrow v_2 = 4v_1$$

1◀

Vediamo che il sangue scorre quattro volte più velocemente nella regione ristretta dell'arteria. Una simile situazione è mostrata in Figura 15.15; dove il fluido accelera, il suo flusso diviene turbolento e immediatamente a valle della stenosi esibisce una sorta di regione vorticosa. Come discusso nel Paragrafo 15.9, tale turbolenza può portare a ulteriori problemi.

Se assumiamo per il momento che il flusso sia laminare, possiamo mettere in relazione la pressione nella porzione 2, ristretta, con quella nella porzione 1, aperta, utilizzando l'equazione di Bernoulli per un segmento orizzontale dell'arteria (Eq. 15.9):

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Risolvendo per la differenza di pressione in queste due posizioni:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$$

E sostituendo v_2 dall'Equazione (1):

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho [v_1^2 - (4v_1)^2] = -\frac{15}{2} \rho v_1^2$$

2◀

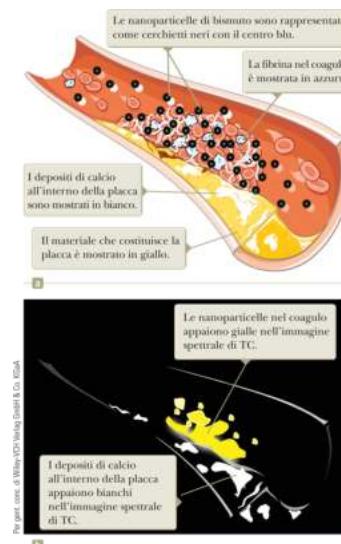


FIGURA 2 (A) In un vaso sanguigno con rottura della placca aterosclerotica e depositi di calcio si sviluppa un coagulo di sangue. Un'immagine di tomografia computerizzata (TC) tradizionale non potrebbe distinguere tra il coagulo di sangue e il calcio nella placca, impedendo di comprendere se l'immagine rivela un coagulo che dovrebbe essere trattato. Per permettere di distinguerli, bismuto in nanoparticelle viene legato ad una proteina nel coagulo di sangue chiamato fibrina. (b) Un'immagine spettrale di TC mostra le nanoparticelle legate alla fibrina in giallo, che si differenziano dal calcio, ancora mostrato in bianco, nella placca.

La pressione arteriosa *sistolica* media (la pressione durante la contrazione del cuore) è di 120 millimetri di mercurio o 15.7 kPa (si noti che questa è la misura della pressione relativa, non la pressione assoluta nel vaso sanguigno). Inoltre, in media, il sangue ($p = 1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) fluisce a velocità $v = 0.40 \text{ m/s}$. Calcoliamo la differenza di pressione numericamente, nell'Equazione (2):

$$\Delta P = -\frac{15}{2}(1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(0.40 \text{ m/s})^2 = -1.3 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Comparando questo risultato con la pressione iniziale troviamo:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{-1.3 \times 10^3 \text{ Pa}}{15.7 \times 10^3 \text{ Pa}} = -8.0\%$$

Questo calo dell'8% in pressione può essere sufficiente a fare collassare il vaso a causa della differenza tra la pressione del tessuto esterno e di quello interno, provocando una momentanea interruzione nel flusso di sangue. A questo punto, la velocità del sangue va a zero, la pressione aumenta nuovamente e il vaso si riapre. Nel momento in cui il sangue comincia a scorrere velocemente attraverso l'arteria ristretta, la pressione interna cala e l'arteria si chiude nuovamente. Tale fenomeno è chiamato *flutter vascolare*. Può essere ascoltato da un medico con lo stetoscopio e rappresenta un'indicazione di avanzata malattia aterosclerotica. Inoltre, la costante apertura e chiusura dell'arteria può contribuire ancora di più ad aumentare la turbolenza del sangue ed i suoi effetti. Pertanto il flutter vascolare dovrebbe essere preso molto sul serio e riconosciuto come una forte indicazione che assistenza medica è necessaria per evitare un attacco di cuore.

Il rapporto tra flusso turbolento a valle di restringimenti arteriosi e l'accumulo di placca è stato dimostrato da una serie di recenti studi che uniscono la ricerca medica, la fisica e l'ingegneria con l'obiettivo di trovare le cause fisiche e biochimiche dell'aterosclerosi e delle malattie cardiovascolari. In questi studi, il sangue animale arricchito di piastrine e marcato con Indio-111 radioattivo è stato fatto circolare attraverso tubi con costrizioni di varia geometria. La posizione e la quantità di depositi di piastrine sono state poi registrate utilizzando un dispositivo per misurare la radiazione gamma emessa dalle piastrine radioattive (studieremo le radiazioni gamma nel Capitolo 24 e nel Capitolo 30 del Volume "Fisica Moderna"). Questo ha permesso ai ricercatori di determinare le posizioni di massima deposizione delle piastrine e il loro rapporto con il flusso di sangue nelle arterie¹. Studi simili hanno usato la dinamica dei fluidi per esaminare la deposizione di placca su valvole cardiache artificiali e hanno aiutato a progettare migliori valvole idrodinamiche che sono anche meno inclini all'accumulo di placca.

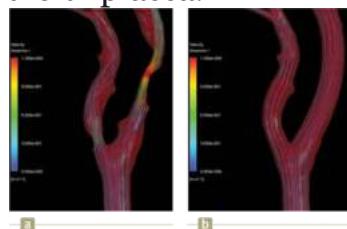


FIGURA 3 Simulazione di fluidodinamica computazionale (CFD) di flusso di sangue attraverso arterie ristrette (sinistra) e arterie sane (a destra) (da Ding, S, Tu, J and Cheung, C 2007, "Geometric model generation for CFD simulation of blood and air flows," p. 1335–1338 in Proceedings of the 1st International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering, Wuhan, China, 6–8 July 2007).

Più recentemente, i ricercatori hanno cominciato a usare nanoparticelle radioattive che si attaccano alle particelle di placca che si formano nel flusso sanguigno, permettendo un più precoce rilevamento della formazione di placche rispetto alle attuali tecniche di indagine (Fig. 2). Utilizzando la risonanza magnetica (MRI), i ricercatori possono anche seguire il flusso di queste nanoparticelle e ottenere dettagli senza precedenti del flusso di sangue nella complicata geometria del sistema cardiovascolare umano (discuteremo la MRI più dettagliatamente nel Contesto 7). Combinando le nanoparticelle con le cellule staminali adulte, la placca arteriosa nei cuori di maiale è stata eliminata illuminando le nanoparticelle con luce laser².

Allo stesso tempo, i progressi nella velocità di calcolo e capacità di memoria hanno permesso ai modelli computazionali di dinamica dei fluidi di simulare le complesse interazioni nel fluido che si realizzano nei vasi sanguigni (Fig. 3). Uno dei vantaggi dei modelli simulati con i calcolatori consiste nella possibilità di studiare geometrie molto complicate, con l'obiettivo finale di simulare l'intero sistema cardiovascolare umano, dal cuore al più piccolo dei capillari.

L'applicazione della fluidodinamica al corpo umano, l'uso delle immagini ottenute con la risonanza magnetica, e l'utilizzo del laser nell'esplorare il sistema cardiovascolare stanno portando ad una stretta collaborazione tra fisica e medicina. Questa collaborazione ha già prodotto significativi risultati ed è determinata a guidare importanti progressi in medicina negli anni a venire.

Problemi

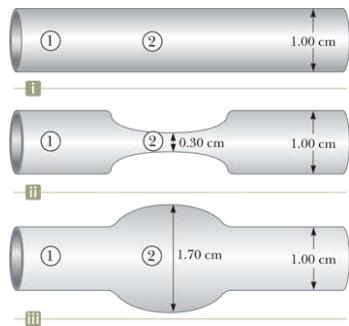


FIGURA 4

- 1. BIO** Tre geometrie arteriose sono mostrate in Figura 4, tra cui un vaso sanguigno sano (Fig. 4, in alto), un costrizione dei vasi sanguigni (Fig. 4, al centro) e un vaso sanguigno con un aneurisma (un rigonfiamento a palloncino, Fig. 4, in basso). La velocità del sangue al punto 1 in tutti e tre i vasi è la stessa. (a) In quale dei tre vasi sanguigni il sangue ha una velocità superiore nel punto 2? (b) Quale sarebbe il rapporto tra la velocità del sangue al punto 2 nei vasi sanguigni (ii) e (iii)?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 2. BIO** Ci sono molte situazioni in fisica che possono essere descritte da una equazione della forma,

$$(1) \quad (\text{influenza}) = (\text{resistenza}) (\text{risultato dell'influenza})$$

In molti casi l'influenza può essere espressa come la differenza tra i due valori di una variabile in diverse posizioni nello spazio. Ad esempio, quando studieremo la termodinamica troveremo che la frequenza P di trasferimento di energia sotto forma di calore attraverso un materiale di sezione trasversale A e lunghezza L è legato alla differenza di temperatura ΔT tra le due estremità del materiale come segue:

$$(2) \quad \Delta T = \left(\frac{L}{kA} \right) P$$

dove k è la *conducibilità termica* del materiale (vedere Paragrafo 17.10). La differenza di temperatura ΔT è l'influenza. Il risultato è il tasso di trasferimento di energia P . La quantità L/kA rappresenta la resistenza al trasferimento di energia sotto forma di calore. Il rapporto L/k è chiamato *valore R* (che rappresenta la resistenza termica) per i materiali utilizzati nell'isolamento termico di case ed edifici.

Quando studieremo l'elettricità, troveremo che la *differenza di potenziale* ΔV tra due estremità di un materiale è l'influenza che si traduce in una *corrente I* nel materiale come dato da

$$(3) \quad \Delta V = \left(\frac{\ell}{\sigma A} \right) I$$

¹ Schoephoerster, R.T., et al., "Effects of local geometry and fluid dynamics on regional platelet deposition on artificial surfaces", *Arterioscler. Thromb. Vasc. Biol.*, 1993, 13, 1806-1813.

² American Heart Association. "Nanoparticles plus adult stem cells demolish plaque, study finds." *Science Daily* 21 July 2010.

La corrente esiste in un pezzo di materiale di lunghezza ℓ e sezione trasversale di area A , con conducibilità elettrica s (vedi Paragrafo 21.2). La combinazione tra parentesi rappresenta la resistenza all'influenza, che in questo caso viene chiamata *resistenza elettrica*.

Ora riflettiamo sul flusso di sangue in un'arteria. Che cosa spinge il flusso? Cos'è che resiste al flusso? Il flusso di sangue è azionato da una differenza di pressione ΔP lungo un'arteria, proprio come il flusso d'acqua è azionato da una differenza di pressione lungo un tubo. La seguente equazione descrive il flusso di qualsiasi liquido in un tubo:

$$(4) \quad \Delta P = \left(8\pi\mu \frac{L}{A} \right) v$$

dove v , la velocità del fluido, è il risultato della differenza di pressione e la resistenza è legata alla *viscosità* μ del fluido. La viscosità è una misura della resistenza interna di un liquido al flusso ed ha unità di Pa · s. Per esempio, un fluido più viscoso dell'acqua è il burro di arachidi, che è un liquido estremamente viscoso. Si noti la somiglianza significativa dell'Equazione (4) alle Equazioni (2) e (3).

L'arteria polmonare trasporta il sangue deossigenato dal cuore a un polmone (vedere Fig. 2 dell'Introduzione del Contesto Attacchi di cuore). Supponiamo che una arteria polmonare abbia una lunghezza di 9.00 cm e un raggio di 3.00 mm. Una differenza di pressione di 400 Pa esiste lungo la lunghezza dell'arteria e tra le estremità. (a) Trovare la velocità del flusso di sangue attraverso questa arteria se il sangue ha una viscosità 3.00×10^{-3} Pa · s. (b) Il sangue non è un semplice liquido. Esso contiene globuli rossi così come altre cellule. La percentuale del volume del sangue occupato dai globuli rossi è chiamato *ematocrito*. Alcune malattie, per esempio, la *policitemia*, sono caratterizzate da livelli di ematocrito aumentato. La maggiore percentuale di globuli rossi può aumentare la viscosità del sangue. Supponiamo che il sangue di un paziente con un aumento del livello di ematocrito abbia una viscosità 1.80 volte quella del sangue normale in (a). Qual è la differenza di pressione necessaria su tutta la lunghezza della arteria polmonare per fornire la stessa velocità di sangue?

VISUALIZZA SOLUZIONE

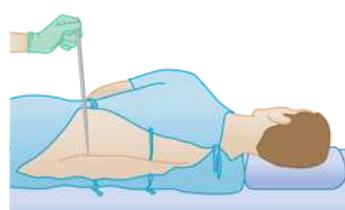
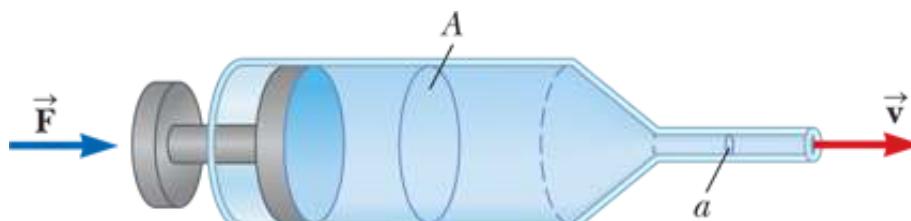


FIGURA 5

3. BIO Il cervello e il midollo spinale sono immersi nel fluido cerebrospinale. Il fluido è normalmente continuo tra cranio e cavità della colonna vertebrale ed esercita una pressione di 100-200 mm di H_2O sopra la prevalente pressione atmosferica. Nel lavoro medico, le pressioni sono spesso misurate in unità di millimetri di H_2O perché i fluidi del corpo, compreso il liquido cerebrospinale, in genere hanno la stessa densità dell'acqua. La pressione del liquido cerebrospinale può essere misurata mediante *puntura lombare* come illustrato nella Figura 5. Un tubicino viene inserito nella colonna vertebrale e l'altezza alla quale si erge il fluido viene misurata. Se il fluido sale ad un'altezza di 160 mm, scriviamo la pressione manometrica come 160 mm H_2O . (a) Esprimere questa pressione in Pascal, in atmosfere e in millimetri di mercurio. (b) Alcune condizioni che bloccano o inibiscono il flusso di liquido cerebrospinale possono essere indagate mediante il *test di Queckenstedt*. In questa procedura, le vene nel collo del paziente vengono compresse per produrre un aumento della pressione del sangue nel cervello, che a sua volta dovrebbe essere trasmessa al fluido cerebrospinale. Spiegare come il livello del fluido nella puntura lombare può essere usato come uno strumento diagnostico per la condizione della colonna vertebrale del paziente.

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. BIO Una siringa ipodermica contiene un farmaco con la densità dell'acqua (Fig. 6). Il corpo della siringa ha una area di sezione trasversale $A = 2.50 \times 10^{-5} m^2$, e l'ago ha una sezione trasversale $a = 1.00 \times 10^{-8} m^2$. In assenza di una forza sul pistone, la pressione ovunque è 1.00 atm. Una forza \vec{F} di intensità 2.00 N agisce sullo stantuffo facendo schizzare il liquido orizzontalmente dall'ago. Determinare la velocità del farmaco che viene rilasciato dalla punta dell'ago.

VISUALIZZA SOLUZIONE**FIGURA 6**

Contesto 5

Il riscaldamento

globale

Numerosi studi scientifici hanno descritto gli effetti dell'aumento della temperatura della Terra, inclusi lo scioglimento dei ghiacci dalle calotte polari, i cambiamenti climatici e i corrispondenti effetti sulla vegetazione. I dati acquisiti nel corso degli ultimi decenni mostrano un aumento della temperatura globale. La vita su questo pianeta dipende da un delicato equilibrio che mantiene la temperatura globale in un intervallo ristretto di valori, necessario per la nostra sopravvivenza. Come si determina la temperatura? Quali fattori devono essere in equilibrio per mantenere costante la temperatura? Se potessimo elaborare un modello strutturale adeguato che predica la corretta temperatura superficiale della Terra, potremmo usare il modello per prevedere cambiamenti nella temperatura al variare di determinati parametri.

Soltamente si ha un concetto intuitivo di temperatura di un oggetto, e fintanto che l'oggetto è piccolo (e non è in fase di combustione o di qualche altro processo rapido) non si hanno variazioni di temperatura significative tra diversi punti dello stesso oggetto. Cosa dire, a tal proposito, di un oggetto grande come la Terra? Anche se è chiaro che nessuna singola temperatura può descrive l'intero pianeta, sappiamo che è estate in Australia quando è inverno in Canada. Nelle calotte polari si hanno chiaramente temperature differenti dalle regioni tropicali. Variazioni di temperatura possono avversi anche in una grande massa di acqua, come l'oceano. Localmente, la temperatura varia notevolmente con l'altitudine in una stessa regione, come ad esempio in prossimità di Palm Springs, California, come mostrato in Figura 1. Pertanto, quando parliamo della temperatura della Terra, faremo riferimento ad una *temperatura media* di superficie, prendendo in considerazione tutte le variazioni superficiali. È questa temperatura media che vorremmo calcolare costruendo un modello strutturale dell'atmosfera e confrontando la sua previsione con la temperatura di superficie misurata.

Un fattore primario nella determinazione della temperatura superficiale della Terra è l'esistenza della nostra atmosfera. L'atmosfera è uno strato di gas relativamente sottile (rispetto al raggio della Terra) al di sopra della superficie che permette la vita grazie alla presenza di ossigeno. Oltre che fornirci questo elemento importante per la vita, l'atmosfera svolge un ruolo importante nel bilancio energetico che determina la temperatura media. Procedendo in questo contesto, ci concentreremo sulla fisica dei gas applicando i principi che abbiamo acquisito a riguardo dell'atmosfera.



© iStockphoto.com/Michael Neary Photography

FIGURA 1 Variazioni della temperatura possono essere presenti in singole regioni della Terra su scala locale. Qui a Palm Springs, California, le palme crescono in città mentre la neve è presente sulla cima delle montagne locali.

Una componente importante riguardante il problema del riscaldamento globale è la concentrazione di anidride carbonica in atmosfera. L'anidride carbonica svolge un importante ruolo nell'assorbimento di energia e nell'aumento della temperatura dell'atmosfera.

Come si vede in Figura 2, la quantità di anidride carbonica nell'atmosfera è in costante aumento a partire dalla metà del XX secolo. I dati mostrati nel grafico indicano che l'atmosfera sta subendo un netto cambiamento, anche se non tutti gli scienziati sono d'accordo sull'interpretazione del significato di questo cambiamento in termini di temperatura globale.

Il Gruppo Intergovernativo di Esperti sul Cambiamento Climatico (IPCC) è un corpo scientifico che valuta la disposizione delle informazioni relative al riscaldamento globale e gli effetti associati legati ai cambiamenti climatici. È stato originariamente creato nel 1988 da due organismi delle Nazioni Unite, l'Organizzazione Meteorologica Mondiale e il Programma per l'Ambiente delle Nazioni Unite.

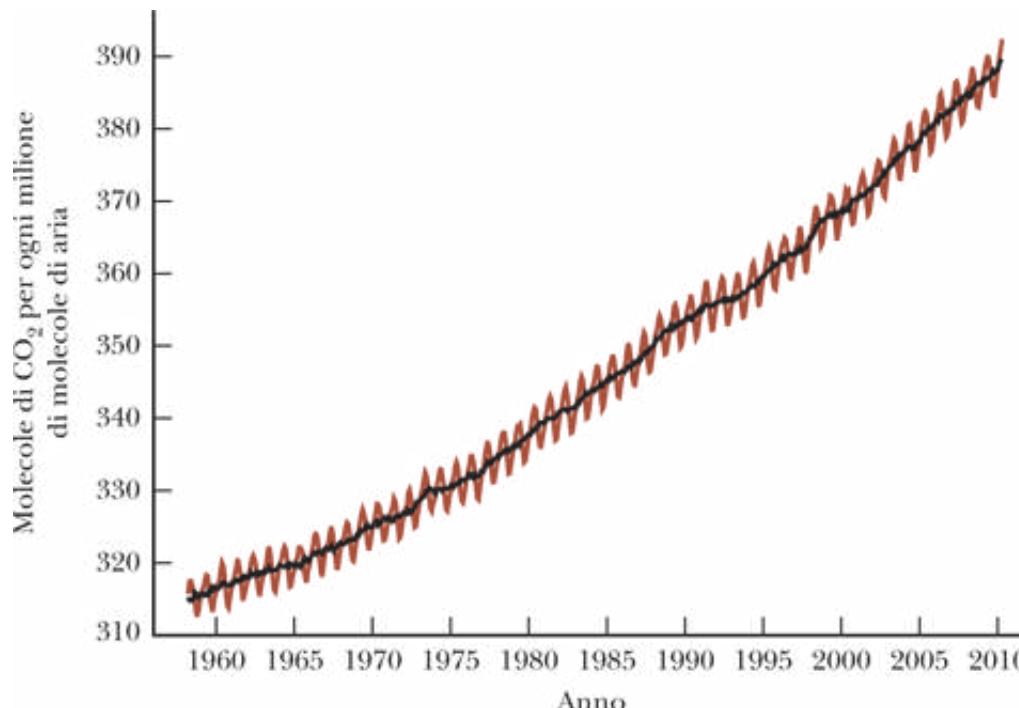


FIGURA 2 La concentrazione in parti per milione (ppm) di anidride carbonica (diossido di carbonio) atmosferico in funzione del tempo, durante l'ultima parte del XX secolo. I dati sono stati registrati all'osservatorio di Mauna Loa nelle Hawaii. Le variazioni annuali (curva rossa) coincidono con le stagioni in cui le piante crescono poiché la vegetazione assorbe biossido di carbonio dall'aria. L'incremento stazionario nella concentrazione media (curva nera) preoccupa gli scienziati.

L'IPCC ha pubblicato cinque relazioni di valutazione sui cambiamenti climatici, la più recente nel 2014. La relazione del 2007 conclude che c'è una probabilità maggiore del 90% che l'aumento della temperatura globale misurata dagli scienziati sia dovuta all'immissione di gas serra, da parte degli esseri umani, come l'anidride carbonica.

Il rapporto prevede anche un aumento della temperatura globale tra 1 e 6 °C nel XXI secolo, un innalzamento del livello del mare fra 18 e 59 cm e un'alta probabilità di eventi meteorologici estremi, come surriscaldamento delle acque, siccità, cicloni, e precipitazioni abbondanti.

In aggiunta ai suoi aspetti scientifici, il riscaldamento globale è una questione sociale con molte sfaccettature. Questi aspetti comprendono politica ed economia internazionale, in quanto il riscaldamento globale è un problema mondiale. Cambiare le nostre politiche richiede costi reali per risolvere il problema. Il riscaldamento globale ha anche aspetti tecnologici; è necessario progettare nuovi metodi di produzione di trasporto e di rifornimento energetico per rallentare o invertire l'aumento di temperatura.



Per gent. conc. della NASA

FIGURA 3 In questo contesto, studiamo il bilancio energetico della Terra, che è un grande sistema non isolato il quale interagisce con l'ambiente circostante solo attraverso la radiazione elettromagnetica.

Limiteremo la nostra attenzione agli aspetti fisici del riscaldamento globale e affronteremo questa domanda centrale:

Possiamo costruire un modello strutturale dell'atmosfera, tale da predire la temperatura media sulla superficie terrestre?

Temperatura e teoria

Cinética dei gas



© Adambooth | Dreamstime.com

Una bolla in una delle numerose pozzanghere di fango nel Parco Nazionale di Yellowstone è stata catturata nel momento in cui "salta". Le bolle presenti in una pozza di fango dimostrano l'esistenza di temperature elevate al di sotto della superficie terrestre.

Il nostro studio fin qui ha riguardato principalmente la meccanica newtoniana, che riesce a spiegare un'ampia gamma di fenomeni come il moto di palle da baseball, razzi e pianeti. Abbiamo applicato questi principi a sistemi isolati e non isolati, ai sistemi oscillanti, alla propagazione delle onde meccaniche in un mezzo e alle proprietà dei fluidi a riposo e in moto. Nel Capitolo 6 abbiamo introdotto le nozioni di temperatura ed energia interna. Lo studio di concetti come questi sarà, adesso, esteso indirizzando la nostra attenzione alla termodinamica che si occupa dei concetti legati al trasferimento di energia fra un sistema e l'ambiente circostante e le conseguenti variazioni di temperatura o di stato. Come vedremo, la termodinamica spiega le proprietà della materia nella sua forma macroscopica e la correlazione fra queste proprietà e la meccanica degli atomi e delle molecole.

Vi siete mai chiesti come un frigorifero raffreddi, quali tipi di trasformazioni avvengono nel motore di un'automobile o perché una pompa di bicicletta si riscaldi quando si gonfia una gomma? Le leggi della termodinamica ci permettono di rispondere a queste domande pratiche. In generale, la termodinamica si occupa delle trasformazioni fisiche e chimiche della materia in tutti i suoi stati di aggregazione, solido, liquido, e gas.

Questo capitolo si conclude con lo studio dei gas perfetti, che affronteremo in due fasi. Nella prima esamineremo i gas perfetti su scala macroscopica. Avremo a che fare con relazioni fra grandezze quali la pressione, il volume e la temperatura dei gas. Nella seconda fase, esamineremo i gas su scala microscopica (molecolare), usando un modello strutturale che descrive un gas come un insieme di particelle. Quest'ultimo approccio ci aiuterà a comprendere come ciò che accade a livello atomico influisca su proprietà macroscopiche come la pressione e la temperatura.

Temperatura e principio zero della termodinamica

Senso di caldo e freddo

Spesso associamo il concetto di temperatura alla percezione di caldo o freddo che un oggetto produce al tatto. I nostri sensi ci forniscono un'indicazione qualitativa della temperatura, ma sono inaffidabili e spesso ingannevoli. Per esempio, se ci troviamo a piedi nudi con uno dei piedi poggiato su un tappeto e l'altro sul pavimento di (piastrelle), quest'ultimo fornisce una sensazione di maggior freddo rispetto al tappeto nonostante entrambi siano alla stessa temperatura. Ciò avviene perché le proprietà delle mattonelle sono tali che il trasferimento di energia (per mezzo del calore) dal piede al pavimento è più rapido del trasferimento al tappeto. La pelle è sensibile alla *rapidità* con la quale l'energia viene trasferita – potenza – ma non alla temperatura dell'oggetto. Naturalmente, maggiore è la differenza di temperatura fra l'oggetto ed il piede, più rapido è il trasferimento di energia, cosicché la temperatura e la sensazione del contatto sono correlate in *qualche* modo. Recenti studi suggeriscono che parte della sensazione della temperatura percepita della pelle è legata alla proteina TRPV3 presente nei neuroni sensoriali che terminano nella pelle. Ciò di cui abbiamo bisogno è un metodo affidabile e riproducibile per stabilire il “caldo” o il “freddo” relativo degli oggetti che sia collegato solo alla temperatura dell'oggetto. Gli scienziati hanno sviluppato vari tipi di termometri per rendere queste misure quantitative.

Abbiamo tutti esperienza del fatto che due oggetti a temperature iniziali diverse raggiungeranno alla fine una certa temperatura intermedia, se messi a contatto l'uno con l'altro. Per esempio, se misceliamo acqua calda e fredda da due rubinetti separati in una vasca da bagno, l'acqua miscelata raggiunge una temperatura di equilibrio compresa fra le temperature dell'acqua calda e fredda. Analogamente, se un cubetto di ghiaccio è posto in una tazza di caffè caldo, il ghiaccio alla fine fonderà e la temperatura del caffè diminuirà. Useremo questi esempi familiari per sviluppare il concetto scientifico di temperatura. Immaginiamo due oggetti posti in un contenitore isolato in modo da formare un sistema isolato. Se gli oggetti sono a temperature diverse, dell'energia può essere scambiata fra di essi per mezzo, ad esempio, di calore o di radiazione elettromagnetica. Oggetti che possono scambiare fra loro energia in questo modo si dicono in **contatto termico**. Infine, le temperature dei due oggetti diventeranno uguali, una diventando più calda e l'altra più fredda, come nell'esempio precedente. **L'equilibrio termico** è la situazione nella quale due oggetti in contatto termico tra loro cessano di avere qualunque scambio di energia mediante calore o radiazione elettromagnetica.

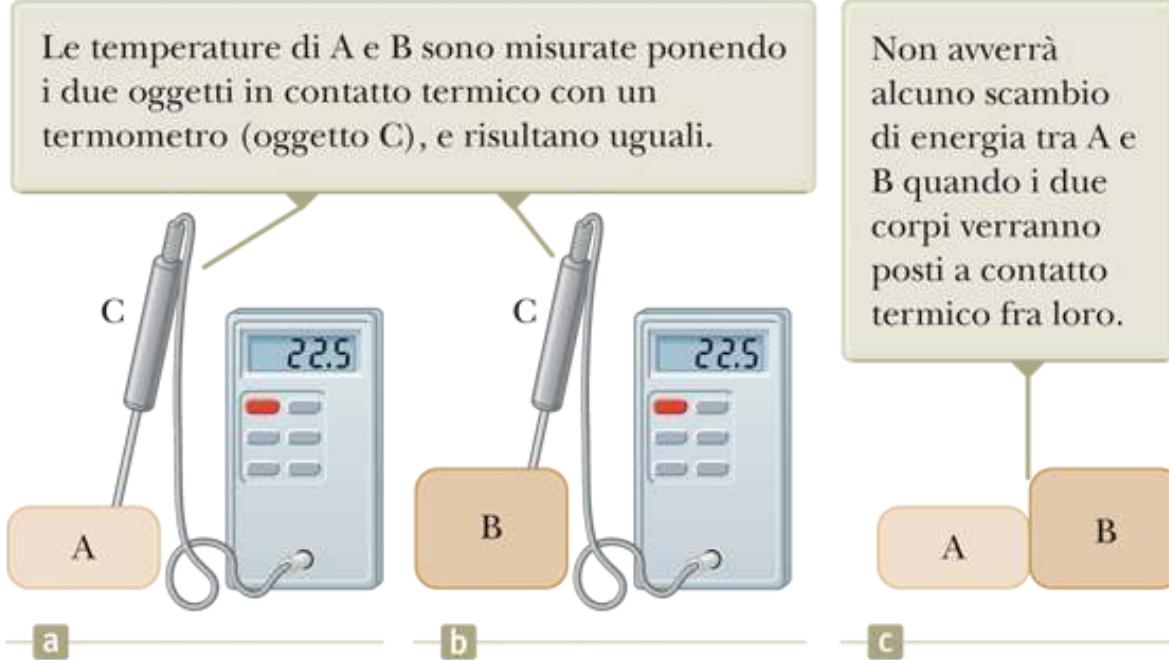


FIGURA 16.1 Principio zero della termodinamica.

Usando queste idee, possiamo sviluppare una definizione formale di temperatura. Consideriamo due oggetti, A e B, che non sono in contatto termico e un terzo oggetto, C, che

sarà il nostro **termometro**, un dispositivo tarato per misurare la temperatura di un oggetto. Vogliamo determinare se A e B sarebbero o no in equilibrio termico una volta posti in contatto termico tra loro. Il termometro viene inizialmente messo in contatto termico con A e la sua indicazione viene registrata come è indicato in Figura 16.1a. Il termometro viene poi messo in contatto termico con B e ne viene registrata la lettura (Fig. 16.1b). Se le due letture sono le stesse, allora A e B sono in equilibrio termico fra loro. Se essi fossero posti in contatto termico fra loro, come in Figura 16.1c, non vi sarebbe fra loro alcun trasferimento di energia.

Possiamo riassumere questi risultati in un enunciato noto come **principio zero della termodinamica**:

Principio zero della termodinamica

Se gli oggetti A e B sono separatamente in equilibrio termico con un terzo oggetto C, allora A e B sono in equilibrio termico fra loro.

Quest'enunciato, sebbene sembri ovvio, è importantissimo poiché può essere usato per definire la temperatura e può essere facilmente provato sperimentalmente. Possiamo riferirci alla temperatura come alla proprietà che determina se un oggetto è in equilibrio termico con altri oggetti oppure no. Due oggetti in equilibrio termico fra loro sono alla stessa temperatura.

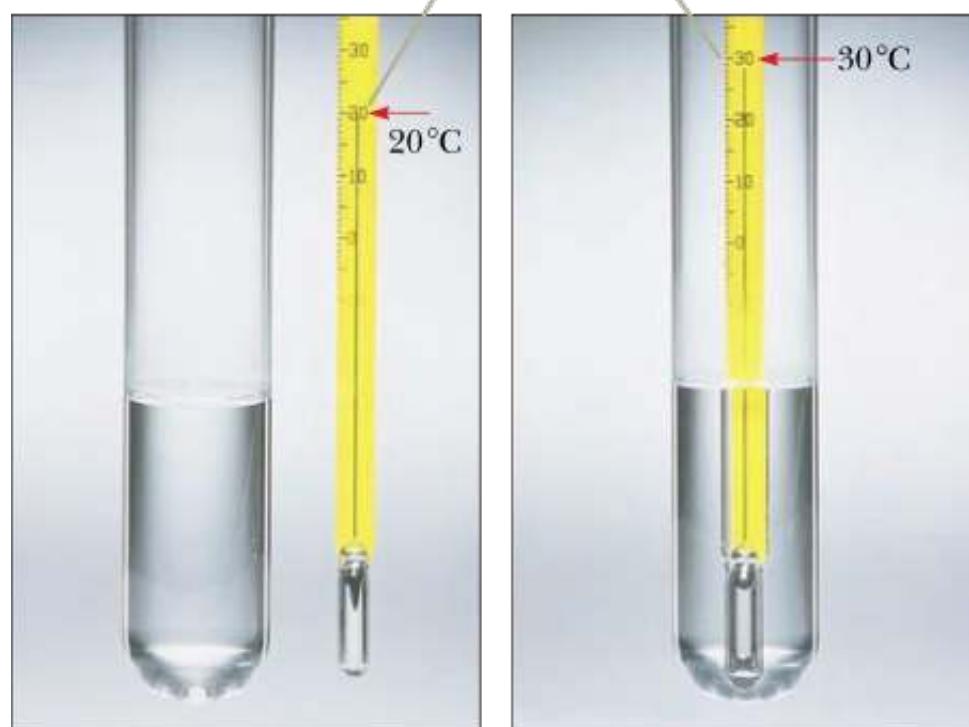
I termometri e le scale di temperatura

Nella nostra discussione del principio zero, abbiamo citato il termometro. I termometri sono dispositivi usati per misurare la temperatura di un oggetto o di un sistema con cui il termometro è in equilibrio termico. Tutti i termometri fanno uso di qualche proprietà fisica che mostri una variazione con la temperatura che possa essere tarata per rendere misurabile la temperatura stessa. Alcune delle proprietà fisiche utilizzate sono (1) il volume di un liquido, (2) la lunghezza di un solido, (3) la pressione di un gas mantenuto a volume costante, (4) il volume di un gas mantenuto a pressione costante, (5) la resistenza elettrica di un conduttore e (6) il colore di un oggetto caldo.

Il termometro comune di uso quotidiano consiste di una massa liquida – solitamente mercurio o alcool – che si dilata in un capillare di vetro quando la sua temperatura aumenta (Fig. 16.2). In questo caso la proprietà fisica che varia è il volume di un liquido. Poiché la sezione del capillare è uniforme, la variazione di volume del liquido varia linearmente con la sua lunghezza lungo il tubo. Possiamo allora definire una temperatura collegandola alla lunghezza della colonna di liquido.

Il termometro può essere tarato ponendolo in contatto termico con qualche ambiente che rimanga a temperatura costante e segnando la fine della colonna di liquido nel termometro. Un tale ambiente è una miscela di acqua e ghiaccio in equilibrio termico tra loro a pressione atmosferica. Una volta contrassegnati sul nostro termometro gli estremi della colonna liquida corrispondenti agli ambienti scelti, abbiamo bisogno di definire una scala di numeri associati con le varie temperature. Una tale scala è la **scala di temperatura Celsius**. Nella scala Celsius la temperatura della miscela acqua-ghiaccio è definita come zero gradi Celsius, scritta 0°C ; questa temperatura si chiama **punto di congelamento** dell'acqua. Un altro sistema usato comunemente è una miscela di acqua e vapore in equilibrio termico tra loro a pressione atmosferica. Nella scala Celsius, questa temperatura è definita come 100°C , il **punto di ebollizione** dell'acqua. Una volta stabiliti i livelli della colonna liquida in questi due punti, la distanza fra essi viene divisa in 100 segmenti uguali, ognuno dei quali indica una variazione di temperatura di un grado Celsius.

Il livello del mercurio nel termometro sale quando il mercurio viene riscaldato dall'acqua contenuta nella provetta.



© Cengage Learning/Charles D. Winters

FIGURA 16.2 Un termometro a mercurio prima e dopo l'aumento di temperatura.

Termometri tarati in questo modo presentano dei problemi quando sono necessarie letture molto accurate. Per esempio, un termometro ad alcool tarato ai punti di congelamento ed ebollizione dell'acqua è in accordo con un termometro a mercurio solo nei punti di taratura. Poiché mercurio e alcool hanno proprietà di dilatazione termica diverse (l'espansione può non essere perfettamente lineare con la temperatura), quando uno fornisce una data temperatura, l'altro può indicare un valore leggermente diverso. Le differenze fra

termometri diversi sono grandi specialmente se le temperature da misurare sono lontane dai punti di taratura.

Il termometro a gas a volume costante e la scala Kelvin

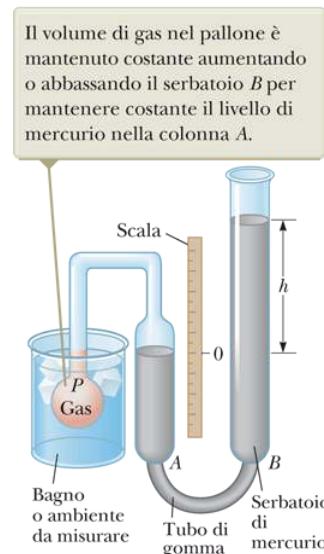


FIGURA 16.3 Un termometro a gas a volume costante misura la pressione del gas contenuto nel pallone immerso nel bagno.

Sebbene i dispositivi di uso corrente come il termometro al mercurio possano misurare la temperatura, essi non la definiscono in modo soddisfacente. Soltanto un termometro offre la maniera di definire correttamente la temperatura e di metterla in relazione diretta con l'energia interna: il **termometro a gas**. In un termometro a gas, le misure di temperatura sono indipendenti dalla sostanza usata nel termometro. Uno di questi è il termometro a gas a volume costante mostrato in Figura 16.3. Il comportamento sfruttato in questo dispositivo è la variazione di pressione con la temperatura di un volume fissato di gas.

Quando fu sviluppato il termometro a gas a volume costante, fu tarato usando i punti di congelamento e di ebollizione dell'acqua, nel modo seguente (oggi si usa una procedura di taratura diversa, che sarà discussa brevemente). Il contenitore del gas viene immerso in un bagno di acqua e ghiaccio in equilibrio termico e il serbatoio di mercurio *B* viene alzato o abbassato in modo tale da mantenere il volume del gas costante, condizione indicata dal punto zero sulla scala. L'altezza *h*, la differenza tra i livelli del serbatoio e della colonna *A*, indica la pressione nel contenitore a 0°C, secondo l'Equazione 15.4. Il contenitore viene quindi immerso in acqua al punto di ebollizione e il serbatoio *B* è riaggiustato finché l'altezza della colonna *A* sia riportata allo zero della scala, assicurando così che il volume del gas sia lo stesso che aveva nel bagno di acqua e ghiaccio (da cui la designazione "a volume costante"). La misura del nuovo valore di *h* dà un valore della pressione a 100°C. Questi valori di pressione e temperatura vengono riportati in un grafico come quello di Figura 16.4. Basandoci sull'osservazione sperimentale che la pressione del gas varia linearmente con la sua temperatura, come sarà discusso più dettagliatamente nel Paragrafo 16.4, tracciamo una linea retta congiungente i due punti. La linea congiungente i due punti serve come curva di taratura per misurare le temperature incognite. Se volessimo misurare la temperatura di una sostanza, dovremmo porre il contenitore del gas in contatto termico con quella sostanza e aggiustare la colonna di mercurio finché il livello della colonna *A* sia ritornato a zero. L'altezza della colonna di mercurio ci indicherà la pressione del gas e noi potremo allora trovare la temperatura della sostanza dalla curva di taratura.

Supponiamo ora che le temperature siano misurate con vari termometri a gas, contenenti gas diversi. Gli esperimenti dimostrano che le letture dei termometri sono indipendenti dal tipo di gas usato finché la pressione del gas è bassa e la temperatura è molto al di sopra del punto di liquefazione.

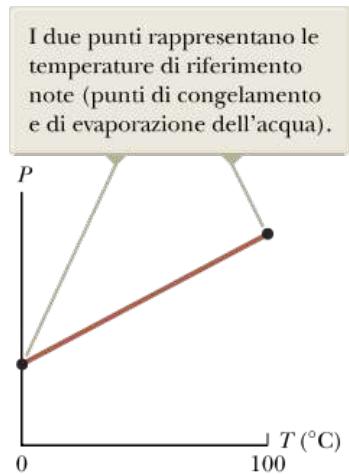


FIGURA 16.4 Un tipico grafico di pressione in funzione della temperatura preso con un termometro a gas a volume costante.

Possiamo anche eseguire le misure di temperatura con il gas in un contenitore che parta da una pressione diversa a 0°C . Finché la pressione è bassa, saranno generate delle linee rette di taratura per ciascuna diversa pressione di partenza, come è mostrato per tre punti sperimentali (linee continue) nella Figura 16.5.

Se estendiamo le curve di Figura 16.5 all'indietro fino a valori negativi della temperatura, troviamo un risultato sorprendente. In tutti i casi, indipendentemente dal tipo di gas o dal valore della pressione di partenza (assunta bassa), *la pressione viene extrapolata a zero quando la temperatura è -273.15°C !* Tale importante risultato suggerisce che questa particolare temperatura è universale poiché essa non dipende dalla sostanza usata per il termometro. Inoltre, poiché la pressione più bassa possibile è $P = 0$, che dovrebbe essere quella del vuoto assoluto, questa temperatura deve rappresentare il limite inferiore per i processi fisici. Quindi, definiamo questa temperatura come **zero assoluto**. Alcuni effetti interessanti avvengono a temperature vicine allo zero assoluto, come il fenomeno della *supercondutività*, che studieremo nel Capitolo 21.

Questa particolare temperatura è usata come base nella **scala di temperatura Kelvin**, che pone -273.15°C come il suo punto zero (o K). L'ampiezza di un grado nella scala Kelvin è scelta identica all'ampiezza di un grado nella scala Celsius. Quindi, la seguente relazione ci consente la conversione fra queste temperature:

$$T_C = T - 273.15$$

16.1

dove T_C è la temperatura Celsius e T la temperatura Kelvin (chiamata anche **temperatura assoluta**). La principale differenza fra queste due scale di temperatura è uno spostamento dello zero della scala. Lo zero della scala Celsius è arbitrario, esso dipende da una proprietà associata ad una particolare sostanza: l'acqua. Lo zero della scala Kelvin non è arbitrario, poiché esso è caratteristico di un comportamento associato a qualunque sostanza. Conseguentemente, quando un'equazione contiene T come variabile, deve essere usata la temperatura assoluta. Allo stesso modo, un rapporto di temperature è corretto solo se le temperature sono espresse nella scala Kelvin.

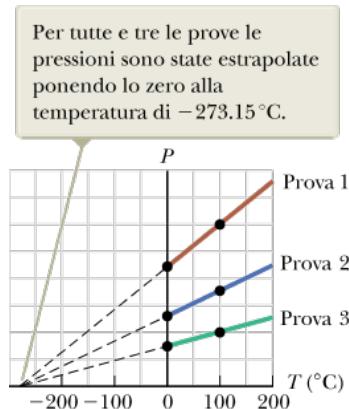


FIGURA 16.5 Pressione in funzione della temperatura per prove sperimentali in cui i gas hanno pressioni differenti in un termometro a gas a volume costante.

L'Equazione 16.1 mostra che la temperatura Celsius T_C è spostata rispetto alla temperatura assoluta T di 273.15° . Poiché l'ampiezza di un grado è la stessa per le due scale, una differenza di temperatura di 5°C è uguale a una differenza di temperatura di 5 K. Le due scale differiscono soltanto per la scelta del punto zero. Quindi, il punto di fusione del

ghiaccio (273.15 K) corrisponde a 0.00°C, e il punto di ebollizione dell'acqua (373.15 K) è equivalente a 100.00°C.

I primi termometri a gas fecero uso dei punti di fusione del ghiaccio e di ebollizione dell'acqua in accordo con la procedura appena descritta. Tuttavia, questi punti sono difficili da riprodurre sperimentalmente. Per questa ragione, una nuova procedura, basata su due nuovi punti, fu adottata nel 1954 dal Comitato Internazionale di Pesi e Misure. Il primo punto è lo zero assoluto. Il secondo punto è il **punto triplo dell'acqua**, che corrisponde all'unica temperatura e pressione alla quale acqua, vapor d'acqua e ghiaccio coesistono in equilibrio. Questo punto è un riferimento di temperatura conveniente e riproducibile per la scala Kelvin. Ciò accade alla temperatura di 0.01°C e alla bassissima pressione di 4.58 mm di mercurio. Alla temperatura del punto triplo dell'acqua è stato assegnato nella scala Kelvin il valore di 273.16 K. Così, l'unità di temperatura nel SI, il **kelvin**, è definito come **1/273.16 della temperatura del punto triplo dell'acqua**.

La Figura 16.6 mostra la temperatura Kelvin per vari processi fisici e diverse condizioni. Come rivela la figura, lo zero assoluto non può mai essere raggiunto, benché esperimenti in laboratorio abbiano creato condizioni che sono molto vicine allo zero assoluto.

Cosa accadrebbe a un gas se la sua temperatura raggiungesse 0 K? Come indica la Figura 16.5 (trascorrendo la liquefazione e la solidificazione della sostanza), la pressione esercitata sulle pareti del recipiente sarebbe zero. Nel Paragrafo 16.5 mostreremo che la pressione di un gas è proporzionale all'energia cinetica delle molecole del gas. Allora, secondo la fisica classica, l'energia cinetica del gas dovrebbe essere zero e non dovrebbe esserci più moto in nessuno dei singoli componenti del gas; quindi, le molecole dovrebbero stare ferme sul fondo del contenitore. La teoria quantistica, che discuteremo nel Capitolo 28 ("Fisica Moderna"), modifica questa affermazione indicando che a questa temperatura così bassa dovrebbe esserci un'energia residua, chiamata *energia del punto zero*.

Prevenire le insidie

I 16.1 A proposito di gradi

Si noti che la notazione che indica una misura di temperatura nella scala Kelvin non fa uso del simbolo di grado.

L'unità di misura per le temperature in Kelvin è semplicemente "kelvin" e non "gradi Kelvin".

La scala Fahrenheit

Si noti che la scala è logaritmica.

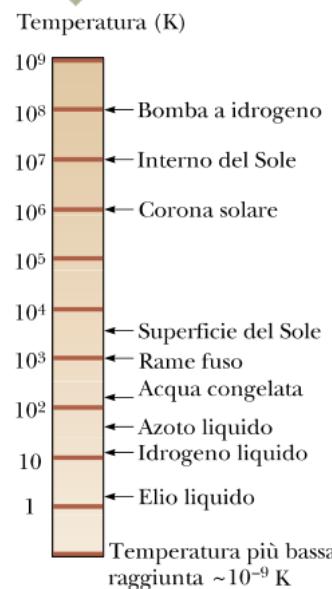


FIGURA 16.6 Temperature assolute alle quali si verificano diversi fenomeni fisici.

La scala di temperatura più comune usata quotidianamente negli Stati Uniti è la **scala Fahrenheit**. Questa scala pone la temperatura di fusione del ghiaccio a 32°F e la temperatura del punto di ebollizione dell'acqua a 212°F. La relazione fra le scale Celsius e Fahrenheit è

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32^\circ\text{F}$$

16.2 ►

L'Equazione 16.2 si può usare facilmente per trovare una relazione tra variazioni di temperatura nelle scale Celsius e Fahrenheit. Si lascia al lettore il problema di mostrare che se la temperatura Celsius varia di ΔT_C , la temperatura Fahrenheit varia di una quantità ΔT_F , data da

$$\Delta T_F = \frac{9}{5} \Delta T_C$$

16.3 ◀

QUIZ RAPIDO 16.1

Si considerino le seguenti coppie di materiali. Quale coppia rappresenta due materiali in cui uno ha il doppio della temperatura dell'altro? **(a)** acqua che bolle a 100°C, un bicchiere d'acqua a 50°C **(b)** acqua che bolle a 100°C, metano congelato a -50°C **(c)** un cubetto di ghiaccio a -20°C, fiamme da un mangiatore di fuoco a 233°C **(d)** nessuna di queste coppie

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 16.1

Un gruppo di astronauti atterra su un pianeta abitato. Gli astronauti intraprendono una conversazione con gli alieni sulle scale di temperatura. Si scopre che gli abitanti di questo pianeta hanno una scala di temperatura basata sui punti di congelamento e di ebollizione dell'acqua, separati da 100 gradi. Le due temperature di questo pianeta sono le stesse di quelle sulla Terra? L'unità di grandezza riferita ai gradi degli alieni è uguale alla nostra? Supponiamo che gli alieni abbiano messo a punto una scala simile alla scala Kelvin. Il loro zero assoluto sarebbe uguale al nostro?

Ragionamento I valori di 0°C e 100°C riferiti alle temperature di congelamento e di ebollizione dell'acqua sono definiti alla pressione atmosferica. Su un altro pianeta, è improbabile che la pressione atmosferica sia esattamente la stessa di quella della Terra. Pertanto, nel pianeta alieno, l'acqua potrebbe gelare e bollire a temperature diverse. Gli alieni possono chiamare queste temperature di 0° e 100°, ma non sarebbero le stesse temperature dei nostri 0°C e 100°C. Se gli alieni assegnano valori di 0° e 100° per tali temperature, i loro gradi non avrebbero la stessa dimensione dei nostri gradi Celsius (salvo che la pressione atmosferica fosse uguale alla nostra). Invece, in una versione aliena della scala Kelvin, lo zero assoluto dovrebbe essere uguale al nostro, perché si basa su una naturale e universale definizione piuttosto che sull'associazione ad una particolare sostanza o ad una data pressione atmosferica. ▷

Esempio 16.1 Conversione di temperature

In una giornata in cui la temperatura raggiunge i 50°F, qual è la temperatura equivalente in gradi Celsius e in kelvin?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Dilatazione termica di solidi e liquidi

Nel discutere i termometri a liquido abbiamo fatto riferimento ad una tra le più note modifiche che possono avvenire in una sostanza: quando la sua temperatura aumenta, aumenta anche il suo volume. Questo fenomeno, noto come **dilatazione termica**, gioca un ruolo importante in numerose applicazioni.



FIGURA 16.7 Giunti di dilatazione termica in un ponte (a) e in una parete (b).

Per esempio, giunti di dilatazione termica devono essere inseriti in fabbricati, autostrade in cemento e ponti per compensare le variazioni delle dimensioni causate dalle variazioni di temperatura (Fig. 16.7).

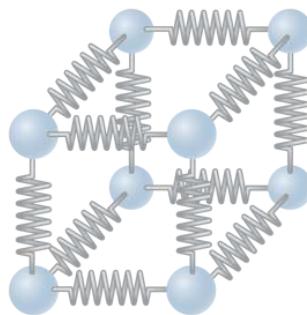


FIGURA 16.8 Modello strutturale di una configurazione atomica in un solido. Gli atomi (sfere) sono immaginariamente connessi tra loro da molle che rispecchiano la natura elastica delle forze interatomiche.

La dilatazione termica complessiva di un oggetto è la conseguenza della variazione della distanza media di separazione tra gli atomi o le molecole che lo costituiscono. Per capire ciò, consideriamo come si comportano gli atomi in una sostanza solida. Questi atomi sono localizzati in posizioni di equilibrio fisse; se un atomo è allontanato dalla sua posizione, una forza di richiamo lo riporta verso la posizione iniziale. Possiamo costruire un modello strutturale in cui immaginiamo che gli atomi siano particelle nelle loro posizioni di equilibrio collegate mediante molle agli atomi più vicini (Fig. 16.8). Se un atomo è allontanato dalla sua posizione di equilibrio, la distorsione della molla fornisce una forza di richiamo. Se l'atomo viene rilasciato, esso oscilla, e possiamo applicare ad esso il modello del moto armonico semplice. Con questo modello strutturale a livello atomico si possono comprendere un certo numero di proprietà macroscopiche della sostanza.

Nel Capitolo 6, abbiamo introdotto il concetto di energia interna e puntualizzato che essa è legata alla temperatura del sistema. Per un solido, l'energia interna è associata con l'energia cinetica e potenziale di vibrazione degli atomi attorno alle loro posizioni di equilibrio. A temperature ordinarie, gli atomi vibrano con un'ampiezza di circa 10^{-11} m, e la separazione media tra essi è circa 10^{-10} m. Quando la temperatura del solido aumenta, la separazione

media tra gli atomi aumenta. L'aumento della separazione media all'aumentare della temperatura (e la conseguente dilatazione termica) è dovuto al fatto che il modello del moto armonico semplice non è più valido. La Figura 6.23a del Capitolo 6 mostra la curva dell'energia potenziale per un oscillatore armonico ideale. La curva dell'energia potenziale per gli atomi in un solido è simile a quella, ma non esattamente identica; essa è leggermente asimmetrica attorno alla posizione di equilibrio. Questa asimmetria è proprio ciò che porta alla dilatazione termica.

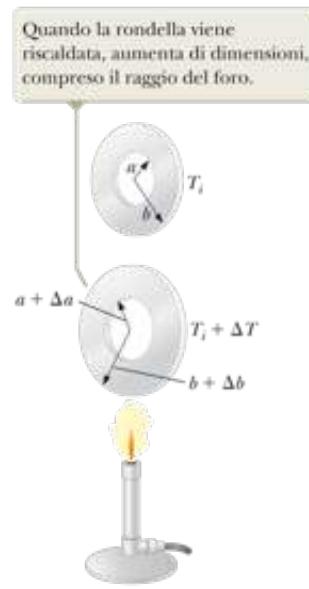


FIGURA 16.9 Espansione termica di un anello metallico omogeneo (l'espansione termica è esagerata in questa figura).

Se la dilatazione termica di un oggetto è sufficientemente piccola confrontata con le sue dimensioni iniziali, allora la variazione di ogni dimensione è, con buona approssimazione, dipendente dalla prima potenza della variazione di temperatura. Per la maggior parte delle situazioni, possiamo adottare un modello semplificato in cui questa dipendenza è vera. Supponiamo che un oggetto abbia una lunghezza iniziale L_i lungo una certa direzione a una certa temperatura. La lunghezza aumenta di ΔL per una variazione di temperatura ΔT . Gli esperimenti mostrano che, quando ΔT è sufficientemente piccolo, ΔL è proporzionale a ΔT ed a L_i :

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T$$

16.4◀

ossia

$$L_f - L_i = \alpha L_i (T_f - T_i)$$

16.5◀

dove L_f è la lunghezza finale, T_f è la temperatura finale e la costante di proporzionalità α è chiamata **coefficiente medio di dilatazione lineare** per un dato materiale ed è espressa in unità corrispondenti all'inverso di un grado Celsius o $(^{\circ}\text{C})^{-1}$.

Può essere utile considerare la dilatazione termica come un ingrandimento fotografico. Per esempio, quando una rondella metallica è riscaldata (Fig. 16.9), tutte le dimensioni, incluso il raggio del buco, aumentano secondo l'Equazione 16.4. Poiché la dimensione lineare di un oggetto varia con la temperatura, segue che anche il volume e l'area della superficie variano con la temperatura. Si consideri un cubo che abbia lo spigolo di lunghezza iniziale L_i e perciò un volume $V_i = L_i^3$. Quando la temperatura aumenta, la lunghezza di ciascun lato aumenta di

$$L_f = L_i + \alpha L_i \Delta T$$

Il nuovo volume, $V_f = L_f^3$, sarà

$$L_f^3 = (L_i + \alpha L_i \Delta T)^3 = L_i^3 + 3\alpha L_i^3 \Delta T + 3\alpha^2 L_i^3 (\Delta T)^2 + \alpha^3 L_i^3 (\Delta T)^3$$

Gli ultimi due termini di questa espressione contengono la quantità $\alpha \Delta T$ elevata alla seconda e alla terza potenza. Poiché $\alpha \Delta T$ è un numero puro molto minore di uno, l'elevamento a potenza lo rende ancora più piccolo.

Prevenire le insidie | 16.2 I fori possono ingrandirsi o rimpicciolirsi?

Quando aumenta la temperatura di un oggetto, ogni dimensione lineare aumenta di dimensioni, compresi eventuali fori nel materiale, che si espandono come se il foro fosse riempito con lo stesso materiale, come mostrato nella Figura 16.9. Tieni a mente la nozione di espansione termica come simile ad un ingrandimento fotografico.

 **TABELLA 16.1** | Coefficienti di dilatazione per alcuni materiali a temperatura ambiente

Materiale	Coefficiente di dilatazione lineare (α) ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Materiale	Coefficiente di dilatazione cubica (β) ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Acciaio	11×10^{-6}	Acetone	1.5×10^{-4}
Alluminio	24×10^{-6}	Alcool etilico	1.12×10^{-4}
Calcestruzzo	12×10^{-6}	Aria ^a a 0°C	3.67×10^{-3}
Invar (lega Ni-Fe)	0.9×10^{-6}	Benzene	1.24×10^{-4}
Ottone e bronzo	19×10^{-6}	Benzina	9.6×10^{-4}
Piombo	29×10^{-6}	Elio	3.665×10^{-3}
Rame	17×10^{-6}	Glicerina	4.85×10^{-4}
Vetro	9×10^{-6}	Mercurio	1.82×10^{-4}
Vetro (Pyrex)	3.2×10^{-6}	Trementina	9.0×10^{-4}

^aI gas non hanno un valore unico per il coefficiente di espansione cubica perché l'espansione dipende dal tipo di processo a cui sono sottoposti. I valori riportati qui sono relativi ad una espansione a pressione costante.



AP Photo

Espansione termica.

Le temperature estremamente alte di un giorno di luglio in Asbury Park, New Jersey, hanno causato questi incurvamenti dei binari della ferrovia.

Quindi, possiamo trascurare questi due termini e ottenere un'espressione più semplice:

$$V_f = L_f^3 = L_i^3 + 3\alpha L_i^3 \Delta T = V_i + 3\alpha V_i \Delta T$$

ossia

$$\Delta V = V_f - V_i = \beta V_i \Delta T \quad \text{16.6} \blacktriangleleft$$

dove $\beta = 3\alpha$. La grandezza β è chiamata **coefficiente medio di dilatazione cubica (o volumica)**. Nel derivare l'Equazione 16.6 abbiamo considerato un cubo ma essa descrive un campione solido di qualsiasi forma, finché il coefficiente medio di dilatazione lineare rimane lo stesso in tutte le direzioni.

Con un procedimento analogo, si può mostrare che l'*aumento di superficie* di un oggetto dovuto alla variazione di temperatura è

$$\Delta A = \gamma A_i \Delta T \quad \text{16.7} \blacktriangleleft$$

dove γ , il **coefficiente medio di dilatazione quadratica** (o superficiale), è dato da $\gamma = 2\alpha$.

La Tabella 16.1 elenca i coefficienti medi di dilatazione lineare per vari materiali. Si noti che per questi materiali α è positivo, indicando un incremento della lunghezza con un aumento della temperatura. Ciò non accade sempre. Per esempio, alcune sostanze, come la calcite (CaCO_3), all'aumentare della temperatura si dilatano lungo una dimensione (α positivo) e si contraggono lungo un'altra (α negativo).

QUIZ RAPIDO 16.2

Due sfere sono costruite con lo stesso metallo e hanno lo stesso raggio, ma una è cava e l'altra è piena. Le sfere subiscono lo stesso aumento di temperatura. Quale sfera si espande di più? **(a)** La sfera solida. **(b)** La sfera cava. **(c)** Tutte e due allo stesso modo. **(d)** Non ci sono sufficienti elementi per stabilirlo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 16.2

Una padrona di casa sta dipingendo il soffitto, e una goccia di pittura cade dal pennello sul bulbo caldo di una lampadina accesa. Il bulbo si rompe. Perché?

Ragionamento L'involucro di vetro di una lampadina riceve energia sulla superficie interna dalla radiazione elettromagnetica proveniente dal filamento incandescente. Inoltre, poiché il bulbo contiene gas, il vetro dell'involucro riceve energia per trasferimento materiale correlato al moto verso il vetro freddo del gas caldo vicino al filamento. Quindi, il vetro può diventare molto caldo. Se una goccia di pittura relativamente fredda cade sul vetro, quella porzione di vetro dell'involucro si raffredderà molto rapidamente, e la contrazione di questa regione causerà una tensione termica che può rompere il vetro.

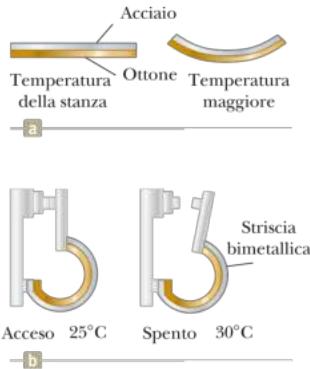


FIGURA 16.10 (a) Una striscia bimetallica si piega al variare della temperatura perché i due metalli hanno differenti coefficienti di dilatazione. (b) Una striscia bimetallica utilizzata in un termostato per chiudere o aprire un contatto elettrico.

Come viene indicato nella Tabella 16.1, ciascuna sostanza ha il proprio coefficiente caratteristico di dilatazione termica. Per esempio, quando le temperature di una barra di ottone e di acciaio di uguale lunghezza subiscono lo stesso aumento a partire da un valore iniziale comune, la barra di ottone si dilata di più di quella di acciaio perché ha un coefficiente di dilatazione maggiore di quello dell'acciaio. Un semplice dispositivo chiamato lamina bimetallica, che mostra questo principio, viene utilizzato come termostato nei fornì di uso domestico. La lamina è realizzata saldando due metalli diversi lungo la loro superficie. Quando la temperatura della lamina aumenta, i due metalli si dilatano di quantità differenti e la lamina si piega come in Figura 16.10.

Esempio 16.2 Il corto circuito termico

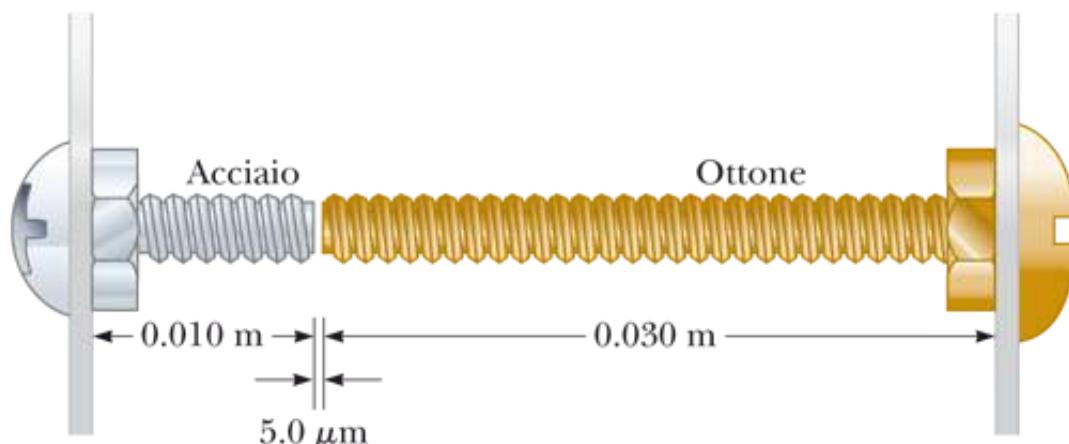


FIGURA 16.11 (Esempio 16.2) Due bulloni fissati a due punti di un dispositivo elettrico vengono posti quasi a contatto quando si raggiunge la temperatura di 27°C. All'aumentare della temperatura, le estremità dei bulloni si muovono l'una verso l'altra.

Un dispositivo elettronico è stato progettato con poca attenzione cosicché due bulloni fissati a differenti parti del dispositivo quasi si toccano all'interno del dispositivo stesso, come in Figura 16.11. I bulloni d'acciaio e d'ottone si trovano a differenti potenziali elettrici e se si toccassero produrrebbero un corto circuito elettrico danneggiando il dispositivo (studieremo il potenziale elettrico nel Capitolo 20). Se la distanza iniziale tra i due bulloni è $5.0 \mu\text{m}$ a 27°C, a quale temperatura i bulloni si toccheranno? Si assuma che i supporti ai quali sono fissati i bulloni non siano modificati dalla variazione di temperatura.

Il comportamento anomalo dell'acqua

In generale i liquidi aumentano il loro volume all'aumentare della temperatura e hanno coefficienti di dilatazione cubica circa dieci volte maggiori di quelli dei solidi. In uno stretto intervallo di temperature l'acqua è un'eccezione a questa regola, come si può vedere dalla sua curva di densità in funzione della temperatura in Figura 16.12.

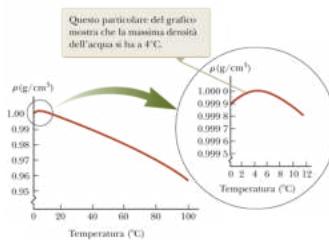


FIGURA 16.12 La variazione di densità dell'acqua in funzione della temperatura alla pressione atmosferica.

Quando la temperatura aumenta da 0°C a 4°C, l'acqua si contrae e pertanto la sua densità aumenta. Per temperature superiori a 4°C, l'acqua si comporta nel modo atteso dilatandosi all'aumentare della temperatura. In altre parole, la densità dell'acqua raggiunge un valore massimo di 1 000 kg/m 3 a 4°C.

Possiamo usare questa anomalia della dilatazione termica per spiegare perché uno stagno si congela in superficie. Quando la temperatura atmosferica scende, diciamo da 7°C a 6°C, anche l'acqua in superficie dello stagno si raffredda e conseguentemente diminuisce il volume. Ciò significa che l'acqua in superficie è più densa dell'acqua sottostante, che non si è raffreddata né è diminuita di volume. Il risultato è che l'acqua della superficie fluisce verso il fondo e l'acqua più calda dal fondo viene forzata in superficie dove si raffredda, in un processo chiamato risalita. Quando la temperatura atmosferica si trova tra 4°C e 0°C, tuttavia, l'acqua in superficie si dilata per il raffreddamento e diventa meno densa di quella al di sotto. Il processo di affondamento si ferma e alla fine l'acqua in superficie congegna. Quando l'acqua congegna, il ghiaccio rimane in superficie perché è meno denso dell'acqua. Il ghiaccio continua a formarsi in superficie mentre l'acqua vicina al fondo dello stagno rimane a 4°C. Se così non fosse, pesci e altre forme di vita acquatica non potrebbero sopravvivere durante l'inverno.

Sopravvivenza dei pesci in inverno

Un chiaro esempio dei danni dell'assenza della risalita e del processo di mescolamento è rappresentato dall'improvviso e mortale rilascio del gas anidride carbonica verificatosi dal lago Monoun nell'agosto 1984 e dal lago Nyos nell'agosto 1986 (Fig. 16.13). Ambedue i laghi si trovano nella regione della foresta pluviale del Camerun in Africa. Oltre 1 700 nativi del Camerun morirono in questi disastri.

In un lago che si trova in una regione temperata, come quella degli Stati Uniti, avvengono significative variazioni di temperatura durante il giorno e durante l'intero anno. Per esempio, immaginiamo il Sole al tramonto di sera. Quando la temperatura dell'acqua in superficie diminuisce, a causa dell'assenza dell'irraggiamento solare, il processo di affondamento tende a mescolare gli strati superiori e inferiori dell'acqua.

Questo processo di mescolamento normalmente non avviene nei laghi Monoun e Nyos a causa di due caratteristiche che contribuirono significativamente ai disastri. Prima di tutto i laghi sono molto profondi, cosicché il mescolamento dei vari strati di acqua per una tale profondità è difficile. Questo fattore dà luogo anche a una grande pressione sul fondo del lago sicché una grande quantità di anidride carbonica proveniente dalle rocce e dalle sorgenti in profondità si scioglie nell'acqua.



© Peter Turnley/Corbis



© Peter Turnley/Corbis

FIGURA 16.13 (a) Lago Nyos, in Camerun, dopo un'emissione esplosiva di anidride carbonica. (b) L'anidride carbonica ha causato molte morti umane e animali, come il bestiame qui rappresentato.

Poi, ambedue i laghi si trovano in una foresta pluviale equatoriale dove la variazione di temperatura è molto minore di quella delle regioni temperate. Ciò comporta una forza non sufficiente ad innescare un mescolamento efficace fra gli strati d'acqua nei laghi. L'acqua vicino al fondo del lago rimane ferma per lungo tempo e raccoglie una grande quantità di anidride carbonica dissolta. In assenza del processo di mescolamento, questa anidride carbonica non può essere trasferita in superficie e rilasciata in sicurezza; continua però ad aumentare la sua concentrazione.

La situazione descritta è esplosiva. Se l'acqua satura di anidride carbonica si trasferisce in superficie dove la pressione è molto minore, il gas si espande e abbandona la soluzione rapidamente. Una volta che l'anidride carbonica esce dalla soluzione, le bolle di anidride carbonica salgono attraverso l'acqua e causano un maggiore mescolamento degli strati.

Soffocamento a causa del rilascio esplosivo di anidride carbonica

Supponiamo che la temperatura dell'acqua di superficie diminuisca; quest'acqua diventerebbe più densa e affonderebbe, probabilmente innescando il rilascio di anidride carbonica e dando inizio alla situazione esplosiva appena descritta. La stagione dei monsoni in Camerun viene in agosto. Le nubi monsoniche bloccano la luce solare, causando l'abbassamento della temperatura dell'acqua in superficie; questa può essere la ragione per cui il disastro avvenne in agosto. I dati climatici del Camerun, alla metà del 1980, mostrano una temperatura più bassa e una piovosità più alta del normale. La conseguente diminuzione della temperatura superficiale può spiegare perché questi eventi avvennero nel 1984 e nel 1986. I motivi certi per l'improvviso rilascio dell'anidride carbonica non sono noti e rimangono un'area di ricerca molto attiva.

Infine, una volta che l'anidride carbonica era stata rilasciata dai laghi, essa rimase vicina al suolo perché l'anidride carbonica è più densa dell'aria. Quindi uno strato di anidride carbonica si diffuse sulla terra attorno al lago, costituendo un gas soffocante e mortale per tutti gli uomini e gli animali lungo il suo percorso.

Descrizione macroscopica di un gas perfetto

Le proprietà dei gas sono molto importanti in numerosi processi termici. Il nostro clima quotidiano è un esempio perfetto del tipo di processi che dipendono dal comportamento dei gas.

Se introduciamo un gas in un recipiente, esso si espanderà riempiendo uniformemente tutto il recipiente. Quindi, il gas non ha un volume o una pressione fissati. Il suo volume è quello del contenitore e la sua pressione dipende dalla dimensione del contenitore. In questo paragrafo ci occuperemo delle proprietà di un gas a pressione P e temperatura T , confinato in un recipiente di volume V . È utile sapere come queste grandezze siano legate tra loro. In generale, l'equazione che collega queste grandezze, chiamata **equazione di stato**, può essere molto complicata. Tuttavia, se il gas viene mantenuto a pressione molto bassa (oppure a bassa densità), si trova sperimentalmente che l'equazione di stato è molto semplice. Ci si riferisce comunemente a un simile gas a bassa densità come a un **gas perfetto**. La maggior parte dei gas a temperatura ambiente e a pressione atmosferica si comporta approssimativamente come un gas perfetto. Per questo tipo di studi adotteremo un modello semplificato, chiamato **modello del gas perfetto**. Un gas perfetto è un insieme di atomi o molecole che si muovono casualmente, tra essi non si esercitano forze a lunga distanza e sono così piccoli da occupare una frazione trascurabile del volume del loro contenitore.

È conveniente esprimere la quantità di gas in un dato volume in termini di numero di moli. Una **mole** di una qualunque sostanza è quella massa di sostanza che contiene un **numero di Avogadro**, $N_A = 6.022 \times 10^{23}$, di molecole. Il numero di moli n presente in un campione di sostanza è legato alla sua massa, m , dalla relazione

$$n = \frac{m}{M}$$

16.8◀

dove M è la **massa molare** della sostanza, generalmente espressa in grammi su mole. Per esempio, la massa molare della molecola di ossigeno O_2 , è 32.0 g/mol. Quindi, la massa di una mole di ossigeno è 32.0 g. Possiamo calcolare la massa m_o di una molecola dividendo la massa molare per il numero di molecole, che è il numero di Avogadro. Quindi, per l'ossigeno,



FIGURA 16.14 Gas perfetto confinato in un cilindro il cui volume può variare spostando il pistone.

Legge dei gas perfetti

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{32.0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}{6.02 \times 10^{23} \text{ molecole/mol}} = 5.32 \times 10^{-26} \text{ kg/molecole}$$

Si supponga ora che un gas perfetto sia confinato in un recipiente cilindrico il cui volume possa essere variato per mezzo di un pistone mobile, come nella Figura 16.14. Assumeremo che il cilindro non abbia perdite e quindi il numero di moli del gas rimanga costante. Per un sistema di questo tipo, gli esperimenti forniscono le seguenti informazioni:

- Quando il gas viene tenuto a temperatura costante, la sua pressione è inversamente proporzionale al volume (questa è nota storicamente come legge di Boyle).
- Quando la pressione del gas è mantenuta costante, il volume è direttamente proporzionale alla temperatura (questa è storicamente nota come legge di Charles).
- Quando il volume del gas è mantenuto costante la pressione è direttamente proporzionale alla temperatura (questa è storicamente nota come legge di Gay-Lussac).

Queste osservazioni possono essere riassunte nella seguente equazione di stato, nota come **legge dei gas perfetti**:

$$PV = nRT$$

16.9◀

Costante universale dei gas

In questa espressione, R è una costante per uno specifico gas che può essere determinata sperimentalmente, e T è la temperatura assoluta in kelvin. Esperimenti effettuati su parecchi gas dimostrano che quando la pressione si avvicina a zero, la quantità PV/nT si avvicina allo stesso valore di R per *tutti* i gas. Per questa ragione R è chiamata **costante universale dei gas**. In unità SI, dove la pressione viene espressa in pascal e il volume in metri cubi, R ha il valore

$$R = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

16.10◀

Se la pressione è espressa in atmosfere e il volume in litri ($1 \text{ L} = 10^3 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$),

$$R = 0.0821 \text{ L} \cdot \text{atm/mol} \cdot \text{K}$$

Usando questo valore di R e l'Equazione 16.9, si trova che il volume occupato da una mole di qualunque gas alla pressione atmosferica e 0°C (273 K) è 22.4 L.

La legge dei gas perfetti è spesso espressa in termini di numero totale di molecole N , piuttosto che numero di moli, n . Poiché il numero totale di molecole è uguale al prodotto del numero di moli per il numero di Avogadro N_A , possiamo scrivere l'Equazione 16.9 come

$$PV = nRT = \frac{N}{N_A} RT$$

$$PV = Nk_B T$$

16.11◀

dove k_B è chiamata **costante di Boltzmann** e ha il valore

Prevenire le insidie | 16.3Così tante k

In fisica, la lettera k è usata in svariate situazioni. Precedentemente l'abbiamo usata in due casi: per indicare la costante elastica di una molla (Capitolo 12) ed il numero d'onda di un'onda meccanica (Capitolo 13). Abbiamo anche visto k_e , la costante di Coulomb, nel Capitolo 5. La costante di Boltzman è indicata con k ed useremo k per indicare la conducibilità termica nel Capitolo 17. Per evitare confusione,

useremo un pedice per la costante di Boltzman per semplificare il riconoscimento. In questo libro indicheremo la costante di Boltzman con k_B , ma potrete trovare in altri testi la costante di Boltzman identificata semplicemente con k .

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

16.12◀

QUIZ RAPIDO 16.3

Un comune materiale per proteggere oggetti negli imballaggi è realizzato intrappolando bolle d'aria tra due fogli di plastica. Questo materiale è più efficiente nell'impedire che il contenuto dell'imballaggio si muova all'interno dell'imballaggio (a) in un giorno caldo; (b) in un giorno freddo; (c) sia nei giorni caldi che in quelli freddi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 16.4

In un giorno d'inverno viene acceso il forno e la temperatura dell'aria all'interno della casa aumenta. Assumendo che la casa abbia una normale dispersione tra l'aria interna e quella esterna, il numero di moli di aria nella vostra stanza alla temperatura più alta è (a) maggiore di prima; (b) minore di prima; (c) come prima.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 16.3 Compressione di un gas in una bomboletta spray

Una bomboletta spray contenente un gas propellente a pressione doppia rispetto alla pressione atmosferica (202 kPa) e avente un volume di 125.00 cm³ è a una temperatura di 22°C. La bomboletta viene gettata in un falò. (*Attenzione* : non fare questo esperimento, è molto pericoloso.) Quando la temperatura del gas nella bomboletta raggiunge 195°C, qual è la pressione al suo interno? Si assuma che le variazioni di volume della bomboletta siano trascurabili.

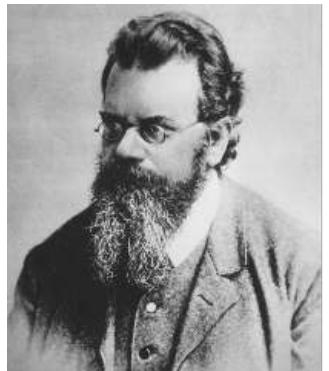
Conclusione Maggiore è la temperatura e maggiore sarà la pressione esercitata dal gas intrappolato, come previsto. Se la pressione diventa sufficientemente alta, potrebbe generarsi un'esplosione. Essendo probabile questo fenomeno, non si dovrebbe mai mettere a contatto col fuoco una bomboletta spray.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

La teoria cinetica dei gas

Nel precedente paragrafo abbiamo discusso le proprietà macroscopiche di un gas perfetto, usando grandezze quali la pressione, il volume, il numero di moli e la temperatura. Da un punto di vista *macroscopico*, la rappresentazione matematica del modello di gas perfetto è l'equazione di stato. In questo paragrafo considereremo il punto di vista *microscopico* del modello del gas perfetto. Mostreremo che le proprietà macroscopiche possono essere comprese sulla base di ciò che accade su scala atomica.

Usando il modello del gas perfetto, costruiremo un modello strutturale di un gas contenuto in un recipiente.



© INTERFOTO/Alamy

Ludwig Boltzmann

Fisico austriaco (1844-1906) Boltzmann ha dato molti contributi importanti allo sviluppo della teoria cinetica dei gas, dell'elettromagnetismo e della termodinamica. Il suo lavoro pionieristico nel campo della teoria cinetica ha portato allo sviluppo della branca della fisica nota come meccanica statistica.

La struttura matematica e le previsioni fatte da questo modello costituiscono ciò che conosciamo come **teoria cinetica dei gas**. Con questa teoria, interpreteremo la pressione e la temperatura di un gas perfetto in funzione delle variabili microscopiche. Il nostro modello strutturale includerà le componenti che seguono:

1. *Una descrizione delle componenti fisiche del sistema:* il gas consiste di un numero di molecole identiche presenti all'interno di un contenitore cubico di lato d . Il numero di molecole nel gas è grande, e la separazione media tra loro è grande rispetto alle loro dimensioni. Pertanto, le molecole occupano una frazione trascurabile del volume del contenitore. Questa ipotesi è coerente con quella del modello di gas perfetto, in cui immaginiamo le molecole come puntiformi.
2. *Una descrizione della posizione relativa dei suoi costituenti e del modo in cui essi interagiscono tra loro:* le molecole sono distribuite uniformemente in tutto il contenitore e si comportano come descritto di seguito: (a) Le molecole obbediscono alle leggi del moto di Newton, ma nell'insieme il loro moto è isotropico: ogni molecola si può muovere in qualunque direzione con qualsiasi velocità. (b) Le molecole interagiscono durante urti elastici soltanto mediante forze che hanno effetto a breve distanza. Ciò è conforme al modello di gas perfetto, in cui le molecole non esercitano fra loro delle forze a lunga distanza. (c) Le molecole interagiscono con le pareti mediante urti elastici.
3. *Una descrizione dell'evoluzione temporale del sistema:* il sistema ha raggiunto uno stato stazionario, condizione in cui le proprietà macroscopiche del gas (volume, temperatura, pressione, ecc.) rimangono costanti. Le velocità delle singole molecole sono invece in continua evoluzione.
4. *Una descrizione della concordanza esistente tra previsioni del modello e osservazioni reali e, possibilmente, la previsione di nuovi effetti che non sono ancora stati osservati:* il nostro modello strutturale dovrebbe permettere di fare alcune previsioni specifiche relative alle misurazioni macroscopiche dei comportamenti microscopici. In particolare, vorremo prevedere come pressione e temperatura siano legate ai parametri microscopici associati alle molecole.

Sebbene spesso si rappresenti un gas perfetto come costituito da singoli atomi, i gas molecolari a bassa pressione mostrano ugualmente con buona approssimazione un comportamento ideale. Gli effetti associati con la struttura molecolare non influenzano i moti che qui consideriamo. Quindi, potremo applicare i risultati degli sviluppi che seguono sia ai gas molecolari sia ai gas monoatomici.

Interpretazione molecolare della pressione per un gas perfetto

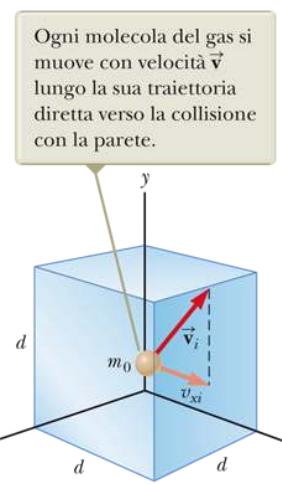


FIGURA 16.15 Scatola cubica di lato d contenente un gas perfetto.

Per la nostra prima applicazione della teoria cinetica, deriviamo un'espressione per la pressione di N molecole di un gas perfetto in un contenitore di volume V in funzione delle grandezze microscopiche. Il contenitore è un cubo con spigoli di lunghezza d (Fig. 16.15). Focalizzeremo la nostra attenzione su una di queste molecole di massa m_0 e assumeremo che si stia muovendo in modo tale che la componente della velocità nella direzione x sia v_{xi} , come nella Figura 16.16 (il pedice i si riferisce in questo caso alla i -esima molecola, non al valore iniziale. Presto combineremo gli effetti di tutte le molecole). Quando la molecola urta elasticamente con qualsiasi parete, come proposto dalla componente 2(c) del modello, la sua componente di velocità perpendicolare alla parete si inverte poiché la massa della parete è molto più grande di quella della molecola. Poiché la componente della quantità di moto p_{xi} della molecola è $m_0 v_{xi}$ prima dell'urto e $-m_0 v_{xi}$ dopo l'urto, la variazione di quantità di moto della molecola nella direzione x è

$$\Delta p_{xi} = -m_0 v_{xi} - (m_0 v_{xi}) = -2m_0 v_{xi}$$

Applicando il teorema dell'impulso (Eq. 8.11) alla molecola, si ha

$$\bar{F}_{i,\text{molecola}} \Delta t_{\text{urto}} = \Delta p_{xi} = -2m_0 v_{xi}$$

dove $\bar{F}_{i,\text{molecola}}$ è la componente della forza media¹, perpendicolare alla parete, che la parete esercita sulla molecola durante l'urto e Δt_{urto} è la durata dell'urto.

¹ Per questa trattazione si utilizzerà un trattino al di sopra del simbolo della variabile per rappresentarne il suo valore medio, come ad esempio \bar{F} per indicare la forza media, piuttosto che il pedice "media" usato precedentemente. Questa notazione evita confusione in quanto avremo un grande numero di variabili da considerare.

Affinché la molecola possa subire un altro urto contro la stessa parete dopo questo primo urto, essa deve percorrere una distanza $2d$ nella direzione x (attraversando il contenitore e ritornando indietro). L'intervallo di tempo tra due urti contro la stessa parete è quindi

$$\Delta t = \frac{2d}{v_{xi}}$$

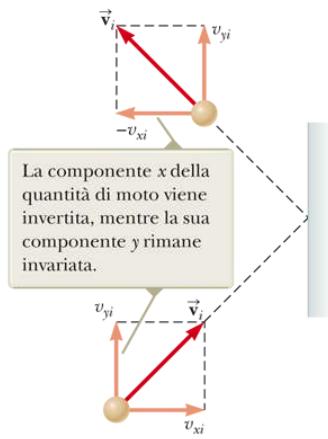


FIGURA 16.16 Una molecola subisce una collisione elastica con la parete del contenitore. In questa costruzione assumiamo che la molecola si muova nel piano xy .

La forza che causa la variazione della quantità di moto della molecola nell'urto con la parete si esercita soltanto durante l'urto. Tuttavia, possiamo mediare la forza sull'intervallo di tempo necessario affinché la molecola si muova attraverso il contenitore e ritorni indietro. In qualche istante durante questo intervallo di tempo avviene l'urto, cosicché la variazione della quantità di moto in questo intervallo di tempo è la stessa di quella relativa alla piccola durata dell'urto. Quindi, possiamo riscrivere il teorema dell'impulso come

$$\bar{F}_i \Delta t = -2m_0 v_{xi}$$

dove \bar{F}_i è la componente della forza media sulla molecola nell'intervallo di tempo in cui la molecola va e torna indietro nel cubo. Poiché avviene esattamente un urto in ciascuno di tali intervalli di tempo, ciò è anche la componente della forza media a lungo termine agente sulla molecola, per lunghi intervalli di tempo contenenti qualsiasi numero di multipli di Δt . La sostituzione di Δt nell'equazione del teorema dell'impulso ci consente di esprimere la componente della forza media a lungo termine della parete sulla molecola:

$$\bar{F}_i = \frac{-2m_0 v_{xi}}{\Delta t} = \frac{-2m_0 v_{xi}^2}{2d} = \frac{-m_0 v_{xi}^2}{d}$$

Ora, per la terza legge di Newton, la componente della forza impressa dalla molecola alla parete è uguale in modulo ma opposta in verso:

$$\bar{F}_{i,\text{parete}} = -\bar{F}_i = -\left(\frac{-m_0 v_{xi}^2}{d}\right) = \frac{m_0 v_{xi}^2}{d}$$

Il modulo della forza media totale \bar{F} esercitata sulla parete dal gas si trova sommando le componenti della forza media esercitata da ogni singola molecola. Sommiamo quei termini mostrati nelle precedenti equazioni per tutte le molecole:

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^N \frac{m_0 v_{xi}^2}{d} = \frac{m_0}{d} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2$$

dove abbiamo messo in evidenza la lunghezza del contenitore e la massa m_o poiché la componente 1 del modello strutturale ci dice che tutte le molecole sono uguali. Ora, imponiamo la condizione che il numero di molecole sia grande. Per un piccolo numero di molecole, la forza reale agente sulle pareti varierebbe nel tempo. Essa sarebbe diversa da zero durante i brevi intervalli di un urto di una molecola con la parete e zero quando nessuna molecola urta la parete. Per un enorme numero di molecole, tuttavia, come il numero di Avogadro, queste variazioni della forza svaniscono, cosicché la forza media è la stessa per *ogni* intervallo temporale. Quindi, la forza costante F agente sulle pareti dovuta all'urto molecolare è uguale alla forza media \bar{F} ed ha modulo

$$F = \frac{m_0}{d} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2$$

Proseguiamo considerando come poter esprimere il valor medio del quadrato della componente x della velocità per N molecole. La media tradizionale di un valore è data dalla somma dei valori diviso il loro numero:

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^N v_{xi}^2}{N}$$

Il numeratore di questa espressione è contenuto nel secondo membro della precedente equazione. Quindi, combinando le due espressioni, la forza totale agente sulle pareti si può scrivere m_0

$$F = \frac{m_0}{d} N \overline{v_x^2}$$

Consideriamo adesso una molecola con componenti di velocità v_{xi} , v_{yi} , e v_{zi} . Il teorema di Pitagora mette in relazione il quadrato della velocità della molecola col quadrato delle componenti della velocità:

$$v_i^2 = v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2$$

Se prendiamo la media di entrambi i membri di questa equazione (somma su tutte le particelle e divisione per N), il valor medio di v^2 per tutte le molecole nel contenitore è correlato ai valori medi di v_x^2 , v_y^2 , e v_z^2 secondo l'espressione

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

Assumiamo ora che il moto sia totalmente isotropico (componente 2a). Ciò implica che non ci sia alcuna direzione preferenziale. In media, le direzioni x , y , z sono equivalenti, per cui

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

che ci permette di scrivere

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

Quindi, la forza totale agente sulle pareti è

$$F = \frac{m_0}{d} N \left(\frac{1}{3} \overline{v^2} \right) = \frac{N}{3} \left(\frac{m_0 \overline{v^2}}{d} \right)$$

Da questa espressione, possiamo trovare la pressione che si esercita sulla parete dividendo questa forza per l'area della parete:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{d^2} = \frac{1}{3} \frac{N}{d^3} (m_0 \overline{v^2}) = \frac{1}{3} \left(\frac{N}{V} \right) (m_0 \overline{v^2})$$

$$P = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{V} \right) \left(\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right)$$

16.13◀

Pressione di un gas ideale

Questo risultato mostra che la pressione è proporzionale (1) al numero di molecole per unità di volume e (2) all'energia cinetica traslazionale media delle molecole, $\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2}$. Con questo modello strutturale di gas perfetto, siamo arrivati a un importante risultato che mette in relazione la grandezza macroscopica della pressione con una grandezza microscopica, il valor medio dell'energia cinetica traslazionale media delle molecole. Quindi, abbiamo una chiave di collegamento tra il mondo atomico e il mondo macroscopico.

Mettiamo ora a confronto questa previsione del modello strutturale con la realtà. L'Equazione 16.13 verifica alcune proprietà della pressione che probabilmente ci sono familiari. Un modo di aumentare la pressione all'interno di un contenitore è di aumentare il numero di molecole per unità di volume del contenitore (N/V). Si ottiene ciò quando si immette aria in uno pneumatico. La pressione dello pneumatico può anche essere aumentata aumentando l'energia cinetica traslazionale media delle molecole. Come vedremo presto, ciò può essere ottenuto aumentando la temperatura del gas all'interno dello pneumatico. Quindi la pressione interna aumenta quando esso si surriscalda durante un lungo viaggio. Il continuo flettersi degli pneumatici, mentre si muovono lungo la superficie stradale, produce un lavoro sulle parti che si deformano e un aumento dell'energia interna della gomma. L'aumento di temperatura della gomma causa un trasferimento di energia all'aria riscaldandola, aumentando l'energia cinetica traslazionale media delle molecole, che infine produce l'aumento di pressione.

Interpretazione molecolare della temperatura di un gas perfetto

Abbiamo messo in relazione la pressione con l'energia cinetica media delle molecole; correliamo, adesso, la temperatura con una descrizione microscopica del gas. Possiamo ottenere una certa comprensione del significato di temperatura scrivendo l'Equazione 16.13 nella forma

$$PV = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right)$$

Confrontiamo questa equazione con l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$PV = Nk_B T$$

Il primo membro di queste due equazioni è identico. Uguagliando i secondi membri di queste espressioni, troviamo

La temperatura è proporzionale all'energia cinetica media

$$T = \frac{2}{3k_B} \left(\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right)$$

16.14◀

Questa equazione suggerisce che la temperatura di un gas è una misura diretta dell'energia cinetica traslazionale media delle molecole. Quindi, quando la temperatura di un gas aumenta, le molecole si muovono con una energia cinetica media maggiore.

Riscrivendo l'Equazione 16.14, si può mettere in relazione l'energia cinetica traslazionale media delle molecole con la temperatura:

Energia cinetica media per molecola

$$\frac{1}{2}m_0\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_B T$$

16.15◀

Cioè, l'energia cinetica traslazionale media per ogni molecola è pari a $\frac{3}{2} k_B T$. Poiché $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$, segue che

$$\frac{1}{2}m_0\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}k_B T$$

16.16◀

Analogamente, per i moti lungo y e z , troviamo

$$\frac{1}{2}m_0\overline{v_y^2} = \frac{1}{2}k_B T \quad \text{e} \quad \frac{1}{2}m_0\overline{v_z^2} = \frac{1}{2}k_B T$$

Dunque, ogni grado di libertà traslazionale fornisce una uguale quantità di energia al gas, e precisamente $\frac{1}{2} k_B T$ per molecola (in generale, i *gradi di libertà* si riferiscono al numero di modi indipendenti tramite i quali una molecola può acquistare energia). Una generalizzazione di questo risultato, nota come **teorema di equipartizione dell'energia**, dice che

Teorema di equipartizione dell'energia

ogni grado di libertà contribuisce per $\frac{1}{2} k_B T$ all'energia del sistema, dove i gradi di libertà possibili sono associati a traslazione, rotazione, e vibrazione delle molecole. L'energia cinetica traslazionale totale di N molecole di un gas è semplicemente N volte l'energia cinetica traslazionale media per molecola, che è data dall'Equazione 16.15:

Energia cinetica totale di N molecole

$$E_{\text{totale}} = N \left(\frac{1}{2}m_0\overline{v^2} \right) = \frac{3}{2}Nk_B T = \frac{3}{2}nRT$$

16.17◀

dove abbiamo usato la costante di Boltzmann $k_B = R/N_A$ e il numero di moli di gas $n = N/N_A$. Da questo risultato, vediamo che l'energia cinetica traslazionale totale di un sistema di molecole è proporzionale alla temperatura assoluta del sistema e dipende solo dalla temperatura.

Per un gas monoatomico, l'energia cinetica traslazionale è il solo tipo di energia che la molecola possiede. Quindi, l'Equazione 16.17 dà l'**energia interna per un gas monoatomico**:

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2}nRT \quad (\text{gas monoatomico})$$

16.18◀

Questa equazione giustifica matematicamente la nostra affermazione, introdotta nel Capitolo 6, che l'energia interna è correlata alla temperatura di un sistema. Per molecole biatomiche e poliatomiche, sono disponibili ulteriori possibilità di immagazzinare energia nelle vibrazioni e nelle rotazioni delle molecole ma rimane la proporzionalità fra E_{int} e T .

La radice quadrata di $\overline{v^2}$ è chiamata **radice quadratica media** (rqm) **della velocità** delle molecole (o velocità quadratica media). Dall'Equazione 16.15 otteniamo per la velocità rwm che

Radice quadratica media della velocità

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

16.19◀

TABELLA 16.2 | Alcune velocità quadratiche medie

Gas	Massa molare (g/mol)	v_{rms} a 20 °C (m/s)
H ₂	2.02	1 902
He	4.00	1 352
H ₂ O	18.0	1 637
Ne	20.2	1 602
N ₂ o CO	28.0	1 511
NO	30.0	1 494
O ₂	32.0	1 478
CO ₂	44.0	1 408
SO ₂	64.1	1 338

dove M è la massa molare in chilogrammi per mole. Questa espressione mostra che, a una data temperatura, le molecole più leggere si muovono più velocemente, in media, delle molecole più pesanti. Per esempio, l'idrogeno, con una massa molare di 2.0×10^{-3} kg/mole, si muove quattro volte più veloce dell'ossigeno, la cui massa molare è 32×10^{-3} kg/mole. Se calcoliamo la velocità quadratica media dell'idrogeno a temperatura ambiente (≈ 300 K), troviamo

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K})}{2.0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}} = 1.9 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Questo valore è circa il 17% della velocità di fuga dalla Terra che abbiamo calcolato nel Capitolo 11. Poiché questa è una velocità media, un grande numero di molecole che hanno velocità molto più alte di questa possono sfuggire dall'atmosfera terrestre. Perciò, l'atmosfera terrestre non contiene idrogeno perché esso si è diffuso nello spazio.

La Tabella 16.2 elenca le velocità rms di varie molecole a 20 °C.

QUIZ RAPIDO 16.5

Due contenitori di gas perfetti sono alla stessa temperatura e pressione. Ambedue contengono lo stesso tipo di gas, ma il contenitore B ha due volte il volume del contenitore A. (i) L'energia cinetica traslazionale media per molecola nel contenitore B è (a) due volte quella del contenitore A, (b) la stessa di quella del contenitore A, (c) metà di quella del contenitore A, (d) impossibile da determinare. (ii) Utilizzando le stesse risposte, descrivere l'energia interna del gas nel contenitore B.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 16.4 Un serbatoio di elio

Un serbatoio utilizzato per riempire palloncini di elio ha volume 0.300 m^3 e contiene 2.00 mol di gas elio a 20.0°C . Si assuma che l'elio si comporti come un gas perfetto.

(A) Qual è l'energia cinetica traslazionale totale delle molecole di gas?

(B) Qual è l'energia cinetica media per ogni molecola?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Distribuzione delle velocità molecolari

Nel paragrafo precedente, abbiamo dedotto un'espressione per la velocità media di una molecola di gas ma non abbiamo specificato la distribuzione effettiva delle velocità molecolari per tutti i possibili valori. Nel 1860, James Clerk Maxwell (1831-1879) derivò un'espressione che descrive questa distribuzione di velocità molecolari. Il suo lavoro e gli sviluppi dovuti ad altri scienziati subito dopo produssero grandi controversie poiché non era possibile, all'epoca, mettere a punto esperimenti che rilevassero direttamente le molecole. Circa 60 anni dopo, comunque, gli esperimenti confermarono le previsioni di Maxwell.

Consideriamo un contenitore di gas le cui molecole abbiano una certa distribuzione delle velocità. Supponiamo di voler determinare quante molecole abbiano una velocità nell'intervallo compreso, per esempio, fra 400 e 410 m/s. Intuitivamente, ci aspettiamo che la distribuzione delle velocità dipenda dalla temperatura. Inoltre, ci aspettiamo che la distribuzione abbia un massimo in vicinanza di v_{rms} . Cioè, ci si aspetta che poche molecole abbiano velocità molto minori o molto maggiori di v_{rms} poiché queste velocità estreme risulterebbero soltanto da una improbabile catena di urti.

La distribuzione osservata della velocità delle molecole di un gas in equilibrio termico è mostrata in Figura 16.17. La grandezza N_v si chiama **funzione di distribuzione di Maxwell-Boltzmann** ed è definita come segue. Se N è il numero totale di molecole, allora il numero di molecole con velocità compresa fra v e $v + dv$ è $dN = N_v dv$. Questo numero è anche uguale all'area del rettangolo ombreggiato in Figura 16.17. Inoltre, la frazione di molecole con velocità comprese tra v è $v + dv$ è $N_v dv/N$. Questa frazione è anche uguale alla *probabilità* che una molecola abbia una velocità compresa fra v e $v + dv$.

L'espressione fondamentale che descrive la distribuzione delle velocità di N molecole di un gas è

$$N_v = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / 2k_B T} \quad 16.20$$

dove m_0 è la massa di una molecola del gas, k_B è la costante di Boltzmann e T è la temperatura assoluta².

Come è indicato nella Figura 16.17, la velocità media v_{media} è poco minore della velocità rms. La velocità più probabile v_{pp} è la velocità alla quale la curva di distribuzione raggiunge un massimo. Usando l'Equazione 16.20, troviamo che

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} = 1.73 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad 16.21$$

$$v_{\text{media}} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_0}} = 1.60 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad 16.22$$

$$v_{\text{pp}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_0}} = 1.41 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad 16.23$$

Da queste equazioni vediamo che $v_{\text{rms}} > v_{\text{media}} > v_{\text{pp}}$.

La Figura 16.18 rappresenta le curve di distribuzione delle velocità per le molecole di azoto. Le curve sono state ottenute usando l'Equazione 16.20 per calcolare la funzione di distribuzione a varie velocità e a due temperature. Si noti che il massimo della curva si sposta verso destra all'aumentare della temperatura T , indicando che la velocità media aumenta con l'aumentare della temperatura, come ci si aspetta. Inoltre l'ampiezza della curva aumenta con la temperatura. La forma asimmetrica delle curve è dovuta al fatto che la velocità più bassa possibile è zero, mentre il limite classico superiore delle velocità è infinito.

¹ Per la derivazione di questa espressione, consultare un testo di termodinamica, come ad esempio quello di R. P. Bauman, *Modern Thermodynamics and Statistical Mechanics* (New York: Macmillan,

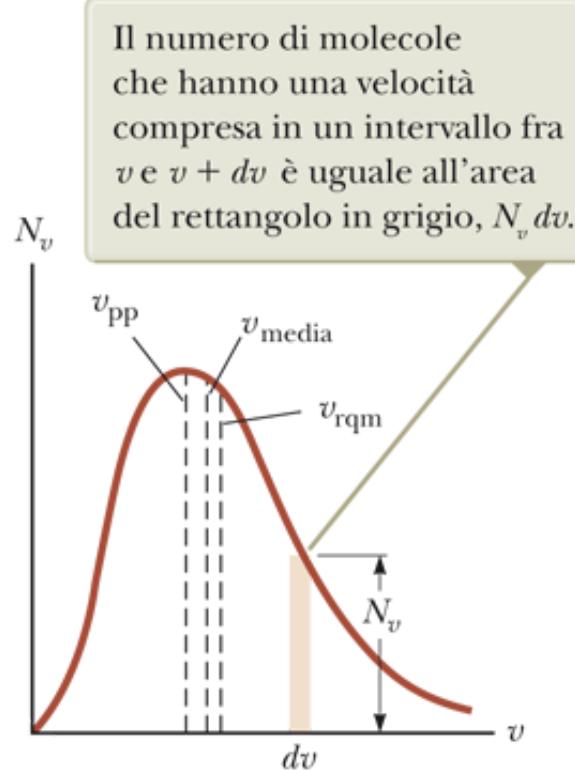


FIGURA 16.17 Distribuzione delle velocità delle molecole di un gas a diverse temperature. La funzione N_v tende a zero quando v tende ad infinito.

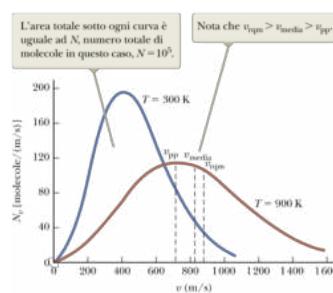


Figura 16.18 Funzione della distribuzione delle velocità per 10^5 molecole di azoto a 300 K e 900 K.

FIGURA 16.18 Funzione della distribuzione delle velocità per 105 molecole di azoto a 300 K e 900 K.

Funzione di distribuzione di Maxwell-Boltzmann

QUIZ RAPIDO 16.6

Si considerino gli andamenti qualitativi delle due curve nella Figura 16.18, senza guardare i valori numerici o le etichette del grafico. Si supponga di avere due contenitori di gas *alla stessa temperatura*. Il contenitore A ha 10^5 molecole di azoto ed quello B, 10^5 molecole di idrogeno. Qual è la corrispondenza corretta tra i contenitori e le due curve nella Figura 16.18? **(a)** Il contenitore A corrisponde alla curva blu e quello B alla curva marrone. **(b)** Il contenitore A corrisponde alla curva marrone e quello B alla curva blu. **(c)** Ambedue i contenitori corrispondono alla stessa curva.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 16.5 Velocità molecolari nel gas idrogeno

Un campione di 0.500 moli di gas idrogeno ha una temperatura di 300 K.

(A) Determinare la velocità media, la velocità \bar{v}_{qm} , e la velocità più probabile delle molecole di idrogeno.

(B) Determinare il numero di molecole con velocità compresa fra 400 m/s e 401 m/s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: il gradiente verticale di temperatura dell'atmosfera

Abbiamo discusso la temperatura di un gas con l'assunzione che tutte le parti del gas fossero alla stessa temperatura. Per piccoli volumi di gas, questa è un'assunzione relativamente buona. Ma lo è per un *enorme* volume di gas, come l'atmosfera? È chiaro che l'assunzione di una temperatura uniforme in tutto il gas in questo caso non è valida. Quando è una giornata calda d'estate a Los Angeles, è un giorno freddo d'inverno a Melbourne; diverse parti dell'atmosfera sono chiaramente a temperature diverse.

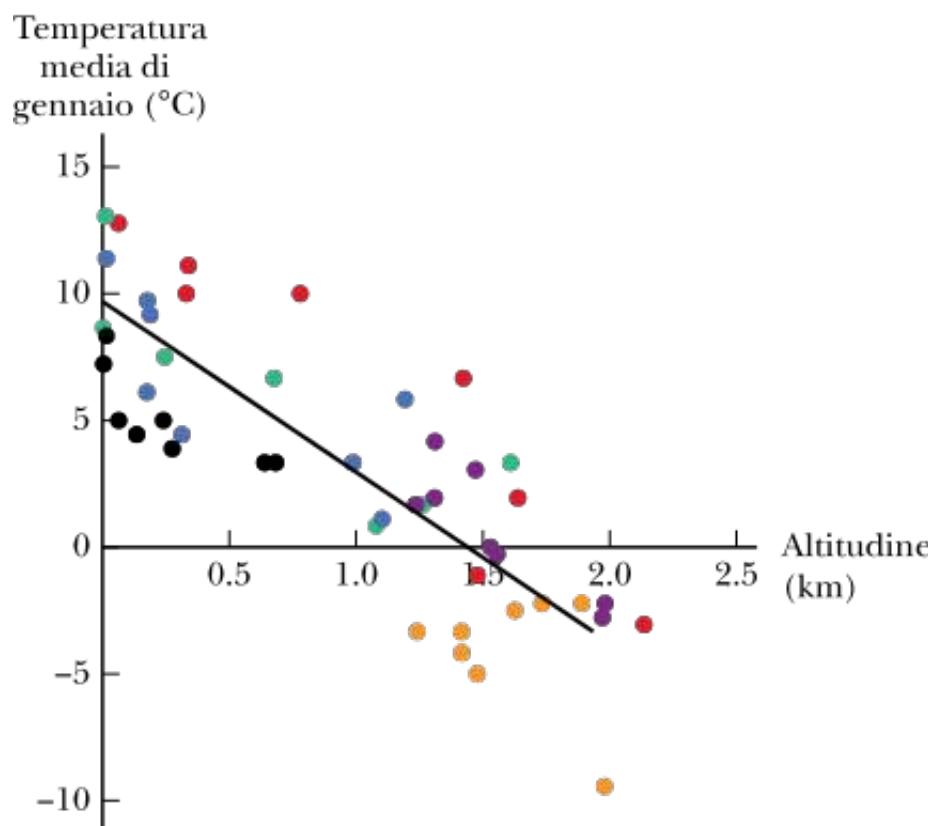


FIGURA 16.19 Variazione della temperatura media di gennaio in funzione dell'altitudine per otto località in ciascuno dei sei stati americani: Arizona (rosso), California (verde), Colorado (arancione), New Mexico (viola), North Carolina (nero) e Texas (blu). La retta che meglio approssima i dati, mostrata in nero, ha una pendenza di $-6.2^{\circ}\text{C}/\text{km}$. Dati provenienti da www.noaa.gov (US, Department of Commerce/National Oceanic and Atmospheric Administration, Physical Sciences Division).

Potremmo affrontare questa questione, così come abbiamo discusso nel paragrafo di apertura di questo contesto, considerando la media globale della temperatura dell'aria sulla superficie terrestre. Si possono, tuttavia, verificare delle variazioni di temperatura a diverse *altezze*. È proprio di queste variazioni di temperatura con l'altezza che ci occuperemo qui.

La Figura 16.19 mostra una rappresentazione grafica della temperatura media dell'aria a varie altezze durante il mese di gennaio in sei stati americani. Questi dati sono presi in località sulla superficie terrestre, ma a varie altitudini, come al livello del mare e sulle montagne. Per tutti gli stati, vediamo che i dati sono dispersi ma notiamo anche una chiara indicazione della diminuzione della temperatura quando ci si sposta verso altitudini maggiori. Naturalmente, la vista di una montagna coperta di neve ci assicura che è proprio così.

Possiamo dedurre concettualmente perché la temperatura decresca con l'altezza. Immaginiamo un pacchetto d'aria che si muova verso l'alto lungo la pendenza di una montagna. Quando questo pacchetto sale verso altitudini maggiori, la pressione su di esso dovuta all'aria circostante diminuisce. La differenza di pressione fra l'interno e l'esterno del pacchetto ne causa l'espansione. Nel far ciò, il pacchetto spinge l'aria circostante verso l'esterno, compiendo un lavoro su di essa. Poiché il sistema (il pacchetto d'aria) compie un lavoro sull'ambiente circostante, il lavoro fatto *sul* sistema è negativo e l'energia interna del pacchetto diminuisce. La diminuzione di energia si manifesta come una diminuzione di temperatura.

Se questo processo s'inverte, il pacchetto si muove verso altitudini minori, viene compiuto del lavoro sul pacchetto, che aumenterà la sua energia interna diventando più caldo. Questa situazione si verifica nel bacino di Los Angeles durante specifiche condizioni di vento

(Santa Ana wind), quando l'aria è spinta giù dalle montagne verso le zone più basse del bacino, producendo venti caldi e asciutti. Condizioni simili che hanno nomi diversi si verificano in altre regioni, come il *chinook* delle Montagne Rocciose e il *foehn* delle Alpi Svizzere.

Se tracciassimo le rette che meglio approssimano i dati per ciascun insieme di punti colorati nella Figura 16.19, troveremmo che la pendenza di tutte le sei rette sono simili. Ciò suggerisce che la diminuzione di temperatura con la quota – chiamata **gradiente verticale di temperatura dell'atmosfera** – è simile nei vari posti sulla superficie terrestre, cosicché potremmo definire un gradiente medio verticale di temperatura per l'intera superficie.

Infatti è proprio così e il gradiente medio di temperatura globale è di $-6.5^{\circ}\text{C}/\text{km}$. I dati della Figura 16.19 sono limitati a pochi luoghi all'interno degli Stati Uniti e ad altezze raggiungibili da terra, ma il gradiente medio di temperatura per questi dati di $-6.2^{\circ}\text{C}/\text{km}$ è vicino al valore medio globale.

La diminuzione lineare della temperatura avviene soltanto nella parte inferiore dell'atmosfera chiamata **troposfera**, la parte di atmosfera in cui si verificano i fenomeni meteorologici e volano gli aerei. Al di sopra della troposfera si trova la **stratosfera**, con un immaginario confine detto **tropopausa** che separa i due strati. Nella stratosfera la temperatura tende a rimanere relativamente costante con l'altezza.

La diminuzione di temperatura con l'altezza nella troposfera è una componente di un modello strutturale dell'atmosfera che ci permetterà di prevedere la temperatura sulla superficie terrestre. Se conoscessimo la temperatura della stratosfera e l'altezza della tropopausa, potremmo estrapolare questi valori, usando il gradiente verticale di temperatura, per calcolare la temperatura della superficie. Il gradiente verticale di temperatura e l'altezza della tropopausa possono essere misurati. Per trovare la temperatura della stratosfera, abbiamo bisogno di maggiori informazioni sugli scambi energetici che avvengono nell'atmosfera terrestre, un argomento che investigheremo nel prossimo capitolo.

SOMMARIO |

Il **principio zero della termodinamica** afferma che se due oggetti A e B sono separatamente in equilibrio termico con un terzo oggetto, essi sono in equilibrio termico tra loro.

La relazione fra T_{C} , la **temperatura Celsius**, e T , la **temperatura (assoluta) Kelvin**, è

$$T_{\text{C}} = T - 273.15$$

16.1◀

La relazione fra le temperature **Fahrenheit** e Celsius è

$$T_{\text{F}} = \frac{9}{5}T_{\text{C}} + 32^{\circ}\text{F}$$

16.2◀

Quando una sostanza è riscaldata, generalmente si dilata. Se un oggetto ha una lunghezza iniziale L_i a una certa temperatura ed è sottoposto a una variazione di temperatura ΔT , la sua lunghezza varia di una quantità ΔL , che è proporzionale alla lunghezza iniziale dell'oggetto e alla variazione di temperatura:

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T$$

16.4◀

Il parametro α è chiamato **coefficiente medio di dilatazione lineare**.

La variazione di volume della maggior parte delle sostanze è proporzionale al volume iniziale V_i e alla variazione di temperatura ΔT :

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T \quad \text{16.6} \blacktriangleleft$$

dove β è il **coefficiente medio di dilatazione cubica** che è uguale a 3α .

La variazione di superficie di una sostanza è data da

$$\Delta A = \gamma A_i \Delta T \quad \text{16.7} \blacktriangleleft$$

dove γ il **coefficiente medio di dilatazione quadratica** che è uguale a 2α .

Il **modello di gas perfetto** è un insieme di molecole di gas che si muovono a caso e di dimensioni trascurabili. Un gas perfetto obbedisce all'equazione

$$PV = nRT \quad \text{16.9} \blacktriangleleft$$

dove P è la pressione del gas, V il suo volume, n il numero di moli, R la costante universale dei gas (8.314 J/mol · K), e T è la temperatura assoluta in kelvin. Un gas reale a pressioni molto basse si comporta approssimativamente come un gas perfetto.

La pressione di N molecole di un gas perfetto contenute in un volume V è data da

$$P = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{V} \right) \left(\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right) \quad \text{16.13} \blacktriangleleft$$

dove $\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2}$ è l'**energia cinetica traslazionale media per molecola**.

L'energia cinetica media delle molecole di un gas è direttamente proporzionale alla temperatura assoluta del gas:

$$\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T \quad \text{16.15} \blacktriangleleft$$

dove k_B è la **costante di Boltzmann** (1.38×10^{-23} J/K).

Per un gas monoatomico, l'energia interna del gas è l'energia cinetica traslazionale totale

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2}nRT \quad (\text{gas monoatomico}) \quad 16.18 \blacktriangleleft$$

La **radice quadratica media (rqm) della velocità** delle molecole di un gas è

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad 16.19 \blacktriangleleft$$

La **funzione di distribuzione di Maxwell-Boltzmann** descrive la distribuzione delle velocità di N molecole di gas:

$$N_v = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / 2k_B T} \quad 16.20 \blacktriangleleft$$

dove m_0 è la massa di una molecola del gas, k_B è la costante di Boltzmann e T è la temperatura assoluta.

QUESITI

1. Che cosa accadrebbe se il vetro di un termometro si dilatasse più del liquido riscaldato all'interno del tubo? (a) Il termometro si romperebbe. (b) Il sistema potrebbe essere utilizzato solo per temperature inferiori alla temperatura ambiente. (c) Il termometro andrebbe tenuto col bulbo in cima (d) La scala del termometro sarebbe invertita in modo che i valori di temperatura più elevati si trovino vicino al bulbo. (e) I numeri della scala termometrica non sarebbero equamente distanziati.

2. Ordinare le seguenti velocità, dalla più grande alla più piccola, rilevando eventuali casi di uguaglianza. (a) La velocità media delle molecole in un particolare campione di gas ideale. (b) La velocità più probabile. (c) La velocità quadratica media. (d) Il vettore velocità media delle molecole.

3. Un gas ha una temperatura di 200 K. Se vogliamo raddoppiare la velocità quadratica media delle molecole del gas, a quale valore dobbiamo aumentare la sua temperatura? (a) 283 K (b) 400 K (c) 566 K (d) a 800 K (e) 1 130 K

4. Quando un gas sottoposto ad una pressione di 5.00×10^6 Pa a 25.0°C è lasciato espandere di 3.00 volte rispetto al suo volume originale, la sua pressione finale è 1.07×10^6 Pa. Qual è la sua temperatura finale? (a) 450 K (b) 233 K (c) 212 K (d) 191 K (e) 115 K.

5. Il coefficiente di dilatazione lineare del rame è 17×10^{-6} ($^{\circ}\text{C}$) $^{-1}$. La Statua della Libertà, in una mattina d'estate, quando la temperatura è di 25°C, risulta essere alta 93 m. Si assume che le piastre di rame che ricoprono la statua siano montate senza giunti di dilatazione e che non si deformino al crescere della temperatura. Qual è l'ordine di grandezza della crescita della statua in altezza? (a) 0.1 mm (b) 1 mm (c) 1 cm (d) 10 cm (e) 1 m

6. Un gas ideale è mantenuto a pressione costante. Se la temperatura del gas aumenta da 200 K a 600 K, che cosa accade alla velocità quadratica media delle molecole? (a) Aumenta di un fattore 3. (b) Rimane la stessa. (c) Sarà pari a un terzo della velocità originale. (d) Sarà pari a $\sqrt{3}$ volte la velocità originale. (e) Aumenterà di un fattore 6.

7. Se il volume di un gas ideale è raddoppiato mentre la sua temperatura è quadruplicata, la pressione: (a) rimane la stessa, (b) diminuisce di un fattore 2, (c) diminuisce di un fattore 4, (d) aumenta di un fattore di 2, o (e) aumentare di un fattore 4?

8. Quale delle ipotesi di seguito *non* fa parte della teoria cinetica dei gas? (a) Il numero di molecole è molto grande. (b) Le molecole obbediscono alle leggi del moto di Newton. (c) Le forze tra le molecole sono a lungo raggio. (d) Il gas è una sostanza pura. (e) La separazione media tra le molecole è grande rispetto alla loro dimensioni.

9. Un foro è praticato in una piastra metallica. Quando il metallo si trova alla temperatura più alta, cosa succede al diametro del foro? (a) Si riduce. (b) Aumenta. (c) Resta lo stesso. (d) La risposta dipende dalla temperatura iniziale del metallo. (e) Nessuna di queste risposte è corretta.

10. Un cilindro con un pistone contiene 0.50 m^3 di ossigeno a una pressione assoluta di 4.0 atm. Il pistone viene tirato verso l'esterno, aumentando il volume del gas fino a quando la pressione si riduce a 1.0 atm. Se la temperatura rimane costante, quale nuovo volume occupa il gas? (a) 1.0 m^3 (b) 1.5 m^3 (c) 2.0 m^3 (d) 0.12 m^3 (e) 2.5 m^3 .

11. Una temperatura di 162°F a quale temperatura equivale in kelvin? (a) 373 K (b) 288 K (c) 345 K (d) 201 K (e) 308 K

12. Un palloncino di gomma, riempito con 1 L di aria a 1 atm e 300 K viene immesso in un congelatore criogenico a 100 K. La gomma rimane flessibile anche dopo il raffreddamento. (i) Che cosa accade al volume del pallone? (a) Si riduce a $\frac{1}{3}\text{ L}$. (b) Si riduce a $1/\sqrt{3}\text{ L}$. (c) È costante. (d) Aumenta a $\sqrt{3}\text{ L}$. (e) Aumenta a 3 L. (ii) Che cosa succede alla pressione dell'aria nel palloncino? (a) Si riduce a $\frac{1}{3}\text{ atm}$. (b) Si riduce a $1/\sqrt{3}\text{ atm}$. (c) È costante. (d) Aumenta a $\sqrt{3}\text{ atm}$. (e) Aumenta a 3 atm.

13. Un cilindro A contiene ossigeno gassoso (O_2), e un cilindro B contiene azoto gassoso (N_2). Se le molecole nei due cilindri hanno le stesse velocità quadratiche medie, quale delle seguenti affermazioni è *falsa*? (a) I due gas hanno differenti temperature. (b) La temperatura del cilindro B è inferiore alla temperatura del cilindro A. (c) La temperatura del cilindro B è maggiore della temperatura del cilindro A. (d) L'energia cinetica media delle molecole di azoto è inferiore all'energia cinetica media delle molecole di ossigeno.

14. Un campione di gas con un termometro immerso in esso è poggiato su una piastra calda. Ad uno studente è richiesto di fare un resoconto passo-passo di ciò che ci permette di osservare un incremento di temperatura del gas. La sua risposta include i seguenti passaggi. (a) Le molecole accelerano. (b) Quindi le molecole collidono tra loro più spesso. (c) L'attrito interno rende la collisione anelastica. (d) Nelle collisioni si produce calore. (e) Le molecole del gas trasferiscono più energia al termometro quando lo colpiscono, così osserviamo un aumento di temperatura. (f) Lo stesso processo può avvenire senza l'uso di una piastra calda se si spinge il pistone rapidamente in un cilindro isolato contenente del gas. (i) Quale delle parti (a) a (f) di questo resoconto sono affermazioni corrette necessarie per una spiegazione chiara e completa? (ii) Quali sono le affermazioni corrette che non sono necessarie per spiegare il raggiungimento della temperatura più alta? (iii) Quali sono le affermazioni non corrette?

15. Due cilindri A e B alla stessa temperatura contengono la stessa quantità dello stesso tipo di gas. Il cilindro A ha tre volte il volume del cilindro B. Cosa si può affermare in merito alle pressioni che i gas esercitano? (a) Non si può affermare nulla sulle pressioni. (b) La pressione in A è tre volte la pressione in B. (c) La pressione deve essere uguale. (d) La pressione in A deve essere un terzo della pressione in B.

16. Un cilindro con un pistone contiene un campione di un gas rarefatto. Il tipo di gas e la dimensione del campione possono essere modificati. Il cilindro può essere a contatto con diversi termostati, e i pistoni possono essere tenuti in posizioni differenti. Classificare i seguenti casi in funzione della pressione del gas, dal più alto al più basso evidenziando eventuali casi di uguaglianza. (a) Un campione di 0.002 mol di ossigeno è mantenuto a 300 K in un contenitore da 100 cm³. (b) Un campione di 0.002 mol di ossigeno è mantenuto a 600 K in un contenitore da 200 cm³. (c) Un campione di 0.002 mol di ossigeno è mantenuto a 600 K in un contenitore da 300 cm³. (d) Un campione di 0.004 mol di elio è mantenuto a 300 K in un contenitore da 200 cm³. (e) Un campione di 0.004 mol di elio è mantenuto a 250 K in un contenitore da 200 cm³.

17. Due campioni dello stesso gas ideale hanno la stessa pressione e densità. Il campione B ha il doppio del volume del campione A. Qual è la velocità quadratica media delle molecole nel campione B? (a) Due volte che nel campione A. (b) Uguale a quella nel campione A. (c) Un mezzo che nel campione A. (d) Impossibile da determinare.

18. Un gas ideale è contenuto in un recipiente a 300 K. La temperatura del gas viene poi aumentata a 900 K. (i) Di quale fattore l'energia cinetica media delle molecole cambia? (a) un fattore 9, (b) un fattore 3, (c) un fattore di $\sqrt{3}$, (d) un fattore 1, o (e) un fattore $\frac{1}{3}$? Utilizzando le stesse risposte offerte nella parte (i), di quale fattore cambia ciascuna delle seguenti grandezze? (ii) la velocità quadratica media molecolare delle molecole, (iii) la variazione della quantità di moto media che una molecola subisce in una collisione con una particolare parete, (iv) il tasso di collisioni delle molecole con le pareti, e (v) la pressione del gas?

19. Su un nastro d'acciaio vengono fatti dei segni per indicarne la lunghezza, in una camera alla temperatura di 22°C. Le misurazioni vengono poi realizzate con lo stesso nastro in un giorno in cui la temperatura è pari a 27°C. Assumendo che gli oggetti che si stanno misurando abbiano un coefficiente di dilatazione lineare minore dell'acciaio, le misure sono (a) troppo lunghe, (b) troppo corte, o (c) esatte?

DOMANDE CONCETTUALI

1. (a) Cosa prevede la legge dei gas perfetti riguardo al volume di un campione di gas allo zero assoluto? (b) Perché questa previsione è errata?

2. Utilizzare una tavola periodica degli elementi (vedi Appendice C) per determinare il numero di grammi di una mole di (a) idrogeno, che ha molecole biatomiche, (b) di elio, e (c) di monossido di carbonio.

3. Nella descrizione del suo prossimo viaggio verso la Luna, come rappresentato nel film *Apollo 13* (Universal, 1995), l'astronauta Jim Lovell disse: "Camminerò in un luogo dove c'è una differenza di 400 gradi fra la luce del sole e l'ombra". Supponiamo che un astronauta in piedi sulla Luna possieda un termometro nella sua mano. (a) Il termometro leggerà la temperatura del vuoto sulla superficie della Luna? (b) Leggerà una temperatura? In caso affermativo, quale oggetto o sostanza ha tale temperatura?

4. Un pezzo di rame è caduto in un bicchiere d'acqua. (a) Se la temperatura dell'acqua aumenta, che cosa succede alla temperatura del rame? (b) In quali condizioni l'acqua e il rame saranno in equilibrio termico?

5. Perché un gas biatomico ha un maggiore contenuto energetico rispetto alla mole di un gas monoatomico alla stessa temperatura?

6. Cosa succede a un pallone in lattice riempito di elio se rilasciato in aria? Si espanderà o si contrarrà? Cesserà di salire, ad una certa altezza?

7. È possibile che due oggetti siano in equilibrio termico se non sono in contatto l'uno con l'altro? Motivare la risposta.

8. Un contenitore è riempito con il gas elio e un altro con il gas argon. Entrambi i contenitori sono alla stessa temperatura. Quali molecole hanno la più alta velocità quadratica media? Spiegare.

9. Alcuni giganti si fermano in un negozio per comprare qualcosa da mangiare, fra cui alcuni sacchetti di patatine per poi salire in montagna a fare un picnic. Quando scaricano il cibo, si accorgono che i sacchetti di patatine sono gonfi come palloncini. Perché è successo questo?

10. I coperchi metallici dei barattoli di vetro spesso possono essere allentati versando su di essi acqua calda. Perché questo metodo funziona?

11. I comuni termometri sono costituiti da una colonna di mercurio in un tubo di vetro. Sulla base del funzionamento di questi termometri, chi ha maggiore coefficiente di dilatazione lineare, il vetro o il mercurio? (Non cercare la risposta consultando le tabelle.)

12. Quando l'anello di metallo e la sfera metallica in Figura DC16.12 sono ambedue a temperatura ambiente, la sfera può passare a malapena attraverso l'anello. (a) Dopo che la sfera viene riscaldata, questa non può più oltrepassare l'anello. Spiegarne il motivo. (b) E se? Cosa succede se l'anello è riscaldato e la sfera viene lasciata a temperatura ambiente? La sfera passerà attraverso l'anello?



© Cengage Learning/Charles D. Winters

FIGURA DC16.12

- 13.** Un radiatore di un'automobile è riempito di acqua fino all'orlo quando il motore è freddo. (a) Che cosa accade all'acqua quando il motore è in funzione e l'acqua è stata portata ad una temperatura elevata? (b) Cos'hanno le automobili moderne nei loro sistemi di raffreddamento per prevenire la perdita di refrigeranti?

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 16.2 I termometri e le scale di temperatura

- 1.** La Death Valley detiene il record per la più alta temperatura registrata negli Stati Uniti. Il 10 luglio 1913, in un luogo chiamato Furnace Creek Ranch, la temperatura è salita a 134 °F. La temperatura più bassa degli Stati Uniti mai registrata si è avuta a Prospect Creek Camp, in Alaska, il 23 gennaio del 1971, quando si ebbe un crollo a – 79.8 °F. (a) Convertire queste temperature alla scala Celsius. (b) Convertire le temperature Celsius in kelvin.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 2.** La differenza di temperatura tra l'interno e l'esterno del motore di un'automobile è 450°C. Esprimere questa differenza di temperatura (a) nella scala Fahrenheit e (b) nella scala Kelvin.

- 3. BIO** Un infermiere misura la temperatura di un paziente, che risulta essere 41.5°C. (a) Qual è la temperatura in gradi Fahrenheit? (b) Pensi che il paziente sia gravemente malato? Motivare la risposta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. Un termometro a gas, a volume costante, viene tarato alla temperatura del ghiaccio secco (-78.5°C) e a quella del punto di ebollizione dell'alcool etilico (78.0°C). Le pressioni sono 0.900 atm e 1.635 atm, rispettivamente. Determinare (a) il valore, in gradi Celsius, dello zero assoluto fornito dalla taratura; le pressioni che si misurano (b) al punto di fusione e (c) al punto di ebollizione dell'acqua. *Suggerimento* : utilizzare la relazione lineare $P = A + BT$, dove A e B sono costanti.

5. L'azoto liquido ha il punto di ebollizione a -195.81°C , alla pressione atmosferica. Esprimere questa temperatura in (a) gradi Fahrenheit e (b) in kelvin.

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Convertire le seguenti temperature in equivalenti nelle scale Celsius e Kelvin:
(a) la temperatura media del corpo umano, 98.6°F , (b) la temperatura dell'aria in una giornata fredda, -5.00°F .

Paragrafo 16.3 Dilatazione termica di solidi e liquidi

Nota : per risolvere i problemi di questo Paragrafo si usi la Tabella 16.1.

7. L'oleodotto "Trans-Alaska" è lungo 1 300 km da Prudhoe Bay al porto di Valdez. È sottoposto a temperature che vanno da -73°C a $+35^{\circ}\text{C}$. Di quanto si dilata l'acciaio di cui è fatto l'oleodotto a causa della differenza di temperatura? Come si può compensare tale dilatazione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. BIO Una montatura di occhiali è costruita in plastica epossidica. A temperatura ambiente (si assume 20.0°C), la montatura ha gli alloggi circolari per le lenti di 2.20 cm di raggio. A quale temperatura dovrebbe essere riscaldata la montatura per poter inserire lenti da 2.21 cm di raggio? Il coefficiente di dilatazione lineare per la plastica epossidica è $1.30 \times 10^{-4} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$.

9. Un filo telefonico in rame non presenta nessuna deformazione tra le due estremità poste a 35.0 m di distanza in un giorno d'inverno, quando la temperatura è di -20.0°C . Quant'è più lungo il filo in un giorno d'estate quando la temperatura è pari a 35.0°C ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Un anello di alluminio, a $20.0\text{ }^{\circ}\text{C}$, ha un diametro interno di 5.000 cm e una barra di ottone ha un diametro di 5.050 cm . (a) Se viene riscaldato soltanto l'anello, quale temperatura dovrebbe raggiungere per infilarsi appena nella barra? (b) **E se?** Se sono riscaldati entrambi, quale temperatura dovrebbero raggiungere insieme affinché l'anello possa infilarsi appena nella barra? (c) Può funzionare quest'ultimo processo? *Suggerimento* : consultare la Tabella 17.2 nel prossimo capitolo.

11. BIO Ogni anno migliaia di bambini si ustionano gravemente con getti d'acqua bollente dal rubinetto. La Figura P16.11 mostra la sezione trasversale di un dispositivo antisurriscaldamento da applicare al rubinetto per evitare questi incidenti. All'interno del dispositivo, una molla fatta di un materiale con elevato coefficiente di dilatazione termica controlla un pistone mobile. Quando la temperatura dell'acqua sale al di sopra di un predefinito valore di sicurezza, la dilatazione della molla causa la chiusura del flusso d'acqua dal rubinetto. Assumendo che la lunghezza iniziale della molla L non compressa sia di 2.40 cm ed il suo coefficiente di dilatazione lineare sia $22.0 \times 10^{-6} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$, determinare l'aumento in lunghezza della molla quando la temperatura dell'acqua salga a $30.0\text{ }^{\circ}\text{C}$. (Troverai che l'aumento in lunghezza è piccolo. Quindi, per assicurare una maggiore variazione nell'apertura della valvola alla variazione di temperatura definita, i dispositivi reali sfruttano un sistema meccanico più complicato.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

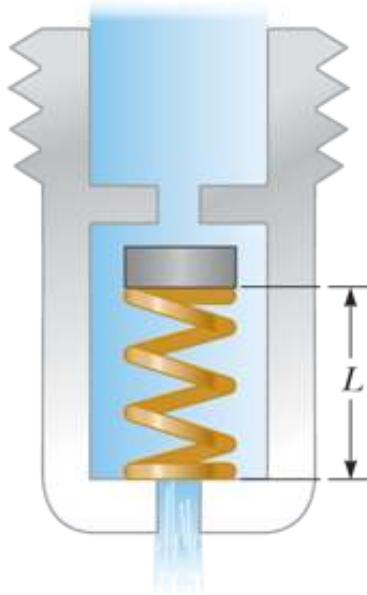


FIGURA P16.11

12. Perché la seguente situazione è impossibile? Un anello di ottone sottile ha un diametro interno di 10.00 cm a $20.0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Un cilindro solido di alluminio ha diametro di 10.02 cm a $20.0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Assumere che i coefficienti di dilatazione lineare medi dei due metalli siano costanti. Entrambi i metalli sono raffreddati insieme ad una temperatura in cui l'anello può essere inserito nell'estremità superiore del cilindro.

13. Un campione di piombo ha una massa di 20.0 kg ed una densità di $11.3 \times 10^3\text{ kg/m}^3$ a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. (a) Qual è la densità del piombo a $90.0\text{ }^{\circ}\text{C}$? (b) Qual è la massa del campione di piombo a $90.0\text{ }^{\circ}\text{C}$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. Un campione di una sostanza solida ha una massa m ed una densità ρ_0 ad una temperatura T_0 . (a) Determinare la densità della sostanza se la sua temperatura viene aumentata di un certo ΔT in termini di coefficiente di espansione del volume b . (b) Qual è la massa del campione se la temperatura viene innalzata di un valore ΔT ?

15. L'elemento attivo di un certo laser è costituito da una sbarretta di vetro lunga 30.0 cm con un diametro di 1.50 cm. Se la temperatura della sbarretta aumenta di 65.0 °C, trovare l'aumento (a) in lunghezza, (b) in diametro e (c) in volume. Assumere che il coefficiente medio di espansione lineare del vetro sia 9.0×10^{-6} (°C)⁻¹.

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Problema di ricapitolazione. Internamente al muro di una casa, un tratto del tubo dell'acqua calda a forma di L consiste di un pezzo rettilineo orizzontale lungo $h = 28.0$ cm, un gomito e un pezzo rettilineo verticale lungo $\ell = 134$ cm (Fig. P16.16). Un montante e una tavola tengono fermi gli estremi di questa sezione del tubo di rame. Trovare il modulo e la direzione dello spostamento del gomito del tubo quando l'acqua scorre e la temperatura del tubo sale da 18.0 °C a 46.5 °C.

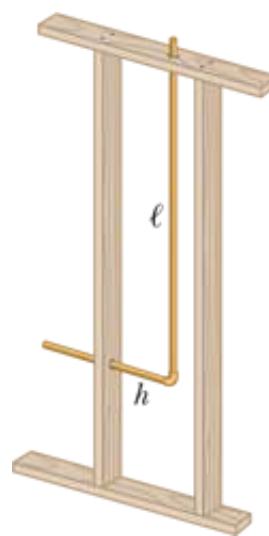


FIGURA P16.16

17. Un cilindro cavo di alluminio profondo 20.0 cm ha una capacità interna di 2.000 L a 20.0 °C. Esso è completamente pieno di trementina, e viene lentamente riscaldato fino a 80.0 °C. (a) Quanta trementina fuoriesce? (b) Qual è il volume di trementina che rimane nel cilindro a 80.0 °C? (c) Se il cilindro è poi raffreddato a 20.0 °C, quanto al di sotto del bordo del cilindro si troverà la superficie di trementina?

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Il coefficiente medio di espansione cubica per il tetracloruro di carbonio è $5.81 \times 10^{-4} \text{ } (\text{°C})^{-1}$. Se un recipiente di acciaio di 50.0 gal è riempito completamente con tetracloruro di carbonio quando la temperatura è 10.0 °C, quanto ne fuoriesce alla temperatura di 30.0 °C?

19. Su una lastra di rame viene praticato un foro quadrato di 8.0 cm di lato. Determinare (a) la variazione dell'area del foro per un aumento di 50.0 K della temperatura della lastra. (b) Questa variazione rappresenta un aumento o una diminuzione dell'area del foro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 16.4 Descrizione macroscopica di un gas perfetto

20. Un cuoco mette 9.00 g di acqua in una pentola a pressione di capacità pari a 2.00 L, che è poi riscaldata a 500 °C. Qual è la pressione interna del contenitore?

21. Il giorno del vostro matrimonio il consorte vi regala un anello d'oro di massa 3.80 g. Cinquant'anni dopo la sua massa è 3.35 g. In media, quanti atomi sono stati rimossi per abrasione durante ogni secondo del vostro matrimonio? La massa molare dell'oro è 197 g/mol.

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Una bombola avente un volume di 0.100 m³ contiene elio alla pressione di 150 atm. Quanti palloncini possono essere gonfiati collegandoli con la valvola alla sommità della bombola? Ogni palloncino riempito è una sfera di diametro pari a 0.300 m ad una pressione assoluta di 1.20 atm.

23. Un gas è contenuto in un recipiente di capacità pari a 8.0 L ad una temperatura di 20.0 °C e ad una pressione di 9.00 atm. (a) Determinare il numero di moli di gas nel recipiente. (b) Quante molecole sono contenute nel recipiente?

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Usa la definizione del numero di Avogadro per trovare la massa dell'atomo di elio.

25. Uno pneumatico da automobile è gonfiato con aria inizialmente alla temperatura di 10.0 °C e alla normale pressione atmosferica. Durante il processo,

l'aria è compressa al 28.0% del suo volume iniziale e la temperatura aumenta a 40.0 °C. (a) Qual è la pressione dello pneumatico? (b) Dopo un percorso ad alta velocità, la temperatura dell'aria nello pneumatico è di 85.0 °C e il volume interno risulta aumentato del 2.00%. Qual è il nuovo valore della pressione (assoluta) dello pneumatico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Tuo padre e tuo fratello si confrontano con lo stesso problema. Il diffusore da giardino di tuo padre e la pistola ad acqua di tuo fratello hanno ambedue un serbatoio con capacità di 5.00 L (Fig. P16.26). Tuo padre mette una quantità trascurabile di fertilizzante concentrato nel suo diffusore. Sia tuo padre che tuo fratello versano nel serbatoio 4.00 L di acqua e chiudono in modo che la restante parte del serbatoio contenga aria alla pressione atmosferica. Successivamente, ciascuno usa una pompa a pistone manuale per iniettare più aria finché la pressione assoluta nel serbatoio raggiunga 2.40 atm rendendo molto difficile un ulteriore pompaggio. A questo punto ciascuno usa il proprio dispositivo per spruzzare l'acqua (non l'aria) finché il flusso non diventa flebile come accade quando la pressione nel serbatoio raggiunge 1.20 atm. Questa operazione viene ripetuta più volte. Per spruzzare tutta l'acqua ciascuno scopre che occorre pompare il serbatoio per tre volte. Questo è il problema: la maggior parte dell'acqua viene spruzzata dopo il secondo pompaggio. Il primo ed il terzo pompaggio appaiono egualmente difficili, ma producono una piccola emissione di acqua. Spiega questo fenomeno.



FIGURA P16.26

27. Nei sistemi da vuoto più avanzati, si possono raggiungere pressioni molto basse dell'ordine di 1.00×10^{-9} Pa. Calcolare il numero di molecole in un recipiente di 1.00 m^3 a questa pressione e a una temperatura di 27.0 °C.

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Fai una stima della massa d'aria nella tua stanza da letto. Dichiara le grandezze che assumi come dati e i valori che misuri o di cui fai una stima.

29. Problema di ricapitolazione. La massa totale di un pallone aerostatico e del suo carico (escludendo l'aria all'interno) è di 200 kg. Il volume del pallone è di 400 m³. L'aria esterna ha temperatura 10.0 °C e pressione 101 kPa. Determinare a quale temperatura deve essere riscaldata l'aria nel pallone, affinché esso possa decollare. (La densità dell'aria a 10.0 °C è 1.244 kg/m³.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. Problema di ricapitolazione. Per misurare la distanza al di sotto della superficie dell'oceano a cui un uccello si tuffa per prendere un pesce, uno scienziato utilizza un metodo originato da Lord Kelvin. Cosparge l'interno di alcuni tubi di plastica con zucchero a velo e poi chiude ermeticamente le estremità dei tubi. Una notte lo scienziato cattura un uccello nel suo nido e gli fissa uno dei tubi sul dorso. La notte successiva, ricattura lo stesso uccello e rimuove il tubo. Si assume che con un tubo lungo 6.50 cm, l'acqua sia entrata nel tubo rimovendo lo zucchero per una distanza di 2.70 cm dall'estremità aperta del tubo. Trovare la maggiore profondità alla quale l'uccello si è immerso, assumendo che l'aria nel tubo sia rimasta a temperatura costante.

31. Problema di ricapitolazione. A 25.0 m al di sotto della superficie del mare, dove la temperatura è 5.00 °C, un sommozzatore emette una bolla d'aria di volume 1.00 cm³. Se la temperatura della superficie del mare è 20.0 °C, qual è il volume della bolla appena prima che scoppi in superficie?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Una stanza di volume V contiene dell'aria che ha una massa molare equivalente M (in g/mol). Se la temperatura della stanza viene aumentata da T_1 a T_2 , quale massa di aria lascerà la stanza? Si assume che la pressione nella stanza rimanga sempre P_0 .

33. Una popolare marca di "cola" contiene 6.50 g di anidride carbonica sciolta in 1.00 L di bibita. Se l'anidride carbonica che evapora fosse intrappolata in un cilindro a 1.00 atm e 20.0 °C, quale volume occuperebbe il gas?

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Un contenitore a forma di cubo, di spigolo 10.0 cm, contiene aria (con una massa molare equivalente di 28.9 g/mol) a pressione atmosferica e temperatura 300 K. Trovare (a) la massa del gas, (b) la forza gravitazionale esercitata sul cubo, (c) la forza esercitata su ogni faccia del cubo. (d) Perché un campione così piccolo può esercitare una forza così grande?

35. Un auditorium misura $10.0 \text{ m} \times 20.0 \text{ m} \times 30.0 \text{ m}$. Quante molecole d'aria sono necessarie a riempire la sala, alla temperatura di 20.0°C e alla pressione di 101 kPa (1.00 atm)?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

36. Il manometro su un serbatoio registra la pressione relativa, che è la differenza fra la pressione all'interno e all'esterno. Quando il serbatoio è riempito con ossigeno (O_2), contiene 12.0 kg di gas alla pressione relativa di 40.0 atm . Determinare la massa dell'ossigeno che è stata prelevata dal serbatoio quando l'indicazione del manometro è di 25.0 atm . Assumere che la temperatura del serbatoio rimanga costante.

Paragrafo 16.5 La teoria cinetica dei gas

37. Un palloncino sferico di volume $4.00 \times 10^3 \text{ cm}^3$ contiene elio ad una pressione di $1.20 \times 10^5 \text{ Pa}$. Quante moli di elio vi sono nel pallone se l'energia cinetica media degli atomi di elio è $3.60 \times 10^{-22} \text{ J}$?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

38. Un pallone sferico di volume V contiene elio ad una pressione P . Quante moli di elio vi sono nel pallone, se l'energia cinetica media degli atomi di elio è \bar{K} ?

39. In un intervallo di 30.0 s , 500 chicchi di grandine colpiscono una finestra di vetro di area 0.600 m^2 ad un angolo di 45.0° dalla superficie della finestra. Ogni chicco di grandine ha una massa di 5.00 g ed una velocità di 8.00 m/s . Assumendo che le collisioni siano elastiche, trovare(a) la forza media e (b) la pressione media esercitata sulla finestra durante questo intervallo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

40. Un cilindro contiene una miscela di elio e argon in equilibrio a 150°C . (a) Qual è l'energia cinetica media per ogni tipo di molecola di gas? (b) Qual è il valore della velocità quadratica media per ogni tipo di molecola?

41. Un campione di 2.00 mol di gas ossigeno è confinato in un recipiente di capacità 5.00 L a una pressione di 8.00 atm . Trovare l'energia cinetica traslazionale media delle molecole di ossigeno in queste condizioni.

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. Un recipiente da 5.00 L contiene azoto alla pressione di 3.00 atm a 27.0 °C.
(a) Trovare l'energia cinetica traslazionale totale delle molecole di gas e (b) l'energia cinetica media per molecola.

43. In un periodo di 1.00 s, 5.00×10^{23} molecole di azoto colpiscono una parete di area 8.00 cm². Se le molecole si muovono con una velocità di 300 m/s e colpiscono la parete perpendicolarmente con urti perfettamente elastici, qual è la pressione esercitata sulle pareti? (La massa di una molecola di N₂ è 4.65×10^{-26} kg.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

44. (a) Quanti atomi di gas elio riempiono un pallone del diametro di 30.0 cm a 20.0°C e 1.00 atm? (b) Qual è l'energia cinetica media degli atomi di elio? (c) Qual è la velocità quadratica media degli atomi di elio?

Paragrafo 16.6 Distribuzione delle velocità molecolari

45. Quindici particelle identiche hanno varie velocità: una ha velocità di 2.00 m/s; due hanno velocità di 3.00 m/s; tre hanno velocità di 5.00 m/s; quattro hanno velocità di 7. m/s; tre hanno velocità di 9.00 m/s; e due hanno velocità di 12.0 m/s. Trovare (a) la velocità media, (b) la rqm della velocità e (c) la velocità più probabile di queste particelle.

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Dalla distribuzione delle velocità di Maxwell-Boltzmann, mostrare che la velocità più probabile delle molecole di un gas è data dall'Equazione 16.23. Notare che la velocità più probabile corrisponde al punto in cui la pendenza della curva di distribuzione della velocità dN_v/dv è zero.

47. Problema di ricapitolazione. A quale temperatura la velocità media degli atomi di elio sarebbe uguale (a) alla velocità di fuga dalla Terra, 1.12×10^4 m/s; e (b) alla velocità di fuga dalla Luna, 2.37×10^3 m/s? (Nota che la massa di un atomo di elio è 6.64×10^{-27} kg).

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Dell'elio gassoso è in equilibrio termico con dell'elio liquido a 4.20 K. Sebbene esso si trovi al punto di condensazione, si usi il modello del gas perfetto per determinare la velocità più probabile di un atomo di elio (massa = 6.64×10^{-27} kg).

Paragrafo 16.7 Collegamento al contesto: il gradiente verticale di temperatura dell'atmosfera

49. La cima del monte Whitney, in California, è alta 3 660 m rispetto alla base della montagna. Assumere che il gradiente verticale di temperatura nell'area del monte Whitney sia lo stesso della media globale di $-6.5^{\circ}\text{C}/\text{km}$. Qual è la temperatura alla sommità del monte Whitney quando degli escursionisti partono dalla base che si trova a una temperatura di 30°C ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Il gradiente verticale di temperatura teorico per l'aria secca (senza vapor d'acqua) nell'atmosfera è dato da

$$\frac{dT}{dy} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{gM}{R}$$

dove g è l'accelerazione di gravità, M è la massa molare del gas perfetto nell'atmosfera, R è la costante dei gas, γ è il rapporto dei calori specifici molari, che studieremo nel Capitolo 17. (a) Calcolare il gradiente verticale di temperatura sulla Terra, sapendo che $\gamma = 1.40$ e l'effettiva massa molare dell'aria è 28.9 g/mol. (b) Perché questo valore differisce dal valore di $-6.5^{\circ}\text{C}/\text{km}$ dato dal testo? (c) L'atmosfera di Marte è per la maggior parte costituita da anidride carbonica solida (ghiaccio secco), con una massa molare di 44.0 g/mol e un rapporto dei calori specifici molari $\gamma = 1.30$. La massa di Marte è 6.42×10^{23} kg e il raggio è 3.37×10^6 m. Qual è il gradiente verticale di temperatura per la troposfera marziana? (d) Una temperatura tipica della superficie di Marte è -40.0°C . Utilizzando il gradiente verticale calcolato in (c), trovare l'altezza nella troposfera marziana alla quale la temperatura sia di -60.0°C . (e) I dati raccolti durante la missione del *Mariner* nel 1969 hanno indicato un gradiente verticale di temperatura della troposfera marziana di circa $-1.5^{\circ}\text{C}/\text{km}$. Le missioni *Viking* nel 1976 hanno fornito misure del gradiente verticale di circa $-2^{\circ}\text{C}/\text{km}$. Questi valori si discostano dai valori ideali calcolati in (c) a causa della polvere nell'atmosfera marziana. Perché la polvere dovrebbe alterare il gradiente verticale di temperatura, e quale missione si è svolta in condizioni più polverose, *Mariner* o *Viking*?

Problemi generali

51. Problema di ricapitolazione. Un orologio a pendolo in ottone ha un periodo di 1.000 s a 20.0°C . Se la temperatura aumenta fino a 30.0°C , (a) di quanto varia il periodo e (b) Quanto tempo guadagna o perde il pendolo in una settimana?

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. La densità della benzina è 730 kg/m^3 a 0°C . Il suo coefficiente medio di espansione volumica è $9.60 \times 10^{-4} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$. Assumere che 1.00 gal di benzina occupi 0.00380 m^3 . Quanti chilogrammi in più di benzina devi acquistare se vuoi ottenere 10.0 gal di benzina a 0°C , piuttosto che a 20.0°C da una pompa che non è in equilibrio termico?

53. Un termometro di mercurio è costruito come mostrato in Figura P16.53. Il vetro Pyrex che costituisce il tubo capillare ha un diametro di 0.00400 cm , e il bulbo ha un diametro di 0.250 cm . Calcolare la variazione in altezza della colonna di mercurio che si verifica con una variazione di temperatura di 30.0°C .

VISUALIZZA SOLUZIONE

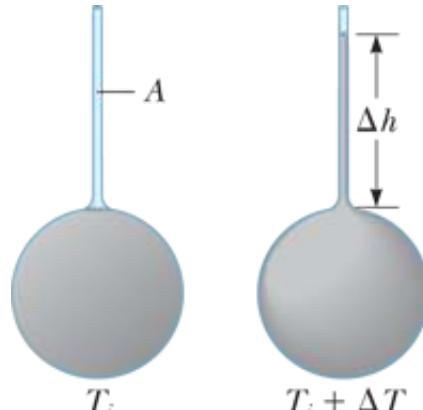


FIGURA P16.53 Problemi 53 e 54.

54. Un liquido con un coefficiente di dilatazione volumica β riempie esattamente un'ampolla sferica di volume V (Fig. P16.53). L'ampolla è costituita da un materiale che ha coefficiente di dilatazione lineare α . Il liquido è libero di espandersi in un capillare aperto di sezione A che si protende dalla parte superiore della sfera. Se la temperatura aumenta di un certo ΔT , trovare la distanza Δh alla quale il liquido risale in superficie.

55. Uno studente misura la lunghezza di una sbarra di ottone con un metro di acciaio a 20.0°C . La lettura è di 95.00 cm . Cosa indicherà il metro quando sbarra e metro si troveranno a (a) -15.0°C , (b) 55.0°C ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Un cilindro verticale di sezione trasversale A è dotato di un pistone senza attrito di massa m (Fig. P16.56). Il pistone non è limitato in alcun modo e in alcuna direzione nel suo movimento ed è sostenuto dalla pressione gassosa P presente al di sotto di esso. La pressione atmosferica è P_o . Si ricavi l'altezza h rappresentata in Figura P16.56. (a) Quale modello di analisi è appropriato al fine di descrivere il pistone? (b) Scrivere un'equazione appropriata che descriva la forza applicata dal pistone per questo modello analitico in termini di P , P_o , m , A , e g . (c) Supponiamo che n moli di un gas ideale si trovino nel cilindro alla

temperatura T . Si sostituisca P nella risposta della parte (b) al fine di trovare l'altezza h del pistone al disopra del fondo del cilindro.

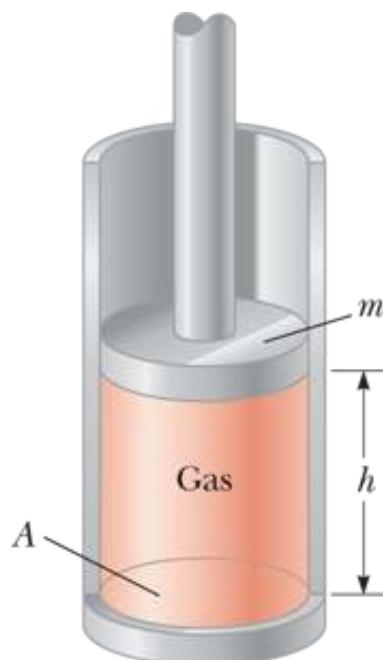


FIGURA P16.56

57. BIO Problema di ricapitolazione. L'ossigeno a una pressione molto maggiore di 1 atm è tossico per le cellule del polmone. Assumiamo che un sommozzatore respiri una miscela di elio (He) ed ossigeno (O_2). Quale rapporto, in peso, tra elio ed ossigeno è necessario usare se il sommozzatore si trova a una profondità di 50.0 m nell'oceano?

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Una sbarretta bimetallica di lunghezza L è costituita da due asticelle sottili di metalli diversi, saldate tra di loro. (a) Si assuma che la sbarra sia originariamente rettilinea. Quando i metalli vengono riscaldati, il metallo a coefficiente di dilatazione lineare maggiore subirà una dilatazione maggiore rispetto all'altro, costringendo la sbarra ad incurvarsi secondo un arco di circonferenza il cui raggio esterno è pari a quello del metallo con circonferenza maggiore (Fig. P16.58). Ricavare un'espressione per l'angolo di curvatura Θ in funzione della lunghezza iniziale delle due asticelle, dei rispettivi coefficienti lineari di dilatazione, della variazione di temperatura e della differenza dei raggi ($\Delta r = r_2 - r_1$). (b) Dimostrare che l'angolo di curvatura si annulla per ΔT tendente a zero o per coefficienti di dilatazione media uguali. (c) **E se?** Che cosa avviene se si raffredda la sbarra?

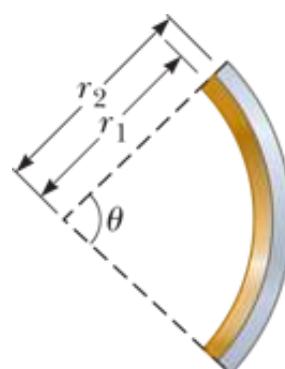


FIGURA P16.58

59. BIO Una missione spaziale di lunga durata ha bisogno di recuperare l'ossigeno dall'anidride carbonica emessa dall'equipaggio. In un metodo di recupero, 1.00 mol di anidride carbonica produce 1.00 mol di ossigeno e 1.0 mol di metano come sottoprodotto. Il metano è immagazzinato in un serbatoio sotto pressione ed è a disposizione per controllare l'assetto dell'astronave per mezzo di sfiatatoi controllati. Un solo astronauta emette 1.09 kg di anidride carbonica al giorno. Se il metano prodotto nel riciclaggio della respirazione di tre astronauti durante una settimana di volo fosse immagazzinato in un serbatoio inizialmente vuoto di 150 L a -45.0°C , quale sarebbe la pressione finale nel serbatoio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. La lastra rettangolare mostrata in Figura P16.60 ha un'area A_i uguale a ℓw . Se la temperatura aumenta di ΔT , ciascuna dimensione aumenta secondo l'Equazione 16.4, dove α è il coefficiente medio di dilatazione lineare. (a) Mostrare che l'aumento dell'area è dato da $\Delta A = 2\alpha A_i \Delta T$. (b) Quale approssimazione implica questa espressione?

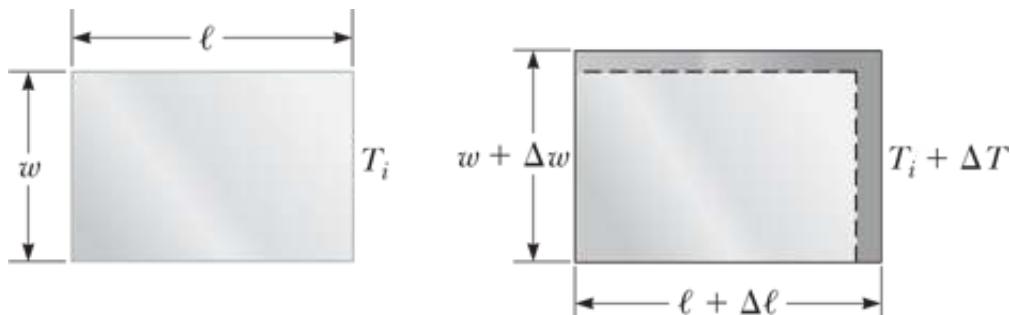


FIGURA P16.60

61. Un binario di ferrovia di acciaio di 1.00 km è fissato ad ambedue gli estremi quando la temperatura è 20.0°C . Quando la temperatura aumenta, il binario inizia a deformarsi. Se la sua forma è un arco di circonferenza verticale, trovare l'altezza h del centro del binario quando la temperatura è 25.0°C . (È necessario risolvere una equazione trascendente.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Un fluido ha una densità ρ . (a) Mostrare che la frazione di variazione della densità in funzione della variazione di temperatura ΔT è $\Delta\rho/\rho = -\beta \Delta T$. Qual è il significato del segno negativo? (b) L'acqua dolce ha una densità massima di 1.000 g/cm³ a 4.0°C . A 10.0°C , la sua densità è 0.999 9 g/cm³. Qual è il valore di β per l'acqua al di sopra dell'intervallo di temperatura da 0°C a 400°C ?

63. Due blocchi di calcestruzzo, in un ponte lungo 250 m, sono posti consecutivamente l'uno dietro l'altro senza lasciare alcuno spazio fra essi per la dilatazione termica (Fig. P16.63a). Se la temperatura aumenta di 20.0°C , qual è l'altezza y alla quale si innalzano i blocchi quando si deformano (Fig. P16.63b)?

VISUALIZZA SOLUZIONE

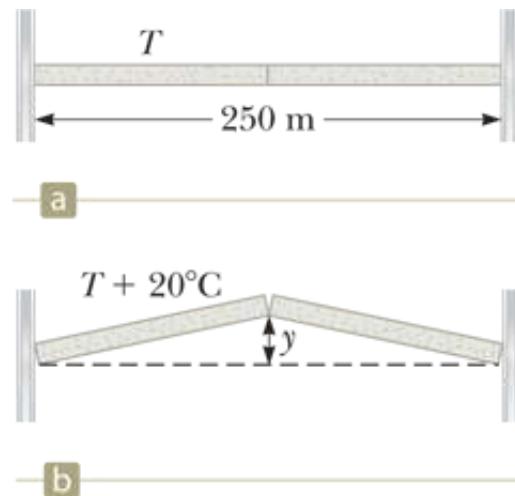


FIGURA P16.63 Problemi 63 e 64.

- 64.** Due blocchi di calcestruzzo in un ponte di lunghezza L sono posti consecutivamente l'uno dietro l'altro senza lasciare alcuno spazio fra essi per la dilatazione termica (Fig. P16.63a). Se la temperatura aumenta di ΔT qual è l'altezza y alla quale si innalzano i blocchi quando si deformano (Fig. P16.63b)?

- 65.** In un impianto chimico di trasformazione, una camera di reazione di volume V_o è collegata a una camera-serbatoio di volume $4 V_o$ per mezzo di un condotto contenente un setto poroso termicamente isolato. Il setto consente che le camere rimangano a temperatura diversa. Il setto permette al gas di passare da una camera all'altra, assicurando che la pressione rimanga la stessa in entrambe. A un punto del processo, ambedue le camere contengono gas alla pressione di 1.00 atm e a temperatura di 27.0 °C. Le valvole di ingresso e di uscita delle camere sono chiuse. La camera-serbatoio è mantenuta a 27.0 °C mentre la camera di reazione è riscaldata fino a 400 °C. Qual è la pressione in entrambe le camere a questo punto del processo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 66.** (a) Dimostrare che la densità di un gas perfetto che occupa un volume V è data da $\rho = PM/RT$, dove M è la massa molare. (b) Determinare la densità del gas ossigeno alla pressione atmosferica e a 20.0 °C.

- 67.** Per un gas maxwelliano, usare un computer o un calcolatore programmabile per trovare il valore numerico del rapporto $N_v(v)/N_v(v_{pp})$ per i seguenti valori di v : (a) $v = (v_{pp} / 50.0)$, (b) $(v_{pp} / 10.0)$, (c) $(v_{pp} / 2.00)$, (d) v_{pp} , (e) $2.00v_{pp}$, (f) $10.0v_{pp}$, e (g) $50.0v_{pp}$. Esprimere i risultati con tre cifre significative.

VISUALIZZA SOLUZIONE

68. (a) Consideriamo la definizione di coefficiente di dilatazione volumica

$$\beta = \frac{1}{V} \left[\frac{dV}{dT} \right]_{P=\text{costante}} = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T}$$

Usare l'equazione di stato di un gas perfetto per dimostrare che il coefficiente di dilatazione volumica di un gas perfetto a pressione costante è dato da $\beta = 1/T$, dove T è la temperatura assoluta. (b) Questa espressione quale valore predice per β a 0 °C? Confrontare questo risultato con i valori sperimentali per l'olio e l'aria in Tabella 16.1. Si noti che questi sono molto più grandi dei coefficienti di dilatazione volumica della maggior parte dei liquidi e dei solidi.

69. Problema di ricapitolazione. In seguito ad una collisione nello spazio esterno, un disco di rame alla temperatura di 850 °C ruota attorno al suo asse con una velocità angolare di 25.0 rad/s. Quando il disco irradia luce infrarossa la sua temperatura scende a 20.0 °C. Nessun momento esterno agisce sul disco. (a) La velocità angolare aumenta o diminuisce quando il disco si raffredda? Spiegare il perché. (b) Qual è la sua velocità angolare alla temperatura più bassa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

70. Perché la seguente situazione è impossibile? Un apparato è progettato in modo che il vapore inizialmente a $T = 150$ °C, $P = 1.00$ atm, e $V = 0.500$ m³ presente all'interno di un dispositivo a pistone-cilindro subisce un processo in cui (1) il volume rimane costante e la pressione scende a 0.870 atm, cui segue (2) un'espansione in cui la pressione rimane costante e il volume aumenta a 1.00 m³, cui segue (3) un ritorno alle condizioni iniziali. È importante che la pressione del gas non scenda mai al di sotto di 0.850 atm in modo che il pistone sostenga una parte dell'apparato delicata e molto costosa. Senza tale supporto, l'apparato, estremamente delicato, potrebbe danneggiarsi gravemente rendendosi inutilizzabile. Quando questo prototipo verrà realizzato, funzionerà perfettamente.

71. Problema di ricapitolazione. Consideriamo un oggetto con le forme mostrate in Tabella 10.2. Di quale percentuale aumenta il momento di inerzia dell'oggetto quando è riscaldato da 0 °C a 100 °C se esso è composto di (a) rame (b) alluminio? Assumere che il coefficiente medio di dilatazione lineare mostrato nella Tabella 16.1 non vari tra 0 °C e 100 °C. (c) Perché le risposte per le parti (a) e (b) sono le stesse per tutte le forme?

VISUALIZZA SOLUZIONE

72. Un contenitore contiene 1.00×10^4 molecole di ossigeno a 500 K. (a) Disegnare un grafico accurato della distribuzione della velocità di Maxwell-Boltzmann in funzione della velocità con punti ad intervalli di velocità di 100 m/s. (b) Determinare la velocità più probabile utilizzando il grafico. (c) Calcolare la velocità media e la rqm delle velocità delle molecole e segnarle sul grafico. (d)

Utilizzando il grafico, stimare la frazione di molecole con velocità compresa tra 300 m/s e 600 m/s.

- 73.** Un cilindro è chiuso da un pistone connesso ad una molla di costante $2.00 \times 10^3 \text{ N/m}$ (vedi Fig. P16.73). Quando la molla viene rilasciata, il cilindro è riempito da 5.00 L di gas ad una pressione di 1.00 atm e ad una temperatura di 20.0 °C.
 (a) Se il pistone ha una sezione trasversale di area di 0.010 m^2 e ha massa trascurabile, di quanto si solleverà quando l'incremento di temperatura sarà pari a 250 °C? (b) Qual è la pressione del gas a 250 °C?

VISUALIZZA SOLUZIONE

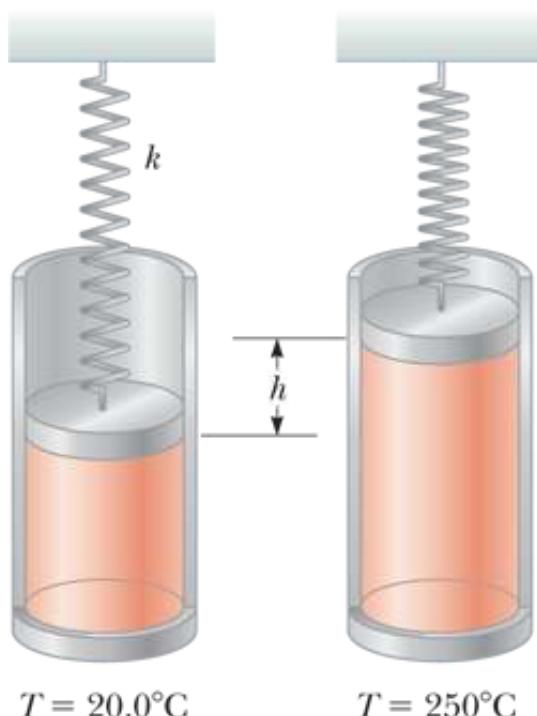


FIGURA P16.73

- 74.** Un cilindro di raggio 40.0 cm e profondo 50.0 cm riempito di aria a 20.0 °C e 1.00 atm (Fig. P16.74a). Un pistone da 20.0 kg viene abbassato nel cilindro, comprimendo l'aria intrappolata al suo interno raggiungendo una posizione di equilibrio all'altezza h_i (Fig. P16.74b). Infine, un cane di 25.0 kg sale sul pistone, comprimendo ulteriormente l'aria, che rimane a 20 °C (Fig. P16.74c). (a) Di quanto si abbassa il pistone (Δh) quando il cane sale su di esso? (b) A che temperatura il gas dovrebbe essere riscaldato per sollevare il pistone e il cane all'altezza h_i ?

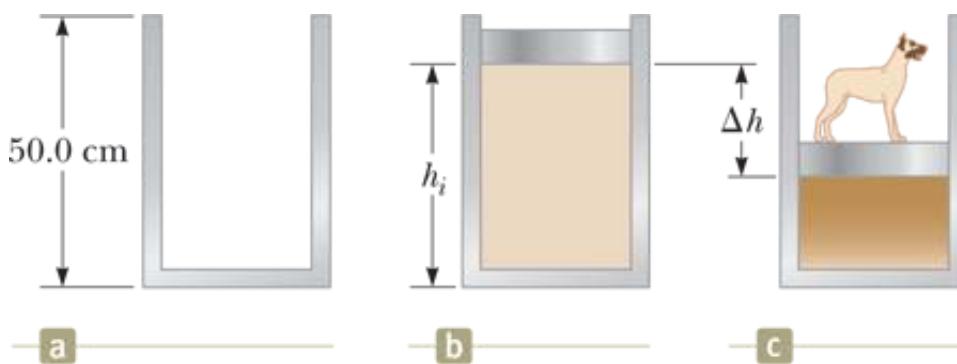


FIGURA P16.74

- 75.** (a) Derivare un'espressione per la spinta di galleggiamento esercitata su di un pallone sferico immerso in acqua, in funzione: della profondità rispetto alla

superficie, del volume del pallone alla superficie, della pressione alla superficie e della densità dell'acqua. (Assumere che la temperatura dell'acqua non cambi con la profondità). (b) La spinta di galleggiamento aumenta o diminuisce quando il pallone è immerso? (c) A quale profondità la spinta di galleggiamento è metà di quella alla superficie?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Energia nelle

IN QUESTA FOTOGRAFIA DELL'AREA DEL MONTE BAKER VICINO BELLINGHAM, WASHINGTON, VEDIAMO L'ACQUA NELLE TRE FASI. NEL LAGO L'ACQUA LIQUIDA E SUL TERRENO L'ACQUA IN FORMA SOLIDA DI NEVE. LE NUVOLE NEL CIELO CONSISTONO DI GOCCE DI LIQUIDO CHE SI SONO CONDENSATE DAL VAPOR ACQUEO GASSOSO DELL'ARIA. I PASSAGGI DA UNA FASE ALL'ALTRA DELLE SOSTANZE SONO IL RISULTATO DI TRASFERIMENTO DI ENERGIA.



© iStockphoto.com/KingMu

Nei Capitoli 6 e 7, abbiamo introdotto la relazione fra energia in meccanica ed energia in termodinamica. Abbiamo discusso le trasformazioni di energia meccanica in energia interna nei casi in cui agisce una forza non conservativa come l'attrito. Nel Capitolo 16, abbiamo discusso ulteriori aspetti della relazione tra energia interna e temperatura. In questo capitolo, estenderemo queste discussioni in una trattazione completa dell'energia nei processi termici.

Fino a circa il 1850, i campi della termodinamica e della meccanica venivano considerati due branche distinte della scienza, e il principio di conservazione dell'energia sembrava che descrivesse soltanto una certa classe di sistemi meccanici. A metà del XIX secolo, esperimenti effettuati dal fisico inglese James Joule (1818-1889) e da altri mostrarono che l'energia può entrare o uscire da un sistema tramite il calore e il lavoro. Al giorno d'oggi, come abbiamo discusso nel Capitolo 6, l'energia interna è trattata come una forma di energia che si può trasformare in energia meccanica e viceversa. Una volta che il concetto di energia è stato esteso includendo l'energia interna, il principio di conservazione dell'energia è emerso come una legge universale della natura.



Per gent. conc. del Presidente e del Consiglio della Royal Society

James Prescott Joule Fisico britannico (1818-1889) Joule ricevette una educazione formale in matematica, filosofia e chimica da John Dalton ma fu in gran parte un autodidatta. Le ricerche di Joule portarono a stabilire il principio di conservazione dell'energia. Il suo studio della relazione quantitativa esistente tra gli effetti elettrici, meccanici e chimici del calore culminarono nel suo annuncio del 1843 relativo alla quantità di lavoro necessaria per produrre l'unità di energia, chiamata equivalente meccanico del calore.

Questo capitolo si focalizzerà sullo sviluppo del concetto di calore, estendendo il nostro concetto di lavoro ai processi termici, introducendo il primo principio della termodinamica e indagando su alcune importanti applicazioni.

17.1

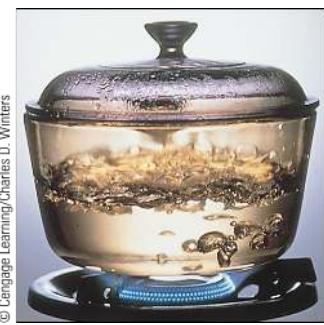
Calore ed energia interna

È necessario fare una fondamentale distinzione tra energia interna e calore poiché questi termini tendono a essere usati in modo intercambiabile nella comunicazione ordinaria. Dovreste leggere attentamente le descrizioni che seguono e tentare di usare questi termini correttamente, poiché essi non sono intercambiabili. Hanno un significato molto diverso. Abbiamo introdotto l'energia interna nel Capitolo 6, e la definiamo qui formalmente: **L'energia interna** E_{int} è l'energia associata con i componenti microscopici di un sistema – atomi e molecole – quando sono visti da un sistema di riferimento a riposo rispetto al sistema. Essa include l'energia cinetica e potenziale associata con il moto casuale di tipo traslazionale, rotazionale e vibrazionale degli atomi o molecole che costituiscono il sistema così come l'energia potenziale intermolecolare.

Nel Capitolo 16 abbiamo visto che l'energia interna di un gas perfetto monoatomico è associata al moto traslazionale dei suoi atomi. In questo caso particolare, l'energia interna è semplicemente l'energia cinetica traslazionale totale degli atomi; più alta è la temperatura del gas, più alta è l'energia cinetica degli atomi e più alta è l'energia interna del gas. Per gas più complessi di tipo biatomico o poliatomico, l'energia interna include altre forme di energia molecolare, come l'energia cinetica rotazionale e l'energia cinetica e potenziale associata con le vibrazioni molecolari.

Il calore è stato introdotto nel Capitolo 7 come un possibile metodo di trasferimento di energia e ne forniamo qui una definizione formale: Il **calore** è un meccanismo col quale l'energia è trasferita fra un sistema e il suo ambiente circostante a causa di una differenza di temperatura fra essi. Esso è anche la quantità di energia Q trasferita con questo meccanismo.

La Figura 17.1 mostra una pentola d'acqua in contatto con la fiamma del gas. L'energia entra nell'acqua col calore dei gas caldi della fiamma e l'energia interna dell'acqua aumenta di conseguenza. È *sbagliato* dire che l'acqua acquista più calore al passare del tempo.



© Cengage Learning/Charles D. Winters

Prevenire le insidie I 17.1 Calore, temperatura ed energia interna sono differenti

Nel leggere il giornale o ascoltare la radio, stai attento alle frasi scorrette che contengono la parola calore e rifletti sulla parola che correttamente si sarebbe dovuta usare. “Quando il camion frenò allo stop, si generò una grande quantità di calore per attrito” e “Il calore di una calda

giornata d'estate...”
sono due esempi.

FIGURA 17.1 Una pentola di acqua bollente è riscaldata per mezzo della fiamma del gas. L'energia entra nell'acqua dal fondo della pentola sotto forma di calore.

Come ulteriore chiarificazione dell'uso della parola *calore*, consideriamo la distinzione fra lavoro ed energia. Il lavoro svolto su (o da) un sistema è una misura della quantità di energia trasferita fra il sistema e il suo ambiente circostante, mentre l'energia meccanica del sistema (cinetica o potenziale) è una conseguenza del suo moto e delle sue coordinate. Quindi, quando una persona svolge lavoro su un sistema, dell'energia è trasferita dalla persona al sistema. Non ha senso parlare del lavoro *in* un sistema; ci si riferisce soltanto al lavoro svolto sul o dal sistema quando è avvenuto qualche processo in cui dell'energia è stata trasferita al o dal sistema. Analogamente, non ha senso usare il termine *calore* a meno che dell'energia sia stata trasferita come conseguenza di una differenza di temperatura.

Unità di calore

All'inizio dello sviluppo della termodinamica, prima che gli scienziati comprendessero la connessione fra la termodinamica e la meccanica, il calore fu definito in funzione della variazione di temperatura che esso produceva in un oggetto, e fu usata per il calore un'unità diversa di energia, la calorìa. La **caloria** (cal) fu definita come il calore necessario per aumentare la temperatura di 1 g di acqua da 14.5°C a 15.5°C¹. (La “Caloria”, con la C maiuscola, usata per indicare il contenuto di energia del cibo, è in realtà una chilocaloria). Analogamente, l'unità di calore nel sistema convenzionale US, era l'**unità termica britannica** (Btu), definita come il calore necessario per aumentare la temperatura di 1 lb di acqua da 63°F a 64°F.

Nel 1948, gli scienziati decisero che poiché il calore (come il lavoro) è una misura di un trasferimento di energia, la sua unità nel Sistema Internazionale (SI) sarebbe diventata il joule. La calorìa è ora definita esattamente pari a 4.186 J:

► EQUIVALENTE MECCANICO DEL CALORE

$$1 \text{ cal} \equiv 4.186 \text{ J}$$

17.1◀

Si noti che questa definizione non fa alcun riferimento al riscaldamento dell'acqua. La calorìa è un'unità generale di energia. Ad esempio, avremmo potuto usarla nel Capitolo 6 per l'energia cinetica di un oggetto. Viene qui introdotta per ragioni storiche, e la useremo poco come unità di energia. La definizione nell'Equazione 17.1 è storicamente nota come **equivalente meccanico del calore**.

Esempio 17.1 Un modo drastico di perdere peso

Uno studente mangia per cena una quantità di cibo corrispondente a 2 000 Calorie. Egli vuole fare un lavoro equivalente in palestra con un bilanciere di 50.0 kg. Quante volte deve sollevare il bilanciere per spendere tale energia? Si assuma che lo studente sollevi il bilanciere di 2.00 m ogni volta e che egli non guadagni energia ogni volta che lo abbassa.

VISUALIZZA SOLUZIONE

¹In origine la Caloria fu definita come il calore necessario per aumentare la temperatura di 1 g acqua di 1°C indipendentemente dalla temperatura iniziale. Misure più precise hanno mostrato che l'energia necessaria dipende dalla temperatura; di conseguenza, si è affermata una definizione più precisa.

Calore specifico

La definizione di caloria afferma che la quantità di energia necessaria per aumentare di 1°C la temperatura di un grammo di una particolare sostanza – l’acqua – è 4.186 J. Per aumentare la temperatura di un chilogrammo di acqua di un grado, abbiamo bisogno di trasferire 4 186 J di energia dall’ambiente all’acqua. La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura di un chilogrammo di una qualunque sostanza di 1°C varia con la sostanza. Per esempio, l’energia necessaria per aumentare la temperatura di un chilogrammo di rame di 1°C è 387 J, che è significativamente minore di quella necessaria per l’acqua. Ogni sostanza richiede un valore specifico di energia per unità di massa per variare la temperatura della sostanza di 1°C .

Supponiamo che una quantità Q di energia venga trasferita a una massa m di una sostanza, per cui la temperatura vari di ΔT . Il **calore specifico** c della sostanza è definito come

$$c \equiv \frac{Q}{m \Delta T}$$

17.2

Le unità del calore specifico sono joule per chilogrammo e per grado Celsius, cioè $\text{J/kg} \cdot {}^{\circ}\text{C}$. La Tabella 17.1 elenca i calori specifici di alcune sostanze. Dalla definizione di caloria, il calore specifico dell’acqua è $4\,186 \text{ J/kg} \cdot {}^{\circ}\text{C}$.

Da questa definizione, possiamo esprimere l’energia trasferita, Q , tra un sistema di massa m e l’ambiente circostante per una variazione di temperatura ΔT come

$$Q = mc \Delta T$$

17.3

Prevenire le insidie | 17.2 Una terminologia poco appropriata

Il nome calore specifico è uno sfortunato retaggio del periodo in cui termodinamica e meccanica si sono sviluppate separatamente. Un nome più preciso sarebbe trasferimento di energia specifico, ma il termine esistente è troppo radicato per poter essere sostituito.

Per esempio, l’energia richiesta per aumentare la temperatura di 0.500 kg di acqua di 3.00°C è $Q = (0.500 \text{ kg})(4\,186 \text{ J/kg} \cdot {}^{\circ}\text{C})(3.00^{\circ}\text{C}) = 6.28 \times 10^3 \text{ J}$. Si noti che quando la temperatura aumenta, ΔT e Q sono *positivi*, e l’energia entra *nel* sistema. Quando la temperatura diminuisce, ΔT e Q sono *negativi* e l’energia esce *dal* sistema. Questa convenzione sui segni è coerente con quella riguardante la nostra discussione sull’equazione di conservazione dell’energia, Equazione 7.2.

TABELLA 17.1 | Calore specifico di alcune sostanze a 25°C e a pressione atmosferica

Sostanza	Calore specifico c	
	J/kg $\cdot {}^{\circ}\text{C}$	cal/g $\cdot {}^{\circ}\text{C}$
Elementi solidi		
Alluminio	900	0.215
Argento	234	0.056
Berillio	1 830	0.436
Cadmio	230	0.055
Ferro	448	0.107
Germanio	322	0.077
Oro	129	0.030 8
Piombo	128	0.030 5
Rame	387	0.092 4
Silicio	703	0.168
Altri solidi		
Ghiaccio (-5°C)	2 090	0.50
Legno	1 700	0.41
Marmo	860	0.21
Ottone	380	0.092
Vetro	837	0.200
Liquidi		
Acqua (15°C)	4 186	1.00
Alcool (etilico)	2 400	0.58
Mercurio	140	0.033
Gas		
Vapore (100°C)	2 010	0.48

La Tabella 17.1 mostra che l'acqua ha il calore specifico più alto tra le sostanze con le quali abbiamo ordinariamente a che fare (i calori specifici dell'idrogeno e dell'elio sono più alti). L'alto calore specifico dell'acqua è responsabile delle temperature moderate che si riscontrano nelle regioni vicine a grandi estensioni d'acqua. Quando la temperatura di una grande estensione d'acqua diminuisce durante l'inverno, l'acqua trasferisce energia all'aria, la quale trasporta l'energia verso terra quando i venti prevalenti sono favorevoli. Per esempio, i venti prevalenti della costa occidentale degli Stati Uniti sono diretti verso terra, e l'energia liberata dall'Oceano Pacifico quando esso si raffredda rende le zone costiere più calde di quanto esse non sarebbero altrimenti. Ciò spiega perché la costa occidentale ha generalmente condizioni invernali più favorevoli rispetto alla costa orientale, dove i venti non trasportano l'energia verso terra.

Il fatto che il calore specifico dell'acqua sia maggiore di quello della sabbia è responsabile del modello di circolazione d'aria in una spiaggia. Durante il giorno, il Sole cede una uguale quantità di energia sia alla spiaggia che all'acqua, ma il basso calore specifico della sabbia causa un aumento di temperatura della spiaggia maggiore di quello dell'acqua. Conseguentemente, l'aria al di sopra del suolo raggiunge una temperatura più alta di quella al di sopra dell'acqua. L'aria fredda più densa spinge verso l'alto l'aria calda meno densa (per il principio d'Archimede) determinando durante il giorno una brezza dal mare verso terra. Durante la notte, la sabbia si raffredda più rapidamente dell'acqua e il modello di circolazione si inverte poiché l'aria più calda si trova ora sopra l'acqua. Le brezze di mare e di terra sono ben conosciute dai marinai.

QUIZ RAPIDO 17.1

Immagina di avere 1 kg di ferro, di vetro e di acqua e che tutti e tre i campioni siano a 10°C. **(a)** Posiziona i campioni da quello a temperatura più elevata a quello a temperatura più bassa dopo avere fornito 100 J di energia a ciascun campione. **(b)** Posiziona i campioni da quello in cui si ha una maggiore quantità di energia trasferita a quello in cui se ne ha una minore all'aumentare della temperatura di ogni campione di 20.0°C.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

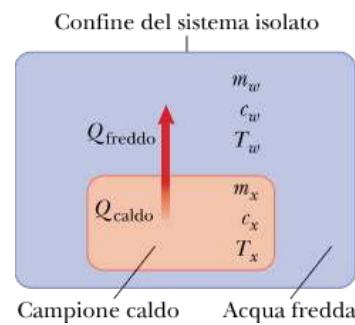


FIGURA 17.2 In un esperimento di calorimetria un campione caldo il cui calore specifico sia incognito è posto in un contenitore di acqua fredda le cui pareti isolano il liquido dall'ambiente esterno.

Calorimetria

Una tecnica per misurare il calore specifico di un solido o liquido è semplicemente quella di riscaldare la sostanza a una certa temperatura, metterla in un recipiente contenente acqua di massa e temperatura note, e misurare la temperatura dell'insieme dopo che si è raggiunto l'equilibrio. Definiamo il sistema come costituito dalla sostanza e dall'acqua. Se si assume che il recipiente sia un buon isolante, in modo che l'energia non esca dal sistema tramite il calore (né con qualsiasi altro mezzo), allora possiamo usare il modello del sistema isolato. Un recipiente che ha questa proprietà si chiama **calorimetro**, e l'analisi effettuata con tali recipienti si chiama **calorimetria**. La Figura 17.2 mostra un campione caldo in

acqua fredda e il risultante trasferimento di energia sotto forma di calore dalla parte ad alta temperatura verso quella a bassa temperatura del sistema.

Il principio di conservazione dell'energia per questo sistema isolato richiede che l'energia che è rilasciata, tramite il calore, dalla sostanza più calda (di calore specifico incognito) sia uguale all'energia ceduta all'acqua². Quindi, possiamo scrivere

$$Q_{\text{freddo}} = - Q_{\text{caldo}}$$

17.4

Per esaminare come costruire un problema di calorimetria, supponiamo che m_x sia la massa di una sostanza di cui vogliamo determinare il calore specifico, c_x sia il suo calore specifico e T_x la sua temperatura iniziale. Siano m_a , c_a e T_a i valori corrispondenti per l'acqua. Se T è la temperatura finale di equilibrio dopo che la sostanza e l'acqua sono state mescolate, allora dall'Equazione 17.3 troviamo che l'energia acquistata dall'acqua è $m_a c_a (T - T_a)$ e l'energia perduta dalla sostanza di calore specifico ignoto è $m_x c_x (T - T_x)$. Sostituendo questi valori nell'Equazione 17.4, otteniamo

$$m_a c_a (T - T_a) = - m_x c_x (T - T_x)$$

Questa equazione può essere risolta rispetto al calore specifico incognito.

FISICA RAGIONATA 17.1

L'equazione $Q = mc \Delta T$ esprime la relazione fra l'energia Q , trasferita a un oggetto di massa m e calore specifico c sotto forma di calore, e la risultante variazione di temperatura ΔT . In realtà, l'energia al primo membro dell'equazione potrebbe essere trasferita con un altro metodo, non necessariamente tramite il calore. Si diano alcuni esempi nei quali si può usare questa equazione per calcolare una variazione di temperatura di un oggetto, dovuta a un trasferimento di energia diverso dal calore.

Ragionamento I seguenti sono alcuni dei possibili esempi.

Durante i primi secondi dopo avere acceso un tostapane, la temperatura dell'avvolgimento elettrico aumenta. Qui, il meccanismo di trasferimento è la *trasmissione elettrica* di energia attraverso il cavo di alimentazione.

La temperatura di una patata in un forno a microonde aumenta a causa dell'assorbimento delle microonde. In questo caso, il meccanismo di trasferimento dell'energia è la *radiazione elettromagnetica*, le microonde.

Un carpentiere usa un trapano per fare un buco in un pezzo di legno. La punta non riesce a penetrare molto ma diventa molto calda. L'aumento di temperatura, in questo caso, è dovuto al *lavoro* compiuto sulla punta dal legno.

Prevenire le insidie | 17.3 Ricorda il segno negativo

È cruciale includere il segno meno nell'Equazione 17.4. Il segno meno è necessario per coerenza con la nostra convenzione sul segno nei trasferimenti di energia. Il trasferimento di energia Q_{caldo} è negativo perché l'energia sta lasciando la sostanza calda. Il segno negativo nell'equazione assicura che il membro di destra sia un numero positivo, coerentemente con il membro di sinistra che è positivo per il fatto che l'energia sta entrando nella sostanza fredda.

Prevenire le insidie | 17.4 Celsius versus Kelvin

Nelle equazioni in cui appare T (ad es., la legge dei gas perfetti), si deve usare la temperatura espressa in Kelvin. Nelle equazioni in cui appare ΔT , come nelle equazioni del calorimetro, è possibile usare i gradi Celsius perché una variazione di temperatura è uguale nelle due scale. È più sicuro, in tutti i casi, usare la scala Kelvin coerentemente in tutte le equazioni contenenti T o ΔT .

In ciascuno di questi casi, così come in molti altri che si potrebbero considerare, il Q che interessa, al primo membro dell'equazione, non è una misura di calore ma viene sostituito con l'energia trasferita o trasformata con altri mezzi. Indipendentemente dal fatto che venga coinvolto il calore, si può usare l'equazione per calcolare la variazione di temperatura. ▲

²Per misure di precisione il contenitore dell'acqua dovrebbe essere incluso nei calcoli perché anch'esso cambia temperatura. Questo richiederebbe la conoscenza della sua massa e della sua composizione. Se, tuttavia, la massa dell'acqua è grande rispetto a quella del recipiente, possiamo adottare un modello semplificato in cui l'energia assorbita dal recipiente è trascurata.

Esempio 17.2 Raffreddamento di un lingotto caldo

Un lingotto di metallo di 0.050 kg è riscaldato a 200.0°C e poi introdotto in un calorimetro contenente 0.400 kg di acqua a 20.0°C. La temperatura di equilibrio finale del sistema è di 22.4°C. Trovare il calore specifico del metallo.

E se...?

Supponiamo che tu stia eseguendo un esperimento in un laboratorio che usa tecniche per determinare il calore specifico di un campione di cui tu vuoi determinare il calore specifico c_x . Sulla base dei dati riportati in questo esempio, quale valore andrebbe cambiato per ridurre nel modo più efficace le incertezze di misura?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Calore specifico

La definizione di caloria afferma che la quantità di energia necessaria per aumentare di 1°C la temperatura di un grammo di una particolare sostanza – l’acqua – è 4.186 J. Per aumentare la temperatura di un chilogrammo di acqua di un grado, abbiamo bisogno di trasferire 4 186 J di energia dall’ambiente all’acqua. La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura di un chilogrammo di una qualunque sostanza di 1°C varia con la sostanza. Per esempio, l’energia necessaria per aumentare la temperatura di un chilogrammo di rame di 1°C è 387 J, che è significativamente minore di quella necessaria per l’acqua. Ogni sostanza richiede un valore specifico di energia per unità di massa per variare la temperatura della sostanza di 1°C .

Supponiamo che una quantità Q di energia venga trasferita a una massa m di una sostanza, per cui la temperatura vari di ΔT . Il **calore specifico** c della sostanza è definito come

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}$$

17.2◀

Le unità del calore specifico sono joule per chilogrammo e per grado Celsius, cioè $\text{J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$. La Tabella 17.1 elenca i calori specifici di alcune sostanze. Dalla definizione di caloria, il calore specifico dell’acqua è $4\,186 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$.

Da questa definizione, possiamo esprimere l’energia trasferita, Q , tra un sistema di massa m e l’ambiente circostante per una variazione di temperatura ΔT come

$$Q = mc \Delta T$$

17.3◀

Prevenire le insidie | 17.2 Una terminologia poco appropriata

Il nome calore specifico è uno sfortunato retaggio del periodo in cui termodinamica e meccanica si sono sviluppate separatamente. Un nome più preciso sarebbe trasferimento di energia specifico, ma il termine esistente è troppo radicato per poter essere sostituito.

Per esempio, l’energia richiesta per aumentare la temperatura di 0.500 kg di acqua di 3.00°C è $Q = (0.500 \text{ kg})(4\,186 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C})(3.00^{\circ}\text{C}) = 6.28 \times 10^3 \text{ J}$. Si noti che quando la temperatura aumenta, ΔT e Q sono *positivi*, e l’energia entra *nel* sistema. Quando la temperatura diminuisce, ΔT e Q sono *negativi* e l’energia esce *dal* sistema. Questa convenzione sui segni è coerente con quella riguardante la nostra discussione sull’equazione di conservazione dell’energia, Equazione 7.2.

TABELLA 17.1 | Calore specifico di alcune sostanze a 25°C e pressione atmosferica

Sostanza	Calore specifico c	
	J/kg · $^{\circ}\text{C}$	cal/g · $^{\circ}\text{C}$
Elementi solidi		
Alluminio	900	0.215
Argento	234	0.056
Berillio	1 830	0.436
Cadmio	230	0.055
Ferro	448	0.107
Germanio	322	0.077
Oro	129	0.030 8
Piombo	128	0.030 5
Rame	387	0.092 4
Silicio	703	0.168
Altri solidi		
Ghiaccio (-5°C)	2 090	0.50
Legno	1 700	0.41
Marmo	860	0.21
Ottone	380	0.092
Vetro	837	0.200
Liquidi		
Acqua (15°C)	4 186	1.00
Alcool (etilico)	2 400	0.58
Mercurio	140	0.033
Gas		
Vapore (100°C)	2 010	0.48

La Tabella 17.1 mostra che l'acqua ha il calore specifico più alto tra le sostanze con le quali abbiamo ordinariamente a che fare (i calori specifici dell'idrogeno e dell'elio sono più alti). L'alto calore specifico dell'acqua è responsabile delle temperature moderate che si riscontrano nelle regioni vicine a grandi estensioni d'acqua. Quando la temperatura di una grande estensione d'acqua diminuisce durante l'inverno, l'acqua trasferisce energia all'aria, la quale trasporta l'energia verso terra quando i venti prevalenti sono favorevoli. Per esempio, i venti prevalenti della costa occidentale degli Stati Uniti sono diretti verso terra, e l'energia liberata dall'Oceano Pacifico quando esso si raffredda rende le zone costiere più calde di quanto esse non sarebbero altrimenti. Ciò spiega perché la costa occidentale ha generalmente condizioni invernali più favorevoli rispetto alla costa orientale, dove i venti non trasportano l'energia verso terra.

Il fatto che il calore specifico dell'acqua sia maggiore di quello della sabbia è responsabile del modello di circolazione d'aria in una spiaggia. Durante il giorno, il Sole cede una uguale quantità di energia sia alla spiaggia che all'acqua, ma il basso calore specifico della sabbia causa un aumento di temperatura della spiaggia maggiore di quello dell'acqua. Conseguentemente, l'aria al di sopra del suolo raggiunge una temperatura più alta di quella al di sopra dell'acqua. L'aria fredda più densa spinge verso l'alto l'aria calda meno densa (per il principio d'Archimede) determinando durante il giorno una brezza dal mare verso terra. Durante la notte, la sabbia si raffredda più rapidamente dell'acqua e il modello di circolazione si inverte poiché l'aria più calda si trova ora sopra l'acqua. Le brezze di mare e di terra sono ben conosciute dai marinai.

QUIZ RAPIDO 17.1

Immagina di avere 1 kg di ferro, di vetro e di acqua e che tutti e tre i campioni siano a 10°C. (a) Posiziona i campioni da quello a temperatura più elevata a quello a temperatura più bassa dopo avere fornito 100 J di energia a ciascun campione. (b) Posiziona i campioni da quello in cui si ha una maggiore quantità di energia trasferita a quello in cui se ne ha una minore all'aumentare della temperatura di ogni campione di 20.0°C.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

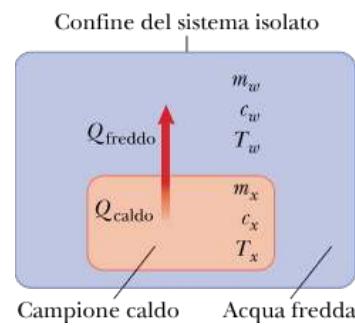


FIGURA 17.2 In un esperimento di calorimetria un campione caldo il cui calore specifico sia incognito è posto in un contenitore di acqua fredda le cui pareti isolano il liquido dall'ambiente esterno.

Calorimetria

Una tecnica per misurare il calore specifico di un solido o liquido è semplicemente quella di riscaldare la sostanza a una certa temperatura, metterla in un recipiente contenente acqua di massa e temperatura note, e misurare la temperatura dell'insieme dopo che si è raggiunto l'equilibrio. Definiamo il sistema come costituito dalla sostanza e dall'acqua. Se si assume che il recipiente sia un buon isolante, in modo che l'energia non esca dal sistema tramite il calore (né con qualsiasi altro mezzo), allora possiamo usare il modello del sistema isolato. Un recipiente che ha questa proprietà si chiama **calorimetro**, e l'analisi effettuata con tali recipienti si chiama **calorimetria**. La Figura 17.2 mostra un campione caldo in

acqua fredda e il risultante trasferimento di energia sotto forma di calore dalla parte ad alta temperatura verso quella a bassa temperatura del sistema.

Il principio di conservazione dell'energia per questo sistema isolato richiede che l'energia che è rilasciata, tramite il calore, dalla sostanza più calda (di calore specifico incognito) sia uguale all'energia ceduta all'acqua². Quindi, possiamo scrivere

$$Q_{\text{freddo}} = - Q_{\text{caldo}}$$

17.4

Per esaminare come costruire un problema di calorimetria, supponiamo che m_x sia la massa di una sostanza di cui vogliamo determinare il calore specifico, c_x sia il suo calore specifico e T_x la sua temperatura iniziale. Siano m_a , c_a e T_a i valori corrispondenti per l'acqua. Se T è la temperatura finale di equilibrio dopo che la sostanza e l'acqua sono state mescolate, allora dall'Equazione 17.3 troviamo che l'energia acquistata dall'acqua è $m_a c_a (T - T_a)$ e l'energia perduta dalla sostanza di calore specifico ignoto è $m_x c_x (T - T_x)$. Sostituendo questi valori nell'Equazione 17.4, otteniamo

$$m_a c_a (T - T_a) = - m_x c_x (T - T_x)$$

Questa equazione può essere risolta rispetto al calore specifico incognito.

FISICA RAGIONATA 17.1

L'equazione $Q = mc \Delta T$ esprime la relazione fra l'energia Q , trasferita a un oggetto di massa m e calore specifico c sotto forma di calore, e la risultante variazione di temperatura ΔT . In realtà, l'energia al primo membro dell'equazione potrebbe essere trasferita con un altro metodo, non necessariamente tramite il calore. Si diano alcuni esempi nei quali si può usare questa equazione per calcolare una variazione di temperatura di un oggetto, dovuta a un trasferimento di energia diverso dal calore.

Ragionamento I seguenti sono alcuni dei possibili esempi.

Durante i primi secondi dopo avere acceso un tostapane, la temperatura dell'avvolgimento elettrico aumenta. Qui, il meccanismo di trasferimento è la *trasmissione elettrica* di energia attraverso il cavo di alimentazione.

La temperatura di una patata in un forno a microonde aumenta a causa dell'assorbimento delle microonde. In questo caso, il meccanismo di trasferimento dell'energia è la *radiazione elettromagnetica*, le microonde.

Un carpentiere usa un trapano per fare un buco in un pezzo di legno. La punta non riesce a penetrare molto ma diventa molto calda. L'aumento di temperatura, in questo caso, è dovuto al *lavoro* compiuto sulla punta dal legno.

Prevenire le insidie | 17.3 Ricorda il segno negativo

È cruciale includere il segno meno nell'Equazione 17.4. Il segno meno è necessario per coerenza con la nostra convenzione sul segno nei trasferimenti di energia. Il trasferimento di energia Q_{caldo} è negativo perché l'energia sta lasciando la sostanza calda. Il segno negativo nell'equazione assicura che il membro di destra sia un numero positivo, coerentemente con il membro di sinistra che è positivo per il fatto che l'energia sta entrando nella sostanza fredda.

Prevenire le insidie | 17.4 Celsius versus Kelvin

Nelle equazioni in cui appare T (ad es., la legge dei gas perfetti), si deve usare la temperatura espressa in Kelvin. Nelle equazioni in cui appare ΔT , come nelle equazioni del calorimetro, è possibile usare i gradi Celsius perché una variazione di temperatura è uguale nelle due scale. È più sicuro, in tutti i casi, usare la scala Kelvin coerentemente in tutte le equazioni contenenti T o ΔT .

In ciascuno di questi casi, così come in molti altri che si potrebbero considerare, il Q che interessa, al primo membro dell'equazione, non è una misura di calore ma viene sostituito con l'energia trasferita o trasformata con altri mezzi. Indipendentemente dal fatto che venga coinvolto il calore, si può usare l'equazione per calcolare la variazione di temperatura. ▲

²Per misure di precisione il contenitore dell'acqua dovrebbe essere incluso nei calcoli perché anch'esso cambia temperatura. Questo richiederebbe la conoscenza della sua massa e della sua composizione. Se, tuttavia, la massa dell'acqua è grande rispetto a quella del recipiente, possiamo adottare un modello semplificato in cui l'energia assorbita dal recipiente è trascurata.

Esempio 17.2 Raffreddamento di un lingotto caldo

Un lingotto di metallo di 0.050 kg è riscaldato a 200.0°C e poi introdotto in un calorimetro contenente 0.400 kg di acqua a 20.0°C. La temperatura di equilibrio finale del sistema è di 22.4°C. Trovare il calore specifico del metallo.

E se...?

Supponiamo che tu stia eseguendo un esperimento in un laboratorio che usa tecniche per determinare il calore specifico di un campione di cui tu vuoi determinare il calore specifico c_x . Sulla base dei dati riportati in questo esempio, quale valore andrebbe cambiato per ridurre nel modo più efficace le incertezze di misura?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Calore latente

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente, una sostanza può subire una variazione di temperatura quando dell'energia viene trasferita tra la sostanza e il suo ambiente circostante. Vi sono situazioni, tuttavia, nelle quali al trasferimento di energia non corrisponde una variazione di temperatura. Ciò accade ogni volta che le caratteristiche fisiche della sostanza cambiano passando da una forma ad un'altra; un tale cambiamento è comunemente detto **cambiamento di fase**. Due comuni cambiamenti di fase sono il passaggio da solido a liquido (fusione) e da liquido a gas (ebollizione); un'altra è la variazione nella struttura cristallina di un solido. Tutti questi cambiamenti di fase implicano una variazione di energia interna, ma non di temperatura. L'aumento dell'energia interna durante l'ebollizione, per esempio, è rappresentato dalla rottura dei legami tra le molecole nello stato liquido che permette alle molecole di allontanarsi nello stato gassoso, con un relativo aumento dell'energia potenziale intermolecolare.

Come potreste aspettarvi, sostanze differenti, rispondono diversamente all'aggiunta o alla rimozione di energia mentre cambiano la fase perché la loro struttura molecolare interna cambia. Inoltre, la quantità di energia trasferita durante un cambiamento di fase dipende dalla quantità di sostanza coinvolta (è necessaria meno energia per sciogliere un cubetto di ghiaccio che per sciogliere un lago). Quando parleremo di due fasi di un materiale, useremo il termine *materiale in fase alta* per indicare il materiale presente alla temperatura più elevata. Così per esempio, se parliamo di acqua e ghiaccio, l'acqua è il materiale in fase alta; invece, il vapore è il materiale in fase alta se parliamo di vapore e acqua. Consideriamo un sistema contenente una sostanza in due fasi all'equilibrio, come acqua e ghiaccio. La quantità iniziale del materiale in fase alta nel sistema, l'acqua, è m_i . Ora immaginiamo che l'energia Q venga immessa nel sistema. Come risultato, la quantità finale di acqua è m_f a causa della fusione di parte del ghiaccio. Perciò, la quantità di ghiaccio fuso, equivalente alla quantità di acqua *nuova*, è $\Delta m = m_f - m_i$. Definiamo il **calore latente** per questo cambiamento di fase, come

$$L \equiv \frac{Q}{\Delta m}$$

17.5◀

Questo parametro è chiamato calore latente (letteralmente, calore “nascosto”) perché l'energia aggiunta o rimossa non produce come conseguenza un cambiamento della temperatura. Il valore di L per una sostanza dipende dalla natura del cambiamento di fase così come dalle proprietà della sostanza. Se l'intera quantità di un materiale in fase bassa subisce un cambiamento di fase, la variazione di Δm della massa del materiale in fase alta è uguale alla massa iniziale del materiale in fase bassa. Per esempio, se un cubo di ghiaccio di massa m si scioglie completamente su un piatto, il cambiamento della massa dell'acqua è $m_f - 0 = m$, che è la massa della nuova acqua ed è uguale alla massa iniziale del cubo di ghiaccio.

Dalla definizione di calore latente, e scegliendo nuovamente il calore come meccanismo di energia trasferita, l'energia richiesta per cambiare la fase di una sostanza pura è

► ENERGIA TRASFERITA AD UNA SOSTANZA DURANTE UN CAMBIAMENTO DI FASE

$$Q = L \Delta m$$

17.6◀

dove Δm è la variazione di massa del materiale in fase alta.

Il **calore latente di fusione**, L_f , è il termine usato quando il cambiamento di fase avviene da solido a liquido (*fondere* significa “unire sciogliendo”) e il **calore latente di vaporizzazione**, L_v , è il termine usato quando il cambiamento di fase avviene da liquido a gas (il liquido “vaporizza”)³. I calori latenti di sostanze diverse variano considerevolmente, come si può vedere nella Tabella 17.2. Quando viene fornita energia al sistema, producendo fusione o evaporazione, la quantità del materiale a più alta fase aumenta, così Δm è positiva e Q è positiva in accordo con la convenzione dei segni. Quando l'energia è sottratta al sistema, causando congelamento o condensazione, la quantità di materiale in fase alta diminuisce, così

Prevenire le insidie
| 17.5 I segni sono cruciali

Errori di segno si verificano spesso quando gli studenti applicano le equazioni calorimetriche. Per cambi di fase,

Δm è negativa e Q è negativa, ancora in accordo con la convenzione dei segni. Si ricordi che Δm nell'Equazione 17.6 si riferisce sempre al materiale in fase alta.

ricordiamo che Δm nell'Equazione 17.6 rappresenta sempre la variazione di massa del materiale a fase più alta. Nell'Equazione 17.3 assicuriamoci che ΔT sia sempre la temperatura finale meno quella iniziale. Inoltre, bisogna sempre includere il segno negativo a destra della Equazione 17.4.

TABELLA 17.2 | Calori latenti di fusione e vaporizzazione

Sostanza	Punto di fusione (°C)	Calore latente di fusione (J/kg)	Punto di ebollizione (°C)	Calore latente di vaporizzazione (J/kg)
Elio ^a	-272.2	5.23×10^3	-268.93	2.09×10^4
Ossigeno	-218.79	1.38×10^4	-182.97	2.13×10^5
Azoto	-209.97	2.55×10^4	-195.81	2.01×10^5
Alcool etilico	-114	1.04×10^5	78	8.54×10^5
Acqua	0.00	3.33×10^5	100.00	2.26×10^6
Zolfo	119	3.81×10^4	444.60	3.26×10^5
Piombo	327.3	2.45×10^4	1 750	8.70×10^5
Alluminio	660	3.97×10^5	2 450	1.14×10^7
Argento	960.80	8.82×10^4	2 193	2.33×10^6
Oro	1 063.00	6.44×10^4	2 660	1.58×10^6
Rame	1 083	1.34×10^5	1 187	5.06×10^6

^aL'olio non solidifica a pressione atmosferica. Perciò, il suo punto di fusione è indicato a pressione 2.5 MPa.

³Quando un gas viene raffreddato, alla fine *condensa*, vale a dire che ritorna allo stato liquido. L'energia rilasciata per unità di massa è chiamata *calore latente di condensazione* ed è numericamente uguale al calore di latente di vaporizzazione. Similmente, quando un liquido viene raffreddato, alla fine solidifica, e il *calore latente di solidificazione* è numericamente identico al calore latente di fusione.

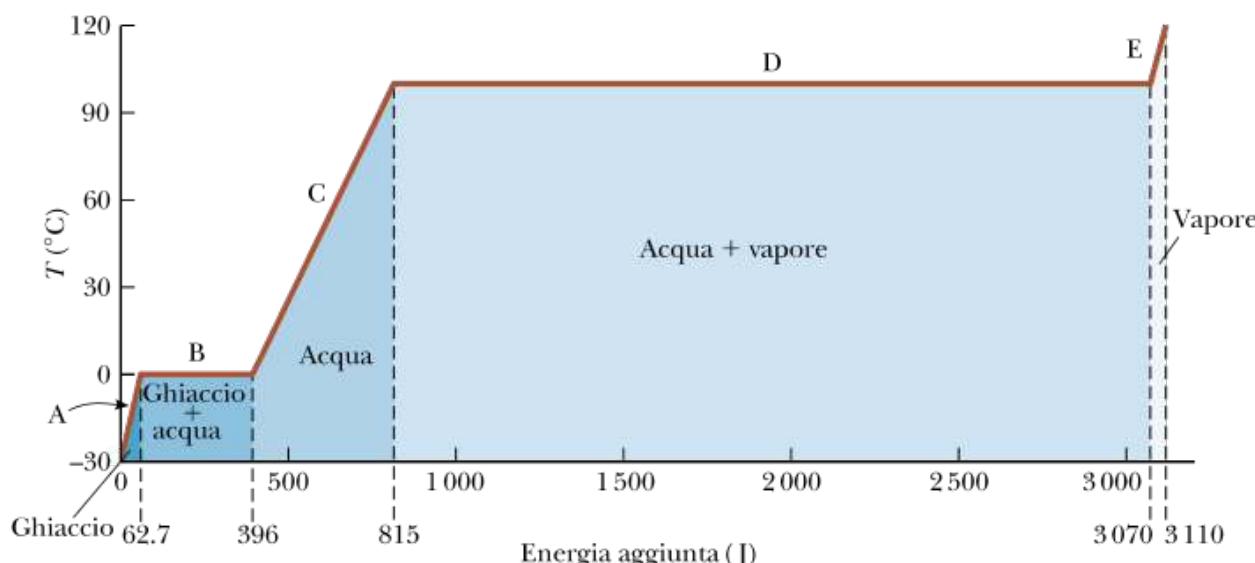


FIGURA 17.3 Un grafico della temperatura in funzione dell'energia aggiunta quando un grammo di acqua inizialmente a -30.0°C è convertito in vapore a 120.0°C .

Per comprendere il ruolo del calore latente durante un cambiamento di fase, consideriamo l'energia richiesta per trasformare un cubo di ghiaccio di 1.00 g a -30.0°C in vapore a 120.0°C . La Figura 17.3 riporta i risultati sperimentali della temperatura ottenuti quando viene fornita gradualmente energia al ghiaccio. I risultati presentati in forma di grafico riguardano la temperatura del cubo di ghiaccio rispetto all'energia fornita al sistema.

Esaminiamo ciascuna porzione della curva rosso-marrone che è divisa nelle regioni che vanno dalla A alla E.

Parte A. In questo tratto di curva, si fa variare la temperatura del ghiaccio da -30.0°C a 0.0°C . L'Equazione 17.3 indica che la temperatura varia linearmente con l'energia fornita, di conseguenza il risultato sperimentale sul grafico è una linea retta. Poiché il calore specifico del ghiaccio è $2\ 090 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$, possiamo calcolare la quantità di energia fornita dall'Equazione 17.3:

$$Q = m_{\text{ghiaccio}} c_{\text{ghiaccio}} \Delta T = (1.00 \times 10^{-3} \text{ kg})(2\ 090 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C})(30.0^{\circ}\text{C}) = 62.7 \text{ J}$$

Parte B. Quando il ghiaccio raggiunge 0.0°C , la miscela acqua-ghiaccio rimane a questa temperatura – sebbene si continui a fornire energia – fino a quando il ghiaccio è completamente fuso. L'energia necessaria per fondere 1.00 g di ghiaccio a 0.0°C è, dall'Equazione 17.6,

$$Q = L_f \Delta m_{\text{acqua}} = L_f m_{\text{ghiaccio}} = (3.33 \times 10^5 \text{ J/kg})(1.00 \times 10^{-3} \text{ kg}) = 333 \text{ J}$$

A questo punto, ci siamo spostati al punto $396 \text{ J} (= 62.7 \text{ J} + 333 \text{ J})$ sull'asse dell'energia nella Figura 17.3.

Parte C. Tra 0.0°C e 100.0°C , non si verifica alcun cambiamento di fase. Tutta l'energia fornita all'acqua serve per aumentare la sua temperatura. L'energia necessaria per aumentare la temperatura da 0.0°C a 100.0°C è

$$Q = m_{\text{acqua}} c_{\text{acqua}} \Delta T = (1.00 \times 10^{-3} \text{ kg})(4.19 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C})(100.0^{\circ}\text{C}) = 419 \text{ J}$$

Parte D. A 100.0°C avviene un altro cambiamento di fase, quando l'acqua passa da liquido a vapore a 100.0°C . Proprio come nella parte B, la miscela acqua-vapore rimane a 100.0°C – sebbene sia fornita energia – fino a quando tutto il liquido si è trasformato in vapore. L'energia necessaria per trasformare 1.00 g di acqua in vapore a 100.0°C è

$$Q = L_v \Delta m_{\text{vapore}} = L_{\text{vapore}} m_{\text{acqua}} = (2.26 \times 10^6 \text{ J/kg})(1.00 \times 10^{-3} \text{ kg}) = 2.26 \times 10^3 \text{ J}$$

Parte E. In questo tratto di curva, come nelle parti A e C, non avviene alcun cambiamento di fase; cosicché tutta l'energia fornita è usata per aumentare la temperatura del vapore. L'energia che si deve somministrare per raggiungere la temperatura del vapore da 100.0°C a 120.0°C è

$$Q = m_{\text{vapore}} c_{\text{vapore}} \Delta T = (1.00 \times 10^{-3} \text{ kg})(2.01 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C})(20.0^{\circ}\text{C}) = 40.2 \text{ J}$$

La quantità totale di energia che si deve fornire per trasformare 1 grammo di ghiaccio a -30.0°C in vapore a 120.0°C è la somma dei risultati delle cinque parti della curva, che è $3.11 \times 10^3 \text{ J}$. Inversamente, per raffreddare un grammo di vapore da 120.0°C fino alla fase di ghiaccio a -30.0°C , è necessario estrarre $3.11 \times 10^3 \text{ J}$ di energia.

Si noti in Figura 17.3 la quantità relativamente grande di energia che viene trasferita all'acqua per trasformarla in vapore. Immaginiamo di invertire questo processo, con il trasferimento di una grande quantità di energia per condensare il vapore in acqua. È per questo che una scottatura della pelle causata da vapore a 100°C è molto più dannosa dell'esposizione della pelle ad acqua a 100°C . Una grande quantità di energia viene assorbita dalla pelle, e il vapore rimane a 100°C per lungo tempo mentre si condensa. Viceversa, quando la pelle entra in contatto con acqua a 100°C , la temperatura dell'acqua comincia immediatamente ad abbassarsi quando l'energia si trasferisce dall'acqua alla pelle.

Se l'acqua liquida viene tenuta perfettamente immobile in un contenitore molto pulito, l'acqua può scendere sotto i 0°C senza congelare in ghiaccio. Questo fenomeno, chiamato **super-raffreddamento**, nasce dal fatto che l'acqua richiede una sollecitazione di qualche tipo perché le molecole si allontanino tra loro e comincino a formare la struttura più aperta del ghiaccio, che rende la densità del ghiaccio inferiore a quella dell'acqua, come discusso nel Paragrafo 16.3. Se l'acqua superfredda è perturbata, congegna improvvisamente. Il sistema raggiunge la configurazione a minore energia dei legami molecolari della struttura del ghiaccio, e l'energia rilasciata fa risalire la temperatura a 0°C .

Gli scaldamani commerciali sono costituiti da acetato di sodio liquido in un sacchetto di plastica sigillato. La soluzione nel sacchetto è in uno stato stabile super raffreddato.

Quando un disco nel sacchetto viene premuto, il liquido si solidifica e la temperatura aumenta, proprio come l'acqua super raffreddata appena citata. In questo caso, tuttavia, il punto di congelamento del liquido è superiore alla temperatura del corpo, in modo che il sacchetto sia caldo al tatto. Per riutilizzare lo scaldamano, il sacchetto deve essere bollito fino a far liquefare il solido. Poi, appena si è raffreddato, passa sotto il suo punto di congelamento nello stato super-raffreddato.

È anche possibile creare un **surriscaldamento**. Ad esempio, quando poniamo dell'acqua pulita, in una tazza molto pulita, all'interno di un forno a microonde, talvolta essa può raggiungere temperature superiori a 100 °C senza bollire perché la formazione di bolle di vapore nell'acqua richiede la presenza di graffi nella tazza o di impurità nell'acqua, che fungono da centri di nucleazione. Quando la tazza viene rimossa dal forno a microonde, l'acqua surriscaldata può diventare esplosiva perché si formano delle bollicine e improvvisamente l'acqua calda viene spinta verso l'alto fuori dalla tazza.

Uno scherzo classico legato ai cambiamenti di fase consiste nel realizzare un cucchiaio in puro gallio. Il punto di fusione del gallio è 29.8°C. Pertanto, quando il cucchiaio è utilizzato per mescolare tè caldo, la parte sommersa del cucchiaio si trasforma in un liquido e cade sul fondo della tazza. Il cucchiaio dev'essere preso e utilizzato per mescolare molto rapidamente, perché il punto di fusione del gallio è inferiore alla normale temperatura corporea, e il cucchiaio si scioglie in mano!

QUIZ RAPIDO 17.2

Supponiamo che lo stesso processo di somministrazione di energia al cubetto di ghiaccio venga eseguita come discusso sopra, ma questa volta esprimiamo graficamente l'energia interna del sistema come una funzione dell'energia fornita. Come sarebbe questo grafico?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 17.3

Calcolare le pendenze per le regioni A, C, ed E della Figura 17.3. Classificare le pendenze dalla meno ripida alla più ripida, e spiegare che cosa significa questo ordine.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 17.3 Raffreddamento del vapore

Quale massa di vapore, inizialmente a 130°C, è necessaria per riscaldare 200 g di acqua in un contenitore di vetro di 100 g da 20.0°C a 50.0°C?

E se...?

E se lo stato finale del sistema fosse 100°C? Ci sarebbe più o meno vapore? Come cambierebbe l'analisi precedente?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Lavoro nelle trasformazioni termodinamiche

► VARIABILI DI STATO

Nell'approccio macroscopico alla termodinamica si descrive lo *stato* di un sistema con grandezze quali pressione, volume, temperatura ed energia interna. Di conseguenza, queste grandezze appartengono a una categoria detta **variabili di stato**. Per ogni data condizione del sistema, possiamo identificare valori delle variabili di stato. È importante, tuttavia, notare che uno stato macroscopico di un sistema si può identificare soltanto se il sistema è in equilibrio termico interno. Nel caso di un gas in un contenitore, l'equilibrio termico interno richiede che ogni parte del gas sia alla stessa pressione e alla stessa temperatura. Se, per esempio, la temperatura varia fra una parte e un'altra del gas, non possiamo specificare una sola temperatura per l'intero gas da usare nell'equazione di stato dei gas perfetti.

► VARIABILI DI TRASFERIMENTO

Una seconda categoria di variabili nei processi che coinvolgono l'energia è quella delle **variabili di trasferimento**. È possibile assegnare un valore a queste variabili solo se si realizza un processo in cui viene trasferita energia attraverso le superfici che delimitano il sistema. Poiché un trasferimento di energia attraverso il contorno del sistema rappresenta una variazione nel sistema, le variabili di trasferimento non sono associate a un dato stato del sistema, ma a una *variazione* dello stato del sistema. Nel precedente paragrafo, abbiamo discusso il calore come una variabile di trasferimento. Per un sistema che si trova in specifiche condizioni, non ha senso assegnare un valore al calore. Possiamo assegnare un valore al calore soltanto se energia, sotto forma di calore, attraversa le superfici che delimitano il sistema, col risultato di una variazione nel sistema. Le variabili di stato sono caratteristiche di un sistema in equilibrio termico. Le variabili di trasferimento sono caratteristiche di un processo in cui energia è trasferita tra un sistema e il suo ambiente circostante.

Abbiamo già incontrato precedentemente questo concetto, ma non abbiamo usato il linguaggio di variabili di stato e variabili di trasferimento. Nell'equazione di conservazione dell'energia, $\Delta E_{\text{sistema}} = \Sigma T$, possiamo identificare i termini al secondo mem-

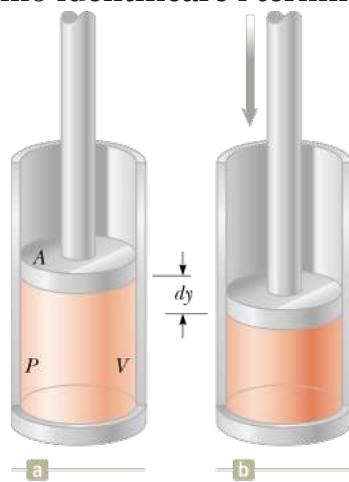


FIGURA 17.4 Lavoro fatto su un gas contenuto in un cilindro a pressione P quando il pistone è premuto in modo tale che il gas è compresso.

bro come variabili di trasferimento: lavoro, calore, onde meccaniche, trasferimento di materia, radiazione eletromagnetica e trasmissione elettrica. Il primo membro dell'equazione di continuità rappresenta *cambiamenti* delle variabili di stato: l'energia cinetica, l'energia potenziale e l'energia interna. Per un gas, abbiamo ulteriori variabili di stato, che non sono le energie ma la pressione, il volume, e la temperatura.

In questo paragrafo, studieremo un'importante variabile di trasferimento per i sistemi termodinamici, il lavoro. Nel Capitolo 6 il lavoro fatto sulle particelle è stato trattato ampiamente, e qui investigheremo il lavoro fatto su un sistema deformabile, un gas. Si consideri un gas contenuto in un cilindro chiuso da un pistone mobile privo d'attrito di area A (Fig. 17.4) e in equilibrio termico. Il gas occupa il volume V ed esercita una pressione

uniforme P sulle pareti del cilindro e sul pistone. Adottiamo, adesso, un modello semplificato in cui il gas sia compresso **quasi-staticamente**, cioè, abbastanza lentamente da permettere al sistema di rimanere in equilibrio termico a ogni istante. Quando il pistone è spinto giù da una forza esterna \vec{F}_{est} , il suo punto di applicazione sul gas (la superficie in fondo al pistone) si muove di una distanza $d\vec{r} = dy\hat{\mathbf{j}}$ (Fig. 17.4b). Cosicché il lavoro fatto sul gas è, secondo la nostra definizione di lavoro nel Capitolo 6,

$$dW = \vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} \cdot dy\hat{\mathbf{j}}$$

Poiché il pistone è in equilibrio ad ogni istante durante il processo, la forza esterna ha la stessa intensità della forza esercitata dal gas ma in verso opposto:

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{est}} = -\vec{\mathbf{F}}_{\text{gas}} = -PA\hat{\mathbf{j}}$$

dove abbiamo posto il modulo F della forza esercitata dal gas uguale a PA . Il lavoro fatto dalla forza esterna può essere espresso come

$$dW = -PA\hat{\mathbf{j}} \cdot dy\hat{\mathbf{j}} = -PA dy$$

Poiché $A dy$ è la variazione di volume del gas dV , possiamo esprimere il lavoro fatto sul gas come

$$dW = -P dV$$

Se il gas è compresso, dV è negativo e il lavoro fatto sul gas è positivo. Se il gas si espande, dV è positivo e il lavoro fatto sul gas è negativo. Se il volume rimane costante, il lavoro fatto sul gas è zero. Il **lavoro** totale fatto sul gas quando il suo volume varia da V_i a V_f è dato dall'integrale di dW dato sopra:

► LAVORO FATTO SU UN GAS

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

17.7

Il lavoro svolto su un gas in una trasformazione quasi-statica che porta il gas da uno stato iniziale a uno stato finale è l'area cambiata di segno sotto la curva di un diagramma PV , calcolata fra lo stato iniziale e lo stato finale.

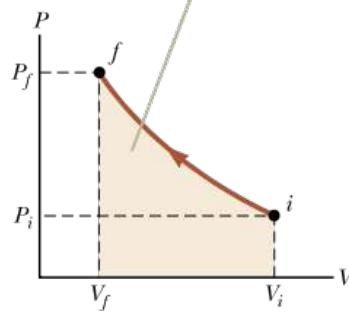


FIGURA 17.5 Un gas è compresso quasi staticamente (lentamente) da uno stato i allo stato f. Un agente esterno deve fare un lavoro positivo sul gas per comprimerlo.

Per calcolare questo integrale, si deve conoscere come varia la pressione col volume durante il processo di espansione.

In generale, la pressione non è costante durante una trasformazione che porta un gas da uno stato iniziale a uno stato finale, ma dipende dal volume e dalla temperatura. Se la pressione e il volume sono noti in ogni punto della trasformazione, gli stati del gas in ogni punto possono essere rappresentati con un particolare grafico – un **diagramma PV**, come nella Figura 17.5 – che è molto importante in termodinamica. Questo tipo di diagramma serve per visualizzare una trasformazione a cui è sottoposto un gas. La curva con una tale rappresentazione grafica si chiama *cammino* fra lo stato iniziale e finale.

Considerando l'integrale nell'Equazione 17.7 e riconoscendo il significato dell'integrale come l'area sotto una curva, identifichiamo un uso importante dei diagrammi *PV*: Il lavoro svolto su un gas in una trasformazione quasi-statica che porta il gas da uno stato iniziale a uno stato finale è l'area sotto la curva in un diagramma *PV*, calcolata fra lo stato iniziale e lo stato finale e cambiata di segno.

Come suggerisce la Figura 17.5, per il nostro processo di compressione di un gas nel cilindro, il lavoro fatto dipende dallo specifico cammino tra gli stati iniziale e finale. Per illustrare questo punto importante, si considerino alcuni cammini diversi che connettono i ed f (Fig. 17.6, pag 556). Nel processo descritto nella Figura 17.6a, il volume del gas è inizialmente ridotto da V_i a V_f a pressione costante P_i e succes-

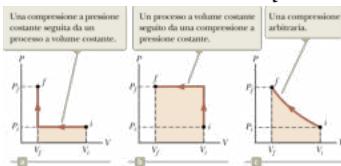


FIGURA 17.6 Il lavoro fatto su un gas da uno stato iniziale ad uno finale dipende dal cammino tra questi due stati.

sivamente la pressione del gas aumenta da P_i a P_f per riscaldamento a volume costante V_f . Il lavoro fatto sul gas lungo questo cammino è $-P_i(V_f - V_i)$. Nella Figura 17.6b, la pressione del gas viene aumentata da P_i a P_f a volume costante V_i e poi il volume del gas viene diminuito da V_i a V_f a pressione costante P_f . Il lavoro fatto sul gas lungo questo cammino è $-P_f(V_f - V_i)$, che ha un valore maggiore di quello della trasformazione descritta nella Figura 17.6a poiché il pistone è stato spostato della stessa distanza ma da una forza maggiore di quella della situazione descritta nella Figura 17.6a. Infine, per il processo descritto in Figura 17.6c, dove sia P che V variano con continuità, il lavoro svolto sul gas ha un certo valore intermedio fra i valori ottenuti nelle prime due trasformazioni.

L'energia trasferita Q sotto forma di calore verso o dal gas dipende anch'essa dal processo. Consideriamo le situazioni descritte in Figura 17.7. In ciascun caso il gas ha gli stessi valori iniziali di volume, temperatura e pressione e viene assunto come perfetto. In Figura 17.7a, il gas è termicamente isolato dal suo ambiente circostante tranne sul fondo dove è in contatto termico con un serbatoio di energia. Un *serbatoio di energia* (un termostato) è una sorgente di energia interna che è così grande che il trasferimento di una quantità finita di energia da o verso il serbatoio non cambia la sua temperatura. Il pistone è tenuto nella sua posizione iniziale da un agente esterno, come la tua mano. Quando si riduce leggermente la forza che tiene il pistone, il pistone si solleva molto lentamente fino alla sua posizione finale, come mostrato in Figura 17.7b. Poiché il pistone si muove verso l'alto, il gas compie lavoro sul pistone. Durante questa espansione al volume finale V_f , viene trasferita una quantità di energia, tramite calore, dal serbatoio al gas appena sufficiente a mantenere costante la temperatura T_i .

Consideriamo ora il sistema totalmente isolato termicamente mostrato in Figura 17.7c. Quando la membrana si rompe, il gas si espande rapidamente nel vuoto finché occupa un volume V_f e si trova a una pressione P_f . Lo stato finale del gas è mostrato in Figura 17.7d. In questo caso non si compie lavoro sul gas, perché non c'è alcuna forza agente sul gas; non è necessaria alcuna forza perché si espanda nel vuoto. Inoltre, non viene scambiata energia attraverso la parete termicamente isolata.

Come mostreremo nel Paragrafo 17.6, gli esperimenti mostrano che la temperatura iniziale e finale del gas non cambia nel processo indicato nelle Figure 17.7c

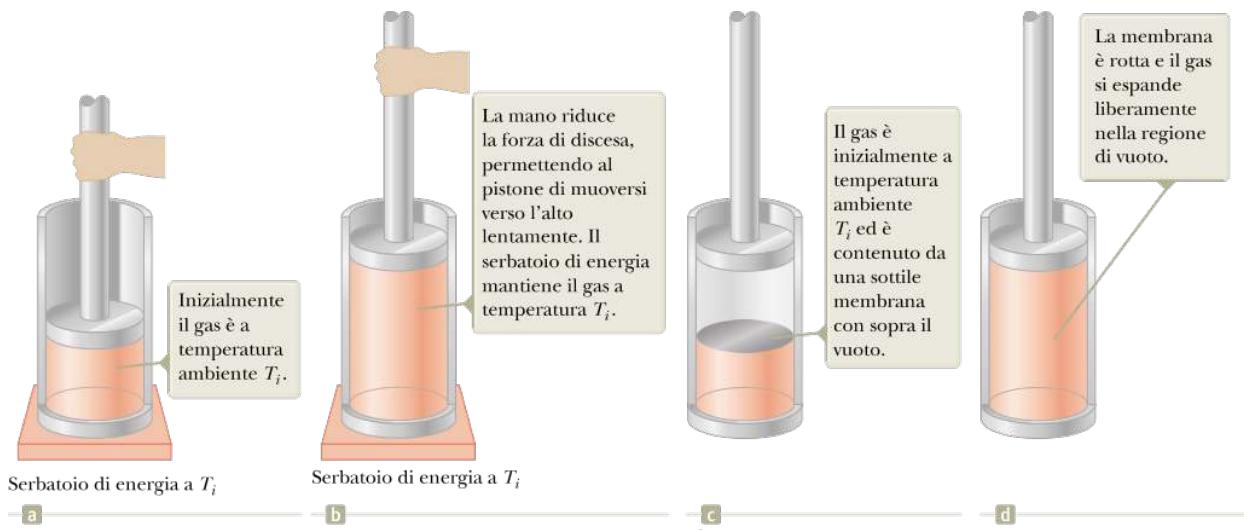


FIGURA 17.7 Gas in un cilindro: (a) Il gas è in contatto con una riserva di energia. Le pareti del cilindro sono perfettamente isolanti, ma la base in contatto con il serbatoio conduce. (b) Il gas si espande lentamente fino ad un volume maggiore. (c) Il gas è contenuto da una membrana in metà del volume con il vuoto nell'altra metà. L'intero cilindro è perfettamente isolante. (d) Il gas si espande liberamente fino ad un volume maggiore.

e 17.7d. Perciò, gli stati iniziale e finale del gas perfetto nelle Figure 17.7a e 17.7b sono identici agli stati iniziale e finale nelle Figure 17.7c e 17.7d ma i cammini sono diversi. Nel primo caso, il gas fa lavoro sul pistone, e l'energia è trasferita lentamente al gas tramite calore. Nel secondo caso, nessuna energia viene trasferita e il lavoro compiuto è nullo. Pertanto, l'energia trasferita tramite il calore, analogamente al lavoro compiuto, dipende dagli stati iniziale, intermedio e finale del sistema. In altre parole, poiché il calore e il lavoro dipendono dal cammino, nessuna quantità è determinata solamente dai punti finali di un processo termodinamico.

Esempio 17.4 Confronto di processi

Un gas ideale è sottoposto a due processi in cui $P_f = 1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$, $V_f = 2.00 \text{ m}^3$, $P_i = 0.200 \times 10^5 \text{ Pa}$ e $V_i = 10.0 \text{ m}^3$. Per il processo 1 mostrato in Figura 17.6c, la temperatura rimane costante. Per il processo 2 mostrato in Figura 17.6a, la pressione rimane costante e poi il volume rimane costante. Qual è il rapporto tra il lavoro W_1 fatto sul gas nel primo processo e il lavoro W_2 fatto nel secondo processo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Il primo principio della termodinamica

Nel Capitolo 7, abbiamo discusso l'equazione di conservazione dell'energia, Equazione 7.2. Consideriamo ora un caso particolare di questo principio generale, in cui la sola variazione dell'energia di un sistema riguardi la sua energia interna E_{int} , e i soli meccanismi di trasferimento siano il calore Q e il lavoro W , che abbiamo discusso in questo capitolo. Ciò conduce a una equazione che può essere usata per analizzare numerosi problemi di termodinamica.

Questo caso speciale dell'equazione di conservazione dell'energia chiamato **primo principio della termodinamica**, può essere scritto come

► PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W$$

17.8◀

Questa equazione indica che la variazione dell'energia interna di un sistema è uguale alla somma dell'energia trasferita attraverso il contorno del sistema tramite il calore e dell'energia trasferita tramite il lavoro.

La Figura 17.8 mostra il trasferimento di energia e la variazione di energia interna per un gas in un cilindro in accordo con il primo principio. L'Equazione 17.8 si può usare in una varietà di problemi nei quali le considerazioni sull'energia riguardino soltanto l'energia interna, il calore, e il lavoro. Considereremo brevemente alcuni esempi. Alcuni problemi non si adattano alle condizioni del primo principio. Per esempio, l'energia interna di un avvolgimento del tostapane non aumenta a causa del calore o del lavoro, ma piuttosto a causa della trasmissione elettrica. Ricordati che il primo principio è un caso particolare dell'equazione di conservazione dell'energia, e quest'ultima è l'equazione più generale che copre il più ampio campo di situazioni possibili.

Quando un sistema è sottoposto a un cambiamento di stato infinitesimale, come quello relativo a un trasferimento di una piccola quantità di energia dQ tramite il calore e a una piccola quantità di lavoro dW che si compie sul sistema, anche l'energia interna varia di una piccola quantità dE_{int} . Quindi, per trasformazioni infinitesime possiamo esprimere il primo principio come⁴

$$dE_{\text{int}} = dQ + dW$$

17.9◀



Prevenire le insidie | 17.6 Doppia convenzione del segno

Alcuni libri di fisica ed ingegneria presentano il primo principio della termodinamica come $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$, con un segno meno tra calore e lavoro. La ragione di questo è che il lavoro è definito in questi casi come lavoro fatto dal gas piuttosto che sul gas, come nella presente trattazione. L'equazione equivalente alla Equazione 17.7 in questi casi definisce il lavoro come $W = \int_{V_i}^{V_f} P \, dV$. Quindi, se un lavoro positivo è fatto dal gas, l'energia sta lasciando il sistema, il che comporta il segno negativo nella prima legge della termodinamica. Nei tuoi studi di chimica o ingegneria o nelle tue letture dei testi di fisica, stai attento alla convenzione dei segni adottata per la prima legge della termodinamica.

FIGURA 17.8 La prima legge della termodinamica eguaglia la variazione di energia interna in un sistema ΔE_{int} al trasferimento netto di energia al sistema tramite calore Q e lavoro W . Nella situazione mostrata qui l'energia interna del gas aumenta.

Non esiste alcuna distinzione fra calore e lavoro su scala microscopica. Ciascuno può produrre una variazione dell'energia interna di un sistema. Sebbene le grandezze macroscopiche Q e W non siano proprietà di un sistema, esse sono correlate alle variazioni di energia interna di un sistema stazionario attraverso il primo principio della termodinamica. Una volta che siano definiti una trasformazione o un cammino, Q e W possono essere entrambi calcolati o misurati, e la variazione di energia interna si può trovare dal primo principio.

QUIZ RAPIDO 17.4

Nelle ultime tre colonne della tabella seguente, completa gli spazi con il segno corretto (-, + o 0) per Q , W e ΔE_{int} . Per ogni situazione il sistema considerato viene identificato.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Sostanza	Sistema	Q	W	ΔE_{int}
(a) Gonfiare rapidamente una gomma di bicicletta	Aria nella pompa			
(b) Pentola d'acqua a temperatura ambiente posta su una stufa calda	Acqua nella pentola			
(c) Aria che fuoriesce rapidamente da un pallone	Aria inizialmente nel pallone			

FISICA RAGIONATA 17.2

Nella seconda parte degli anni '70 del secolo scorso, furono approvate case da gioco in Atlantic City, New Jersey, dove durante l'inverno può fare molto freddo. Le proiezioni sull'energia che furono preparate per i progetti delle case da gioco mostrarono che sarebbe stata necessaria l'aria condizionata per operare anche nel bel mezzo di un freddo gennaio. Perché?

Ragionamento Se consideriamo che l'aria nella casa da gioco sia un gas al quale possiamo applicare il primo principio, immaginiamo un modello semplificato in cui non vi sia aria condizionata e non vi sia ventilazione, cosicché questo gas rimane semplicemente a temperatura ambiente. Non vi è lavoro svolto sul gas, per cui focalizzeremo la nostra attenzione sull'energia trasferita dal calore. Una casa da gioco contiene un gran numero di persone, molte delle quali sono attive (lanciano dadi, grida di incoraggiamento, ecc.), e molte di queste si trovano in uno stato di eccitazione (festeggiamento, frustrazione, panico, ecc.). Perciò, queste persone emanano un grande flusso di energia sotto forma di calore dai loro corpi nell'aria. Questa energia va ad aumentare l'energia interna dell'aria della casa da gioco. Col grande numero di gente eccitata in una casa da gioco (oltre le numerosissime lampade incandescenti e le macchine da gioco), la temperatura del gas può aumentare rapidamente e raggiungere valori estremamente elevati. Per mantenere la temperatura a un livello confortevole, vi deve essere un trasferimento di energia dall'aria all'esterno per compensare l'immissione di energia. I calcoli hanno mostrato che la conduzione attraverso le pareti, anche in un gennaio a 10°F non è sufficiente per mantenere il richiesto trasferimento di energia,

sicché il sistema dell'aria condizionata deve funzionare continuamente per tutto l'anno. ▲

⁴Si noti che dQ e dW non sono veri differenziali poiché Q e W non sono variabili di stato, a differenza di dE_{int} che lo è. Per un approfondimento di questo punto, vi consigliamo R.P. Bauman, *Modern Thermodynamics and Statistical Mechanics* (New York, Macmillan, 1992).

Alcune applicazioni del primo principio della termodinamica

Per applicare il primo principio della termodinamica a sistemi specifici, è utile definire prima alcune trasformazioni termodinamiche comuni. Identificheremo alcune particolari trasformazioni usate come modelli semplificati per approssimare trasformazioni reali. Per ciascuna delle seguenti trasformazioni, costruiremo un modello immaginando che la trasformazione avvenga per il gas nella Figura 17.8.

Durante una **trasformazione adiabatica** l'energia non entra né esce dal sistema sottoforma di calore; cioè, $Q = 0$. Per il pistone della Figura 17.8, immaginiamo che tutte le superfici del pistone siano perfettamente isolanti, cosicché non si verifica trasferimento di energia sottoforma di calore (un altro modo per ottenere una trasformazione adiabatica è di compiere la trasformazione molto rapidamente, poiché il trasferimento di energia sotto forma di calore tende a essere relativamente lento). Applicando il primo principio a questo caso, vediamo che

$$\Delta E_{\text{int}} = W$$

17.10

Da questo risultato si vede che quando un gas è compresso adiabaticamente, sia W che ΔE_{int} sono positivi; viene compiuto lavoro sul gas, ovvero viene trasferita energia al sistema, pertanto l'energia interna del gas aumenta. Viceversa, quando il gas si espande adiabaticamente, ΔE_{int} è negativa.

Le trasformazioni adiabatiche sono molto importanti nella pratica ingegneristica. Comuni applicazioni riguardano l'espansione di gas caldi nei motori a combustione interna, la liquefazione dei gas in un sistema di raffreddamento e la fase di compressione in un motore diesel. Studieremo le trasformazioni adiabatiche più in dettaglio nel Paragrafo 17.8.

L'**espansione libera** descritta in Figura 17.7c-d è una particolare trasformazione adiabatica in cui non viene compiuto lavoro sul gas. Poiché $Q = 0$ e $W = 0$, si vede dal primo principio che $\Delta E_{\text{int}} = 0$ per questa trasformazione. Cioè, in una espansione libera l'energia interna iniziale e quella finale di un gas sono uguali. Come abbiamo visto nel Capitolo 16, l'energia interna di un gas perfetto dipende solo dalla sua temperatura. Pertanto, non ci aspetteremo alcuna variazione di temperatura in una espansione libera adiabatica, il che è in accordo con gli esperimenti svolti alle basse pressioni. Esperimenti con gas reali ad alta pressione mostrano una leggera diminuzione o un leggero aumento della temperatura dopo l'espansione a causa delle interazioni fra le molecole.

Una trasformazione che avviene a pressione costante è detta **trasformazione isobara**. Nella Figura 17.8, finché il pistone è perfettamente libero di muoversi, la pressione del gas all'interno del cilindro è dovuta alla pressione atmosferica e al peso del pistone. Quindi, il pistone può essere immaginato come una particella in equilibrio. Quando si verifica una tale trasformazione, il lavoro compiuto sul gas è semplicemente il prodotto della pressione costante per la variazione di volume cambiato di segno, ossia $-P(V_f - V_i)$. Su un diagramma PV , una trasformazione isobara appare come una linea orizzontale, come la prima parte della trasformazione in Figura 17.6a, oppure la seconda parte della trasformazione in Figura 17.6b.

Una trasformazione che avviene a volume costante è detta **trasformazione isocora**. In Figura 17.8, una trasformazione isocora è ottenuta fermando con un morsetto il pistone affinché non si muova. In una tale trasformazione, il lavoro compiuto è nullo poiché il volume non varia. Quindi, il primo principio applicato a una trasformazione isocora dà

$$\Delta E_{\text{int}} = Q$$

17.11

Prevenire le insidie | 17.7 La prima legge

Col nostro approccio all'energia in questo libro, il primo principio della termodinamica è un caso speciale della Equazione 7.2. Alcuni fisici sostengono che il primo principio rappresenta l'equazione generale per la conservazione dell'energia, equivalente alla Equazione 7.2. In questo approccio, la prima legge è applicata ad un sistema chiuso (così che non c'è trasferimento di materia), il calore è interpretato come quello incluso nella radiazione elettromagnetica ed il lavoro è interpretato come quello incluso nella trasmissione elettrica (lavoro elettrico) e nelle onde meccaniche (lavoro molecolare). Tieni in mente questi concetti durante la tua lettura di altri libri di fisica.

Prevenire le insidie | 17.8 $Q \neq 0$ in processi isotermici

Non cadere nella comune trappola di pensare che non ci debba essere

Questa equazione ci dice che se si aggiunge energia sotto forma di calore a un sistema tenuto a volume costante, tutta l'energia va ad aumentare l'energia interna del sistema e non entra o esce nulla dal sistema sottoforma di lavoro. Per esempio, quando una lattina di aerosol è gettata nel fuoco, entra energia nel sistema (il gas nella lattina) sotto forma di calore attraverso le pareti di metallo della lattina. Di conseguenza, la temperatura e la pressione del gas aumentano fino a quando la lattina con tutta probabilità esplode. Su un diagramma PV , una trasformazione isocora appare come una linea verticale, come la seconda parte della trasformazione in Figura 17.6a oppure come la prima parte della trasformazione in Figura 17.6b.

trasferimento di energia tramite calore se la temperatura non cambia come nel caso di un processo isotermico. Poiché la causa del cambiamento di temperatura può essere o il calore o il lavoro, la temperatura può rimanere costante anche se l'energia entra nel gas come calore, il che può solo accadere se l'energia che entra nel sistema ne esce sotto forma di lavoro.

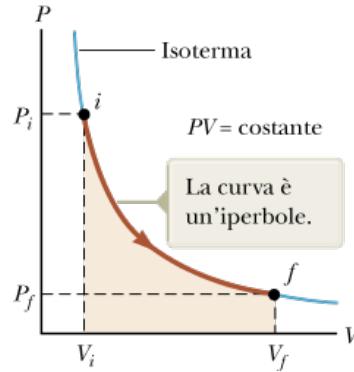


FIGURA 17.9 Il diagramma PV per una espansione isoterma di un gas ideale da uno stato iniziale ad uno finale.

Una trasformazione che avviene a temperatura costante è detta **trasformazione isotermica**. Poiché l'energia interna di un gas perfetto è solo funzione della temperatura, in una trasformazione isotermica di un gas perfetto, $\Delta E_{\text{int}} = 0$. Quindi, il primo principio applicato a una trasformazione isotermica dà

$$Q = -W$$

In una trasformazione isotermica, qualunque energia che entri nel gas tramite il lavoro, lascia il gas tramite il calore in modo tale che l'energia interna rimanga costante. Sul diagramma PV , una trasformazione isotermica appare come una linea curva, come quella della Figura 17.9. Il cammino della trasformazione isotermica in Figura 19.7 segue la curva blu, che è un'**isotermica**, definita come la curva passante attraverso tutti i punti sul diagramma PV per il quale il gas ha la stessa temperatura. Il lavoro compiuto sul gas perfetto in una trasformazione isotermica è stato calcolato nell'Esempio 17.4:

$$W = -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \quad (\text{processo isotermico})$$

17.12 ▶

La trasformazione isotermica può essere analizzata con un modello di sistema non isolato nello stato stazionario come discusso nel Paragrafo 7.3. Vi è un trasferimento di energia attraverso il contorno del sistema, ma non si realizza alcuna variazione dell'energia interna del sistema. Le trasformazioni adiabatiche, isobare e isocore sono esempi di sistemi non isolati.

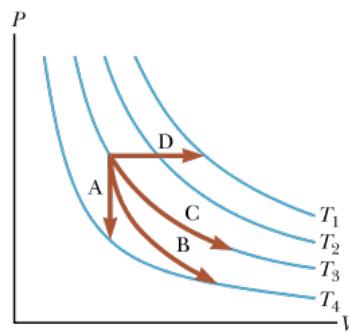


FIGURA 17.10 (Quiz rapido 17.5) Identifica a natura dei cammini A, B, C e D.

Ora consideriamo il caso in cui un sistema non isolato subisca una **trasformazione ciclica**, cioè, una trasformazione che inizia e finisce nello stesso stato. In questo caso, la

variazione di energia interna deve essere zero perché l'energia interna è una variabile di stato e gli stati iniziale e finale coincidono. L'energia immessa nel sistema sotto forma di calore deve quindi uguagliare il lavoro, cambiato di segno, compiuto sul sistema durante il ciclo. Ossia, in una trasformazione ciclica

$$\Delta E_{\text{int}} = 0 \quad \text{e} \quad Q = -W$$

Il lavoro complessivo compiuto per ciclo è uguale all'area racchiusa dal cammino che rappresenta la trasformazione nel diagramma PV . Come vedremo nel Capitolo 18, le trasformazioni cicliche sono molto importanti per descrivere la termodinamica dei **motori termici**, dispositivi termici in cui una frazione dell'energia immessa nel sistema tramite il calore viene estratta come lavoro meccanico.

QUIZ RAPIDO 17.5

Caratterizza i cammini in Figura 17.10 come isobari, isocori, isotermi. Per il percorso B, $Q = 0$. Le curve blu sono isotermi.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

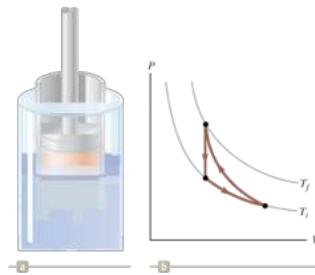


FIGURA 17.11 (Esempio 17.5) (a) Vista in sezione di un cilindro contenente un gas perfetto immerso in un bagno di acqua e ghiaccio. (b) Il diagramma PV per il ciclo descritto.

Esempio 17.5 Un cilindro in un bagno di acqua e ghiaccio

Il cilindro di Figura 17.11a ha le pareti termicamente conduttrici ed è immerso in un bagno di acqua e ghiaccio. Il gas all'interno del cilindro subisce tre trasformazioni: (1) il pistone viene spinto rapidamente verso il basso, comprimendo il gas nel cilindro; (2) il pistone è tenuto nella posizione finale della precedente trasformazione mentre il gas ritorna alla temperatura del bagno; e (3) il pistone viene sollevato molto lentamente fino a raggiungere la sua posizione iniziale.

Il lavoro svolto sul gas durante il ciclo è 500 J. Qual è la massa di ghiaccio del bagno che fonde durante il ciclo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 17.6 L'immersione di un bicchiere

Un bicchiere vuoto è tenuto capovolto su una superficie d'acqua. Un sommozzatore porta il bicchiere, che rimane capovolto, alla profondità di 10.3 m sotto la superficie in modo che l'aria rimanga intrappolata nel bicchiere. Si assume che la temperatura dell'acqua rimanga costante a 285 K durante la discesa.

(A) Alla profondità di 10.3 m, qual è la frazione del volume del bicchiere occupata dall'aria?

(B) Ci sono 0.0200 moli di aria intrappolate nel bicchiere. Durante la trasformazione quanta energia sotto forma di calore attraversa la superficie del sistema costituito dall'aria intrappolata nel bicchiere?

VISUALIZZA SOLUZIONE

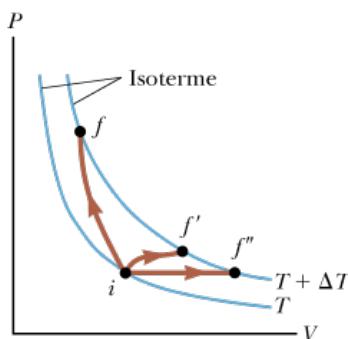


FIGURA 17.12 Un gas perfetto segue tre diversi percorsi fra una isoterma a temperatura T e una seconda isoterma a temperatura $T + \Delta T$.

Calori specifici molari dei gas perfetti

Nel Paragrafo 17.2, abbiamo considerato l'energia necessaria per variare la temperatura di una massa m di una sostanza di ΔT . In questo paragrafo, concentreremo la nostra attenzione sui gas perfetti, misurando la quantità di gas in numero di moli n piuttosto che in massa m . Nel far ciò, troveremo alcuni importanti nuovi collegamenti fra la termodinamica e la meccanica.

L'energia necessaria per aumentare la temperatura di n moli di gas da T_i a T_f dipende dal cammino seguito fra gli stati iniziale e finale. Per capire ciò, consideriamo un gas perfetto sottoposto a diverse trasformazioni di modo che la variazione della sua temperatura sia $\Delta T = T_f - T_i$ per tutte le trasformazioni. La variazione di temperatura può ottenersi percorrendo differenti cammini che ci fanno passare da un'isoterma ad un'altra, come in Figura 17.12. Poiché ΔT è lo stesso per tutti i cammini, la variazione di energia interna ΔE_{int} è la stessa per tutti i cammini. Dal primo principio, $Q = \Delta E_{\text{int}} - W$; vediamo, tuttavia, che il calore Q per ciascun cammino è diverso poiché W (l'area sotto la curva cambiata di segno) è diverso per ciascun cammino. Quindi l'energia necessaria per produrre una data variazione di temperatura non è un unico valore.

Questa difficoltà è risolta definendo i calori specifici per le due trasformazioni discusse nel Paragrafo 17.6: le trasformazioni isocore e quelle isobare. Modificando l'Equazione 17.3 in modo tale da misurare il gas in moli, definiamo i **calori specifici molari** associati a queste trasformazioni con le seguenti equazioni:

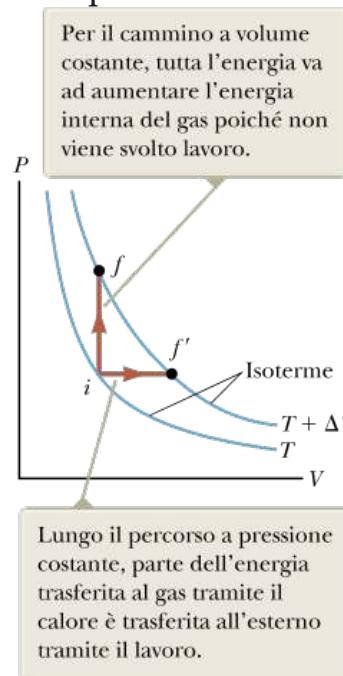


FIGURA 17.13 L'energia viene trasferita a un gas perfetto tramite il calore in due modi.

$$Q = nC_V \Delta T \quad (\text{volume costante}) \quad 17.13$$

$$Q = nC_P \Delta T \quad (\text{pressione costante}) \quad 17.14$$

dove C_V è il **calore specifico molare a volume costante** e C_P è il **calore specifico molare a pressione costante**.

Nel Capitolo 16, abbiamo trovato che la temperatura di un gas monoatomico è una misura dell'energia cinetica traslazionale media delle molecole del gas. Tenendo conto di ciò, consideriamo il caso più semplice di un gas perfetto monoatomico (cioè, un gas costituito da un atomo per molecola), come l'elio, il neon o l'argon. Quando si fornisce energia a un gas monoatomico all'interno di un contenitore con un volume fissato (per es. riscaldandolo), tutta l'energia somministrata va ad aumentare l'energia cinetica traslazionale degli atomi. Non vi è altro modo di immagazzinare energia in un gas monoatomico. La trasformazione a volume costante da i a f è descritta nella Figura 17.13, dove ΔT è la differenza di temperatura fra le due isoterme. Dall'Equazione 16.18 vediamo che l'energia interna totale E_{int} di N molecole (o n moli) di un gas perfetto monoatomico è

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nRT$$

17.15◀

Se dell'energia è trasferita tramite il calore al sistema a volume costante, il lavoro compiuto sul sistema è zero. Cioè, $W = -\int PdV = 0$ per una trasformazione a volume costante. Quindi, dal primo principio della termodinamica e dall'Equazione 17.15 troviamo

$$Q = \Delta E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nR \Delta T$$

17.16◀

TABELLA 17.3 | Calori specifici molari di vari gas

Gas	Calore specifico molare ^a (J/mol · K)			
	C_p	C_v	$C_p - C_v$	$\gamma = C_p/C_v$
Gas monoatomici				
He	20.8	12.5	8.33	1.67
Ar	20.8	12.5	8.33	1.67
Ne	20.8	12.7	8.12	1.64
Kr	20.8	12.3	8.49	1.69
Gas biatomici				
H ₂	28.8	20.4	8.33	1.41
N ₂	29.1	20.8	8.33	1.40
O ₂	29.4	21.1	8.33	1.40
CO	29.3	21.0	8.33	1.40
Cl ₂	34.7	25.7	8.96	1.35
Gas poliatomici				
CO ₂	37.0	28.5	8.50	1.30
SO ₂	40.4	31.4	9.00	1.29
H ₂ O	35.4	27.0	8.37	1.30
CH ₄	35.5	27.1	8.41	1.31

^aTutti i valori eccetto quelli dell'acqua sono stati ottenuti a 300 K.

Sostituendo il valore di Q dato dall'Equazione 17.13 nell'Equazione 17.16, abbiamo

$$\begin{aligned} nC_V \Delta T &= \frac{3}{2} nR \Delta T \\ C_V &= \frac{3}{2} R = 12.5 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \end{aligned}$$

17.17◀

Questa espressione prevede un valore di $C_V = \frac{3}{2} R$ per *tutti* i gas monoatomici, indipendentemente dal tipo di gas. La previsione è basata sul nostro modello strutturale di teoria cinetica nel quale gli atomi interagiscono fra loro soltanto attraverso forze agenti su brevi distanze. La terza colonna della Tabella 17.3 indica che questa previsione è in eccellente accordo con i valori misurati dei calori specifici molari per i gas monoatomici. Indica pure che questa previsione non si accorda con i valori dei calori specifici molari per i gas biatomici e poliatomici. Affronteremo successivamente questi tipi di gas.

Poiché non viene compiuto alcun lavoro su un gas perfetto in una trasformazione isocora, l'energia trasferita sotto forma di calore è uguale alla variazione di energia interna. Quindi, la variazione di energia interna si può esprimere come

$$\Delta E_{\text{int}} = nC_V \Delta T$$

17.18◀

Poiché l'energia interna è una funzione di stato, la variazione di energia interna non dipende dal cammino seguito fra gli stati iniziale e finale. Quindi, l'Equazione 17.18 dà la variazione di energia interna di un gas perfetto per *qualsiasi* trasformazione nella quale la variazione di temperatura sia ΔT , non necessariamente una trasformazione isocora. Inoltre, essa è vera per gas monoatomici, biatomici e poliatomici.

Nel caso di variazioni infinitesime, possiamo usare l'Equazione 17.18 per esprimere il calore specifico molare a volume costante come

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dE_{\text{int}}}{dT}$$

17.19◀

Supponiamo ora che il gas segua il cammino a pressione costante $i \rightarrow f'$ della Figura 17.13. Lungo questo cammino, la temperatura aumenta ancora di ΔT . L'energia trasferita al gas sotto forma di calore in questa trasformazione è $Q = nC_p \Delta T$. Poiché in questa

trasformazione il volume varia, il lavoro svolto sul gas è $W = -P \Delta V$. Applicando il primo principio si ottiene

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W = nC_p \Delta T - P \Delta V$$

17.20◀

La variazione di energia interna per la trasformazione $i \rightarrow f'$ è uguale a quella della trasformazione $i \rightarrow f$ poiché E_{int} dipende soltanto dalla temperatura per un gas perfetto e ΔT è la stessa per ambedue le trasformazioni. Poiché $PV = nRT$, per una trasformazione a pressione costante $P\Delta V = nR \Delta T$. Sostituendo questo valore per $P \Delta V$ nell'Equazione 17.20 con $\Delta E_{\text{int}} = nC_V \Delta T$ (Eq. 17.18) si ottiene

► RELAZIONE TRA CALORI SPECIFICI MOLARI

$$nC_V \Delta T = nC_p \Delta T - nR \Delta T \rightarrow C_p - C_V = R$$

17.21◀

Questa espressione si applica a *qualsiasi* gas perfetto. Essa mostra che il calore specifico molare di un gas perfetto a pressione costante è maggiore del calore specifico molare a volume costante di una quantità R , la costante universale dei gas. Come è mostrato dalla quarta colonna della Tabella 17.3, questo risultato è in buon accordo con i gas reali indipendentemente dal numero di atomi nella molecola.

Poiché $C_V = \frac{3}{2}R$ per un gas perfetto monoatomico, l'Equazione 17.21 predice un valore $C_p = \frac{5}{2}R = 20.8 \text{ J/mol}$ per il calore specifico molare di un gas monoatomico a pressione costante. La seconda colonna della Tabella 17.3 mostra la validità di questa previsione per i gas monoatomici.

Il rapporto dei calori specifici molari è una grandezza adimensionale γ :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

17.22◀

Per un gas monoatomico, questo rapporto ha il valore:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3} = 1.67$$

L'ultima colonna della Tabella 17.3 mostra un buon accordo fra questo valore previsto per γ e i valori sperimentali misurati per i gas monoatomici.

QUIZ RAPIDO 17.6

- (i) Come cambia l'energia interna di un gas perfetto quando segue il cammino $i \rightarrow f$ nella Figura 17.3? (a) E_{int} aumenta. (b) E_{int} diminuisce. (c) E_{int} rimane la stessa. (d) Non ci sono sufficienti informazioni per stimare come cambia E_{int} . (ii) Scegliendo tra le medesime risposte, come cambia l'energia interna di un gas quando segue il percorso $f \rightarrow f'$ lungo l'isoterma indicata come $T + \Delta T$ nella Figura 17.13?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 17.7 Riscaldamento di un cilindro di elio

Un cilindro contiene 3.00 mol di gas elio alla temperatura di 300 K.

(A) Quanta energia si deve trasferire al gas sotto forma di calore per aumentare la sua temperatura fino a 500 K se il gas è riscaldato a volume costante?

(B) Quanta energia deve essere trasferita sotto forma di calore al gas a pressione costante per portare la temperatura a 500 K?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Trasformazioni adiabatiche per un gas perfetto

Nel Paragrafo 17.6, abbiamo identificato diverse particolari trasformazioni di interesse per i gas perfetti. In tre di esse, è tenuta costante una variabile di stato: P = costante per una trasformazione isobara, V = costante per una trasformazione isocora, e T = costante per una trasformazione isoterma. Cosa caratterizza la trasformazione adiabatica? Vi è qualcosa di costante in questa trasformazione? Come ricorderai, in una trasformazione adiabatica nessuna energia è trasferita tramite il calore fra il sistema e il suo ambiente circostante. In realtà, trasformazioni completamente adiabatiche sulla Terra non possono avvenire poiché non esistono isolanti termici perfetti. Tuttavia, alcune trasformazioni sono quasi adiabatiche. Per esempio, se un gas è compresso (o espanso) molto rapidamente, pochissima energia fluisce attraverso il sistema (in entrata o in uscita) sotto forma di calore, cosicché la trasformazione è quasi adiabatica.

Supponiamo che un gas perfetto sia sottoposto a una espansione adiabatica quasistatica. Troviamo che tutte e tre le variabili dell'equazione di stato dei gas perfetti – P , V , T – variano durante la trasformazione adiabatica. In ogni istante durante la trasformazione, tuttavia, l'equazione di stato dei gas perfetti $PV = nRT$ descrive la corretta relazione fra queste tre variabili. Sebbene nessuna delle tre variabili da sola rimanga costante in questa trasformazione, troviamo che una *combinazione* di alcune di queste variabili rimane costante. Questa relazione viene derivata nella seguente discussione.

Immaginiamo un gas che si espanda adiabaticamente in un cilindro termicamente isolato, cosicché $Q = 0$. Assumiamo che la variazione infinitesima di volume sia dV e la variazione infinitesima di temperatura sia dT . Il lavoro compiuto sul gas è $-P dV$. La variazione di energia interna è data dalla forma differenziale dell'Equazione 17.18, $dE_{\text{int}} = nC_V dT$. Quindi, il primo principio della termodinamica diventa

$$dE_{\text{int}} = dQ + dW \rightarrow nC_V dT = 0 - P dV \quad 17.23$$

La forma differenziale dell'equazione di stato dei gas perfetti, $PV = nRT$, è

$$P dV + V dP = nR dT$$

Eliminando $n dT$ da queste due ultime equazioni, troviamo che

$$P dV + V dP = -\frac{R}{C_V} P dV$$

Dall'Equazione 17.21, sostituiamo $R = C_P - C_V$ e dividiamo per PV ottenendo

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = -\left(\frac{C_P - C_V}{C_V}\right) \frac{dV}{V} = (1 - \gamma) \frac{dV}{V}$$

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

Integrando questa espressione si ottiene

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{costante}$$

che si può scrivere come

► RELAZIONE TRA P E V IN UNA TRASFORMAZIONE ADIABATICA PER UN GAS PERFETTO

$$PV^\gamma = \text{costante}$$

17.24◀

Il diagramma PV per una espansione adiabatica è mostrato in Figura 17.14. Poiché $\gamma > 1$, la curva PV è più ripida di quella per l'espansione isoterma, per la quale $PV = \text{costante}$. L'Equazione 17.24 mostra che durante un'espansione adiabatica, ΔE_{int} è negativa e quindi ΔT è negativa. Allora, il gas si raffredda durante un'espansione adiabatica. Al contrario, la temperatura aumenta se il gas è compresso adiabaticamente. L'Equazione 17.24 può essere espressa in funzione degli stati iniziale e finale

$$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$$

17.25◀

Usando l'equazione di stato dei gas perfetti, l'Equazione 17.24 si può anche esprimere come

$$TV^{\gamma-1} = \text{costante}$$

17.26◀

Data la relazione nell'Equazione 17.24, si può mostrare che il lavoro fatto sul gas durante una trasformazione adiabatica è

$$W = \left(\frac{1}{\gamma - 1} \right) (P_f V_f - P_i V_i)$$

17.27◀

Il Problema 84 vi invita a derivare questa equazione.

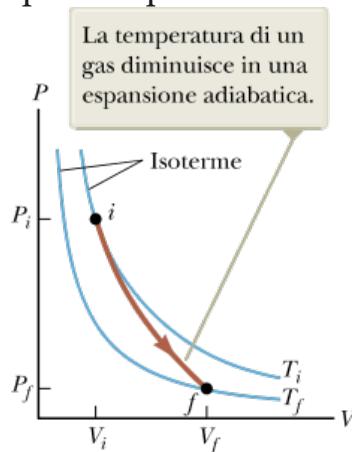


FIGURA 17.14 Il diagramma PV per una espansione adiabatica di un gas perfetto.

Esempio 17.8 Un cilindro di motore diesel

La miscela benzina-aria nel cilindro di un motore diesel a 20.0°C è compressa da una pressione iniziale di 1.00 atm e volume di 800.0 cm^3 a un volume di 60.0 cm^3 . Assumendo che la miscela si comporti come un gas perfetto con $\gamma = 1.40$ e che la compressione sia adiabatica, trovare la pressione finale e la temperatura della miscela.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Calori specifici molari ed equipartizione dell'energia

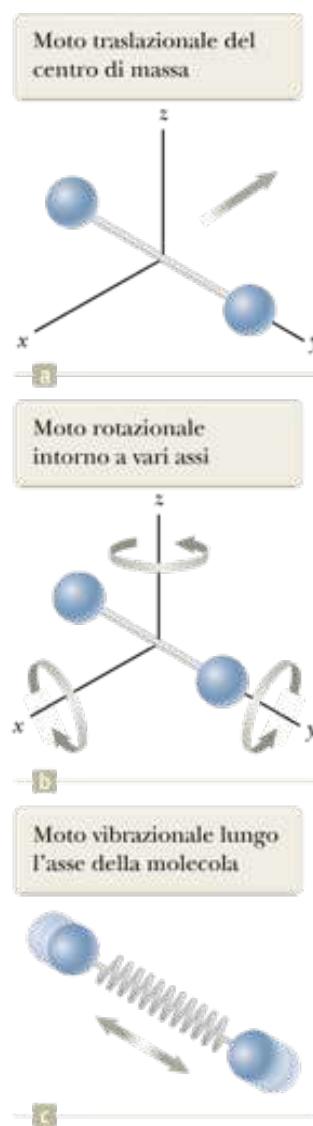


FIGURA 17.15 Possibili moti di una molecola biatomica.

Abbiamo visto che le previsioni dei calori specifici molari basati sulla teoria cinetica sono in ottimo accordo con il comportamento dei gas monoatomici ma non con il comportamento dei gas complessi (Tabella 17.3). Per spiegare le variazioni in C_V e C_P fra i gas monoatomici ed i gas più complessi, esploriamo l'origine del calore specifico estendendo il nostro modello strutturale della teoria cinetica discussa nel Capitolo 16. Nel Paragrafo 16.5, abbiamo discusso il fatto che il solo contributo all'energia interna di un gas monoatomico è l'energia cinetica traslazionale delle molecole. Abbiamo anche discusso il teorema di equipartizione dell'energia, il quale afferma che, all'equilibrio, ciascun grado di libertà contribuisce, in media, di $\frac{1}{2} K_B T$ all'energia per molecola. Il gas monoatomico ha tre gradi di libertà, ognuno associato con ciascuna delle direzioni indipendenti del moto traslazionale.

Per molecole più complesse esistono altri tipi di moto oltre quello traslazionale. L'energia interna di un gas biatomico o poliatomico include il contributo del moto vibrazionale e rotazionale delle molecole oltre a quello traslazionale. I moti vibrazionale e rotazionale di molecole complesse possono attivarsi per mezzo degli urti e quindi essere “accoppiati” al moto traslazionale delle molecole. La parte della fisica nota come *meccanica statistica* suggerisce che l'energia media per ciascuno di questi ulteriori gradi di libertà sia la stessa di quelli traslazionali. Ciò a sua volta suggerisce che la determinazione dell'energia interna di un gas è semplicemente una questione di calcolo dei gradi di libertà. Troveremo che ciò è vero, sebbene il modello debba essere modificato con alcune nozioni tratte dalla fisica quantistica affinché si possano giustificare completamente i dati sperimentali.

Consideriamo un gas biatomico, che possiamo descrivere schematicamente come composto da strutture a forma di manubrio (Fig. 17.15), e applichiamo ad esso i concetti che abbiamo studiato nel Capitolo 10. In questo modello, il centro di massa della molecola può traslare nelle direzioni x , y , z (Fig. 17.15a). Per questa ragione, la molecola si comporta come una particella, proprio come un atomo in un gas monoatomico. Inoltre, se consideriamo la molecola come un oggetto rigido, può ruotare intorno a tre assi mutuamente perpendicolari

(Fig. 17.15b). Possiamo non considerare la rotazione attorno all'asse y poiché il momento di inerzia e l'energia rotazionale I^2 attorno a quest'asse sono trascurabili rispetto a quelli associati con gli assi x e z . Quindi, vi sono cinque gradi di libertà: tre associati con il moto traslazionale e due associati con il moto rotazionale. Poiché ciascun grado di libertà contribuisce, in media, con $\frac{1}{2} K_B T$ di energia per molecola, l'energia interna totale per un gas biatomico che consiste di N molecole, considerando sia la traslazione che la rotazione, è

12

$$E_{\text{int}} = 3N(\frac{1}{2} k_B T) + 2N(\frac{1}{2} k_B T) = \frac{5}{2} Nk_B T = \frac{5}{2} nRT$$

Possiamo usare questo risultato e l'Equazione 17.19 per prevedere il calore specifico molare a volume costante:

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dE_{\text{int}}}{dT} = \frac{1}{n} \frac{d}{dT} (\frac{5}{2} nRT) = \frac{5}{2} R = 20.8 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \quad 17.28 \blacktriangleleft$$

Dalle Equazioni 17.21 e 17.22 troviamo che il modello predice

$$C_P = C_V + R = \frac{7}{2} R \quad 17.29 \blacktriangleleft$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{7}{2} R}{\frac{5}{2} R} = \frac{7}{5} = 1.40 \quad 17.30 \blacktriangleleft$$

Incorporiamo ora nel modello la vibrazione delle molecole. Usiamo il modello strutturale per la molecola biatomica in cui i due atomi sono collegati da una molla immaginaria (Fig. 17.15c) e applichiamo i concetti del Capitolo 12. Il moto vibrazionale ha due tipi di energia associata con le vibrazioni secondo la lunghezza della molecola – energia cinetica degli atomi ed energia potenziale della molla – che aggiunge altri due gradi di libertà per un totale di sette per traslazione, rotazione e vibrazione. Poiché ciascun grado di libertà contribuisce con $\frac{1}{2} K_B T$ di energia per molecola, l'energia interna totale per un gas biatomico di N molecole, considerando tutti i tipi di moto, è:

$$E_{\text{int}} = 3N(\frac{1}{2} k_B T) + 2N(\frac{1}{2} k_B T) + 2N(\frac{1}{2} k_B T) = \frac{7}{2} Nk_B T = \frac{7}{2} nRT$$

Quindi, il calore specifico molare a volume costante è previsto che sia

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dE_{\text{int}}}{dT} = \frac{1}{n} \frac{d}{dT} (\frac{7}{2} nRT) = \frac{7}{2} R = 29.1 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \quad 17.31 \blacktriangleleft$$

Dalle Equazioni 17.21 e 17.22,

$$C_P = C_V + R = \frac{9}{2} R \quad 17.32 \blacktriangleleft$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{9}{2} R}{\frac{7}{2} R} = \frac{9}{7} = 1.29 \quad 17.33 \blacktriangleleft$$

Quando confrontiamo le nostre previsioni con la sezione della Tabella 17.3 corrispondente ai gas biatomici, troviamo un risultato curioso. Per i primi quattro gas – idrogeno, azoto, ossigeno e monossido di carbonio – il valore di C_V è quasi quello previsto dall'Equazione 17.28, che include le rotazioni ma non le vibrazioni. Il valore per il quinto gas, il cloro, si trova fra la previsione che include la rotazione e la previsione che include rotazione e

vibrazione. Nessuno dei valori si accorda con l'Equazione 17.31, che si basa sul modello più completo per il moto di una molecola biatomica!

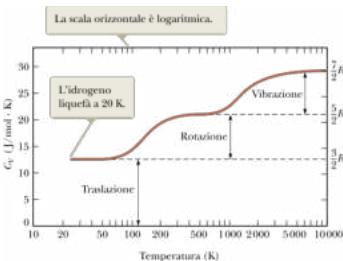


FIGURA 17.16 Calore specifico molare dell'idrogeno in funzione della temperatura.

Sembrerebbe che il nostro modello sia un fallimento per la previsione dei calori specifici molari dei gas biatomici. Possiamo, tuttavia, rivendicare il successo del nostro modello se le misure del calore specifico molare sono eseguite su un ampio campo di temperature, piuttosto che per la sola temperatura riportata nella Tabella 17.3. La Figura 17.16 mostra il calore specifico molare dell'idrogeno in funzione della temperatura. La curva ha tre zone piatte ed esse si trovano in corrispondenza dei valori del calore specifico molare previsti dalle Equazioni 17.17, 17.28 e 17.31! Per basse temperature, il gas idrogeno biatomico ha un comportamento simile a quello di un gas monoatomico. Quando la temperatura aumenta fino alla temperatura ambiente, il suo calore specifico molare aumenta fino al valore di quello del gas biatomico, in accordo con l'inclusione della rotazione ma non della vibrazione. Per temperature più alte, il calore specifico molare è coerente col modello che include tutti i tipi di moto.

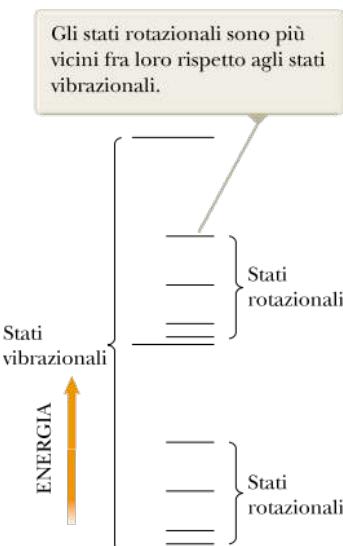


FIGURA 17.17 Un diagramma dei livelli energetici per gli stati vibrazionali e rotazionali di una molecola biatomica.

Prima di affrontare le ragioni di questo misterioso comportamento, facciamo un breve commento sui gas poliatomici. Per le molecole con più di due atomi, il numero di gradi di libertà è ancora maggiore e le vibrazioni sono più complesse di quelle di una molecola biatomica. Ciò conduce a una previsione ancora maggiore per il calore specifico molare, che è in accordo qualitativo con gli esperimenti. Per i gas poliatomici mostrati in Tabella 17.3, vediamo che i calori specifici molari sono più alti di quelli dei gas biatomici. Più numerosi sono i gradi di libertà disponibili per una molecola, più numerosi sono i "modi" possibili di immagazzinare energia, col risultato di un calore specifico molare maggiore.

Un'indicazione di quantizzazione dell'energia

Il nostro modello per i calori specifici molari è stato basato finora su nozioni puramente classiche. Esso predice un valore di calore specifico molare per un gas biatomico che, secondo la Figura 17.16, si accorda soltanto con le misure sperimentali fatte ad alte temperature. Per spiegare perché questo valore sia verificato soltanto ad alte temperature e perché esistono zone piatte in Figura 17.16 dobbiamo andare oltre la fisica classica e introdurre nel nostro modello qualcosa della fisica quantistica. Nel Paragrafo 11.5, abbiamo discusso la quantizzazione dell'energia per l'atomo di idrogeno. Soltanto certe energie sono messe al sistema, e si può disegnare un diagramma dei livelli energetici per individuare queste energie messe. Per una molecola, la fisica quantistica ci dice che le energie rotazionali e vibrazionali sono quantizzate. La Figura 17.17 mostra un diagramma dei livelli energetici per gli stati quantici rotazionali e vibrazionali di una molecola biatomica. Si noti

che gli stati vibrazionali sono separati da intervalli di energia più grandi di quelli degli stati rotazionali.

A basse temperature, l'energia che una molecola guadagna negli urti con le molecole vicine non è generalmente sufficiente per portarla nel suo primo stato eccitato rotazionale o vibrazionale. Tutte le molecole si trovano dunque nello stato fondamentale per la rotazione e la vibrazione. A basse temperature, il solo contributo all'energia media delle molecole è dovuto alla traslazione, e il calore specifico è quello previsto dall'Equazione 17.17.



L'assenza di neve su alcune parti del tetto mostra che l'energia viene trasferita dall'interno dell'abitazione all'esterno più rapidamente attraverso quelle parti.

L'abbaino sembra essere stato aggiunto e isolato. Il tetto principale non sembra essere stato ben isolato.

Quando la temperatura aumenta, anche l'energia media delle molecole aumenta. In alcuni urti, una molecola può ricevere sufficiente energia da un'altra molecola tale da eccitare il primo stato rotazionale. Quando la temperatura è aumentata ulteriormente, altre molecole possono essere eccitate in questo stato. Il risultato è che la rotazione inizia a contribuire all'energia interna e il calore specifico molare aumenta. Intorno alla temperatura ambiente (Fig. 17.16), si raggiunge la seconda zona piatta e le rotazioni contribuiscono totalmente al calore specifico molare. Il calore specifico molare è ora uguale al valore previsto dall'Equazione 17.28.

A temperatura ambiente le vibrazioni non contribuiscono, poiché gli stati vibrazionali si trovano ad energia maggiore di quelli rotazionali; le molecole si trovano ancora nello stato fondamentale vibrazionale. La temperatura deve essere aumentata ancora per eccitare il primo stato vibrazionale. Ciò accade, in Figura 17.16, fra 1000 K e 10000 K. A 10 000 K, sul lato destro della figura, le vibrazioni contribuiscono all'energia interna e il calore specifico molare ha il valore previsto dall'Equazione 17.31.

Le previsioni di questo modello strutturale sono sostenute dal teorema di equipartizione dell'energia. Inoltre, l'inclusione nel modello della quantizzazione dell'energia dalla fisica quantistica permette una comprensione completa della Figura 17.16. Questo eccellente esempio mostra la potenza di un approccio per modelli.

Meccanismi di trasferimento di energia nei processi termici

Nel Capitolo 7, abbiamo introdotto l'equazione di conservazione dell'energia $\Delta E_{\text{sistema}} = \Sigma T$ come un principio da seguire per un approccio globale alle considerazioni energetiche nei processi fisici. Precedentemente in questo capitolo, abbiamo discusso due dei termini del secondo membro dell'equazione di continuità:

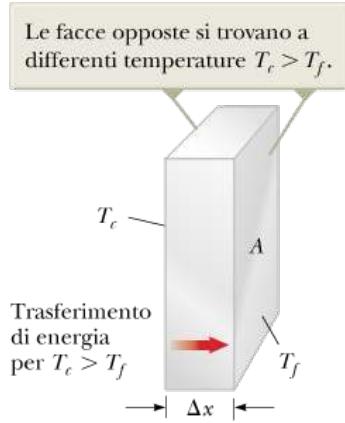


FIGURA 17.18 Conduzione termica attraverso una lastra di sezione A e spessore Δx .

lavoro e calore. In questo paragrafo considereremo più in dettaglio il calore e due altre modalità di trasferimento di energia che sono spesso correlate alle variazioni di temperatura: la convezione (una forma di trasferimento di materia) e la radiazione elettromagnetica.

Conduzione

Il processo del trasferimento di energia tramite calore si può anche chiamare **conduzione** o **conduzione termica**. In questo processo, il meccanismo di trasferimento può essere visto su scala atomica come uno scambio di energia cinetica fra le molecole, nel quale le particelle meno energetiche guadagnano energia urtando le particelle più energetiche. Per esempio, se si mette una sbarretta metallica sul fuoco tenendola con una mano per una estremità, si scopre che la temperatura della parte di metallo tenuta in mano aumenta rapidamente. L'energia raggiunge la mano tramite la conduzione. Come ciò accade può essere compreso esaminando ciò che avviene agli atomi del metallo. Inizialmente, prima che la sbarretta sia messa sul fuoco, gli atomi vibrano attorno alla loro posizione di equilibrio. Quando la fiamma fornisce energia alla sbarretta gli atomi vicini al fuoco cominciano a vibrare con ampiezze sempre maggiori. Questi, a loro volta, urtano gli atomi più vicini, trasferendo parte della loro energia durante la collisione. Lentamente, gli atomi del metallo più lontani lungo la sbarra aumentano la loro ampiezza di vibrazione, finché le vibrazioni di grande ampiezza raggiungono l'estremità tenuta con la mano. L'effetto di questo aumento della vibrazione è un aumento di temperatura del metallo (e probabilmente una mano scottata).

Sebbene il trasferimento di energia attraverso un materiale possa essere parzialmente spiegato tramite il concetto di vibrazione atomica, la velocità della conduzione dipende anche dalle proprietà della sostanza. Per esempio, è possibile tenere con la mano un pezzo di amianto sul fuoco indefinitamente. Ciò implica che pochissima energia viene trasferita attraverso l'amianto. In generale, i metalli sono buoni conduttori termici perché contengono un grande numero di elettroni che sono relativamente liberi di muoversi attraverso il metallo e possono trasportare energia da una regione all'altra. Così, in un buon conduttore termico, come il rame, la conduzione avviene con la vibrazione degli atomi ed inoltre a causa del moto degli elettroni liberi. Materiali come amianto, sughero, carta e lana di vetro sono cattivi conduttori. Anche i gas sono cattivi conduttori a causa della distanza molto grande fra le molecole.

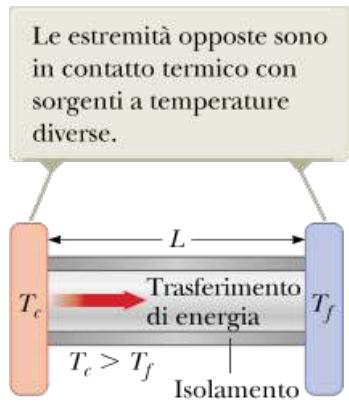


FIGURA 17.19 Conduzione termica attraverso una barra uniforme isolata di lunghezza L .

La conduzione avviene solo se c'è una differenza di temperatura tra due parti del mezzo conduttore. Questa differenza di temperatura guida il flusso di energia. Si consideri una lastra di materiale di spessore Δx e sezione A con le sue facce opposte a temperature differenti T_f e T_c , dove $T_c > T_f$ (Fig. 17.18). La lastra permette all'energia di trasferirsi dalla regione ad alta temperatura a quella a bassa temperatura per conduzione termica. La velocità di trasferimento dell'energia per mezzo del calore, $P = Q / \Delta t$, è proporzionale alla sezione della lastra e alla differenza di temperatura e inversamente proporzionale allo spessore della lastra:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Si noti che P è espressa in unità di watt quando Q è espressa in joule e Δt in secondi. Ciò non è sorprendente, poiché P è la *potenza*, la rapidità di trasferimento d'energia sotto forma di calore. Per una lastra di spessore infinitesimo dx e differenza di temperatura dT , possiamo scrivere la **legge della conduzione** come

► **LEGGE DELLA CONDUZIONE**

$$P = kA \left| \frac{dT}{dx} \right|$$

17.34 ◀

dove la costante di proporzionalità k è detta **conducibilità termica** del materiale e dT/dx è noto come **gradiente di temperatura** (la variazione di temperatura con la posizione). È la maggiore conducibilità termica delle mattonelle rispetto al tappeto che fa sembrare il pavimento più freddo di un pavimento ricoperto da un tappeto nella discussione all'inizio del Capitolo 16.

Si supponga che una sostanza abbia la forma di una lunga sbarretta uniforme di lunghezza L , come in Figura 17.19, e sia isolata in modo che il calore non possa sfuggire dalla sua superficie tranne che alle estremità, che sono a contatto termico con dei termostati alle temperature T_f e T_c . Quando si raggiunge uno stato stazionario, la temperatura in ogni punto lungo la sbarretta è costante nel tempo. In questo caso, il gradiente di temperatura è lo stesso ovunque lungo la sbarretta ed è

TABELLA 17.4 |
Conducibilità termiche

Sostanza	Conducibilità termica (W/m · °C)
Metalli (a 25°C)	
Alluminio	238
Argento	427
Ferro	79.5
Oro	314
Piombo	34.7
Rame	397
Non metalli (valori approssimati)	
Acqua	0.6
Amianto	0.08
Cemento	0.8
Diamante	2 300
Ghiaccio	2
Gomma	0.2
Legno	0.08
Vetro	0.8
Gas (a 20 °C)	
Aria	0.023 4
Azoto	0.023 4
Elio	0.138
Idrogeno	0.172
Ossigeno	0.023 8

$$\left| \frac{dT}{dx} \right| = \frac{T_e - T_f}{L}$$

Pertanto la velocità di trasferimento dell'energia è

$$P = kA \frac{(T_e - T_f)}{L} \quad \text{17.35} \blacktriangleleft$$

Le sostanze che sono buoni conduttori termici hanno alti valori di conducibilità termica, mentre i buoni isolanti termici hanno bassi valori di conducibilità termica. La Tabella 17.4 elenca le conducibilità di varie sostanze.

QUIZ RAPIDO 17.7

Hai due barre della stessa lunghezza e diametro, ma costituite da materiali differenti. Le barre verranno usate per unire due regioni di diversa temperatura cosicché l'energia si trasferirà attraverso le barre mediante il calore. Esse possono essere collegate in serie come in Figura 17.20a oppure in parallelo come in Figura 17.20b. In quale caso la velocità di trasferimento dell'energia è maggiore? (a) La velocità di trasferimento dell'energia è maggiore quando le barrette sono in serie. (b) La velocità di trasferimento è maggiore quando le barre sono in parallelo. (c) La velocità di trasferimento è la stessa in entrambi i casi.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

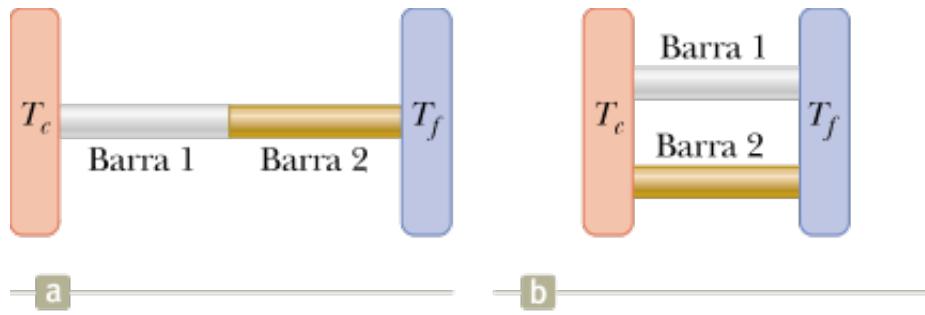


FIGURA 17.20 (Quiz rapido 17.7) In quale caso il tasso di trasferimento dell'energia è maggiore?

Esempio 17.9 La finestra che perde

Una finestra di area 2.0 m^2 è fornita di vetro dello spessore di 4.0 mm . La finestra è nella parete di una casa, e la temperatura esterna è 10°C . La temperatura all'interno della casa è 25°C .

(A) Quanta energia si trasferisce attraverso la finestra per mezzo del calore in 1.0 h ?

(B) Se il costo (negli USA) dell'energia elettrica è $0.12\text{¢}/\text{kWh}$, quanto costa compensare la perdita di energia della parte (A) con il riscaldamento elettrico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Convezione

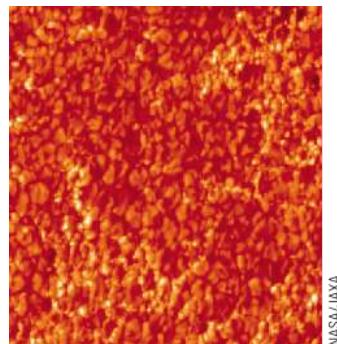


FIGURA 17.21 La superficie del Sole mostra una struttura granulare, dovuta all'esistenza di celle separate di convezione, ognuna delle quali trasporta energia alla superficie per convezione.

Ti sarà capitato qualche volta di riscaldarti le mani, tenendole sopra una fiamma. In questo caso l'aria sopra la fiamma, si riscalda e si espande. La densità dell'aria di conseguenza, diminuisce e l'aria sale. La massa d'aria calda trasferisce energia sotto forma di calore quando ti passa sopra alle mani. Il trasferimento di energia dalla fiamma alle mani si realizza per mezzo del trasferimento di materia perché l'energia viaggia insieme all'aria. L'energia trasferita dal moto di un fluido è un processo detto **convezione**. Quando il moto è dovuto a differenze di densità, come avviene per l'aria vicino a una fiamma, si tratta di

convezione naturale. Se la sostanza calda è messa in moto da un ventilatore o da una pompa, come avviene nei sistemi di riscaldamento ad aria calda o ad acqua calda, il processo è detto **convezione forzata**.

La circolazione d'aria presso una spiaggia (Paragrafo 17.2) è un esempio di convezione in natura. Il mescolamento che si verifica quando l'acqua si raffredda ed infine gela alla sua superficie (Paragrafo 16.3) ne è un altro esempio.

Se non vi fossero le correnti di convezione sarebbe molto difficile far bollire l'acqua. Quando l'acqua si riscalda in una pentola, gli strati più bassi si riscaldano per primi. Queste regioni si espandono e salgono verso l'alto poiché la loro densità è minore di quella dell'acqua più fredda. Allo stesso tempo, l'acqua fredda più densa va verso il fondo della pentola cosicché essa si riscalda.

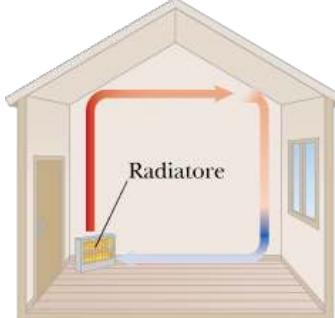


FIGURA 17.22 Correnti di convezione prodotte in una stanza riscaldata da un radiatore.

Lo stesso processo si realizza sulla superficie del Sole. La Figura 17.21 mostra un ingrandimento della superficie solare. L'aspetto granulare è dovuto alle *celle convettive*. Il centro luminoso della cella è il punto nel quale i gas bollenti raggiungono la superficie, proprio come l'acqua calda arriva alla superficie in una pentola di acqua bollente. Quando i gas si raffreddano affondano verso il basso lungo i contorni della cella formando le linee più scure che individuano ogni cella. I gas che affondano appaiono scuri perché sono più freddi dei gas al centro della cella. Nonostante i gas che affondano emettano una quantità enorme di radiazione, il filtro usato per la fotografia della Figura 17.21 fa apparire queste aree relativamente scure rispetto al centro più chiaro della cella.

La convezione si realizza quando una stanza è riscaldata da un radiatore. Il radiatore riscalda l'aria nelle zone più basse della stanza tramite il calore all'interfaccia fra la sua superficie e l'aria. L'aria calda si espande e sale verso il soffitto a causa della sua densità più bassa, instaurando una circolazione d'aria continua come in Figura 17.22.

Radiazione

Un altro meccanismo di trasferimento dell'energia che può essere correlato a una variazione di temperatura è la **radiazione elettromagnetica**. Tutti gli oggetti irradiano continuamente energia sotto forma di onde elettromagnetiche. Come vedremo nel Capitolo 24, la radiazione elettromagnetica è prodotta accelerando cariche elettriche. Dalla nostra discussione sulla temperatura, sappiamo che la temperatura corrisponde al moto casuale delle molecole che cambiano costantemente direzione, e quindi accelerano. Poiché le molecole contengono cariche elettriche, le cariche sono accelerate. Quindi, qualsiasi oggetto emette radiazione elettromagnetica dovuta al moto termico delle sue molecole. Questa radiazione si chiama **radiazione termica**.

Attraverso la radiazione elettromagnetica circa 1 370 J di energia provenienti dal Sole colpiscono ogni secondo un metro quadrato della parte esterna dell'atmosfera terrestre. Una parte di questa energia viene riflessa all'indietro nello spazio e una parte è assorbita dall'atmosfera; tuttavia ogni giorno arriva sulla superficie terrestre una quantità di energia oltre cento volte superiore al fabbisogno energetico del pianeta, se fosse catturata e usata efficientemente. Negli Stati Uniti l'aumento del numero di case con impianti a energia solare è un esempio del tentativo di utilizzare questa abbondante sorgente di energia.

La rapidità con la quale un oggetto emette energia per mezzo della radiazione termica dalla sua superficie è proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta della sua superficie. Questo principio, noto come **legge di Stefan**, è espresso in forma di equazione come

► LEGGE DI STEFAN

$$P = \sigma A e T^4$$

17.36 ◀

dove P è la potenza irradiata da un oggetto in watt, σ è la **costante di Stefan-Boltzmann**, uguale a $5.669 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$, A è l'area della superficie dell'oggetto in m^2 , e è una costante detta **emissività** e T è la temperatura assoluta del corpo in kelvin. Il valore di e può variare tra zero e l'unità e dipende dalle proprietà della superficie. L'emissività è uguale alla frazione di radiazione incidente che la superficie assorbe. Un oggetto, mentre irradia, assorbe allo stesso tempo radiazione elettromagnetica dall'ambiente circostante. Se l'ultimo processo non avvenisse, un oggetto potrebbe continuare a irradiare la sua energia e la sua temperatura decrescerebbe spontaneamente fino allo zero assoluto. Se un oggetto è a temperatura T e il suo ambiente è a temperatura T_o , la variazione totale di energia assorbita o ceduta ogni secondo dall'oggetto, come risultato della radiazione, è data da

$$P_{\text{tot}} = \sigma A e (T^4 - T_0^4)$$

17.37

Quando un oggetto è in equilibrio con l'ambiente, esso irradia e assorbe energia alla stessa velocità, per cui la sua temperatura resta costante – questo è il modello di un sistema non isolato nello stato stazionario. Quando un oggetto è più caldo dell'ambiente, irradia più energia di quanta ne assorba e quindi si raffredda – questo è il modello del sistema non isolato.

TERMOREGOLAZIONE NELL'UOMO

I metodi di trasferimento dell'energia descritti in questo paragrafo sono importanti per la *termoregolazione* nell'uomo, che fa parte del complesso processo di *omeostasi*, cioè la capacità del corpo di mantenere la stabilità del suo ambiente interno in risposta alle influenze esterne. A meno che la temperatura dell'aria sia molto calda, il corpo umano è normalmente più caldo dell'aria, quindi si trasferisce energia dal corpo attraverso la pelle mediante conduzione termica. L'aria ha una conduttività termica relativamente bassa, per cui la conduzione nell'aria circostante non è un processo molto efficiente per il raffreddamento del corpo. L'acqua è un conduttore termico migliore: infatti, saltare in una piscina che si trova alla stessa temperatura dell'aria crea una sensazione di "acqua fredda", a causa della maggiore velocità di conduzione dalla pelle all'acqua. A causa della sua temperatura, il corpo trasferisce energia dalla pelle anche mediante radiazioni elettromagnetiche. Riceve anche energia mediante lo stesso meccanismo se esposto al Sole o ad altra sorgente calda ambientale. Inoltre, l'energia lascia il corpo per convezione attraverso l'esalazione del respiro caldo. La convezione è coinvolta anche nell'allontanamento dell'aria riscaldata dalla pelle mediante conduzione.

L'IPOTALAMO

La parte del cervello che regola la temperatura corporea è l'*ipotalamo*. Questa parte del cervello controlla anche altre funzioni del corpo, come la fame, la sete e il sonno, ed è quindi una regione molto complessa. L'ipotalamo può controllare più meccanismi attivi riguardanti la regolazione della temperatura corporea.

MECCANISMI PER IL RAFFREDDAMENTO DEL CORPO

Un meccanismo importante per il mantenimento della temperatura corporea in condizioni calde è il processo di *traspirazione*. Le ghiandole sudoripare sotto la pelle secernono il sudore, che arriva sulla superficie. Appena il sudore evapora, la pelle si raffredda, esattamente come il panno imbevuto di alcool riportato alla fine del Paragrafo 16.6. Durante le attività sportive l'evaporazione del sudore diventa un fattore importante nel raffreddamento del corpo. L'umidità è sgradevole perché il tasso di evaporazione nell'aria è ridotto.

Altri meccanismi contribuiscono al raffreddamento del corpo nella stagione calda. I muscoli di *erezione del pelo* sottocutanei possono rilassarsi in modo che i peli sulla pelle si possano stendere. In questo modo, i peli non interferiscono né con il passaggio dell'aria vicino alla pelle, per portare via l'aria calda, né con la traspirazione. Muscoli aggiuntivi nelle arteriole si rilassano, causando la *vasodilatazione*, in modo che il sangue venga reindirizzato nei capillari della pelle. La vicinanza del sangue caldo alla superficie cutanea aumenta il tasso di conduzione termica dal sangue, attraverso la pelle, fino all'aria fredda circostante.

MECCANISMI PER IL RISCALDAMENTO DEL CORPO

Nella stagione fredda, questi meccanismi si invertono. Il pelo sulla pelle si raddrizza, intrappolando aria sulla superficie della pelle per fungere da isolante termico. La contrazione dei muscoli piliferi è visibile sulla pelle come "pelle d'oca". Inoltre si verifica la *vasocostrizione*, in modo che il sangue possa allontanarsi dalla pelle per giungere più vicino alla parte centrale calda del corpo.

Un ulteriore meccanismo, a temperature molto fredde, aiuta a trasformare l'energia potenziale dei pasti precedentemente consumati in energia interna del corpo. Questo meccanismo comporta un grado di tensione dei muscoli scheletrici. Quando necessario, l'ipotalamo invia un segnale aumentando il tono muscolare scheletrico (il livello costante di tensione nei muscoli). L'aumento dell'attività metabolica nei muscoli agisce come una fonte di energia interna del corpo perché le reazioni chimiche che avvengono nelle cellule muscolari sono esotermiche. Se questa fonte di energia interna non è sufficiente, si manifesta il fenomeno dei *brividi*, in cui i muscoli scheletrici sono sottoposti a contrazioni ritmiche a una frequenza di 10-20 Hertz. L'elevata velocità delle reazioni chimiche esotermiche nelle cellule muscolari aiuta a bilanciare l'elevato tasso di trasferimento di energia dalla pelle all'aria fredda.

FISICA RAGIONATA 17.3

Se stai seduto vicino al fuoco con gli occhi chiusi, puoi sentire un significativo riscaldamento delle palpebre. Se indossi degli occhiali e riprovi, le tue palpebre non avvertiranno quasi alcun riscaldamento. Perché?

Ragionamento La maggior parte del riscaldamento che si avverte quando si sta vicino al fuoco è dovuta alla radiazione da parte del fuoco. Una notevole frazione di questa radiazione si trova nella parte infrarossa dello spettro elettromagnetico (studieremo lo spettro elettromagnetico in dettaglio nel Capitolo 24). Le tue palpebre sono particolarmente sensibili alla radiazione infrarossa. Tuttavia, i vetri degli occhiali sono opachi alla radiazione infrarossa. Quindi, quando metti gli occhiali, blocchi la maggior parte della radiazione che raggiunge le tue palpebre, e così esse sentiranno più fresco. <

FISICA RAGIONATA 17.4

Se osservi attentamente il bulbo di una vecchia lampadina bruciata, ti accorgerai di una regione più scura che esiste sulla superficie interna. Questa regione si trova sulla parte dell'involucro di vetro che sta più in alto quando la lampadina è accesa. Qual è l'origine di questa zona scura e perché si trova nel punto più alto?

Ragionamento La zona scura è tungsteno, che è vaporizzato dal filamento della lampadina e si è raccolto sulla superficie interna del vetro. Molte lampadine contengono gas per consentire la convezione all'interno del bulbo. Il gas vicino al filamento è ad altissima temperatura; ciò fa sì che il gas si espanda e si muova verso l'alto per il principio di Archimede. Quando il gas fluisce verso l'alto, trasporta i vapori di tungsteno, cosicché questo si raccoglie sulla superficie nel punto più alto della lampadina. <

Collegamento al contesto: bilancio energetico per la Terra

Continuiamo ora la nostra discussione del trasferimento di energia per radiazione riguardante la Terra iniziata nel Paragrafo 17.10. Ciò ci permetterà di eseguire un calcolo iniziale della temperatura della Terra.

Come ricordato precedentemente, l'energia arriva sulla Terra per mezzo della radiazione elettromagnetica dal Sole⁵. Questa energia è assorbita dalla superficie terrestre⁵. Parte dell'energia arriva sulla superficie della Terra dal suo interno. La fonte di questa energia è il decadimento radioattivo (Capitolo 30, "Fisica Moderna") che avviene nelle profondità del pianeta. Ignoriamo questa energia perché il suo contributo è molto più piccolo di quello dovuto alla radiazione elettromagnetica proveniente dal Sole.

stre e irradiata nello spazio secondo la legge di Stefan, Equazione 17.36. Il solo tipo di energia che può variare nel sistema a causa della radiazione è l'energia interna. Assumiamo che ogni variazione di temperatura della Terra nell'intervallo di tempo sia così piccola da potere approssimare la variazione di energia interna a zero. Ciò conduce alla seguente riduzione dell'equazione di conservazione dell'energia, l'Equazione 7.2:

$$0 = T_{\text{RE}}$$

Due meccanismi di trasferimento di energia avvengono per mezzo della radiazione elettromagnetica, così possiamo scrivere questa equazione come

$$0 = T_{\text{RE}}(\text{in ingresso}) + T_{\text{RE}}(\text{in uscita}) \rightarrow T_{\text{RE}}(\text{in ingresso}) = -T_{\text{RE}}(\text{in uscita}) \quad 17.38 \blacktriangleleft$$

dove "in ingresso" e "in uscita" si riferiscono al trasferimento di energia attraverso il contorno del sistema Terra. L'energia che entra nel sistema proviene dal Sole, e l'energia che esce dal sistema è emessa per radiazione termica dalla superficie terrestre. La Figura 17.23 descrive questi scambi di energia. L'energia in ingresso proveniente dal Sole arriva soltanto da una direzione, ma l'energia irradiata verso l'esterno dalla Terra lascia la superficie in tutte le direzioni. Questa distinzione sarà importante per impostare il nostro calcolo della temperatura di equilibrio.

Come accennato nel Paragrafo 17.10, la velocità di trasferimento di energia per unità d'area proveniente dal Sole è approssimativamente $1\ 370\ \text{W/m}^2$ nella parte superiore dell'atmosfera. Il tasso di trasferimento di energia per area si chiama **intensità**, e l'intensità di radiazione proveniente dal Sole nella parte superiore dell'atmosfera si chiama **costante solare** $I_s = 1\ 370\ \text{W/m}^2$. Una grande quantità di questa energia si trova sotto forma di radiazione visibile, alla quale l'atmosfera è trasparente. La radiazione emessa dalla superficie terrestre, invece, non è nel visibile. Per un oggetto che irradia alla temperatura della superficie terrestre, i picchi di radiazione si trovano nell'infrarosso, con la maggiore intensità ad una lunghezza d'onda intorno a $10\ \mu\text{m}$. In generale, gli oggetti con tipiche temperature domestiche hanno una distribuzione di lunghezze d'onda nell'infrarosso, cosicché noi non li vediamo brillare. Soltanto oggetti molto più caldi emettono una radiazione che risulta visibile. Un esempio è una stufa elettrica accesa. Quando si spegne, essa emette una piccola quantità di radiazione, soprattutto nell'infrarosso. Quando è accesa al massimo, la sua maggiore temperatura causa una significativa radiazione, per larga parte nel visibile. Di conseguenza, essa appare luminosa con un colore rosso, descritto come *incandescente*.

Dividendo l'Equazione 17.38 per l'intervallo di tempo Δt durante il quale avviene il trasferimento di energia otteniamo

$$P_{\text{RE}}(\text{in ingresso}) = -P_{\text{RE}}(\text{in uscita}) \quad 17.39 \blacktriangleleft$$

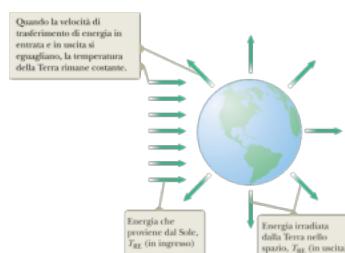


FIGURA 17.23 Scambi di energia della Terra dovuti alla radiazione elettromagnetica. Il Sole è lontano (sulla sinistra del diagramma) e non si vede.

Possiamo esprimere il tasso di trasferimento di energia nella parte superiore dell'atmosfera terrestre in funzione della costante solare I_S :

$$P_{\text{RE}}(\text{in ingresso}) = I_S A_c$$

dove A_c è l'area della sezione circolare della Terra. Non tutta la radiazione che arriva agli strati alti dell'atmosfera raggiunge il suolo. Una frazione di essa è riflessa dalle nubi e dal suolo e sfugge nello spazio. Per la Terra, questa frazione è circa il 30%, cosicché soltanto il 70% della radiazione incidente raggiunge la superficie. Tenendo presente ciò modifichiamo l'energia in ingresso assumendo che il 70.0% raggiunga la superficie:

$$P_{\text{RE}}(\text{in ingresso}) = (0.700)I_S A_c$$

Si può usare la legge di Stefan per esprimere la potenza uscente, assumendo che la Terra sia un emettitore perfetto ($\epsilon = 1$):

$$P_{\text{RE}}(\text{in uscita}) = -\sigma AT^4$$

In questa espressione, A è l'area della superficie terrestre, T è la temperatura della superficie, e il segno negativo indica che l'energia esce dalla Terra. Sostituendo l'espressione per la potenza entrante e uscente nell'Equazione 17.39, abbiamo

$$(0.700)I_S A_c = -(-\sigma AT^4)$$

Risolvendo per la temperatura della superficie terrestre otteniamo

$$T = \left(\frac{(0.700)I_S A_c}{\sigma A} \right)^{1/4}$$

Sostituendo i valori, troviamo

$$T = \left(\frac{(0.700)(1\,370 \text{ W/m}^2)(\pi R_E^2)}{(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(4\pi R_E^2)} \right)^{1/4} = 255 \text{ K} \quad \text{17.40} \blacktriangleleft$$

Le misure mostrano che la temperatura media globale sulla superficie terrestre è 288 K, circa 33 K più calda della temperatura del nostro calcolo. Questa differenza indica che un importante fattore non era incluso nella nostra analisi. Tale fattore è l'effetto termodinamico dell'atmosfera, che fa sì che ulteriore energia proveniente dal Sole rimanga "intrappolata" nel sistema Terra, aumentandone la temperatura. Questo effetto non è incluso nel semplice calcolo del bilancio energetico da noi effettuato. Per calcolare questo effetto dovremmo incorporare nel nostro modello i principi della termodinamica dei gas per l'aria dell'atmosfera. I dettagli di questa inclusione saranno trattati nelle Conclusioni al Contesto.

SOMMARIO

L'**energia interna** E_{int} di un sistema è l'energia totale cinetica e potenziale del sistema associata con i suoi componenti microscopici. Il **calore** è un processo tramite il quale l'energia viene trasferita come conseguenza di una

differenza di temperatura. Esso rappresenta anche la quantità di energia Q trasferita da questo processo.

L'energia necessaria per variare la temperatura di una sostanza di ΔT è

$$Q = mc \Delta T \quad 17.3\blacktriangleleft$$

dove m è la massa della sostanza e c è il suo **calore specifico**.

L'energia necessaria per una variazione di fase di una sostanza pura di massa m è

$$Q = L \Delta m \quad 17.5\blacktriangleleft$$

dove L è il **calore latente** che dipende dalla sostanza e dalla natura del cambiamento di fase e Δm è la variazione della massa dei materiali in fase alta.

Una **variabile di stato** di un sistema è una quantità che viene definita per una data condizione del sistema. Variabili di stato di un gas includono pressione, volume, temperatura ed energia interna.

Una **trasformazione quasi-statica** è quella che procede abbastanza lentamente da permettere al sistema di essere sempre in uno stato di equilibrio termico.

Il **lavoro** compiuto su un gas quando il suo volume varia da un certo valore iniziale V_i a un certo valore finale V_f è

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV \quad 17.7\blacktriangleleft$$

dove P è la pressione, che durante la trasformazione può variare.

Il **primo principio della termodinamica** è il caso particolare dell'equazione di conservazione dell'energia, che mette in relazione l'energia interna di un sistema con l'energia trasferita tramite il calore e il lavoro:

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W \quad 17.8\blacktriangleleft$$

dove Q è l'energia trasferita attraverso il contorno del sistema sotto forma di calore e W è il lavoro compiuto sul sistema. Sebbene Q e W dipendano entrambi dal cammino seguito dallo stato iniziale a quello finale, l'energia interna è una variabile di stato, cosicché la grandezza ΔE_{int} è indipendente dal cammino dallo stato iniziale a quello finale.

Una **trasformazione adiabatica** è quella in cui nessuna energia viene trasferita sotto forma di calore fra il sistema e il suo ambiente circostante (Q

= 0). In questo caso, il primo principio dà $\Delta E_{\text{int}} = W$.

Una **trasformazione isobara** è quella che avviene a pressione costante. Il lavoro svolto sul gas in una tale trasformazione è $-P(V_f - V_i)$.

Una **trasformazione isocora** è quella che avviene a volume costante. Nessun lavoro viene svolto in una tale trasformazione.

Una **trasformazione isotermica** è quella che avviene a temperatura costante. Il lavoro compiuto su un gas perfetto durante una trasformazione isotermica è

$$W = -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \quad 17.12 \blacktriangleleft$$

In una **trasformazione ciclica** (ossia una trasformazione che inizia e termina nello stesso stato), $\Delta E_{\text{int}} = 0$, e perciò $Q = -W$.

Definiamo il **calore specifico molare** di un gas perfetto con le seguenti equazioni:

$$Q = nC_V \Delta T \quad (\text{a volume costante}) \quad 17.13 \blacktriangleleft$$

$$Q = nC_P \Delta T \quad (\text{a pressione costante}) \quad 17.14 \blacktriangleleft$$

dove C_V è il **calore specifico molare a volume costante** e C_P è il **calore specifico molare a pressione costante**.

La variazione di energia interna di un gas perfetto per *qualsiasi* trasformazione in cui la variazione di temperatura è ΔT , è

$$\Delta E_{\text{int}} = nC_V \Delta T \quad 17.18 \blacktriangleleft$$

Il calore specifico molare a volume costante è correlato all'energia interna come segue:

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dE_{\text{int}}}{dT} \quad 17.19 \blacktriangleleft$$

Il calore specifico molare a volume costante e il calore specifico molare a pressione costante per tutti i gas perfetti sono correlati come segue:

$$C_P - C_V = R \quad 17.21 \blacktriangleleft$$

Per un gas perfetto sottoposto a una trasformazione adiabatica, dove

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

17.22

la pressione e il volume sono correlati come segue

$$PV^\gamma = \text{costante}$$

17.24

Il teorema di equipartizione dell'energia può essere usato per prevedere il calore specifico molare a volume costante di vari tipi di gas. I gas monoatomici possono immagazzinare energia soltanto per mezzo del moto traslazionale delle molecole del gas. I gas biatomici e poliatomici possono immagazzinare energia anche attraverso la rotazione e la vibrazione delle molecole. Per una data molecola, l'energia rotazionale e vibrazionale sono quantizzate, cosicché il loro contributo non partecipa all'energia interna fino a quando la temperatura non raggiunge un valore sufficientemente alto.

La **conduzione termica** è il trasferimento di energia per mezzo degli urti molecolari. Essa è determinata dalla differenza di temperatura, e il tasso di energia trasferita è

$$P = kA \left| \frac{dT}{dx} \right|$$

17.34

dove la costante di proporzionalità k è detta **conducibilità termica** del materiale, e dT/dx è il **gradiente di temperatura** (la variazione di temperatura con la posizione).

La **convezione** è il trasferimento di energia per mezzo del moto di un fluido.

Tutti gli oggetti emettono continuamente **radiazione elettromagnetica**, sotto forma di **radiazione termica** che dipende dalla temperatura secondo la **legge di Stefan**:

$$P = \sigma A e T^4$$

17.36

QUESITI

1. Quanto tempo occorre affinché uno scaldino da 1 000 W possa sciogliere 1.00 kg di ghiaccio a -20.0°C , assumendo che tutta l'energia dello scaldino sia assorbita dal ghiaccio? (a) 4.18 s (b) 41.8 s (c) 5.55 min (d) 6.25 min (e) 38.4 min

2. Il berillio ha un calore specifico che è circa la metà di quello dell'acqua (H_2O). Classificare le quantità di energia necessarie per produrre le seguenti trasformazioni dalla più grande alla più piccola. Nella tua classifica, prendi nota di eventuali casi di parità. (a) l'aumento della temperatura di 1 kg di H_2O da 20°C a 26°C (b) l'aumento della temperatura di 2 kg di H_2O da 20°C a 23°C (c) l'aumento della temperatura di 2 kg di H_2O da 1°C a 4°C (d) l'aumento della temperatura di 2 kg di berillio da -1°C a 2°C (e) l'aumento della temperatura di 2 kg di H_2O da -1°C a 2°C

3. Una quantità di energia viene fornita ad una massa di ghiaccio, aumentando la sua temperatura da -10°C a -5°C . Una maggiore quantità di energia viene fornita alla stessa massa d'acqua, aumentando la sua temperatura da 15°C a 20°C . Da questi risultati, cosa potresti concludere? (a) Il superamento del calore latente di fusione del ghiaccio richiede l'immissione di energia. (b) Il calore latente di fusione del ghiaccio fornisce energia al sistema. (c) Il calore specifico del ghiaccio è inferiore a quello dell'acqua. (d) Il calore specifico del ghiaccio è maggiore di quello dell'acqua. (e) Sono necessarie maggiori informazioni per trarre qualsiasi conclusione.

4. Se un gas è sottoposto ad un processo isobarico, quale delle seguenti affermazioni è vera? (a) La temperatura del gas non cambia. (b) Viene compiuto lavoro sul o dal gas. (c) L'energia non viene trasferita mediante il calore al o dal gas. (d) Il volume del gas rimane lo stesso. (e) La pressione del gas diminuisce uniformemente.

5. Supponiamo di misurare il calore specifico di un campione di metallo inizialmente caldo utilizzando un calorimetro contenente acqua. Poiché il calorimetro non è perfettamente isolato, l'energia può essere trasferita mediante calore dal contenuto del calorimetro alla camera. Per ottenere una misura più accurata del calore specifico del metallo, si consiglia di utilizzare acqua, ma con quale temperatura iniziale? (a) leggermente inferiore alla temperatura ambiente (b) la stessa temperatura dell'ambiente (c) leggermente superiore alla temperatura ambiente (d) qualsiasi, perché la temperatura iniziale non fa la differenza.

6. Il calore specifico della sostanza A è maggiore di quello della sostanza B. Entrambe le sostanze, A e B, sono alla stessa temperatura iniziale quando la stessa quantità di energia viene loro fornita. Assumendo che non si verifichi alcuna fusione o vaporizzazione, quale delle seguenti soluzioni può essere scelta in relazione alla temperatura finale T_A della sostanza A e della temperatura finale T_B della sostanza B? (a) $T_A > T_B$ (b) $T_A < T_B$ (c) $T_A = T_B$ (d) Sono necessarie maggiori informazioni.

7. Quanta energia è necessaria per portare la temperatura di 5.00 kg di piombo da 20.0°C al suo punto di fusione a 327°C? Il calore specifico del piombo è di 128 J/kg • °C. (a) 4.04×10^5 J (b) 1.07×10^5 J (c) 8.15×10^4 J (d) 2.13×10^4 J (e) 1.96×10^5 J

8. Un pezzo di rame da 100 g, inizialmente a 95.0°C, cade in 200 g di acqua contenuta in un recipiente di alluminio di 280 g; l'acqua e il recipiente sono inizialmente a 15.0°C. Qual è la temperatura finale del sistema? (I calori specifici del rame e dell'alluminio sono 0.092 e 0.215 cal/g •°C, rispettivamente.) (a) 16°C (b) 18°C (c) 24°C (d) 26 °C (e) nessuna di queste risposte.

9. Un gas ideale è compresso a metà del suo volume iniziale mediante diversi processi possibili. In quale delle seguenti trasformazioni risulta maggiore il lavoro compiuto sul gas? (a) isotermica (b) adiabatica (c) isobarica (d) il lavoro compiuto è indipendente del processo.

10. L'alcool etilico ha calore specifico che è circa la metà di quello dell'acqua. Assumiamo che la stessa quantità di energia sia trasferita mediante il calore a campioni liquidi di alcool e acqua di uguale massa posti in contenitori separati e isolanti. La temperatura dell'acqua sale a 25°C. Di quanto aumenterà la temperatura dell'alcool? (a) Aumenterà di 12°C. (b) Aumenterà di 25°C. (c) Aumenterà di 50°C. (d) Dipende dalla velocità di trasferimento di energia. (e) Non ci sarà un aumento della temperatura.

11. Quando un gas subisce un'espansione adiabatica, quali delle seguenti affermazioni è vera? (a) La temperatura del gas non cambia. (b) Nessun lavoro è fatto dal gas. (c) L'energia non viene trasferita al gas sotto forma di calore. (d) L'energia interna del gas non cambia. (e) La pressione aumenta.

12. Se un gas viene compresso isotermicamente, quale delle seguenti affermazioni è vera? (a) L'energia viene trasferita nel gas sotto forma di calore. (b) Nessun lavoro è fatto sul gas. (c) La temperatura dei gas aumenta. (d) L'energia interna del gas rimane costante. (e) Nessuna di queste affermazioni è vera.

13. Una stella A ha il doppio del raggio e due volte la temperatura assoluta superficiale della stella B. L'emissività delle due stelle può essere assunta essere pari a 1. Qual è il rapporto tra la potenza di uscita della stella A rispetto a quella della stella B? (a) 4 (b) 8 (c) 16 (d) 32 (e) 64

14. Una persona per pochi minuti agita una bottiglia sigillata ed isolante, contenente caffè caldo. **(i)** Qual è la variazione della temperatura del caffè? (a) una forte diminuzione (b) una lieve diminuzione (c) nessuna variazione (d) un lieve incremento (e) un grande aumento **(ii)** Qual è la variazione di energia interna del caffè? Scegli tra le stesse possibilità.

15. Il poker è un'asta rigida, non infiammabile, usata per spingere i ciocchi da ardere in un camino. Per la sicurezza e il comfort nel suo utilizzo, il poker dovrebbe essere fatto da un materiale con (a) elevato calore specifico ed elevata conducibilità termica, (b) basso calore specifico e bassa conducibilità termica, (c) basso calore specifico ed alta conducibilità termica, o (d) alto calore specifico e bassa conducibilità termica?

DOMANDE CONCETTUALI

1. Cosa c'è di sbagliato nella seguente affermazione? “Dati due corpi, quello con la temperatura più alta contiene più calore”.

2. Nei climi solitamente caldi in cui si manifestano inverni freddi e rigidi, i coltivatori di frutta spruzzano acqua sugli alberi da frutto, sperando che si formi uno strato di ghiaccio sulla frutta. Perché tale strato sarebbe vantaggioso?

3. È la mattina di un giorno che diventerà caldo. Devi acquistare bevande per un pic-nic e devi caricarle con il ghiaccio, in una cassa posta nella parte posteriore della tua auto. (a) Avvolgi una coperta di lana intorno alla cassa, in modo da mantenere le bevande fredde, o ti dovrà aspettare che la coperta di lana le riscaldi? Spiega la tua risposta. (b) Tua sorella minore ti chiede di avvolgerla in un'altra coperta di lana per mantenerla fredda nel giorno caldo, così come hai fatto con la cassa delle bevande. Spiegatelle la vostra risposta.

4. In un canyon durante una notte calma, un campeggiatore nota che non appena il Sole colpisce le cime circostanti, una brezza inizia ad alzarsi. Che cosa causa la brezza?

5. Usando il primo principio della termodinamica, spiegare perché l'energia totale di un sistema isolato è sempre costante.

6. Devi prendere una pentola caldissima dalla cucina. Hai a disposizione una coppia di presine isolanti. Per prendere la pentola in modo più confortevole bagni le presine in acqua fredda o le usi asciutte?

7. I pionieri conservano frutta e verdura in cantine sotterranee. Perché in inverno i pionieri ponevano una tinozza d'acqua aperta al fianco dei loro prodotti?

8. È possibile convertire l'energia interna in energia meccanica? Spiegare con esempi.

9. Supponiamo tu offra del caffè caldo ai tuoi ospiti, e uno di essi scelga di bere il caffè con panna dopo averlo tenuto nella tazza per alcuni minuti. Per avere il caffè

più caldo, l'ospite dovrebbe aggiungere la panna appena dopo aver versato il caffè o appena prima di berlo? Spiega.

10. Perché una persona è in grado di rimuovere un pezzo di foglio di alluminio asciutto da forno ben caldo con dita nude, mentre si brucia se c'è umidità sulla pellicola?

11. Strofina il palmo della tua mano su una superficie metallica per circa 30 secondi. Posiziona il palmo dell'altra mano su una parte non strofinata della superficie e poi su quella strofinata. La zona strofinata sembrerà più calda. Ora ripeti questo processo su una superficie di legno. Perché la differenza di temperatura tra la parte strofinata e quella non strofinata della superficie del legno sembra maggiore rispetto a quella della superficie di metallo?

12. Nel 1801, Humphry Davy strofinò due pezzi di ghiaccio all'interno di una cella frigorifera. Egli fece in modo che niente nell'ambiente circostante fosse a temperatura più alta dei due pezzi di ghiaccio ed osservò la produzione di gocce d'acqua. Fai una elenco di esperimenti, incluso questo, o di trasformazioni per illustrare le seguenti situazioni. (a) Un sistema può assorbire energia sotto forma di calore, aumentare la sua energia interna e la sua temperatura. (b) Un sistema può assorbire energia sotto forma di calore ed aumentare la sua energia interna senza aumentare la sua temperatura. (c) Un sistema può assorbire energia sotto forma di calore senza aumentare la sua energia interna e la sua temperatura. (d) Un sistema può aumentare la sua energia interna e la sua temperatura senza assorbire energia sotto forma di calore. (e) Un sistema può aumentare la sua energia interna senza assorbire energia sotto forma di calore e senza aumentare la sua temperatura.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 17.1 Calore ed energia interna

1. Durante la sua luna di miele James Joule viaggiò dall'Inghilterra alla Svizzera. Egli tentò di verificare la sua idea di interconvertibilità tra energia meccanica ed energia interna misurando l'aumento di temperatura dell'acqua che cadeva da una cascata. Per la cascata vicino a Chamonix nelle Alpi francesi, che ha una caduta di 120 m, quale aumento massimo di temperatura poteva aspettarsi Joule? Le sue misure non ebbero successo, sia perché l'evaporazione dell'acqua che cadeva la raffreddava, sia, parzialmente, perché i suoi termometri non erano sufficientemente sensibili.

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Consideriamo l'apparecchiatura di Joule mostrata in Figura P17.2. Le due masse hanno un valore di 1.50 kg ciascuna, e il recipiente isolato è riempito con

200 g di acqua. Qual è l'aumento di temperatura dell'acqua dopo che le masse sono scese di 3.00 m?

I pesi che scendono mettono in rotazione le palette, causando un aumento della temperatura dell'acqua.

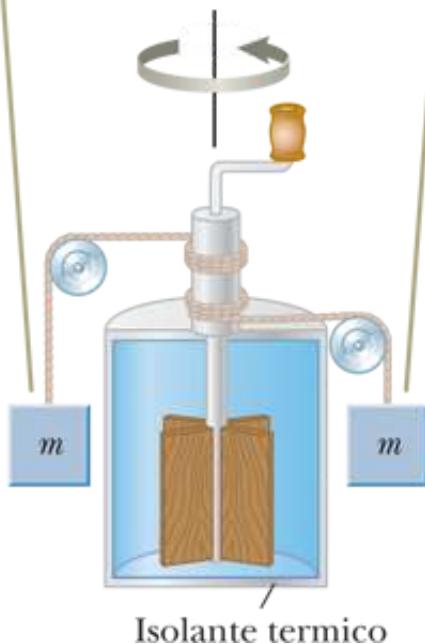


FIGURA P17.2

3. BIO Una donna di 55.0 kg non rispetta la sua dieta e mangia una ciambella di marmellata da 540 Calorie (540 kcal) per colazione. (a) A quanti joule di energia corrisponde una ciambella alla marmellata? (b) Quanti gradini di una scalinata deve salire la donna per trasformare l'energia potenziale gravitazionale del sistema donna-Terra di un valore equivalente all'energia in una ciambella alla marmellata? Si assuma che l'altezza di un gradino sia 15.0 centimetri. (c) Se il corpo umano è efficiente solo al 25.0% nel convertire energia potenziale chimica in energia meccanica energia, quanti passi deve salire la donna per bruciare la sua colazione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 17.2 Calore specifico

4. La temperatura di una barra d'argento aumenta di 10.0°C quando assorbe 1.23 kJ di energia attraverso il calore. La massa della barra è 525 g. Determinare il calore specifico dell'argento da questi dati.

5. Nei climi freddi, come nel Nord degli Stati Uniti, una casa può essere costruita con grandi finestre rivolte a Sud per sfruttare il calore del Sole. La luce solare durante il giorno viene assorbita dal pavimento, dalle pareti interne e dagli oggetti dentro la stanza, raggiungendo una temperatura di 38.0°C . Se la casa ha un buon isolamento termico, possiamo supporre che essa perda calore

costantemente al tasso di 6 000 W in un giorno di aprile, quando la temperatura media esterna è di 4°C e quando il sistema di riscaldamento convenzionale non è usato. Nel periodo fra le 5 : 00 p.m. e le 7 : 00 a.m., la temperatura della casa diminuisce ed è necessaria una "massa termica" sufficientemente grande affinché la sua temperatura non scenda troppo velocemente. La massa termica può consistere di una grande quantità di pietre (con calore specifico 850 J/kg • °C) collocate nel pavimento e all'interno delle pareti esposte al Sole. Quale massa di pietre è necessaria affinché la temperatura non scenda al di sotto di 18.0°C durante la notte?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Un trapano elettrico con una punta in acciaio di massa $m = 27.0$ g e diametro 0.635 cm è usato per perforare un blocco cubico di acciaio di massa $M = 240$ g. Si assuma che l'acciaio abbia le stesse proprietà del ferro. Il processo di perforazione può essere schematizzato come se avvenisse in un punto della circonferenza descritta dalla punta del trapano. Questo punto si muove descrivendo un'elica a velocità costante di 40.0 m/s ed esercita una forza sul blocco di intensità costante pari a 3.20 N. Come mostra la Figura P17.7 la scanalatura presente nella punta del trapano spinge le schegge verso la sommità del blocco, accumulandosi attorno al buco. Il trapano viene acceso e perfora il blocco per 15.0 s. Si assuma che questo intervallo di tempo sia sufficientemente lungo per portare tutte le parti di acciaio alla stessa temperatura per mezzo del processo di conduzione. Inoltre, si supponga che gli oggetti di acciaio perdano quantità trascurabili di energia per conduzione, convezione e irraggiamento nell'ambiente circostante. (a) Si supponga che la punta del trapano penetri durante 15.0 s per tre quarti nel blocco. Si trovi la variazione di temperatura dell'intera massa di acciaio. (b) **E se?** Si supponga, adesso, che la punta del trapano sia spuntata e penetri solo di un ottavo nel blocco. Si calcoli la variazione di temperatura dell'intera massa di acciaio in questo caso. (c) Quali dati non sono necessari, se ve ne sono, per la risposta? Spiegare.

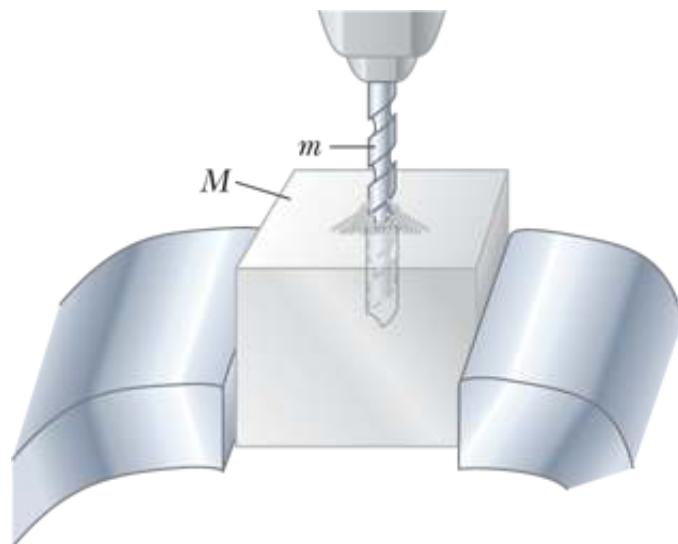


FIGURA P17.6

7. Un campione di rame di 50.0 g si trova a 25.0°C. Se gli viene fornita una quantità di energia di 1 200 J sotto forma di calore, quale sarà la temperatura finale del rame?

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Una tazza in alluminio di massa 200 g contiene 800 g d'acqua, in equilibrio termico a 80.0°C. L'insieme della tazza e dell'acqua viene raffreddato uniformemente in modo che la temperatura decresca alla velocità di 1.50°C al minuto. A quale velocità l'energia è rimossa per raffreddamento? Esprimere la risposta in watt.

9. Una miscela di 0.250 kg di acqua a 20.0°C, 0.400 kg di alluminio a 26.0°C e 0.100 kg di rame a 100°C è posta in un contenitore isolato finché non arrivi all'equilibrio termico. Si ignori ogni trasferimento di energia da e verso il contenitore e si determini la temperatura finale della miscela.

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Se una massa m_c di acqua a temperatura T_c viene versata in una tazza di alluminio di massa m_{Al} contenente una massa m_f di acqua a T_f dove $T_c > T_f$, qual è la temperatura di equilibrio del sistema?

11. Un ferro di cavallo di 1.50 kg inizialmente a 600°C è lasciato cadere in un secchio contenente 20.0 kg di acqua a 25.0°C. Qual è la temperatura finale del sistema acquaferro di cavallo? Trascurare il calore specifico del contenitore, e assumere che vaporizzi soltanto una trascurabile quantità d'acqua.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Un calorimetro in alluminio di massa 100 g contiene 250 g d'acqua. Il calorimetro e l'acqua sono in equilibrio termico a 10.0°C. Due blocchi metallici vengono immersi nell'acqua. Uno è un pezzo di rame di 50.0 g a 80.0°C. L'altro blocco ha una massa di 70.0 g e si trova inizialmente alla temperatura di 100°C. L'intero sistema raggiunge una temperatura finale di equilibrio di 20.0°C. (a) Determinare il calore specifico del secondo blocco. (b) Utilizzando i dati in Tabella 17.1 è possibile identificare il materiale di cui è fatto il secondo blocco? (c) Spiegare la risposta al punto (b).

Paragrafo 17.3 Calore latent

13. Un blocco di rame di massa 1.00 kg, inizialmente a 20.0°C, viene immerso in un grande recipiente d'azoto liquido a 77.3 K. Calcolare la quantità, in chilogrammi, di azoto che vaporizza fino al momento in cui il rame non raggiunge 77.3 K. (Il calore specifico del rame è 0.0924 cal/g • °C e il calore latente di vaporizzazione dell'azoto è 48.0 cal/g).

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. BIO Un adulto di taglia media, mentre riposa, converte l'energia chimica proveniente dal cibo in energia interna al tasso di 120 W, detto *tasso metabolico basale*. Per rimanere a temperatura costante, il corpo deve trasferire energia all'esterno con la stessa rapidità. Diversi processi determinano il dispendio di energia dal corpo. Il più importante è la conduzione termica nell'aria a contatto con la pelle esposta. Se non si porta il cappello, si forma una corrente di convezione verticale che parte dalla testa, simile al pennacchio di un fumaiolo. Il corpo perde ancora energia per radiazione elettromagnetica, per respirazione di aria calda, e per evaporazione nella traspirazione. In questo problema si considera un altro tipo di perdita di energia: l'umidità dell'alito emesso. Si supponga che si compiano 22.0 respiri al minuto, ciascuno con un volume di 0.600 L. Si assuma che si inali aria secca e si emetta aria a 37°C, contenente vapore d'acqua con una pressione di vapore di 3.20 kPa. Il vapore proviene dall'evaporazione dei liquidi nel corpo. Si assuma che il vapore d'acqua si comporti come un gas perfetto e che il suo calore latente di evaporazione a 37°C sia lo stesso del suo calore latente di ebollizione a 100°C. Calcolare il tasso al quale si perde energia emettendo aria umida.

15. In un recipiente isolato si aggiungono 250 g di ghiaccio, a 0°C, a 600 g di acqua, a 18.0°C. Determinare: (a) la temperatura finale del sistema, (b) la quantità rimanente di ghiaccio quando il sistema raggiunge l'equilibrio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Un'automobile ha una massa di 1 500 kg, e i suoi freni d'alluminio hanno una massa complessiva di 6.00 kg. (a) Assumi che tutta l'energia meccanica che si trasforma in energia interna quando l'auto si ferma sia depositata nei freni e l'energia non sia trasferita al di fuori dei freni mediante calore. I freni inizialmente sono a 20.0°C. Quante volte può essere frenata l'auto che va a 25.0 m/s prima che i freni inizino a fondere? (b) Individuare alcuni effetti ignorati nella parte (a), importanti in una valutazione più realistica del surriscaldamento dei freni.

17. Un proiettile di piombo, di massa 3.00 g a 30.0°C, viene sparato alla velocità di 240 m/s in un blocco di ghiaccio a 0°C, rimanendovi conficcato. Quanta massa di ghiaccio fonde?

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Problema di ricapitolazione. Due proiettili di piombo, uno di massa 12.0 g in movimento verso destra a 300 m/s ed uno di massa 8.00 g in movimento verso sinistra a 400 m/s, si scontrano frontalmente, e tutto il materiale resta unito. Entrambi i proiettili hanno originariamente una temperatura di 30.0°C. Si assume che la variazione di energia cinetica del sistema sia dovuta esclusivamente all'aumento di energia interna. Vorremmo determinare la temperatura e la fase delle pallottole dopo la collisione. (a) Quali sono i due modelli di analisi appropriati per studiare il sistema dei due proiettili prima e dopo la collisione? (b) Secondo uno di questi modelli, qual è la velocità dei proiettili dopo la collisione? (c) Quanta parte dell'energia cinetica iniziale si è

trasformata in energia interna del sistema dopo l'urto? (d) Il piombo fonde interamente a causa della collisione? (e) Qual è la temperatura dei proiettili uniti dopo la collisione? (f) Qual è la fase dei proiettili uniti dopo la collisione?

19. Quanta energia termica è necessaria per trasformare un cubetto di ghiaccio di 40.0 g a -10.0°C in vapore a 110°C ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Un calorimetro in rame, di massa 50.0 g, contiene 250 g d'acqua a 20.0°C . Determinare la quantità di vapore che deve condensarsi in acqua affinché il sistema raggiunga una temperatura finale di 50.0°C .

Paragrafo 17.4 Lavoro nelle trasformazioni termodinamiche

21. Un campione di gas ideale si espande in una trasformazione quasi-statica, in cui $P = \alpha V^2$, con $\alpha = 5.00 \text{ atm/m}^6$, come viene mostrato in Figura P17.21. Il gas si espande al doppio del suo volume iniziale di 1.00 m^3 . Quanto lavoro compie il gas nell'espansione?

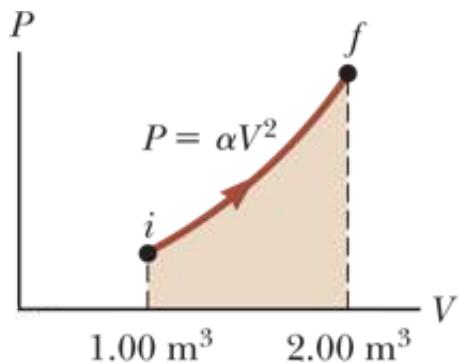


FIGURA P17.21

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Una mole di un gas ideale è riscaldata lentamente in modo che esso passi dallo stato (P_i, V_i) allo stato $(3P_i, 3V_i)$ in modo tale che la pressione del gas sia direttamente proporzionale al volume. (a) Quanto lavoro viene fatto sul gas nel processo? (b) Qual è la temperatura del gas in relazione al suo volume durante questo processo?

23. Un gas ideale è contenuto in un cilindro con un pistone mobile posto alla sua sommità. Il pistone ha una massa di 8 000 g e una superficie di 5.00 cm^2 ed è libero di scivolare su e giù, mantenendo la pressione del gas costante. Quanto lavoro si compie sul gas quando la temperatura di 0.200 mol di gas aumenta da 20.0°C a 300°C ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Un gas ideale è contenuto in un cilindro con un pistone mobile alla sua sommità. Il pistone ha una massa m e una superficie A ed è libero di scivolare su e giù, mantenendo la pressione del gas costante. Quanto lavoro si compie sul gas quando la temperatura di n mol di gas aumenta da T_1 a T_2 ?

25. (a) Determinare il lavoro compiuto da un fluido nell'espansione da i a f , come mostrato in Figura P17.25 (b) **E se?** Quanto lavoro è compiuto sul fluido se esso è compresso da f a i lungo lo stesso percorso?

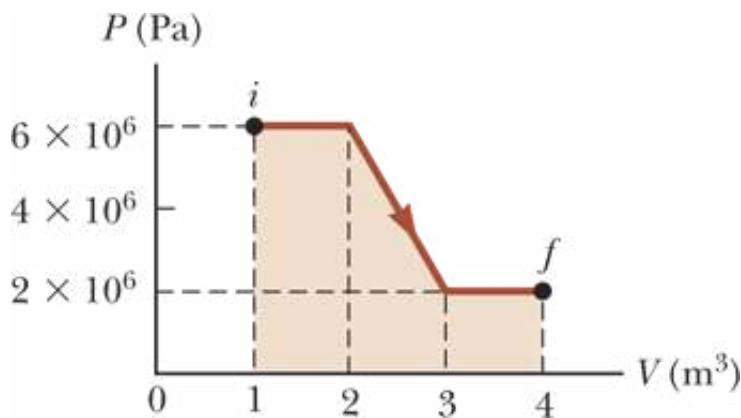


FIGURA P17.25

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 17.5 Il primo principio della termodinamica

26. Un campione di un gas ideale passa attraverso il processo mostrato nella Figura P17.26. Da A a B , il processo è adiabatico; da B a C , è isobarico con 100 kJ di energia che entra nel sistema mediante calore; da C a D , il processo è isotermico e da D ad A , è isobarico con 150 kJ di energia che lascia il sistema mediante calore. Determinare la differenza di energia interna, $E_{\text{int},B} - E_{\text{int},A}$.

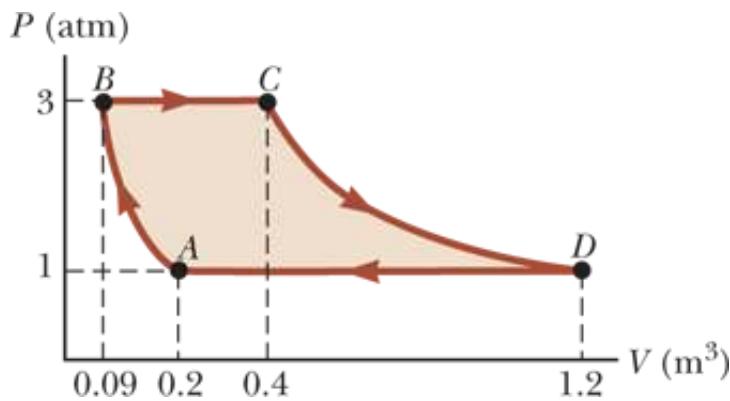


FIGURA P17.26

27. Un sistema termodinamico subisce una trasformazione durante la quale la sua energia interna diminuisce di 500 J. Allo stesso tempo, si compiono 220 J di lavoro sul sistema. Si trovi l'energia trasferita al o dal sistema tramite il calore.

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Un gas compie la trasformazione ciclica mostrata in Figura P17.28. (a) Trovare l'energia trasferita al sistema tramite calore in un ciclo completo. (b) **E se?** Se il ciclo viene percorso in verso opposto, cioè se la trasformazione procede lungo ACBA, qual è l'energia entrante per ciclo tramite calore?

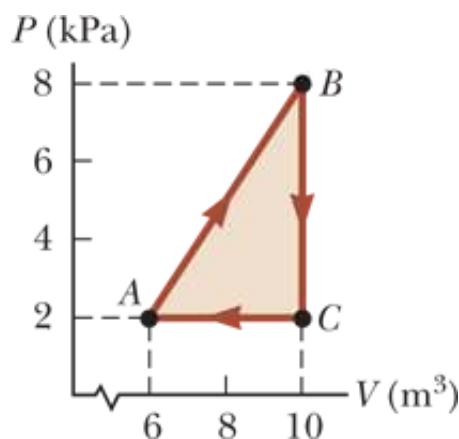


FIGURA P17.28 Problemi 28 e 29.

29. Si consideri la trasformazione ciclica di Figura P17.28. Se Q è negativo per la trasformazione BC e ΔE_{int} è negativa per la trasformazione CA , quali segni di Q W e ΔE_{int} sono associati a ciascuna trasformazione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. Perché la seguente situazione è impossibile? Un gas ideale subisce un processo con i seguenti parametri: $Q = 10.0 \text{ J}$, $W = 12.0 \text{ J}$, e $\Delta T = -2.00^\circ\text{C}$.

Paragrafo 17.6 Alcune applicazioni del primo principio della termodinamica

31. Un gas ideale inizialmente a 300 K è sottoposto a un'espansione isobara a 2.50 kPa . Se il volume aumenta da 1.00 m^3 a 3.00 m^3 e 12.5 kJ sono trasferiti al gas tramite il calore, quali sono (a) la variazione di energia interna e (b) la sua temperatura finale?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Nella Figura P17.32, la variazione di energia interna di un gas che segue la trasformazione da A a C è + 800 J. Il lavoro svolto sul gas lungo il cammino ABC è -500 J. (a) Quanta energia deve essere fornita al sistema tramite calore quando esso segue la trasformazione da A attraverso B fino a C? (b) Se la pressione nel punto A è cinque volte quella del punto C, qual è il lavoro svolto sul sistema nell'andare da C a D? (c) Qual è lo scambio di energia con l'ambiente circostante tramite calore quando il ciclo va da C ad A lungo il cammino verde? (d) Se la variazione di energia interna nell'andare dal punto D al punto A è + 500 J, quanta energia deve essere fornita al sistema tramite calore quando esso va dal punto C al punto D?

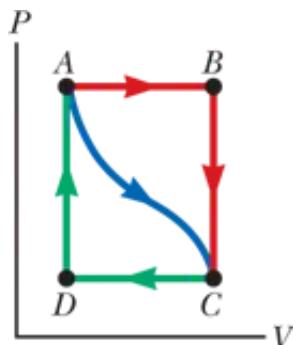


FIGURA P17.32

33. Un blocco di alluminio di 1.00 kg viene riscaldato alla pressione atmosferica, con un innalzamento della temperatura da 22.0 °C a 40.0 °C. Determinare: (a) il lavoro compiuto sull'alluminio, (b) l'energia fornita tramite il calore e (c) la variazione della sua energia interna.

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. (a) Quanto lavoro si compie sul vapore quando 1.00 mol di acqua a 100°C bolle e diventa 1.00 mol di vapore a 100°C a 1.00 atm di pressione? (b) Assumendo che il vapore si comporti come un gas perfetto, determinare la variazione di energia interna del vapore quando esso vaporizza.

35. Un gas perfetto inizialmente alla pressione P_i , volume V_i , e temperatura T_i , compie una trasformazione ciclica come mostrato in Figura P17.35 (a) Si trovi il lavoro compiuto sul gas in ogni ciclo per 1.00 mol di gas alla temperatura iniziale di 0°C. (b) Qual è la quantità di calore aggiunta al gas in ogni ciclo?

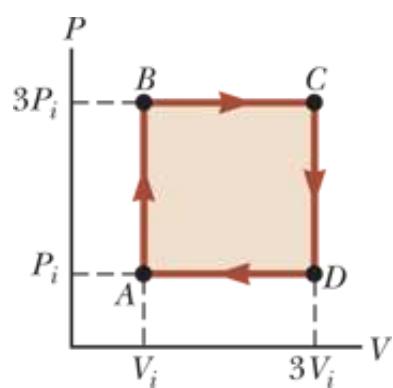


FIGURA P17.35 Problemi 35 e 36.[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

36. Un gas ideale inizialmente a P_i , V_i , e T_i compie la trasformazione ciclica di Figura P17.35. (a) Trovare il lavoro netto compiuto sul gas per ciclo. (b) Qual è l'energia netta fornita al sistema mediante calore per ogni ciclo?

37. Due moli di elio gassoso, inizialmente alla temperatura di 300 K e alla pressione di 0.400 atm, subiscono una compressione isoterma fino a giungere ad una pressione di 1.20 atm. Assumendo che l'elio si comporti come un gas perfetto, determinare (a) il volume finale del gas, (b) il lavoro compiuto sul gas e (c) l'energia trasferita tramite calore.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

38. Una mole di gas perfetto compie 3 000 J di lavoro sull'ambiente circostante mentre si espande isotermicamente a una pressione finale di 1.00 atm e ad un volume di 25.0 L. Determinare (a) il volume iniziale e (b) la temperatura del gas.

Paragrafo 17.7 Calori specifici molari dei gas perfetti

Nota: si possono usare i dati in Tabella 17.3. Un gas perfetto monoatomico ha calore specifico molare $C_V = \frac{2}{3} R$ e $C_P = \frac{5}{2} R$. Un gas perfetto biatomico ha calore specifico molare $C_V = \frac{5}{2} R$ e $C_P = \frac{7}{2} R$.

39. Un campione da 1.00 mol di gas idrogeno è riscaldato a pressione costante da 300 K a 420 K. Calcolare (a) l'energia trasferita al gas tramite calore, (b) l'incremento di energia interna e (c) il lavoro compiuto sul gas.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

40. Un thermos da 1.00 L è pieno di the ad una temperatura di 90.0°C. Ne versi una tazza e immediatamente lo richiudi. Fai una stima dell'ordine di grandezza della variazione di temperatura, causata dall'immissione di aria a temperatura ambiente, sul the che rimane nel thermos. Stabilire le grandezze che si assumono come dati e i valori che si misurano o si stimano per esse.

41. In una trasformazione a volume costante, 209 J di energia si trasferiscono tramite calore a 1.00 mol di un gas perfetto monoatomico inizialmente a 300 K. Calcolare (a) il lavoro svolto sul gas, (b) l'aumento di energia interna del gas, (c) la sua temperatura finale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. Una mole di gas perfetto biautomatico ha pressione P e volume V . Quando il gas è riscaldato, la sua pressione triplica e il suo volume raddoppia. Se questo processo di riscaldamento include due fasi, la prima a pressione costante e la seconda a volume costante, determinare la quantità di energia trasferita al gas tramite calore.

43. Un cilindro verticale con un pistone pesante contiene aria a 300 K. La pressione iniziale è 2.00×10^5 Pa e il volume iniziale è 0.350 m^3 . Assumere la massa molare dell'aria 28.9 g/mol, e $C_V = \frac{5}{2} R$. (a) Trovare il calore specifico dell'aria a volume costante in unità di $\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$. (b) Calcolare la massa dell'aria nel cilindro. (c) Supporre che il pistone rimanga fisso. Trovare l'immissione di energia necessaria per aumentare la temperatura dell'aria fino a 700 K. (d) E se? Si assumano ancora le condizioni dello stato iniziale e che il pistone pesante sia libero di muoversi. Trovare la quantità di energia da fornire per aumentare la temperatura fino a 700 K.

VISUALIZZA SOLUZIONE

44. Problema di riassunto. Questo problema è la continuazione del problema 16.29 del Capitolo 16. Un pallone ad aria calda è costituito da un involucro di volume costante pari a 400 m^3 . Escludendo l'aria interna, il pallone ed il carico hanno una massa pari a 200 kg. L'aria esterna e quella inizialmente presente all'interno costituiscono un gas perfetto biautomatico alla temperatura di 10.0°C ed alla pressione di 101 kPa con densità di 1.25 kg/m^3 . Un bruciatore a propano all'interno dell'involucro sferico inietta energia nell'aria interna del pallone che si trova a pressione costante. L'aria calda, che si trova alla temperatura appena necessaria per far salire il pallone, comincia a riempire l'involucro a partire dalla sua sommità chiusa in modo così rapido da poter trascurare l'energia che fluisce verso l'aria fredda sottostante o attraverso le pareti del pallone. L'aria fredda a 10°C abbandona il pallone attraverso una apertura sul fondo dell'involucro finché l'intero pallone non si riempie di aria calda a temperatura uniforme. A questo punto il bruciatore viene chiuso ed il pallone si solleva da terra. (a) Valutare la quantità di energia che il bruciatore deve trasferire all'aria nel pallone. (b) Il "calore equivalente" di propano, cioè l'energia interna rilasciata dalla combustione di un kg, è 50.3 MJ/kg. Quanto propano deve essere bruciato?

45. Calcolare la variazione di energia interna di 3.00 mol di gas elio quando la sua temperatura aumenta di 2.00 K.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 17.8 Trasformazioni adiabatiche per un gas perfetto

46. Un campione di 2.00 mol di un gas perfetto biatomico si espande lentamente e adiabaticamente da una pressione di 5.00 atm e un volume di 12.0 L a un volume finale di 30.0 L. (a) Qual è la pressione finale del gas? (b) Quali sono le temperature iniziale e finale? Trovare (c) Q (d) W e (e) ΔE_{int} del gas durante il processo.

47. Durante la fase di compressione di un certo motore a benzina, la pressione aumenta da 1.00 atm a 20.0 atm. Assumendo che la trasformazione sia adiabatica e la miscela aria-benzina si comporti come un gas perfetto biatomico, (a) di quale fattore varia il volume e (b) di quale fattore varia la temperatura? (c) Se la compressione parte con 0.016 mol di gas a 27.0°C, quali valori di (c) Q , (d) ΔE_{int} , e (e) W caratterizzano la trasformazione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Perché la seguente situazione è impossibile? È stato progettato un nuovo motore diesel che aumenta il risparmio di carburante rispetto ai modelli precedenti. Le automobili di questo progetto diventano le più vendute. Due caratteristiche di progettazione sono responsabili dell'aumentato risparmio di combustibile: (1) il motore è interamente di alluminio per ridurre il peso dell'automobile, e (2) il gas di scarico del motore è utilizzato per preriscaldare l'aria di 50°C prima che entri nel cilindro per aumentare la temperatura finale del gas compresso. Il motore ha un *rappporto di compressione*, cioè un rapporto tra il volume iniziale dell'aria e il volume finale dopo la compressione, di 14.5. Il processo di compressione è adiabatico, e l'aria si comporta come un gas biatomico ideale con $\gamma = 1.40$.

49. Un campione di 4.00 L di un gas perfetto biatomico con rapporto dei calori specifici di 1.40, contenuto in un cilindro, compie un ciclo chiuso. Il gas è inizialmente a 1.00 atm e a 300 K. Inizialmente, la sua pressione viene triplicata a volume costante. Successivamente, si espande adiabaticamente fino alla sua pressione iniziale. Infine, il gas è compresso isobaricamente fino al suo volume iniziale. (a) Disegnare un diagramma PV del ciclo. (b) Determinare il volume del gas nel punto finale dell'espansione adiabatica. (c) Calcolare la temperatura del gas all'inizio dell'espansione adiabatica. (d) Calcolare la temperatura alla fine del ciclo. (e) Qual è il lavoro complessivo svolto sul gas in questo ciclo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Un gas ideale con un rapporto dei calori specifici γ , confinato in un cilindro, è sottoposto ad un ciclo chiuso. Inizialmente, il gas è a P_i , V_i , e T_i . Dapprima, la sua pressione è triplicata a volume costante. Poi si espande adiabaticamente fino alla pressione iniziale ed infine, è compresso isobaricamente al volume iniziale. (a) Disegna il diagramma PV di questo ciclo. (b) Determina il volume nel punto finale dell'espansione adiabatica. Trova (c) la temperatura del gas all'inizio

dell'espansione adiabatica e (d) la temperatura alla fine del ciclo. (e) Qual è stato il lavoro complessivo fatto sul gas per questo ciclo?

51. Quando una nube temporalesca sale, l'aria si espande. Se la sua temperatura iniziale è 300 K e non perde alcuna energia per conduzione termica durante l'espansione, quale sarà la sua temperatura quando il volume iniziale raddoppia?

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. Quanto lavoro è necessario per comprimere 5.00 mol di aria a 20.0°C e 1.00 atm a un decimo del volume iniziale tramite (a) una trasformazione isoterma e (b) **E se?** Quanto lavoro è richiesto per produrre alle stesse condizioni una trasformazione adiabatica? (c) Qual è la pressione finale del caso (a)? (d) Qual è, la pressione finale del caso (b)?

53. Dell'aria (gas biatomico perfetto) a 27.0°C e a pressione atmosferica viene aspirata in una pompa da bicicletta (Fig. P17.53) che ha un cilindro con un diametro interno di 2.50 cm e lunghezza 50.0 cm. L'abbassamento improvviso adiabatico del pistone della pompa comprime l'aria che raggiunge una pressione relativa di 8.00×10^5 Pa prima di entrare nello pneumatico. Valutare l'aumento della temperatura della pompa. (a) Qual è il volume iniziale dell'aria nella pompa? (b) Qual è il numero di moli di aria nel pompa? (c) Qual è la pressione assoluta dell'aria compressa? (d) Qual è il volume di aria compressa? (e) Qual è la temperatura dell'aria compressa? (f) Qual è l'aumento dell'energia interna del gas durante la compressione? **E se?** La pompa è fatta di acciaio che è spesso 2.00 millimetri. Assumere che sono necessari 4.00 cm della lunghezza del cilindro per raggiungere l'equilibrio termico con l'aria. (g) Qual è il volume di acciaio in questi 4.00 cm di lunghezza? (h) Qual è la massa di acciaio in questi 4.00 cm di lunghezza? (i) Si assume che la pompa sia compressa una volta. Dopo l'espansione adiabatica, la conduzione fa sì che l'incremento di energia del punto (f) sia condiviso tra il gas e i 4.00 cm di lunghezza di acciaio. Quale sarà l'aumento della temperatura dell'acciaio dopo una compressione?



© Cengage Learning/George Semple

FIGURA P17.53

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Durante la fase di potenza di un'automobile a quattro tempi, il pistone viene spinto in basso quando la miscela dei prodotti di combustione e dell'aria è sottoposta a una espansione adiabatica. Assumere che (1) il motore funzioni a 2 500 cicli/min; (2) la pressione relativa appena prima dell'espansione sia 20.0 atm, (3) i volumi della miscela prima e dopo l'espansione siano 50.0 e 400 cm³ rispettivamente (Fig. P17.54); (4) il tempo coinvolto nell'espansione sia un quarto di quello del ciclo totale, e (5) la miscela si comporti come un gas perfetto con un rapporto fra i calori specifici di 1.40. Trovare la potenza media prodotta durante l'espansione.

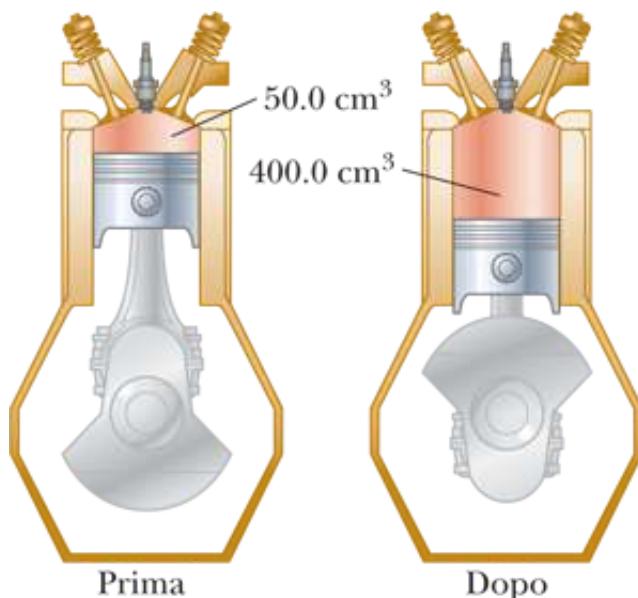


FIGURA P17.54

Paragrafo 17.9 Calori specifici molari ed equipartizione dell'energia

55. In un modello approssimato (Fig. P17.55) della rotazione di una molecola biatomica di cloro (Cl_2), i due atomi di Cl sono lontani 2.0×10^{-10} m e ruotano attorno al loro centro di massa con velocità angolare $v = 2.00 \times 10^{12}$ rad/s. Qual è l'energia cinetica rotazionale di una molecola di Cl_2 , che ha una massa molare di 70.0 g/mol?

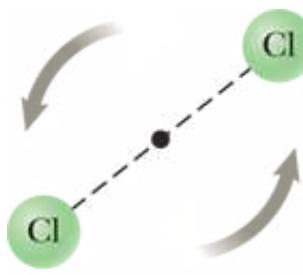


Figura P17.55

FIGURA P17.55

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Perché la seguente situazione è impossibile? Un gruppo di ricercatori scopre un nuovo gas, che ha un valore di $\gamma = C_p / C_V$ di 1.75.

57. Il rapporto tra la capacità termica di un campione e il calore specifico del materiale che lo costituisce è discusso nel Paragrafo 17.2. Si consideri un campione contenente 2.0 mol di un gas biammico ideale. Supponendo che le molecole ruotino ma non vibrino, trovare (a) la capacità termica totale del campione a volume costante e (b) la capacità termica totale a pressione costante. (c) E se? Si ripetano le parti (a) e (b), ipotizzando che le molecole ruotino e vibrino?

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Una molecola ha f gradi di libertà. Mostrare che un gas perfetto costituito da tali molecole ha le seguenti proprietà: (a) la sua energia interna totale è $fnRT/2$; (b) il suo calore specifico molare a volume costante è $fR/2$; (c) il suo calore specifico molare a pressione costante è $(f + 2)R/2$; (d) il rapporto $\gamma = C_p / C_V = (f + 2) / f$

Paragrafo 17.10 Meccanismi di trasferimento di energia nei processi termici

59. Una barretta d'oro è in contatto termico con una barretta d'argento della stessa lunghezza e con la stessa sezione (Fig. P17.59). Un estremo della barretta così composta è mantenuto a 80.0°C , e l'estremo opposto è mantenuto a 30.0°C . Quando il trasferimento di energia raggiunge l'equilibrio termico, qual è la temperatura della giunzione?

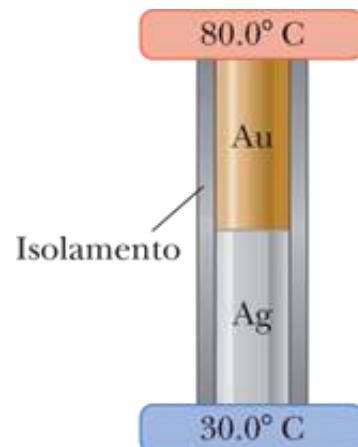


FIGURA P17.59

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Un contenitore di materiale isolante ha una superficie totale di 1.20 m^2 e uno spessore delle pareti di 4.00 cm. Un riscaldatore elettrico da 10.0 W posto al suo interno, mantiene una temperatura costante di 15.0°C al di sopra della

temperatura esterna. Determinare la conducibilità termica k del materiale isolante.

61. La superficie del Sole ha una temperatura di circa 5 800 K. Il raggio del Sole è 6.96×10^8 m. Calcolare l'energia totale irradiata dal Sole in ogni secondo. Assumere che l'emissività sia 0.986.

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. BIO Il corpo umano deve mantenere la sua temperatura interna entro uno stretto intervallo intorno a 37°C. I processi metabolici, specialmente l'esercizio muscolare, trasformano l'energia chimica in energia interna ben all'interno del corpo. L'energia deve fluire dall'interno verso l'esterno tramite la pelle o i polmoni per essere dispersa tramite il calore nell'ambiente circostante. Durante un moderato esercizio fisico, un uomo di 80 kg può metabolizzare l'energia del cibo a un tasso di 300 kcal/h, compiendo 60 kcal/h di lavoro meccanico, e trasferendo le rimanenti 240 kcal/h tramite il calore. La maggior parte dell'energia viene trasferita dall'interno del corpo all'esterno dalla pelle tramite una convezione forzata: il sangue viene riscaldato all'interno e poi raffreddato dalla pelle, che si trova alcuni gradi al di sotto della temperatura interna del corpo. Senza il flusso sanguigno, il tessuto vivente sarebbe un buon isolante termico di conducibilità termica di circa 0.210 W/m • °C. Mostrare che il flusso sanguigno è essenziale per raffreddare il corpo calcolando il tasso di conduzione di energia in kcal/h attraverso il tessuto sotto la pelle. Assumere che la sua superficie sia 1.40 m², il suo spessore 2.50 cm, e che sia mantenuto a 37.0°C su un lato e a 34.0°C sull'altro lato.

63. BIO Uno studente deve decidere cosa indossare. La sua cameretta è a 20.0°C. La temperatura della sua pelle è 35.0 °C. La superficie della sua pelle esposta è 1.50 m². La gente di qualsiasi razza ha una pelle che non assorbe nell'infrarosso, con emissività di circa 0.900. Trovare la perdita netta di energia dal suo corpo per radiazione dopo 10.0 min.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 17.11 Collegamento al contesto: bilancio energetico per la Terra

64. *Un gradiente verticale teorico di temperatura nell'atmosfera.* Il Paragrafo 16.7 descrive sperimentalmente la diminuzione di temperatura con l'altezza dell'atmosfera terrestre. Considera la troposfera come un gas perfetto di massa molare equivalente M e rapporto dei calori specifici γ . L'assorbimento della luce solare che avviene alla superficie terrestre riscalda la troposfera dal basso, cosicché le correnti di convezione verticali mescolano continuamente l'aria. Quando una parte d'aria sale, la sua pressione diminuisce ed essa si espande. Questa parte svolge lavoro sull'aria circostante di modo che la sua energia interna e la sua temperatura diminuiscono. Assumi che il mescolamento verticale sia così rapido da potersi considerare adiabatico. (a) Mostra che la grandezza $TP^{(1-\gamma)/\gamma}$ ha un valore costante attraverso gli strati della troposfera. (b) Differenziando rispetto all'altezza y , mostra che il gradiente verticale di temperatura è dato da

$$\frac{dT}{dy} = \frac{T}{P} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dP}{dy}$$

(c) Uno strato basso di aria deve sopportare il peso degli strati sovrastanti. Dall'Equazione 15.4, osserva che l'equilibrio meccanico dell'atmosfera richiede che la pressione diminuisca con l'altezza secondo la legge $dP/dy = -pg$. Lo spessore della troposfera è piccolo se confrontato al raggio terrestre, cosicché si può assumere che l'accelerazione di gravità sia uniforme. Dimostra che il gradiente verticale di temperatura è

$$\frac{dT}{dy} = -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{Mg}{R}$$

Consulta il Problema 16.50 nel Capitolo 16 per un calcolo del gradiente verticale di temperatura sulla Terra e su Marte, e confronta i risultati sperimentali.

65. A mezzogiorno, il Sole rilascia 1 000 W su ciascun metro quadrato di un manto stradale nero. Se l'asfalto caldo dissipasse energia soltanto per radiazione, quale sarebbe la sua temperatura di equilibrio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

66. Alla nostra distanza dal Sole, l'intensità della radiazione solare è $1\ 370\text{ W/m}^2$. La temperatura della Terra risente *dell'effetto serra* dell'atmosfera. Questo fenomeno descrive l'effetto di assorbimento della luce infrarossa emessa dal Sole che rende la temperatura sulla superficie terrestre superiore a quella che avrebbe se ci fosse meno aria. Per confronto, si consideri un oggetto sferico di raggio r senza atmosfera alla stessa distanza Sole-Terra. Si supponga che la sua emissività sia la stessa per tutti i tipi di onde elettromagnetiche e la sua temperatura sia uniforme sulla sua superficie. (a) Spiegare perché l'area proiettata sulla quale la luce solare è assorbita è πr^2 e l'area della superficie che irradia è $4\pi r^2$. (b) Calcolare la temperatura di equilibrio. È fredda?

Problemi generali

67. Problema di ricapitolazione. In seguito ad una collisione tra una grande nave spaziale ed un asteroide, un disco di rame del raggio di 28.0 m e spessore 1.20 m alla temperatura di 850°C fluttua nello spazio ruotando attorno al suo asse con una velocità angolare di 25.0 rad/s. Poiché il disco emette radiazione infrarossa, la sua temperatura si abbassa fino a 20.0°C . Sul disco non agisce alcun momento torcente esterno. (a) Si trovi la variazione di energia cinetica del disco. (b) Si trovi la variazione di energia potenziale del disco. (c) Si trovi l'energia che il disco irradia.

VISUALIZZA SOLUZIONE

68. Un campione di gas perfetto monoatomico occupa 5.00 L a pressione atmosferica e a 300 K (punto A in Fig. P17.68). Esso è riscaldato a volume costante fino a 3.00 atm (punto B). Successivamente si espande isotermicamente fino a 1.00 atm (punto C) e infine è comil volume nel punto D. (e) Considerare ora

le trasformazioni $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, e $C \rightarrow A$. Descrivere come si possano realizzare sperimentalmente queste trasformazioni. (f) Trovare Q , W e ΔE_{int} per ciascuna trasformazione. (g) Per l'intero ciclo $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$, trovare Q , W e ΔE_{int} .

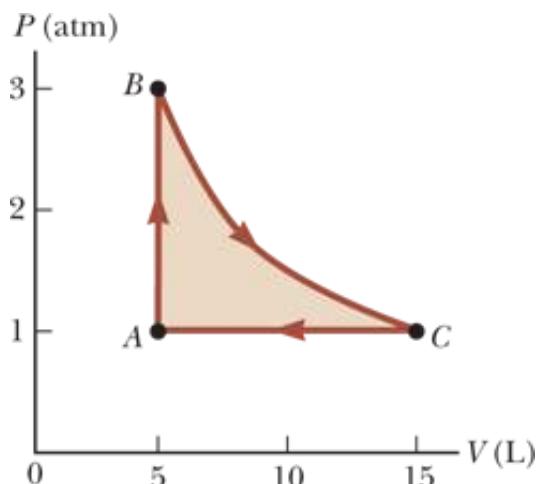


FIGURA P17.68

69. Una sbarretta di alluminio, lunga 0.500 m e di sezione 2.50 cm^2 , è inserita in un contenitore termicamente isolato contenente elio liquido a 4.20 K. La sbarretta è inizialmente a 300 K. (a) Se viene inserita metà della sbarretta nell'elio, quanti litri di elio evaporeranno nel tempo necessario alla mezza sbarretta a raggiungere la temperatura di 4.20 K? (Assumere che la metà superiore della sbarretta non si raffreddi). (b) Se l'estremità superiore della sbarretta viene mantenuta a 300 K, qual è, approssimativamente, il tasso di evaporazione dell'elio liquido dopo che la metà inferiore della sbarretta ha raggiunto 4.20 K? (L'alluminio ha una conducibilità termica di $3100 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ a 4.20 K; trascurare la sua variazione di temperatura. La densità dell'elio liquido è 0.125 kg/m^3 .)

VISUALIZZA SOLUZIONE

70. BIO Per le prove batteriologiche sulle riserve d'acqua e nella clinica medica, i campioni devono essere incubati per 24 h a 37°C . Volontari dei corpi di pace ed un ingegnere del MIT, Amy Smith, hanno inventato un'incubatrice a basso costo e di facile manutenzione che può risolvere il problema. Essa è costituita da una scatola isolata termicamente con particolari schiume e contenente parecchi scomparti destinati a contenere un materiale ceroso che fonde a 37.0°C . Tra questi scomparti, vengono disposte le provette, i dischi o le beute contenenti i campioni da testare ed il terreno di crescita (alimento dei batteri). Il materiale ceroso viene preventivamente fatto fondere all'esterno della scatola su di una stufa o con un collettore di energia solare. Successivamente il materiale ceroso viene inserito nella scatola negli appositi scomparti ed i campioni da testare si riscaldano durante la solidificazione cerosa. Il calore latente di fusione di questo materiale è 205 kJ/kg . Si assume che l'isolamento possa essere schematizzato come un pannello di area 0.490 m^2 , spessore 4.50 cm e conducibilità termica $0.012 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C}$. Si assume anche che la temperatura esterna sia 23.0°C per 12.0 h e 16.0°C per le restanti 12.0 h. (a) Quanta massa di materiale ceroso è necessaria per effettuare il test batteriologico? (b) Si spieghi perché il calcolo potrebbe essere eseguito senza conoscere la massa dei campioni da testare e del materiale isolante.

71. Un *calorimetro a flusso*, è un apparecchio utilizzato per misurare il calore specifico di un liquido. La tecnica consiste nel misurare la differenza di temperatura fra i punti di ingresso e di uscita di un liquido che scorre, fornendo energia tramite il calore a un tasso noto. Un liquido di densità 900 kg/m^3 fluisce attraverso il calorimetro con una portata di 2.00 L/min . A regime si stabilisce una differenza di temperatura di 3.50°C tra i punti di ingresso e di uscita quando l'energia è fornita a un tasso di 200 W . Qual è il calore specifico del liquido?

VISUALIZZA SOLUZIONE

72. Un *calorimetro a flusso* è un apparato usato per misurare il calore specifico di un liquido. La tecnica consiste nel misurare la differenza di temperatura fra i punti d'ingresso e di uscita di un liquido che scorre, fornendo energia tramite il calore a un tasso noto. Un liquido di densità p fluisce attraverso il calorimetro con una portata R . A regime, si stabilisce una differenza di temperatura ΔT fra i punti d'ingresso e di uscita, quando l'energia è fornita a un tasso P . Qual è il calore specifico del liquido?

73. In un freddo giorno invernale compri delle caldarroste da un venditore ambulante. Metti in tasca il resto che ti viene dato: monete fatte di 9.00 g di rame a -12.0°C . La tua tasca contiene già 14.0 g di monete d'argento a 30.0°C . Alcuni istanti dopo la temperatura delle monete di rame è 4.00°C e aumenta al tasso di 0.500°C/s . In questo istante (a) qual è la temperatura delle monete di argento, e (b) con quale rapidità varia?

VISUALIZZA SOLUZIONE

74. Perché la seguente situazione è *impossibile*? Un gruppo di campeggiatori si alza alle 08:30 e utilizza un fornello solare, che consiste di una superficie riflettente curva che concentra la luce del sole sull'oggetto che deve essere riscaldato (Fig. P17.74). Durante il giorno, la massima intensità solare raggiunta dalla superficie della Terra alla posizione dove si trova la pentola è $I = 600 \text{ W/m}^2$. Il fornello rivolto al Sole ha diametro $d = 0.600 \text{ m}$. Supponi che il 40.0% dell'energia incidente venga trasferita a 1.50 L di acqua in un contenitore aperto, inizialmente a 20.0°C . L'acqua arriva a bollire, e i campeggiatori si godono un caffè caldo per la prima colazione, prima di fare un'escursione di dieci miglia e tornare a mezzogiorno per il pranzo.



FIGURA P17.74

75. Uno sciatore di fondo di 75.0 kg si sposta sulla neve (Fig. P17.75). Il coefficiente di attrito fra sci e neve è 0.200. Si assume che tutta la neve sotto gli sci si trovi a 0°C e che tutta l'energia interna generata dall'attrito venga assorbita dalla neve, che rimane aderente agli sci fino a quando fonde. Quale distanza dovrà percorrere lo sciatore con gli sci per fondere 1.00 kg di neve?



techno7/iStockphoto.com

FIGURA P17.75 Uno sciatore di fondo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

76. Uno studente ottiene i seguenti dati nell'esperimento con un calorimetro progettato per misurare il calore specifico dell'alluminio:

Temperatura iniziale dell'acqua e del calorimetro:	70.0 °C
Massa dell'acqua:	0.400 kg
Massa del calorimetro:	0.040 kg
Calore specifico del calorimetro:	0.63 kJ/kg • °C
Temperatura iniziale dell'alluminio:	27.0°C
Massa dell'alluminio:	0.200 kg
Temperatura finale del miscuglio:	66.3 °C

(a) Usa questi dati per determinare il calore specifico dell'alluminio. (b) Spiega perché il tuo risultato si discosta al massimo del 15% dal valore riportato in Tabella 17.1.

77. Problema di ricapitolazione. Un meteorite di 670 kg è composto di alluminio. Quando si trova a grande distanza dalla Terra la sua temperatura è di -15.0°C . Esso si muove con una velocità di 14.0 km/s rispetto alla Terra. Si assume che, quando si schianta sulla Terra, la risultante dell'energia interna si divida equamente tra il meteorite ed il pianeta e che l'intero meteorite raggiunga in un primo momento la stessa temperatura finale. Trovare questa temperatura. Si assume che il calore specifico dell'alluminio liquido e di quello allo stato gassoso sia $1\,170 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

78. Una mole di un gas perfetto è contenuta in un cilindro con un pistone mobile. La pressione, il volume e la temperatura iniziali sono rispettivamente P_i , V_i , e T_i . Trovare il lavoro compiuto sul gas per le seguenti trasformazioni. Descrivere come avviene ogni trasformazione e mostrare ciascuna trasformazione in un diagramma PV : (a) una compressione isobara in cui il volume finale è la metà del volume iniziale (b) una compressione isoterna in cui la pressione finale è quattro volte quella iniziale (c) una trasformazione isocora in cui la pressione finale è il triplo di quella iniziale.

79. Un atleta lancia una palla da baseball di 0.142 kg a 47.2 m/s. Mentre viaggia lungo un percorso di 16.8 m, la palla rallenta a 42.5 m/s a causa della resistenza dell'aria. Trovare la variazione di temperatura dell'aria che essa attraversa. Per trovare la massima variazione di temperatura possibile, si possono fare le seguenti assunzioni: l'aria ha un calore specifico molare $C_P = \frac{7}{2}R$ e una massa molare equivalente di 28.9 g/mol. Il processo è così rapido che il rivestimento della palla agisce come isolante termico e la temperatura della palla stessa non cambia. Una variazione di temperatura si verifica inizialmente soltanto per l'aria in un cilindro lungo 16.8 m e di raggio 3.70 cm. Quest'aria si trova inizialmente a 20.0°C.

VISUALIZZA SOLUZIONE

80. BIO La velocità alla quale una persona che non è sottoposta a sforzi fisici converte l'energia proveniente dal cibo è detta tasso metabolico basale (basal metabolic rate, BMR). Si assuma che la risultante energia interna lasci il corpo della persona per radiazione e convezione di aria secca. Quando si fa jogging la maggior parte dell'energia che si brucia in più rispetto al proprio BMR si trasforma in energia interna che farebbe aumentare la temperatura del corpo se non fosse eliminata. Si assuma che l'evaporazione del sudore sia il meccanismo per eliminare questa energia. Si supponga che una persona faccia jogging per "bruciare al meglio i grassi", che trasformi l'energia che immagazzina attraverso il cibo alla velocità di 400 kcal/h al di sopra del suo BMR e che compia lavoro verso l'esterno al tasso di 60.0 W. Si assuma che il calore latente di evaporazione dell'acqua alla temperatura del corpo sia uguale a quello relativo a 100°C. (a) Si calcoli la velocità oraria alla quale l'acqua deve evaporare dalla sua pelle. (b) Quando si metabolizza il grasso, gli atomi di idrogeno nelle molecole di grasso sono trasferite all'ossigeno per formare acqua. Si assume che il metabolismo di 1 g di grasso generi 9.00 kcal di energia e produca 1 g d'acqua. Quale frazione dell'acqua di cui la persona che fa jogging ha bisogno è fornita dal suo metabolismo?

81. La conducibilità termica media delle pareti (incluse le finestre) e il tetto della casa illustrata in Figura P17.81 è 0.480 W/m • °C, e il loro spessore medio è 21.0 cm. La casa è riscaldata con gas naturale avente un calore di combustione (cioè, l'energia fornita per metro cubo di gas combusto) di 9 300 kcal/m³. Quanti metri cubi di gas si devono bruciare ogni giorno per mantenere una temperatura interna di 25.0°C se la temperatura esterna è 0.0°C? Trascurare la radiazione e l'energia perdute tramite il calore attraverso il suolo.



FIGURA P17.81

VISUALIZZA SOLUZIONE

82. Uno stagno con acqua a 0°C è coperto da uno strato di ghiaccio spesso 4.00 cm. Se la temperatura dell'aria rimane costante a -10.0°C , quanto tempo impiega lo spessore del ghiaccio per diventare spesso 8.00 cm? (*Suggerimento*: usa l'Equazione 17.34 nella forma

$$\frac{dQ}{dt} = kA \frac{\Delta T}{x}$$

e nota che l'incremento di energia dQ estratto dall'acqua attraverso lo spessore x del ghiaccio è la quantità necessaria per solidificare uno spessore dx di ghiaccio. Cioè, $dQ = L_f \rho A dx$, dove ρ è la densità del ghiaccio, A è l'area e L_f è il calore latente di fusione.)

83. Un certo gas ideale ha un calore specifico molare $C_V = \frac{7}{2} R$. Un campione di 2.00 mol di gas si trova a pressione $1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$ a temperatura di 300 K. Per ciascuno dei seguenti processi, determinare: (a) la pressione finale, (b) il volume finale, (c) la temperatura finale, (d) la variazione di energia interna del gas, (e) l'energia fornita al gas dal calore, e (f) il lavoro compiuto dal gas. **(i)** Il gas è riscaldato a pressione costante a 400 K. **(ii)** Il gas viene riscaldato a volume costante a 400 K. **(iii)** Il gas viene compresso a temperatura costante a $1.20 \times 10^5 \text{ Pa}$. **(iv)** Il gas viene compresso adiabaticamente a $1.20 \times 10^5 \text{ Pa}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

84. In un cilindro, un campione di n moli di un gas perfetto è sottoposto ad una trasformazione adiabatica. (a) Partendo dall'espressione $W = -\int P \Delta V$ ed usando l'equazione $PV^\gamma = \text{costante}$, mostrare che il lavoro fatto sul gas è

$$W = \left(\frac{1}{\gamma - 1} \right) (P_f V_f - P_i V_i)$$

(b) Partendo dalla prima legge della termodinamica nella sua forma differenziale, dimostrare che il lavoro fatto sul gas è anche uguale a $nC_V(T_f - T_i)$. (c) Questi due risultati sono coerenti tra di loro? Spiegare il perché.

85. Durante l'espansione adiabatica di 1.00 mol di un campione di gas perfetto monoatomico il lavoro svolto su di esso è -2.50×10^3 J. La temperatura e la pressione iniziali del gas sono, rispettivamente, 500 K e 3.60 atm. Si calcoli (a) la temperatura finale e (b) la pressione finale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

86. Un campione è costituito da n moli di un gas ideale monoatomico. Il gas si espande adiabaticamente, con il lavoro W svolto su esso. (Il lavoro W è un numero negativo.) La temperatura e pressione iniziali del gas sono rispettivamente T_i e P_i . Calcola (a) la temperatura finale e (b) la pressione finale.

87. Una placca di ferro è tenuta contro una ruota di ferro in modo tale che una forza d'attrito di 50.0 N agisca fra i due pezzi di metallo. La velocità relativa alla quale le due superfici strisciano l'una sull'altra è 40.0 m/s. (a) Calcolare il tasso al quale l'energia meccanica è convertita in energia interna. (b) La placca e la ruota hanno ciascuna una massa di 5.00 kg, e ciascuna riceve il 50.0% dell'energia interna. Se il sistema gira come è stato descritto per 10.0 s e ciascun oggetto raggiunge una temperatura interna uniforme, qual è l'incremento risultante di temperatura?

VISUALIZZA SOLUZIONE

88. (a) In aria a 0°C, un blocco di rame di 1.60 kg è costretto a scorrere per 2.50 m/s su una lastra di ghiaccio a 0°C. L'attrito porta il blocco a fermarsi. Calcolare la massa di ghiaccio che si scioglie. (b) Poiché il blocco rallenta, identificare l'energia in ingresso Q , la sua variazione di energia interna ΔE_{int} e la variazione di energia meccanica per il sistema di blocco-ghiaccio. (c) Per il sistema ghiaccio, identificare il suo apporto di energia Q e la sua variazione di energia interna ΔE_{int} . (d) Un blocco di 1.60 kg di ghiaccio al 0°C è costretto a scorrere per 2.50 m/s su un foglio di rame a 0°C. L'attrito porta il blocco a fermarsi. Trovare la massa di ghiaccio che si scioglie. (e) Valutare Q e ΔE_{int} per il sistema blocco di ghiaccio e ΔE_{mec} per il sistema blocco-ghiaccio. (f) Valutare Q e ΔE_{int} per il sistema lamina metallica. (g) Una sottile lastra di rame di 1.60 kg a 20°C è fatta scorrere per 2.50 m/s su una lastra stazionaria identica e alla stessa temperatura. L'attrito arresta rapidamente il moto. Supponendo che non venga trasferita energia all'ambiente mediante calore, trovare la variazione di temperatura di entrambi gli oggetti. (h) Valutare Q e ΔE_{int} per la lastra scorrevole e ΔE_{int} per il sistema a due lastre. (i) Valutare Q e ΔE_{int} per la lastra stazionaria.

89. Si consideri dell'acqua in un bollitore elettrico. La potenza assorbita dall'acqua è 1.00 kW. Supponendo che la pressione di vapore nel bollitore sia uguale alla pressione atmosferica, determinare la velocità di effusione del vapore dal beccuccio del bollitore se il beccuccio ha una sezione trasversale di 2.00 cm². Si assuma che il vapore si comporti come un gas perfetto.

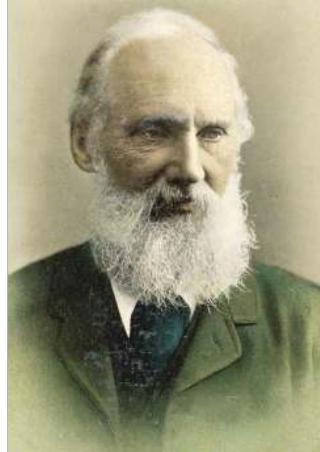
VISUALIZZA SOLUZIONE

Macchine termiche,

Il primo principio della termodinamica che abbiamo studiato nel Capitolo 17 e la più generale equazione di conservazione dell'energia (Eq. 7.2) sono formulazioni del principio di conservazione dell'energia. Questo principio non pone restrizioni al tipo di trasformazione di energia che può avvenire. Però, nella realtà, si osservano e si possono realizzare soltanto certi tipi di trasformazioni. Consideriamo i seguenti esempi di trasformazioni che sono coerenti con il principio di conservazione dell'energia in entrambi i versi ma che in pratica procedono soltanto in uno di essi.



Una macchina di Stirling degli inizi del XIX secolo. L'aria viene riscaldata nel cilindro inferiore usando una sorgente esterna. A questo punto l'aria si espande e preme contro un pistone facendolo muovere. L'aria viene poi raffreddata consentendo al ciclo di ripartire nuovamente. Questo è un esempio di macchina termica che studiamo in questo capitolo.



© istockphoto.com/ZU_09

Lord Kelvin

Fisico e matematico britannico (1824-1907) Nato come William Thomson a Belfast, nell'Irlanda del Nord, Kelvin fu il primo a proporre l'uso della scala assoluta di temperatura. La scala di temperatura Kelvin è chiamata così in suo onore. Il lavoro di Kelvin in termodinamica condusse all'idea che l'energia non può passare spontaneamente da un corpo più freddo a uno più caldo.

¹ Come vedremo in questo capitolo, è più corretto dire che l'insieme degli eventi con verso temporale invertito è altamente improbabile. Da questo punto di vista, eventi in una direzione sono enormemente più probabili che quelli nel verso opposto.

² Noi useremo il calore come modello per il trasferimento di energia in una macchina termica. D'altra parte, altri metodi di trasferimento di energia sono anche possibili nel modello di macchina termica. Ad esempio, come vedremo nel Paragrafo 18.9, l'atmosfera della Terra può essere schematizzata come una macchina termica nella quale il trasferimento di energia in ingresso avviene per mezzo dell'energia eletromagnetica proveniente dal Sole. La macchina termica atmosferica, in uscita, produce la struttura dei venti nell'atmosfera.

³ Un motore d'automobile non è, a rigore, una macchina termica secondo la definizione di processo ciclico che se ne è data. Infatti, la sostanza (la miscela di aria-benzina) è sottoposta ad un solo ciclo ed è poi espulsa attraverso il sistema di scarico.

1. Quando due corpi a temperature diverse sono messi a contatto termico fra loro, l'energia fluisce sempre, sotto forma di calore, dall'oggetto più caldo a quello più freddo. Non osserviamo mai l'energia fluire dall'oggetto più freddo al più caldo.
2. Una palla di gomma che cade per terra rimbalza diverse volte e alla fine si ferma, avendo trasformato l'originaria energia potenziale gravitazionale del sistema palla-Terra in energia interna della palla e del suolo. D'altra parte, non capita mai che una palla ferma al suolo trasformi l'energia interna del suolo e inizi a rimbalzare spontaneamente.
3. Se ossigeno e idrogeno sono mantenuti in due parti separate di un contenitore tramite una membrana e la membrana viene bucata, le molecole d'ossigeno e d'idrogeno si mescolano insieme. Non osserviamo mai una miscela di ossigeno e idrogeno separarsi spontaneamente in parti differenti del contenitore.

Tutte queste sono *trasformazioni irreversibili*; cioè, esse avvengono spontaneamente in una sola direzione. In questo capitolo studieremo un nuovo fondamentale principio che ci permette di capire perché queste trasformazioni avvengano in una sola direzione.¹ Il secondo principio della termodinamica, che è l'obiettivo principale di questo capitolo, stabilisce quali trasformazioni naturali possano e quali non possano avvenire.

18.1

Macchine termiche e secondo principio della termodinamica

Un dispositivo che risulta molto utile per capire il secondo principio della termodinamica è la macchina termica. Una **macchina termica** è un dispositivo che incamera energia sotto forma di calore² e, operando in modo ciclico, espelle una frazione di quell'energia sotto forma di lavoro. Per esempio, in un tipico processo per produrre elettricità in una centrale,

viene bruciato carbone o qualche altro combustibile e l'energia interna risultante viene usata per trasformare l'acqua in vapore. Questo vapore viene convogliato alle pale di una turbina, ponendola in rotazione. Infine, l'energia meccanica associata a questa rotazione è utilizzata per far funzionare un generatore elettrico. In un'altra macchina termica, il motore a combustione interna di una automobile, entra energia nel motore con un trasferimento di materia quando il combustibile viene iniettato nel cilindro e una frazione di questa energia viene convertita in energia meccanica.

In generale, una macchina termica fa compiere a una sostanza una trasformazione ciclica³ durante la quale (1) la sostanza assorbe energia sotto forma di calore da un termostato ad alta temperatura, (2) viene compiuto lavoro dalla macchina e (3) viene ceduta energia dalla macchina a un termostato a più bassa temperatura. Questa energia in uscita è spesso indicata come energia persa, energia di scarico o inquinamento termico. Come esempio, consideriamo il funzionamento di una macchina a vapore nella quale la sostanza impiegata è l'acqua. L'acqua compie un ciclo nel quale prima si trasforma in vapore in una caldaia e poi si espande spingendo un pistone. Dopo che il vapore si condensa in acqua fredda, esso ritorna alla caldaia e il processo ricomincia.

È utile rappresentare schematicamente una macchina termica come nella Figura 18.1. La macchina assorbe una quantità di energia $|Q_c|$ dal termostato caldo. Per la discussione matematica delle macchine termiche usiamo il valore assoluto per avere valori positivi per tutte le trasformazioni di energia sotto forma di calore mentre usiamo esplicitamente il segno, positivo o negativo, per indicare il verso della trasformazione. La macchina compie il lavoro W_{mac} (cosicché un lavoro *negativo* $W = -W_{\text{mac}}$ è svolto *sulla* macchina) e cede l'energia $|Q_f|$ al termostato freddo. Poiché la sostanza compie un ciclo, la sua energia interna iniziale e finale è la stessa, per cui $\Delta E_{\text{int}} = 0$. Per la macchina si può usare il modello di un sistema non isolato nello stato stazionario. Quindi, dal primo principio,

$$\Delta E_{\text{int}} = 0 = Q + W \rightarrow Q_{\text{tot}} = -W = W_{\text{mac}}$$

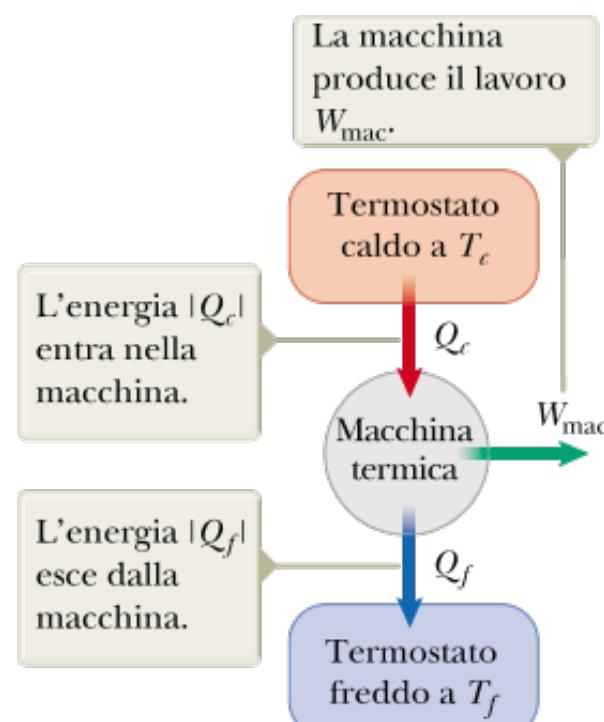


FIGURA 18.1 Rappresentazione schematica di una macchina termica.

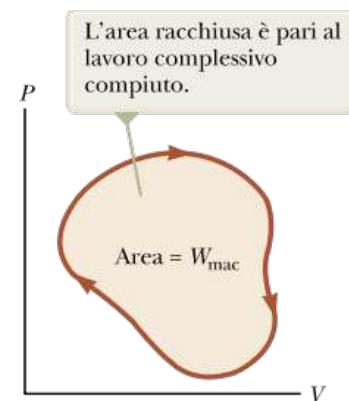


FIGURA 18.2 Diagramma PV per un processo ciclico arbitrario.

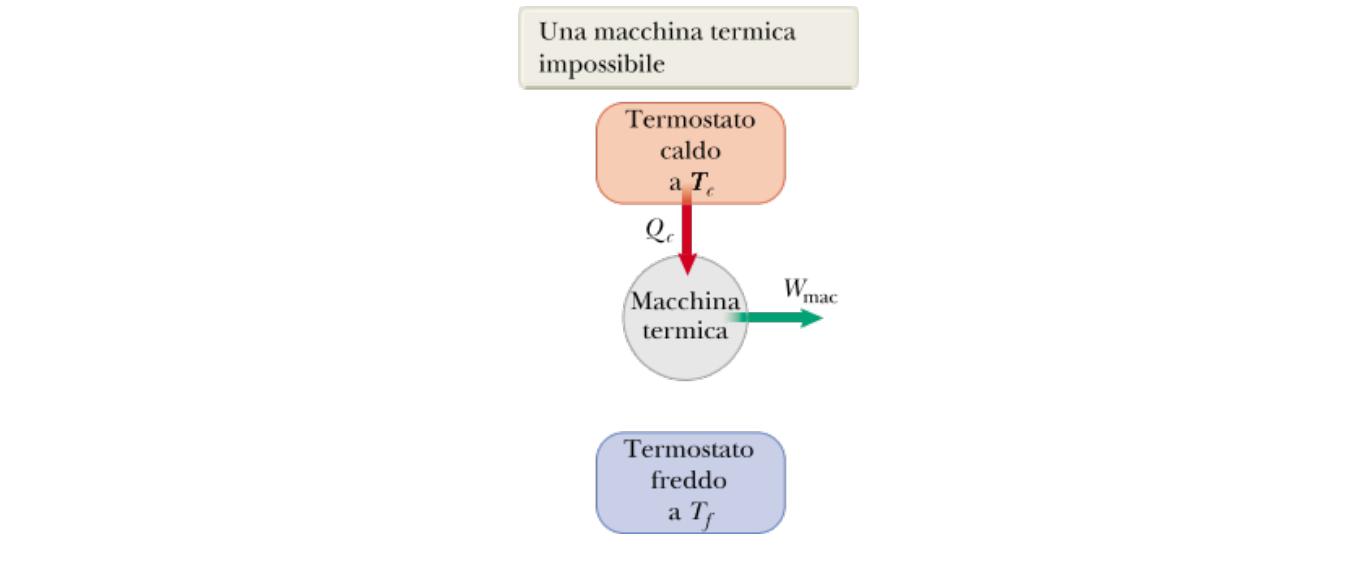


FIGURA 18.3 Diagramma schematico di una macchina termica che prende energia da un termostato caldo e la converte tutta in lavoro. È impossibile costruire tale motore perfetto.

e vediamo che il lavoro W_{mac} compiuto dalla macchina termica è uguale all'energia totale assorbita dalla macchina. Come possiamo vedere dalla Figura 18.1, $Q_{\text{tot}} = |Q_c| - |Q_f|$. Quindi,

$$W_{\text{mac}} = |Q_c| - |Q_f| \quad 18.1 \blacktriangleleft$$

Se la sostanza impiegata è un gas, il lavoro totale svolto in una trasformazione ciclica è l'area racchiusa dalla curva che rappresenta la trasformazione in un diagramma PV . Quest'area è mostrata per una trasformazione ciclica arbitraria nella Figura 18.2.

Il **rendimento**, e , di una macchina termica è definito come il rapporto fra il lavoro svolto dalla macchina e l'energia assorbita alla temperatura più alta durante un ciclo:

$$e = \frac{W_{\text{mac}}}{|Q_c|} = \frac{|Q_c| - |Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} \quad 18.2 \blacktriangleleft$$

Possiamo considerare il rendimento come il rapporto fra ciò che si ottiene (trasferimento di energia sotto forma di lavoro) e ciò che si spende (trasferimento di energia dal termostato di alta temperatura). L'Equazione 18.2 mostra che una macchina termica avrebbe un rendimento del 100% ($e = 1$) soltanto se $Q_f = 0$ (cioè se non venisse trasferita energia al termostato freddo). In altre parole, una macchina termica con rendimento unitario dovrebbe trasformare tutta l'energia assorbita in lavoro meccanico.

L'**enunciato di Kelvin-Planck del secondo principio della termodinamica** può esprimersi come segue:

È impossibile costruire una macchina termica che, operando in un ciclo, abbia come unico risultato quello di assorbire energia da un termostato e di produrre una uguale quantità di lavoro.

L'essenza di questo enunciato del secondo principio è che è teoricamente impossibile costruire una macchina come quella della Figura 18.3 che lavora col 100% di rendimento. Tutte le macchine devono scaricare una parte di energia Q_f nell'ambiente.

QUIZ RAPIDO 18.1

L'energia in ingresso ad una macchina è 3.00 volte maggiore del lavoro che produce. (i) Qual è il suo rendimento? (a) 3.00 (b) 1.00 (c) 0.333 (d) impossibile da calcolare (ii) Che frazione dell'energia in ingresso viene ceduta al termostato freddo? (a) 0.333 (b) 0.667 (c) 1.00 (d) impossibile da determinare.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 18.1 Rendimento di un motore

Un motore compie una trasformazione assorbendo 2.00×10^3 J di energia da un termostato caldo durante un ciclo e cedendo 1.50×10^3 J a un termostato freddo.

- (A)** Trovare il rendimento del motore.
- (B)** Quanto lavoro compie questo motore in un ciclo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Trasformazioni reversibili e irreversibili

Nel prossimo paragrafo discuteremo una macchina termica teorica che è la macchina che ha il più alto rendimento possibile. Allo scopo di capirne la natura, esamineremo prima il significato delle trasformazioni reversibili e irreversibili. Una trasformazione si dice **reversibile** quando il sistema può ritornare nelle condizioni iniziali lungo lo stesso percorso e se ogni punto lungo il cammino costituisce uno stato di equilibrio. Una trasformazione che non soddisfa tali requisiti è **irreversibile**.

Prevenire le insidie
| 18.1 I processi reali sono irreversibili

Il processo reversibile è un'idealizzazione. Tutti i processi reali sulla Terra sono irreversibili.

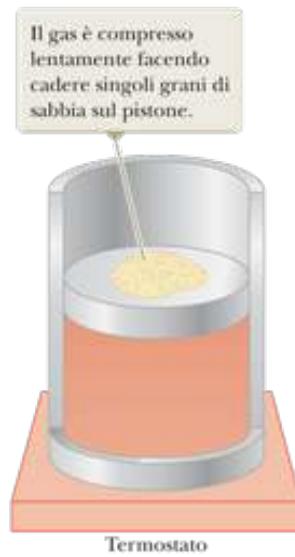


FIGURA 18.4 Un metodo per comprimere un gas in un processo isotermo reversibile.

La maggior parte delle trasformazioni naturali sono irreversibili; la trasformazione reversibile è un'idealizzazione. Le tre trasformazioni descritte nell'introduzione di questo capitolo sono irreversibili, e osserviamo che esse procedono soltanto in un verso. L'espansione libera di un gas discussa nel Paragrafo 17.6 è irreversibile. Quando la membrana viene rimossa, il gas si precipita nella metà vuota del contenitore mentre l'ambiente circostante non varia. Non importa quanto a lungo osserviamo, ma non vedremo mai il gas nell'intero volume ritornare a stare solo metà del volume. Il solo modo che abbiamo perché ciò accada è interagire col gas, per esempio spingendolo all'interno con un pistone, ma ciò produrrebbe una modifica dell'ambiente circostante.

Se una trasformazione reale avviene molto lentamente in modo che il sistema sia sempre molto vicino all'equilibrio, la trasformazione può essere considerata reversibile. Per esempio, immaginiamo di comprimere un gas molto lentamente facendo cadere qualche granello di sabbia su un pistone privo di attrito come in Figura 18.4. La pressione, il volume e la temperatura del gas sono ben definiti durante questa compressione isoterna. Ciascun granello di sabbia aggiunto rappresenta un piccolo cambiamento verso un nuovo stato di equilibrio. La trasformazione può essere invertita per mezzo di una lenta rimozione dei granelli di sabbia dal pistone.

La macchina di Carnot

Nel 1824, un ingegnere francese di nome Sadi Carnot descrisse una macchina teorica, che ora si chiama **macchina di Carnot**, che è di grande importanza sia dal punto di vista pratico che teorico. Egli mostrò che una macchina termica che opera fra due termostati in un ciclo ideale reversibile, detto **ciclo di Carnot**, è la macchina con il più alto rendimento possibile. Una tale macchina ideale determina un limite superiore per il rendimento di tutte le macchine reali. Cioè, il lavoro complessivo svolto da una sostanza sottoposta a un ciclo di Carnot è la massima quantità di lavoro possibile per una data quantità di energia fornita alla sostanza dal termostato a temperatura più alta.

Per descrivere il ciclo di Carnot, assumeremo che la sostanza che compie il lavoro nella macchina sia un gas perfetto contenuto in un cilindro chiuso da un pistone mobile. Le pareti del cilindro e il pistone sono termicamente isolati. I quattro stadi del ciclo di Carnot sono mostrati nella Figura 18.5 (pag. 590); la Figura 18.6 (pag. 590) rappresenta il diagramma PV del ciclo che consiste di due trasformazioni adiabatiche e di due isoterme, tutte reversibili:

Prevenire le insidie
I 18.2 Non cercate
di comprare una
macchina di Carnot

La macchina di Carnot è un'idealizzazione, cosicché non bisogna aspettarsi che essa venga sviluppata e messa in commercio. Studiamo la macchina di Carnot solo per poter fare considerazioni teoriche.

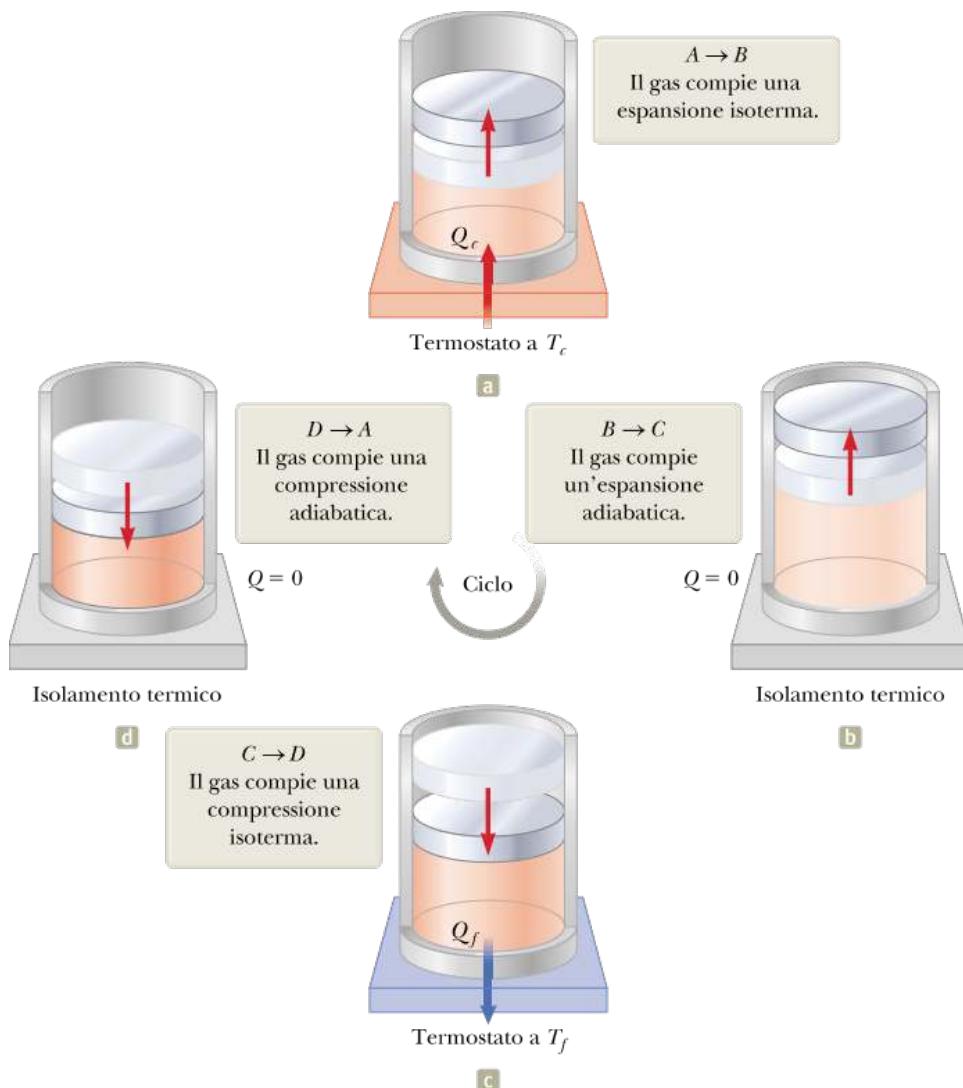


FIGURA 18.5 Il ciclo di Carnot. Le lettere A, B, C e D si riferiscono agli stati del gas mostrati nella Figura 18.6. I vettori sul pistone indicano il verso del moto del pistone durante ciascuna trasformazione.



© INTERFOTO/Alamy

Sadi Carnot

Ingegnere francese (1796-1832) Fisico francese, Carnot fu il primo a mostrare la relazione quantitativa fra lavoro e calore. Nel 1824 pubblicò il suo unico lavoro, *Riflessioni sulla potenza motrice del calore*, in cui analizzò criticamente l'importanza industriale, politica, ed economica della macchina a vapore. In esso, egli definì il lavoro come "peso sollevato ad una altezza".

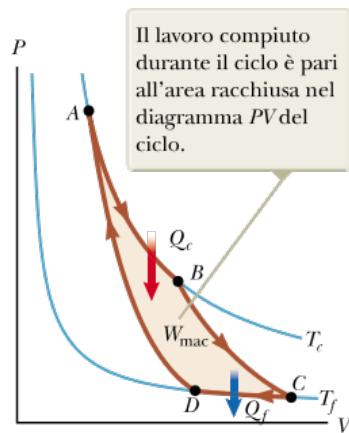


FIGURA 18.6 Il diagramma PV per un ciclo di Carnot. Il lavoro complessivo compiuto W_{mac} è pari all'energia trasferita nella macchina di Carnot in un ciclo, $|Q_c| - |Q_f|$.

- La trasformazione $A \rightarrow B$ (Fig. 18.5a) è un'espansione isotermica alla temperatura T_c . Il gas è mantenuto a contatto termico con un termostato alla temperatura T_c (Fig. 18.5a). Durante l'espansione il gas assorbe l'energia $|Q_c|$ dal termostato attraverso la base del cilindro e compie il lavoro W_{AB} sollevando il pistone.
- Nella trasformazione $B \rightarrow C$ (Fig. 18.5b), la base del cilindro viene isolata termicamente e il gas si espande adiabaticamente, cioè non avviene alcuno scambio di energia sotto forma di calore. Durante l'espansione, la temperatura si abbassa dal valore T_c al valore T_f e il gas compie il lavoro W_{BC} sollevando il pistone.
- Nella trasformazione $C \rightarrow D$ (Fig. 18.5c), il gas è posto in contatto termico con il termostato a temperatura T_f ed è compresso isotermicamente alla temperatura T_f . Durante questo tempo, il gas cede la quantità di energia $|Q_f|$ al termostato e viene compiuto sul gas il lavoro W_{CD} .
- Nella trasformazione finale, $D \rightarrow A$ (Fig. 18.5d), la base del cilindro viene di nuovo isolata termicamente e il gas è compresso adiabaticamente. La temperatura del gas aumenta al valore T_c , e il lavoro svolto sul gas è W_{DA} .

Carnot ha dimostrato che per questo ciclo,

$$\frac{|Q_f|}{|Q_c|} = \frac{T_f}{T_c}$$

18.3 ◀

Quindi, usando l'Equazione 18.2, il rendimento di una macchina di Carnot è

$$e_C = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

18.4

Da questo risultato si ricava che tutte le macchine di Carnot che lavorano tra le stesse due temperature hanno lo stesso rendimento.

⁴ L'impossibilità di raggiungere lo zero assoluto è nota come *terza legge della termodinamica*. Sarebbe necessaria una quantità di energia infinita per abbassare la temperatura di una sostanza fino allo zero assoluto.

⁵ Perché le trasformazioni del ciclo di Carnot siano reversibili, dovrebbero avvenire in modo estremamente lento. Quindi, sebbene la macchina di Carnot sia la più efficiente possibile, ha zero potenza di uscita poiché ha bisogno di un tempo infinito per completare un ciclo! Per una macchina reale, gli intervalli di tempo brevi ad ogni ciclo conducono la sostanza impiegata a raggiungere una temperatura più bassa di quella del termostato caldo ed una temperatura più alta di quella del termostato freddo. Una macchina termica che è sottoposta ad un ciclo di Carnot con un intervallo di temperature più breve è stata analizzata da F.L. Curzon e B. Ahlborn (*Am. J. Phys.*, 43(1):22, 1975), che trovarono che il rendimento alla massima potenza di uscita dipende solo dalle temperature T_f e T_c , ed è dato da $e_{C-A} = 1 - (T_f/T_c)^{1/2}$. Il rendimento di Curzon-Ahlborn e_{C-A} fornisce un'approssimazione più vicina al rendimento di macchine reali rispetto a quello di Carnot.

L'Equazione 18.4 si può applicare a qualunque sostanza che lavori in un ciclo di Carnot tra due termostati. Secondo questo risultato, il rendimento è zero se $T_f = T_c$, come ci si aspetta. Il rendimento cresce quando T_f diminuisce e T_c aumenta. Tuttavia, il rendimento può essere unitario (100%) soltanto se $T_f = 0\text{ K}$. È impossibile raggiungere lo zero assoluto,⁴ cosicché un tale termostato non esiste. Quindi, il massimo rendimento è sempre minore dell'unità. Nella maggior parte dei casi pratici, il termostato freddo è vicino alla temperatura ambiente, circa 300 K. Quindi si cerca normalmente di aumentare la temperatura del termostato caldo. Tutte le macchine reali sono meno efficienti della macchina di Carnot, perché tutte operano in modo irreversibile per completare un ciclo in un breve periodo di tempo.⁵ Oltre a questa limitazione teorica, le macchine reali sono soggette a difficoltà pratiche, come l'attrito, che riducono ulteriormente il rendimento.

QUIZ RAPIDO 18.2

Tre motori lavorano tra due termostati separati in temperatura di 300 K. Le temperature dei termostati sono le seguenti: motore A: $T_c = 1\,000\text{ K}$, $T_f = 700\text{ K}$; motore B: $T_c = 800\text{ K}$, $T_f = 500\text{ K}$; motore C: $T_c = 600\text{ K}$, $T_f = 300\text{ K}$. Ordinare i motori secondo i valori decrescenti del rendimento teorico possibile.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 18.2 | La macchina a vapore

Una macchina a vapore ha un bollitore che opera a 500 K. L'energia estratta dalla combustione del carburante trasforma l'acqua in vapore, e il vapore fa poi funzionare il pistone. La temperatura del termostato freddo è quella dell'aria esterna, circa 300 K. Qual è il massimo rendimento di questa macchina a vapore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Pompe di calore e frigoriferi

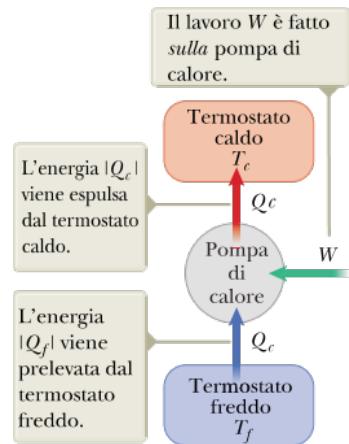


FIGURA 18.7 Rappresentazione schematica di una pompa di calore.

⁶ L'approccio tradizionale è di schematizzare l'energia in ingresso come trasferita sotto forma di lavoro, sebbene la maggior parte delle pompe di calore operino con l'elettricità e, quindi, in realtà, il trasferimento di energia nel dispositivo visto come il sistema è la *trasmissione elettrica*. Se identifichiamo il fluido refrigerante come il sistema di una pompa di calore, l'energia è trasferita nel fluido dal lavoro fatto da un pistone collegato ad un compressore che funziona elettricamente. Per conservare l'approccio tradizionale, schematizzeremo la pompa di calore come se immettesse lavoro, indipendentemente dal sistema.

In una macchina termica, il flusso di energia va dal termostato caldo al termostato freddo, che è il verso naturale. Lo scopo di una macchina termica è di utilizzare l'energia proveniente da un termostato caldo per ottenere lavoro. Cosa succederebbe se volessimo trasferire energia dal termostato freddo a quello caldo? Poiché questo non sarebbe il verso naturale del flusso, dovremmo immettere una certa quantità di energia nel dispositivo per far sì che ciò avvenga. I dispositivi che svolgono questo compito si chiamano **pompe di calore o frigoriferi**.

La Figura 18.7 è una rappresentazione schematica di una pompa di calore. La temperatura del termostato freddo è T_f , quella del termostato caldo è T_c e l'energia assorbita dalla pompa di calore è $|Q_f|$. L'energia trasferita nel sistema la consideriamo come lavoro⁶ W , e l'energia trasferita all'esterno della pompa è $|Q_c|$.

Le pompe di calore sono molto utilizzate per il raffreddamento delle case dove sono note come *condizionatori d'aria* e ora cominciano a essere impiegate sempre di più anche per il riscaldamento. Nell'impiego per il riscaldamento, un fluido refrigerante che circola nella pompa di calore assorbe energia dall'aria esterna (il termostato freddo) e la cede all'interno della struttura (termostato caldo). Il fluido è generalmente costituito da vapore a bassa pressione quando si trova nella serpentina dell'unità esterna, dove assorbe calore dall'aria o dal suolo. Questo gas viene quindi compresso e riscaldato e viene immesso nell'unità interna dove condensa allo stato liquido e cede l'energia da esso immagazzinata. Un condizionatore d'aria è semplicemente una pompa di calore al contrario, con "l'esterno" e "l'interno" scambiati. L'interno della casa è il termostato freddo e l'aria esterna è il termostato caldo.

L'efficienza di una pompa di calore è data in termini di un numero detto **coefficiente di prestazione**, COP. Nella modalità di riscaldamento, esso è definito come il rapporto fra il calore ceduto al termostato caldo e il lavoro richiesto per tale trasformazione:

$$\text{COP (pompa di calore)} \equiv \frac{\text{energia trasferita ad alta temperatura}}{\text{lavoro svolto sulla pompa}} \quad 18.5 \blacktriangleleft$$

$$= \frac{|Q_c|}{W}$$

Come esempio pratico, se la temperatura esterna è -4°C (25°F) o più alta, il COP di una pompa di calore è circa 4. Cioè, l'energia trasferita nella casa è circa quattro volte maggiore del lavoro compiuto dal compressore della pompa di calore. Tuttavia, al diminuire della

temperatura esterna, diventa più difficile per la pompa di calore estrarre energia sufficiente dall'aria e il COP diminuisce rapidamente.

Una macchina termica che utilizza un ciclo di Carnot inverso costituisce una pompa di calore ideale, la pompa di calore con il COP più elevato possibile relativamente alle temperature fra le quali opera. Il massimo coefficiente di prestazione è

$$\text{COP}_C(\text{pompa di calore}) = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

Sebbene le pompe di calore siano prodotti relativamente nuovi nel campo del riscaldamento, il frigorifero è diventato un elettrodomestico comune nelle case da molti decenni. Il frigorifero raffredda il suo interno pompando l'energia dagli scomparti per la conservazione del cibo all'aria esterna più calda. Durante il funzionamento, un frigorifero sottrae energia $|Q_f|$ dal suo interno mentre il suo motore compie un lavoro W sul fluido refrigerante. Il COP di un frigorifero o di una pompa di calore usata nel suo ciclo di raffreddamento è

$$\text{COP}(\text{frigorifero}) = \frac{|Q_f|}{W} \quad \text{18.6} \blacktriangleleft$$

Un frigorifero efficiente è quello che estrae la maggior quantità di energia dal termostato freddo compiendo il minimo lavoro. Perciò un buon frigorifero dovrebbe avere un alto coefficiente di prestazione, tipicamente 5 o 6.

Il coefficiente di prestazione più elevato è di nuovo quello di un frigorifero in cui la sostanza impiegata compie un ciclo di Carnot inverso:

$$\text{COP}_C(\text{frigorifero}) = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

Quando la differenza fra le temperature dei due termostati si avvicina a zero, il coefficiente di prestazione teorico di una pompa di calore di Carnot tende all'infinito. In pratica, la bassa temperatura della serpentina di raffreddamento e l'alta temperatura del compressore limitano il COP a valori al di sotto di 10.

QUIZ RAPIDO 18.3

L'energia che entra in una stufa elettrica per trasmissione di elettricità può essere convertita in energia interna con un'efficienza del 100%. Di che fattore varia il costo del riscaldamento di casa vostra quando si sostituisce l'impianto di riscaldamento con una pompa di calore elettrica che ha un COP di 4.00? Si assuma che il motore che fa funzionare la pompa di calore abbia un'efficienza del 100%. (a) 4.00 (b) 2.00 (c) 0.500 (d) 0.250

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 18.1

È una soffocante giornata d'estate e il tuo sistema di condizionamento d'aria non funziona. In cucina, si trova un frigorifero funzionante e una cassa piena di ghiaccio. Cosa apriresti, e lasceresti aperto, per raffreddare la stanza più efficientemente?

Ragionamento Il termostato ad alta temperatura per il tuo frigorifero di cucina è l'aria della cucina. Se la porta del frigorifero venisse lasciata aperta, dell'energia verrebbe estratta dall'aria della cucina, passerebbe attraverso il sistema di refrigerazione e ritornerebbe direttamente indietro all'aria. Il risultato sarebbe quello di *riscaldare* l'aria della cucina aggiungendo l'energia proveniente dall'alimentazione elettrica necessaria per far funzionare il frigorifero. Se viene aperta la cassa di ghiaccio, energia dell'aria entra nel ghiaccio, aumentandone la temperatura e causando la sua fusione. Il trasferimento di energia dall'aria causa l'abbassamento della sua temperatura. Quindi, sarebbe più efficiente aprire la cassa di ghiaccio.

Un enunciato alternativo del secondo principio

Supponiamo che si desideri raffreddare un pezzo di pizza calda ponendola su un blocco di ghiaccio. Certamente la cosa funzionerà, poiché, come in tutte le situazioni analoghe osservate, l'energia si trasferisce sempre dal corpo caldo a quello freddo. Eppure, nulla nel primo principio della termodinamica dice che quest'energia non possa trasferirsi in senso contrario (immagina il tuo stupore se un giorno ponendo un pezzo di pizza calda sul ghiaccio essa diventasse più calda!) È il secondo principio che determina il verso di un tale fenomeno naturale.

Possiamo fare un'analogia con la sequenza impossibile di eventi che si vedrebbero in un film proiettato all'indietro, come una persona che esca fuori da una piscina atterrando sul trampolino per i tuffi, una mela che sale dal suolo per attaccarsi al ramo dell'albero o una pentola d'acqua calda che inizi a raffreddarsi pur rimanendo a contatto con una fiamma viva. Tali eventi che avvengono invertendo il tempo sono impossibili poiché essi violano il secondo principio della termodinamica. Le trasformazioni reali evolvono seguendo un verso preferenziale.

Il secondo principio si può enunciare in molti modi diversi, ma si può dimostrare che tutti gli enunciati sono equivalenti. Quale forma userai dipenderà dall'applicazione che hai in mente. Per esempio, se sei interessato al trasferimento di energia tra la pizza e il ghiaccio, potresti scegliere di concentrarti sull'**enunciato di Clausius del secondo principio**:

Il calore non fluisce spontaneamente da un oggetto freddo a un oggetto caldo.

SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA: ENUNCIATO DI CLAUSIUS

La Figura 18.8 (pag. 594) mostra una pompa di calore che viola questo enunciato del secondo principio: l'energia si trasferisce da un termostato freddo a un termostato caldo senza alcun lavoro in ingresso. A una prima occhiata, questo enunciato del secondo principio sembra radicalmente diverso da quello del Paragrafo 18.1. I due enunciati sono, in realtà, equivalenti sotto tutti gli aspetti. Non ne daremo qui la prova, ma si può dimostrare che se è falso uno dei due enunciati, lo è anche l'altro.

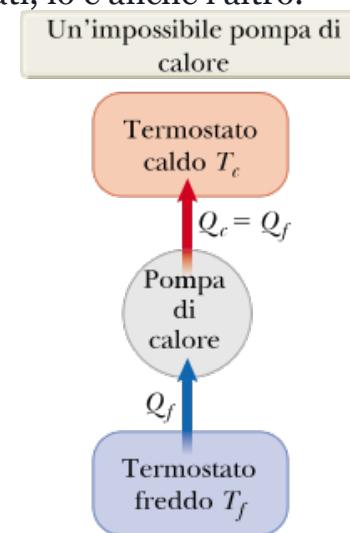


FIGURA 18.8 Diagramma schematico di una pompa di calore o frigorifero impossibile, cioè uno che prende energia da un termostato freddo e la ceda interamente a un termostato caldo senza che ci sia lavoro in ingresso.

Entropia

Il principio zero della termodinamica contiene il concetto di temperatura mentre il primo principio contiene quello di energia interna. La temperatura e l'energia interna sono entrambe funzioni di stato; cioè, esse possono essere usate per descrivere lo stato termodinamico di un sistema. Un'altra funzione di stato, collegata al secondo principio della termodinamica, è l'**entropia** S . In questo paragrafo definiamo l'entropia su scala macroscopica come fu espressa per la prima volta nel 1865 dal fisico tedesco Rudolf Clausius (1822-1888).

L'Equazione 18.3, che descrive la macchina di Carnot, può essere riscritta come

$$\frac{|Q_f|}{T_f} = \frac{|Q_c|}{T_c}$$

Quindi, il rapporto fra l'energia trasferita sotto forma di calore in un ciclo di Carnot e la temperatura (costante) alla quale avviene il trasferimento ha lo stesso valore per ambedue le trasformazioni isoterme. Per generalizzare la presente discussione oltre le macchine termiche, abbandoniamo la notazione di valore assoluto e riprendiamo la nostra originaria convenzione dei segni, nella quale Q_f rappresenta l'energia che esce dal sistema del gas ed è perciò un numero negativo. Quindi, abbiamo bisogno di esplicitare il segno negativo per scrivere l'uguaglianza:

$$-\frac{Q_f}{T_f} = \frac{Q_c}{T_c}$$

Possiamo scrivere quest'equazione come

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 \rightarrow \sum \frac{Q}{T} = 0$$

18.7◀

Non abbiamo specificato un particolare ciclo di Carnot per ottenere questa equazione, cosicché essa deve essere vera per tutti i cicli di Carnot. Inoltre, approssimando un ciclo reversibile generale con una serie di cicli di Carnot, possiamo dimostrare che quest'equazione è vera per *qualsiasi* ciclo reversibile. Ciò suggerisce che il rapporto Q/T possa avere un significato particolare. Infatti lo ha, come faremo notare nella seguente discussione.

Consideriamo una trasformazione infinitesima fra due stati di equilibrio di un sistema. Se dQ_r è l'energia trasferita tramite calore lungo una trasformazione reversibile fra gli stati, la **variazione di entropia**, indipendentemente dal reale cammino seguito, è uguale a questa energia trasferita tramite il calore lungo il cammino reversibile diviso per la temperatura assoluta del sistema:

VARIAZIONE DI ENTROPIA PER UNA TRASFORMAZIONE INFINITESIMA

$$dS = \frac{dQ_r}{T}$$

18.8◀

Prevenire le insidie
I 18.3 L'entropia è un concetto astratto

L'entropia è uno dei concetti più astratti in fisica, cosicché è necessario seguire molto attentamente la discussione in questo e nei seguenti paragrafi. Stai attento a non confondere energia ed entropia; benché i nomi siano simili, esse sono grandezze concettualmente molto differenti.

Il pedice r nel termine dQ_r ci ricorda che il calore deve essere determinato lungo un cammino reversibile, anche se il sistema può in realtà seguire un qualche cammino irreversibile. Quindi, per una trasformazione irreversibile, *dobbiamo* usare il modello di una trasformazione reversibile fra gli stessi stati iniziale e finale allo scopo di calcolare la variazione di entropia. In questo caso, il modello potrebbe non essere affatto vicino alla trasformazione reale, ma ciò non importa poiché l'entropia è una

funzione di stato e la variazione di entropia dipende soltanto dallo stato iniziale e finale. Le sole condizioni richieste sono che la trasformazione sia reversibile e colleghi gli stati iniziale e finale dati.

Quando l'energia è assorbita dal sistema, dQ_r , è positivo e quindi l'entropia aumenta. Quando l'energia è ceduta dal sistema, dQ_r , è negativo e l'entropia diminuisce. Da notare che l'Equazione 18.8 non definisce l'entropia, ma piuttosto la sua *variazione*. Quindi la quantità che ha senso fisico nella descrizione di una trasformazione è la *variazione* di entropia.

Con l'Equazione 18.8, abbiamo una rappresentazione matematica della variazione di entropia, ma non abbiamo sviluppato un modello di che cosa significhi l'entropia.

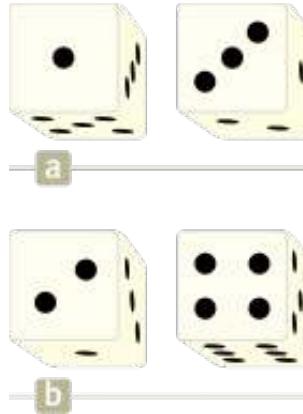


FIGURA 18.9 Due diversi microstati per il lancio di due dadi. Questi corrispondono a due macrostati con valori (a) 4 e (b) 6.

In questo e nei prossimi paragrafi esploreremo vari aspetti dell'entropia che ci condurranno ad averne una comprensione concettuale.

L'entropia originariamente fu introdotta nell'ambito della termodinamica, ma la sua importanza crebbe enormemente quando si sviluppò il campo della fisica chiamato *meccanica statistica*, poiché questo metodo di analisi fornì un modo alternativo di interpretare l'entropia. Nella meccanica statistica, il comportamento di una sostanza è descritto in termini del comportamento statistico del suo grande numero di atomi e molecole. La teoria cinetica, che abbiamo studiato nel Capitolo 16, è un esempio eccellente dell'approccio tipico della meccanica statistica. Uno dei principali risultati di questa trattazione è il principio che i sistemi isolati tendono al disordine e l'entropia è una misura di questo disordine.

Per capire questo concetto, introduciamo la distinzione fra **microstati** e **macrostati** di un sistema. Possiamo fare ciò guardando a un esempio lontano dalla termodinamica: il lancio di dadi su un tavolo da gioco. Per due dadi, un *microstato* è la particolare combinazione di numeri sulle facce superiori dei dadi; per esempio, 1-3 e 2-4 sono due diversi microstati (Fig. 18.9). Il *macrostato* è la somma dei numeri. Quindi, i macrostati per i due esempi di microstati in Figura 18.9 sono 4 e 6. Ora, ecco il concetto centrale di cui abbiamo bisogno per capire l'entropia: il numero di microstati associati con un dato macrostato non è lo stesso per tutti i macrostati, e il macrostato più probabile è quello che ha il maggior numero di microstati possibili. Un macrostato di 7 sulla nostra coppia di dadi ha sei possibili microstati: 1-6, 2-5, 3-4, 4-3, 5-2, 6-1 (Fig. 18.10a). Per un macrostato di 2, vi è soltanto un microstato possibile: 1-1 (Fig. 18.10b). Quindi, un macrostato di 7 ha sei volte più microstati di un macrostato di 2 ed è, perciò, sei volte più probabile. Infatti, il macrostato di 7 è il più probabile macrostato per due dadi. Il gioco d'azzardo con i dadi è costruito sulle probabilità dei vari macrostati.

Consideriamo la bassa probabilità del macrostato 2. Il solo modo di ottenerlo è di avere un 1 su ciascun dado. Noi diciamo che questo macrostato ha un alto grado di *ordine*; *dobbiamo* avere un 1 su ciascun dado affinché questo macrostato esista. Considerando tuttavia i microstati possibili per il macrostato di 7, vediamo sei possibilità. Questo macrostato è più *disordinato*, poiché sono possibili diversi microstati che realizzano lo stesso macrostato. Concludiamo, quindi, che macrostati altamente probabili sono macrostati disordinati e macrostati di bassa probabilità sono macrostati ordinati.

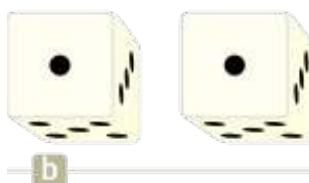
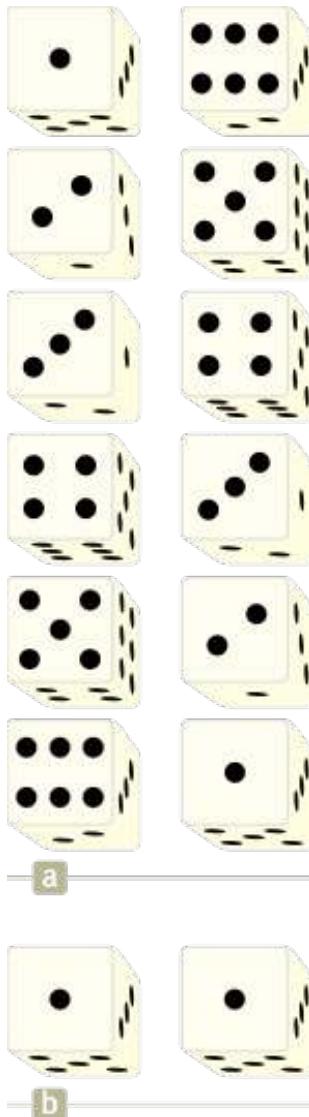


FIGURA 18.10 Possibili microstati a due dadi per un macrostato di (a) 7 e (b) 2. Il macrostato di 7 è più probabile perché ci sono più modi per ottenerlo; sono associati più microstati al 7 che al 2.

Come esempio più vicino alla fisica, consideriamo le molecole di un gas nell'aria di una stanza. Confrontiamo due macrostati possibili. Il macrostato 1 è la condizione nella quale le molecole di azoto e di ossigeno sono mescolate uniformemente in tutta la stanza. Il macrostato 2 è quello in cui le molecole di ossigeno si trovano nella metà anteriore della stanza e le molecole di azoto in quella posteriore. Per nostra esperienza quotidiana, è *estremamente improbabile* che il macrostato 2 esista. D'altra parte, il macrostato 1 è quello che ci aspettiamo normalmente di vedere. Mettiamo in relazione ciò con i microstati, che corrispondono alle possibili posizioni delle molecole di ciascun tipo. Affinché esista il macrostato 2, tutte le molecole di ossigeno devono trovarsi in una metà della stanza e tutte le molecole di azoto nell'altra metà che corrisponde a una situazione altamente ordinata e improbabile. La probabilità di questo evento è infinitesimale. Affinché esista il macrostato 1, ambedue i tipi di molecole sono semplicemente distribuiti uniformemente nella stanza che corrisponde a un livello molto minore di ordine e a una situazione altamente probabile. Quindi, lo stato mescolato è molto più probabile dello stato separato, ed è quello che osserviamo normalmente.

Occupiamoci ora del concetto che i sistemi isolati tendono al disordine. La causa di questa tendenza verso il disordine è facilmente comprensibile. Assumiamo che tutti i microstati siano ugualmente probabili. Quando tuttavia si esaminano i macrostati possibili associati con i microstati, la maggior parte di essi sono macrostati disordinati con molti microstati piuttosto che macrostati ordinati con pochi microstati. Poiché ciascuno dei microstati è ugualmente probabile, risulta altamente probabile che l'effettivo macrostato sia uno di quelli altamente disordinati semplicemente perché vi sono più microstati.

Nei sistemi fisici, non abbiamo a che fare con microstati associati con due entità come nel caso di una coppia di dadi, ma con un numero di molecole dell'ordine del numero di Avogadro. Se immaginiamo di lanciare un numero di Avogadro di dadi, il gioco dei dadi sarebbe privo di senso. Si può fare una previsione pressoché perfetta del risultato quando i numeri sulle facce fossero tutti sommati (se i numeri sulle facce dei dadi fossero sommati uno ogni secondo, sarebbero necessari più di diciannovemila trilioni di anni per tabulare il risultato di un solo lancio!) poiché si ha a che fare con la statistica di un enorme numero di dadi. È questa specie di statistica che applichiamo quando abbiamo a che fare con un numero di Avogadro di molecole. Il macrostato può essere ben previsto. Anche se un sistema parte da stati di bassa probabilità (per esempio le molecole di azoto e di ossigeno

separate in un ambiente da una membrana che viene bucata), esso rapidamente evolve verso uno stato di maggiore probabilità (le molecole si mescolano rapidamente in modo uniforme in tutto l'ambiente).

Possiamo ora presentare ciò come un principio generale delle trasformazioni fisiche: tutte le trasformazioni fisiche tendono verso stati più probabili per il sistema e il suo ambiente circostante. Lo stato più probabile è sempre quello con un grado di disordine più alto.

QUIZ RAPIDO 18.4

- (a) Supponiamo di scegliere quattro carte a caso da un mazzo di carte da gioco e ottenere un macrostato di quattro due. Quanti microstati sono associati con questo macrostato? (b) Supponiamo di prendere due carte e ottenere un macrostato di due assi. Quanti microstati sono associati con questo macrostato?

VISUALIZZA SOLUZIONE

⁷ Per ricavare questa espressione, si può fare riferimento al Capitolo 22 di R.A. Serway and J.W. Jewett Jr, *Fisica per Scienze ed Ingegneria*, Edises, V edizione.

Ora, tutto ciò che abbiamo detto sui dadi e gli stati cosa ha a che fare con l'entropia? Per rispondere a questa domanda, mostreremo come l'entropia sia una misura del disordine di uno stato. Poi, useremo queste idee per produrre una nuova formulazione del secondo principio della termodinamica.

Come abbiamo visto, l'entropia si può definire usando i concetti macroscopici di calore e temperatura. L'entropia può anche essere considerata da un punto di vista microscopico attraverso l'analisi statistica dei moti molecolari. Possiamo collegare l'entropia e il numero di microstati associati con un dato macrostato attraverso la seguente espressione:⁷

$$S \equiv k_B \ln W$$

18.9

ENTROPIA (DEFINIZIONE MICROSCOPICA)

dove W è il numero di microstati associati a un macrostato la cui entropia è S .

Poiché i macrostati più probabili sono quelli con un maggior numero di microstati, e il maggior numero di microstati è associato con un maggior disordine, l'Equazione 18.9 afferma che l'entropia è una misura del disordine microscopico.

FISICA RAGIONATA 18.2

Supponiamo di avere una borsa contenente 100 biglie di cui 50 rosse e 50 verdi. Ci è consentito estrarre quattro biglie dalla borsa secondo le regole seguenti. Estraiamo una biglia, prendiamo nota del suo colore e la rimettiamo nella borsa. Scuotiamo la borsa e poi estraiamo un'altra biglia. Continuiamo così finché non abbiamo estratto e riposto quattro biglie. Quali sono i possibili macrostati per questo insieme di eventi? Qual è il macrostato più probabile? Quale quello meno probabile?

Ragionamento Siccome ciascuna biglia viene rimessa nella borsa prima di estrarne un'altra, e la borsa viene scossa mescolando le biglie, la probabilità di estrarre una biglia rossa è sempre la stessa e questo è vero anche per quelle verdi. Tutti i possibili microstati e macrostati sono mostrati nella

Tabella 18.1. Come si vede dalla tabella, c'è un solo modo per estrarre un macrostato di quattro biglie rosse e c'è un solo microstato per quel macrostato. Ci sono invece quattro possibili microstati corrispondenti al macrostato di una biglia verde e tre rosse, sei microstati corrispondenti a due biglie rosse e due verdi, quattro microstati aventi tre biglie verdi e una rossa e un microstato corrispondente a quattro biglie verdi. Il macrostato più probabile e più disordinato – due biglie verdi e due rosse – corrisponde al numero più elevato di microstati. I macrostati meno probabili – quattro biglie tutte dello stesso colore – corrispondono al numero più basso di microstati.

 **TABELLA 18.1 | Possibili risultati dell'estrazione
di quattro biglie da una borsa**

Macrostato	Possibili microstati	Numero totale di microstati
Tutte R	RRRR	1
1V, 3R	RRRV, RRVR, RVRR, VRRR	4
2V, 2R	RRVV, RRVV, VRRV, RVVR, VRVR, VVRR	6
3V, 1R	VVVR, VVRV, VRVV, RVVV	4
Tutte V	VVVV	1

Entropia e secondo principio della termodinamica

Poiché l'entropia è una misura del disordine e i sistemi fisici tendono verso macrostati disordinati, possiamo enunciare il secondo principio in un altro modo, detto **enunciato entropico del secondo principio della termodinamica**:

SECONDO PRINCIPIO: ENUNCIATO ENTROPICO

L'entropia dell'Universo aumenta in tutte le trasformazioni naturali.

Per calcolare la variazione di entropia in una trasformazione finita, dobbiamo pensare che T generalmente non è costante. Se dQ_r è l'energia trasferita reversibilmente tramite il calore quando il sistema si trova a temperatura T , allora la variazione di entropia in una trasformazione arbitraria reversibile fra uno stato iniziale e uno stato finale è

VARIAZIONE DELL'ENTROPIA IN UNA TRASFORMAZIONE FINITA

$$\Delta S = \int_i^f dS = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} \quad (\text{percorso reversibile})$$

18.10◀

>

La variazione di entropia di un sistema dipende soltanto dalle proprietà degli stati di equilibrio iniziale e finale poiché l'entropia è una funzione di stato, come l'energia interna. Ciò è in accordo con il fatto che l'entropia è legata al disordine. Per un dato macrostato di un sistema, esiste una data quantità di disordine, misurato da W (Eq. 18.9), il numero di microstati corrispondente al macrostato. Questo numero non dipende dal percorso seguito dal sistema quando va da uno stato all'altro.

Nel caso di una trasformazione adiabatica reversibile, nessuna energia viene trasferita tramite il calore fra il sistema e il suo ambiente circostante, e quindi $\Delta S = 0$. Poiché non avviene alcuna variazione di entropia, una tale trasformazione è spesso chiamata **trasformazione isoentropica**.

Consideriamo la variazione di entropia che avviene in una macchina di Carnot che funziona fra le temperature T_f e T_c . L'Equazione 18.7 afferma che per un ciclo di Carnot,

$$\Delta S = 0$$

Consideriamo ora un sistema che compia un ciclo arbitrario reversibile. Poiché l'entropia è una funzione di stato e quindi dipende soltanto dalle proprietà di un dato stato di equilibrio, concludiamo che $\Delta S = 0$ per ogni ciclo reversibile. In generale questa condizione si esprime in forma matematica come

$$\oint \frac{dQ_r}{T} = 0$$

18.11◀

dove il simbolo \oint indica che l'integrazione è estesa a un percorso *chiuso*.

QUIZ RAPIDO 18.5

Per una variazione di entropia di un sistema sottoposto a una trasformazione reversibile e adiabatica, quale delle seguenti relazioni è vera? (a) $\Delta S < 0$ (b) $\Delta S = 0$ (c) $\Delta S > 0$

VISUALIZZA SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 18.6

Un gas perfetto va da una temperatura iniziale T_i a una temperatura finale più alta T_f lungo due diversi percorsi reversibili. Il percorso A è a pressione costante; il percorso B è a volume costante. Qual è la relazione fra le variazioni di entropia del gas per questi percorsi? (a) $\Delta S_A > \Delta S_B$ (b) $\Delta S_A = \Delta S_B$ (c) $\Delta S_A < \Delta S_B$

VISUALIZZA SOLUZIONE

SECONDO PRINCIPIO ED EVOLUZIONE

Una questione che spesso si pone è la relazione tra il secondo principio e l'evoluzione umana. Il corpo umano è un sistema altamente organizzato che si è sviluppato a partire da organismi semplici attraverso il processo evolutivo. Alcuni sostengono che l'aumento di ordine associato con l'evoluzione umana sulla Terra è contraria al secondo principio della termodinamica.

Un'osservazione da fare contro questa affermazione è che aumenti locali dell'ordine non sono preclusi dal secondo principio fintanto che l'intero sistema lo rispetta. Dobbiamo tener traccia di *tutta* l'energia nel sistema per poter fare affermazioni sull'ordine del sistema nel suo insieme. Per esempio, fiocchi di neve esagonali ordinati si formano spontaneamente da molecole d'acqua che si muovono in aria in modo casuale. Questo corrisponde a un incremento locale dell'ordine, ma non rappresenta un aumento per l'Universo. Quando l'acqua si ghiaccia per diventare fiocchi di neve, viene ceduta energia dall'acqua che si sta congelando all'aria. Dove è andata a finire quest'energia? Il fatto che quest'energia si diffonda, come l'energia interna tende a fare, rappresenta un aumento del disordine. È impossibile seguire il percorso di quest'energia con esattezza ma l'energia da questo e molti altri fiocchi di neve creerà disordine compensando l'ordine dei fiocchi di neve.

L'argomentazione riguardo l'evoluzione non considera anche il fatto che la Terra non è un sistema isolato sicché la sua entropia non deve sempre aumentare. Non essendo un sistema isolato, la Terra va considerata *insieme* al suo ambiente circostante. Poiché arriva continuamente una grossa quantità di energia sulla Terra dal Sole, avvengono spesso delle spontanee diminuzioni dell'entropia sulla Terra.

Ogni volta che l'energia entra in un sistema, aumenti dell'ordine sono possibili. Immaginiamo le costruzioni per i bambini posizionate in modo casuale sul pavimento. Se le costruzioni fossero un sistema isolato, esse non si aggregherebbero mai a formare un oggetto organizzato. Ma ora rilasciamo la condizione che il sistema sia isolato consentendo ad una persona di varcare i confini del sistema, prendere le costruzioni e costruire un oggetto. L'energia è entrata nel sistema attraverso il lavoro fatto dalla persona sulle costruzioni e il sistema è ora più ordinato di prima.

Il processo evolutivo è una versione su scala più alta e complessa della formazione dei fiocchi di neve e della costruzione di oggetti a partire dai mattoncini delle costruzioni per bambini. A causa della gran quantità di energia che arriva sulla Terra dal Sole, un aumento locale (per esempio l'evoluzione umana) può avvenire senza violare il secondo principio della termodinamica. L'aumento del disordine rappresentato dai processi di fusione nel Sole e l'enorme produzione di energia nello spazio aumentano l'entropia dell'Universo molto più di quanto l'evoluzione la diminuisca.

Il secondo principio predice che qualcosa di piccolo e caldo (il Big Bang) diventerà grande e freddo (l'Universo attuale). Se consideriamo l'evoluzione della vita ordinata su un minuscolo pianeta in una galassia che fa parte di un Universo in espansione contenente miliardi di galassie, il secondo principio della termodinamica non corre alcun rischio di essere violato.

FISICA RAGIONATA 18.3

Una scatola contiene cinque molecole di gas, inizialmente sparse in tutta la scatola. A un certo istante, tutte e cinque si trovano nella stessa metà della scatola che è una situazione altamente ordinata. Ciò viola il secondo principio della termodinamica? Il secondo principio è valido per questo sistema?

Ragionamento Strettamente parlando, questa situazione viola il secondo principio della termodinamica. La risposta alla seconda domanda, tuttavia, ci dice che il secondo principio non vale per un piccolo numero di particelle. Il secondo principio è basato sull'insieme di un enorme numero di particelle, per i quali gli stati disordinati hanno probabilità astronomicamente più alte degli stati ordinati. Poiché il mondo macroscopico è costituito da un enorme numero di particelle, il secondo principio è valido, in quanto i processi reali evolvono dall'ordine verso il disordine. Nel sistema delle cinque molecole, l'idea generale del secondo principio è valida nel senso che vi sono più stati disordinati che ordinati, ma la probabilità relativamente alta degli stati ordinati fa sì che essi di tanto in tanto esistano.

Esempio 18.3 | Variazione di entropia: la fusione

Una sostanza solida con un calore latente di fusione L_f fonde alla temperatura T_f . Calcolare la variazione di entropia quando una massa m di sostanza fonde.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Variazioni di entropia nelle trasformazioni irreversibili

Finora abbiamo calcolato le variazioni di entropia usando l'informazione relativa a un percorso reversibile fra gli stati iniziale e finale di equilibrio. Possiamo calcolare la variazione di entropia per una trasformazione irreversibile escogitando una trasformazione reversibile (o una serie di trasformazioni reversibili) tra gli stessi due stati di equilibrio coinvolti nella trasformazione irreversibile e calcolando $\int dQ_r / T$ per la trasformazione reversibile. Nelle trasformazioni irreversibili, è essenziale distinguere fra Q , l'energia reale trasferita nella trasformazione, e Q_r , l'energia che si sarebbe trasferita sotto forma di calore lungo un percorso reversibile fra gli stessi stati. Soltanto il secondo valore fornisce la corretta variazione di entropia. Per esempio, come abbiamo visto, se un gas perfetto si espande adiabaticamente nel vuoto, $Q = 0$, ma $\Delta S \neq 0$ poiché $Q_r \neq 0$. Il cammino reversibile fra gli stessi due stati è l'espansione isoterma reversibile che fornisce $\Delta S > 0$.

Nell'enunciato enunciato enunciato del del del secondo secondo principio principio principio della della termodinamica termodinamica termodinamica nel nel nel paragrafo paragrafo paragrafo prepre-pre-cedente abbiamo descritto l'aumento di entropia per l'intero Universo. Possiamo anche applicare il secondo principio a porzioni di Universo come i sistemi. Consideriamo prima i sistemi isolati. Troviamo che l'entropia totale di un sistema isolato che subisce una trasformazione non può diminuire. Se la trasformazione che avviene nel sistema è irreversibile, come per la maggior parte delle trasformazioni reali, l'entropia del sistema aumenta. D'altra parte, in una trasformazione adiabatica reversibile, l'entropia totale di un sistema isolato rimane costante.

Quando abbiamo a che fare con oggetti interagenti che non sono isolati dall'ambiente, dobbiamo considerare la variazione di entropia del sistema e del suo ambiente. Quando due oggetti interagiscono in una trasformazione irreversibile, l'aumento di entropia di una parte dell'Universo è maggiore della diminuzione di entropia dell'altra parte. Quindi, concludiamo che la variazione di entropia dell'Universo deve essere maggiore di zero per una trasformazione irreversibile e uguale a zero per una trasformazione adiabatica reversibile. Alla fine, l'entropia dell'Universo avrà raggiunto il suo valore massimo. A questo punto l'Universo si troverà in uno stato di temperatura e densità uniformi. Tutti i processi fisici, chimici e biologici cesseranno poiché un perfetto stato di disordine implica la non disponibilità di ulteriore energia per compiere lavoro. Ci si riferisce talvolta a questo cupo stato dei fatti come alla "morte termica" dell'Universo.

QUIZ RAPIDO 18.7

Vero o falso: la variazione di entropia in una trasformazione adiabatica deve essere zero perché $Q = 0$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 18.4

L'enunciato sull'entropia del secondo principio afferma che l'entropia dell'Universo aumenta nelle trasformazioni irreversibili. Ciò sembra molto diverso dalle formulazioni di Kelvin-Planck e Clausius del secondo principio. Si può mostrare che questi due enunciati sono coerenti con l'interpretazione in termini di entropia del secondo principio?

Ragionamento Queste tre formulazioni sono coerenti. Nell'enunciato di Kelvin-Planck, l'energia nel termostato è energia interna disordinata: il moto casuale delle molecole. Il lavoro svolto produce energia ordinata come ad esempio spingendo un pistone per una certa distanza. In questo caso, il moto di tutte le molecole del pistone è nello stesso verso. Se una macchina termica assorbisse calore e svolgesse un'uguale quantità di lavoro, allora si sarebbe convertito disordine in ordine, violando l'enunciato sulla entropia. Nell'enunciato di Clausius, partiamo con un sistema ordinato: temperatura più alta nell'oggetto caldo e più bassa nell'oggetto freddo. Questa separazione di temperature è un esempio di ordine. Se l'energia fluisse dall'oggetto freddo a quello caldo, in modo da aumentare ulteriormente la differenza di temperatura, ciò implicherebbe un aumento di ordine, in violazione dell'enunciato sull'entropia.

Variazione di entropia in una espansione libera

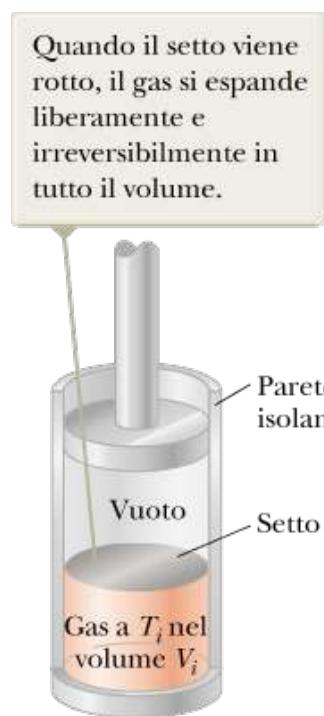


FIGURA 18.11 Espansione libera adiabatica di un gas. Il contenitore è isolato termicamente dall'esterno, quindi $Q = 0$.

Un gas perfetto all'interno di un contenitore isolato occupa inizialmente un volume V_i (Fig. 18.11). Un setto che separa il gas da una regione vuota viene rotto cosicché il gas si espande (irreversibilmente) fino ad un volume V_f . Troviamo la variazione di entropia del gas e dell'Universo.

La trasformazione non è né reversibile né quasi-statica. Il lavoro svolto sul gas è zero e, poiché le pareti sono isolate, nessuna energia è trasferita sotto forma di calore durante l'espansione. Cioè, $W = 0$ e $Q = 0$. Il primo principio ci dice che la variazione di energia interna ΔE_{int} è zero; quindi, $E_{\text{int},i} = E_{\text{int},f}$. Poiché il gas è perfetto, E_{int} dipende solo dalla temperatura, cosicché si può concludere che $T_i = T_f$.

Per applicare l'Equazione 18.10, dobbiamo trovare Q_r ; cioè, dobbiamo trovare un cammino reversibile equivalente che condivida gli stessi stati iniziale e finale. Una scelta semplice è un'espansione isoterma reversibile nella quale il gas spinga lentamente un pistone mentre viene assorbito calore per mantenere costante la temperatura. Poiché in questa trasformazione T è costante, l'Equazione 18.10 dà

$$\Delta S = \int \frac{dQ_r}{T} = \frac{1}{T} \int_i^f dQ,$$

Poiché stiamo considerando una trasformazione isoterma, $\Delta E_{\text{int}} = 0$, e, per il primo principio della termodinamica, il calore assorbito è uguale al lavoro cambiato di segno svolto sul gas, $dQ_r = -dW = P dV$. Usando questo risultato, troviamo che

$$\Delta S = \frac{1}{T} \int dQ_r = \frac{1}{T} \int P dV = \frac{1}{T} \int \frac{nRT}{V} dV = nR \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

18.12◀

Poiché $V_f > V_i$, concludiamo che ΔS è positivo, e quindi sia l'entropia che il disordine del gas (e dell'Universo) aumentano per effetto dell'espansione adiabatica irreversibile.

Esempio 18.4 |

Riconsideriamo l'espansione libera di un gas perfetto

Verifichiamo che gli approcci macroscopici e microscopici al calcolo dell'entropia conducono alla stessa conclusione per l'espansione libera adiabatica di un gas perfetto. Supponiamo che un gas perfetto si espanda arrivando a quadruplicare il volume iniziale. Come abbiamo visto per questa trasformazione, le temperature iniziali e finali sono uguali.

(A) Usando l'approccio macroscopico calcolare la variazione di entropia del gas.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: l'atmosfera come macchina termica

Nel Capitolo 17, abbiamo previsto una temperatura globale basata sulla nozione di bilancio energetico tra la radiazione visibile proveniente dal Sole e la radiazione infrarossa emessa dalla Terra. Questo modello conduce a una temperatura globale che è ben al di sotto di quella misurata. Questa discrepanza deriva dal fatto che gli effetti dell'atmosfera non sono stati inclusi nel nostro modello. In questo paragrafo introdurremo alcuni di questi effetti e mostreremo che l'atmosfera può essere considerata come una macchina termica. Nelle Conclusioni al contesto, useremo concetti appresi nei capitoli di termodinamica per costruire un modello che abbia un migliore successo nel prevedere la temperatura corretta della Terra.

Cosa accade all'energia che entra nell'atmosfera con la radiazione solare? La Figura 18.13 ci aiuta a rispondere a questa domanda mostrando come l'energia in ingresso sia sottoposta a vari processi. Se indichiamo col 100% l'energia in entrata, troviamo che il 30% di essa è riflessa indietro nello spazio, come abbiamo detto nel Capitolo 17. Questo 30% include un 6% diffuso all'indietro dalle molecole dell'aria, un 20% riflesso dalle nuvole e il 4% riflesso dalla superficie terrestre. Il restante 70% è assorbito dall'aria o dalla superficie della Terra. Prima di raggiungere la superficie, il 20% della radiazione originaria è assorbita dall'aria, il 4% dalle nuvole e il 16% dall'acqua, dalle particelle di polvere e dall'ozono dell'atmosfera. Dell'originaria radiazione incidente sulla sommità dell'atmosfera, il suolo della Terra ne assorbe il 50%.

Il suolo emette radiazione verso l'alto e trasferisce energia all'atmosfera attraverso diversi processi. Dell'originario 100% dell'energia incidente, semplicemente il 6% ritorna indietro nello spazio attraverso l'atmosfera (a destra nella Fig. 18.13). In più, il 14% dell'originaria energia incidente emessa come radiazione dal suolo viene assorbita dalle molecole d'acqua e di anidride carbonica. L'aria riscaldata dalla superficie terrestre sale in alto per convezione, trasportando il 6% dell'originaria energia nell'atmosfera. Il risultato del ciclo idrologico è che il 24% dell'originaria energia viene trasportato in alto come vapore acqueo e liberato nella atmosfera dove il vapore condensa in acqua liquida.

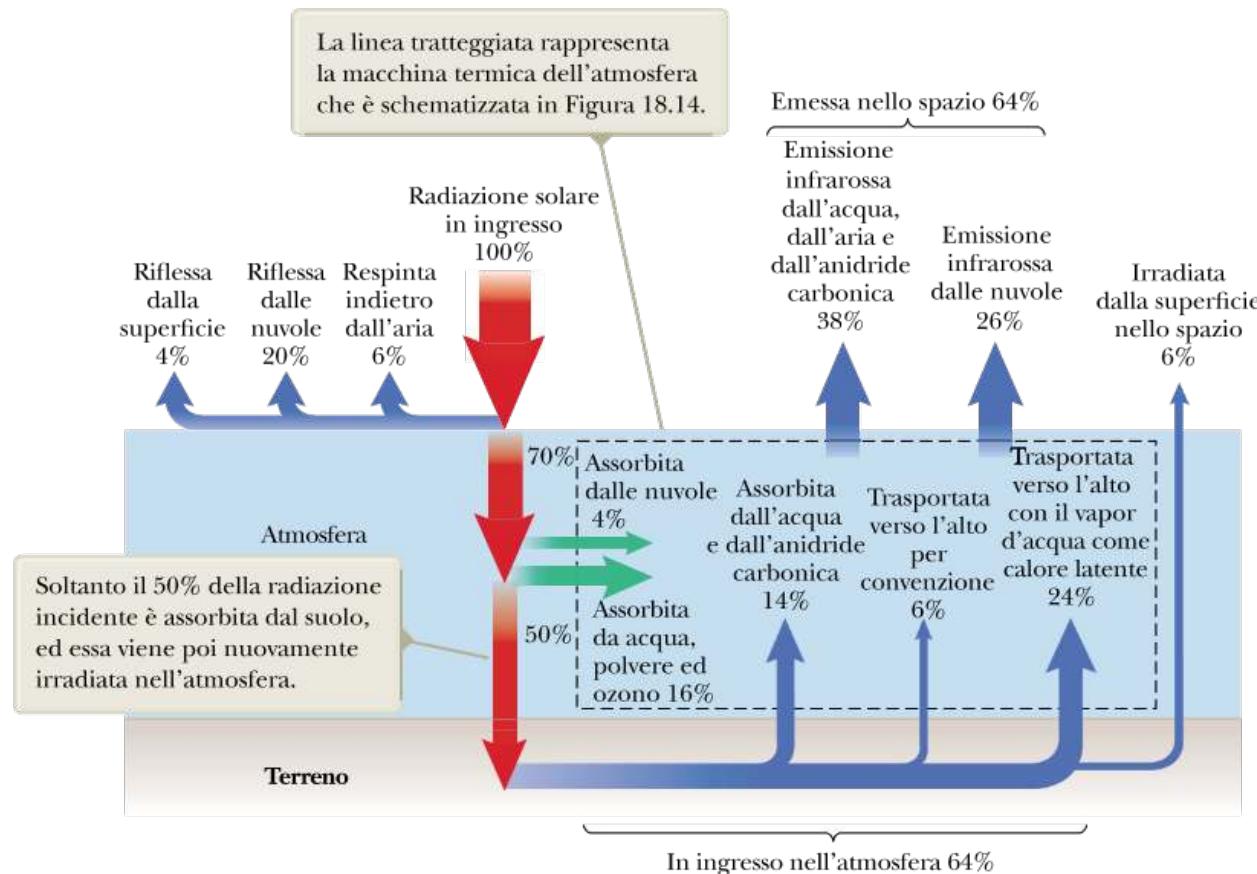


FIGURA 18.13 L'energia in ingresso dal Sole nell'atmosfera è divisa in diverse componenti.

Queste trasformazioni danno luogo a un totale del 64% dell'energia originaria assorbito dall'atmosfera, con un altro 6% proveniente dalla superficie che ritorna indietro nello spazio. Poiché l'atmosfera è in uno stato stazionario, questo 64% è anche emesso dall'atmosfera nello spazio. L'emissione è di due tipi. Il primo è radiazione infrarossa emessa dalle molecole dell'atmosfera, come il vapore acqueo, l'anidride carbonica, le

molecole di azoto e ossigeno dell'aria. Ciò rende conto dell'emissione del 38% dell'energia originaria. Il restante 26% viene emesso come radiazione infrarossa dalle nuvole.

La Figura 18.13 tiene conto di tutti i flussi di energia; la quantità di energia in entrata è uguale alla quantità di energia in uscita, che è la premessa usata nel Collegamento al contesto del Capitolo 17. Tuttavia, la principale differenza rispetto alla nostra discussione in quel capitolo è la nozione di assorbimento di energia da parte dell'atmosfera. È proprio questo assorbimento che crea i processi termodinamici nell'atmosfera che causano l'aumento della temperatura della superficie al di sopra del valore calcolato nel Capitolo 17. Approfondiremo ancora questi processi e la variazione della temperatura dell'atmosfera con l'altezza nelle Conclusioni al contesto.

Per chiudere questo capitolo, discutiamo un ulteriore processo che non è incluso nella Figura 18.13. Le varie trasformazioni rappresentate in questa figura danno luogo a una piccola quantità di lavoro svolto sull'aria, che appare come energia cinetica dei venti prevalenti nell'atmosfera.

L'ammontare dell'originaria energia solare che è trasformata in energia cinetica dei venti prevalenti è circa lo 0.5%. Il processo di generazione dei venti non cambia il bilancio energetico della Figura 18.13. L'energia cinetica del vento è convertita in energia interna quando le masse d'aria si muovono l'una rispetto all'altra. Questa energia interna produce un aumento di emissione infrarossa dell'atmosfera nello spazio, cosicché lo 0.5% è solo temporaneamente nella forma di energia cinetica prima di essere emesso come radiazione.

Possiamo schematizzare l'atmosfera come una macchina termica, indicata in Figura 18.13 dal rettangolo tratteggiato. Un diagramma schematico di questa macchina termica è mostrato in Figura 18.14. Il termostato caldo è costituito dalla superficie e dall'atmosfera, e il termostato freddo dallo spazio vuoto. Possiamo calcolare il rendimento della macchina dell'atmosfera usando l'Equazione 18.2:

$$e = \frac{W_{\text{mac}}}{|Q_c|} = \frac{0.5\%}{64\%} = 0.008 = 0.8\%$$

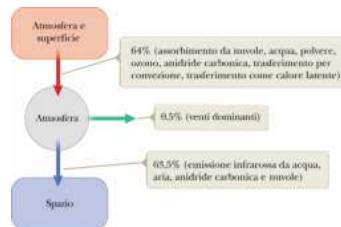


FIGURA 18.14 Una rappresentazione schematica dell'atmosfera come macchina termica.

ottenendo un rendimento bassissimo. Tenete presente che nell'atmosfera entra un'enorme quantità di energia solare, cosicché anche una piccola frazione di essa può creare un sistema di venti molto complesso e potente. Gli uragani rappresentano un vivido esempio dell'energie prodotta dalla macchina termica atmosferica.

Si noti che l'energia in uscita nella Figura 18.14 è inferiore di quella in Figura 18.13 dello 0.5%. Tuttavia, lo 0.5% trasferito all'atmosfera per generare i venti è alla fine trasformato in energia interna nell'atmosfera per attrito, e quindi irradiato nello spazio sotto forma di radiazione termica. Non possiamo separare la macchina termica e i venti nell'atmosfera in un diagramma poiché l'atmosfera è la macchina termica, e i venti sono generati *nell'atmosfera!*

Abbiamo adesso tutti i pezzi necessari per mettere insieme il puzzle della temperatura della Terra. Discuteremo ciò nelle Conclusioni al contesto.

SOMMARIO |

Una **macchina termica** è un dispositivo che prende energia sotto forma di calore e, operando in modo ciclico, rilascia una frazione di quella energia sotto forma di lavoro. Il lavoro totale ottenuto tramite la macchina termica è

$$W_{\text{mac}} = |Q_c| - |Q_f|$$

18.1◀

dove Q_c è l'energia assorbita dal termostato caldo e Q_f è l'energia ceduta al termostato freddo.

Il **rendimento**, e , di una macchina termica è definito come il rapporto fra il lavoro totale e l'energia assorbita per ciclo dal termostato a temperatura più alta:

$$e = \frac{W_{\text{mac}}}{|Q_c|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} \quad 18.2◀$$

L'**enunciato di Kelvin-Planck del secondo principio della termodinamica** si può formulare come segue:

- È impossibile costruire una macchina termica che, operando in un ciclo, non produca altro effetto se non l'assorbimento di energia sotto forma di calore da un termostato producendo una uguale quantità di lavoro.

Una trasformazione **reversibile** è tale se il sistema può ritornare alle sue condizioni iniziali lungo lo stesso percorso e se ogni punto del percorso è in equilibrio termico. Una trasformazione che non soddisfa queste condizioni è **irreversibile**.

Il rendimento di una macchina termica funzionante con un **ciclo di Carnot** è dato da

$$e_C = 1 - \frac{T_f}{T_c} \quad 18.4◀$$

dove T_f è la temperatura assoluta del termostato freddo e T_c è la temperatura assoluta del termostato caldo.

Nessuna macchina termica reale operante fra le temperature T_f e T_c può avere un rendimento maggiore della macchina reversibile di Carnot operante fra le stesse temperature.

L'**enunciato di Clausius** del secondo principio della termodinamica afferma che

- Il calore non fluisce spontaneamente da un corpo freddo a un corpo caldo.

Il secondo principio della termodinamica afferma che quando avvengono trasformazioni reali (irreversibili), il grado di disordine del sistema più il suo ambiente circostante aumenta. La misura del disordine di un sistema è detta **entropia S** .

La **variazione di entropia** dS di un sistema che compie una trasformazione infinitesima fra due stati di equilibrio è

$$dS = \frac{dQ_r}{T} \quad \text{18.8} \blacktriangleleft$$

dove dQ_r è l'energia trasferita sotto forma di calore in una trasformazione reversibile fra gli stessi stati.

Da un punto di vista microscopico, l'entropia S associata con un macrostato di un sistema è definita come

$$S \equiv k_B \ln W \quad \text{18.9} \blacktriangleleft$$

dove k_B è la costante di Boltzmann e W è il numero di microstati corrispondenti a un dato macrostato la cui entropia è S . Quindi, l'**entropia è una misura del disordine microscopico**. A causa della tendenza statistica dei sistemi a procedere verso stati di maggiore probabilità e maggior disordine, tutte le trasformazioni che avvengono in natura sono irreversibili e conducono a un aumento di entropia. Quindi, l'**enunciato entropico del secondo principio della termodinamica** è il seguente:

- L'entropia dell'Universo aumenta in tutte le trasformazioni reali.

La variazione di entropia di un sistema che si muove fra due generici stati di equilibrio è

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} \quad \text{18.10} \blacktriangleleft$$

Il valore di ΔS è lo stesso per tutti i percorsi che collegano gli stati iniziale e finale. La variazione di entropia per qualsiasi trasformazione ciclica reversibile è zero e, quando avviene una tale trasformazione, l'entropia dell'Universo rimane costante.

QUESITI

1. Un lavoro di 18.0 kJ è fatto su un frigorifero mentre 115 kJ di energia sono trasferiti dall'interno all'esterno. Qual è il coefficiente di prestazione? (a) 3.40 (b) 2.80 (c) 8.90 (d) 6.40 (e) 5.20

2. Una unità di un condizionatore è posta su un tavolo all'interno di un appartamento ben isolato, viene attaccata alla corrente e accesa. Cosa succede alla temperatura media dell'appartamento? (a) Aumenta (b) Diminuisce (c) Rimane costante (d) Aumenta finché l'unità non si riscalda e poi diminuisce. (e) La risposta dipende dalla temperatura iniziale dell'appartamento.

3. Un motore produce 15.0 KJ di lavoro cedendo 37.0 KJ al termostato freddo. Qual è il rendimento del motore? (a) 0.150 (b) 0.288 (c) 0.333 (d) 0.450 (e) 1.20

4. Una turbina a vapore opera tra due sorgenti, una alla temperatura di 450 K e l'altra a quella di 300 K. Qual è il massimo rendimento teorico del sistema? (a) 0.240 (b) 0.500 (c) 0.333 (d) 0.667 (e) 0.150

5. Considera trasformazioni cicliche completamente caratterizzati da ciascuna delle seguenti energie di ingresso e uscita. In ciascun caso gli scambi di energia elencati sono gli *unici* che avvengono. Classificate ciascuna trasformazione come (a) possibile (b) impossibile per il primo principio della termodinamica (c) impossibile per il secondo principio della termodinamica (d) impossibile per entrambi i principi. (i) Lavoro in ingresso di 5 J e in uscita di 4 J. (ii) Lavoro in ingresso di 5 J e uscita di 5 J sotto forma di calore. (iii) 5 J in ingresso trasferiti elettricamente e 6 J di lavoro in uscita. (iv) 5 J di calore assorbito in ingresso e 5 J di calore ceduto in uscita. (v) 5 J di calore assorbito in ingresso e 5 J di lavoro compiuto in uscita. (vi) 5 J di calore assorbito in ingresso e in uscita 3 J di lavoro e 2 J di calore ceduto.

6. Assumiamo che un campione contenga gas perfetto a temperatura ambiente. Quale azione farà *necessariamente* aumentare l'entropia del campione? (a) L'assorbimento di calore. (b) L'assorbimento irreversibile di calore. (c) Compiere lavoro su di esso. (d) L'aumento della sua temperatura o del suo volume senza far diminuire l'altra variabile. (e) Nessuna delle scelte è corretta.

7. Il vettore OA nel diagramma PV mostrato in Figura Q18.7 rappresenta un'espansione adiabatica reversibile di un gas perfetto. Lo stesso gas, partendo dallo stesso stato iniziale O , compie un'espansione libera adiabatica fino allo stesso volume finale. Quale punto sul diagramma potrebbe rappresentare lo stato finale del gas? (a) lo stesso punto A dell'espansione reversibile. (b) il punto B (c) il punto C (d) sono tutte possibili (e) nessuna di queste.

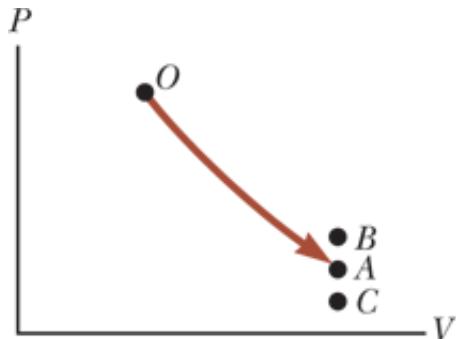


FIGURA Q18.7

- 8.** In una trasformazione termodinamica l'entropia di un sistema varia di -8 J/K . Applicando il secondo principio della termodinamica, cosa potete concludere riguardo la variazione di entropia dell'ambiente? (a) Deve essere $+8 \text{ J/K}$ o meno. (b) Deve essere compresa tra $+8 \text{ J/K}$ e 0. (c) Deve essere uguale a $+8 \text{ J/K}$. (d) Deve essere almeno 8 J/K . (e) Deve essere zero.

- 9.** Un campione di gas perfetto monoatomico è contenuto in un cilindro con un pistone. Il suo stato è rappresentato dal punto nel diagramma PV mostrato in Figura Q18.9. I vettori da A ad E rappresentano trasformazioni isobare, isotermiche, adiabatiche e isocore che il gas può compiere. In ciascuna trasformazione tranne la D , il volume cambia di un fattore 2. Tutte le cinque trasformazioni sono reversibili. Ordinate le trasformazione secondo i valori decrescenti (dal più alto positivo al negativo di modulo maggiore) della variazione di entropia del gas. Nell'ordinare i valori, evidenziate i casi di uguaglianza.



Per gent. conc. di PASCO Scientific Company

FIGURA Q18.9

- 10.** Tra gli enunciati seguenti, quale *non* è compatibile al secondo principio della termodinamica? (a) Nessuna macchina termica ciclica può assorbire calore e convertirlo interamente in lavoro. (b) Nessun motore reale operante tra due termostati può avere un rendimento maggiore di una macchina di Carnot che opera tra gli stessi due termostati. (c) Quando un sistema cambia stato, la variazione di energia interna del sistema è la somma del calore ceduto al sistema e il lavoro fatto sul sistema. (d) L'entropia dell'Universo aumenta in tutte le trasformazioni naturali. (e) Non può esserci una trasformazione spontanea il cui unico risultato sia quello di trasferire calore da una sorgente fredda a una calda.

- 11.** Il secondo principio della termodinamica implica che il coefficiente di prestazione di un frigorifero deve essere (a) minore di 1 (b) minore o uguale a 1 (c) maggiore o uguale a 1 (d) finito (e) positivo.

DOMANDE CONCETTUALI

- 1.** Il dispositivo mostrato in Figura DC18.1, chiamato convertitore termoelettrico, usa una serie di celle semiconduttrici per trasformazione energia interna in energia potenziale elettrica che studieremo nel Capitolo 20. Nella fotografia a sinistra, entrambe le gambe del dispositivo sono alla stessa temperatura e non viene prodotta alcuna energia potenziale elettrica. Tuttavia, quando una gamba viene portata a temperatura più alta dell'altra come mostrato nella fotografia a destra, viene prodotta energia potenziale elettrica visto che il dispositivo assorbe energia dal termostato caldo e mette in funzione un piccolo motore elettrico. (a) Perché è necessaria una differenza di temperatura per produrre energia potenziale elettrica in questa dimostrazione? (b) In che senso questo interessante esperimento fornisce una dimostrazione del secondo principio della termodinamica?

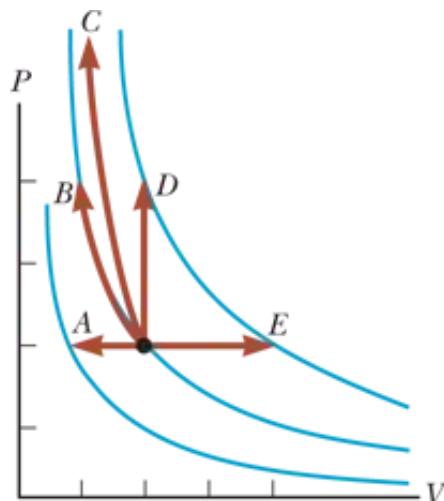


FIGURA DC18.1

- 2.** (a) Se si agita un barattolo pieno di caramelle gommose di diverse dimensioni, le caramelle più grandi tendono a stare nella parte di sopra e quelle più piccole sotto. Perché? (b) Questo processo viola il secondo principio della termodinamica?

- 3.** “Il primo principio della termodinamica dice che non si può realmente vincere e il secondo dice che non si può neanche pareggiare.” Spiega come questa affermazione si applica a un particolare dispositivo o trasformazione; alternativamente controbattete questa affermazione.

- 4.** È possibile costruire una macchina termica che non crei inquinamento termico? Spiegare.

- 5.** Il secondo principio della termodinamica contraddice o corregge il primo? Spiega la tua risposta.

6. Una turbina a vapore è uno dei più importanti componenti di una centrale elettrica. Perché è vantaggioso mantenere la temperatura del vapore più alta possibile?

7. Quali sono i fattori che influenzano l'efficienza dei motori d'auto?

8. (a) Fornisci un esempio di una trasformazione irreversibile che avviene in natura. (b) Fornisci un esempio di trasformazione in natura che è approssimativamente reversibile.

9. Discutere la variazione di entropia di un gas che si espande (a) a temperatura costante e (b) adiabaticamente.

10. Discutere tre diversi esempi comuni di trasformazioni naturali che coinvolgono un aumento dell'entropia. Assicurati di tener conto di tutte le parti di ciascun sistema considerato.

11. “L'energia è la signora dell'Universo e l'entropia la sua ombra.” Discuti con almeno due esempi questa affermazione per un uditorio non specialista. Alternativamente, discuti il punto di vista che l'entropia è come un dirigente che prevedere istantaneamente quello che succederà mentre l'energia è come un ragioniere che ci dice quanto poco possiamo permetterci (Arnold Sommerfield suggerì l'idea per questa domanda.)

12. Supponi che la tua compagna di stanza pulisca e metta in ordine la stanza disordinata dopo una festa. Siccome sta creando ordine, questo processo rappresenta una violazione del secondo principio della termodinamica?

13. L'energia dissipata da una centrale elettrica alimentata a carbone è trasferita al Lago Ontario tramite l’“acqua di raffreddamento”. L'acqua è calda dal punto di vista degli esseri viventi del lago. Alcuni di essi si radunano intorno allo scarico e possono ostacolare il flusso d'acqua. (a) Usa la teoria delle macchine termiche per spiegare perché questa azione può ridurre la potenza elettrica prodotta dalla centrale. (b) Un ingegnere dice che essa è ridotta a causa della “più alta contropressione sulle pale della turbina”. Commentate l'accuratezza di questa affermazione.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

1. In ciascun ciclo, una macchina termica assorbe 360 J di energia tramite il calore e svolge 25.0 J di lavoro. Trovare (a) il rendimento della macchina e (b) l'energia ceduta al termostato freddo in ciascun ciclo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Una pistola è una macchina termica. In particolare, è un motore a combustione interna a pistone che non opera su un ciclo ma si separa durante l'espansione adiabatica. Una particolare pistola è fatta di 1.80 kg di ferro. Essa spara un proiettile di 2.40 g a 320 m/s con un'efficienza energetica dell'1.10%. Si assuma che il corpo della pistola assorba tutta l'energia dissipata – il rimanente 98.9% – e aumenti uniformemente la sua temperatura per un breve intervallo di tempo prima di perdere tutta l'energia sotto forma di calore nell'ambiente. Si calcoli l'aumento della temperatura.

3. Supponiamo che una macchina termica sia connessa a due bacini energetici, una vasca di alluminio fuso ($660\text{ }^{\circ}\text{C}$) e un blocco di mercurio solido ($-38.9\text{ }^{\circ}\text{C}$). La macchina funziona congelando 1.00 g di alluminio e fondendo 15.0 g di mercurio in ogni ciclo. Il calore latente di fusione dell'alluminio è $3.97 \times 10^5\text{ J/kg}$; il calore latente di fusione del mercurio è $1.18 \times 10^4\text{ J/kg}$. Qual è il rendimento di questa macchina?

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. Un motore di aereo a molti cilindri che opera a $2.50 \times 10^3\text{ giri/min}$ assorbe $7.89 \times 10^3\text{ J}$ e scarica $4.58 \times 10^3\text{ J}$ per ogni giro dell'albero a gomito. (a) Quanti litri di combustibile consuma in 1.00 h di lavoro se il calore di combustione è $4.03 \times 10^7\text{ J/L}$? (b) Qual è la potenza meccanica prodotta dal motore? Si ignori l'attrito e si esprima la risposta in cavalli vapore. (c) Qual è il momento torcente esercitato dall'albero a gomito sul carico? (d) Quanta potenza deve essere trasferita fuori dal motore dal sistema di scarico e di raffreddamento?

5. Una particolare macchina ha in uscita una potenza di 5.00 kW e un rendimento del 25.0%. La macchina cede $8.00 \times 10^3\text{ J}$ di energia per ciascun ciclo. Trovare (a) l'energia assorbita in ciascun ciclo e (b) il tempo per compiere ciascun ciclo. indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 18.2 Trasformazioni reversibili e irreversibili Paragrafo 18.3 La macchina di Carnot

6. Supponiamo di costruire una macchina funzionante con due motori termici in modo tale che l'energia di scarico di un motore venga utilizzata come energia in

ingresso per il secondo. Questa configurazione è detta *in serie*. Siano e_1 ed e_2 i rendimenti dei due motori. (a) Il rendimento totale della macchina a due motori è definito come il lavoro totale prodotto diviso l'energia sotto forma di calore immessa nel primo motore. Si mostri che il rendimento totale è dato da

$$e = e_1 + e_2 - e_1 e_2$$

E se? Per i seguenti punti da (b) a (e) si assuma che i due motori siano macchine di Carnot. Il motore 1 opera tra le temperature T_c e T_i . Il gas nella macchina termica 2 varia la sua temperatura tra T_i e T_f . In funzione delle temperature (b) qual è il rendimento dei due motori in serie? (c) C'è un miglioramento nel rendimento dall'uso di due motori invece di uno? (d) Qual è il valore della temperatura intermedia T che permette ai due motori in serie di produrre lo stesso lavoro? (e) Qual è il valore di T_i che permette ai due motori in serie di avere lo stesso rendimento?

7. Una delle macchine termiche più efficienti mai costruite è una turbina a vapore alimentata a carbone che si trova nella valle dell'Ohio e che lavora fra 430 °C e 1 870 °C. (a) Qual è il massimo rendimento teorico? (b) Il rendimento reale della macchina è il 42.0%. Quanta potenza utilizzabile fornisce la macchina se assorbe 1.40×10^5 J di energia al secondo dal termostato caldo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

8. Una centrale elettrica è progettata per produrre una potenza di 1.40 MW usando una turbina con un rendimento pari a due terzi rispetto a una macchina di Carnot. L'energia dissipata sotto forma di calore viene trasferita a una torre di raffreddamento a 110°C. (a) Calcolare il tasso a cui la centrale scarica il calore in funzione della temperatura di combustione T_c del carburante. (b) Se il focolare della caldaia viene modificato per funzionare a temperature più alte usando una tecnologia di combustione più avanzata, come varia la quantità di energia dissipata? (c) Calcolare la potenza di scarico per $T_c = 800^\circ\text{C}$. (d) Calcolare il valore della temperatura T_c per cui la potenza dissipata è la metà di quella del punto (c). (e) Calcolare il valore della temperatura T_c per cui la potenza dissipata è un quarto di quella del punto (c).

9. Una centrale elettrica lavora con un rendimento del 32.0% durante l'estate quando l'acqua del mare per il raffreddamento è a 20.0°C. La centrale usa vapore a 350°C per far funzionare le turbine. Assumendo che il rendimento della centrale vari proporzionalmente al rendimento ideale, quale sarebbe il rendimento della centrale in inverno quando l'acqua del mare è a 10.0°C?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

10. È stata proposta una centrale elettrica che userebbe il gradiente di temperatura dell'oceano. Il sistema funzionerebbe fra 20.0°C (temperatura dell'acqua in superficie) e 5.00°C (temperatura dell'acqua alla profondità di circa 1 km). (a) Qual è il rendimento massimo di un simile sistema? (b) Se la potenza di uscita della centrale fosse 75.0 MW, quanta energia verrebbe assorbita per ora? (c) Considerando la tua risposta al punto (a), pensi che ne valga la pena? Si noti che il "combustibile" è gratis.

11. Un gas perfetto compie un ciclo di Carnot. L'espansione isotermica avviene a 250°C , e la compressione isotermica a 50.0°C . Il gas assorbe 1.20×10^3 J di energia dal termostato caldo nell'espansione isotermica. Trovare (a) l'energia ceduta al termostato freddo in ciascun ciclo e (b) il lavoro totale fatto dal gas in ciascun ciclo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Nel punto A di un ciclo di Carnot, 2.34 mol di un gas perfetto monoatomico hanno una pressione di 1 400 kPa, un volume di 10.0 L e una temperatura di 720 K. Esso si espande lungo una isoterma fino al punto B e poi si espande adiabaticamente fino al punto C dove il suo volume è 24.0 L. Una compressione isotermica lo porta al punto D dove il suo volume è 15.0 L. Una trasformazione adiabatica riporta il gas al punto A. (a) Determinare tutte le pressioni, volumi e temperature incognite per riempire la seguente tabella:

	P	V	T
A	1 400 kPa	10.0 L	720 K
B			
C		24.0 L	
D		15.0 L	

13. Una macchina di Carnot ha una potenza d'uscita di 150 kW. La macchina lavora fra due termostati a 20.0°C e 500°C . (a) Quanto calore viene assorbito all'ora? (b) Quanto calore viene ceduto all'ora al termostato freddo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. Una macchina di Carnot ha una potenza d'uscita P . La macchina lavora fra due termostati a temperature T_f e T_c . (a) Quanto calore viene assorbito nel tempo Δt ? (b) Quanto calore viene ceduto al termostato freddo nel tempo Δt ?

15. Gas argon entra in una turbina al tasso di 80.0 kg/min, a temperatura di 800°C e pressione di 1.50 MPa. Si espande adiabaticamente spingendo sulle pale della turbina ed esce alla pressione di 300 kPa. (a) Calcolare la sua temperatura all'uscita. (b) Calcolare la (massima) potenza di uscita della turbina ruotante. (c) La turbina è una componente del modello di macchina a turbina a gas a ciclo chiuso. Calcolare la massima efficienza della macchina.

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Perché la seguente situazione è impossibile? Un inventore va all'ufficio brevetti sostenendo che la propria macchina termica che impiega acqua come sostanza di lavoro ha un rendimento termodinamico di 0.110. Sebbene questo rendimento sia basso rispetto a quelli tipici dei motori d'auto, l'inventore spiega che il suo motore opera tra un termostato a temperatura ambiente e una miscela di acqua e ghiaccio alla pressione atmosferica e quindi non richiede altro carburante che quello necessario per produrre ghiaccio. Il brevetto viene approvato e prototipi funzionanti della macchina dimostrano che l'affermazione dell'inventore riguardo il rendimento era vera.

Paragrafo 18.4 Pompe di calore e frigoriferi

17. Qual è il massimo coefficiente di prestazione possibile di una pompa di calore che trasferisce energia dall'esterno a -3.00°C in una casa a 22.0°C ? Nota: il lavoro fatto per far funzionare la pompa di calore è disponibile per riscaldare la casa.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

18. Nel 1993 il governo degli Stati Uniti ha imposto che tutti i condizionatori d'aria venduti negli Stati Uniti avessero un rapporto di efficienza energetica (EER) di almeno 10. L'EER è definito come il rapporto tra la capacità di raffreddamento dell'aria da parte del condizionatore, misurata in unità termiche britanniche per ora, o Btu/h, e la potenza elettrica richiesta in watt. (a) Si trasformi l'EER di 10.0 in una forma adimensionale usando il fattore di conversione $1 \text{ Btu} = 1055 \text{ J}$. (b) Qual è il nome appropriato per questa grandezza adimensionale? (c) Negli anni 1970 era comune trovare condizionatori d'aria per abitazioni con un EER di 5 o minore. Si confrontino i costi di funzionamento per un condizionatore da 10 000 Btu/h con EER di 5.00 e 10.0, assumendo che ogni condizionatore funzioni per 1 500 h durante l'estate in una città dove l'elettricità costa 17.0 centesimi per kWh.

19. Qual è il coefficiente di prestazione di un frigorifero che opera con un ciclo di Carnot tra le temperature di -3.00°C e $+27.0^{\circ}\text{C}$?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

20. Un frigorifero ha coefficiente di prestazione uguale a 3.0. Lo scomparto del ghiaccio è a -20.0°C , e la temperatura ambiente è 22.0°C . Il frigorifero è in grado di trasformare 30.0 g di acqua a 22.0°C in 30.0 g di ghiaccio a -20.0°C in un minuto. Quanta potenza in ingresso è necessaria? Fornite la risposta in watt.

21. Se una macchina termica di Carnot con un rendimento del 35.0% (Fig. 18.1) viene fatta lavorare in modo inverso come un frigorifero (Fig. 18.7), quale sarebbe il coefficiente di prestazione di questo frigorifero?

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Un frigorifero ideale o una pompa di calore ideale è equivalente a una macchina di Carnot funzionante in senso inverso. Cioè, il calore $|Q_f|$ è assorbito dal termostato freddo e il calore $|Q_c|$ viene ceduta al termostato caldo. (a) Si mostri che il lavoro che deve essere fornito per far funzionare il frigorifero o la pompa è

$$W = \frac{T_c - T_f}{T_f} |Q_f|$$

(b) Mostrare che il coefficiente di prestazione (COP) del frigorifero ideale è

$$\text{COP} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

23. Un frigorifero ha un coefficiente di prestazione uguale a 5.0. Il frigorifero assorbe 120 J di energia da un termostato freddo ad ogni ciclo. Si calcoli (a) il lavoro necessario per ciclo e (b) l'energia ceduta al termostato caldo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Una pompa di calore ha un coefficiente di prestazione di 3.80 e opera assorbendo una potenza di 7.03×10^3 W. (a) Quanta energia fornisce in una casa durante 8.00 h di funzionamento continuo? (b) Quanta energia estrae dall'aria circostante?

25. Una pompa di calore usata per riscaldare, mostrata nella Figura P18.25, è essenzialmente un condizionatore d'aria che funziona in senso inverso. Essa assorbe energia dall'aria fredda esterna e la immette in una stanza più calda. Supponiamo che il rapporto fra l'energia reale introdotta nella stanza e il lavoro compiuto dal motore del dispositivo sia il 10.0% del massimo rapporto teorico. Si determini l'energia immessa nella stanza per joule di lavoro compiuto dal motore se la temperatura interna è 20.0 °C e quella esterna – 5.00°C.

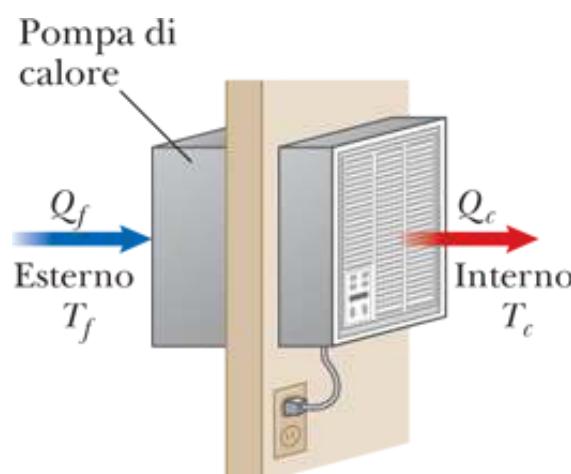


FIGURA P18.25

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Quanto lavoro viene richiesto a una macchina frigorifera ideale di Carnot per sottrarre 1.00 J di energia dall'olio liquido a 4.00 K e cederla all'ambiente esterno (293 K)?

Paragrafo 18.6 Entropia

Paragrafo 18.7 Entropia e secondo principio della termodinamica

27. Quando una barra di alluminio viene collegata tra un termostato caldo a 725 K e uno freddo a 310 K, 2.50 kJ di calore sono trasferiti dal termostato caldo a quello freddo. In questa trasformazione irreversibile, calcolare la variazione di entropia (a) del termostato caldo (b) del termostato freddo e (c) dell'Universo, trascurando la variazione di entropia della barra di alluminio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Quando una barra di alluminio viene collegata tra un termostato caldo a temperatura T_c e uno freddo a temperatura T_f , la quantità Q di calore viene trasferita dal termostato caldo a quello freddo. In questa trasformazione irreversibile, calcolare la variazione di entropia (a) del termostato caldo (b) del termostato freddo e (c) dell'Universo, trascurando la variazione di entropia della barra di alluminio.

29. Calcolare la variazione di entropia di 250 g d'acqua quando viene riscaldata lentamente da 20.0°C a 80.0°C. (*Suggerimento:* si osservi che $dQ = mc \, dT$).

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. (a) Prepara una tabella simile alla Tabella 18.1 per la seguente situazione. Lancia quattro monete in aria simultaneamente e poi scrivi i risultati dei lanci in termini di numero di teste (T) e croci (C) che ne risultano. Per esempio, TTCT e TCTT sono due possibili modi in cui si possono ottenere tre teste e una croce. (b) Sulla base della tua tabella, qual è il risultato più probabile per un lancio? In termini di entropia, (c) qual è il macrostato più ordinato e (d) qual è il più disordinato?

31. Prepara una tabella come la Tabella 18.1 usando la stessa procedura (a) per il caso in cui estrai tre biglie dalla borsa invece che quattro e (b) per il caso in cui ne estrai cinque.

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Quale variazione di entropia si realizza quando un cubetto di ghiaccio di 27.9 g a -12°C si trasforma in vapore a 115°C ?

33. Nel preparare la marmellata di lamponi, 900 g di succo di lamponi sono mescolati a 930 g di zucchero. Partendo dalla temperatura ambiente, 23.0°C , il composto viene riscaldato lentamente su di una stufa fino alla temperatura di 220°F . Viene quindi versato in barattoli di vetro riscaldati e lasciato raffreddare. Si assume che il succo abbia il calore specifico dell'acqua e che quello del saccarosio sia $0.229 \text{ cal/g} \cdot ^{\circ}\text{C}$. Concentriamoci sul processo di riscaldamento. (a) Quale (quali) dei seguenti termini descrive la trasformazione: adiabatica, isobara, isoterma, isocora, ciclica, reversibile, isoentropica? (b) Quanta energia viene assorbita dal composto? (c) Qual è la minima variazione di entropia della marmellata mentre viene riscaldata?

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Un contenitore per il ghiaccio contiene 500 g di acqua liquida a 0°C . Si calcoli la variazione di entropia dell'acqua quando ghiaccia completamente e lentamente a 0°C .

35. Se si lanciano due dadi, qual è il numero totale di modi in cui si ottiene (a) un 12 e (b) un 7?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 18.8 Variazioni di entropia nelle trasformazioni irreversibili

36. Un ferro di cavallo di 1.00 kg viene preso da una fornace a 900°C e immerso in 4.00 kg di acqua a 10.0°C . Assumendo che non si disperda calore nell'ambiente circostante, determinare la variazione totale di entropia del sistema ferro di cavallo-acqua.

37. Un serbatoio di 2.00 L ha un setto centrale che lo divide in due parti uguali, come si vede nella Figura P18.37. La parte sinistra contiene 0.044 mol di H_2 gassoso, quella destra 0.044 mol di O_2 gassoso. Entrambi i gas sono a temperatura ambiente e alla pressione atmosferica. Il setto viene rimosso consentendo così ai due gas di mescolarsi. Qual è l'aumento di entropia del sistema?

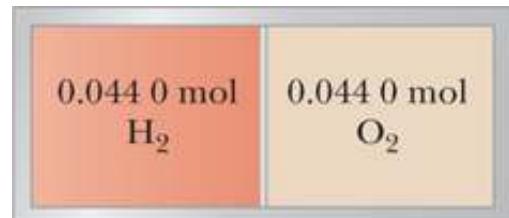


FIGURA P18.37

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

38. La superficie del Sole ha una temperatura approssimativamente di 5 800 K e quella terrestre di circa 290 K. Quale variazione di entropia si verifica nel trasferimento di 1.0×10^3 J di energia per radiazione dal Sole alla Terra?

39. Una macchina di 1 500 kg si muove a 20.0 m/s. Il conducente frena per una fermata. I freni si raffreddano con l'aria circostante, la quale ha una temperatura circa costante di 20.0°C. Qual è la variazione totale di entropia?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

40. Quanto rapidamente fai aumentare tu personalmente l'entropia dell'Universo in questo momento? Fai una stima dell'ordine di grandezza, precisando quali grandezze prendi come dati e il valore che misuri o stimi per esse.

41. Un campione di una mole di gas H_2 è contenuto nella parte sinistra del serbatoio mostrato nella Figura P18.41. Il serbatoio è diviso in due parti di ugual volume. La parte destra è completamente vuota. Quando viene aperta la valvola, il gas fluisce nella parte destra. (a) Qual è la variazione di entropia del gas? (b) Varia la temperatura del gas? Si assuma che il serbatoio sia sufficiente largo da poter considerare che l'idrogeno si comporti come un gas perfetto.

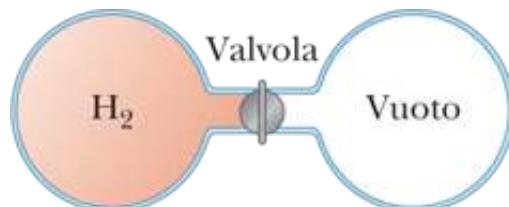


FIGURA P18.41

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 18.9 Collegamento al contesto: l'atmosfera come macchina termica

42. Abbiamo trovato che la macchina termica atmosferica ha un rendimento dello 0.8%. Considerando che l'intensità della radiazione proveniente dal Sole sia $1\ 370\ \text{W/m}^2$ e che il 64% dell'energia venga assorbito dall'atmosfera, trovare la "potenza eolica", cioè, il tasso al quale l'energia diventa disponibile per produrre i venti.

43. (a) Trovare l'energia cinetica dell'aria in movimento in un uragano, rappresentato come un disco di 600 km di diametro e 11 km di spessore, con venti che soffiano a velocità uniforme di 60 km/h. (b) Immaginiamo che luce solare di intensità $1\ 000\ \text{W/m}^2$ cada perpendicolarmente su di un'area circolare del diametro di 600 km. Per quanto tempo la luce dovrebbe incidere per rilasciare la stessa quantità di energia calcolata nella parte (a)?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

44. *Perché la seguente situazione è impossibile?* Due campioni di acqua sono mescolati a pressione costante all'interno di un contenitore isolato: 1.00 kg di acqua a 10.0°C e 1.0 kg di acqua a 30.0°C . Poiché il contenitore è isolato, non c'è scambio di calore tra l'acqua e l'ambiente. Inoltre la quantità di calore ceduta dall'acqua calda è pari a quella assorbita dall'acqua fredda. Quindi la variazione di entropia dell'Universo per questa trasformazione è nulla.

45. Una casa disperde calore attraverso le pareti e il tetto a un tasso di $5.00 \times 10^3\ \text{J/s} = 5.00\ \text{kW}$ quando la temperatura interna è 22.0°C e quella esterna -5.00°C . (a) Calcolare la potenza elettrica richiesta per mantenere la temperatura interna a 22.0°C se la potenza è usata da stufe elettriche che convertono tutta l'energia in energia interna. (b) **E se?** Calcolare la potenza elettrica richiesta per mantenere la temperatura interna a 22.0°C se la potenza è usata per azionare un motore elettrico che mette in funzione il compressore di una pompa di calore con coefficiente di prestazione pari al 60.0% del valore di un ciclo di Carnot.

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Una fornace a temperatura di 750 K si trova in un ambiente alla temperatura di 300 K. Il rendimento di una macchina di Carnot che compie 150 J di lavoro trasferendo energia tra questi termostati è 60.0%. La macchina di Carnot dovrebbe assorbire $150\ \text{J}/0.600 = 250\ \text{J}$ dal termostato caldo e dovrebbe cedere 100 J di calore all'ambiente. Seguendo il ragionamento di Carnot, supponiamo che qualche altra macchina termica S possa avere un rendimento del 70.0%. (a) Trovare l'energia in ingresso e l'energia dissipata in uscita dalla macchina S quando essa svolge un lavoro di 150 J. (b) Si faccia funzionare la macchina S come nel punto (a) percorrendo il ciclo di Carnot all'inverso. Il lavoro in uscita della macchina S è pari al lavoro in ingresso del frigorifero di Carnot. Trovare l'energia totale assorbita o ceduta dalla fornace e dall'ambiente quando entrambe le macchine lavorano insieme. (c) Spiegare come i risultati dei punti (a) e (b) mostrano la violazione dell'enunciato di Clausius del secondo principio della termodinamica. (d) Trovare l'energia in ingresso e il lavoro in uscita della macchina S quando essa dissipia un'energia di 100 J. Si faccia lavorare la macchina S come nel punto (c) e si utilizzino 150 J del suo lavoro in uscita per far

funzionare la macchina di Carnot all'inverso. Calcolare (e) l'energia totale che la fornace espelle quando entrambe le macchine lavorano insieme, (f) il lavoro totale in uscita e (g) l'energia totale trasferita all'ambiente. (h) Spiegare come i risultati mostrino la violazione dell'enunciato di Kelvin-Plank del secondo principio della termodinamica. Quindi la nostra assunzione sul rendimento della macchina S deve essere falsa. (i) Lasciamo lavorare insieme le macchine in un ciclo come quello del punto (d). Calcolare la variazione di entropia dell'Universo. (j) Mostrare come i risultati del punto (i) indichino una violazione dell'enunciato entropico del secondo principio.

47. Nel 1816 Robert Stirling, prete scozzese, brevettò il *motore di Stirling*, che ha trovato sin da allora una varietà di applicazioni. Il carburante viene bruciato esternamente per riscaldare uno dei due cilindri della macchina. Una quantità fissata di gas inerte si muove ciclicamente tra i cilindri, espandendosi in quello caldo e comprimendosi in quello freddo. La Figura P18.47 mostra un modello per il suo ciclo termodinamico. Consideriamo n moli di un gas perfetto monoatomico che compiono un ciclo consistente di due trasformazioni isoterme alle temperature $3 T_i$ e T_i e due trasformazioni a volume costante. Troviamo il rendimento di questa macchina. (a) Calcolare il calore scambiato dal gas nella trasformazione isocora AB . (b) Calcolare il calore scambiato dal gas nella trasformazione isoterma BC . (c) Calcolare il calore scambiato dal gas nella trasformazione isocora CD . (d) Calcolare il calore scambiato dal gas nella trasformazione isoterma DA . (e) Identificare quali dei calori dei punti da (a) a (d) sono positivi e valutare il calore assorbito dalla macchina. (f) Dal primo principio della termodinamica, calcolare il lavoro compiuto dalla macchina. (g) Dai risultati dei punti (e) e (f) calcolare il rendimento della macchina termica. Un motore Stirling è più facile da produrre di un motore a combustione interna o a turbina. Esso può funzionare bruciando rifiuti, usando la luce solare e non produce residui di materia. I motori di Stirling non si utilizzano attualmente nelle automobili a causa del lungo periodo di avviamento e la scarsa risposta in accelerazione.

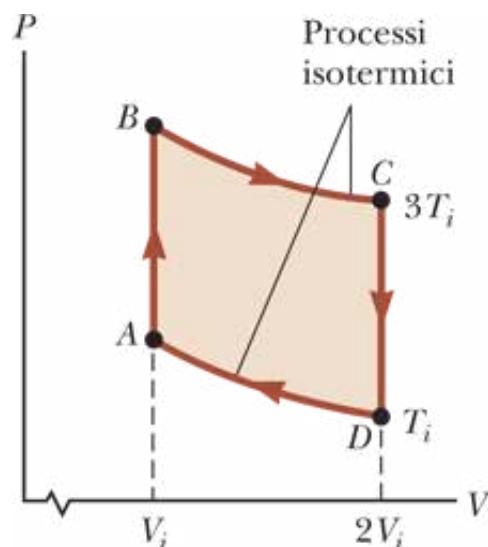


FIGURA P18.47

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Un motore diesel ideale opera in un ciclo mostrato in Figura P18.48. Il carburante è iniettato nel cilindro nel punto B di massima compressione. La combustione avviene durante l'espansione da B a C che è schematizzata con una trasformazione isobara. Mostrare che il rendimento di un motore che opera usando aria in un ciclo siffatto che schematizza un ciclo diesel è

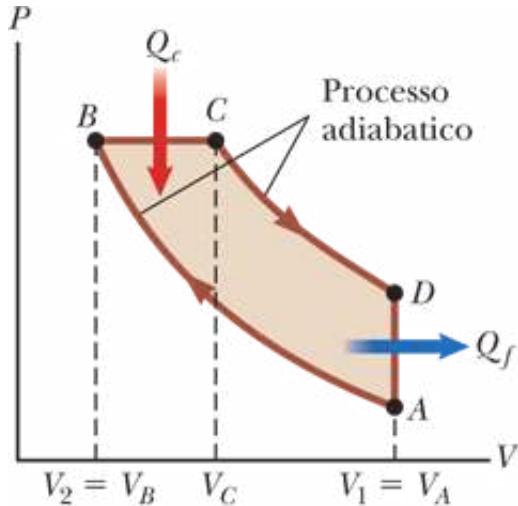


FIGURA P18.48

$$e = 1 - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \right)$$

49. Una centrale elettrica che ha il rendimento della macchina di Carnot produce 1.00 GW di potenza elettrica con turbine che assorbono vapore a 500 K ed espellono acqua a 300 K in un fiume. A causa dello scarico della centrale, l'acqua della corrente risulta più calda di 6.00 K. Calcolare il flusso di volume (portata) del fiume.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

50. Una centrale elettrica che ha il rendimento della macchina di Carnot produce una potenza elettrica P con turbine che assorbono vapore a temperatura T_c e cedono calore a un termostato di temperatura T_f scaricando acqua in un fiume. A causa dello scarico della centrale, l'acqua del fiume aumenta la temperatura di ΔT . Calcolare il flusso di volume (portata) del fiume.

51. Calcolare l'aumento di entropia dell'Universo quando si aggiungono 20.0 g di panna a 5.00°C a 200 g di caffè a 60.0 °C. Si assuma che i calori specifici del caffè e della crema siano entrambi 4.20 J/g •°C.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

52. Sul diagramma PV per un gas perfetto, una curva isoterma e una adiabatica si incontrano in un punto come mostrato in Figura P18.52. Dimostrare che la pendenza della curva adiabatica è maggiore di quella della isoterma di un fattore γ .

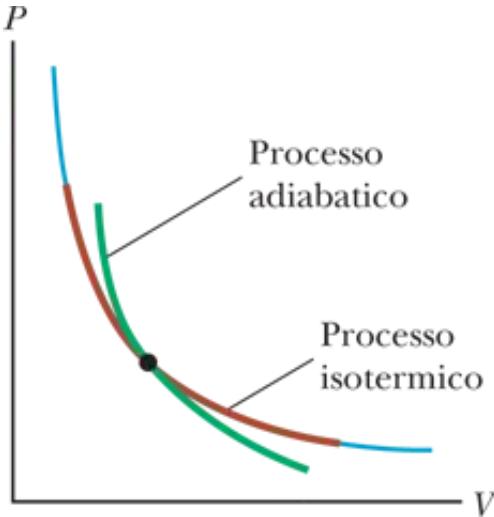


FIGURA P18.52

53. Quanto lavoro è richiesto a un frigorifero ideale di Carnot per trasformare 0.500 kg di acqua del rubinetto a 10.0 °C in ghiaccio di – 20.0°C? Si assuma che il compartimento del ghiaccio sia tenuto a – 20.0°C e che il frigorifero rilasci energia nella stanza a 20.0°C.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

54. Una macchina termica opera tra due termostati alle temperature $T_2 = 600$ K e $T_1 = 350$ K. Essa assorbe 1.00×10^3 J di energia dal termostato a temperatura più alta e compie 250 J di lavoro. Calcolare (a) la variazione di entropia dell'Universo ΔS_U per questa trasformazione e (b) il lavoro W che compierebbe una macchina ideale di Carnot che operi tra gli stessi termostati. (c) Mostrare che la differenza tra i lavori compiuti nei punti (a) e (b) è $T_1 \Delta S_U$.

55. Un laboratorio di biologia viene tenuto alla temperatura costante di 7.00°C da un condizionatore d'aria che è in contatto con l'aria esterna. In un tipico giorno d'estate la temperatura esterna è 27.0°C e l'unità del condizionatore emette verso l'esterno energia a un tasso (potenza) di 10.0 kW. Descrivere questa unità con un coefficiente di prestazione (COP) pari al 40.0% di quello di un dispositivo ideale di Carnot. (a) A che tasso il condizionatore rimuove energia dal laboratorio? (b) Calcolare la potenza richiesta per il lavoro in ingresso. (c) Calcolare la variazione di entropia dell'Universo prodotta in 1.00 h dal condizionatore. (d) **E se?** La temperatura esterna sale a 32.0 °C. Calcolare la variazione percentuale del COP del condizionatore.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

56. Un campione di n moli di un gas perfetto compie un'espansione isobara reversibile dal volume V_i al volume $3 V_i$. Calcolare la variazione di entropia del gas eseguendo il calcolo seguente: $\int_i^f \frac{dQ}{T}$, dove $dQ = nC_PdT$.

57. Un congelatore ideale (di Carnot) in una cucina ha una temperatura costante di 260 K, mentre l'aria in cucina ha una temperatura costante di 300 K. Supponiamo che l'isolamento per il congelatore non sia perfetto ma entri energia a un tasso di 0.150 W. Calcolare la potenza media richiesta al motore del congelatore per mantenere costante la temperatura nel congelatore.

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Un campione di 1.00 mol di gas perfetto monoatomico compie il ciclo mostrato in Figura P18.58. Nel punto A la pressione, il volume e la temperatura sono P_i , V_i e T_i rispettivamente. In termini di R e T_i calcolare (a) il calore totale assorbito dal sistema in un ciclo, (b) il calore totale ceduto in un ciclo e (c) il rendimento di una macchina termica funzionante con questo ciclo. (d) Spiegare come il rendimento si raffronta con quello di una macchina di Carnot operante tra le stesse temperature.

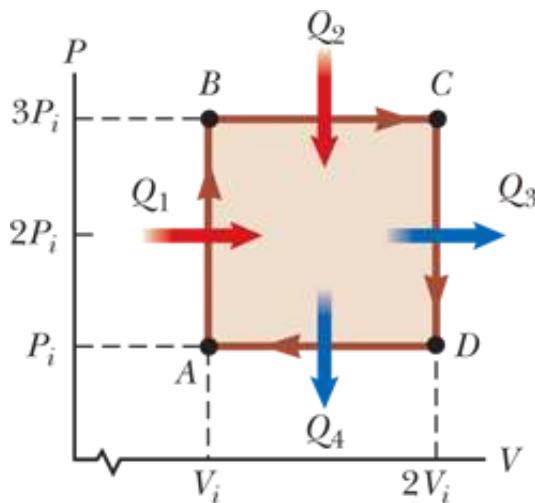


FIGURA P18.58

59. Problema di ricapitolazione. Questo problema integra il Problema 20 del Capitolo 10. Nel funzionamento di un motore a combustione interna a singolo cilindro, un carico di carburante esplode spostando il pistone verso l'esterno nella *fase di potenza*. Parte della sua energia in uscita è immagazzinata nel volano in rotazione. Questa energia viene poi usata per spingere il pistone e comprimere il carico successivo di benzina e aria. In questa compressione, si assume che un gas perfetto biatomico alla pressione atmosferica si comprima adiabaticamente dal volume iniziale di 0.120 L a un ottavo di questo volume. (a) Calcolare il lavoro in ingresso necessario a comprimere il gas. (b) Si assume che il volano sia un disco pieno di massa 5.10 kg e raggio 8.50 cm, ruotante liberamente senza attrito tra le fasi di potenza e di compressione. Quanto velocemente deve ruotare il volano subito dopo la fase di potenza? Questa situazione rappresenta la velocità angolare minima a cui il motore può funzionare senza fermarsi. (c) Quando il motore si trova ben al di sopra del punto di stallo, si assume che il volano fornisca il 5.00% della sua energia massima per comprimere la carica successiva di benzina e aria. Calcolare la sua massima velocità angolare in questo caso.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. BIO Un atleta di massa 70.0 kg beve 16.0 once (454 g) di acqua fredda. L'acqua è alla temperatura di 35.0 °F. (a) Trascurando la variazione della temperatura del corpo dovuta all'ingerimento di acqua (in modo da considerare il corpo come un termostato di temperatura 98.6 °F), calcolare l'aumento di entropia dell'intero sistema. (b) **E se?** Si assuma che l'intero corpo si raffreddi per effetto della bevuta e il calore specifico medio della persona sia uguale a quello dell'acqua liquida. Trascurando ogni altro scambio di calore e ogni rilascio di energia legato al metabolismo, si calcoli la temperatura dell'atleta dopo aver bevuto l'acqua fredda data la sua temperatura iniziale di 98.6 °F. (c) In queste condizioni, qual è l'aumento di entropia dell'intero sistema? (d) Si confronti questo risultato con quello ottenuto nel punto (a).

61. Ogni secondo presso le cascate del Niagara, circa $5.0 \times 10^3 \text{ m}^3$ di acqua cadono da una altezza di 50.0 m. Qual è l'aumento di entropia dell'Universo in un secondo dovuto alla caduta dell'acqua? Si assuma che la massa dell'ambiente circostante è talmente grande che la sua temperatura e quella dell'acqua si mantengano pressoché costanti a 20.0°C. Trascurare la quantità di acqua che evapora.

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Un sistema che consiste di n moli di un gas perfetto con calore specifico molare a temperatura costante C_p compie due trasformazioni reversibili. Esso parte con pressione P_i e volume V_i , si espande isotermicamente e poi si comprime adiabaticamente fino a raggiungere lo stato finale con pressione P_f e volume $3V_i$. (a) Calcolare la variazione di entropia nella trasformazione isoterma. (L'entropia non varia nella trasformazione adiabatica.) (b) **E se?** Spiegare perché la risposta al punto (a) deve essere la stessa della risposta al Problema 56. (Non c'è bisogno di risolvere il Problema 56 per rispondere a questa domanda.)

63. Un campione di 1.00 mol di un gas perfetto monoatomico compie il ciclo mostrato in Figura P18.63. La trasformazione $A \rightarrow B$ è un'espansione isoterma reversibile. Calcolare durante il ciclo (a) il lavoro compiuto dal gas, (b) il calore assorbito dal gas, (c) il calore ceduto dal gas e (d) il rendimento del ciclo. Paragonare il rendimento a quello di una macchina di Carnot che operi tra le stesse temperature.

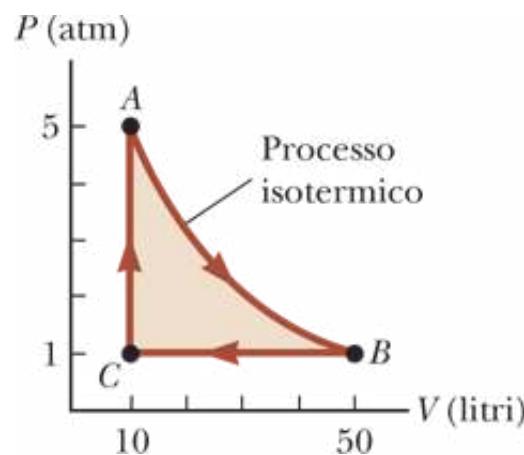


FIGURA P18.63

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. Il *ciclo Otto* in Figura P18.64 rappresenta il funzionamento del motore a combustione interna dell'automobile. Una miscela di vapore di benzina e aria viene immessa in un cilindro quando il pistone si muove verso il basso durante l'aspirazione da $O \rightarrow A$. Il pistone si muove verso la sommità chiusa del cilindro per comprimere adiabaticamente la miscela nella trasformazione $A \rightarrow B$. Il rapporto $r = V_1 / V_2$ è il *rapporto di compressione* del motore. In B la benzina è incendiata dalla candela e la pressione aumenta rapidamente mentre essa brucia nella trasformazione $B \rightarrow C$. Nella fase di potenza $C \rightarrow D$, i prodotti della combustione si espandono adiabaticamente e spingono verso il basso il pistone. I prodotti della combustione si raffreddano ulteriormente in una trasformazione isocora $D \rightarrow A$ e nella fase di scarico $A \rightarrow O$ quando vengono espulsi dal cilindro i gas di scarico. Si assume che la miscela di aria e benzina e i gas di scarico dopo la combustione abbiano lo stesso valore del rapporto dei calori specifici. Dimostrare che il rendimento del motore è $1 - r^{1-\gamma}$.

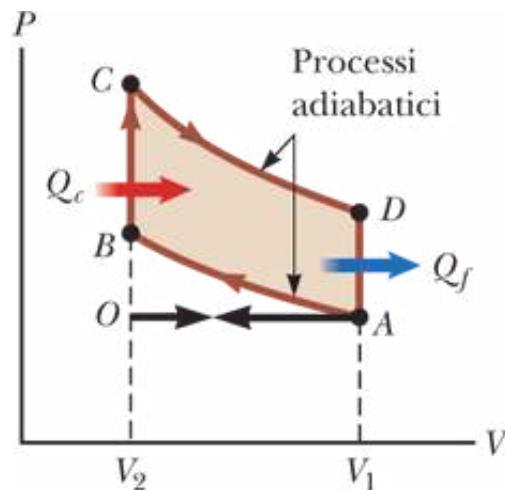


FIGURA P18.64

65. Un campione costituito da 1.00 mol di un gas perfetto ($\gamma = 1.40$) compie il ciclo di Carnot descritto nella Figura 18.6. Nel punto A la pressione è 25.0 atm e la temperatura è 600 K. Nel punto C la pressione è 1.00 atm e la temperatura è 400 K. (a) Calcolare le pressioni e i volumi nei punti A , B , C e D . (c) Calcolare il lavoro complessivo compiuto in un ciclo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Contesto 5

CONCLUSIONI Stima

Ora che abbiamo studiato i principi della termodinamica, rispondiamo alla domanda principale del Contesto sul *Riscaldamento globale*:

Possiamo costruire un modello strutturale dell'atmosfera, tale da predire la temperatura media sulla superficie terrestre?

Abbiamo discusso nel Capitolo 17 alcuni fattori che influenzano la temperatura: l'energia in ingresso proveniente dal Sole e l'energia rilasciata dalla superficie della Terra per radiazione termica. Nel Capitolo 18 abbiamo introdotto il ruolo dell'atmosfera nell'assorbimento della radiazione attraverso varie molecole. Nella seguente discussione, studieremo come l'atmosfera modifichi il calcolo della temperatura effettuato nel Capitolo 17, giungendo ad un modello strutturale che predice un valore della temperatura in accordo con le osservazioni.

Un modello dell'atmosfera

Per prima cosa ci chiediamo se la temperatura di 255 K che abbiamo calcolato nel Capitolo 17 sia valida e, se lo è, cosa rappresenta. La risposta alla prima domanda è sì. Il concetto di bilancio energetico è sicuramente valido e la Terra come sistema deve emettere energia allo stesso tasso con cui l'assorbe. La temperatura di 255 K rappresenta la radiazione che lascia l'atmosfera. Un viaggiatore nello spazio al di fuori della nostra atmosfera che misuri la radiazione proveniente dalla Terra troverebbe che la temperatura che rappresenta questa radiazione è effettivamente 255 K. Questa temperatura è, però, quella associata alla radiazione che lascia la parte *superiore* dell'atmosfera. Non è la temperatura sulla superficie della Terra.

Come detto in precedenza, l'atmosfera è quasi trasparente alla radiazione visibile proveniente dal Sole, ma non alla radiazione infrarossa emessa dalla superficie della Terra. Costruiamo ora un modello in cui assumiamo che tutta la radiazione con lunghezza d'onda inferiore a circa 5 μm passi attraverso l'atmosfera. Conseguentemente *tutta* la radiazione solare in ingresso (tranne il 30% che è riflessa) raggiunge la superficie della Terra. Inoltre, assumiamo che tutta la radiazione al di sopra di circa 5 μm (che è la radiazione *infrarossa* inclusa quella emessa dalla superficie della Terra) sia assorbita dall'atmosfera.

Nel nostro modello possiamo identificare due strati dell'atmosfera (Fig. 1) come discusso nel Paragrafo 16.7. La parte più bassa dell'atmosfera è la *troposfera*. In questo strato la densità dell'aria è relativamente alta, cosicché è elevata la probabilità di assorbimento della radiazione infrarossa della superficie da parte delle molecole d'aria. Tale assorbimento riscalda le particelle d'aria vicine alla superficie, che risalgono verso l'alto. Al risalire delle particelle, l'aria si espande e la temperatura cala. Perciò, la troposfera è la regione convettiva in cui la temperatura diminuisce con l'altezza secondo il gradiente termico, come discusso nel Paragrafo 16.7. È anche la regione dell'atmosfera in cui avvengono i fenomeni meteorologici a noi familiari. Al di sopra della troposfera c'è la *stratosfera*. In questo strato la densità dell'aria è relativamente bassa cosicché la probabilità di assorbimento della radiazione infrarossa è bassa. Di conseguenza, la radiazione infrarossa tende ad attraversarla per raggiungere lo spazio con poco assorbimento. Senza tale assorbimento la temperatura nella stratosfera rimane costante con l'altezza. Tra questi due strati c'è la *tropopausa*, che è a circa 11 km dalla superficie terrestre.¹ In realtà, la tropopausa è una sottile regione in cui il principale meccanismo di trasferimento di energia cambia continuamente da convettivo a radiativo. Nel nostro modello, assumiamo la tropopausa come una superficie di separazione.

Lo strato superiore è la stratosfera, dove la temperatura è assunta costante.

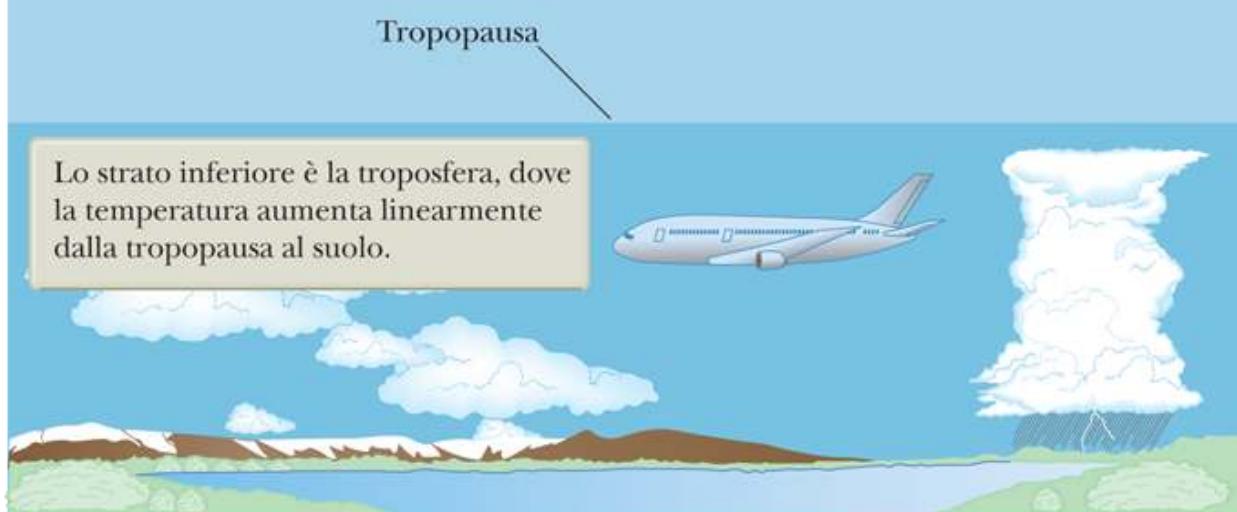


FIGURA 1 Nel nostro modello strutturale dell'atmosfera consideriamo due strati.

Il primo obiettivo è trovare la temperatura della stratosfera, assunta costante. Facciamo riferimento di nuovo alla legge di Stefan e consideriamo l'energia assorbita e ceduta dalla stratosfera, come indicato in Figura 2. La radiazione proveniente dalla troposfera (alla quale assegniamo una temperatura effettiva media $T_t = 255 \text{ K}$ in accordo alla temperatura associata con la radiazione che viene trasferita dalla stratosfera all'osservatore immaginato nello spazio esterno) attraversa la stratosfera e una sua frazione a_s viene assorbita. La stratosfera, alla temperatura T_s , irraggia sia verso l'alto che verso il basso, in accordo all'emissività ϵ_s . Quindi, poiché la stratosfera è in uno stato stazionario, l'equazione di bilancio della potenza per la stratosfera è

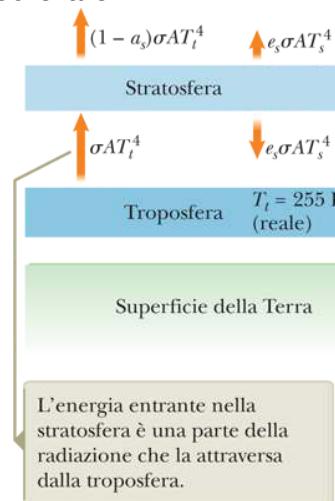


FIGURA 2 Una parte della stratosfera di area A è descritta come un corpo a una certa temperatura che emette radiazione termica sia dalla superficie superiore che da quella inferiore.

$$P_{\text{RE}}(\text{in ingresso}) = -P_{\text{RE}}(\text{in uscita})$$

$$a_s \sigma A T_t^4 = 2 \epsilon_s \sigma A T_s^4$$

dove il fattore 2 ha origine dal fatto che la radiazione della stratosfera può fluire sia attraverso la superficie superiore che quella inferiore. Possiamo ricavare la temperatura della stratosfera:

$$T_s = \left(\frac{a_s \sigma T_t^4}{2 \epsilon_s \sigma} \right)^{1/4} = \left(\frac{a_s}{2 \epsilon_s} \right)^{1/4} T_t = \left(\frac{1}{2} \right)^{1/4} (255 \text{ K}) = 214 \text{ K}$$

dove abbiamo usato lo stesso valore per l'emissività e la frazione di energia assorbita. A questo punto abbiamo tutti gli ingredienti: la temperatura della stratosfera, l'altezza della tropopausa e il gradiente termico. Usando il gradiente termico, dobbiamo solo estrapolare dalla temperatura della tropopausa, che è la temperatura della stratosfera, a quella della superficie della Terra.

¹ L'altezza della tropopausa di 11 km è una semplificazione nel nostro modello strutturale. In realtà l'altezza della tropopausa varia con la latitudine e con la stagione. Alle varie

latitudini e nei vari periodi dell'anno, l'altezza della tropopausa può variare da meno di 8 km a più di 17 km. L'altezza di 11 km è una ragionevole media per tutte le latitudini e sull'intero anno.

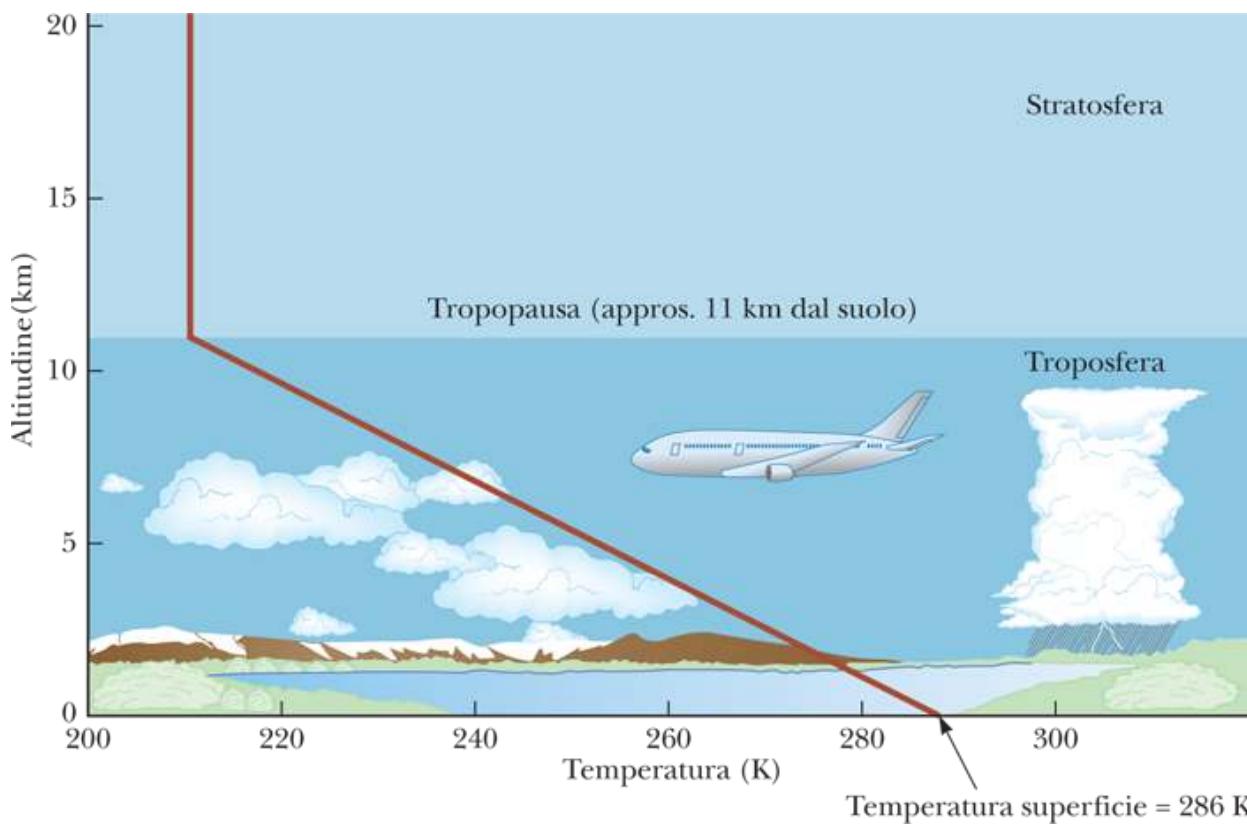


FIGURA 3 Una rappresentazione grafica, nel nostro modello di atmosfera, della variazione della temperatura con l'altezza. La temperatura della superficie prevista, è in accordo con le misure entro l'1%.

Se la tropopausa è a 11 km dalla superficie e il gradiente termico è $-6.5^{\circ}\text{C}/\text{km}$ (Paragrafo 16.7), la variazione netta di temperatura dalla superficie alla tropopausa è

$$\Delta T = T_{\text{tropopausa}} - T_{\text{superficie}} = \left(\frac{\Delta T}{\Delta y} \right) \Delta y = (-6.5^{\circ}\text{C}/\text{km})(11 \text{ km}) \\ = -72^{\circ}\text{C} = -72 \text{ K}$$

Poiché la temperatura della tropopausa è 214 K, possiamo trovare la temperatura della superficie:

$$\Delta T = T_{\text{tropopausa}} - T_{\text{superficie}} \\ -72 \text{ K} = 214 \text{ K} - T_{\text{superficie}} \rightarrow T_{\text{superficie}} = 286 \text{ K}$$

che si accorda, a meno dell' 1 %, con la temperatura media misurata di 288 K discussa nel Capitolo 17! La Figura 3 mostra un grafico (altezza in funzione della temperatura) della temperatura nella troposfera.



FIGURA 4 Il Progetto "Repeat Photography" dell'Osservatorio Geologico degli Stati Uniti (USGS) intende dimostrare la diminuzione dei ghiacciai nel Parco Nazionale dei Ghiacciai (Montana) a causa del riscaldamento globale. Questa coppia

di fotografie del Ghiacciaio Sperry mostra un esempio di tale diminuzione. (a) Una foto del 1930 mostra un ghiacciaio spesso ed esteso. (b) Il Ghiacciaio Sperry è completamente scomparso nel 2008.

L'assorbimento della radiazione infrarossa dalla superficie terrestre dipende dalle molecole presenti nell'atmosfera. La nostra società industrializzata sta cambiando la concentrazione nell'atmosfera di molecole come l'acqua, l'anidride carbonica e il metano. Di conseguenza, stiamo alterando il bilancio energetico e modificando la temperatura della superficie terrestre. Alcuni dati rilevati a partire dalla metà del XIX secolo mostrano un aumento di temperatura compreso tra 0.5 e 1.0°C negli ultimi 150 anni. Come abbiamo osservato nell'Introduzione al Contesto, il Comitato intergovernativo sulle variazioni climatiche (IPCC) prevede che nel XXI secolo potrebbe esserci un ulteriore aumento compreso tra 1°C e 6°C.

Lo scioglimento dei ghiacciai in Groenlandia e in Antartide e in altri posti sul globo fornisce una dimostrazione chiara degli effetti dell'aumento delle temperature. La Figura 4 mostra fotografie in momenti diversi del Ghiacciaio Sperry nel Parco Nazionale dei Ghiacciai nel Montana. Il ghiaccio visibile nella fotografia del 1930 è scomparso nella fotografia del 2008 e la frontiera del ghiacciaio si è ritirata al di là del campo di vista. Alcuni modelli prevedono che tutti i ghiacciai nel Parco Nazionale dei Ghiacciai scompariranno entro il 2030. Le misure dei ghiacciai in altre parti del mondo mostrano analoghe diminuzioni. Tali diminuzioni possono avere effetti sociali catastrofici. Per esempio, una parte significativa della popolazione mondiale dipende dall'acqua potabile proveniente dai ghiacciai dello Himalaya. Una diminuzione nella quantità di acqua potabile può portare a una sommossa sociale nella ricerca da parte di queste popolazioni di una fonte alternativa per l'acqua.

Circa l'80% della superficie della Groenlandia è ricoperta da una coltre glaciale, seconda per dimensioni solo all'Antartide. Le misure effettuate dal satellite GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment), un progetto congiunto della NASA e dell'Agenzia Spaziale Tedesca, mostrano che il ghiaccio della Groenlandia si sta sciogliendo a un tasso di circa 200 km³ all'anno. Alcuni modelli prevedono che il riscaldamento globale potrebbe portare lo strato di ghiaccio della Groenlandia sotto una certa soglia oltre la quale lo scioglimento di tutto il ghiaccio sarebbe inevitabile, indipendentemente da quello che si fa per arrestare le cause del riscaldamento globale.

Anche la più grande coltre glaciale che ricopre il 98% del continente Antartide mostra segni di fusione a causa del riscaldamento globale. Il satellite GRACE mostra lo scioglimento a un tasso superiore a 100 km³ all'anno con valori crescenti negli ultimi anni. Alcuni eventi significativi sono avvenuti negli ultimi anni come il collasso nel 2002 della calotta di ghiaccio Larsen B, un'aria di ghiaccio delle dimensioni dello Stato di Rhode Island che è collassata nel giro di tre settimane dopo essere stata stabile per 12 000 anni.

La fusione del ghiaccio nei ghiacciai e nei parchi ghiacciati della Groenlandia e dell'Antartide provocherà un flusso d'acqua aggiuntivo negli oceani e il conseguente aumento graduale del livello degli oceani. Alcune misure mostrano un aumento medio del livello del mare di circa 18-20 cm durante il XX secolo. Questo tasso di aumento del livello crescerà all'aumentare delle cause del riscaldamento globale insite nella società moderna. Come osservato nell'Introduzione al Contesto, nel 2007 la IPCC ha previsto un aumento del livello del mare fino a 0.59 m nel XXI secolo. Calcoli fatti con vari modelli prevedono valori di risalita del livello del mare da 0.09 m a 2.0 m entro il 2100. Il valore medio della previsione è circa 0.5 m.

Le Maldive sono isole nell'Oceano Indiano. La loro economia è basata sul turismo. Geograficamente il punto naturale più alto è ad appena 2.3 m sul livello del mare (le aree dove si è costruito di più hanno innalzato il suolo di alcuni metri con terreno di riempimento). Oltre l'80% della superficie delle Maldive è meno di un metro sopra il livello del mare. Di conseguenza un aumento di 0.5 m del livello del mare sarebbe devastante per le Maldive, dal momento che porterebbe buona parte dell'isola sott'acqua distruggendo l'industria del turismo.

Il governo delle Maldive è preoccupato che i cittadini debbano sfollare dalla propria patria se le isole dovessero essere ricoperte di acqua. Sono stati proposti piani diversi al fine di trovare nuovi territori per questi rifugiati in India, Sri Lanka o Australia. Nel 2009 il governo ha annunciato un piano decennale per diventare il primo Paese al mondo a emissioni zero di carbonio optando per sorgenti di energia rinnovabili come pannelli solari e turbine eoliche. Sebbene ciò non fermerà l'aumento del livello del mare causato dalle emissioni di anidride carbonica del resto del mondo, esso potrà avere un effetto catalizzatore inducendo le altre nazioni a studiare in modo più determinato le sorgenti rinnovabili.

Le previsioni a lungo termine sono in qualche modo sconfortanti. Per esempio se la coltre di ghiaccio della Groenlandia si dovesse sciogliere completamente in alcune centinaia di anni, il livello del mare salirebbe di circa 7 m, una conseguenza disastrosa. I modelli predittivi dell'effetto del riscaldamento globale sono tuttavia molto complicati ed è difficile fare previsioni certe. Il riscaldamento globale rimane una questione difficile da dirimere essendo influenzata da scienza, politica, economia e sociologia.

Il modello che abbiamo descritto in questo contesto, è efficace nel prevedere la temperatura della superficie. Se estendiamo il modello per prevedere variazioni della temperatura di superficie quando aggiungiamo altra anidride carbonica all'atmosfera, troviamo che le previsioni non sono in accordo con i modelli più sofisticati. L'atmosfera è un sistema molto complesso e i modelli usati dagli scienziati dell'atmosfera sono molto più sofisticati di quello che abbiamo studiato qui. Per i nostri scopi, comunque, è soddisfacente il successo della previsione della temperatura di superficie.

Problemi

- 1.** Un semplice modello dell'assorbimento dell'atmosfera mostra che raddoppiare in futuro la quantità di anidride carbonica aumenterà l'altezza della tropopausa da 11 km a circa 13 km. Se la temperatura della stratosfera e il gradiente termico rimangono uguali, qual è la temperatura della superficie in questo caso? Il risultato che si ottiene è molto più alto della temperatura prevista da più sofisticati modelli numerici. Questo disaccordo mostra la debolezza del nostro modello semplificato.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 2.** La stratosfera di Venere ha una temperatura di circa 200 K. Il gradiente termico nella troposfera di Venere è circa $-8.8^{\circ}\text{C}/\text{km}$. La temperatura misurata sulla superficie di Venere è 732 K. Qual è l'altezza della sua tropopausa?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 3.** Un altro modello atmosferico si basa sulla suddivisione dell'atmosfera in N strati di gas. Assumiamo che l'atmosfera sia trasparente alla luce visibile del Sole, ma sia quasi completamente opaca alla luce infrarossa che il pianeta emette. Scegliamo la profondità di ogni strato atmosferico pari allo *spessore radiativo* unitario. Cioè, la probabilità di assorbimento della radiazione infrarossa nello strato è proprio 100%. Poiché la densità del gas è quindi la probabilità di assorbimento variano con l'altezza, gli strati hanno differenti spessori geometrici. Assumiamo che ogni strato abbia una temperatura uniforme T_i , dove i varia da 1 per lo strato più alto ad N per lo strato in contatto con la superficie del pianeta. Ogni strato intermedio emette e assorbe radiazione termica attraverso la superficie superiore e quella inferiore. Lo strato più basso emette radiazione attraverso la sua superficie inferiore verso la superficie del pianeta, alla temperatura T_s e assorbe anche la radiazione dal pianeta. Lo strato più alto emette nello spazio attraverso la sua superficie superiore, ma non ha uno strato più alto al di sopra da cui assorbire radiazione infrarossa. (a) La Terra assorbe il 70% della radiazione solare incidente, che ha un'intensità di $1\ 370\ \text{W}/\text{m}^2$. Si mostri che la temperatura T_1 dello strato più alto è di 255 K. (b) Per un'atmosfera con N strati si mostri che la temperatura della superficie è $T_s = (N + 1)^{1/4} T_1$. (c) Si consideri la troposfera e la stratosfera della Terra come un sistema a due strati. Che temperatura alla superficie prevede questo modello? (d) Perché questa previsione è così sbagliata per la Terra? (e) Si consideri l'atmosfera di Venere, che riflette il 77% della radiazione incidente. Qual è la temperatura T_1 dello strato più alto dell'atmosfera di Venere? (f) Se la temperatura della superficie di Venere è 732 K, quanti strati ci sono nell'atmosfera venusiana? (g) Il modello a molti strati è più efficace nel descrivere l'atmosfera di Venere piuttosto che quella della Terra? Perché?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)



Contesto 6

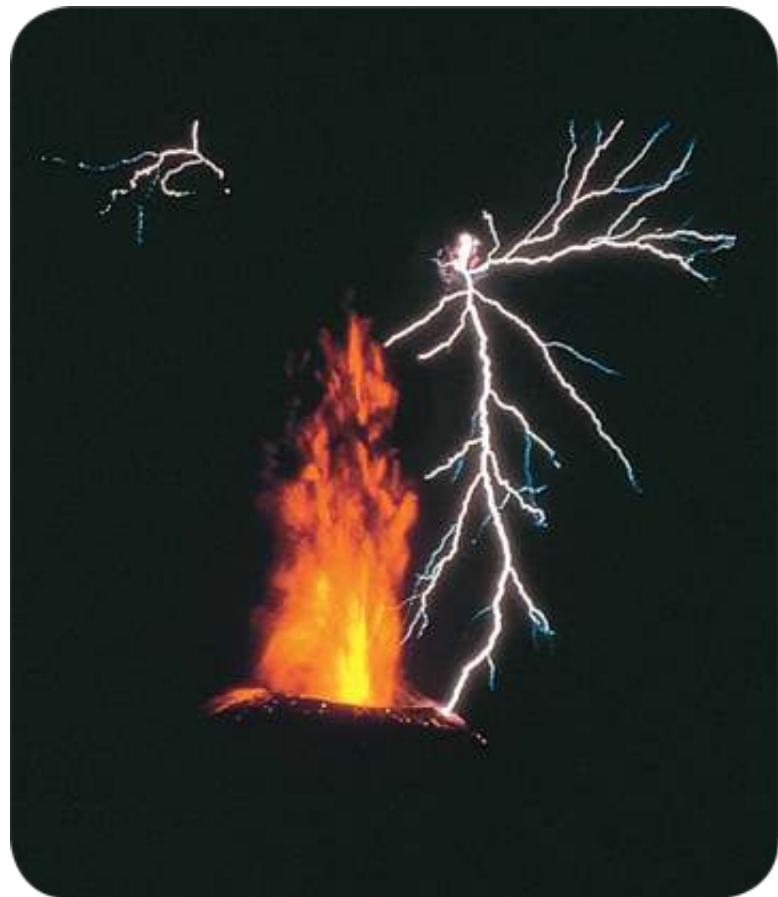
Fulmini

I fulmini cadono in tutto il mondo, ma in alcune zone più che in altre. In Florida, per esempio, si verificano molto spesso temporali con fulmini, che invece sono rari nel sud della California. Iniziamo questo Contesto guardando ai dettagli del lampo di un fulmine in un modo *qualitativo*. Continuando ad approfondire, torneremo su questa descrizione con una visione più quantitativa. In generale, considereremo il lampo come una scarica elettrica che avviene fra una nube carica e il suolo o, in altre parole, una enorme scintilla. Ma i fulmini possono avvenire in *qualsiasi* situazione nella quale una grande carica elettrica (che discuteremo nel Capitolo 19) può indurre una scarica elettrica nell'aria, come avviene durante tempeste di neve, tempeste di sabbia, ed eruzioni vulcaniche. Se consideriamo i fulmini associati con le nubi, possiamo osservare una scarica nube-suolo, una scarica fra nubi, una scarica all'interno della nube, e una scarica nubearia. In questo Contesto, considereremo soltanto la scarica descritta più comunemente, *nube-suolo*. Le scariche all'interno delle nubi in effetti avvengono più spesso, ma non sono il tipo di fulmini che osserviamo regolarmente.



Paul and Linda Marie Ambrose/Taxi/Getty Images

FIGURA 1 Il fulmine collega elettricamente una nube al terreno. In questo Contesto, impareremo i dettagli di questo lampo di fulmine e troveremo quanti di questi lampi avvengono sulla Terra in un giorno tipico.



Mark Newman/Photo Researchers, Inc.

FIGURA 2 Durante un'eruzione del vulcano Sakurajima in Giappone, il fulmine è prevalente nell'atmosfera carica sopra il vulcano. Sebbene il fulmine sia possibile in questa come in altre situazioni, in questo Contesto studieremo il comune fulmine che si ha nei temporali.

Poiché il lampo di un fulmine avviene in un tempo brevissimo, la struttura del processo viene nascosta alla normale osservazione umana. Il *lampo* di un fulmine è composto da un certo numero di singole *scariche*, separate da decine di millisecondi. Un numero tipico di scariche è 3 o 4, sebbene in un lampo siano state misurate fino a 26 scariche (per una durata totale di 2 secondi).

Sebbene la scarica di un fulmine possa apparire come un singolo evento improvviso, nel processo sono coinvolti molti passaggi. Il processo inizia con una scarica elettrica nell'aria vicina alle nubi dando luogo a una colonna di carica negativa, chiamata *stepped leader*, che si muove verso il suolo con una velocità tipica di 10^5 m/s. Il termine *stepped leader* si riferisce al fatto che il movimento avviene per passi discreti di lunghezza di circa 50 m, con un ritardo di circa 50 μ s prima del passo successivo. Un passo avviene ogni volta che l'aria si ionizza in modo casuale su un breve tratto producendo un numero di elettroni liberi sufficiente a condurre elettricità. La *stepped leader* è solo debolmente luminosa e non è il lampo brillante che normalmente associamo al fulmine. Il raggio del canale di carica trasportato dalla *stepped leader* è tipicamente di diversi metri.

Quando la punta della *stepped leader* si avvicina al suolo, può dare inizio ad una scarica elettrica nell'aria vicino al suolo, spesso in corrispondenza della sommità di un oggetto appuntito. Cariche negative nel suolo sono respinte all'avvicinarsi della colonna di cariche negative nella *stepped leader*. Di conseguenza, la scarica elettrica nell'aria vicino al suolo è fatta da una colonna di carica positiva che dal suolo inizia a muoversi verso l'alto (gli elettroni si muovono verso il basso in questa colonna, il che è equivalente al moto verso l'alto di cariche positive). Questo processo è l'inizio della *scarica di ritorno*. Da 20 a 100 m al di sopra del suolo, la scarica di ritorno incontra la *stepped leader*, producendo un vero cortocircuito fra la nube e il suolo. Come conseguenza, gli elettroni si riversano al suolo ad alta velocità, dando luogo ad una corrente elevatissima che si muove lungo il canale con un raggio di centimetri. Questa corrente altissima aumenta rapidamente la temperatura dell'aria, ionizzando gli atomi e determinando il lampo luminoso che associamo al fulmine. Lo spettro di emissione del fulmine mostra molte righe spettrali dell'ossigeno e dell'azoto, i principali componenti dell'aria.

Dopo la scarica di ritorno, il canale di conduzione mantiene la sua condutività per un breve intervallo di tempo (misurato in decine di millisecondi). Se la nube fornisce ulteriore carica negativa alla sommità del canale di conduzione, questa carica può spostarsi verso il basso e dar luogo ad un'altra scarica. In questo caso, poiché il canale di conduzione è "aperto", la scarica iniziale non si muove per passi discreti ma, invece, velocemente ed in modo regolare. Per questo motivo viene chiamata *dart leader*. Ancora una volta, appena la *dart leader* si avvicina al terreno, si innesca una scarica di ritorno e si ha un lampo di luce.

Non appena la corrente ha attraversato il canale di conduzione, l'aria viene trasformata in un plasma ad una temperatura tipica di 30 000 K. Di conseguenza, c'è un improvviso

aumento di pressione che provoca una rapida espansione del plasma e genera un'onda d'urto nel gas che lo circonda. Questa onda d'urto è l'origine del tuono associato al fulmine.



FIGURA 3 Questa fotografia mostra la scarica di un fulmine assieme alle singole componenti della scarica. Il canale luminoso rappresenta una scarica di fulmine in divenire, subito dopo che una *stepped leader* e una scarica di ritorno si sono collegate ed il canale è diventato conduttivo. Si possono vedere parecchie *stepped leader* nella parte alta della fotografia, che si diramano dal canale luminoso. Esse sono meno brillanti del canale luminoso perché non sono ancora collegate con una scarica di ritorno. Si può vedere una scarica di ritorno, appena a sinistra del canale luminoso, che si muove verso l'alto dall'albero in cerca di una *stepped leader*. Si può vedere un'altra scarica di ritorno, molto debole, che parte dalla cima del traliccio elettrico sulla sinistra della fotografia.

Avendo fatto il primo passo qualitativo nella comprensione del fulmine, cerchiamo ora ulteriori dettagli. Dopo aver studiato la fisica del fulmine, risponderemo alla nostra domanda centrale:

Come possiamo determinare il numero di fulmini sulla Terra in un giorno tipico?

Forze elettriche e campi

elettrici

MADRE E FIGLIA SI DIVERTONO CON GLI EFFETTI DELL'ELETTRICITÀ SUI LORO CORPI. OGNI SINGOLO CAPELLO SULLE LORO TESTE SI CARICA ED ESERCITA UNA FORZA REPULSIVA SUGLI ALTRI CAPELLI, DETERMINANDO LA PETTINATURA CHE SI VEDE NELLA FOTO.



Per gent. conc. di Resonance Research Corporation

Questo è il primo di tre capitoli dedicati all'probabilmente familiari gli effetti elettrici, come l'attaccarsi fra loro elettricità. Ti saranno di indumenti tolti dagli essiccatore. Potresti anche aver notato una scintilla che salta dalle dita ad una maniglia dopo aver camminato su un tappeto. La maggior parte della tua esperienza quotidiana è collegata all'uso di dispositivi che funzionano utilizzando l'energia trasferita al dispositivo da una centrale elettrica. Anche il nostro corpo è un dispositivo elettrochimico che utilizza ampiamente l'elettricità. Ad esempio, i nervi trasmettono impulsi sotto forma di segnali elettrici, e nelle membrane delle cellule il passaggio di materiali avviene per mezzo di forze elettriche. Questo capitolo inizia con una ricapitolazione di alcune proprietà fondamentali sia della forza elettrostatica che abbiamo introdotto nel Capitolo 5, sia del campo elettrico associato con le cariche puntiformi stazionarie. Il nostro studio dell'elettrostatica, poi, continua con il concetto di campo elettrico associato a una distribuzione continua di carica e con l'effetto di questo campo sulle altre particelle cariche. Una volta che abbiamo capito come una forza elettrica agisce su una particella, possiamo includere questa forza nel modello che descrive l'azione delle forze sulla particella.

Cenni storici

Le leggi dell'elettricità e del magnetismo giocano un ruolo centrale nel funzionamento di dispositivi quali telefoni cellulari, televisioni, motori elettrici, calcolatori, acceleratori di particelle per alte energie e una moltitudine di apparecchi elettronici usati in medicina. Tuttavia, la cosa più importante è che le forze interatomiche e intermolecolari, responsabili della formazione di solidi e liquidi, sono di origine elettrica. Inoltre, forze quali l'attrazione e la repulsione tra oggetti in contatto e la forza elastica in una molla sorgono da forze elettriche a livello atomico.

Documenti cinesi suggeriscono che il magnetismo fosse conosciuto fin dal 2000 a.C. Anche gli antichi greci osservarono fenomeni elettrici e magnetici, probabilmente fin dal 700 a.C. Essi trovarono che quando un pezzo di ambra veniva strofinato, attirava pezzetti di paglia e piume. L'esistenza di forze magnetiche era conosciuta attraverso l'osservazione che pezzi di un minerale esistente in natura chiamato *magnetite* (Fe_3O_4) attiravano il ferro (il termine *elettrico* deriva dalla parola greca per l'ambra, *elektron*. Il termine *magnetico* deriva da *Magnesia*, una città sulla costa della Turchia dove fu trovata la magnetite).

Nel 1600, l'inglese William Gilbert scoprì che l'elettrizzazione non era limitata all'ambra ma era un fenomeno generale. Gli scienziati cominciarono a elettrizzare una gran varietà di oggetti e anche le persone!

Soltanto all'inizio del XIX secolo gli scienziati poterono stabilire che elettricità e magnetismo erano fenomeni correlati. Nel 1820, Hans Oersted scoprì che l'ago di una bussola, che è magnetico, viene deflesso quando è posto vicino a una corrente elettrica. Nel 1831, Michael Faraday in Inghilterra e, quasi simultaneamente, Joseph Henry negli Stati Uniti dimostrarono che quando una spira è messa in movimento nelle vicinanze di un magnete (o, equivalentemente, quando un magnete viene messo in movimento nelle vicinanze di una spira), si osserva una corrente elettrica nella spira. Nel 1873, James Clerk Maxwell utilizzò queste osservazioni e altri fatti sperimentali come base per formulare le leggi dell'elettromagnetismo così come oggi le conosciamo. Poco dopo (attorno al 1888), Heinrich Hertz verificò le previsioni di Maxwell producendo onde elettromagnetiche in laboratorio. A questo risultato seguirono sviluppi pratici quali la radio, la televisione, i telefoni cellulari, il Bluetooth™, e il Wi-Fi.

I contributi di Maxwell alla scienza dell'elettromagnetismo furono particolarmente significativi in quanto le leggi che egli formulò sono alla base di *tutte* le forme di fenomeni elettromagnetici. Il suo lavoro è comparabile per importanza alla scoperta di Newton delle leggi del moto e della teoria della gravitazione.

Proprietà delle cariche elettriche



FIGURA 19.1 Strofinare un palloncino sui capelli in un giorno secco fa sì che il palloncino e i capelli diventino elettricamente carichi.

Un certo numero di semplici esperimenti dimostrano l'esistenza delle forze elettrostatiche. Per esempio, dopo aver passato un pettine fra i capelli si potrà osservare che il pettine attira dei pezzettini di carta. La forza elettrostatica attrattiva è spesso sufficientemente forte da tenere sospesi i pezzettini di carta. Lo stesso effetto si verifica con altri materiali strofinati, come il vetro e la bachelite.

Un altro semplice esperimento consiste nello strofinare con della lana o con i vostri capelli un palloncino gonfiato (Fig. 19.1). In un giorno secco, il palloncino strofinato aderirà alle pareti della stanza, spesso per ore. Quando i materiali si comportano in questo modo, si dice che essi sono diventati elettricamente carichi. Si può trasmettere al proprio corpo una carica elettrica camminando su un tappeto di lana o scivolando su un sedile di automobile. Si può percepire, e rimuovere, tale carica toccando leggermente un'altra persona o un oggetto. In condizioni opportune si può vedere una scintilla al momento del contatto ed entrambe le persone avvertono un leggero formicolio (un tale esperimento funziona al meglio in un giorno secco, perché l'eccessiva umidità dell'aria può fornire alle cariche un cammino per sfuggire dal corpo elettricamente carico).

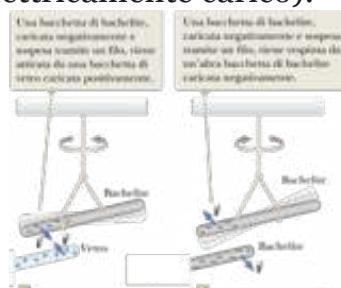


FIGURA 19.2 La forza elettrica tra (a) oggetti con carica di segno opposto e (b) con carica dello stesso segno.

Gli esperimenti dimostrano anche che vi sono due differenti specie di **cariche elettriche**, chiamate **positiva** e **negativa** da Benjamin Franklin (1706-1790). La Figura 19.2 illustra le interazioni delle due cariche. Una bacchetta di bachelite (o plastica) che è stata strofinata con una pelliccia (o con un materiale acrilico) viene sospesa con un filo. Quando una bacchetta di vetro strofinata con seta viene avvicinata alla bacchetta di bachelite, la bacchetta di bachelite viene attratta verso la bacchetta di vetro (Fig. 19.2a). Se due bacchette di bachelite caricate (o due bacchette di vetro caricate) vengono avvicinate l'una all'altra, come in Figura 19.2b, la forza fra di esse è repulsiva. Queste osservazioni dimostrano che la bachelite e il vetro hanno cariche di specie diversa. Noi usiamo la convenzione suggerita da Franklin: la carica elettrica sulla bacchetta di vetro è chiamata positiva e quella sulla bacchetta di bachelite è chiamata negativa. Sulla base di osservazioni come queste, concludiamo che **cariche dello stesso segno si respingono mentre cariche di segno opposto si attraggono**. Sappiamo che esistono soltanto due specie di cariche elettriche perché ogni carica sconosciuta che sperimentalmente è attratta da una carica positiva, è anche respinta da una carica negativa. Non si è mai osservato un oggetto carico che sia stato respinto sia da una carica positiva che da una negativa o attratto da entrambe.

Le forze di attrazione elettrica sono responsabili del comportamento di molti prodotti commerciali. Per esempio, la plastica che viene utilizzata per molte lenti a contatto, detta *etafilcon*, è costituita da molecole che sono attratte elettricamente dalle molecole proteiche presenti nelle lacrime umane. Queste molecole proteiche sono assorbite e trattenute dalla plastica così che le lenti risultano composte principalmente dalle lacrime della persona che le indossa. Per questo motivo le lenti non sono percepite come oggetti estranei dall'occhio e possono essere utilizzate comodamente. Molti prodotti cosmetici utilizzano la forza elettrica poiché contengono materiali che sono attratti elettricamente dalla pelle o dai capelli, permettendo alle particolari colorazioni o ad altri prodotti chimici di restare fissati nelle zone in cui sono stati applicati.

A causa della conservazione della carica, ogni elettrone aggiunge una carica negativa alla seta ed una uguale quantità di carica positiva viene lasciata sulla sbarretta di vetro.

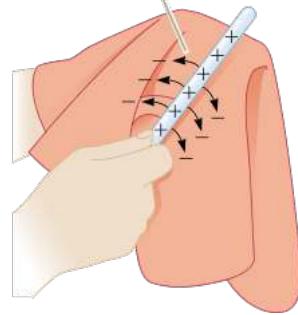


FIGURA 19.3 Quando una sbarretta di vetro viene strofinata con della seta, elettroni sono trasferiti dal vetro alla seta. Poiché le cariche sono trasferite in pacchetti discreti, le cariche sui due oggetti sono $\pm e$ o $\pm 2e$ o $\pm 3e$, e così via.

Un'altra importante caratteristica della carica elettrica è che la carica netta in un sistema isolato si conserva sempre. Questa è la **formulazione, per la carica elettrica, del modello del sistema isolato**. Abbiamo introdotto il modello di sistema isolato nel Capitolo 7, nel quale abbiamo discusso la conservazione dell'energia; vediamo ora un principio di **conservazione della carica elettrica** per un sistema isolato. Quando due oggetti inizialmente neutri vengono caricati strofinandoli insieme, nel processo non vengono create cariche. Gli oggetti diventano carichi in quanto *elettroni vengono trasferiti* da un corpo all'altro. Un oggetto guadagna una certa quantità di carica negativa dagli elettroni trasferiti su di esso mentre l'altro perde la stessa quantità di carica negativa e quindi rimane con una carica positiva. Per il sistema isolato di due oggetti, non avviene alcun trasferimento di carica attraverso il bordo del sistema. La sola variazione è che della carica è stata trasferita tra i due membri del sistema. Per esempio, quando una bacchetta di vetro è strofinata con la seta, come in Figura 19.3, la seta acquista una carica negativa uguale in valore assoluto alla carica positiva sulla bacchetta di vetro, in quanto elettroni carichi negativamente si sono trasferiti dal vetro alla seta. Analogamente, quando la bachelite è strofinata con una pelliccia, elettroni si trasferiscono dalla pelliccia alla bachelite. Un *oggetto neutro* (o scarico) contiene un numero immenso di elettroni (dell'ordine di 10^{23}). Per ogni elettrone negativo, comunque, è presente un protone carico positivamente; quindi, un oggetto neutro non possiede carica netta di alcun segno.

Un'altra proprietà della carica elettrica è che la carica totale di un oggetto è quantizzata come multiplo intero della carica elementare dell'elettrone e . Abbiamo già visto nel Capitolo 5 che $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$. La quantizzazione risulta dal fatto che la carica di un oggetto deve derivare da un eccesso o da una mancanza di un numero intero di elettroni.

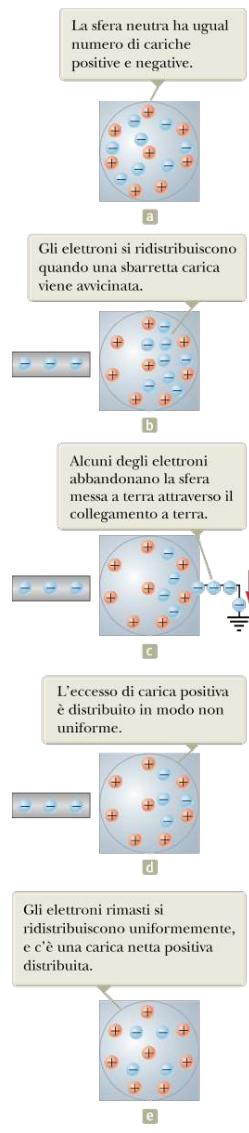


FIGURA 19.4 Carica di un oggetto metallico per induzione. (a) Una sfera metallica neutra. (b) Una sbarretta di bachelite carica viene posta vicino alla sfera. (c) La sfera viene messa a terra. (d) Il collegamento a terra viene rimosso. (e) La sbarretta viene allontanata.

QUIZ RAPIDO 19.1

Tre oggetti sono avvicinati l'uno all'altro, due alla volta. Se si avvicinano gli oggetti A e B, essi si respingono. Se si avvicinano gli oggetti B e C, anche essi si respingono. Quali delle seguenti affermazioni sono vere? (a) Gli oggetti A e C possiedono cariche dello stesso segno. (b) Gli oggetti A e C possiedono cariche di segno opposto. (c) Tutti e tre gli oggetti possiedono cariche dello stesso segno. (d) Uno dei tre oggetti è neutro. (e) È necessario compiere ulteriori esperimenti per determinare il segno delle cariche.

VISUALIZZA SOLUZIONE

¹ Un atomo di un metallo contiene uno o più elettroni esterni, che sono debolmente legati al nucleo. Quando molti atomi si combinano per formare un metallo, gli *elettroni liberi* sono questi elettroni esterni che non sono legati ad alcun atomo. Questi elettroni si muovono nel metallo in modo simile alle molecole del gas in un contenitore.

Isolanti e conduttori

Abbiamo discusso il trasferimento di carica da un oggetto a un altro. È anche possibile per una carica elettrica muoversi da un posto a un altro all'interno di un oggetto: tale moto delle cariche si chiama **conduzione elettrica**. È conveniente classificare i materiali secondo la capacità delle cariche di muoversi al loro interno:

Conduttori elettrici sono materiali in cui alcuni degli elettroni sono elettroni liberi¹ che non sono legati agli atomi e possono muoversi relativamente liberi attraverso il materiale; **isolanti** elettrici sono materiali in cui tutti gli elettroni sono legati agli atomi e non possono muoversi liberamente attraverso il materiale.

Materiali come il vetro, la bachelite e il legno secco rientrano nella categoria degli isolanti. Quando tali materiali sono caricati per strofinio, soltanto l'area strofinata si carica; la carica non si muove verso altre zone del materiale. Invece, materiali come il rame, l'alluminio, l'argento sono buoni conduttori. Quando questi materiali sono caricati in una certa zona, anche piccolissima, la carica si distribuisce rapidamente sull'intera superficie del materiale. Se teniamo una bacchetta di rame in mano e la strofiniamo con della lana o con una pelliccia, essa non attirerà pezzettini di carta; ciò potrebbe suggerire che un metallo non possa essere caricato. Se si tiene la bacchetta di rame con un manico isolante e quindi la si strofina, invece, la bacchetta rimarrà carica e attirerà i pezzettini di carta. Nel primo caso, le cariche elettriche prodotte dallo strofinio si muovono facilmente dal rame attraverso il corpo, che è un conduttore, e giungono alla fine a terra. Nel secondo caso, il manico isolante impedisce il passaggio delle cariche alla mano.

I **semiconduttori** sono una terza classe di materiali e le loro proprietà elettriche sono a metà strada tra quelle degli isolanti e dei conduttori. Le cariche possono muoversi abbastanza liberamente in un semiconduttore, ma vi sono molte meno cariche libere di muoversi in un semiconduttore che in un conduttore. Il silicio e il germanio sono esempi ben noti di semiconduttori, comunemente usati nella fabbricazione di una grande varietà di dispositivi elettronici. Le proprietà elettriche dei semiconduttori possono essere variate anche di diversi ordini di grandezza, aggiungendo ad essi delle quantità note di alcuni tipi di atomi estranei al materiale.

Carica per induzione

Quando un conduttore è collegato alla Terra per mezzo di un filo conduttore si dice che esso è **messo a terra**. Per quanto riguarda questa trattazione, la Terra può essere considerata un serbatoio infinito per gli elettroni, nel senso che può ricevere o fornire un numero illimitato di elettroni. In elettrostatica, la Terra si comporta in modo analogo ai termostati (o serbatoi di energia) introdotti nel Capitolo 17. Tenendo presente ciò, possiamo comprendere come un conduttore possa essere caricato mediante il procedimento noto come **carica per induzione**.

Per capire come caricare un conduttore per induzione, consideriamo una sfera conduttrice neutra (scarica) isolata come mostrato in Figura 19.4a. Essendo la sfera neutra, essa possiede un egual numero di cariche positive e negative.

Quando una bacchetta di bachelite carica negativamente viene avvicinata alla sfera, gli elettroni nella regione più vicina alla bacchetta subiscono una forza repulsiva e si spostano sulla parte opposta della sfera. Questa migrazione lascia la parte di sfera vicino alla bacchetta con una carica positiva effettiva a causa del minor numero di elettroni presenti, come mostrato in Figura 19.4b (la regione di sinistra della sfera nella Figura 19.4b è carica positivamente *come se* cariche positive si fossero spostate in questa zona, ma nei metalli solo gli elettroni sono liberi di muoversi). Questa migrazione avviene anche se la bacchetta non viene in contatto con la sfera. Se lo stesso esperimento viene eseguito con un filo conduttore collegato tra la sfera e la Terra (Fig. 19.4c), alcuni degli elettroni nel conduttore saranno respinti dalla carica negativa presente sulla bacchetta con una forza talmente grande che lasceranno la sfera e migreranno verso Terra. Il simbolo utilizzato all'estremità del filo in Figura 19.4c indica appunto che il filo è **messo a massa** (o **messo a terra**) che sta ad indicare un serbatoio di carica elettrica come la Terra. Se il filo collegato a terra viene quindi rimosso (Fig. 19.4d), la sfera conduttrice rimarrà con un eccesso di carica positiva *indotta*, perché ha meno elettroni di quanti siano necessari per cancellare la carica positiva dei protoni. Quando la bacchetta di bachelite viene allontanata dalla sfera (Fig. 19.4e), la carica positiva indotta rimane sulla sfera non collegata a terra. È da notare che in tutto questo processo la bacchetta di bachelite non perde alcuna delle sue cariche negative.

La carica di un oggetto per induzione non richiede alcun contatto con l'oggetto che induce la carica. Questo processo è diverso da quello di carica di un oggetto mediante strofinio, che richiede il contatto fisico fra i due oggetti.

Un processo simile al fenomeno dell'induzione dei conduttori avviene negli isolanti. Nella maggior parte degli atomi e delle molecole neutre, la posizione media della carica positiva coincide con la posizione media della carica negativa. Tuttavia, in presenza di un oggetto carico, queste posizioni possono spostarsi leggermente a causa delle forze attrattive e repulsive dovute all'oggetto carico, determinando così una maggiore carica positiva da un lato della molecola che dall'altro. Questo fenomeno è noto come **polarizzazione**. La polarizzazione di singole molecole genera uno strato di carica sulla superficie dell'isolante, come mostrato in Figura 19.5a, in cui un palloncino carico sulla sinistra viene posto contro una parete sulla destra. Nella figura, lo strato di carica negativa sulla parete è più vicino al palloncino caricato positivamente rispetto alle cariche positive sull'estremo delle molecole. Quindi, la forza attrattiva fra le cariche positive e negative è maggiore della forza repulsiva fra le cariche positive. Il risultato è una forza risultante attrattiva fra il palloncino carico e l'isolante neutro. La tua conoscenza del processo di induzione negli isolanti dovrebbe aiutarti a spiegare perché una bacchetta carica attira pezzettini di carta elettricamente neutra (Fig. 19.5b), o perché un palloncino strofinato sui capelli possa aderire alle pareti neutre.

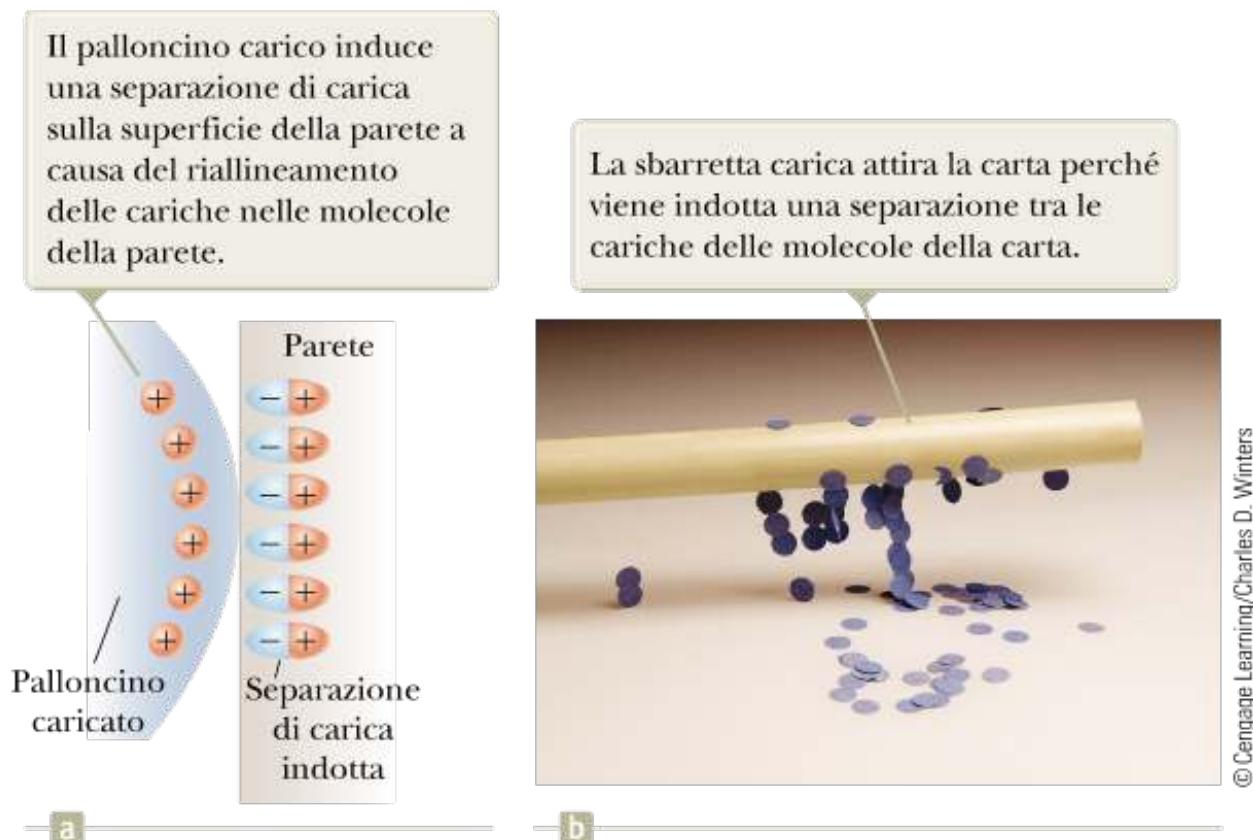


FIGURA 19.5 (a) Un palloncino carico viene avvicinato ad una parete isolante. (b) Una sbarretta carica viene avvicinata a pezzettini di carta.

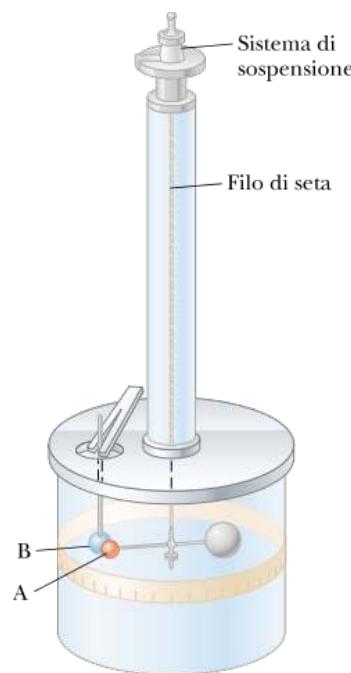


FIGURA 19.6 La bilancia di torsione di Coulomb, che fu usata per stabilire che la forza elettrostatica tra due cariche puntiformi è inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

QUIZ RAPIDO 19.2

Tre oggetti vengono avvicinati l'uno all'altro, due alla volta. Se si avvicinano gli oggetti A e B, essi si attraggono. Invece gli oggetti B e C, se avvicinati, si respingono. Quale di queste affermazioni è necessariamente vera? **(a)** Gli oggetti A e C possiedono cariche dello stesso segno. **(b)** Gli oggetti A e C possiedono cariche di segno opposto. **(c)** Tutti e tre gli oggetti possiedono cariche dello stesso segno. **(d)** Uno dei tre oggetti è neutro. **(e)** È necessario compiere ulteriori esperimenti per determinare il segno delle cariche.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

La legge di Coulomb

Le forze elettriche fra oggetti carichi furono misurate quantitativamente da Charles Coulomb usando la bilancia di torsione, da lui inventata (Fig. 19.6). Coulomb confermò che la forza elettrica fra due piccole sfere cariche è proporzionale al reciproco del quadrato della loro distanza r , cioè, $F_e \propto 1/r^2$. Il principio di funzionamento della bilancia di torsione è lo stesso di quello dell'apparato utilizzato da Sir Henry Cavendish per misurare la costante di gravitazione (Paragrafo 11.1), con la sostituzione delle sfere neutre con sfere elettricamente cariche. La forza elettrica fra le sfere cariche A e B in Figura 19.6 ne determina l'attrazione o la repulsione reciproca, e il moto che ne risulta causa la torsione del filo di sospensione. Poiché il momento di richiamo della fibra ruotata è proporzionale all'angolo di rotazione, una misura di quest'angolo fornisce una misura quantitativa della forza elettrica di attrazione o repulsione. Una volta che le sfere siano caricate per strofinio, le forze elettriche tra di esse sono molto maggiori rispetto all'attrazione gravitazionale, cosicché la forza di gravità può essere trascurata.

Nel Capitolo 5 abbiamo introdotto la **legge di Coulomb**, la quale descrive il modulo della forza elettrostatica fra due cariche puntiformi di carica q_1 e q_2 e separate da una distanza r :

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

19.1◀



© INTERFOTO/Alamy

Charles Coulomb

Fisico francese (1736-1806) I principali contributi di Coulomb alla scienza furono nell'area dell'elettrostatica e del magnetismo. Durante la sua vita, egli studiò anche gli sforzi dei materiali e determinò le forze che interessano oggetti sulle travi, contribuendo quindi al campo della meccanica delle strutture. Nel campo dell'ergonomia, la sua ricerca portò ad una fondamentale comprensione dei modi in cui le persone e gli animali possono lavorare meglio.

dove k_e ($= 8.9876 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$) è la **costante di Coulomb**, e la forza è espressa in newton se le cariche sono espresse in coulomb e la distanza in metri. La costante k_e si può anche scrivere

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

dove la costante ϵ_0 (lettera greca epsilon), nota come **costante dielettrica del vuoto**, ha il valore

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

È importante notare che l'Equazione 19.1 fornisce solo il modulo della forza. La direzione della forza agente su una data particella si deve trovare considerando dove si trovano le particelle una rispetto all'altra e al segno di ciascuna carica. Quindi le rappresentazioni grafiche dei problemi di elettrostatica sono molto importanti per la loro comprensione.

La carica di un elettrone è $q = -e = -1.60 \times 10^{-19}$ C e il protone ha una carica $q = +e = 1.60 \times 10^{-19}$ C; quindi, 1 C di carica è uguale alla carica di $(1.60 \times 10^{-19})^{-1} = 6.25 \times 10^{18}$ elettroni (la carica elementare e è stata introdotta nel Paragrafo 5.5). È da notare che 1 C è una quantità notevole di carica. Nei tipici esperimenti di elettrostatica, dove una sbarretta di bachelite o di vetro viene caricata per strofinio, si ottiene una carica dell'ordine di 10^{-6} C ($= 1 \mu\text{C}$). In altre parole, solo una frazione molto piccola degli elettroni totali disponibili (dell'ordine di 10^{23} in un cm³ di campione) si trasferisce fra il materiale strofinante e la sbarretta. Le cariche e le masse dell'elettrone, del protone e del neutrone misurate sperimentalmente sono riportate in Tabella 19.1.

TABELLA 19.1 | Carica e massa di elettrone, protone e neutrone

Particella	Carica (C)	Massa (kg)
Elettrone (e)	$-1.602\ 176\ 5 \times 10^{-19}$	$9.109\ 4 \times 10^{-31}$
Protone (p)	$+1.602\ 176\ 5 \times 10^{-19}$	$1.672\ 62 \times 10^{-27}$
Neutrone (n)	0	$1.674\ 93 \times 10^{-27}$

Nel trattare la legge di Coulomb, bisogna ricordare che la forza è una grandezza *vettoriale* e come tale va opportunamente trattata. Inoltre, la legge di Coulomb è valida esattamente solo per cariche puntiformi o particelle.² La forza elettrostatica esercitata da q_1 su q_2 , rappresentata da \vec{F}_{12} , può essere espressa in forma vettoriale come³ dove \hat{r}_{12} è un vettore unitario (versore) diretto da q_1 a q_2 , come in Figura 19.7a.

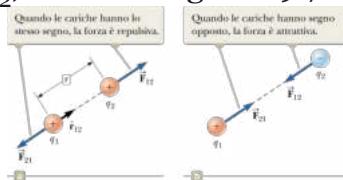


FIGURA 19.7 Due cariche puntiformi separate da una distanza r esercitano una forza reciproca data dalla legge di Coulomb. Si noti che la forza \vec{F}_{21} esercitata da q_2 su q_1 è uguale in modulo e opposta in verso alla forza \vec{F}_{12} esercitata da q_1 su q_2 .

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad \text{19.2} \blacktriangleleft$$

L'Equazione 19.2 si può utilizzare per trovare la direzione della forza nello spazio, sebbene sia necessaria una accurata rappresentazione grafica per identificare chiaramente la direzione di \hat{r}_{12} . Dalla terza legge di Newton, sappiamo che la forza elettrica che q_2 esercita su q_1 ha lo stesso modulo, la stessa direzione e verso opposto alla forza elettrica esercitata da q_1 su q_2 ; cioè, $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$. Dall'Equazione 19.2 vediamo che se q_1 e q_2 hanno lo stesso segno, il prodotto $q_1 q_2$ è positivo e la forza è repulsiva, come mostrato in Figura 19.7a. La forza su q_2 è nello stesso verso di \hat{r}_{12} , uscente da q_1 . Se q_1 e q_2 sono di segno opposto, come in Figura 19.7b, il prodotto $q_1 q_2$ è negativo e la forza è attrattiva. In questo caso, la forza agente su q_2 è nel verso opposto a \hat{r}_{12} , diretta verso q_1 .

²La legge di Coulomb può essere utilizzata anche per oggetti più grandi per cui si possa applicare il modello della particella. ³Da notare che utilizziamo "q₂" come notazione compatta per "la particella con carica q₂". Questo utilizzo è comune quando si trattano particelle caricate, simile all'utilizzo di "m₂" in meccanica per "la particella di massa m₂". Il contesto della frase indicherà se il simbolo rappresenta la quantità di carica o una particella con quella carica.

Quando sono presenti più di due cariche, la forza tra ogni coppia di cariche è data dall'Equazione 19.2. Quindi, la forza risultante su ciascuna particella è uguale alla somma vettoriale delle forze dovute a tutte le altre particelle. Questo **principio di sovrapposizione** applicato alle forze elettrostatiche è un fatto osservato sperimentalmente e rappresenta semplicemente la tradizionale somma vettoriale delle forze introdotta nel Capitolo 4. Per esempio, se ci sono quattro particelle caricate, la forza risultante sulla particella 1 dovuta alle particelle 2, 3 e 4 è data dalla somma vettoriale

$$\vec{\mathbf{F}}_1 = \vec{\mathbf{F}}_{21} + \vec{\mathbf{F}}_{31} + \vec{\mathbf{F}}_{41}$$

QUIZ RAPIDO 19.3

L'oggetto A ha una carica di $+ 2 \mu\text{C}$, e l'oggetto B ha una carica di $+ 6 \mu\text{C}$. Quale delle seguenti affermazioni riguardante le forze tra i due oggetti è vera? (a)

- (b) $\vec{F}_{AB} = -3\vec{F}_{BA}$ (c) $3\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ (d) $\vec{F}_{AB} = -3\vec{F}_{BA}$ (e)
 $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ (f) $3\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 19.1 | Dove è nulla la forza risultante?

Tre cariche puntiformi giacciono lungo l'asse x come in Figura 19.8. La particella con carica positiva $q_1 = 15.0 \mu\text{C}$ si trova in $x = 2.00 \text{ m}$, la particella con carica positiva $q_2 = 6.00 \mu\text{C}$ si trova nell'origine, e la forza risultante agente sulla carica q_3 è zero. Qual è la coordinata x di q_3 ?

Analisi Scriviamo una espressione per la risultante delle forze sulla carica q_3 quando è in equilibrio:

$$\vec{\mathbf{F}}_3 = \vec{\mathbf{F}}_{23} + \vec{\mathbf{F}}_{13} = -k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} \hat{\mathbf{i}} + k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00 - x)^2} \hat{\mathbf{i}} = 0$$

Conclusione La seconda radice dell'equazione quadratica è $x = -3.44 \text{ m}$. Questa è un'altra posizione dove le *ampiezze* delle forze che agiscono su q_3 sono uguali, ma entrambe le forze hanno lo stesso verso, quindi non si cancellano.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 19.2 | L'atomo di idrogeno

L'elettrone e il protone di un atomo di idrogeno sono separati (in media) da una distanza all'incirca pari a $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$. Calcolare l'intensità della forza elettrostatica e della forza gravitazionale fra le due particelle.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 19.3 |

Trovare la carica sulle sfere

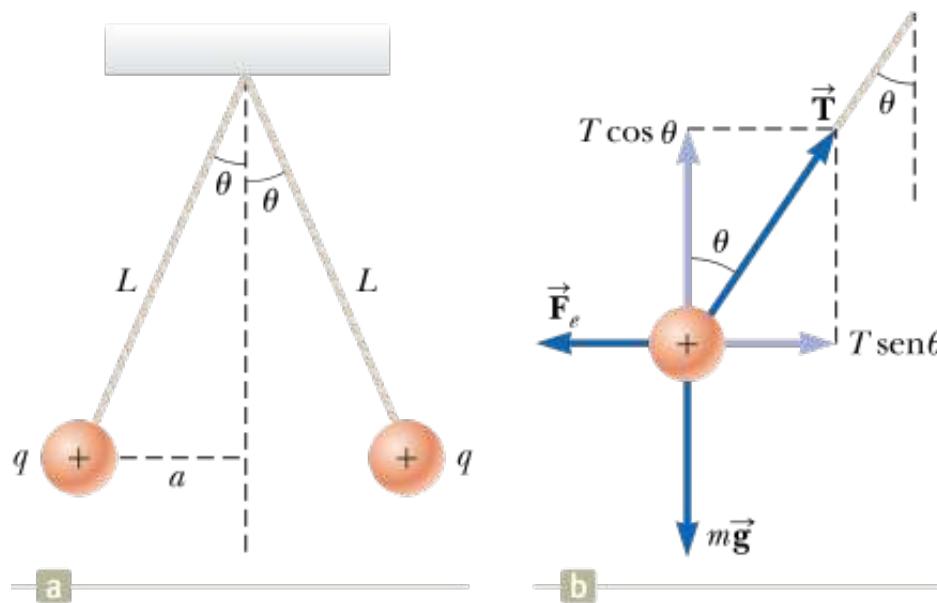


FIGURA 19.9 (Esempio 19.3) (a) Due sfere identiche, ognuna con la stessa carica q , sospese in equilibrio. (b) Diagramma delle forze che agiscono sulla sfera di sinistra di (a).

Due piccole sfere caricate, identiche, ognuna avente una massa di 3.00×10^{-2} kg, sono appese in equilibrio come in Figura 19.9a. La lunghezza L di ciascun filo è 0.150 m, e l'angolo θ è 5.00° . Trovare l'ampiezza della carica su ciascuna sfera.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Campi elettrici

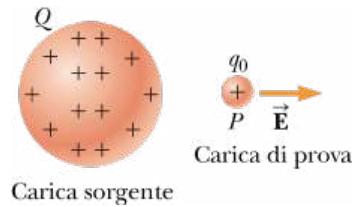


FIGURA 19.10 Una piccola carica di prova positiva q_0 posta nel punto P vicino ad un oggetto con una carica positiva Q molto maggiore è soggetta ad un campo elettrico \vec{E} nel punto P generato dalla carica Q . Assumeremo sempre che la carica di prova sia così piccola che il campo generato dalla carica sorgente non venga alterato dalla sua presenza.

Nel Paragrafo 4.1, abbiamo discusso le differenze tra forze di contatto e forze di campo. Due forze di campo sono state introdotte fino ad ora nelle nostre discussioni: la forza gravitazionale nel Capitolo 11 e la forza elettrica in questo capitolo. Come puntualizzato in precedenza, le forze di campo possono agire attraverso lo spazio, producendo un effetto anche se non c'è nessun contatto fisico tra gli oggetti interagenti. Il campo gravitazionale \vec{g} in un punto dello spazio dovuto ad una particella sorgente è stato definito nel Paragrafo 11.1 come uguale alla forza gravitazionale \vec{F}_g agente su una particella di prova con massa m divisa per quella massa: $\vec{g} = \vec{F}_g/m$. Il concetto di campo è stato sviluppato da Michael Faraday (1791-1867) nel contesto delle forze elettriche ed ha un valore pratico così grande che dedicheremo molta attenzione a esso nei capitoli successivi. In questo approccio, si dice che un **campo elettrico** esiste nella regione di spazio attorno ad un oggetto carico, la **carica sorgente**. Quando un altro oggetto carico – la **carica di prova** – entra in questo campo elettrico, una forza elettrica agisce su di esso. Come esempio, consideriamo la Figura 19.10, in cui è mostrata una piccola carica di prova positiva q_0 posizionata vicino ad un secondo oggetto che ha una carica positiva Q molto maggiore. Definiamo il campo elettrico dovuto alla carica sorgente nel punto dove si trova la carica di prova come la forza elettrica sulla carica di prova *per unità di carica*, ovvero, per essere più precisi, il **vettore campo elettrico** \vec{E} in un punto dello spazio è definito come la forza elettrica \vec{F}_e che agisce sulla carica di prova positiva q_0 posizionata in quel punto divisa per la carica di prova:⁴

DEFINIZIONE DI CAMPO ELETTRICO

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

19.3 ◀

⁴ Quando usiamo l'Equazione 19.3, dobbiamo assumere che la carica di prova q_0 sia abbastanza piccola da non disturbare la distribuzione di carica responsabile del campo elettrico. Se la carica di prova è abbastanza grande, la carica sulla sfera di metallo viene ridistribuita e il campo elettrico generato è diverso dal campo generato in presenza di una carica di prova molto più piccola.

Il vettore \vec{E} ha le unità SI di newton su coulomb (N/C). La direzione di \vec{E} come mostrato nella Figura 19.10 è la stessa della forza di cui una carica di prova positiva risente quando viene posizionata nel campo. È da notare che \vec{E} è il campo prodotto da una carica o una distribuzione di cariche *separate dalla carica di prova*; non è il campo prodotto dalla carica di prova.

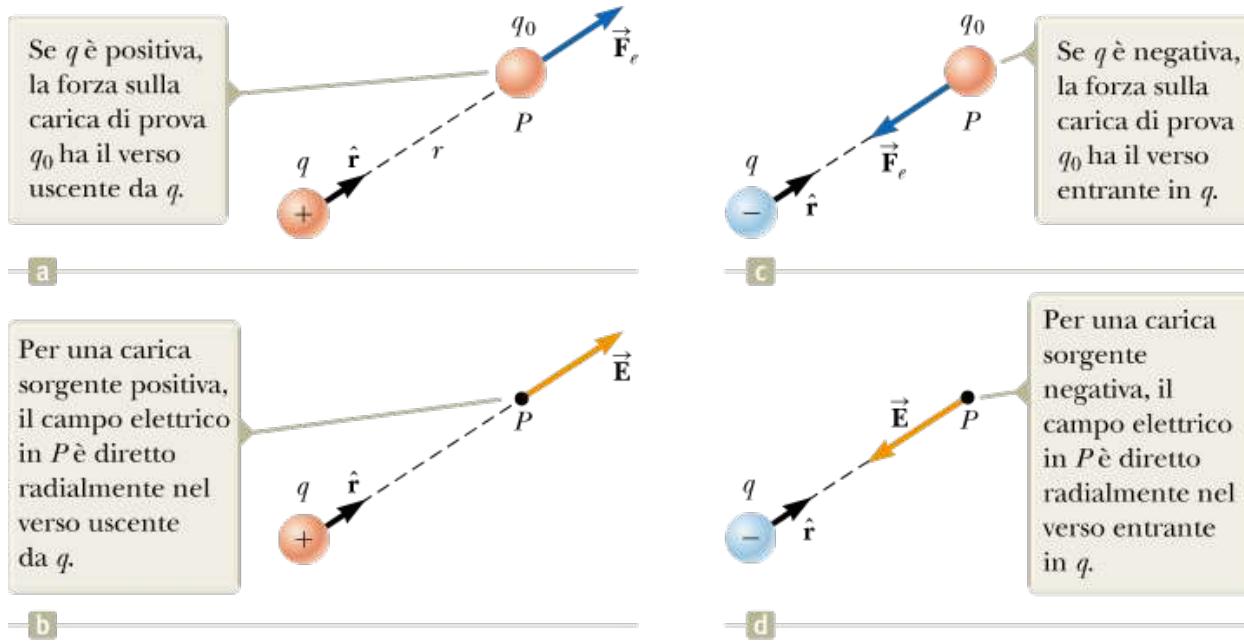


FIGURA 19.11 (a), (c) Quando una carica di prova q_0 viene posta vicina ad una carica sorgente q , la carica di prova è soggetta ad una forza. (b), (d) In un punto P vicino alla carica sorgente q , esiste un campo elettrico.

Bisogna altresì notare che l'esistenza di un campo elettrico è una proprietà della sua sorgente; la presenza della carica di prova non è necessaria per l'esistenza del campo. La carica di prova serve come "rivelatore" del campo elettrico: un campo elettrico esiste in un punto dello spazio se una carica di prova in quel punto risente di una forza elettrica. Una volta noto il campo elettrico in un punto dello spazio, la forza su *qualsiasi* particella con carica q posta in quel punto si può calcolare a partire dall'Equazione 19.3:

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$

19.4

Una volta calcolata la forza elettrica su di una particella, il suo stato di moto o di equilibrio può essere determinato utilizzando il modello di una particella sottoposta a una forza risultante sul modello di una particella in equilibrio (eventualmente la forza elettrica deve essere sommata con le altre forze che agiscono sulla particella), e le tecniche già mostrate nei precedenti capitoli.

Consideriamo una carica puntiforme⁵ q posta a distanza r da una carica di prova q_0 . In base alla legge di Coulomb, la forza che la carica q esercita sulla carica di prova è

$$\vec{F}_e = k_e \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}$$

Prevenire le insidie | 19.1 Solo particelle puntiformi

L'Equazione 19.4 è valida soltanto per una *particella puntiforme* con carica q , un oggetto di dimensione nulla. Per un oggetto carico di dimensione finita in un campo elettrico, il campo può variare in intensità, direzione e verso rispetto alle dimensioni dell'oggetto, cosicché la corrispondente equazione della forza potrebbe essere più complicata.

con \hat{r} versore diretto da q verso q_0 . Questa forza in Figura 19.11a ha direzione uscente dalla carica sorgente q . Dato il campo elettrico in P , la posizione della carica di prova, è definito come $\vec{E} = \vec{F}_e/q_0$, troviamo che in P , il campo elettrico generato da q è

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

19.5

Se la carica sorgente è positiva, la Figura 19.11b, mostra la situazione con la carica di prova rimossa; la carica sorgente genera un campo elettrico nel punto P , diretto nel verso uscente da q . Se la carica sorgente q è negativa, come mostrato in Figura 19.11c, la forza agente sulla carica di prova è attrattiva, conseguentemente il campo elettrico in P ha direzione entrante nella carica sorgente, come mostrato in Figura 19.11d.

Per calcolare il campo elettrico in un punto P dovuto a un insieme di cariche puntiformi, si calcolano i vettori campo elettrico in P individualmente usando l'Equazione 19.5 e poi si sommano vettorialmente. In altre parole, il campo elettrico totale in un dato punto dello spazio generato da un insieme di particelle cariche è uguale alla somma vettoriale dei campi elettrici in quel punto generati da tutte le particelle. Questo principio di sovrapposizione applicato ai campi deriva direttamente dalle proprietà di somma vettoriale delle forze. Quindi, il campo elettrico in un punto P di un insieme di sorgenti si può esprimere come

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

19.6

⁵ Finora abbiamo usato la locuzione "particella carica". La locuzione "carica puntiforme" è in qualche modo fuorviante perché la carica è una caratteristica di una particella, non un'entità fisica. Questa è simile a quella locuzione fuorviante usata in meccanica "una massa m è posta..." (che abbiamo cercato di evitare) al posto di "una particella di massa m è posta...". Questa locuzione, comunque, è così radicata nell'uso della Fisica che la useremo e speriamo che questa nota sia sufficiente a rendere più chiaro il suo utilizzo.

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UN NUMERO FINITO DI CARICHE PUNTIFORMI

dove r_i è la distanza della i -esima carica q_i dal punto P (il punto in cui il campo deve essere calcolato), ed \hat{r}_i è il versore diretto da q_i a P .

QUIZ RAPIDO 19.4

Una carica di prova di $+3 \mu\text{C}$ si trova in un punto P dove il campo elettrico esterno è diretto verso destra e ha un modulo di $4 \times 10^6 \text{ N/C}$. Se la carica di prova è sostituita con una carica di $-3 \mu\text{C}$, cosa accade al campo elettrico esterno in P ? **(a)** Rimane inalterato. **(b)** Inverte il verso. **(c)** Varia in un modo che non può essere determinato.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 19.4 | Campo elettrico di un dipolo

Un **dipolo elettrico** è costituito da una carica puntiforme positiva q e da una carica puntiforme negativa $-q$ separate da una distanza $2a$, come in Figura 19.12. Come vedremo nei capitoli seguenti, gli atomi neutri e le molecole, se posti in un campo elettrico esterno, si comportano come dipoli. Inoltre, molte molecole, come HCl, sono dipoli permanenti (HCl può essere descritta come uno ione H^+ combinato con uno ione Cl^-). L'effetto di questi dipoli sul comportamento dei materiali sottoposti a campi elettrici sarà discusso nel Capitolo 20.

(A) Trovare il campo elettrico \vec{E} dovuto al dipolo lungo l'asse y nel punto P che dista y dall'origine.

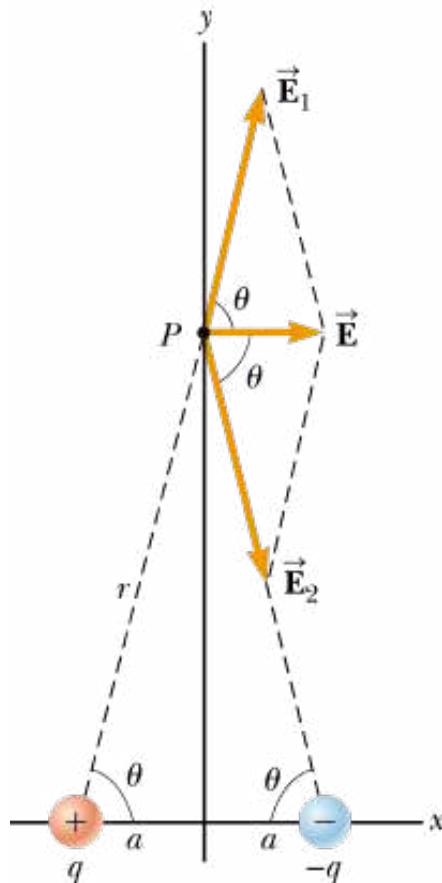


FIGURA 19.12 (Esempio 19.4) Il campo elettrico totale \vec{E} in P generato da due cariche uguali in modulo e opposte in segno (un dipolo elettrico) uguaglia la somma vettoriale $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Il campo \vec{E}_1 è generato dalla carica positiva q , e \vec{E}_2 è il campo generato dalla carica negativa $-q$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Campo elettrico generato da una distribuzione continua di carica

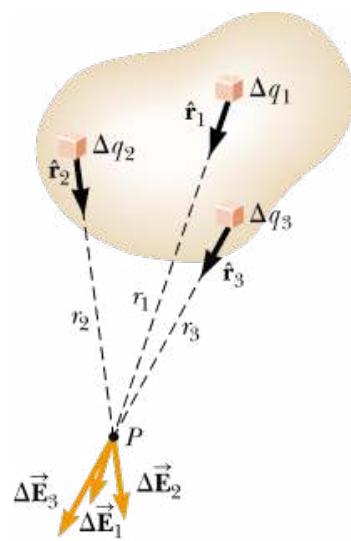


FIGURA 19.13 Il campo elettrico \vec{E} in P generato da una distribuzione continua di carica è la somma vettoriale dei campi $\vec{\Delta E}$ generati dagli elementi di carica Δq_i della distribuzione di carica. Vengono mostrati tre elementi campione.

In molti casi pratici (come un oggetto caricato per strofinio), la distanza media di separazione fra le cariche è piccola in confronto a quella dal punto in cui si vuole calcolare il campo. In questi casi, il sistema di cariche sorgenti può essere considerato *continuo*. Cioè,

si immagina che il sistema di cariche discrete molto vicine sia equivalente a una carica totale distribuita con continuità in un dato volume o su una data superficie.

Per calcolare il campo elettrico di una distribuzione continua di carica si utilizza il seguente procedimento. Dapprima, si divide la distribuzione di carica in piccoli elementi, ognuno dei quali contiene una piccola carica Δq , come in Figura 19.13. Successivamente, assumendo l'elemento come una carica puntiforme, si usa l'Equazione 19.5 per calcolare il campo elettrico $\vec{\Delta E}_i$ nel punto P dovuto a uno di questi elementi. Infine, si calcola il campo totale in P dovuto alla distribuzione di carica sommando vettorialmente i contributi di tutti gli elementi di carica (ossia, applicando il principio di sovrapposizione).

Il campo elettrico nel punto P nella Figura 19.13 prodotto da un elemento di carica Δq_i è dato da

$$\vec{\Delta E}_i = k_e \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

dove l'indice i si riferisce all' i -esimo elemento della distribuzione, r_i è la distanza dell'elemento dal punto P ed $\hat{\mathbf{r}}_i$ è il versore diretto dall'elemento di carica verso P . Il campo elettrico totale \vec{E} nel punto P , dovuto a tutti gli elementi della distribuzione di cariche, è approssimativamente dato da

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

Adesso, applichiamo il modello in cui la distribuzione di carica è continua, e facciamo diventare infinitamente piccoli gli elementi di carica. Con questo modello, il campo totale nel punto P , nel limite $\Delta q_i \rightarrow 0$, diventa

$$\vec{E} = \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad 19.7 \blacktriangleleft$$

dove dq è una quantità infinitesima di carica e l'integrazione è estesa a tutta la carica che crea il campo. L'integrazione è un'operazione *vettoriale* e deve essere eseguita con attenzione. Il calcolo può essere eseguito in funzione delle singole componenti, oppure, se possibile, lo si può ridurre ad un integrale scalare utilizzando opportune considerazioni sulla simmetria del sistema. Illustreremo questo tipo di calcolo con parecchi esempi in cui assumeremo che la carica sia *uniformemente* distribuita lungo una linea, su una superficie o in un volume. Quando effettuiamo tali calcoli, è conveniente utilizzare il concetto di *densità di carica* secondo le seguenti notazioni:

- Se una carica Q è uniformemente distribuita in un volume V , la **densità di carica per volume** ρ è definita da

DENSITÀ DI CARICA PER UNITÀ DI VOLUME

$$\rho \equiv \frac{Q}{V} \quad 19.8 \blacktriangleleft$$

dove ρ ha unità di misura coulomb diviso metro cubo.

- Se Q è uniformemente distribuita su una superficie di area A , la **densità superficiale di carica** σ è definita da

DENSITÀ SUPERFICIALE DI CARICA

$$\sigma \equiv \frac{Q}{A} \quad 19.9 \blacktriangleleft$$

dove σ ha unità di misura coulomb diviso metro quadrato.

- Se Q è uniformemente distribuita lungo una linea di lunghezza ℓ , la **densità lineare di carica** λ è definita da

DENSITÀ LINEARE DI CARICA

$$\lambda \equiv \frac{Q}{\ell} \quad \text{19.10} \blacktriangleleft$$

dove λ ha unità di misura Coulomb diviso metro.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Calcolo del campo elettrico

Si suggerisce di seguire la procedura seguente per risolvere problemi che coinvolgono il calcolo dei campi elettrici generati da cariche singole o da distribuzioni di cariche.

1. **Concettualizzazione.** Stabilisci una rappresentazione mentale del problema: rifletti attentamente sulle singole cariche o la distribuzione di carica e immagina quale tipo di campo elettrico potrebbe generare. Fai ricorso a qualunque simmetria nella disposizione delle cariche per aiutarti a visualizzare il campo elettrico.
2. **Classificazione.** Stai analizzando un gruppo di cariche discrete o una distribuzione di carica continua? La risposta a questa domanda indica come procedere nella fase di Analisi.
3. **Analisi.**

(a) Se stai analizzando un gruppo di cariche puntiformi devi utilizzare il principio di sovrapposizione: quando sono presenti parecchie cariche puntiformi, il campo risultante in un punto nello spazio è la *somma vettoriale* dei campi dovuti alle singole cariche (Eq. 19.6). Stai molto attento nella manipolazione di grandezze vettoriali. Può essere utile rivedere le nozioni relative alle somme vettoriali nel Capitolo 1. L'Esempio 19.4 dimostra come procedere in questi casi.

(b) Se stai analizzando distribuzioni continue di carica, sostituisci le somme vettoriali per calcolare il campo elettrico risultante a partire dalle singole cariche con integrali vettoriali. La distribuzione di carica viene suddivisa in parti infinitesime, e la somma vettoriale è fatta integrando sull'intera distribuzione di carica (Eq. 19.7). Gli Esempi 19.5 e 19.6 dimostrano questa procedura.

Considera la simmetria quando hai a che fare con una distribuzione di cariche puntiformi o una distribuzione continua di cariche. Trai vantaggio da ogni possibile simmetria del sistema che hai osservato nella Concettualizzazione per semplificare i calcoli. L'eliminazione delle

componenti del campo perpendicolari all'asse nell'Esempio 19.6 è un esempio di applicazione della simmetria.

4. Conclusione. Verifica se il campo elettrico calcolato è coerente con la rappresentazione mentale fatta e se riflette ogni simmetria notata in precedenza. Immagina come cambia il campo elettrico al variare della distanza dalle sorgenti di cariche o come cambia modificando le dimensioni delle sorgenti di carica per vedere se il risultato matematico cambia di conseguenza in modo ragionevole.

Esempio 19.5 |

Il campo elettrico di una sbarretta carica

⁶Per eseguire integrazioni come questa, per prima cosa si esprime l'elemento di carica dq in termini di altre variabili nell'integrale (in questo esempio, c'è una variabile, x , così abbiamo posto $dq = \lambda dx$). L'integrale va fatto su grandezze scalari; quindi, si esprime il campo elettrico in termini delle sue componenti, se necessario (in questo esempio, il campo ha solo componente x , così questo dettaglio non ci interessa). Quindi, si riduce l'espressione ad un integrale su una singola variabile (o a più integrali, ognuno su di una singola variabile). In esempi in cui ci sia una simmetria sferica o cilindrica, la variabile singola è una coordinata radiale.

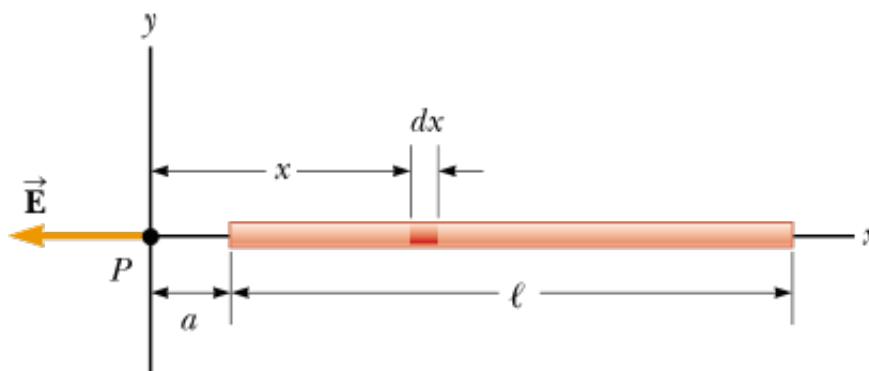


FIGURA 19.14 (Esempio 19.5) Il campo elettrico generato in P da una sbarretta uniformemente carica posta sull'asse x .

Una sbarretta di lunghezza ℓ , ha una densità di carica lineare uniforme λ e una carica totale positiva Q . Calcolare il campo elettrico in un punto P lungo l'asse della sbarretta a una distanza a da un estremo (Fig. 19.14).

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 19.6 |

Campo elettrico di un anello uniformemente carico

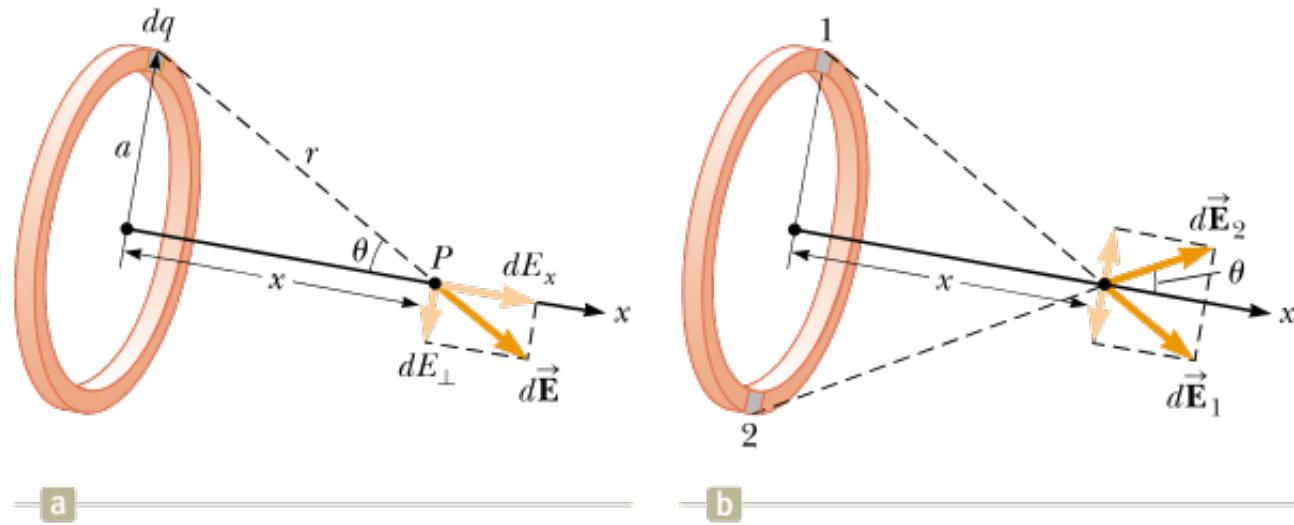


FIGURA 19.15 (Esempio 19.6) Un anello uniformemente carico di raggio a . (a) Il campo in P sull'asse x generato dall'elemento di carica dq . (b) Il campo elettrico totale in P è diretto lungo l'asse x . La componente perpendicolare del campo in P generata dal segmento 1 viene cancellata dalla componente perpendicolare del campo generata dal segmento 2.

Un anello di raggio a ha una densità lineare di carica positiva uniforme, con carica totale Q . Calcolare il campo elettrico generato dall'anello in un punto P posto a distanza x dal centro dell'anello lungo l'asse centrale perpendicolare al piano dell'anello (Fig. 19.15a).

VISUALIZZA SOLUZIONE

Linee di campo elettrico

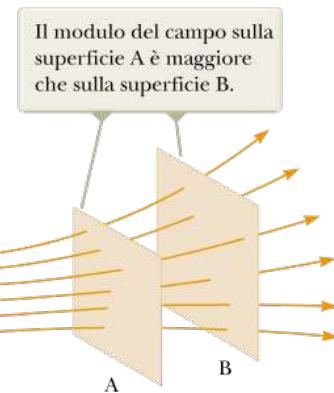


FIGURA 19.16 Linee del campo elettrico attraverso due superfici.

Una rappresentazione grafica conveniente per la visualizzazione della configurazione del campo elettrico consiste nel tracciare delle linee che hanno in ogni punto la direzione orientata del vettore campo elettrico. Queste linee, chiamate **linee di campo elettrico**, sono legate al campo elettrico in qualunque regione dello spazio nel seguente modo:

- Il vettore campo elettrico \vec{E} è *tangente* alle linee di campo in ogni punto.
- Il numero di linee di campo per unità di area che attraversano una superficie perpendicolare alle linee stesse è proporzionale all'intensità del campo elettrico in quella regione. Quindi, E è intenso dove le linee di campo sono fitte ed è debole dove esse si diradano.

Queste proprietà sono illustrate in Figura 19.16. La densità delle linee che attraversano la superficie A è maggiore di quella che attraversano la superficie B. Pertanto, il campo elettrico è più intenso sulla superficie A che sulla superficie B. Inoltre, il campo rappresentato in Figura 19.16 è non uniforme poiché le linee in punti diversi hanno direzioni diverse.

Alcune linee di campo che rappresentano il campo elettrico generato da una carica puntiforme positiva sono mostrate in Figura 19.17a. Si noti che in questa rappresentazione bidimensionale mostriamo solo le linee di campo che giacciono nel piano della

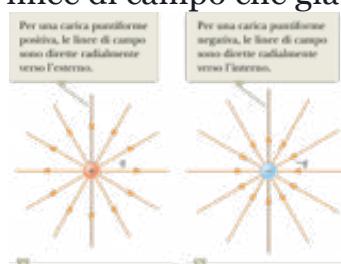


FIGURA 19.17 Le linee del campo elettrico per una carica puntiforme. Si noti che le figure mostrano solo quelle linee di campo che giacciono sul piano della pagina.

pagina. Le linee di campo, in realtà, sono dirette radialmente nel verso uscente dalla carica in *tutte* le direzioni, come, ad esempio, gli aculei di un porcospino. Poiché una carica di prova positiva posta in questo campo sarebbe respinta dalla carica q , le linee di campo sono dirette radialmente nel verso uscente da q . Per lo stesso motivo le linee di un campo elettrico generato da una singola carica negativa sono dirette verso la carica (Fig. 19.17b). In entrambi i casi le linee di campo sono dirette radialmente e si estendono all'infinito. Si osservi che le linee di campo si avvicinano fra loro man mano che ci si avvicina alla carica, indicando con ciò che l'intensità del campo è crescente. Le linee del campo elettrico nella Figura 19.17a finiscono e nella Figura 19.17b cominciano sulle ipotetiche cariche che assumiamo siano posizionate all'infinito.

Questa visualizzazione del campo elettrico per mezzo di linee di campo è coerente con l'Equazione 19.5? Per rispondere a questa domanda, consideriamo un'immaginaria superficie sferica di raggio r concentrica con la carica.

Il numero di linee di campo che partono dalla carica positiva è uguale a quello delle linee che entrano nella carica negativa.

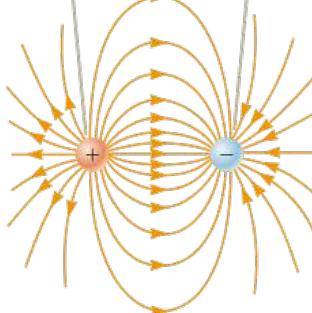


FIGURA 19.18 Le linee del campo elettrico per due cariche di modulo uguale e di segno opposto (un dipolo elettrico).

Prevenire le insidie | 19.2 Le linee di campo elettrico non sono i percorsi delle particelle

Le linee di campo elettrico rappresentano il campo nei vari punti. Eccetto casi specialissimi, esse *non* rappresentano il percorso di una particella carica abbandonata in un campo elettrico.

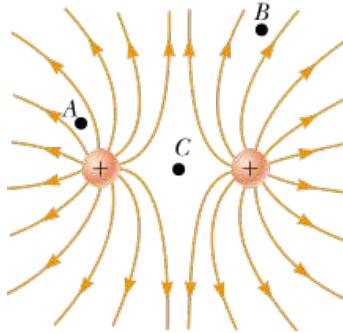


FIGURA 19.19 Le linee del campo elettrico generate da due cariche puntiformi positive (le posizioni A, B, e C sono discusse nel Quiz Rapido 19.5).

Due linee di campo lasciano la carica $+2q$ per ogni linea di campo entrante in $-q$.

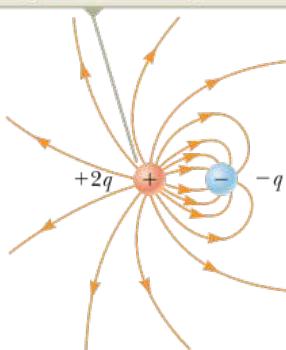


FIGURA 19.20 Le linee del campo elettrico generate da una carica puntiforme $+2q$ e da una seconda carica puntiforme $-q$.

Per simmetria, vediamo che l'intensità del campo elettrico è la stessa su tutti i punti della superficie della sfera. Il numero di linee di campo N che esce dalla carica è uguale al numero che entra nella superficie sferica. Quindi, il numero di linee per unità di area sulla superficie è $N/4\pi r^2$ (la superficie della sfera è $4\pi r^2$). Poiché E è proporzionale al numero di linee per unità di area, vediamo che E varia come $1/r^2$. Questo risultato è coerente con quanto ottenuto dall'Equazione 19.5, cioè, $E = k_e q/r^2$.

Le regole per disegnare le linee di campo per una distribuzione di carica qualsiasi sono le seguenti:

- Le linee di campo devono avere origine dalle cariche positive e terminare sulle cariche negative. Nel caso di un eccesso di carica di un tipo, alcune linee inizieranno o termineranno all'infinito.
- Il numero di linee di campo disegnate che escono da una carica positiva o che entrano in una carica negativa è proporzionale alla carica.
- Due linee di campo non si possono intersecare.

Poiché la carica è quantizzata, il numero di linee di campo che escono da un qualsiasi oggetto carico positivamente deve essere $0, ae, 2ae, \dots$, dove a è una costante di

proporzionalità arbitraria (ma fissata) scelta da chi traccia le linee. Una volta scelto a , il numero di linee di campo non è più arbitrario. Per esempio, se l'oggetto 1 ha carica Q_1 e l'oggetto 2 ha carica Q_2 , il rapporto fra il numero delle linee di campo corrispondenti all'oggetto 2 e quelle corrispondenti all'oggetto 1 sarà $N_2/N_1 = Q_2/Q_1$.

Le linee di campo elettrico nel caso di due cariche puntiformi uguali ma di segno opposto (dipolo elettrico) sono mostrate in Figura 19.18. In questo caso, il numero di linee di campo che hanno origine dalla carica positiva deve uguagliare il numero di quelle che terminano sulla carica negativa. In punti molto prossimi alle cariche, le linee di campo sono quasi radiali. L'alta densità di linee nello spazio compreso fra le cariche indica una regione in cui il campo elettrico è intenso. La natura attrattiva della forza che si esercita fra le cariche può anche essere rilevata dalla Figura 19.18, con le linee di campo che partono da una particella e finiscono sull'altra.

La Figura 19.19 mostra le linee di campo elettrico in vicinanza di due cariche puntiformi, positive e uguali. Anche in questo caso, le linee sono quasi radiali nelle vicinanze delle due cariche. Poiché le cariche sono uguali, da ciascuna di esse parte lo stesso numero di linee che terminano su ipotetiche cariche all'infinito. A grande distanza dalle particelle, il campo è approssimativamente uguale a quello generato da una singola carica puntiforme di valore $2q$. La natura repulsiva della forza elettrica fra le particelle di carica simile è suggerita nella figura dal fatto che nessuna linea di forza collega le particelle e dall'incurvarsi verso l'esterno delle linee di campo nello spazio compreso tra le cariche.

Infine, disegniamo le linee di campo elettrico generato da una carica puntiforme positiva $+2q$ e da una carica puntiforme negativa $-q$, nella Figura 19.20. In questo caso, il numero delle linee di campo che escono dalla carica $+2q$ è doppio del numero di linee di campo che entrano in $-q$. Quindi, solo metà delle linee che partono dalla carica positiva entrano nella carica negativa. La rimanente metà termina su una ipotetica carica negativa posta all'infinito. A grandi distanze dalle particelle (grandi confrontate con la separazione tra le particelle), le linee di campo elettrico sono equivalenti a quelle di una singola carica $+q$.

QUIZ RAPIDO 19.5

Ordina i moduli del campo elettrico nei punti A , B , e C in Figura 19.19, iniziando dal più grande.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Moto di particelle caricate in un campo elettrico uniforme

Quando una particella di carica q e massa m è posta in un campo elettrico \vec{E} , la forza elettrica che agisce sulla carica è data dall'Equazione 19.4, $\vec{F}_e = q\vec{E}$. Se questa è l'unica forza agente sulla particella, essa è la forza risultante. Se anche altre forze agiscono sulla particella, la forza elettrica viene semplicemente sommata vettorialmente alle altre forze per determinarne la risultante. Come mostrato nel Capitolo 4, la forza risultante causa l'accelerazione della particella. Se la forza elettrica è l'unica forza agente sulla particella, la seconda legge di Newton applicata alla particella dà

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a}$$

L'accelerazione della particella è quindi data da

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \quad 19.11 \blacktriangleleft$$

Se \vec{E} è uniforme (cioè è costante in modulo, direzione e verso), l'accelerazione è costante e possiamo applicare il modello del moto uniformemente accelerato per descrivere il moto della particella. Se la particella ha una carica positiva, la sua accelerazione sarà nel verso del campo elettrico. Se la particella ha una carica negativa l'accelerazione sarà nel verso opposto a quello del campo elettrico.

Esempio 19.7 | Una carica positiva accelerata: due modelli

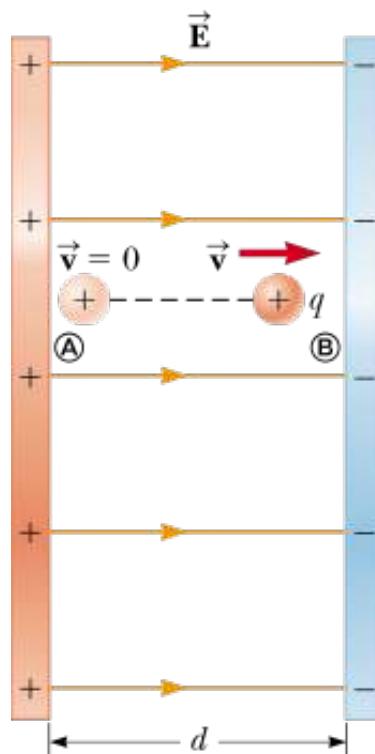


FIGURA 19.21 (Esempio 19.7) Una carica puntiforme positiva q in un campo elettrico \rightarrow uniforme E subisce una accelerazione costante nel verso del campo.

Un campo elettrico uniforme \vec{E} è diretto lungo l'asse x tra piani paralleli carichi separati da una distanza d come mostrato in Figura 19.21. Una carica puntiforme

positiva q di massa m è lasciata libera in quiete in un punto **A** vicino al piano carico positivamente e accelera verso il punto **B** vicino al piano negativo.

- (A)** Trovare la velocità della particella in **B** trattandola come una particella che si muove con accelerazione costante.
- (B)** Trovare la velocità della particella in **B** applicando il modello di un sistema non isolato.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 19.8 | Un elettrone accelerato

L'elettrone subisce una accelerazione verso il basso (opposta a \vec{E}), ed il suo moto è parabolico mentre si trova tra le due piastre.

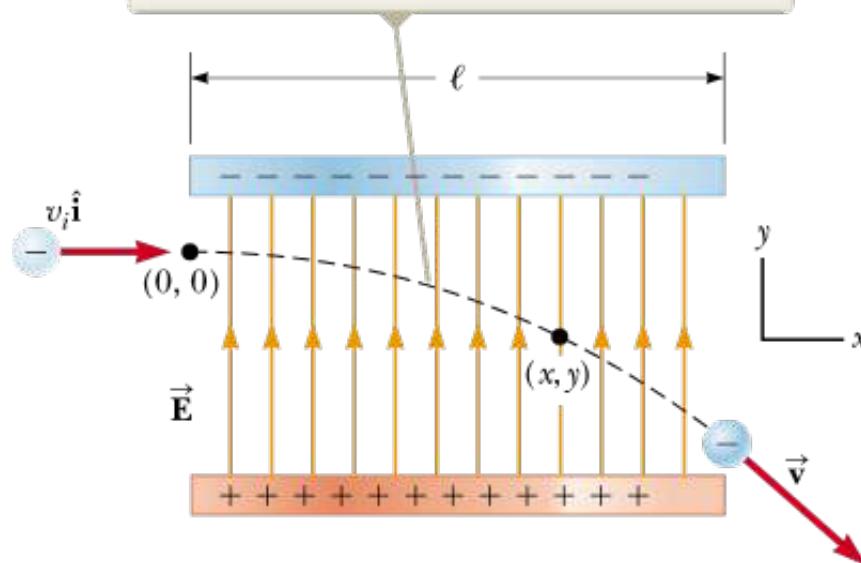


FIGURA 19.22 (Esempio 19.8) Un elettrone viene lanciato orizzontalmente in un campo elettrico uniforme prodotto da due piastre cariche.

Un elettrone entra in una regione di campo elettrico uniforme, come in Figura 19.22, con $v_i = 3.00 \times 10^6$ m/s e $E = 200$ N/C. La lunghezza orizzontale delle piastre è $\ell = 0.100$ m.

- (A)** Trovare l'accelerazione dell'elettrone nel campo elettrico.

- (B)** Immaginiamo che l'elettrone entri nella regione in cui c'è il campo elettrico all'istante $t = 0$; trovare l'istante in cui esce dalla regione in cui è presente il campo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Flusso elettrico

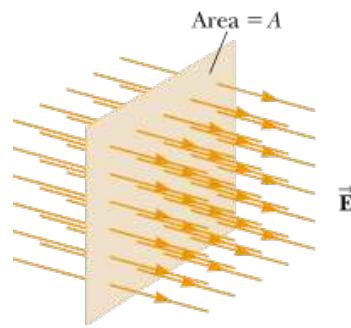


FIGURA 19.23 Linee di campo di un campo elettrico uniforme attraverso un piano di area A perpendicolare al campo. Il flusso elettrico Φ_E attraverso questa area è EA .

Ora che abbiamo descritto qualitativamente il concetto di linee di campo elettrico, introdurremo un nuovo concetto, il *flusso elettrico*, per trattare le linee di campo elettrico su basi quantitative. Il flusso elettrico è una grandezza proporzionale al numero di linee di campo elettrico che attraversano una data superficie (possiamo soltanto definire una proporzionalità poiché il numero di linee di campo che rappresenta il campo è definito arbitrariamente).

Consideriamo dapprima un campo elettrico uniforme sia in modulo che in direzione e verso, come in Figura 19.23. Le linee di campo elettrico attraversano una superficie rettangolare di area A , perpendicolare al campo. Ricordiamo che il numero di linee per unità di area è proporzionale al modulo del campo elettrico. Il numero di linee che attraversano la superficie di area A è proporzionale al prodotto EA . Il prodotto dell'intensità del campo elettrico E per l'area A perpendicolare alla direzione del campo è chiamato **flusso elettrico**, Φ_E :

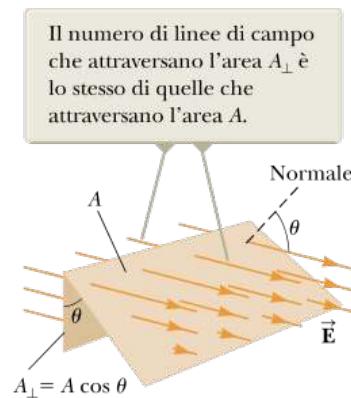


FIGURA 19.24 Linee di campo rappresentanti un campo elettrico uniforme che attraversa un'area A che forma un certo angolo θ rispetto al campo.

$$\Phi_E = EA$$

19.12 ◀

Dalle unità SI di E e A , vediamo che il flusso ha come unità $N \cdot m^2/C$.

Se la superficie considerata non è perpendicolare al campo, il numero di linee che la attraversano deve essere minore di quanto dato dall'Equazione 19.12. Ciò può essere facilmente compreso considerando la Figura 19.24, dove la normale alla superficie di area A forma un angolo θ con la direzione del campo elettrico uniforme. Si noti che il numero di linee che attraversano quest'area è uguale al numero di linee che attraversano l'area proiettata A_{\perp} , che è perpendicolare al campo. Dalla Figura 19.24 si deduce che le due aree sono legate dalla relazione $A_{\perp} = A \cos \theta$. Poiché il flusso attraverso l'area A è uguale al flusso attraverso A_{\perp} , si può concludere che il flusso desiderato è dato da

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$

19.13 ◀

Da questo risultato, vediamo che il flusso attraverso una superficie di area data ha il massimo valore EA quando l'angolo θ tra la normale alla superficie e il campo elettrico è

zero. Questa situazione si ha quando la normale alla superficie è parallela al campo e la superficie è perpendicolare al campo. Il flusso è zero quando la superficie è parallela al campo perché l'angolo θ nell'Equazione 19.13 è 90° .

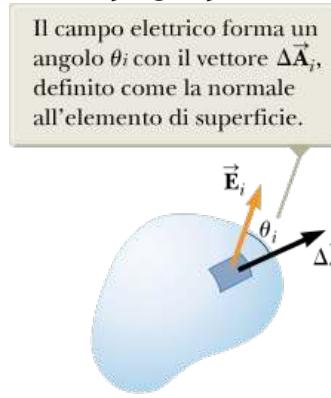


FIGURA 19.25 Un piccolo elemento di superficie di area ΔA_i .

Nel caso più generale, il campo elettrico può variare sia in modulo che in direzione e verso sulla superficie in questione. Quindi, a meno che il campo non sia uniforme, la nostra definizione di flusso data nell'Equazione 19.13 ha significato soltanto su un piccolo elemento di area. Consideriamo una generica superficie suddivisa in un gran numero di piccoli elementi, ciascuno di area ΔA . La variazione del campo elettrico nell'elemento di area può essere trascurata se l'elemento è sufficientemente piccolo. È conveniente definire un vettore $\Delta\vec{A}_i$ il cui modulo rappresenta l'area dell' i -esimo elemento e la cui direzione è per definizione perpendicolare alla superficie, come in Figura 19.25. Il flusso elettrico $\Delta\Phi_E$ attraverso questo piccolo elemento è dato da

$$\Delta\Phi_E = E_i \Delta A_i \cos \theta_i = \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta A}_i$$

dove abbiamo usato la definizione di prodotto scalare fra due vettori $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$. Sommando i contributi di tutti gli elementi, otteniamo il flusso totale attraverso la superficie. Facendo tendere l'area di ogni elemento a zero, il numero degli elementi tende all'infinito e la somma è sostituita da un integrale. Quindi, la definizione generale di flusso elettrico è

FLUSSO ELETTRICO

$$\Phi_E \equiv \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta A}_i = \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \text{19.14}$$

L'Equazione 19.14 è un integrale di superficie, che deve essere calcolato sulla superficie considerata. In generale, il valore di Φ_E dipende sia dalla configurazione del campo sia dalla particolare superficie.

Spesso saremo interessati a calcolare il flusso attraverso una *superficie chiusa*. Una superficie chiusa è definita come una superficie che divide lo spazio in una regione interna ed una esterna tali che non si possa passare dall'una all'altra senza attraversare la superficie stessa. Questa definizione è simile a quella del contorno di un sistema confinato, nel quale il contorno divide lo spazio in una regione interna al sistema e una esterna, l'ambiente. La superficie di una sfera è un esempio di superficie chiusa, mentre un bicchiere per bere è una superficie aperta.

Consideriamo la superficie chiusa di Figura 19.26 (pag. 638). Notiamo che i vettori $\vec{\Delta A}_i$ sono rivolti in direzioni diverse per elementi di superficie diversi. In ogni punto, questi vettori sono *perpendicolari* alla superficie e, per convenzione, hanno il *verso uscente* dalla superficie. Per l'elemento in figura indicato con 1, E è uscente e $\theta_i < 90^\circ$; quindi, il flusso $\Delta\Phi_E = E \cdot \vec{\Delta A}_i$ attraverso questo elemento è positivo. Per l'elemento indicato con 2, le linee di campo sono radenti alla superficie (perpendicolari al vettore $\vec{\Delta A}_i$); quindi, $\theta_i = 90^\circ$, e il flusso è zero.

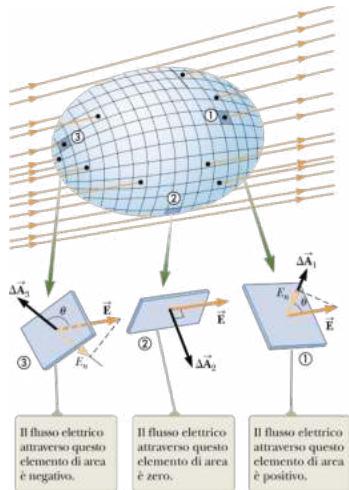


FIGURA 19.26 Una superficie chiusa in un campo elettrico. I vettori area sono, per convenzione, normali alla superficie ed orientati verso l'esterno.

Per gli elementi come quelli indicati con **3**, dove le linee di campo attraversano la superficie dall'esterno verso l'interno, $180^\circ > \theta_i > 90^\circ$, e il flusso diventa negativo poiché il fattore $\cos \theta_i$ è negativo.

Il flusso totale attraverso la superficie chiusa è proporzionale al numero totale di linee di campo che attraversano la superficie, dove per numero totale intendiamo il numero di linee uscenti dal volume racchiuso dalla superficie meno il numero di linee entranti nel volume. Se sono di più le linee uscenti di quelle entranti, il flusso totale sarà positivo. Se le linee entranti sono di più di quelle uscenti, il flusso totale è negativo. Utilizzando il simbolo \oint per rappresentare un integrale esteso a una superficie chiusa, possiamo scrivere il flusso totale, Φ_E , attraverso una superficie chiusa come

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E_n dA \quad \text{19.15} \blacktriangleleft$$

in cui E_n rappresenta la componente del campo elettrico normale alla superficie.

Calcolare il flusso totale attraverso una superficie chiusa può risultare abbastanza difficoltoso. Però, se il campo è perpendicolare alla superficie in ogni punto e ha intensità costante, il calcolo diventa semplice. Il seguente esempio illustra questo punto.

Esempio 19.9 | Flusso attraverso un cubo

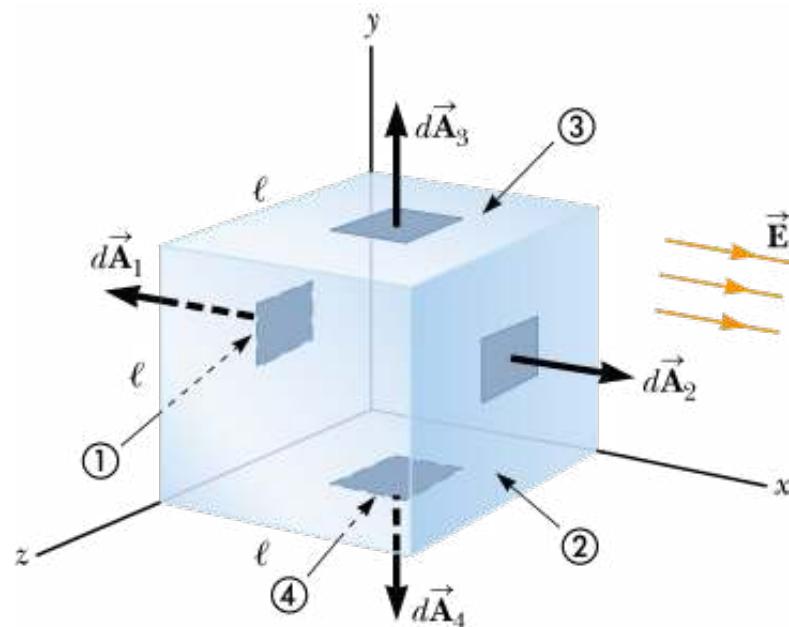


FIGURA 19.27 (Esempio 19.9) Una superficie chiusa con la forma di un cubo in un campo elettrico uniforme orientato parallelamente all'asse x. La faccia **1** è la base del cubo, e la faccia **3** è opposta alla faccia **1**.

Consideriamo un campo elettrico uniforme \vec{E} orientato lungo la direzione x nel vuoto. Un cubo di spigolo ℓ è posto nel campo, orientato come mostrato in Figura 19.27. Trovare il flusso elettrico totale attraverso la superficie del cubo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Il teorema di Gauss

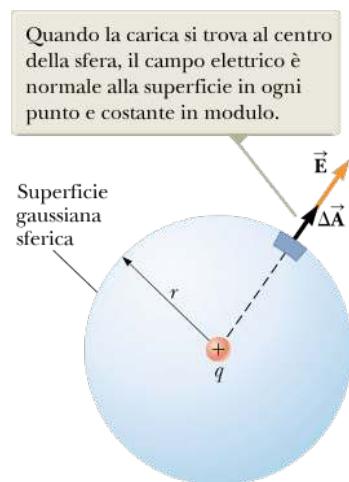


FIGURA 19.28 Una superficie sferica di raggio r circonda una carica puntiforme q .

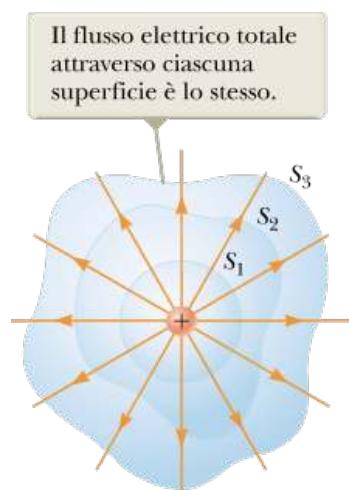


FIGURA 19.29 Superficie chiuse di forma varia che circondano una carica positiva.

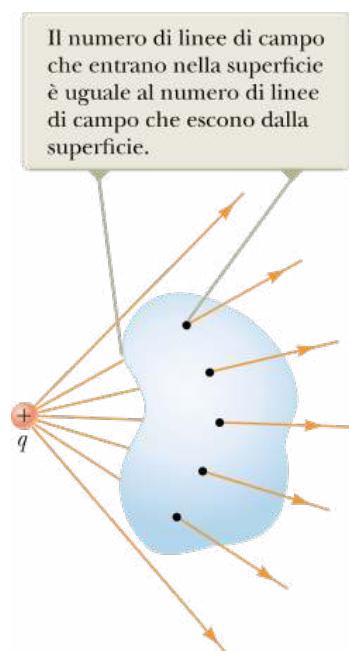


FIGURA 19.30 Una carica puntiforme posta al di fuori di una superficie chiusa.

La carica q_4 non contribuisce al flusso attraverso nessuna superficie in quanto è esterna a tutte le superfici.

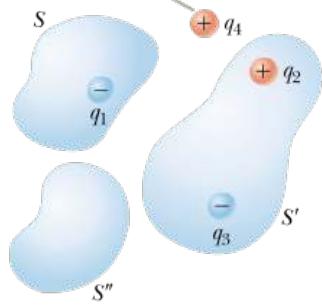


FIGURA 19.31 Il flusso elettrico totale attraverso qualunque superficie chiusa dipende solo dalla carica all'interno della superficie. Il flusso totale attraverso la superficie S è q_1/ϵ_0 , il flusso totale attraverso la superficie S' è $(q_2 + q_3)/\epsilon_0$, e il flusso totale attraverso la superficie S'' è zero.

In questo paragrafo descriveremo una relazione generale fra il flusso elettrico totale attraverso una superficie chiusa e la carica *contenuta all'interno* di questa superficie. Questa relazione, nota come **teorema di Gauss**, è di fondamentale importanza nello studio dei campi elettrostatici.

Innanzitutto, consideriamo una carica puntiforme positiva q posta al centro di una sfera di raggio r come in Figura 19.28. Le linee di campo sono radiali e hanno verso uscente, per cui sono perpendicolari (o normali) alla superficie in ogni punto. Cioè, in ogni punto sulla superficie, \vec{E} è parallelo al vettore $\Delta \vec{A}_i$ che rappresenta l'elemento locale di area ΔA_i . Quindi, per tutti i punti della superficie

$$\vec{E} \cdot \Delta \vec{A}_i = E_n \Delta A_i = E \Delta A_i$$

e dall'Equazione 19.15 troviamo che il flusso totale attraverso la superficie è dato da

$$\Phi_E = \oint E_n dA = \oint E dA = E \oint dA = EA$$

poiché E è costante sull'intera superficie. Dall'Equazione 19.5, sappiamo che l'intensità del campo elettrico ovunque sulla superficie della sfera è $E = k_e q / r^2$. Inoltre, per una superficie sferica, $A = 4\pi r^2$ (l'area della superficie di una sfera). Quindi, il flusso totale attraverso la superficie è

$$\Phi_E = EA = \left(\frac{k_e q}{r^2} \right) (4\pi r^2) = 4\pi k_e q$$

Ricordando che $k_e = 1/4\pi\epsilon_0$, possiamo scrivere questa relazione nella forma

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{19.16} \blacktriangleleft$$

Questo risultato, che è indipendente da r , dice che il flusso totale attraverso una superficie sferica è proporzionale alla carica q posta al centro, all'interno della superficie. Questa è una rappresentazione matematica del fatto che (1) il flusso totale è proporzionale al numero delle linee di campo, (2) il numero delle linee di campo è proporzionale alla carica contenuta all'interno della superficie, e (3) ogni linea di campo uscente dalla carica deve passare attraverso la superficie. Il fatto che il flusso totale sia indipendente dal raggio è una conseguenza della dipendenza del campo elettrico dall'inverso del quadrato della distanza data dall'Equazione 19.5. Cioè, E varia come $1/r^2$, ma l'area della sfera varia come r^2 . La combinazione degli effetti produce un flusso che è indipendente da r .

Consideriamo, ora, diverse superfici chiuse che circondano una carica q , come in Figura 19.29. La superficie S_1 è sferica, mentre le superfici S_2 ed S_3 non sono sferiche. Il flusso che attraversa la superficie S_1 ha il valore q/ϵ_0 . Come abbiamo discusso nel precedente paragrafo, il flusso è proporzionale al numero di linee di campo che attraversano quella superficie. La costruzione di Figura 19.29 mostra che il numero di linee di campo che attraversano la superficie S_1 è uguale al numero di linee di campo che attraversano le superfici non sferiche S_2 ed S_3 . Quindi, è ragionevole concludere che il flusso totale attraverso una qualunque superficie chiusa è indipendente dalla forma di questa superficie (si può provare che ciò avviene se E è proporzionale a $1/r^2$). In effetti,

il flusso totale che attraversa una qualunque superficie chiusa che circonda una carica puntiforme q è dato da q/ϵ_0 ed è indipendente dalla posizione della carica all'interno della superficie.

Consideriamo ora una carica puntiforme posta *al di fuori* di una superficie chiusa di forma arbitraria, come in Figura 19.30. Come si può vedere da questa costruzione, linee di campo entrano nella superficie e poi ne escono. Quindi, il numero di linee di campo che entrano è uguale al numero di linee di campo che escono dalla superficie. Quindi, possiamo concludere che il flusso elettrico totale che attraversa una superficie chiusa che non circonda alcuna carica netta è nullo. Se applichiamo questo risultato all'Esempio 19.9, possiamo facilmente vedere che il flusso totale attraverso il cubo è nullo, poiché non ci sono cariche all'interno del cubo. Viceversa, se ci fossero cariche all'interno del cubo, il campo elettrico non potrebbe essere uniforme sui punti della sua superficie, come illustrato nell'esempio.

Estendiamo questi stessi argomenti al caso generale di più cariche puntiformi. Faremo di nuovo uso del principio di sovrapposizione. Cioè, esprimiamo il flusso attraverso una qualunque superficie come

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots) \cdot d\vec{A}$$

dove \vec{E} è il campo elettrico totale in un qualsiasi punto sulla superficie ed $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots$ sono i campi prodotti dalle singole cariche in quel punto. Consideriamo il sistema di cariche mostrato in Figura 19.31. La superficie S circonda solo una carica, q_1 ; quindi, il flusso totale attraverso S è q_1/ϵ_0 . Il flusso attraverso S dovuto alle cariche esterne è nullo poiché ogni linea di forza che entra in un punto di S esce da un altro punto della superficie. La superficie S' circonda le cariche q_2 e q_3 per cui il flusso totale attraverso S' è $(q_2 + q_3)/\epsilon_0$. Infine, il flusso totale attraverso la superficie S'' è nullo poiché non ci sono cariche all'interno di questa superficie. Cioè, *tutte* le linee di campo che entrano in S'' in un qualche punto, escono da S'' in un altro. È da notare che la carica q_4 non contribuisce al flusso totale attraverso nessuna delle superfici perché è esterna a tutte le superfici.

Il **teorema di Gauss**, che è una generalizzazione della discussione precedente, afferma che il flusso totale attraverso una *qualunque* superficie chiusa è dato da

Prevenire le insidie | 19.3 Flusso zero non implica campo zero

In due casi, c'è un flusso nullo attraverso una superficie chiusa: o (1) non ci sono particelle cariche racchiuse dalla superficie oppure (2) ci sono particelle cariche racchiuse, ma la carica totale è nulla all'interno. Per entrambe le possibilità, è sbagliato concludere che il campo elettrico è zero sulla superficie. Il teorema di Gauss afferma che il flusso elettrico è proporzionale alla carica all'interno, non al campo elettrico.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

19.17

dove q_{in} rappresenta la *carica totale interna alla superficie* ed \vec{E} rappresenta il campo elettrico in ogni punto della superficie. In altre parole, il teorema di Gauss stabilisce che il flusso elettrico totale attraverso una qualunque superficie chiusa è uguale alla carica totale contenuta all'interno della superficie divisa per ϵ_0 . La superficie chiusa utilizzata nel teorema di Gauss è detta **superficie gaussiana**.

Il teorema di Gauss è valido per il campo elettrico generato da un sistema di cariche o da una distribuzione continua di carica qualunque. Però, in pratica, la tecnica è utile solo in un limitato numero di casi in cui vi sia un alto grado di simmetria. Come vedremo nel prossimo paragrafo, il teorema di Gauss può essere usato per calcolare il campo elettrico generato da distribuzioni di carica che presentano una simmetria sferica, cilindrica o piana. Otterremo ciò scegliendo una superficie gaussiana appropriata sulla quale il campo

elettrico \vec{E} può essere portato fuori dall'integrale del teorema di Gauss, rendendo semplice l'integrazione. Bisogna anche notare che una superficie gaussiana è una superficie matematica e non è necessario che essa coincida realmente con una superficie fisica.

QUIZ RAPIDO 19.6

Se il flusso totale attraverso una superficie gaussiana è nullo, le seguenti quattro affermazioni potrebbero essere vere. Quale delle affermazioni deve essere vera?

(a) Non ci sono cariche all'interno della superficie. (b) La carica totale all'interno della superficie è zero. (c) Il campo elettrico è zero ovunque sulla superficie. (d) Il numero di linee di campo elettrico entranti nella superficie è uguale al numero uscente dalla superficie.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 19.7

Si consideri la distribuzione di cariche mostrata in Figura 19.31. (i) Quali sono le cariche che contribuiscono al *flusso* elettrico totale attraverso la superficie S' ? (a) solo q_1 (b) solo q_4 (c) q_2 e q_3 (d) tutte e quattro le cariche (e) nessuna delle quattro cariche (ii) Quali sono le cariche che contribuiscono al *campo* elettrico totale in un dato punto sulla superficie S'' ? (a) solo q_1 (b) solo q_4 (c) q_2 e q_3 (d) tutte e quattro le cariche (e) nessuna delle quattro cariche.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 19.1

Una superficie sferica gaussiana circonda una carica puntiforme q . Descrivere che cosa accade al flusso totale attraverso la superficie se (a) la carica viene triplicata, (b) il volume della sfera viene raddoppiato, (c) la superficie viene cambiata con un cubo, e (d) la carica viene spostata in un altro punto *all'interno* della superficie.

Ragionamento (a) Se la carica elettrica viene triplicata, il flusso attraverso la superficie triplica, poiché il flusso totale è proporzionale alla carica che si trova all'interno della superficie. (b) Il flusso totale resta costante quando varia il volume, perché la superficie circonda la stessa quantità di carica, indipendentemente dal volume. (c) Il flusso totale non varia quando la forma della superficie chiusa varia. (d) Il flusso totale attraverso la superficie chiusa non varia quando la carica all'interno della superficie viene spostata in un altro posto, finché la nuova posizione rimane all'interno della superficie.

19.10

Applicazioni del teorema di Gauss a distribuzioni simmetriche di cariche

Come abbiamo menzionato precedentemente, il teorema di Gauss è utile per calcolare il campo elettrico quando la distribuzione di carica ha un alto grado di simmetria. Gli esempi che seguono mostrano come scegliere la superficie gaussiana alla quale estendere l'integrale dato dall'Equazione 19.17, semplificandolo in modo da determinare il campo elettrico. La superficie dovrebbe sempre essere scelta per avvantaggiarsi della simmetria della distribuzione di carica, così da poter rimuovere E dall'integrale e ricavarlo. Il punto cruciale in questo tipo di calcolo è dunque determinare una superficie opportuna ed utile per eseguire agevolmente il calcolo. Tale superficie dovrebbe essere una superficie chiusa in cui ogni porzione soddisfi una o più delle seguenti condizioni:

1. Dalla simmetria si deve dedurre la costanza del campo elettrico sulla porzione di superficie.
2. Il prodotto scalare dell'Equazione 19.17 si può esprimere come un semplice prodotto algebrico $E \cdot dA$ essendo E e dA paralleli.
3. Il prodotto scalare dell'Equazione 19.17 è zero perché E e dA sono perpendicolari.
4. Si può dedurre che il campo è zero sulla porzione considerata della superficie.

Si osservi che differenti porzioni della superficie gaussiana considerata possono soddisfare condizioni differenti, tra le quattro enunciate, purché ogni porzione soddisfi almeno una delle quattro condizioni. Nel seguito del capitolo verranno illustrati esempi in cui si utilizzano tutte le quattro condizioni suddette. Se la distribuzione di carica non ha simmetria sufficiente tale da permettere di individuare una superficie gaussiana che possa soddisfare queste condizioni, il teorema di Gauss non è utile per determinare il campo elettrico generato da quella distribuzione di carica.

Esempio 19.10 | Distribuzione di carica a simmetria sferica

Una sfera isolante solida di raggio a possiede una densità di volume di carica uniforme ρ e una carica totale positiva Q (Fig. 19.32).

(A) Calcolare l'intensità del campo elettrico in un punto al di fuori della sfera.

(B) Calcolare l'ampiezza del campo elettrico in un punto interno alla sfera.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 19.11 | Distribuzione di carica a simmetria cilindrica

Calcolare il campo elettrico a una distanza r generato da un filo uniformemente carico positivo di lunghezza infinita e carica per unità di lunghezza λ costante (Fig. 19.33a).

Esempio 19.12 | Un piano carico

Trovare il campo elettrico creato da un piano infinito con una densità superficiale di carica σ .

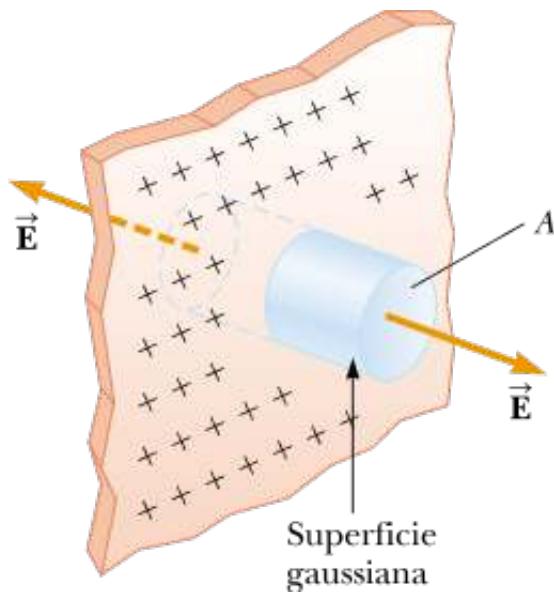


FIGURA 19.34 (Esempio 19.12) Una superficie gaussiana cilindrica che penetra una distribuzione piana di carica infinita. Il flusso attraverso ciascuna delle basi della superficie gaussiana è EA , mentre è zero attraverso la superficie curva.

Conduttori in equilibrio elettrostatico

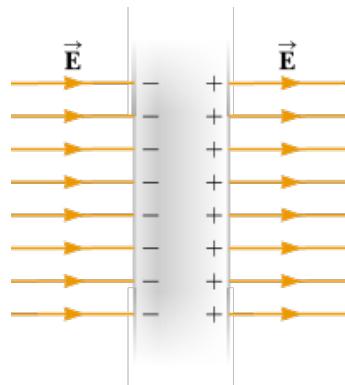


FIGURA 19.35 Una lastra conduttrice in un campo elettrico \vec{E} . Le cariche indotte sulle due superfici della lastra producono un campo elettrico che si oppone al campo elettrico esterno, dando luogo ad un campo risultante nullo all'interno della lastra.

Un buon conduttore elettrico, come il rame, contiene delle cariche (elettroni) che non sono legate a nessun atomo e sono libere di muoversi all'interno del materiale. Quando non esiste un movimento di cariche nel conduttore (a parte l'agitazione termica), il conduttore è in **equilibrio elettrostatico**. Come vedremo, un conduttore isolato (isolato da terra) in equilibrio elettrostatico possiede le seguenti proprietà:

1. Il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo dovunque, indipendentemente dal fatto che il conduttore sia pieno o che sia cavo.
2. Una qualunque carica aggiunta a un conduttore isolato deve risiedere unicamente sulla sua superficie esterna.
3. Il campo elettrico in un punto appena al di fuori di un conduttore carico è perpendicolare alla superficie del conduttore e ha intensità σ/ϵ_0 , dove σ è la densità superficiale di carica in quel punto.
4. Su un conduttore di forma irregolare, la densità di carica superficiale è maggiore in punti in cui il raggio di curvatura della superficie è minimo.

Verificheremo le prime tre proprietà nella seguente trattazione. La quarta proprietà viene qui presentata per avere un elenco completo delle proprietà dei conduttori in equilibrio elettrostatico. La sua verifica, tuttavia, richiede i concetti del Capitolo 20, cosicché la posponiamo fino ad allora.

La prima proprietà può essere compresa considerando una lastra conduttrice posta in un campo esterno \vec{E} (Fig. 19.35). Il campo elettrico all'interno del conduttore *deve* essere zero nell'assunzione di avere l'equilibrio elettrostatico. Se non fosse così, le cariche libere nel conduttore sarebbero accelerate, sotto l'azione di una forza elettrica. Questo moto di elettroni, tuttavia, significherebbe che il conduttore non è in equilibrio elettrostatico. Quindi, l'esistenza dell'equilibrio elettrostatico è coerente solo con un campo nullo nel conduttore.

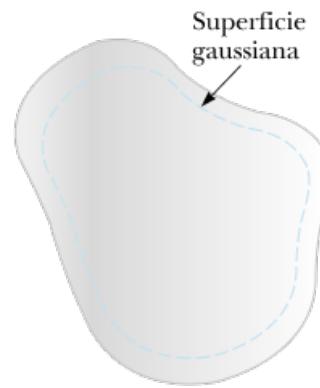


FIGURA 19.36 Un conduttore di forma arbitraria. La linea tratteggiata rappresenta una superficie gaussiana interna al conduttore e molto vicina alla sua superficie.

Investighiamo come si ottiene un tale campo nullo. Prima dell'applicazione del campo elettrico esterno, gli elettroni sono uniformemente distribuiti dentro il conduttore. Quando

il campo esterno viene applicato, gli elettroni liberi si muovono verso sinistra in Figura 19.35, determinando la presenza di un piano di cariche negative sulla faccia sinistra. Il moto degli elettroni verso sinistra lascia un piano di cariche positive sulla faccia destra. Questi piani carichi creano un ulteriore campo elettrico all'interno del conduttore che si oppone al campo esterno. Mentre gli elettroni si muovono, la densità superficiale di carica cresce finché l'intensità del campo interno uguaglia quella del campo esterno, dando un campo risultante nullo all'interno del conduttore.

Il teorema di Gauss può essere utilizzato per verificare la seconda proprietà enunciata per un conduttore in equilibrio elettrostatico. La Figura 19.36 mostra un conduttore di forma arbitraria. All'interno del conduttore è disegnata una superficie gaussiana arbitrariamente vicina alla superficie. Come abbiamo appena dimostrato, il campo elettrico all'interno del conduttore in equilibrio elettrostatico è nullo.

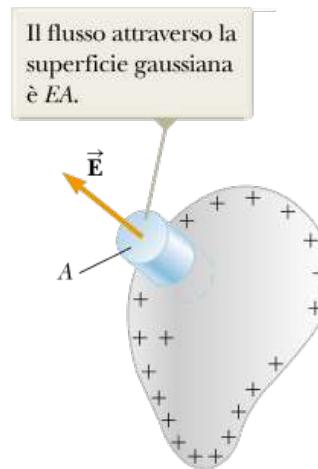


FIGURA 19.37 Una superficie gaussiana a forma di cilindretto viene utilizzata per calcolare il campo elettrico appena al di fuori del conduttore carico.

Quindi il campo elettrico deve essere nullo anche in ogni punto della superficie gaussiana (condizione 4 del Paragrafo 19.10). Da questo risultato e dal teorema di Gauss, concludiamo che la carica totale all'interno della superficie gaussiana è nulla. Poiché non può esserci una carica diversa da zero dentro la superficie gaussiana (che è arbitrariamente vicina alla superficie del conduttore), qualunque carica esistente nel conduttore deve stare sulla sua superficie esterna. Il teorema di Gauss non ci dice nulla su come l'eccesso di carica sia distribuito sulla superficie, ma soltanto che deve risiedere sulla superficie.

Concettualmente, possiamo comprendere come le cariche si posizionino sulla superficie immaginando di porle al centro del conduttore. La mutua repulsione causerà il loro reciproco allontanamento. Esse si muoveranno quanto più lontano è possibile, ossia sulla superficie.

Per verificare la terza proprietà possiamo ancora utilizzare il teorema di Gauss. Disegniamo una superficie gaussiana a forma di cilindro con le superfici di base parallele alla superficie (Fig. 19.37). Parte del cilindro è di poco fuori il conduttore e parte è all'interno. Il campo è perpendicolare alla superficie poiché il conduttore è in equilibrio elettrostatico. Se \vec{E} avesse una componente parallela alla superficie, una forza elettrica si dovrebbe esercitare sulle cariche parallelamente alla superficie, le cariche libere si dovrebbero muovere lungo la superficie, e così il conduttore non sarebbe più in equilibrio. Quindi, viene soddisfatta la condizione 3 del Paragrafo 19.10 per la superficie laterale del cilindretto: non c'è flusso attraverso questa parte della superficie gaussiana poiché \vec{E} è parallelo a questa. Non c'è flusso attraverso la superficie di base del cilindretto che si trova all'interno del conduttore poiché $\vec{E} = 0$ (condizione 4). Quindi, il flusso totale attraverso la superficie gaussiana è il flusso attraverso la superficie di base esterna al conduttore dove il campo è perpendicolare alla superficie. Usando le condizioni 1 e 2 per questa faccia, il flusso è EA , dove E è il campo elettrico appena fuori del conduttore e A è l'area della base del cilindro. Applicando il teorema di Gauss a questa superficie, otteniamo

$$\Phi_E = \oint E \, dA = EA = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

dove abbiamo utilizzato il fatto che la carica $q_{\text{in}} = \sigma A$. Ricavando E

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

19.20 ◀

FISICA RAGIONATA 19.2

Supponiamo che una carica puntiforme $+Q$ si trovi nello spazio vuoto. Noi circondiamo la carica con un guscio conduttore sferico non carico, in modo che la carica si trovi al centro del guscio. Quali effetti comporterà ciò sulle linee di campo uscenti dalla carica?

Ragionamento Quando il guscio sferico viene posto attorno alla carica, le cariche libere del guscio si riaggistano per soddisfare le regole per un conduttore in equilibrio elettrostatico e per soddisfare il teorema di Gauss. Una carica $-Q$ si muove all'interno della superficie del conduttore, cosicché il campo elettrico dentro il conduttore è nullo (una superficie sferica gaussiana totalmente all'interno del guscio *non* includerà alcuna carica). Una carica $+Q$ si troverà sulla superficie esterna, in modo tale che una superficie gaussiana esterna alla sfera includerà una carica $+Q$, proprio come se il guscio non ci fosse. Così, la sola variazione nelle linee di campo rispetto alla situazione iniziale sarà l'assenza di linee di campo all'interno del guscio conduttore.

Collegamento al contesto: il campo elettrico atmosferico

In questo capitolo abbiamo discusso il campo elettrico dovuto a varie distribuzioni di cariche. Sulla superficie della Terra e nell'atmosfera, un certo numero di processi creano distribuzioni di cariche, dando luogo a un campo elettrico nell'atmosfera. Questi processi includono l'arrivo di raggi cosmici nell'atmosfera, il decadimento radioattivo sulla superficie terrestre, e i fulmini, argomento del nostro studio in questo Contesto.

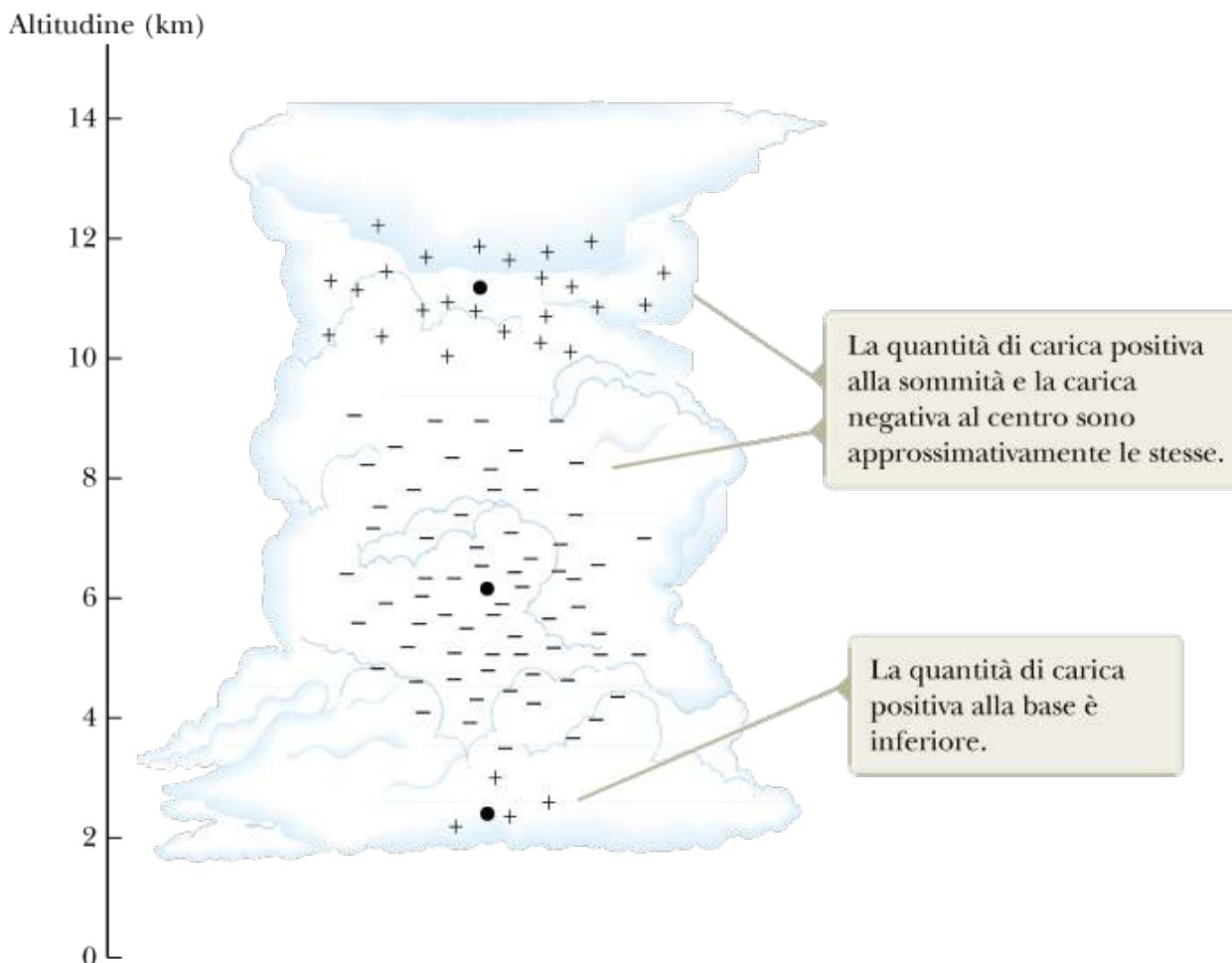


FIGURA 19.38 Una tipica distribuzione tripolare in una nube temporalesca. I punti indicano la posizione media di ogni distribuzione di carica.

Il risultato di questi processi è una carica media negativa distribuita sulla superficie terrestre di circa $5 \times 10^5 \text{ C}$, che è una quantità enorme di carica (la Terra nel suo insieme è neutra; la corrispondente carica positiva è distribuita nell'atmosfera, come discuteremo nel Capitolo 20). Possiamo calcolare la densità superficiale media di carica sulla superficie della Terra:

$$\sigma_{\text{media}} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} = \frac{5 \times 10^5 \text{ C}}{4\pi(6.37 \times 10^6 \text{ m})^2} \sim 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

In questo Contesto, adotteremo un certo numero di modelli semplificati. Conseguentemente, considereremo i nostri calcoli come una stima dell'ordine di grandezza dei valori reali, così come suggerito dal segno \sim precedente.

La Terra è un buon conduttore. Quindi, possiamo usare la terza proprietà dei conduttori del Paragrafo 19.11 per trovare l'intensità media del campo elettrico sulla superficie terrestre:

$$E_{\text{medio}} = \frac{\sigma_{\text{media}}}{\epsilon_0} = \frac{10^{-9} \text{ C/m}^2}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} \sim 10^2 \text{ N/C}$$

questo è un tipico valore del **campo elettrico durante le giornate di bel tempo** che esiste in assenza di temporali. La direzione del campo è verso il basso poiché la carica sulla

superficie terrestre è negativa. Durante un temporale, il campo elettrico al di sotto delle nubi temporalesche è significativamente più alto di quello del bel tempo, a causa della distribuzione di carica nelle nubi temporalesche.

La Figura 19.38 mostra una tipica distribuzione di carica in una nube temporalesca. La distribuzione di carica può essere assimilata a un *tripolo*, anche se la carica positiva nella parte bassa della nube tende a essere minore delle altre due cariche. Il meccanismo di carica nelle nubi temporalesche non è ben conosciuto e continua a essere un'area attiva di ricerca.

È questa alta concentrazione di carica nelle nubi temporalesche che è responsabile dei campi elettrici estremamente intensi che causano la scarica di fulmini fra la nube e il suolo. Campi elettrici tipici durante un temporale hanno intensità intorno a 25 000 N/C. La distribuzione di cariche negative nel centro della nuvola in Figura 19.38 è la sorgente di cariche negative che viaggiano verso il basso nel fulmine.

Eventi luminosi transienti

Il fulmine comune è collegato ai campi elettrici atmosferici nella troposfera tra una nube temporalesca e il suolo. Consideriamo gli effetti dei campi elettrici al di sopra delle nubi temporalesche come mostrato in Figura 19.39. Troviamo una serie di effetti visibili associati con temporali e fulmini che avvengono in questa regione dell'atmosfera.

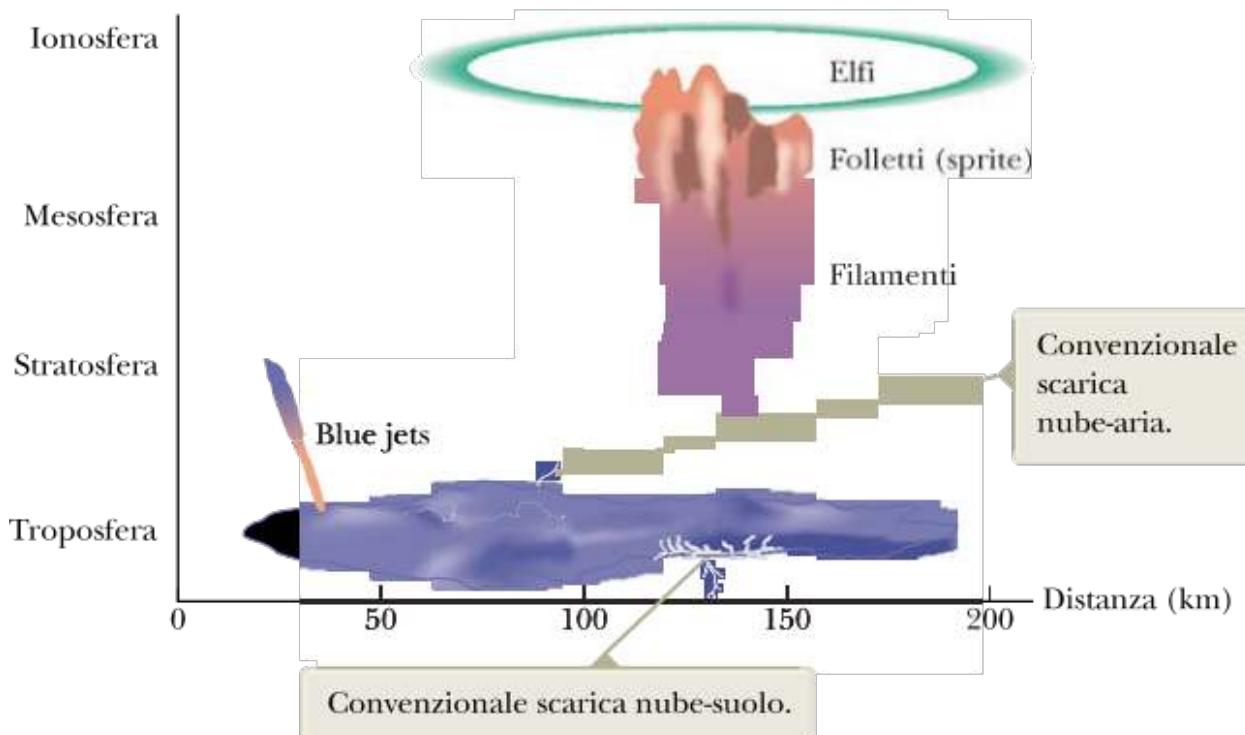


FIGURA 19.39 Una rappresentazione di vari tipi di eventi luminosi transienti nell'atmosfera al di sopra delle nubi temporalesche.

In generale, questi fenomeni sono chiamati *eventi luminosi transienti*. Un tipo di evento è chiamato *sprite* (*folletto*), che avviene sopra le nubi temporalesche: la luce di questo evento viene originata 90-100 km al di sopra della superficie terrestre. Uno sprite è innescato da un comune fulmine troposferico dalla nube temporalesca al di sotto e appare come un flash luminoso intenso di colore rosso, possibilmente con filamenti pendenti al di sotto. Queste manifestazioni durano meno di un secondo e non sono facilmente visibili ad occhio nudo. Uno sprite è stato fotografato per la prima volta per caso nel 1989. Da allora sono state ottenute ulteriori dimostrazioni fotografiche e parecchi astronauti nella Stazione Spaziale Internazionale hanno riportato di aver visto sprite mentre erano al di sopra di violenti temporali. Gli scienziati credono che i campi elettrici a queste altezze siano abbastanza intensi da ionizzare le molecole dell'aria. Luce rossa viene emessa quando gli elettroni si ricombinano con gli ioni molecolari dell'azoto, in modo simile alla sorgente di luce in una lampadina a fluorescenza.

Altri eventi luminosi transienti indotti dai fulmini sono chiamati *elfi*. La luce associata con questi eventi dura meno di 1 ms ed è stata osservata utilizzando fotometri ad alta velocità e fotocamere a CCD. Questi eventi, che precedono l'inizio degli sprite, appaiono come aloni di luce che si espandono nella ionosfera ad altezze tra 75 e 105 km. L'espansione degli aloni è più veloce della velocità della luce, ma non c'è alcuna violazione della relatività che abbiamo studiato nel Capitolo 9 perché nessuna particella viaggia così velocemente. Le teorie correnti li mettono in relazione con un impulso elettromagnetico in espansione di forma

sferica prodotto da un fulmine che interagisce con la ionosfera per creare la manifestazione luminosa.

Nella Figura 19.39 è illustrato anche un evento ottico che avviene nella stratosfera chiamato *blue jet*. Queste manifestazioni si presentano come un'esplosione verso l'alto dalla cima della nube temporalesca, che scompare a circa 40-50 km dal suolo. I *blue jet* sono associati con nuvole temporalesche ma non sembrano essere indotti direttamente dai lampi dei fulmini come gli *sprite*.

Altri tipi di eventi luminosi includono i *blue starter*, i *troll*, gli *gnomi* e i *pixie*. Si sta ancora studiando l'origine di questi eventi luminosi transienti.

SOMMARIO |

Le **cariche elettriche** hanno le seguenti importanti proprietà:

1. In natura esistono due specie di cariche, **positive** e **negative**, con la proprietà che cariche di segno opposto si attraggono reciprocamente e cariche dello stesso segno si respingono reciprocamente.
2. La forza fra particelle cariche varia come l'inverso del quadrato della loro distanza.
3. La carica elettrica si conserva.
4. La carica è quantizzata.

Conduttori sono quei materiali nei quali le cariche si muovono quasi liberamente. **Isolanti** sono quei materiali nei quali le cariche non si muovono liberamente.

La **legge di Coulomb** stabilisce che la forza elettrostatica che si esercita fra due particelle cariche a riposo e separate da una distanza r ha modulo dato da

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad 19.1 \blacktriangleleft$$

dove la costante di Coulomb ha il valore $k_e = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. La forma vettoriale della legge di Coulomb è

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} \quad 19.2 \blacktriangleleft$$

Un **campo elettrico** esiste in un punto dello spazio se una carica di prova positiva q_0 posta in quel punto subisce una forza elettrica. Il campo elettrico è definito come

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

19.3 ◀

La forza agente su una particella di carica q posta in un \rightarrow campo elettrico \mathbf{E} è

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$

19.4 ◀

Il campo elettrico dovuto a una carica puntiforme q a una distanza r dalla carica è

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

19.5 ◀

dove \hat{r} è un versore diretto dalla carica verso il punto in questione. Il campo elettrico è diretto radialmente in uscita da una carica positiva e diretto verso una carica negativa.

Il campo elettrico generato da un insieme di cariche si può ottenere usando il principio di sovrapposizione. Cioè, il campo elettrico totale è uguale alla somma vettoriale in un certo punto dei campi elettrici di tutte le cariche:

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

19.6 ◀

Analogamente, il campo elettrico in un certo punto di una distribuzione continua di carica è

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

19.7 ◀

dove dq è la carica su un elemento della distribuzione di carica e r è la distanza dell'elemento dal punto in esame.

Le **linee di campo elettrico** sono utili per descrivere il campo elettrico in qualunque regione dello spazio. Il vettore campo elettrico \vec{E} è sempre tangente alle linee di campo in ogni punto. Inoltre, il numero di linee di campo per unità di area su una superficie perpendicolare alle linee di campo è proporzionale al modulo di \vec{E} in quella regione.

Il **flusso elettrico** è proporzionale al numero di linee di campo elettrico che attraversano una superficie. Se il campo elettrico è uniforme e forma un angolo θ con la normale alla superficie, il flusso elettrico attraverso la superficie è

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$

19.13◀

In generale, il flusso di campo elettrico attraverso una superficie è definito dall'espressione

$$\Phi_E \equiv \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad 19.14◀$$

Il **teorema di Gauss** dice che il flusso totale del campo elettrico Φ_E attraverso una qualunque superficie chiusa (gaussiana) è uguale alla carica *totale* contenuta all'interno della superficie divisa per ϵ_0 :

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} \quad 19.17◀$$

Usando il teorema di Gauss, si può calcolare il campo elettrico dovuto a varie distribuzioni simmetriche di carica.

Un conduttore in **equilibrio elettrostatico** ha le seguenti proprietà:

1. Il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo dovunque, indipendentemente dal fatto che il conduttore sia pieno o che sia cavo.
2. Se il conduttore è isolato e porta una carica elettrica, la carica sta sulla sua superficie esterna.
3. Il campo elettrico in un punto appena al di fuori di un conduttore carico è perpendicolare alla superficie del conduttore e ha intensità σ/ϵ_0 , dove σ è la densità superficiale di carica in quel punto.
4. Su un conduttore di forma irregolare, la carica tende ad accumularsi in punti in cui il raggio di curvatura della superficie è minimo.

QUESITI

1. Il modulo della forza elettrica tra due protoni è 2.30×10^{-26} N. Quanto distano l'uno dall'altro? (a) 0.100 m (b) 0.022 m (c) 3.10 m (d) 0.00570 m (e) 0.480 m

2. Un anello circolare di raggio b ha una carica totale q uniformemente distribuita su di esso. Qual è l'ampiezza del campo elettrico nel centro dell'anello? (a) 0 (b) $k_e q/b^2$ (c) $k_e q^2/b^2$ (d) $k_e q^2/b$ (e) nessuna delle risposte precedenti

3. Due cariche puntiformi si attirano tra di loro con una forza di modulo F . Se la carica su una delle particelle è ridotta a un terzo del suo valore originale e la distanza tra le particelle raddoppia, qual è il modulo della forza elettrica tra di loro? (a) $\frac{1}{12} F$ (b) $\frac{1}{3} F$ (c) $\frac{1}{6} F$ (d) $\frac{3}{4} F$ (e) $\frac{3}{2} F$

4. Una particella con carica q è posta all'interno di una superficie gaussiana cubica. Non ci sono altre cariche nelle vicinanze. (i) Se la particella è al centro del cubo, qual è il flusso attraverso ciascuna delle facce del cubo? (a) 0 (b) $q/2\epsilon_0$ (c) $q/6\epsilon_0$ (d) $q/8\epsilon_0$ (e) dipende dalle dimensioni del cubo (ii) Se la particella può essere mossa in qualunque punto all'interno del cubo, qual è il massimo valore che il flusso attraverso una faccia può raggiungere? Scegli tra le stesse possibilità della parte (i).

5. Una carica puntiforme di -4.00 nC è posta in $(0, 1.00) \text{ m}$. Qual è la componente x del campo elettrico generato dalla carica puntiforme in $(4.00, -2.00) \text{ m}$? (a) 1.15 N/C (b) -0.864 N/C (c) 1.44 N/C (d) -1.15 N/C (e) 0.864 N/C

6. Un elettrone con una velocità di $3.00 \times 10^6 \text{ m/s}$ si muove all'interno di un campo elettrico uniforme di modulo $1.00 \times 10^3 \text{ N/C}$. Le linee del campo sono parallele alla velocità dell'elettrone e hanno lo stesso verso della velocità. Dove arriva l'elettrone prima che venga fermato? (a) 2.56 cm (b) 5.12 cm (c) 11.2 cm (d) 3.34 m (e) 4.24 m

7. Ordina il flusso elettrico attraverso ciascuna delle superfici gaussiane mostrate nella Figura Q19.7 dal più grande al più piccolo. Mostra ciascun caso in cui i due flussi sono uguali.

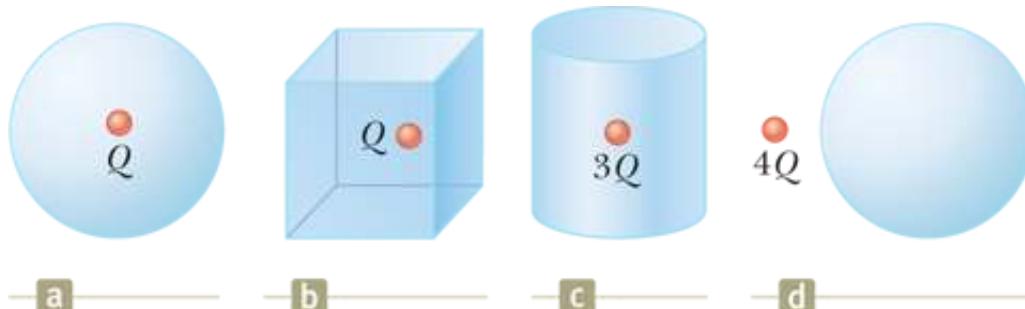


FIGURA Q19.7

8. Cariche di 3.00 nC , -2.00 nC , -7.00 nC , e 1.00 nC sono contenute all'interno di una scatola rettangolare di lunghezza 1.00 m , larghezza 2.00 m , e altezza 2.50 m . All'esterno della scatola si trovano due cariche di 1.00 nC e 4.00 nC . Qual è il flusso elettrico attraverso la superficie della scatola? (a) o (b) $-5.64 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ (c) $-1.47 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ (d) $1.47 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ (e) $5.64 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$

9. Una palla molto piccola ha una massa di $5.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$ e una carica di $4.00 \mu\text{C}$. Quale intensità deve avere un campo elettrico diretto verso l'alto per bilanciare il peso della palla in modo che la palla sia sospesa in quiete sopra il suolo? (a) $8.21 \times 10^2 \text{ N/C}$ (b) $1.22 \times 10^4 \text{ N/C}$ (c) $2.00 \times 10^{-2} \text{ N/C}$ (d) $5.11 \times 10^6 \text{ N/C}$ (e) $3.72 \times 10^3 \text{ N/C}$

10. Valutare l'intensità del campo elettrico generato da un protone in un atomo di idrogeno ad una distanza di $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$, la posizione attesa per un elettrone nell'atomo. (a) 10^{-11} N/C (b) 10^8 N/C (c) 10^{14} N/C (d) 10^6 N/C (e) 10^{12} N/C

11. Due sfere piene, entrambe di raggio 5 cm , hanno una carica totale identica di $2 \mu\text{C}$. La sfera A è un buon conduttore. La sfera B è un isolante, e la carica è distribuita uniformemente in tutto il suo volume. (i) Come sono, se confrontate, le intensità dei campi elettrici che ciascuna di essa produce ad una distanza radiale di 6 cm ? (a) $E_A > E_B = 0$ (b) $E_A > E_B > 0$ (c) $E_A = E_B > 0$ (d) $0 < E_A < E_B$ (e) $0 = E_A < E_B$ (ii) Come sono, se confrontate, le intensità dei campi elettrici che ciascuna di essa produce ad una distanza radiale di 4 cm ? Scegli tra le stesse possibilità della parte (i).

12. In quale dei seguenti contesti il teorema di Gauss *non* può essere applicato per determinare il campo elettrico? (a) vicino a un lungo filo uniformemente carico (b) sopra un grande piano uniformemente carico (c) dentro a una palla uniformemente carica (d) fuori da una sfera uniformemente carica (e) il teorema di Gauss può essere applicato per determinare il campo elettrico in tutti i casi citati.

13. Un oggetto con carica negativa è posto in una regione di spazio dove il campo elettrico è diretto verso l'alto. Qual è il verso della forza elettrica esercitata su questa carica? (a) verso l'alto (b) verso il basso (c) non c'è forza (d) la forza può avere qualunque verso.

14. Tre cariche puntiformi sono disposte agli angoli di un quadrato come in Figura Q19.14, con carica $-Q$ sia sulla particella posta sull'angolo a sinistra in alto che su quella posta sull'angolo a destra in basso, e con carica $+2Q$ sulla particella posta nell'angolo a sinistra in basso. (i) Qual è la direzione e il verso del campo elettrico nell'angolo a destra in alto, che è un punto nello spazio vuoto? (a) È diretto verso l'alto e verso destra. (b) È diretto verso destra. (c) È diretto verso il basso. (d) È diretto verso il basso e verso sinistra (e) È perpendicolare al piano della figura con verso uscente. (ii) Supponiamo di rimuovere la carica $+2Q$ nell'angolo in basso a sinistra. In questo caso il modulo del campo elettrico nell'angolo in alto a destra (a) diventa più grande, (b) diventa più piccolo, (c) rimane lo stesso, oppure (d) cambia in modo imprevedibile?

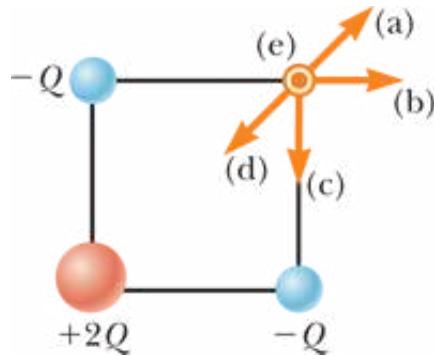


FIGURA Q19.14

- 15.** Supponiamo che gli oggetti carichi nella Figura Q19.15 siano fissi. No ti amo che la carica q_2 non vede la carica q_1 e viceversa. Se tu fossi nella posizione della carica q_1 , non potresti vedere la carica q_2 perché nascosta da q_3 . Come calcoleresti la forza elettrica esercitata sull'oggetto con carica q_1 ? (a) Calcolando solo la forza esercitata da q_2 sulla carica q_1 . (b) Calcolando solo la forza esercitata da q_3 sulla carica q_1 . (c) Sommando la forza esercitata solo da q_2 sulla carica q_1 con la forza esercitata solo da q_3 sulla carica q_1 . (d) Sommando la forza esercitata solo da q_3 con una certa frazione della forza esercitata solo da q_2 . (e) Non c'è modo certo per trovare la forza sulla carica q_1 .

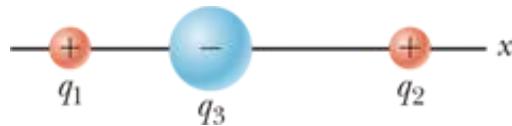


FIGURA Q19.15

DOMANDE CONCETTUALI

- 1.** Se da una superficie gaussiana escono più linee del campo elettrico di quelle che entrano, cosa si può concludere relativamente alla carica totale racchiusa da quella superficie?

- 2.** Una superficie cubica circonda una carica puntiforme q . Si descriva cosa succede al flusso totale attraverso la superficie se (a) la carica raddoppia, (b) il volume del cubo raddoppia, (c) la superficie diventa una sfera, (d) la carica viene spostata in un altro punto all'interno della superficie, e (e) la carica viene spostata fuori dalla superficie.

- 3.** Un campo elettrico uniforme esiste in una regione dello spazio in cui non sono presenti cariche elettriche. Cosa si può concludere relativamente al flusso totale attraverso una superficie gaussiana posta in questa regione dello spazio?

- 4.** Uno studente cresciuto in un Paese tropicale e che sta studiando negli Stati Uniti può non avere esperienza di scariche elettrostatiche fino al suo primo inverno americano. Spiega perché.

5. La vita sarebbe diversa se l'elettrone fosse carico positivamente e il protone fosse carico negativamente? (b) La scelta dei segni ha qualche rilevanza sulle interazioni fisiche o chimiche? Spiega le tue risposte.

6. Perché il personale degli ospedali deve indossare scarpe speciali conduttrici mentre lavora attorno all'ossigeno nella sala operatoria? Cosa potrebbe succedere se il personale indossasse scarpe con le suole di gomma?

7. Consideriamo due sfere conduttrici identiche le cui superfici sono separate da una distanza piccola. Su una sfera viene depositata una grande carica positiva, sull'altra viene depositata una piccola carica positiva. Si trova che la forza tra le due sfere è attrattiva anche se entrambe le sfere hanno una carica dello stesso segno. Spiega perché avviene questa attrazione.

8. Un oggetto di vetro si carica positivamente strofinandolo con un pezzo di seta. Nel processo di strofinamento, sono stati aggiunti protoni all'oggetto oppure sono stati rimossi elettroni dall'oggetto?

9. Una persona è posta dentro una grande sfera metallica cava isolata dal suolo. (a) Se sulla sfera viene depositata una grande carica elettrica, la persona si farà male tocando l'interno della sfera? (b) Spiega cosa accadrebbe se anche la persona avesse una carica con segno opposto a quello della carica depositata sulla sfera.

10. Si consideri il punto A nel la Figura DC19.10 posto ad una distanza arbitraria da due cariche puntiformi positive nello spazio vuoto. (a) È possibile che esista un campo elettrico nel punto A nel vuoto? Spiegare. (b) Esiste una forza in questo punto? Spiegare.

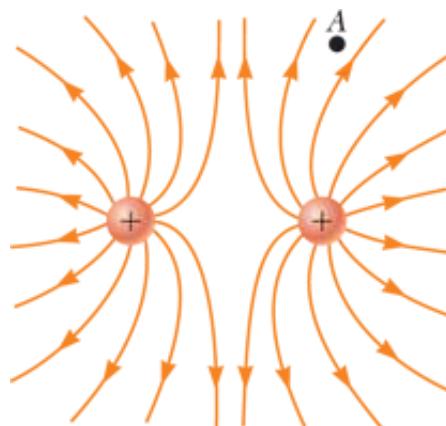


FIGURA DC19.10

11. Se un oggetto A sospeso viene attirato da un oggetto B carico, possiamo concludere che A è carico? Spiegare.

12. Se la carica totale dentro ad una superficie chiusa è nota ma la sua distribuzione non è specificata, si può usare il teorema di Gauss per determinare il campo elettrico? Spiegare.

13. Si consideri un campo elettrico uniforme in direzione e verso attraverso un dato volume. Può essere uniforme in modulo? Deve essere uniforme in modulo? Si risponda a queste domande (a) supponendo che il volume sia riempito con un materiale isolante carico con una certa densità di volume di carica e (b) supponendo che il volume sia lo spazio vuoto. Si esponga il ragionamento fatto per dimostrare le risposte.

14. Sulla base della natura repulsiva delle forze tra cariche con lo stesso segno e della libertà di movimento delle cariche in un conduttore, spiegare perché la carica in eccesso su di un conduttore isolato deve stare sulla sua superficie.

15. Una comune dimostrazione consiste nel caricare un palloncino di gomma, che è isolante, strofinandolo sui capelli e quindi porlo in contatto col soffitto o con una parete, anche questi isolanti. A causa dell'attrazione elettrica tra il palloncino carico e la parete neutra, il palloncino si attacca alla parete. Supponiamo ora di avere due fogli piani infinitamente grandi fatti con materiale isolante. Uno è carico, e l'altro è neutro. Se questi fogli sono messi a contatto, esiste una forza attrattiva tra di loro come c'era tra il palloncino e la parete?

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 19.2 Proprietà delle cariche elettriche

1. Trovare la carica e la massa delle seguenti particelle fino alla terza cifra significativa. *Suggerimento:* cominciare cercando la massa degli atomi neutri nella tavola periodica degli elementi in Appendice C. (a) un atomo di idrogeno non ionizzato, rappresentato da H^+ (b) un atomo di sodio ionizzato una volta, Na^+ (c) uno ione cloruro Cl^- (d) un atomo di calcio ionizzato due volte, $Ca^{++} = Ca^{2+}$ (e) il centro di una molecola di ammoniaca schematizzato come uno ione N^{3-} (f) atomi di azoto ionizzati quattro volte, N^{4+} , che si trovano nel plasma di una stella calda (g) il nucleo di un atomo di azoto (h) lo ione molecolare H_2O^-

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. (a) Calcolare il numero di elettroni in un piccolo spillo d'argento elettricamente neutro di massa 10.0 g. L'argento ha 47 elettroni per atomo, e la sua massa molare è 107.87 g/mol. (b) Supponiamo di aggiungere elettroni allo spillo fino a quando la sua carica negativa raggiunge il valore elevato di -1.00 mC . Quanti elettroni sono stati aggiunti per ogni 10^9 elettroni già presenti?

Paragrafo 19.4 La legge di Coulomb

3. Il premio Nobel Richard Feynman (1918-1988) una volta disse che se due persone stessero ad una distanza di un braccio l'una dall'altra e ogni persona avesse un eccesso di elettroni dell'1% rispetto ai protoni, la forza repulsiva tra i due sarebbe sufficiente da alzare un "peso" uguale a quello dell'intera Terra. Fare un calcolo dell'ordine di grandezza per confermare questa affermazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. Perché la seguente situazione è impossibile? Due particelle di polvere identiche di massa 1.00 fluttuano nel vuoto, lontane da ogni sorgente esterna di forte campo gravitazionale o campo elettrico, e a riposo una rispetto all'altra. Entrambe le particelle portano una carica elettrica ugualmente in modulo e segno. Si osserva che le forze gravitazionali ed elettriche tra di esse sono uguali in modulo, quindi ogni particella risente di una forza totale nulla e la distanza tra le particelle rimane costante.

5. Due piccole sfere conduttrici identiche sono poste con i rispettivi centri distanti 0.300 m. Una ha una carica di 12.0 nC e l'altra una carica di -18.0 nC. (a) Trovare la forza elettrica esercitata da una sfera sull'altra. (b) E se? Le sfere sono connesse attraverso un filo conduttore. Trovare la forza elettrica che ciascuna sfera esercita sull'altra dopo che hanno raggiunto l'equilibrio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Due protoni nel nucleo di un atomo sono separati tipicamente da una distanza di 2×10^{-15} m. La forza elettrica repulsiva tra i protoni è enorme, ma la forza nucleare attrattiva è ancora più forte e fa sì che il nucleo non esplosi. Qual è il modulo della forza elettrica tra i due protoni separati da una distanza di 2.00×10^{-15} m?

7. Due piccole perline che hanno carica $q_1 = 3q$ e $q_2 = q$ sono fissate alle opposte estremità di una sbarretta isolante orizzontale di lunghezza $d = 1.50$ m. La perlina con carica q_1 si trova nell'origine. Come mostrato nella Figura P19.7, una terza piccola perlina carica è libera di scorrere lungo la sbarretta. (a) In quale posizione x la terza perlina si trova in equilibrio? (b) L'equilibrio può essere stabile?

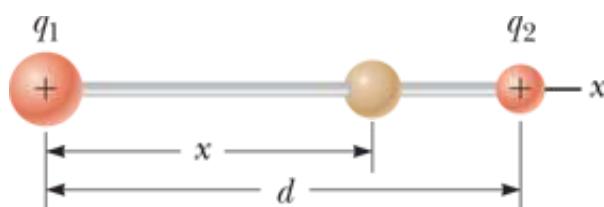


FIGURA P19.7

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

8. Due piccole perline aventi le cariche q_1 e q_2 dello stesso segno sono fissate alle estremità opposte di una sbarretta isolante orizzontale di lunghezza d . La perlina con carica q_1 si trova nell'origine. Come mostrato nella Figura P19.7, una terza piccola perlina carica è libera di scorrere lungo la sbarretta. (a) In quale posizione x , la terza perlina si trova in equilibrio? (b) L'equilibrio può essere stabile?

9. Tre cariche puntiformi sono poste sui tre spigoli di un triangolo equilatero come mostrato in Figura P19.9. Calcolare la forza elettrica totale sulla carica da $7.00 \mu\text{C}$.

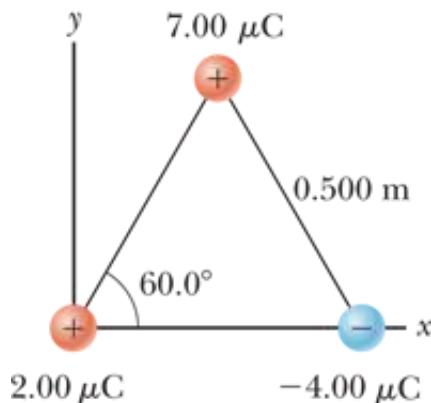


FIGURA P19.9

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

10. Una particella carica A esercita una forza di $2.62 \mu\text{N}$ verso destra sulla particella B quando le particelle sono distanti 13.7 mm . La particella B si allontana da A fino ad una distanza di 17.7 mm . Che forza vettoriale esercita quindi su A ?

11. Problema di ricapitolazione. Nella teoria di Bohr del l'atomo di idrogeno, un elettrone si muove in un'orbita circolare attorno ad un protone, con un raggio dell'orbita di $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$. (a) Trovare il modulo della forza elettrica esercitata su ciascuna particella. (b) Se questa forza causa l'accelerazione centripeta dell'elettrone, qual è la velocità dell'elettrone?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

12. La particella A di carica $3.00 \times 10^{-4} \text{ C}$ si trova nell'origine, la particella B di carica $-6.00 \times 10^{-4} \text{ C}$ si trova in $(4.00 \text{ m}, 0)$, e la particella C di carica $1.00 \times 10^{-4} \text{ C}$ è in $(0, 3.00 \text{ m})$. Vogliamo trovare la forza elettrica su C. (a) Qual è la componente x della forza elettrica esercitata da A su C? (b) Qual è la componente y della forza elettrica esercitata da A su C? (c) Trovare il modulo della forza

esercitata da B su C. (d) Calcolare la componente x della forza esercitata da B su C. (e) Calcolare la componente y della forza esercitata da B su C. (f) Sommare le due componenti x dai punti (a) e (d) per ottenere la componente x della risultante delle forze elettriche agenti su C. (g) Nello stesso modo, trovare la componente y della risultante del vettore forza agente su C. (h) Trovare modulo, direzione e verso della forza elettrica che agisce su C.

13. BIO Problema di ricapitolazione. Una molecola di DNA (acido desossiribonucleico) è lunga $2.17 \mu\text{m}$. Le estremità della molecola vengono ionizzate singolarmente: una estremità è negativa, l'altra è positiva. La molecola elicoidale si comporta come una molla e si comprime dell'1.00% quando diventa carica. Determinare la costante elastica effettiva della molecola.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 19.5 Campi elettrici

14. Due cariche puntiformi di $2.00 \mu\text{C}$ sono poste sull'asse x. Una si trova in $x = 1.00 \text{ m}$, e l'altra in $x = -1.00 \text{ m}$. (a) Determinare il campo elettrico sull'asse delle y in $y = 0.500 \text{ m}$. (b) Calcolare la forza elettrica su di una carica di $-3.00 \mu\text{C}$ posta sull'asse y in $y = 0.500 \text{ m}$.

15. Un anello uniformemente carico di raggio 10.0 cm ha una carica totale di $75.0 \mu\text{C}$. Trovare il campo elettrico sull'asse dell'anello a (a) 1.00 cm , (b) 5.00 cm , (c) 30.0 cm , e (d) 100 cm dal centro dell'anello.

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Un filo lineare carico giace sull'asse x , e dalla posizione $x = +x_0$ si estende all'infinito positivo. Il filo possiede una carica positiva con una densità lineare di carica uniforme λ_0 . Quali sono (a) il modulo e (b) la direzione ed il verso del campo elettrico nell'origine?

17. Nella Figura P19.17, de terminare il punto (diverso dall'infinito) nel quale il campo elettrico è nullo.

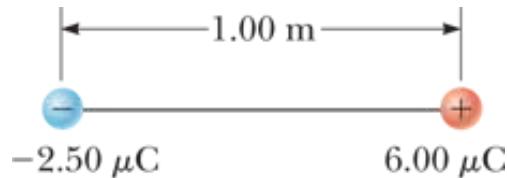


FIGURA P19.17

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Una sbarretta sottile di lunghezza ℓ e carica uniforme con densità lineare di carica λ sta sull'asse delle x come mostrato in Figura P19.18. (a) Mostrare che il campo elettrico in P , ad una distanza y dalla sbarretta lungo la sua bisettrice perpendicolare, non ha componente x ed è dato da $E = 2k_e \sin \theta_0 / y$. (b) Utilizzando il risultato del punto (a), dimostrare che il campo della sbarretta di lunghezza infinita è $E = 2k_e \lambda / y$. Suggerimento: prima, calcolare il campo in P dovuto ad un elemento di lunghezza dx , che ha una carica λdx . Quindi, cambiare le variabili da x a θ , usando la relazione $x = y \tan \theta$ e $dx = y \sec^2 \theta d\theta$, e integrare su θ .

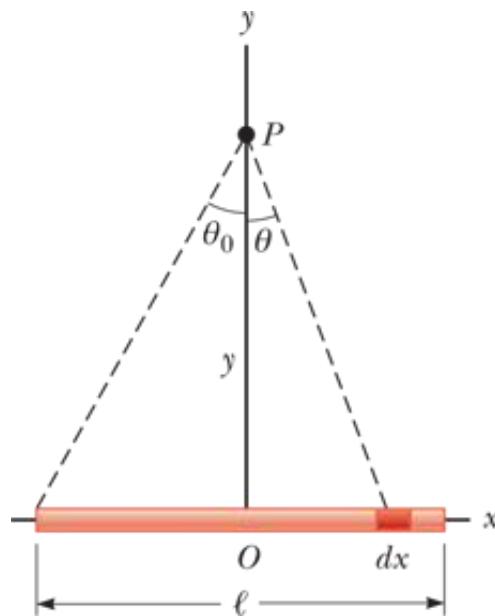


FIGURA P19.18

19. Tre cariche puntiformi sono disposte come mostrato in Figura P19.19. (a) Trovare il vettore campo elettrico che le cariche di 6.00 nC e -3.00 nC assieme generano nell'origine. (b) Trovare il vettore forza agente sulla carica di 5.00 nC.

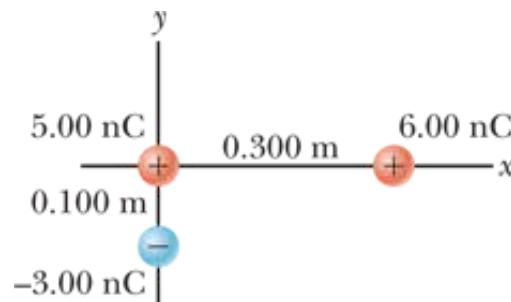


FIGURA P19.19

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Si consideri il dipolo elettrico mostrato in Figura P19.20. Dimostrare che il campo elettrico a grande distanza sull'asse delle x è $E_x \approx 4k_e q a / x^3$.

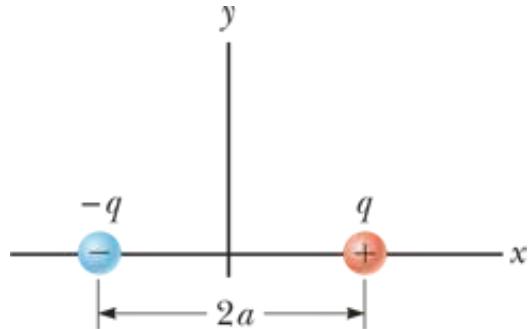


FIGURA P19.20

- 21.** Una sbarretta isolante uniformemente carica di lunghezza 14.0 cm è curvata a forma di semicerchio come mostrato in Figura P19.21. La sbarretta ha una carica totale di $-7.50 \mu\text{C}$. Trovare (a) il modulo e (b) la direzione e il verso del campo elettrico in O , centro della semicirconferenza.



FIGURA P19.21

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 22.** Due cariche puntiformi sono poste sull'asse x . La prima è una carica $1 Q$ in $x = -a$. La seconda è una carica ignota posizionata in $x = +3a$. Il campo elettrico totale prodotto da queste cariche nell'origine ha un modulo di $2k_e Q/a^2$. Illustrare quanti valori sono possibili per la carica ignota e trovarne i possibili valori.

- 23.** Tre cilindri di plastica pieni hanno tutti un raggio di 2.50 cm e una lunghezza di 6.00 cm. Trovare la carica di ciascun cilindro date le seguenti informazioni addizionali per ognuno di essi. Il cilindro (a) è caricato uniformemente con densità 15.0 nC/m^2 ovunque sulla sua superficie. Il cilindro (b) è caricato uniformemente con densità 15.0 nC/m^2 sulla sua superficie laterale. Il cilindro (c) è caricato uniformemente con densità 500 nC/m^3 nell'intero volume.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 24.** Quali sono il modulo, la direzione e il verso del campo elettrico che bilancerà il peso di (a) un elettrone e (b) un protone? (Usare i dati della Tabella 19.1.)

25. Una sbarretta di lunghezza 14.0 cm è caricata uniformemente e ha una carica totale di $-22.0 \mu\text{C}$. Determinare (a) il modulo e (b) la direzione e il verso del campo elettrico lungo l'asse della sbarretta in una posizione a 36.0 cm dal suo centro.

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Dimostrare che il modulo massimo E_{\max} del campo elettrico lungo l'asse di un anello caricato uniformemente si ha in $x = a/\sqrt{2}$ (Fig. 19.15) e ha il valore $Q/(6\sqrt{3}\pi\epsilon_0 a^2)$.

27. Quattro cariche puntiformi sono poste sui vertici di un quadrato di lato a come mostrato in Figura P19.27. Determinare (a) il campo elettrico nel posto della carica q e (b) la forza elettrica totale esercitata su q .

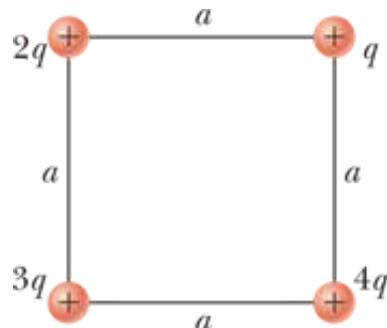


FIGURA P19.27

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 19.6 Linee di campo elettrico

28. Tre cariche positive uguali q sono poste nei vertici di un triangolo equilatero di lato a come mostrato in Figura P19.28. Consideriamo il campo elettrico generato complessivamente dalle tre cariche. (a) Disegnare le linee di campo nel piano delle cariche. (b) Trovare la posizione (diversa da ∞) in cui il campo elettrico è nullo. Quali sono (c) il modulo e (d) la direzione ed il verso del campo elettrico in P dovuto alle due cariche alla base?

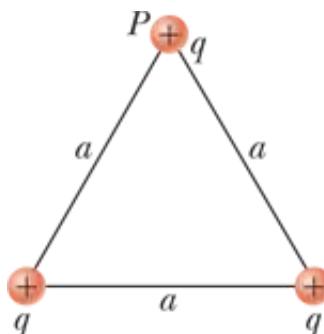


FIGURA P19.28

29. Una sbarretta di lunghezza finita è carica negativamente con densità lineare di carica uniforme. Disegnare le linee del campo elettrico in un piano contenente la sbarretta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. La Figura P19.30 mostra le linee del campo elettrico per due cariche puntiformi separate da una piccola distanza. (a) Determinare il rapporto q_1/q_2 . (b) Quali sono i segni di q_1 e q_2 ?

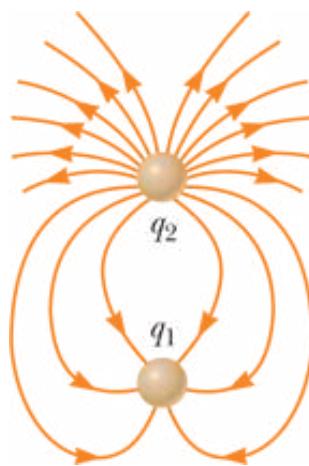


FIGURA P19.30

Paragrafo 19.7 Moto di particelle caricate in un campo elettrico uniforme

31. Un protone accelera da riposo in un campo elettrico uniforme di 640 N/C . In un istante successivo, la sua velocità è 1.20 Mm/s (non relativistica perché v è molto minore della velocità della luce). (a) Trovare l'accelerazione del protone. (b) Quanto tempo impiega per raggiungere questa velocità? (c) Quanta distanza percorre in questo tempo? (d) Qual è la sua energia cinetica in quell'istante?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Dei protoni sono lanciati con una velocità iniziale $v_i = 9.55 \text{ km/s}$ da una regione priva di campo elettrico attraverso un piano in una regione con un campo elettrico uniforme $\vec{E} = -720\hat{j} \text{ N/C}$ al di sopra del piano, come mostrato nella Figura P19.32. Il vettore velocità iniziale dei protoni forma un angolo θ con il piano. I protoni devono colpire un bersaglio che sta ad una distanza orizzontale di $R = 1.27 \text{ mm}$ dal punto in cui i protoni attraversano il piano ed entrano nella regione con il campo elettrico. Vogliamo trovare l'angolo θ con cui i protoni devono attraversare il piano per colpire il bersaglio. (a) Quale modello descrive il moto orizzontale dei protoni sopra il piano? (b) Quale modello descrive il moto verticale dei protoni sopra il piano? (c) Spiegare perché l'Equazione 3.16

potrebbe essere applicata ai protoni in questa situazione. (d) Utilizzare l'Equazione 3.16 per scrivere un'espressione di R in funzione di v_i , di E , della carica e della massa del protone, e dell'angolo θ . (e) Trovare i due possibili valori dell'angolo θ . (f) Trovare l'intervallo di tempo durante il quale il protone si trova sopra il piano nella Figura P19.32 per ognuno dei due possibili valori di θ .

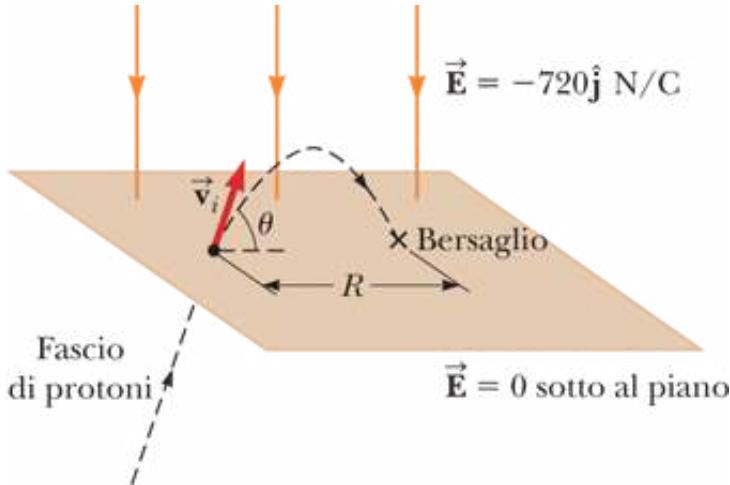


FIGURA P19.32

- 33.** Un protone viene lanciato nel verso positivo delle x in una regione in cui è presente un campo elettrico uniforme $\vec{E} = (-6.00 \times 10^5) \hat{i}$ N/C all'istante $t = 0$. Il protone viaggia per 7.00 cm prima di arrestarsi. Determinare (a) l'accelerazione del protone, (b) la sua velocità iniziale, e (c) quanto tempo impiega il protone per fermarsi.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 34.** Gli elettroni in un fascio di particelle hanno ciascuno un'energia cinetica K . Quali sono (a) il modulo e (b) la direzione ed il verso del campo elettrico in grado di fermare questi elettroni in una distanza d ?

- 35.** Un protone si muove a 4.50×10^5 m/s nella direzione orizzontale. Entra in una regione con un campo elettrico verticale uniforme di modulo 9.60×10^3 N/C. Ignorando qualsiasi effetto gravitazionale, trovare (a) l'intervallo di tempo necessario al protone per percorrere una distanza orizzontale di 5.00 cm, (b) il suo spostamento verticale nell'intervallo di tempo necessario a percorrere la distanza orizzontale di 5.00 cm, e (c) le componenti orizzontale e verticale della sua velocità dopo che ha percorso la distanza orizzontale di 5.00 cm.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 19.8 Flusso elettrico

36. In un giorno in cui si sta preparando un temporale, sopra la superficie della Terra c'è un campo elettrico verticale di modulo 2.00×10^4 N/C. Un'automobile di forma rettangolare di 6.00 m per 3.00 m viaggia su una strada asciutta di ghiaia con una inclinazione verso il basso di 10.0° . Determinare il flusso elettrico attraverso la superficie inferiore dell'automobile.

37. Una spira circolare di diametro 40.0 cm viene fatta ruotare in un campo elettrico uniforme fino a che non si trova la posizione di massimo flusso elettrico. Il flusso in questa posizione risulta essere 5.20×10^5 N \cdot m²/C. Qual è il modulo del campo elettrico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 19.9 Teorema di Gauss

38. Una carica puntiforme Q è posta ad una piccola di stanza **8** immediatamente sopra al centro della superficie piana di un'emisfera di raggio R come mostrato in Figura P19.38. Qual è il flusso elettrico (a) attraverso la superficie curva e (b) attraverso la superficie piana quando $\delta \rightarrow 0$?

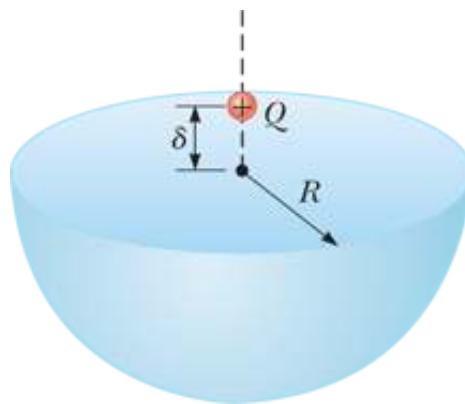


FIGURA P19.38

39. Il campo elettrico in ogni punto della superficie di un sottile guscio sferico di raggio 0.750 m ha modulo 890 N/C ed è diretto radialmente verso il centro della sfera. (a) Quant'è la carica totale all'interno della superficie sferica? (b) Qual è la distribuzione di carica all'interno del guscio sferico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Una carica puntiforme di $12.0 \mu\text{C}$ è posta al centro di un guscio sferico di raggio 22.0 cm. Quant'è il flusso elettrico totale attraverso (a) la superficie del guscio e (b) ogni superficie emisferica del guscio? (c) Il risultato dipende dal raggio? Spiegare.

41. Una carica puntiforme $Q = 5.00 \mu\text{C}$ è posta al centro di un cubo di spigolo $L = 0.100 \text{ m}$. In aggiunta, altre sei cari che identiche tra di loro di carica $q = -1.00 \mu\text{C}$ sono poste simmetricamente attorno a Q come mostrato in Figura P19.41. Determinare il flusso elettrico attraverso una faccia del cubo.

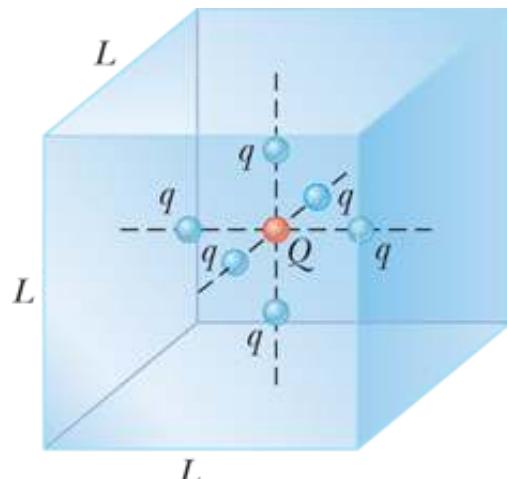


FIGURA P19.41 PROBLEMI 41 E 42.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

42. Una carica puntiforme Q è posta al centro di un cubo di spigolo L . In aggiunta, altre sei cariche identiche q sono poste simmetricamente attorno a Q come mostrato in Figura P19.41. Ognuna di queste cariche q è negativa. Determinare il flusso elettrico attraverso una faccia del cubo.

43. Le seguenti cariche sono poste all'interno di un sottomarino: $5.00 \mu\text{C}$, $-9.00 \mu\text{C}$, $27.0 \mu\text{C}$, e $-84.0 \mu\text{C}$. (a) Calcolare il flusso elettrico totale attraverso lo scafo del sottomarino. (b) Il numero di linee del campo elettrico uscenti dal sottomarino è maggiore, uguale o minore del numero di linee entranti?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

44. Una carica di $170 \mu\text{C}$ è al centro di un cubo di spigolo 80.0 cm . Non ci sono altre cariche nelle vicinanze. (a) Trovare il flusso attraverso ciascuna faccia del cubo. (b) Trovare il flusso attraverso l'intera superficie del cubo. (c) E se? Le risposte ai punti (a) e (b) cambierebbero se la carica non fosse al centro? Spiegare.

Paragrafo 19.10 Applicazione del teorema di Gauss a distribuzioni simmetriche di cariche

45. Un grande foglio piano carico ha una densità superficiale di carica di $9.00 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Trovare il campo elettrico appena sopra il centro del foglio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Un filo dritto di lunghezza 7.00 m uniformemente carico possiede una carica totale positiva di $2.00 \mu\text{C}$. Un cartone scarico di forma cilindrica di lunghezza 2.00 cm e di 10.0 cm di raggio circonda il filo al suo centro; il filo coincide con l'asse del cilindro. Utilizzando approssimazioni ragionevoli, trovare (a) il campo elettrico sulla superficie del cilindro e (b) il flusso elettrico totale attraverso il cilindro.

47. Un pezzo di Styrofoam di 10.0 g ha una carica netta di $-0.700 \mu\text{C}$ ed è sospeso in equilibrio sopra il centro di un grande foglio di plastica orizzontale che ha una densità di carica superficiale uniforme. Quant'è la densità di carica sul foglio di plastica?

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Si consideri una lunga distribuzione di carica cilindrica di raggio R con una densità di carica uniforme ρ . Trovare il campo elettrico ad una distanza r dall'asse, con $r < R$.

49. Nella fissione nucleare, un nucleo di Urano-238, che contiene 92 protoni, si può dividere in due sfere più piccole, ognuna avente 46 protoni e un raggio di $5.90 \times 10^{-15} \text{ m}$. Qual è il modulo della forza elettrica repulsiva che fa al lontanare tra di loro queste sfere?

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Un guscio cilindrico di raggio 7.00 cm e lunghezza 2.40 m ha una carica distribuita uniformemente sulla sua superficie curva. Il modulo del campo elettrico in un punto distante 19.0 cm radialmente dall'asse verso l'esterno (misurato dal punto centrale del guscio) è 36.0 kN/C. Trovare (a) la carica totale sul guscio e (b) il campo elettrico in un punto a 4.00 cm dall'asse, misurato radialmente verso l'esterno dal punto centrale del guscio.

51. Una sfera piena di raggio 40.0 cm ha una carica totale positiva di $26.0 \mu\text{C}$ distribuita uniformemente nel suo volume. Calcolare il modulo del campo elettrico ad una distanza dal centro della sfera di (a) 0 cm, (b) 10.0 cm, (c) 40.0 cm, e (d) 60.0 cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. Una sfera piena isolante di raggio a ha una densità di carica volumica uniforme e possiede una carica totale positiva Q . Una superficie gaussiana sferica di raggio r , concentrica con la sfera isolante, viene estesa a partire da $r = 0$. (a) Trovare una espressione per il flusso elettrico che attraversa la sfera gaussiana in funzione di r per $r < a$. (b) Trovare una espressione per il flusso elettrico che attraversa la sfera gaussiana in funzione di r per $r > a$. (c) Disegnare il flusso in funzione di r .

53. Si consideri un sottile guscio sferico di raggio 14.0 cm con una carica totale di $32.0 \mu\text{C}$ distribuita uniformemente sul la sua superficie. Trovare il campo elettrico ad una distanza dal centro della distribuzione di (a) 10.0 cm e (b) 20.0 cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Una parete non conduttrice è carica con una densità di carica uniforme di $8.60 \mu\text{C}/\text{cm}^2$. (a) Qual è il campo elettrico a 7.00 cm dalla parete se questa distanza può essere considerata piccola rispetto alle dimensioni della parete? (b) Il risultato cambia se cambia la distanza dalla parete? Spiegare.

Paragrafo 19.11 Conduttori in equilibrio elettrostatico

55. Una sfera conduttrice piena di raggio 2.00 cm ha una carica di $8.00 \mu\text{C}$. Un guscio sferico conduttore di raggio interno 4.00 cm e raggio esterno 5.00 cm è concentrico con la sfera e ha una carica totale di $-4.00 \mu\text{C}$. Trovare il campo elettrico ad una distanza dal centro di questa distribuzione di cariche di (a) $r = 1.00 \text{ cm}$, (b) $r = 3.00 \text{ cm}$, (c) $r = 4.50 \text{ cm}$, e (d) $r = 7.00 \text{ cm}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Perché la seguente situazione è impossibile? Una sfera piena di rame di raggio 15.0 cm è in equilibrio elettrostatico ed ha una carica di 40.0 nC. La Figura P19.56 mostra il modulo del campo elettrico in funzione della distanza radiale r dal centro della sfera.

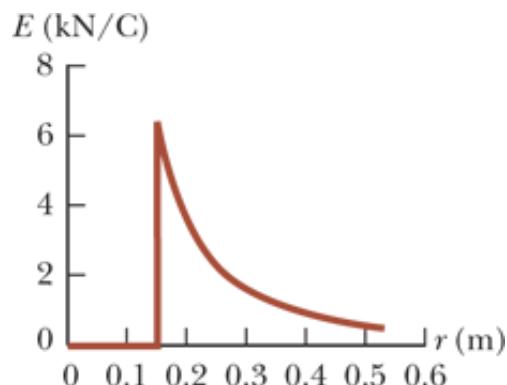


FIGURA P19.56

57. Una lunga sbarretta metallica dritta ha un raggio di 5.00 cm e una carica per unità di lunghezza di 30.0 nC/m . Trovare il campo elettrico a una distanza dall'asse della sbarretta di (a) 3.00 cm, (b) 10.0 cm, (c) 100 cm, dove le distanze sono misurate perpendicolarmente all'asse della sbarretta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Un piano di alluminio molto grande e sottile di area A posiede una carica totale Q distribuita uniformemente sulla sua superficie. Supponendo che la stessa carica fosse distribuita uniformemente sulla superficie superiore di un piano di vetro altrimenti identico, confrontare i campi elettrici appena sopra al centro della superficie superiore di ciascun piano.

59. Una sottile piastra conduttrice quadrata di lato 50.0 cm giace su una faccia sul piano xy . Una carica totale di $4.00 \times 10^{-8} \text{ C}$ è posta sulla piastra. Trovare (a) la densità di carica su ciascuna faccia della piastra, (b) il campo elettrico appena sopra la piastra, e (c) il campo elettrico appena sotto la piastra. Si può assumere che la densità di carica sia uniforme.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Un lungo filo dritto è circondato da un cilindro cavo il cui asse coincide con quello del filo. Il filo ha una densità di carica lineare λ , e il cilindro ha una carica totale per unità di lunghezza 2λ . Da queste informazioni, utilizzando il teorema di Gauss, trovare (a) la carica per unità di lunghezza sulla superficie interna del cilindro, (b) la carica per unità di lunghezza sulla superficie esterna del cilindro, e (c) il campo elettrico fuori dal cilindro ad una distanza r dall'asse.

61. Un piano quadrato di rame di 50.0 cm di lato ha una carica totale nulla e viene posto in una regione di campo elettrico uniforme di 80.0 kN/C diretto perpendicolarmente rispetto al piano. Trovare (a) la densità di carica su ciascuna faccia del piano e (b) la carica totale su ciascuna faccia.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 19.12 Collegamento al contesto: il campo elettrico atmosferico

62. Problema di ricapitolazione. In condizioni di bel tempo, il campo elettrico nell'aria in una zona particolare appena sopra la superficie terrestre è di 120 N/C diretto verso il basso. (a) Qual è la densità superficiale di carica al suolo? È positiva o negativa? (b) Supponiamo che la densità superficiale di carica sia uniforme su tutta la superficie terrestre. Qual è allora la carica totale sulla superficie della Terra? (c) Supponiamo che la Luna abbia una carica che è il

27.3% di quella della Terra, con lo stesso segno. Trovare la forza elettrica che la Terra esercita sulla Luna. (d) Indicare come la risposta alla parte (e) si confronta con la forza gravitazionale che la Terra esercita sulla Luna.

63. Nell'aria, in una particolare regione ad un'altezza di 500 m sopra il suolo, il campo elettrico è 120 N/C diretto verso il basso. A 600 m sopra il suolo, il campo elettrico è 100 N/C verso il basso. Quant'è la densità di carica media per volume nello strato di aria tra queste due altezze? È positiva o negativa?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

64. Un filo infinitamente lungo ha una densità lineare di carica λ e sta ad una distanza d dal punto O come mostrato in Figura P19.64. Determinare il flusso elettrico totale attraverso la superficie sferica di raggio R centrata in O dovuto a questa distribuzione di carica. Considerare i due casi, con (a) $R < d$ e (b) $R > d$.

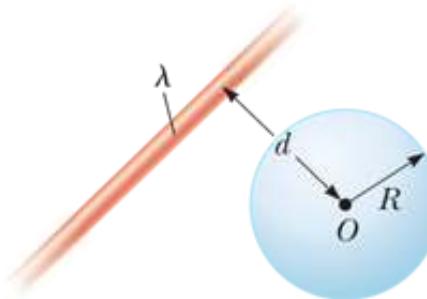


FIGURA P19.64

65. Quattro cariche puntiformi identiche ($q = +10.0 \mu\text{C}$) sono poste sui vertici di un rettangolo come mostrato in Figura P19.65. Le dimensioni del rettangolo sono $L = 60.0 \text{ cm}$ e $W = 15.0 \text{ cm}$. Calcolare (a) il modulo e (b) la direzione ed il verso della forza elettrica totale esercitata sulla carica posta nello spigolo in basso a sinistra dalle altre tre cariche.

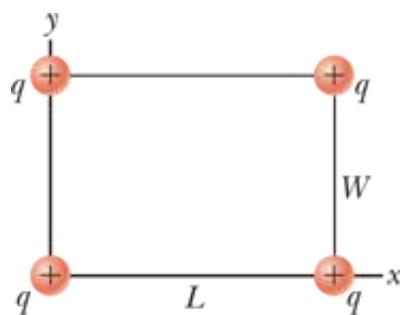


FIGURA P19.65

VISUALIZZA SOLUZIONE

66. Due cariche puntiformi $q_A = -12.0 \mu\text{C}$ e $q_B = 45.0 \mu\text{C}$ e una terza carica q_C di valore ignoto sono poste sull'asse delle x. La carica q_A è posta nell'origine, e q_B è in $x = 15.0 \text{ cm}$. Bisogna posizionare la terza carica in modo tale che ogni carica sia in equilibrio sotto l'azione delle forze esercitate dalle altre due cariche. (a) La situazione è possibile? Se è così, possono esserci più soluzioni? Spiegare. Trovare (b) la posizione richiesta e (c) il modulo e il segno della carica q_C .

67. Una pallina di plastica di massa 2.00 g è sospesa con un filo lungo 20.0 cm in un campo elettrico uniforme come mostrato in Figura P19.67. Se la pallina è in equilibrio quando il filo forma un angolo di 15.0° con la verticale, qual è la carica della pallina?

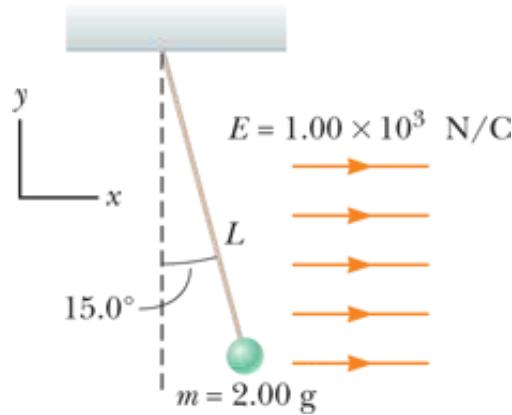


FIGURA P19.67

VISUALIZZA SOLUZIONE

68. Perché la seguente situazione è impossibile? Un elettrone entra in una regione di campo elettrico uniforme tra due piani paralleli. I piani sono usati in un tubo a raggi catodici per aggiustare la posizione di un fascio di elettroni su uno schermo fluorescente posto ad una certa distanza. Il modulo del campo elettrico tra i due piani è 200 N/C . I piani sono lunghi 0.200 m e sono separati da una distanza di 1.50 cm . L'elettrone entra nella regione con una velocità di $3.00 \times 10^6 \text{ m/s}$, viaggiando parallelamente ai piani nel la direzione della loro lunghezza. Esce dalla regione puntando alla corretta posizione sullo schermo fluorescente.

69. Problema di ricalco pitologico. Due blocchi identici sono posizionati su un piano orizzontale liscio e sono collegati tra di loro da una molla di massa trascurabile con costante elastica $k = 100 \text{ N/m}$ e una lunghezza a riposo $L_i = 0.400 \text{ m}$ come mostrato in Figura P19.69a. Una carica Q viene depositata lentamente su ciascun blocco, in modo tale da far allungare la molla fino ad una lunghezza $L = 0.500 \text{ m}$ nella condizione di equilibrio come mostrato in Figura P19.69b. Determinare la carica Q trattando i blocchi come cariche puntiformi.

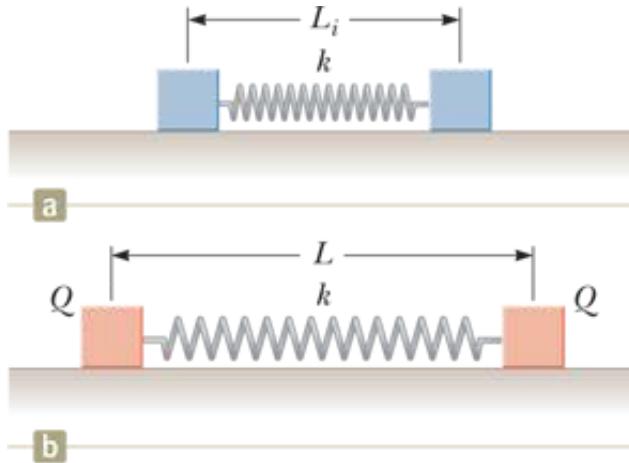


FIGURA P19.69 PROBLEMI 69 E 70.

VISUALIZZA SOLUZIONE

70. Problema di recapitolazione. Due blocchi identici sono posizionati su un piano orizzontale privo di attrito e sono collegati da una molla di massa trascurabile con costante elastica k e lunghezza a riposo L_i come mostrato in Figura P19.69a. Una carica Q viene posta lentamente su ciascun blocco facendo allungare la molla fino ad una lunghezza L nella condizione di equilibrio come mostrato nella Figura P19.69b. Determinare il valore di Q , trattando i blocchi come cariche puntiformi.

71. Un filo uniformemente carico con densità lineare di 35.0 nC/m sta sulla retta $y = -15.0 \text{ cm}$ tra i punti di coordinate $x = 0$ e $x = 40.0 \text{ cm}$. Determinare il campo elettrico generato nell'origine.

VISUALIZZA SOLUZIONE

72. Due piccole sfere di massa m sono sospese con dei fili di lunghezza ℓ fissati ad uno stesso punto. Una sfera ha carica Q e l'altra ha carica $2Q$. I fili formano angoli θ_1 e θ_2 con la verticale. (a) Spiegare come sono tra di loro θ_1 e θ_2 . (b) Supponiamo che θ_1 e θ_2 siano piccoli. Dimostrare che la distanza r tra le sfere è circa

$$r \approx \left(\frac{4k_e Q^2 \ell}{mg} \right)^{1/3}$$

73. Due superfici piane caricate, infinite e non conduttrici sono tra di loro parallele come mostrato in Figura P19.73. La superficie sulla sinistra ha una densità di carica superficiale uniforme σ , e quella a destra ha una densità superficiale uniforme $-\sigma$. Calcolare il campo elettrico nei punti (a) a sinistra, (b) in mezzo ad esse, e (c) a destra di esse. (d) **E se?** Trovare i campi elettrici in tutte e tre le regioni se entrambe le superfici hanno una densità superficiale di carica *positiva* uniforme di valore σ .

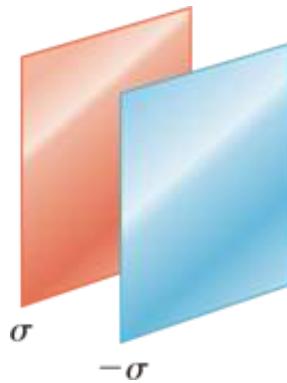


FIGURA P19.73

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 74.** Si consideri la distribuzione di carica mostrata in Figura P19.74. (a) Di mostrare che il modulo del campo elettrico al centro di ogni faccia del cubo ha un valore di $2.18 k_e q/s^2$. (b) Qual è la direzione e il verso del campo elettrico al centro della faccia superiore del cubo?

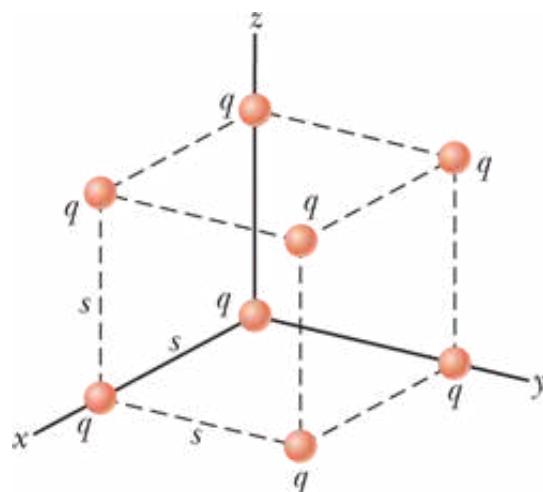


FIGURA P19.74

- 75.** Una sfera piena, isolante di raggio a ha una densità di volume di carica uniforme e una carica totale Q . Concentrica con questa sfera c'è una sfera cava conduttrice non carica i cui raggi, interno ed esterno, sono rispettivamente b e c come mostrato in Figura P19.75. Vogliamo capire completamente come si comportano le cariche e i campi elettrici in ogni punto. (a) Determinare la carica contenuta in una sfera di raggio $r < a$. (b) Da questo valore, determinare il modulo del campo elettrico per $r < a$. (c) Che carica è contenuta in una sfera di raggio r quando $a < r < b$? (d) Da questo valore, determinare il modulo del campo elettrico per $a < r < b$.

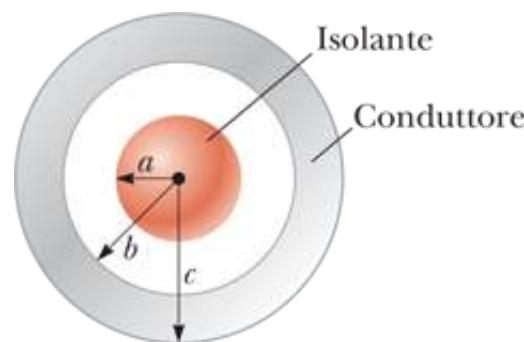


FIGURA P19.75

(e) Adesso consideriamo r quando $b < r < c$. Qual è il modulo del campo elettrico per questo intervallo di valori di r ? (f) Da questo valore, quale deve essere la carica sulla superficie interna della sfera cava? (g) Dal punto (f), quale deve essere la carica sulla superficie esterna della sfera cava? (h) Si considerino le tre superfici sferiche di raggio a , b e c . Quali di queste superfici ha in modulo la maggior densità di carica superficiale?

VISUALIZZA SOLUZIONE

76. Problema di ricapitolazione. Una particella carica negativamente $-q$ è posta al centro di un anello carico uniformemente, dove l'anello ha una carica totale positiva Q come mostrato nella Figura P19.76. La particella, costretta a muoversi lungo l'asse x , viene spostata di una piccola distanza x lungo l'asse (con $x \ll a$) e lasciata libera di muoversi. Dimostrare che la particella oscilla di moto armonico semplice con una frequenza data da

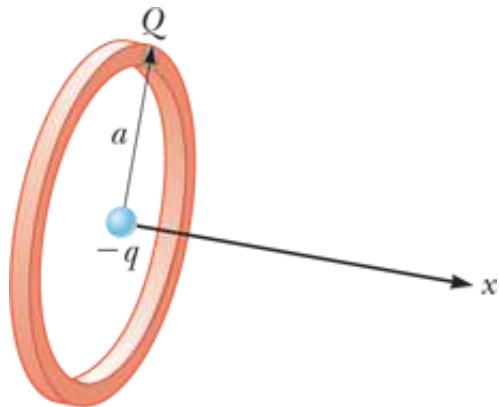


FIGURA P19.76

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k_e q Q}{m a^3} \right)^{1/2}$$

77. Ines sta preparando le decorazioni per la festa di compleanno di sua sorella. Lega assieme tre leggeri nastri di seta sulla cima del cancello e a ciascun nastro appende un palloncino di gomma (Fig. P19.77). Per includere gli effetti della forza di peso e di galleggiamento, ogni palloncino può essere schematizzato come una particella di massa 2.00 g, con il centro a 50.0 cm dal punto di sostegno. Ines strofina tutta la superficie di ogni palloncino con la sua sciarpa di lana, facendo in modo che i palloncini rimangano appesi separatamente con uno spazio tra ognuno di essi. Guardando direttamente dal basso verso l'alto, Ines nota che i centri dei tre palloncini appesi formano un triangolo equilatero orizzontale di lato 30.0 cm. Qual è la carica comune presente su ciascun palloncino?



FIGURA P19.77

VISUALIZZA SOLUZIONE

78. Una sfera di raggio $2a$ è fatta con un materiale non conduttore che ha una densità di carica volumica uniforme ρ (si assuma che il materiale non influenzi il campo elettrico). Una cavità sferica di raggio a viene rimossa dalla sfera come mostrato in Figura P19.78. Dimostrare che il campo elettrico all'interno della cavità è uniforme ed è dato da $E_x = 0$ e $E_y = \rho a / 3\epsilon_0$. Suggerimento: il campo all'interno della cavità è la sovrapposizione del campo generato dalla sfera originale più il campo generato da una sfera delle dimensioni della cavità con una densità di carica volumica negativa $-\rho$.

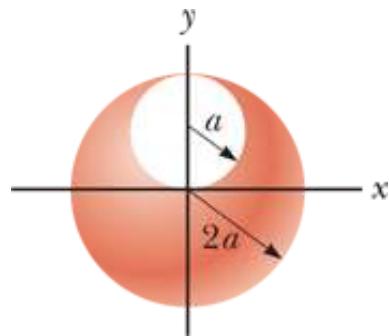


FIGURA P19.78

Potenziale elettrico e

capacità

QUESTO DISPOSITIVO È UN CONDENSATORE VARIABILE, USATO PER SINTONIZZARE LE RADIO SU UNA STAZIONE. QUANDO UN GRUPPO DI PLACCHE METALLICHE RUOTA TRAMITE UN ASSE RISPETTO AL GRUPPO DI PLACCHE FISSE, LA CAPACITÀ DEL DISPOSITIVO VARIA. LA CAPACITÀ È UN PARAMETRO CHE DIPENDE DAL POTENZIALE ELETTRICO, L'ARGOMENTO PRINCIPALE DI QUESTO CAPITOLO.



© Cengage Learning/George Semple

Il concetto di energia potenziale è stato introdotto nel Capitolo 6 in relazione alle forze conservative, quali la forza di gravità e la forza elastica di una molla. Usando il principio di conservazione dell'energia meccanica in un sistema isolato, spesso possiamo evitare di lavorare direttamente con le forze nella soluzione di vari problemi meccanici. In questo capitolo, useremo il concetto di energia nello studio dell'elettricità. Poiché la forza elettrostatica (data dalla legge di Coulomb) è conservativa, i fenomeni elettrostatici possono essere convenientemente descritti in termini di una funzione energia potenziale elettrica. Questa idea ci permette di definire una quantità, chiamata potenziale elettrico, che è una grandezza scalare e che quindi ci fornisce strumenti per descrivere alcuni fenomeni elettrostatici più semplici del campo elettrico. Come vedremo nei capitoli seguenti, il concetto di potenziale elettrico è di grande valore pratico in molte applicazioni.

Questo capitolo riguarda anche le proprietà dei condensatori, dispositivi atti a immagazzinare cariche. La proprietà dei condensatori di accumulare cariche è misurata dalla loro capacità. I condensatori sono usati in molte applicazioni comuni: per sintonizzare la frequenza di ricevitori radio, come filtri negli alimentatori, e come accumulatori di energia per i flash elettronici.

20.1

Potenziale elettrico e differenza di potenziale

Quando una carica puntiforme, q_0 , è immersa in un campo elettrostatico \vec{E} generato da qualche distribuzione di cariche sorgente, la forza elettrica che agisce sulla carica di prova è $q_0\vec{E}$. La forza $\vec{F}_e = q_0\vec{E}$ è conservativa perché la forza tra le cariche elettriche descritta dalla legge di Coulomb è conservativa. Quando la carica di prova viene spostata nel campo a velocità costante da qualche agente esterno, il lavoro fatto dal campo sulla carica è opposto al lavoro fatto dall'agente esterno che causa lo spostamento. Questa situazione è simile a quella che si ha alzando un corpo dotato di massa nel campo gravitazionale: il lavoro fatto dall'agente esterno è uguale a mgh , e il lavoro fatto dal campo gravitazionale è $-mgh$.

Quando si analizzano i campi elettrico e magnetico, è pratica comune utilizzare la notazione $d\vec{s}$ per rappresentare un vettore spostamento infinitesimo con direzione tangente alla traiettoria nello spazio. Questa traiettoria può essere dritta o curva, e un integrale calcolato lungo questa traiettoria è chiamato *integrale di percorso* o *integrale di linea* (i due termini sono sinonimi).

Per uno spostamento infinitesimo $d\vec{s}$ di una carica puntiforme q_0 in un campo elettrico, il lavoro fatto nel sistema carica-campo dal campo elettrico sulla carica è $w_{\text{int}} = \vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q_0\vec{E} \cdot d\vec{s}$. Dal momento che questo lavoro viene fatto dal campo, l'energia potenziale del sistema carica-campo è cambiata di una quantità $dU = w_{\text{int}} = -q_0\vec{E} \cdot d\vec{s}$. Per uno spostamento finito della carica dal punto **A** al punto **B**, la variazione in energia potenziale del sistema $\Delta U = U_B - U_A$ è

VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA DI UN SISTEMA CARICA-CAMPO

$$\Delta U = -q_0 \int_{(A)}^{(B)} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad 20.1 \blacktriangleleft$$

L'integrale è eseguito lungo il cammino che la particella segue muovendosi da **A** a **B**. Poiché la forza $q_0\vec{E}$ è conservativa, questo integrale di linea non dipende dal cammino seguito per andare da **A** a **B**.

Per una data posizione della carica di prova nel campo, il sistema carica-campo ha un'energia potenziale U relativa alla configurazione del sistema per cui è definito $U = 0$. Dividendo l'energia potenziale per la carica di prova otteniamo una grandezza fisica che dipende solo dalla distribuzione delle cariche sorgenti e ha un valore in ogni punto del campo elettrico. Questa grandezza è chiamata **il potenziale elettrico** (o semplicemente **potenziale**) V :

$$V = \frac{U}{q_0} \quad 20.2 \blacktriangleleft$$

Poiché l'energia potenziale è una grandezza scalare, il potenziale è pure una grandezza scalare.

Come descritto dall'Equazione 20.1, se una carica di prova viene spostata tra due posizioni **A** e **B** in un campo elettrico, il sistema carica-campo risente di una variazione di energia potenziale. La **differenza di potenziale** $\Delta V = V_B - V_A$ tra due punti **A** e **B** in un campo elettrico è definita come la variazione di energia potenziale del sistema quando una carica di prova q_0 viene spostata tra i punti, divisa per la carica di prova:

Prevenire le insidie | 20.1 Potenziale ed energia potenziale

Il **potenziale** è una caratteristica soltanto del campo, indipendente dalla carica di prova che può essere posta nel campo. L'**energia potenziale** si riferisce a una caratteristica del sistema carica-campo dovuta a una interazione fra il campo e la particella carica posta nel campo.

DIFFERENZA DI POTENZIALE TRA DUE PUNTI

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

20.3 ◀

In questa definizione, lo spostamento infinitesimo ds è interpretato come lo spostamento tra due punti nello spazio piuttosto che lo spostamento di una carica puntiforme come nell'Equazione 20.1.

Come per l'energia potenziale, solo le *variazioni* del potenziale elettrico sono significative. Spesso fissiamo il valore del potenziale elettrico a zero in qualche punto conveniente nel campo elettrico.

La differenza di potenziale non deve essere confusa con la differenza di energia potenziale. La differenza di potenziale fra i punti **A** e **B** esiste solo a causa di una carica sorgente e dipende dalla distribuzione delle cariche sorgenti (si consideri i punti **A** e **B** senza la presenza della carica di prova). Perché ci sia una energia potenziale, dobbiamo avere un *sistema* di due o più cariche. L'energia potenziale è del sistema e cambia solo se una carica si sposta rispetto alle altre.

Se un agente esterno sposta una carica di prova da **A** a **B** senza modificarne l'energia cinetica, l'agente compie un lavoro che cambia l'energia potenziale del sistema: $W = \Delta U$. Immaginiamo che una carica arbitraria q sia posta in un campo elettrico. Dall'Equazione 20.3, il lavoro fatto dall'agente esterno nello spostare la carica q attraverso il campo elettrico con velocità costante è:

$$W = q \Delta V$$

20.4 ◀

Poiché il potenziale è una misura dell'energia potenziale per unità di carica, l'unità di misura del potenziale elettrico e della differenza di potenziale nel sistema SI è joule su coulomb chiamato **volt** (V):

$$1 \text{ V} \equiv 1 \text{ J/C}$$

Cioè, si deve fare un lavoro di 1 J per spostare una carica di 1 C attraverso una differenza di potenziale di 1 V.

L'Equazione 20.3 mostra che la differenza di potenziale ha anche come unità di misura quella del campo elettrico moltiplicato per una distanza. Da ciò segue che l'unità di misura nel sistema SI del campo elettrico, (N/C), si può anche esprimere come volt su metro:

$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

Prevenire le insidie | 20.2 Voltaggio

Si usano una varietà di locuzioni per descrivere la differenza di potenziale fra due punti, la più comune delle quali è **voltaggio** (o tensione), che proviene dall'unità di misura usata per il potenziale. Un voltaggio *applicato* a un dispositivo, come un televisore, o *attraverso* un dispositivo ha lo stesso significato di differenza di potenziale ai capi del dispositivo. Nonostante il linguaggio comune, il voltaggio *non* è qualcosa che si muove *attraverso* un dispositivo.

Quindi, il campo elettrico si può interpretare come la rapidità di cambiamento del potenziale elettrico con la posizione.

Come abbiamo appreso nel Paragrafo 9.7, un'unità d'energia comunemente usata in fisica è l'**elettronvolt** (eV), che è definito come l'energia che il sistema carica-campo guadagna o perde quando una carica di modulo e (cioè un elettrone o un protone) viene spostata attraverso una differenza di potenziale di 1 V. Poiché $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ e la carica fondamentale è uguale a $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$, l'elettronvolt e il joule sono collegati dalla seguente relazione:

Prevenire le insidie | 20.3 L'elettronvolt

L'elettronvolt è un'unità di misura dell'*energia*, NON del potenziale. L'energia di ogni sistema si può dare in eV, ma questa unità è più conveniente per descrivere l'emissione e l'assorbimento di luce visibile da parte degli atomi. Le energie di processi nucleari sono spesso espresse in MeV.

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

20.5 ◀

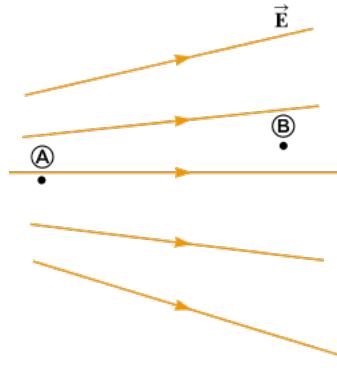


FIGURA 20.1 (Quiz rapido) Due punti in un campo elettrico.

Per esempio, un elettrone di un fascio di una macchina per raggi X per dentisti può avere una velocità di 1.4×10^8 m/s. Questa corrisponde ad un'energia cinetica di 1.1×10^{-14} J (utilizzando calcoli relativistici come discusso nel Capitolo 9), che è equivalente a 6.7×10^4 eV. Un tale elettrone, per raggiungere questa velocità, deve essere accelerato, partendo da fermo, per mezzo di una differenza di potenziale di 67 kV.

QUIZ RAPIDO 20.1

Nella Figura 20.1, due punti **A** e **B** sono posti in una regione in cui c'è un campo elettrico. (i) Come descriveresti la differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$? (a) È positiva. (b) È negativa. (c) È nulla. (ii) Una carica negativa è posta in **A** e quindi spostata in **B**. Come descriveresti il cambiamento dell'energia potenziale del sistema carica-campo dovuto a questo processo? Scegli tra le stesse opzioni del punto precedente.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme

Le Equazioni 20.1 e 20.3 sono vere in ogni campo elettrico, sia uniforme sia variabile, ma possono essere semplificate per un campo uniforme. Per prima cosa, si consideri un campo elettrico uniforme diretto nel verso negativo dell'asse y come mostrato nella Figura 20.2a. Calcoliamo la differenza di potenziale tra i due punti **A** e **B** separati da una distanza d , dove lo spostamento \vec{s} punta da **A** verso **B** ed è parallelo alle linee di campo. L'Equazione 20.3 dà

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = \Delta V = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} E ds (\cos 0^\circ) = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} E ds$$

DIFFERENZA DI POTENZIALE TRA DUE PUNTI IN UN CAMPO ELETTRICO UNIFORME

Poiché E è costante, può essere portato fuori dal segno di integrale, ottenendo:

$$\Delta V = -E \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} ds = -Ed \quad \text{20.6} \blacktriangleleft$$

Il segno meno indica che il potenziale elettrico nel punto **B** è minore che nel punto **A**; cioè $V_B < V_A$. Le linee di campo elettrico sono *sempre* puntate nella direzione e nel verso di un potenziale elettrico decrescente come mostrato nella Figura 20.2a.

Supponiamo, ora, che una carica di prova q_0 si muova da **A** a **B**. Possiamo calcolare la variazione dell'energia potenziale elettrica del sistema carica-campo dalle Equazioni 20.3 e 20.6:

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 Ed \quad \text{20.7} \blacktriangleleft$$

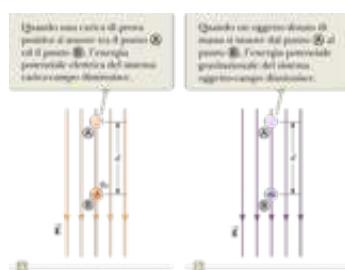


FIGURA 20.2 (a) Quando il campo elettrico \vec{E} è diretto verso il basso, il punto **B** si trova ad un potenziale elettrico minore di quello del punto **A**. (b) Un oggetto di massa m che si muove verso il basso in un campo gravitazionale \vec{g} .

Questo risultato mostra che se q_0 è positiva, ΔU è negativa. Quindi, in un sistema costituito da una carica positiva e da un campo elettrico, l'energia potenziale elettrica del sistema carica-campo diminuisce quando la carica si muove nel verso del campo. In modo equivalente, un campo elettrico compie lavoro su una carica positiva quando la carica si muove nel verso del campo elettrico. Questo è analogo al lavoro fatto dal campo gravitazionale su un corpo che cade come mostrato nella Figura 20.2b. Se una particella di carica positiva q_0 è abbandonata in quiete nel campo elettrico, essa subisce una forza elettrica $q_0 \vec{E}$ nella direzione e verso di \vec{E} (verso il basso in Fig. 20.2a). Perciò, essa accelera verso il basso, guadagnando energia cinetica. Poiché la particella carica guadagna energia cinetica, l'energia potenziale del sistema carica-campo diminuisce di una uguale quantità. Questa equivalenza non dovrebbe essere sorprendente; è semplicemente la conservazione dell'energia meccanica in un sistema isolato come introdotto nel Capitolo 7.

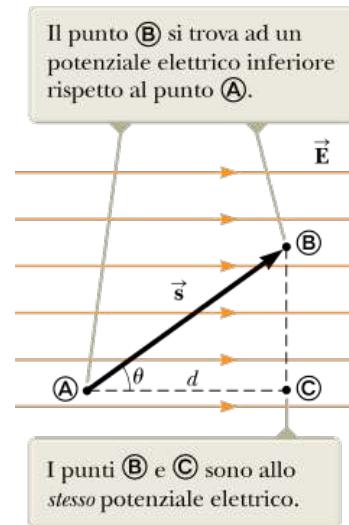


FIGURA 20.3 Un campo elettrico uniforme orientato nel verso positivo dell'asse delle x.

Il confronto tra un sistema costituito da un campo elettrico con una carica positiva e un campo gravitazionale con una massa nella Figura 20.2 è utile per schematizzare il comportamento elettrico. Il caso elettrico, tuttavia, ha una caratteristica che il caso gravitazionale non ha: la carica può essere negativa. Se q_0 è negativa, allora ΔU nell'Equazione 20.7 è positiva e la situazione è rovesciata. Un sistema costituito da una carica negativa e da un campo elettrico guadagna energia potenziale elettrica quando la carica si muove nel verso del campo. Se una particella carica negativamente è lasciata in quiete nel campo, essa viene accelerata in verso opposto a quello del campo elettrico. Perché la carica negativa si muova nel verso del campo elettrico, un agente esterno deve applicare una forza e compiere lavoro positivo sulla carica.

Consideriamo ora il caso più generale di una particella carica che si muove fra due punti **A** e **B** in un campo elettrico uniforme in modo tale che lo spostamento \mathbf{s} *non* sia parallelo alle linee di campo come mostrato in Figura 20.3. L'Equazione 20.3 dà:

VARIAZIONE DEL POTENZIALE TRA DUE PUNTI IN UN CAMPO ELETTRICO UNIFORME

$$\Delta V = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \vec{E} \cdot \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} d\vec{s} = - \vec{E} \cdot \vec{s} \quad 20.8 \blacktriangleleft$$

dove ancora E è stato portato fuori dal segno di integrale perché è costante. La variazione di energia potenziale del sistema carica-campo è

$$\Delta U = q_0 \Delta V = - q_0 \vec{E} \cdot \vec{s} \quad 20.9 \blacktriangleleft$$

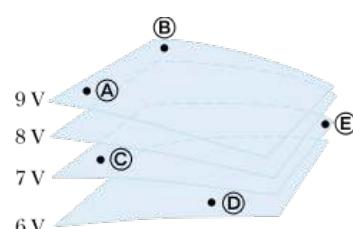


FIGURA 20.4 (Esempio 20.1) Una batteria di 12 V collegata a due piastre parallele. Il campo elettrico tra le piastre ha un modulo dato dalla differenza di potenziale ΔV divisa per la separazione tra le piastre d .

Infine, dall'Equazione 20.8 concludiamo che tutti i punti in un piano perpendicolare ad un campo elettrico uniforme si trovano allo stesso potenziale elettrico. Possiamo vedere ciò in Figura 20.3, dove la differenza di potenziale $V_B - V_A$ è uguale alla differenza di potenziale $V_C - V_A$. (Potete provare questo eseguendo i due prodotti scalari per $\vec{E} \cdot \vec{s}$: uno per $\vec{s}_{A \rightarrow B}$, dove

l'angolo θ tra E e s è arbitrario come mostrato nella Figura 20.3, e uno per $s_{A \rightarrow C}$, dove $\theta = 0$) Quindi $V_B = V_C$. Viene dato il nome di **superficie equipotenziale** a una qualunque superficie costituita da un insieme di punti che hanno lo stesso potenziale elettrico. Le superfici equipotenziali di un campo elettrico uniforme sono costituite da una famiglia di piani paralleli tra di loro tutti perpendicolari al campo. Le superfici equipotenziali per campi con simmetrie diverse saranno descritte nei paragrafi successivi.

QUIZ RAPIDO 20.2

I punti etichettati in Figura 20.4 stanno su una serie di superfici equipotenziali associate ad un campo elettrico. Ordinare (dal maggiore al minore) il lavoro fatto dal campo elettrico su una carica positiva per spostarla da **A** a **B**, da **B** a **C**, da **C** a **D**, e da **D** a **E**.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 20.1 | Campo fra due piastre piane e parallele con carica opposta

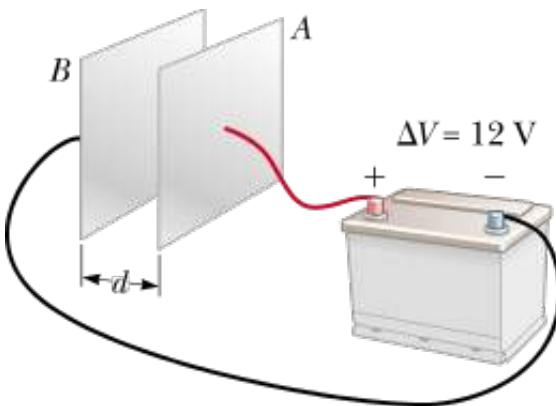


FIGURA 20.5 (Esempio 20.1) Una batteria di 12 V collegata a due piastre parallele. Il campo elettrico tra le piastre ha un modulo dato dalla differenza di potenziale ΔV divisa per la separazione tra le piastre d .

Una batteria ha una differenza di potenziale definita ΔV tra i suoi terminali e instaura questa stessa differenza di potenziale tra due conduttori collegati ai terminali. Una batteria di 12 V è collegata a due piastre parallele come in Figura 20.5. La separazione fra le piastre è $d = 0.30$ cm, e il campo elettrico tra le piastre è supposto uniforme (questa ipotesi è ragionevole se la distanza fra le piastre è piccola rispetto alle dimensioni delle piastre e se escludiamo punti vicini ai bordi). Determinare il modulo del campo elettrico fra le piastre.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 20.2 | Moto di un protone in un campo elettrico uniforme

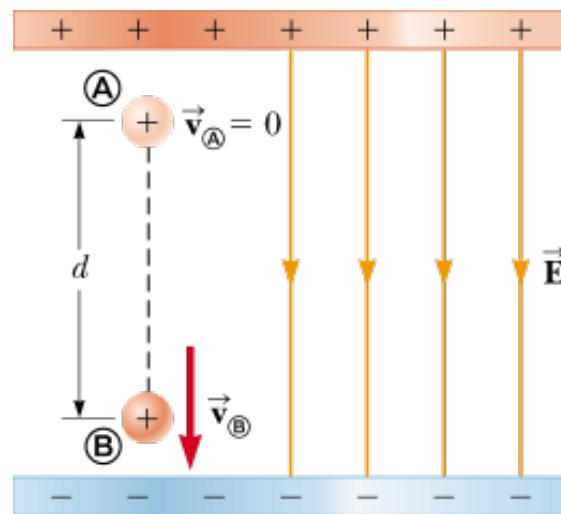


FIGURA 20.6 (Esempio 20.2) Un protone accelera da **A** a **B** nel verso del campo elettrico.

Un protone viene lasciato in quiete nel punto **A** in un campo elettrico uniforme di modulo $8.0 \times 10^4 \text{ V/m}$ (Fig. 20.6). Il protone subisce uno spostamento $d = 0.50 \text{ m}$ verso il punto **B** nella direzione e nel verso di \vec{E} . Determinare la velocità del protone al termine di questo spostamento.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20.3

Potenziale elettrico ed energia di cariche puntiformi

Come discusso nel Paragrafo 19.6, una carica puntiforme isolata q produce un campo elettrico radiale uscente dalla carica. Per calcolare il potenziale elettrico in un punto alla distanza r dalla carica, partiamo dall'espressione generale della differenza di potenziale,

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

dove **A** e **B** sono due punti arbitrari mostrati in Figura 20.7. In ogni punto dello spazio, il campo elettrico dovuto ad una carica puntiforme è $\vec{E} = (k_e q/r^2) \hat{r}$ (Eq. 19.5), dove \hat{r} è il versore uscente dalla carica puntiforme. La grandezza $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ si può esprimere come

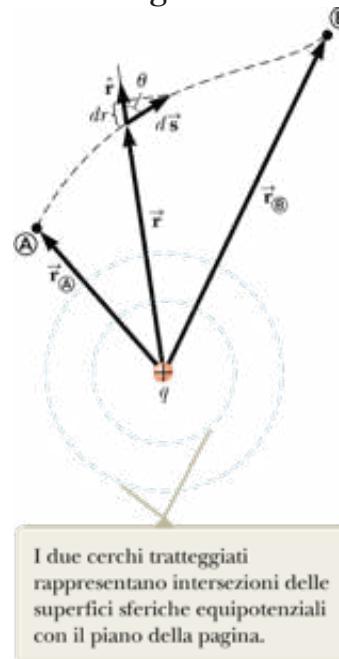


FIGURA 20.7 La differenza di potenziale tra i punti **A** e **B** dovuta a una carica puntiforme q dipende solo dalle coordinate radiali iniziale e finale r_A e r_B .

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s}$$

Poiché il modulo di \hat{r} è 1, il prodotto scalare $\hat{r} \cdot d\vec{s} = ds \cos \theta$, dove θ è l'angolo formato tra \hat{r} e $d\vec{s}$. Inoltre, $ds \cos \theta$ è la proiezione di $d\vec{s}$ lungo \hat{r} , cosicché $ds \cos \theta = dr$. Cioè, ogni spostamento ds lungo il percorso dal punto **A** al punto **B** produce una variazione dr nel modulo di r , il vettore che definisce la posizione del punto considerato rispetto alla carica che genera il campo. Con queste sostituzioni si trova che $\vec{E} \cdot d\vec{s} = (k_e q/r^2) dr$; quindi, l'espressione della differenza di potenziale diventa:

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = -k_e q \int_{r_{\textcircled{A}}}^{r_{\textcircled{B}}} \frac{dr}{r^2} = k_e \frac{q}{r} \Big|_{r_{\textcircled{A}}}^{r_{\textcircled{B}}}$$

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = k_e q \left[\frac{1}{r_{\textcircled{B}}} - \frac{1}{r_{\textcircled{A}}} \right]$$

20.10◀

L'Equazione 20.10 ci mostra che l'integrale di linea di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ è indipendente dal cammino percorso da **A** a **B**. Moltiplicando per una carica q_0 che si muove tra i punti **A** e **B**, vediamo che anche l'integrale di $q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$ è indipendente dal cammino. Questo ultimo integrale, che è il lavoro fatto dalla forza elettrica sulla carica q_0 , mostra che la forza elettrica è conservativa (vedere Paragrafo 6.7). Definiamo **campo conservativo** un campo collegato ad una forza conservativa. Quindi, l'Equazione 20.10 ci dice che il campo elettrico di una carica puntiforme q fissa è conservativo.

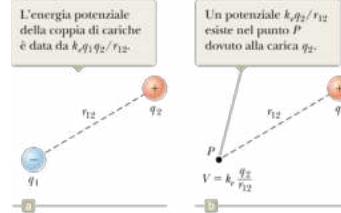


FIGURA 20.8 (a) Due cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} . (b) La carica q_1 è stata rimossa.

Inoltre, l'Equazione 20.10 esprime l'importante risultato che la differenza di potenziale fra due punti qualsiasi **A** e **B** in un campo generato da una carica puntiforme dipende soltanto dalle coordinate radiali r_A ed r_B . Per convenzione si sceglie come riferimento per il potenziale elettrico di una carica puntiforme $V = 0$ per $r_A = \infty$. Con questa scelta, il potenziale elettrico dovuto a una carica puntiforme in un punto a distanza r dalla carica è dato da:

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

20.11◀

Otteniamo il potenziale elettrico generato da due o più cariche puntiformi applicando il principio di sovrapposizione. Ovvero, il potenziale elettrico totale in un certo punto P dovuto a più cariche puntiformi è la somma dei potenziali dovuti alle singole cariche. Per un sistema di cariche, possiamo scrivere il potenziale totale in P nella forma

POTENZIALE ELETTRICO GENERATO DA PIÙ CARICHE PUNTIFORMI

$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

20.12◀

assumendo il potenziale ancora nullo all'infinito e dove r_i è la distanza del punto P dalla carica q_i . Si noti che la somma nell'Equazione 20.12 è una somma algebrica di scalari e non una somma vettoriale (che invece è usata per calcolare il campo elettrico generato da un sistema di cariche, come nell'Eq. 19.6). Quindi, spesso è più facile calcolare V che calcolare \vec{E} .

¹L'espressione dell'energia potenziale elettrica di un sistema composto da due cariche puntiformi, Equazione 20.13, ha la stessa forma dell'equazione per l'energia potenziale gravitazionale di un sistema fatto di due masse puntiformi, $-Gm_1m_2/r$ (vedere Capitolo 11). Questa somiglianza non deve stupirci considerando che entrambe le espressioni sono derivate da una forza che va come l'inverso del quadrato della distanza.

Prevenire le insidie | 20.4 Attenzione alle equazioni simili

Consideriamo, ora l'energia potenziale elettrica di un sistema di due particelle cariche. Se V_2 è il potenziale elettrico dovuto alla carica q_2 in un punto P , il lavoro necessario per portare una seconda carica q_1 dall'infinito in P senza accelerazione è dato da $q_1 V_2$. Questo lavoro rappresenta un trasferimento di energia nel sistema, e tale energia appare nel sistema come energia potenziale U quando le particelle sono separate da una distanza r_{12} (Fig. 20.8a). Quindi, si può esprimere l'energia potenziale di una coppia di particelle cariche come¹:

Non confondere l'Equazione 20.11 per il potenziale elettrico di una carica puntiforme con l'Equazione 19.5 per il campo elettrico di una carica puntiforme. Il potenziale è proporzionale a $1/r$, mentre il modulo del campo è proporzionale a $1/r^2$. L'effetto di una carica sullo spazio che la circonda può essere

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

20.13 ◀

Se le cariche sono di segno uguale, U è positiva. Bisogna compiere un lavoro positivo sul sistema per avvicinare le due cariche (perché cariche dello stesso segno si respingono). Se le cariche sono di segno opposto, allora U è negativa. Si deve compiere un lavoro negativo contro la forza attrattiva tra le cariche di segno opposto quando vengono avvicinate; si deve applicare una forza con verso opposto allo spostamento per impedire che la carica q_1 acceleri verso q_2 . In Figura 20.8b è stata rimossa la carica q_1 . Per determinare il potenziale dovuto alla carica q_2 nel punto P , precedentemente occupato dalla carica q_1 possono essere utilizzate le Equazioni 20.2 e 20.13: $V = U/q_1 = k_e q_2/r_{12}$. Questa espressione è coerente con l'Equazione 20.11.

Se il sistema consiste di più di due particelle cariche, l'energia potenziale elettrica totale si può ottenere calcolando U per ogni coppia di cariche e sommando i termini algebricamente. L'energia potenziale elettrica totale di un sistema di cariche puntiformi è uguale al lavoro necessario per portare le cariche, una alla volta, dall'infinito alla loro posizione finale.

descritto in due modi. La carica crea un vettore campo elettrico \vec{E} , il quale è correlato alla forza subita da una carica di prova posta nel campo. Essa crea pure un potenziale scalare V , che è correlato all'energia potenziale del sistema delle due cariche quando una carica di prova è posta nel campo.

QUIZ RAPIDO 20.3

Un pallone sferico contiene nel suo centro un oggetto carico positivamente. (i) Se il pallone viene gonfiato a un volume maggiore mentre l'oggetto carico rimane nel centro, il potenziale elettrico sulla superficie del pallone (a) cresce, (b) decresce o (c) resta costante? (ii) Il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del pallone (a) cresce, (b) decresce o (c) resta costante?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 20.4

In Figura 20.8a, sia q_1 una carica sorgente negativa e q_2 una carica di prova. (i) Se q_2 è inizialmente positiva ed è sostituita da una carica di eguale modulo ma segno opposto, cosa succede al potenziale dovuto a q_1 nella posizione occupata da q_2 ? (a) Cresce. (b) Decresce. (c) Rimane uguale (ii) Quando q_2 positiva viene sostituita da una carica negativa di eguale modulo, cosa succede all'energia potenziale del sistema delle due cariche? Scegliere tra le stesse possibilità del punto precedente.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 20.3 |

Il potenziale di due cariche puntiformi

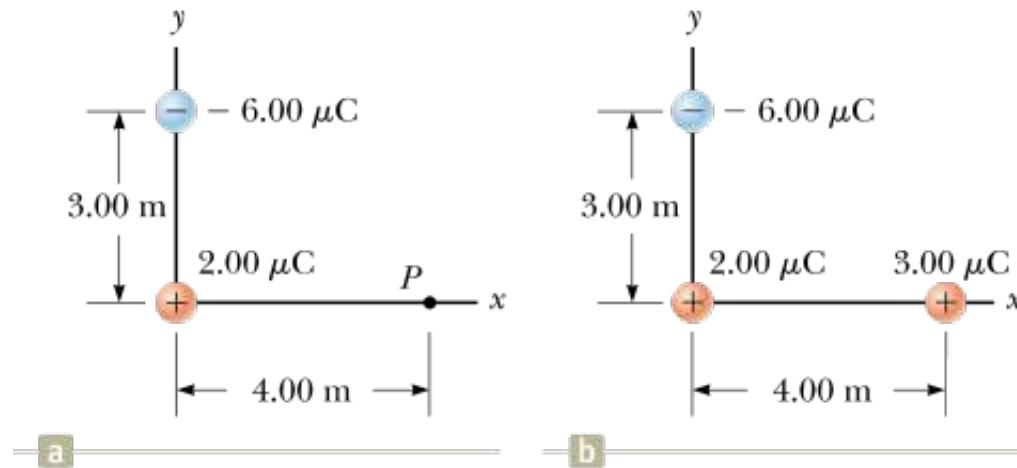


FIGURA 20.9 (Esempio 20.3) (a) Il potenziale elettrico in P dovuto alle due cariche q_1 e q_2 è la somma algebrica dei potenziali generati dalle singole cariche.
 (b) Una terza carica $q_3 = 3.00 \mu\text{C}$ viene portata dall'infinito al punto P.

Come mostrato in Figura 20.9a, una carica $q_1 = 2.00 \mu\text{C}$ è posta nell'origine, e una seconda carica $q_2 = -6.00 \mu\text{C}$ è sull'asse y nella posizione (0, 3.00) m.

(A) Trovare il potenziale elettrico totale dovuto a queste cariche nel punto P , le cui coordinate sono (4.00, 0) m.

E se...? Stai analizzando questo esempio con un compagno e lui dice “Aspetta un momento! Nella parte (B), abbiamo ignorato l'energia potenziale associata alla coppia di cariche q_1 e q_2 !” Come risponderesti?

VISUALIZZA SOLUZIONE

20.4

Ricavare il valore del campo elettrico dal potenziale elettrico

Il campo elettrico \vec{E} e il potenziale V sono legati dall'Equazione 20.3, che mostra come calcolare ΔV se conosciamo il campo elettrico \mathbf{E} . Ora mostriamo come calcolare il campo elettrico se è noto il potenziale in una certa regione dello spazio.

Dall'Equazione 20.3, possiamo esprimere la differenza di potenziale dV fra due punti distanti ds come

$$dV = -\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{s}$$

20.14◀

Se il campo elettrico ha una sola componente E_x , allora $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{s} = E_x dx$. Quindi l'Equazione 20.14 diventa $dV = -E_x dx$, cioè

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

20.15◀

Ossia, la componente x del campo elettrico è uguale alla derivata cambiata di segno del potenziale rispetto alla coordinata x . Affermazioni simili si possono fare relativamente alle componenti y e z . L'Equazione 20.15 è una affermazione matematica che dice che il campo elettrico è una misura della rapidità di cambiamento del potenziale elettrico al variare della posizione come accennato nel Paragrafo 20.1.

Quando una carica di prova subisce uno spostamento ds lungo una superficie equipotenziale, $dV = 0$ perché il potenziale è costante su una superficie equipotenziale.

Dall'Equazione 20.14, possiamo vedere che $dV = -\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{s} = 0$; quindi, $\vec{\mathbf{E}}$ deve essere perpendicolare allo spostamento lungo la superficie equipotenziale. Questo risultato dimostra che le superfici equipotenziali devono sempre essere perpendicolari alle linee del campo elettrico che le attraversano.

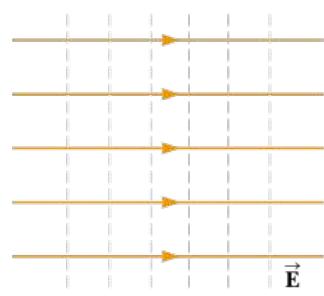
Come accennato alla fine del Paragrafo 20.2, le superfici equipotenziali associate ad un campo elettrico uniforme consistono in una famiglia di piani perpendicolari alle linee di campo. La Figura 20.10a mostra alcune superfici equipotenziali che rappresentano questo caso.

Se la distribuzione di carica che genera il campo elettrico ha simmetria sferica tale che la densità volumica di carica dipende solo dalla distanza radiale r , allora il campo elettrico è radiale. In questo caso, $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{s} = E_r dr$, e così possiamo esprimere dV come $dV = -E_r dr$. Quindi:

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

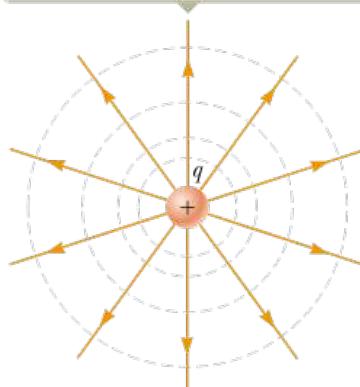
20.16◀

Un campo elettrico uniforme generato da una distribuzione di carica piana infinita



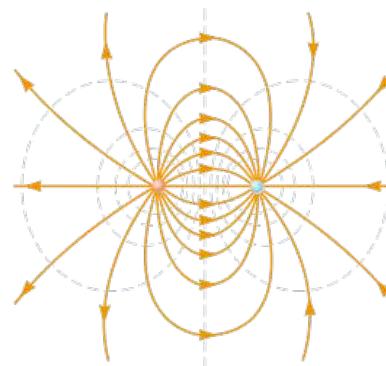
a

Un campo elettrico con simmetria sferica generato da una carica puntiforme



b

Un campo elettrico generato da un dipolo elettrico



c

FIGURA 20.10 Superficie equipotenziali (le linee blu tratteggiate rappresentano le intersezioni di queste superfici con il piano della pagina) e linee

del campo elettrico. In tutti i casi, le superfici equipotenziali sono *perpendicolari* alle linee del campo elettrico in ogni punto.

Per esempio, il potenziale di una carica puntiforme è $V = k_e q/r$. Poiché V è una funzione solo di r , la funzione potenziale ha una simmetria sferica. Applicando l'Equazione 20.16, troviamo che il campo elettrico di una carica puntiforme è $E_r = k_e q/r^2$, un risultato familiare. È da notare che il potenziale varia soltanto nella direzione radiale, e non in una direzione perpendicolare a r . Allora, V (come E_r) è soltanto una funzione di r , in accordo con l'idea che le superfici equipotenziali siano perpendicolari alle linee di campo. In questo caso, le superfici equipotenziali sono una famiglia di sfere concentriche alla distribuzione simmetrica di carica (Fig. 20.10b). Le superfici equipotenziali per un dipolo elettrico sono disegnate in Figura 20.10c.

In generale, il potenziale elettrico è una funzione di tutte e tre le coordinate spaziali. Se $V(r)$ è dato in funzione di coordinate cartesiane, le componenti del campo elettrico E_x , E_y , e E_z si possono subito ricavare da $V(x, y, z)$ calcolando le derivate parziali di V come segue:

CALCOLARE IL CAMPO ELETTRICO A PARTIRE DAL POTENZIALE

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad \text{20.17}$$

QUIZ RAPIDO 20.5

In una certa regione di spazio, il potenziale elettrico è zero ovunque sull'asse x . (i) Partendo da questa informazione, si può concludere che la componente x del campo elettrico nella stessa regione è: (a) zero, (b) nel verso positivo della x , o (c) nel verso negativo della x . (ii) Supponiamo che il potenziale elettrico sia $V = +2V$ ovunque sull'asse x . Usando le stesse opzioni del punto precedente, cosa si può concludere ora della componente x del campo elettrico?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 20.4 | Potenziale elettrico di un dipolo

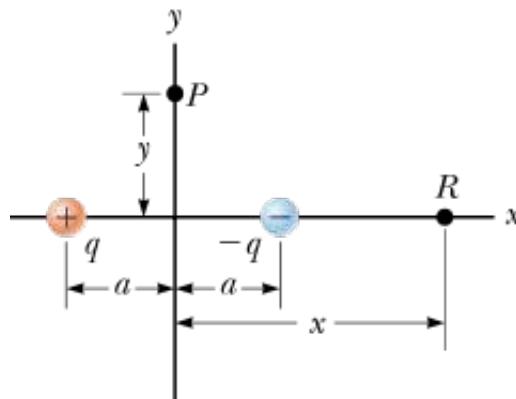


FIGURA 20.11 (Esempio 20.4) Un dipolo elettrico posto sull'asse x.

Un dipolo elettrico è costituito da due cariche uguali e di segno opposto separate da una distanza $2a$, come in Figura 20.11. Il dipolo è posto lungo l'asse x ed è centrato nell'origine.

(A) Calcolare il potenziale elettrico nel punto P sull'asse y .

(B) Calcolare il potenziale elettrico nel punto R sulla parte positiva dell'asse x .

(C) Calcolare V e E_x in un punto sull'asse delle x distante dal dipolo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Potenziale elettrico dovuto a distribuzioni continue di carica

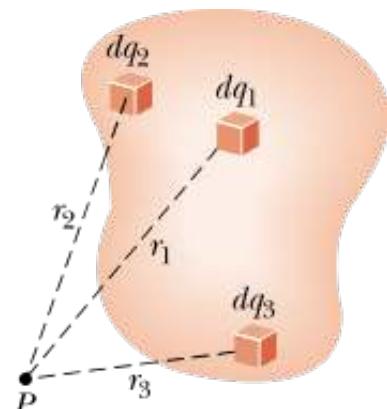


FIGURA 20.12 Il potenziale elettrico generato nel punto P da una distribuzione continua di carica può essere calcolato suddividendo la distribuzione di carica in elementi dq e sommando i contributi di potenziale elettrico dovuti a tutti gli elementi. Sono mostrati tre elementi di carica campione.

Il potenziale elettrico dovuto a distribuzioni continue di carica può essere calcolato in due modi. Il primo metodo è il seguente. Se la distribuzione di carica è nota, consideriamo il potenziale generato da un piccolo elemento di carica dq , trattando questo elemento come una carica puntiforme (Fig. 20.12). Dall'Equazione 20.11, il potenziale dV in un certo punto P dovuto all'elemento di carica dq è dato da:

POTENZIALE ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE DI CARICA CONTINUA

$$dV = k_e \frac{dq}{r} \quad 20.18$$

dove r è la distanza dall'elemento di carica al punto P . Per ottenere il potenziale totale in P , integriamo l'Equazione 20.18 per sommare i contributi di tutti gli elementi della distribuzione di carica. Poiché ogni elemento è, in generale, a distanza diversa da P e poiché k_e è una costante, possiamo esprimere V come:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \quad 20.19$$

In effetti, abbiamo sostituito alla somma dell'Equazione 20.12 un'operazione di integrazione. In questa espressione per V , il potenziale elettrico viene considerato nullo quando il punto P si trova ad una grande distanza dalla distribuzione di carica.

Il secondo metodo per calcolare il potenziale elettrico si usa quando il campo elettrico è già noto a partire da altre considerazioni, come ad esempio il teorema di Gauss. Se la distribuzione di carica ha simmetria sufficiente, per prima cosa determiniamo \vec{E} usando il teorema di Gauss quindi sostituiamo il campo elettrico nell'Equazione 20.3 per determinare la differenza di potenziale ΔV fra due punti qualsiasi. Quindi poniamo V uguale a zero in un qualsiasi punto a nostra scelta.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Calcolo del potenziale elettrico

Il seguente procedimento è raccomandato per risolvere problemi che comportano la determinazione di un potenziale elettrico generato da una distribuzione di carica.

1. **Concettualizzazione.** Considerare attentamente le singole cariche o la distribuzione di carica nel problema e cercare di immaginare che tipo di potenziale elettrico viene generato. Fare appello a qualunque simmetria nella disposizione delle cariche per aiutarsi a visualizzare il potenziale generato.
2. **Classificazione.** Si sta analizzando un insieme di cariche puntiformi o una distribuzione continua di carica? La risposta a questa domanda permette di procedere alla fase di *Analisi*.
3. **Analisi.** Quando si affrontano problemi che richiedono l'uso del potenziale elettrico, occorre ricordare che il potenziale è una *grandezza scalare*, per cui non ci sono componenti da considerare. Quindi, quando si usa il principio di sovrapposizione per calcolare il potenziale elettrico in un punto, basta fare semplicemente la somma algebrica dei potenziali di ciascuna carica. Tuttavia, bisogna stare attenti ai segni.

Come con l'energia potenziale in meccanica, solamente le *variazioni* del potenziale elettrico hanno significato; per cui, il punto in cui il potenziale viene fissato a zero è arbitrario. Quando si ha a che fare con cariche puntiformi o distribuzioni di carica di dimensioni finite, normalmente si definisce $V = 0$ in un punto infinitamente distante dalle cariche. Se, tuttavia, la distribuzione di carica si estende all'infinito, deve essere preso come punto di riferimento un altro punto, non all'infinito.

(a) *Se si analizza un insieme di cariche puntiformi:* utilizzare il principio di sovrapposizione, che afferma che quando sono presenti parecchie cariche puntiformi, il potenziale risultante in un punto P dello spazio è la *somma algebrica* dei singoli potenziali in P generati dalle singole cariche (Eq. 20.12). L'Esempio 20.4 ha illustrato questa procedura.

(b) *Se si analizza una distribuzione continua di carica:* sostituire le somme utilizzate per calcolare il potenziale totale in qualche punto P dello spazio dalle singole cariche con integrali (Eq. 20.19). La distribuzione di carica viene divisa in elementi infinitesimi di carica dq posti ad una distanza r dal punto P . Un elemento viene quindi trattato come una carica puntiforme, cosicché il potenziale in P dovuto all'elemento è $dV = k_e (dq/r)$. Il potenziale totale si ottiene integrando dV sull'intera distribuzione di carica. Per molti problemi, nell'eseguire l'integrazione è possibile esprimere dq ed r in funzione di una sola variabile. Per semplificare gli integrali è importante tenere in grande considerazione la geometria del problema. Gli Esempi 20.5 e 20.6 mostrano l'uso di questa procedura.

Ottenerne il potenziale elettrico dal campo elettrico: un altro metodo utilizzato per ottenere il potenziale è di partire dalla definizione di differenza di potenziale data dall'Equazione 20.3. Se \vec{E} è noto o può essere calcolato facilmente (per esempio con il teorema di Gauss), si può calcolare l'integrale di linea di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$. Un esempio di questo metodo è dato dall'Esempio 20.6.

4. **Conclusione.** Dopo aver determinato i risultati, verificare se il potenziale trovato è in accordo con la rappresentazione mentale costruita e con le eventuali simmetrie trovate precedentemente. Immaginare di variare i

parametri tipici, quali la distanza del punto di osservazione dalla carica sorgente o il raggio di qualunque oggetto circolare per vedere se il risultato matematico varia in modo ragionevole.

Esempio 20.5 | Potenziale di un anello uniformemente carico

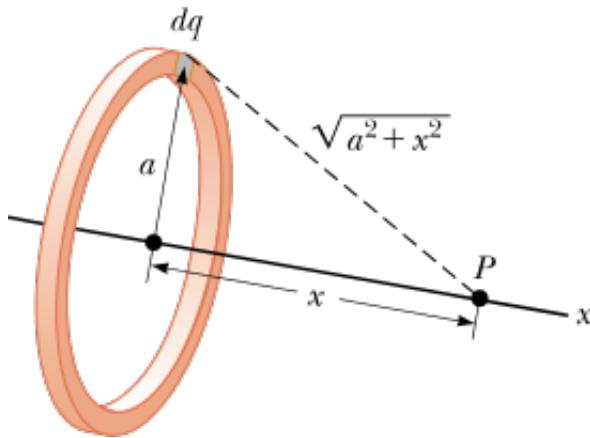


FIGURA 20.13 (Esempio 20.5) Un anello uniformemente carico di raggio a sta in un piano perpendicolare all'asse x . Tutti gli elementi dq dell'anello sono alla stessa distanza dal punto P che si trova sull'asse delle x .

(A) Determinare il potenziale elettrico nel punto P posto sull'asse centrale perpendicolare ad un anello uniformemente carico di raggio a e con una carica totale Q .

(B) Trovare l'espressione del modulo del campo elettrico nel punto P .

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 20.6 | Potenziale elettrico generato da un disco uniformemente carico

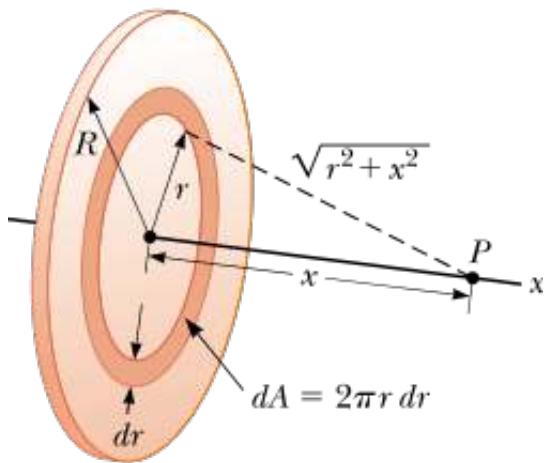


FIGURA 20.14 (Esempio 20.6) Un disco uniformemente carico di raggio R giace in un piano perpendicolare all'asse x . Il calcolo del potenziale elettrico in qualunque punto P sull'asse x viene semplificato dividendo il disco in tanti anelli di raggio r e larghezza dr , di area $2\pi r dr$.

Un disco uniformemente carico ha raggio R e una densità superficiale di carica σ .

(A) Trovare il potenziale elettrico in un punto P lungo l'asse perpendicolare passante per il centro del disco.

(B) Trovare la componente x del campo elettrico in un punto P lungo l'asse perpendicolare al disco passante per il suo centro.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Potenziale elettrico di un conduttore carico

Nel Paragrafo 19.11, abbiamo trovato che quando un conduttore pieno in equilibrio elettrostatico è carico, la carica è distribuita sulla superficie esterna del conduttore. Inoltre, il campo elettrico nelle vicinanze immediate della superficie di un conduttore in equilibrio elettrostatico è perpendicolare alla superficie, mentre il campo all'interno del conduttore è nullo.

Ora introduciamo un'altra proprietà di un conduttore carico, collegata al potenziale elettrico. Consideriamo due punti **A** e **B** sulla superficie di un conduttore carico come in Figura 20.15. Lungo un percorso superficiale che congiunge questi punti, \vec{E} è sempre perpendicolare allo spostamento $d\vec{s}$; quindi $\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$. Usando questo risultato e l'Equazione 20.3, concludiamo che la differenza di potenziale fra **A** e **B** è necessariamente zero, ovvero:

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Questo risultato si applica a due *qualsiasi* punti sulla superficie. Quindi, sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico V è costante dovunque, cioè,

la superficie di un qualunque conduttore in equilibrio elettrostatico è una superficie equipotenziale: ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale. Inoltre, poiché il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo, possiamo concludere che il potenziale all'interno del conduttore è costante dovunque e uguale al suo valore sulla superficie.

A causa del valore costante del potenziale, non è necessario alcun lavoro per muovere una carica di prova dall'interno di un conduttore carico fin sulla superficie.

Consideriamo una sfera metallica piena di raggio R e carica totale positiva Q , come mostrato in Figura 20.16a. Come determinato nella parte (A) dell'Esempio 19.10, il campo elettrico al di fuori della sfera è $k_e Q/r^2$ ed è diretto radialmente verso l'esterno. Poiché il campo al di fuori di una distribuzione di carica elettrica con simmetria sferica è identico a quello di una carica puntiforme, ci aspettiamo che anche il potenziale sia quello di una carica puntiforme, $k_e Q/r$. Sulla superficie della sfera conduttrice nella Figura 20.16a, il potenziale deve essere $k_e Q/R$. Poiché tutta la sfera deve essere allo stesso potenziale, anche il potenziale in ogni punto all'interno della sfera deve essere $k_e Q/R$. La Figura 20.16b è un grafico del potenziale elettrico in funzione di r , e la Figura 20.16c mostra come varia il modulo del campo elettrico al variare di r .

Prevenire le insidie I 20.5 Il potenziale può non essere zero

Il potenziale elettrico dentro il conduttore non è necessariamente zero nella Figura 20.15, anche se il campo elettrico è zero.

L'Equazione 20.14 mostra che un valore nullo del campo comporta che non ci sia variazione di potenziale tra due punti all'interno del conduttore. Quindi, il potenziale ovunque all'interno del conduttore, inclusa la superficie, ha lo stesso valore, che può essere zero oppure no, a seconda di dove è stato definito lo zero del potenziale.

Dalla spaziatura tra i segni più si può notare che la densità di carica superficiale è disomogenea.

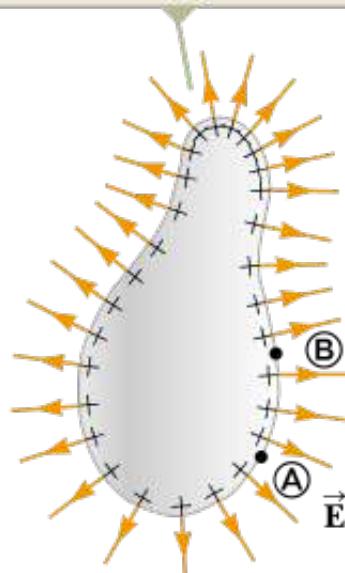


FIGURA 20.15 Un conduttore di forma arbitraria carico positivamente. Quando il conduttore è in equilibrio elettrostatico, tutta la carica sta sulla superficie, $\vec{E} = 0$ all'interno del conduttore, e la direzione di \vec{E} immediatamente all'esterno del conduttore è perpendicolare alla superficie. Il potenziale elettrico è costante all'interno del conduttore ed è uguale al potenziale sulla superficie.

Quando una carica è posta su un conduttore sferico, la densità superficiale di carica è uniforme, come indicato in Figura 20.16a. Però, se il conduttore non è sferico, come in Figura 20.15, la densità superficiale di carica è maggiore dove il raggio di curvatura è più piccolo (come sottolineato nel Paragrafo 19.11) e minore dove il raggio di curvatura è più grande. Poiché il campo elettrico immediatamente all'esterno del conduttore è proporzionale alla densità superficiale di carica, il campo elettrico è intenso vicino a punti convessi aventi piccoli raggi di curvatura. Nell'Esempio 20.7, verrà analizzato matematicamente il collegamento che c'è tra il campo elettrico e il raggio di curvatura.

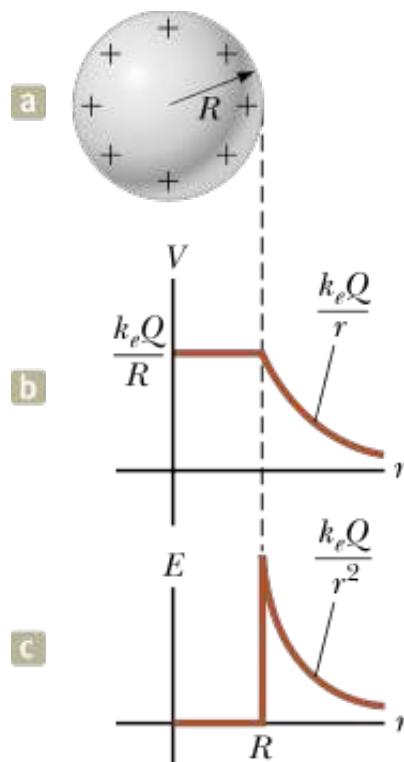


FIGURA 20.16 (a) La carica in eccesso su di una sfera conduttrice di raggio R è distribuita uniformemente sulla superficie. (b) Il potenziale elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera conduttrice carica. (c) Il modulo del campo elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera conduttrice carica.

Esempio 20.7 | Due sfere cariche collegate tra loro

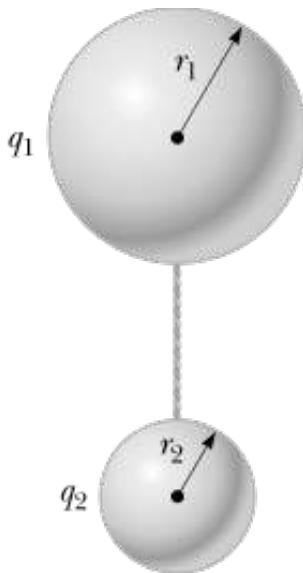


FIGURA 20.17 (Esempio 20.7) Due sfere conduttrici caricate collegate tramite un filo conduttore. Le sfere si trovano allo stesso potenziale elettrico V .

Due conduttori sferici di raggio r_1 e r_2 sono separati da una distanza molto più grande del raggio di ciascuna sfera. Le sfere sono collegate da un filo conduttore come mostrato in Figura 20.17. Le cariche sulle sfere in equilibrio sono q_1 e q_2 , rispettivamente, e sono distribuite uniformemente. Trovare il rapporto dei moduli dei campi elettrici sulle superfici delle sfere.

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 20.1

Perché l'estremità di un parafulmine è a punta?

Ragionamento Lo scopo di un parafulmine è quello di costituire un punto nel quale i fulmini cadano, cosicché la carica liberata dal fulmine lo attraversi con sicurezza fino a terra. Se il parafulmine è a punta, allora il campo elettrico prodotto dalle cariche che si muovono tra l'asta e il suolo in vicinanza della punta sarà estremamente intenso, poiché il raggio di curvatura del conduttore è molto piccolo. Questo campo elettrico molto intenso aumenterà di molto la probabilità che il fulmine avvenga in prossimità della punta del parafulmine piuttosto che altrove.

Cavità all'interno di un conduttore in equilibrio

Consideriamo, ora, un conduttore di forma arbitraria contenente una cavità, come mostrato in Figura 20.18. Assumiamo che non ci siano cariche all'interno della cavità. In questo caso il campo elettrico all'interno della cavità deve essere *nullo*, qualunque sia la distribuzione di carica sulla superficie esterna del conduttore come menzionato nel Paragrafo 19.11. Inoltre, il campo nella cavità è nullo anche se esiste un campo elettrico all'esterno del conduttore. Al fine di provare questa affermazione, ricordiamo che ogni punto sul conduttore si trova allo stesso potenziale; quindi, due punti **A** e **B** qualsiasi sulla superficie della cavità si

devono trovare allo stesso potenziale. Ora, immaginiamo che esista un campo \vec{E} all'interno della cavità e calcoliamo la differenza di potenziale $V_B - V$ definita dall'Equazione 20.3: A

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

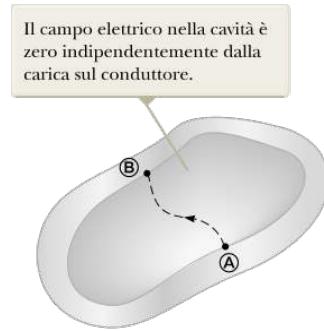


FIGURA 20.18 Un conduttore in equilibrio elettrostatico con una cavità.

Poiché $V_B - V_A = 0$, anche l'integrale $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ deve essere nullo, indipendentemente dal cammino scelto per l'integrazione da **A** a **B** nel conduttore. L'unico modo affinché l'integrale possa essere nullo per *tutti* i possibili cammini entro la cavità è che il campo \vec{E} sia nullo in tutti i punti dentro la cavità. Quindi, una cavità circondata da pareti conduttrici è una regione libera da campi finché non ci sono cariche al suo interno. Questo risultato si presta a qualche interessante applicazione. Per esempio, è possibile schermare un circuito elettronico o anche un intero laboratorio da campi esterni circondandolo di pareti conduttrici. La schermatura è spesso necessaria quando si effettuano misure elettriche ad alta sensibilità. Durante un temporale, il luogo più sicuro è l'interno di una automobile. Anche se un fulmine colpisce l'automobile, il metallo della carrozzeria garantisce che i passeggeri all'interno non subiscano alcun danno, in quanto vale sempre $\vec{E} = 0$.

La capacità

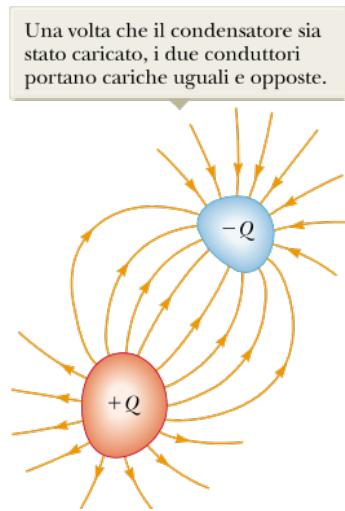


FIGURA 20.19 Un condensatore consiste di due conduttori tra di loro elettricamente isolati e dello spazio circostante.

Continuando nel nostro studio dell'elettricità e, nei prossimi capitoli, del magnetismo, costruiremo dei *circuiti* costituiti da *elementi circuituali*. Un circuito generalmente consiste di un certo numero di componenti elettrici (elementi circuituali) collegati fra loro da fili conduttori che formano uno o più circuiti chiusi. Questi circuiti si possono considerare come sistemi che mostrano un particolare comportamento. Il primo elemento di circuito che considereremo è il **condensatore**.

In generale, un condensatore consiste di due conduttori di forma qualsiasi. Consideriamo due conduttori tra i quali è stabilita una differenza di potenziale ΔV . Supponiamo che i conduttori abbiano cariche opposte in segno ma di modulo uguale come indicato nella Figura 20.19. Ciò può essere ottenuto collegando i due conduttori scarichi ai poli di una batteria. Una volta fatto ciò e scollegata successivamente la batteria, le cariche rimangono sui conduttori. Diciamo che il condensatore immagazzina cariche.

La differenza di potenziale ΔV ai capi del condensatore è il modulo della differenza di potenziale fra i due conduttori. Questa differenza di potenziale è proporzionale alla carica Q del condensatore, che è definita come il modulo della carica presente su *ciascuna* delle due armature. La **capacità** C di un condensatore è definita come il rapporto tra la carica del condensatore e il valore assoluto della differenza di potenziale ai capi del condensatore:

DEFINIZIONE DI CAPACITÀ

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

20.20 ◀

Per definizione, la *capacità* è una grandezza sempre positiva. Poiché la differenza di potenziale è proporzionale alla carica, il rapporto $Q / \Delta V$ è una costante per un dato condensatore. L'Equazione 20.20 ci dice che la capacità di un sistema è una misura della quantità di carica che può essere immagazzinata nel condensatore per una data differenza di potenziale.

Dall'Equazione 20.20, si vede che l'unità di capacità nel sistema SI è il coulomb su volt, chiamata **farad** (F) in onore di Michael Faraday. Il farad è una unità di misura molto grande. Nella pratica, i condensatori ordinari hanno capacità che vanno dai microfarad ai picofarad.

Prevenire le insidie
| 20.6 La capacità di un condensatore è una capienza

QUIZ RAPIDO 20.6

Per aiutarti a capire il concetto di capacità, pensa alla nozione che usa lo stesso vocabolo.

Un condensatore ha immagazzinato una carica Q ad una differenza di potenziale ΔV . Cosa succede se il voltaggio applicato al condensatore da una batteria viene raddoppiato a $2\Delta V$? **(a)** La capacità diventa la metà di quella iniziale, e la carica rimane la stessa. **(b)** La capacità e la carica entrambe diventano metà del loro valore iniziale. **(c)** La capacità e la carica entrambe raddoppiano. **(d)** La capacità rimane la stessa e la carica raddoppia.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

La capacità di una confezione di latte è il volume di latte che può contenere. La capacità termica di un oggetto è la quantità di energia che l'oggetto può immagazzinare per unità di differenza di temperatura. La capacità di un condensatore è la quantità di carica che il condensatore può immagazzinare per unità di differenza di potenziale.

La capacità di un dispositivo dipende dalle caratteristiche geometriche dei conduttori. Per illustrare questo punto, calcoliamo la capacità di un conduttore sferico isolato di raggio R e carica Q (basandoci sulla forma delle linee di campo di una singola sfera conduttrice, assimiliamo il secondo conduttore ad un guscio sferico concentrico di raggio infinito). Poiché il potenziale della sfera è semplicemente $k_e Q/R$ (assumendo $V = 0$ sul guscio di raggio infinito), la capacità della sfera è data da:

Prevenire le insidie

I 20.7 La differenza di potenziale è ΔV , non V

In questo testo, useremo il simbolo ΔV per la differenza di potenziale ai capi di un elemento di circuito o un dispositivo poiché ciò è coerente con la nostra definizione di differenza di potenziale e il nostro uso tradizionale del simbolo delta. È pratica comune, anche se confonde, utilizzare il simbolo V , senza il simbolo delta, per indicare una differenza di potenziale ai capi di un elemento di circuito. Comunque, ricordati di questo se ti capita di consultare altri testi.

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e Q/R} = \frac{R}{k_e} = 4\pi\epsilon_0 R$$

20.21◀

(si ricordi dal Paragrafo 19.4 che la costante di Coulomb è $k_e = 1/4\pi\epsilon_0$). L'Equazione 20.21 dimostra che la capacità di una sfera carica isolata è proporzionale al suo raggio ed è indipendente sia dalla carica che dalla differenza di potenziale.

La capacità di una coppia di conduttori con carica opposta si può calcolare nel modo seguente. Si attribuisce una carica arbitraria di grandezza Q , e si calcola la differenza di potenziale, usando la tecnica descritta nel Paragrafo 20.5. Per calcolare la capacità si usa allora $C = Q / \Delta V$. Come ci si può aspettare, il calcolo è relativamente facile se la geometria del condensatore è semplice.

Illustriamo ciò con due geometrie molto familiari: piastre parallele e cilindri concentrici. In questi esempi, assumeremo che i conduttori carichi siano separati dal vuoto (l'effetto di un materiale fra i conduttori sarà trattato nel Paragrafo 20.10).

Il condensatore piano

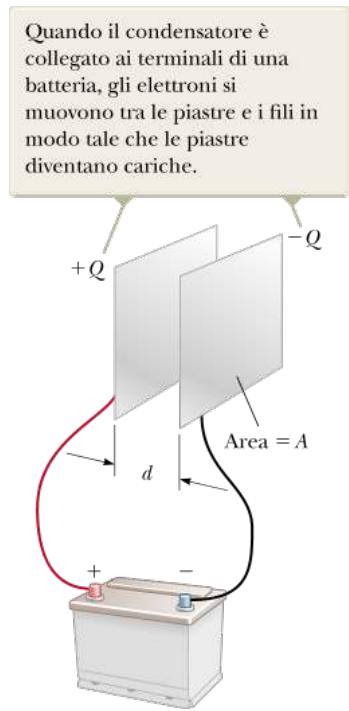


FIGURA 20.20 Un condensatore piano consiste di due piastre conduttrici parallele, ciascuna di area A , separate da una distanza d .

Un condensatore piano è costituito da due piastre parallele della stessa area A separate da una distanza d , come in Figura 20.20. Se il condensatore è carico, una piastra ha carica Q mentre l'altra ha carica $-Q$. La carica per unità di superficie su ciascuna delle piastre (dette armature) è, in valore assoluto, $\sigma = Q/A$. Se le armature sono molto vicine tra loro (rispetto alla loro lunghezza e alla larghezza), si può adottare un modello semplificato in cui il campo elettrico sia uniforme fra le piastre e zero altrove, come abbiamo discusso nell'Esempio 19.12. Secondo l'Esempio 19.12, il modulo del campo elettrico fra le armature è:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Poiché il campo è uniforme, la differenza di potenziale ai capi del condensatore si può trovare dall'Equazione 20.6. Quindi,

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Sostituendo questo risultato nell'Equazione 20.20, troviamo che la capacità è data da:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

20.22 ◀

Pertanto, la capacità di un condensatore piano è proporzionale all'area delle sue armature e inversamente proporzionale alla loro distanza.

Come è evidente dalla definizione di capacità, $C = Q / \Delta V$, la carica che un condensatore è in grado di accumulare, in corrispondenza di una assegnata differenza di potenziale tra le armature, cresce con la capacità. Perciò, appare ragionevole che un condensatore costruito con armature di grande area possa accumulare una grande quantità di carica.

Un'attenta osservazione delle linee di campo elettrico tra le armature del condensatore piano mostra che il campo è uniforme nella zona centrale fra le piastre ma non ai bordi delle armature. La Figura 20.21 mostra uno schema della disposizione delle linee di campo elettrico di un condensatore piano, mostrando la non uniformità delle linee di campo ai suoi bordi. Fintanto che la

Prevenire le insidie
| 20.8 Troppe "C"

separazione tra le armature è piccola rispetto alle dimensioni delle stesse, gli effetti di bordo possono essere ignorati e si può utilizzare l'approssimazione semplificata in cui il campo è uniforme ovunque all'interno delle piastre.

La Figura 20.22 mostra una batteria collegata con un singolo condensatore piano tramite un interruttore nel circuito.

Cerca di non confondere la *C* in corsivo, usata per la capacità, con la **C** normale usata per il coulomb.

Identifichiamo il circuito come un sistema. Quando l'interruttore viene chiuso, la batteria genera un campo elettrico nei fili e le cariche fluiscano fra i fili e il condensatore. Quando ciò accade, all'interno del sistema viene trasformata dell'energia. Prima della chiusura dell'interruttore, l'energia è immagazzinata come energia potenziale chimica nella batteria. Questo tipo di energia è associata con i legami chimici ed è trasformata durante la reazione chimica che avviene all'interno della batteria quando essa funziona in un circuito elettrico. Quando l'interruttore è chiuso, una certa quantità di energia potenziale chimica della batteria viene convertita in energia potenziale elettrica, sotto forma di separazione delle cariche positive e negative sulle armature. Di conseguenza, possiamo descrivere un condensatore come un dispositivo che immagazzina tanto un'*energia* quanto una *carica*. Studieremo questo immagazzinamento di energia più in dettaglio nel Paragrafo 20.9.

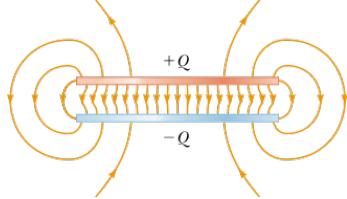


FIGURA 20.21 Il campo elettrico tra le armature di un condensatore piano è uniforme vicino alla regione centrale ma non uniforme vicino ai bordi.

satore come un dispositivo che immagazzina tanto un'*energia* quanto una *carica*. Studieremo questo immagazzinamento di energia più in dettaglio nel Paragrafo 20.9.

CAPACITÀ DELLE MEMBRANE CELLULARI

Come esempio di condensatore piano in biologia, consideriamo la membrana plasmatica di un neurone. La *membrana plasmatica* è un doppio strato lipidico contenente diversi tipi di molecole. Questa membrana è fatta da un certo numero di strutture, tra le quali *canali ionici* e *pompe ioniche*, che controllano le concentrazioni dei diversi ioni su entrambi i lati della membrana. Questi ioni includono potassio, cloro, calcio e sodio. Come conseguenza delle diverse concentrazioni, c'è uno strato di carica negativa efficace sul lato intracellulare della membrana e uno strato di carica positiva sul lato extracellulare. Questo genera una differenza di potenziale di circa 70-80 mV attraverso la membrana. Gli strati di carica si comportano come piani paralleli, così che la membrana si può considerare come un condensatore piano. La capacità della membrana plasmatica è di circa $2 \mu\text{F}$ per ogni cm^2 di superficie.

POTENZIALE D'AZIONE

Quando un neurone sta trasferendo un segnale, si verifica un fenomeno detto *potenziale d'azione*. Speciali strutture nella membrana della cellula, chiamati *canali ionici voltaggio-dipendenti*, in condizioni normali sono chiusi. Se la differenza di potenziale attraverso la membrana diminuisce fino ad un valore soglia di circa 50 mV, i canali ionici si aprono, permettendo l'ingresso di ioni sodio nella cellula. Questo flusso riduce ulteriormente la differenza di potenziale, permettendo l'ingresso di una maggiore quantità di sodio nella cellula, invertendo quindi la polarità della differenza di potenziale tra le armature del condensatore in un intervallo temporale dell'ordine dei millisecondi. I canali ionici voltaggio-dipendenti quindi si chiudono e si aprono altri canali, che permettono il movimento di ioni fino a quando il neurone ritorna allo stato di riposo.

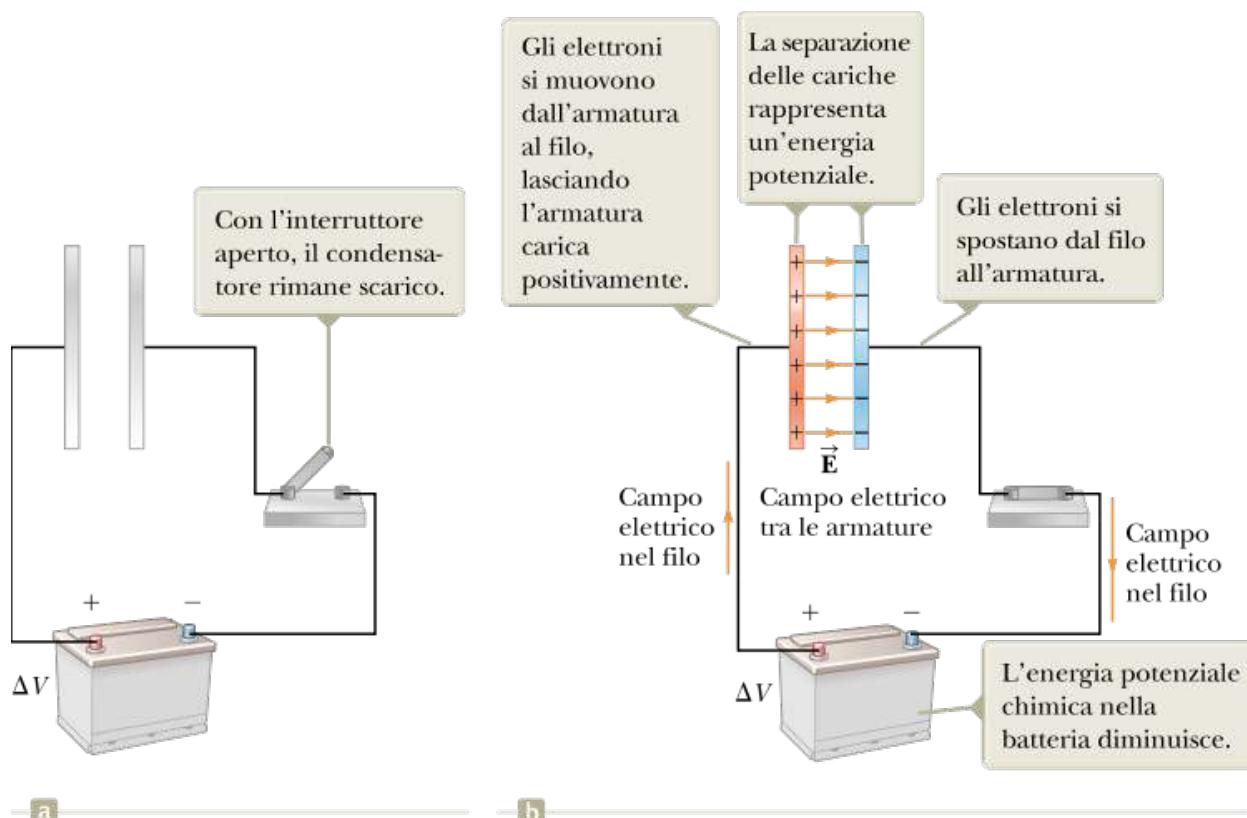


FIGURA 20.22 (a) Un circuito fatto con un condensatore, una batteria ed un interruttore. (b) Quando l'interruttore viene chiuso, la batteria genera un campo elettrico nel filo e il condensatore viene caricato.

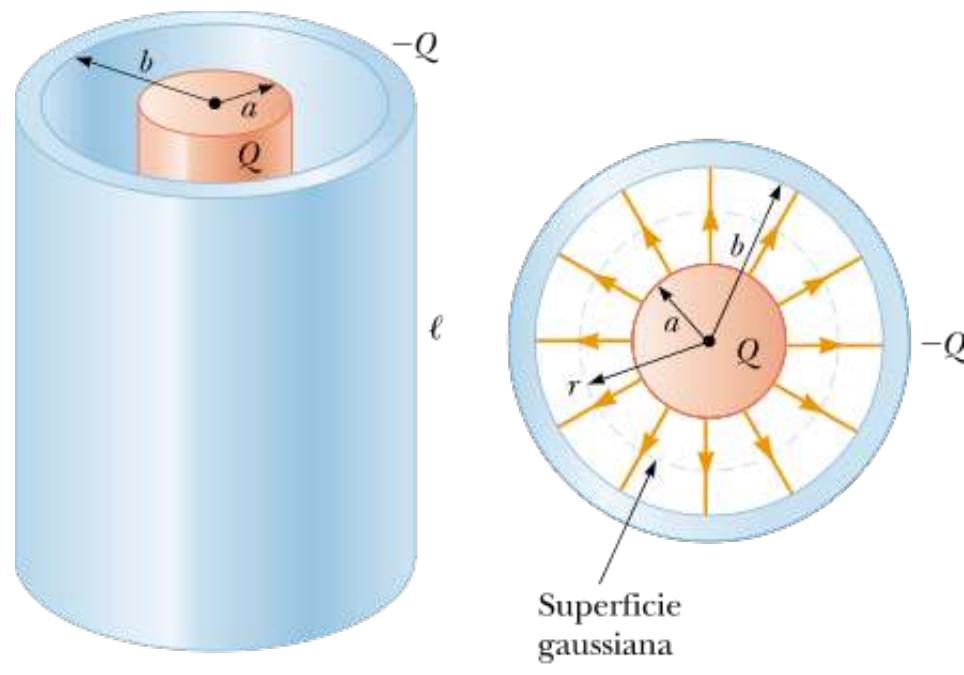


FIGURA 20.23 (a) Un condensatore cilindrico è fatto da un conduttore cilindrico pieno di raggio a e lunghezza ℓ circondato da un guscio cilindrico coassiale di raggio b . (b) Vista dall'alto. La linea tratteggiata rappresenta la superficie gaussiana cilindrica di raggio r e lunghezza ℓ .

Questo processo può perturbare le regioni vicine della membrana plasmatica determinando la propagazione del potenziale di azione lungo il neurone. Nel prossimo capitolo, vedremo come la capacità della membrana plasmatica concorre con un'altra caratteristica elettrica della membrana a fornire un modello elettrico per la conduzione di un segnale lungo un neurone.

Il condensatore cilindrico

Un condensatore cilindrico è costituito da un conduttore cilindrico di raggio a e carica Q coassiale ad un altro guscio cilindrico più grande di raggio b e carica $-Q$ (Fig. 20.23a). Calcoliamo la capacità di questo dispositivo sapendo che la sua lunghezza è ℓ . Supponendo che ℓ sia grande rispetto ad a e b , possiamo adottare un modello semplificato in cui si possono trascurare gli effetti ai bordi. In tal caso, il campo elettrico è perpendicolare all'asse dei cilindri ed è confinato nella regione tra essi (Fig. 20.23b).

Dobbiamo dapprima calcolare la differenza di potenziale tra i cilindri che è data, in generale, da:

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

dove \vec{E} è il campo elettrico nella regione $a < r < b$. Nel Capitolo 19 abbiamo dimostrato, usando il teorema di Gauss, che il campo elettrico di un cilindro di carica per unità di lunghezza λ è dato da $E = 2k_e \lambda / r$. Lo stesso risultato si applica qui, poiché il cilindro esterno non contribuisce al campo al suo interno. Usando questo risultato e osservando che \vec{E} è diretto radialmente verso il cilindro esterno nella Figura 20.23b, troviamo che:

$$V_b - V_a = - \int_a^b E_r dr = -2k_e \lambda \int_a^b \frac{dr}{r} = -2k_e \lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Sostituendo questa nell'Equazione 20.20 e tenendo presente che $\lambda = Q/\ell$, otteniamo che:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{2k_e Q \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\ell}{2k_e \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \text{20.23} \blacktriangleleft$$

dove l'intensità della differenza di potenziale nel cilindro è la quantità positiva: $\Delta V = |V_a - V_b| = 2k_e \lambda \ln(b/a)$. Il risultato trovato per C mostra che la capacità è proporzionale alla lunghezza dei cilindri. Come ci si poteva aspettare, la capacità dipende anche dai raggi dei due cilindri conduttori. Un esempio di condensatore cilindrico è un cavo coassiale che è costituito appunto da due conduttori cilindrici di raggi a e b separati da un isolante. Il cavo è percorso da correnti in verso opposto nei conduttori interno ed esterno. Questa geometria viene usata allo scopo di schermare il segnale elettrico da influenze esterne. Dall'Equazione 20.23, vediamo che la capacità per unità di lunghezza di un cavo coassiale è:

$$\frac{C}{\ell} = \frac{1}{2k_e \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \text{20.24} \blacktriangleleft$$

Collegamento di condensatori

Nei circuiti elettrici due o più condensatori possono essere collegati in vari modi. La capacità equivalente di certe combinazioni può essere calcolata usando i metodi descritti in questo paragrafo. In questo paragrafo, assumeremo che i condensatori, che vengono collegati assieme, inizialmente siano scarichi.

Simbolo
per condensatore



Simbolo
per batteria



Simbolo
per interruttore

Aperto



Chiuso



FIGURA 20.24 Simboli circuitali per condensatori, batterie ed interruttori. Si noti che i condensatori sono in blu, le batterie in verde e gli interruttori in rosso. L'interruttore chiuso può far passare la corrente, mentre quello aperto no.

Nello studio dei circuiti elettrici, usiamo una speciale rappresentazione pittorica semplificata detta **diagramma circuitale**. Un tale diagramma usa i **simboli circuituali** per rappresentare i vari elementi del circuito. I simboli circuituali sono collegati da linee rette che rappresentano i fili conduttori fra gli elementi del circuito. La Figura 20.24 mostra i simboli circuituali per un condensatore, una batteria e un interruttore aperto, insieme al codice di colore utilizzato per indicarli. Si noti che il simbolo circuitale per un condensatore consiste di due linee parallele di uguale lunghezza, che rappresentano le armature nel condensatore piano. Il terminale positivo della batteria è a potenziale più alto ed è rappresentato dalla linea più lunga nel simbolo della batteria.

Collegamento in parallelo

Due condensatori, collegati come nella rappresentazione pittorica di Figura 20.25a, costituiscono un **collegamento in parallelo**. La Figura 20.25b mostra il diagramma circuitale di questa configurazione di condensatori. Le armature di sinistra di entrambi i condensatori sono collegate mediante un filo conduttore al polo positivo della batteria e sono quindi al suo stesso potenziale. Analogamente, le armature di destra sono collegate al polo negativo della batteria e sono quindi al suo stesso potenziale. Perciò, la tensione ai capi di ciascuno dei condensatori collegati in parallelo è la stessa ed è uguale a quella applicata a questa configurazione. Cioè,

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

dove ΔV è la differenza di potenziale ai morsetti della batteria.

Dopo che la batteria è stata collegata al circuito, i condensatori raggiungono rapidamente la loro carica massima. Indichiamo con Q_1 e Q_2 le cariche massime sui due condensatori. La *carica totale* Q_{tot} immagazzinata dai due condensatori è la somma delle cariche sui singoli condensatori:

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2$$

20.25◀

Supponiamo, ora, di voler sostituire questi due condensatori con un condensatore equivalente avente una capacità C_{eq} come in Figura 20.25c. Questo condensatore equivalente deve avere sul circuito esattamente lo stesso effetto della combinazione dei due condensatori originali. Cioè, il condensatore equivalente deve accumulare una carica Q_{tot} quando è collegato alla batteria.

Una rappresentazione pittorica di due condensatori collegati in parallelo ad una batteria

Un diagramma circuitale che mostra i due condensatori collegati in parallelo ad una batteria

Un diagramma circuitale che mostra la capacità equivalente dei condensatori in parallelo

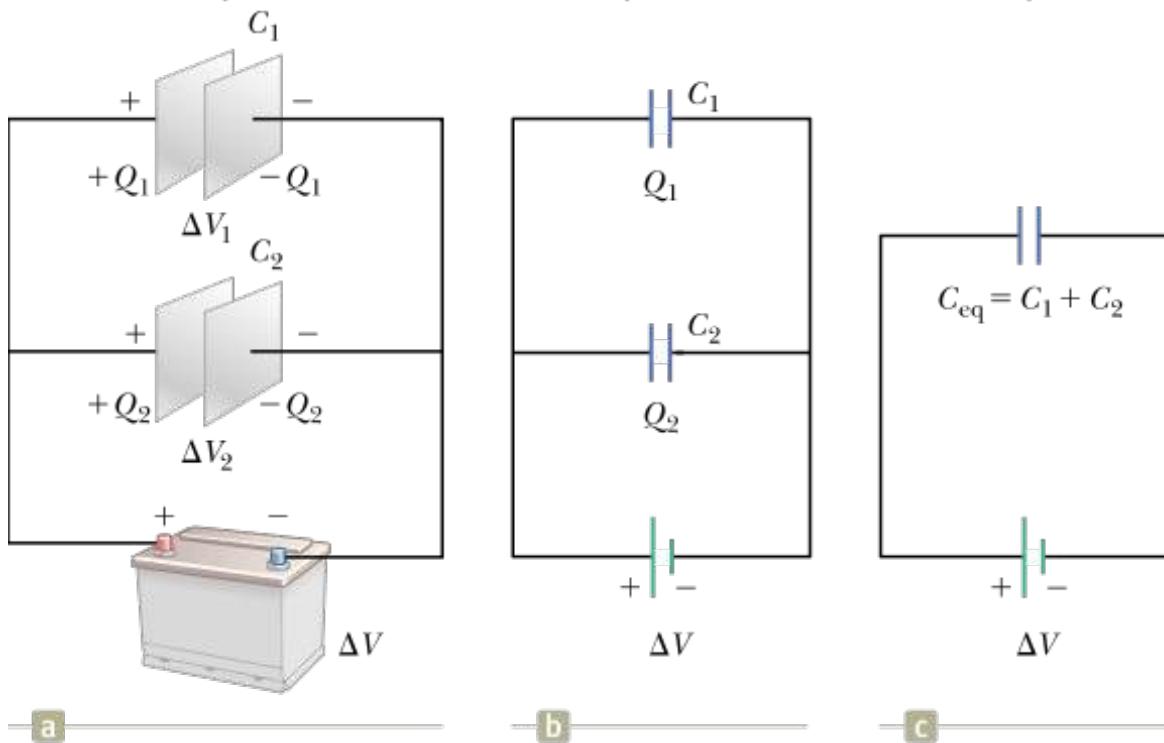


FIGURA 20.25 Due condensatori collegati in parallelo. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

Dalla Figura 20.25c si vede che la tensione ai capi del condensatore equivalente è ΔV perché il condensatore equivalente è collegato direttamente ai terminali della batteria. Quindi, per il condensatore equivalente,

$$Q_{\text{tot}} = C_{\text{eq}} \Delta V$$

Sostituendo queste relazioni nell'Equazione 20.25 si ottiene:

$$C_{\text{eq}} \Delta V = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 \quad (\text{collegamento in parallelo})$$

dove abbiamo eliminato le differenze di potenziale perché sono le stesse in tutti i termini. Estendendo questo ragionamento a tre o più condensatori collegati in parallelo, si trova che la **capacità equivalente** è:

CAPACITÀ EQUIVALENTE PER CONDENSATORI IN PARALLELO

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (\text{collegamento in parallelo})$$

20.26 ◀

Da ciò si vede che la capacità equivalente di un insieme di condensatori collegati in parallelo è (1) la somma algebrica delle singole capacità è (2) maggiore di quella di ciascuno dei singoli condensatori. L'affermazione (2) ha senso perché in fondo stiamo combinando le superfici delle armature di tutti i condensatori quando vengono collegati con un filo conduttore, e la capacità di armature piane parallele è proporzionale all'area (Eq. 20.22).

Collegamento in serie

Due condensatori collegati come in Figura 20.26a e il diagramma circuitale equivalente in Figura 20.26b sono detti **collegamenti in serie** di condensatori. L'armatura di sinistra del condensatore 1 e quella di destra del condensatore 2 sono collegate ai terminali della

batteria. Le altre due armature sono collegate tra di loro e a nient'altro; quindi formano un sistema isolato inizialmente scarico e che deve continuare ad avere una carica complessiva nulla. Per analizzare questo collegamento, inizialmente consideriamo i condensatori scarichi, poi seguiamo cosa succede subito dopo il collegamento della batteria al circuito. Quando la batteria viene collegata, elettroni vengono trasferiti, attraverso il filo più a sinistra, dall'armatura di sinistra di C_1 all'armatura di destra di C_2 attraverso il filo più a destra. Come questa carica negativa si accumula sull'armatura di destra di C_2 , una equivalente quantità di carica negativa viene allontanata dall'armatura di sinistra del condensatore C_2 , e su questa armatura si accumula una carica positiva. Le cariche negative allontanate dall'armatura di sinistra di C_2 si accumulano sull'armatura di destra di C_1 . Come risultato di questo processo, entrambe le armature di destra hanno una carica $-Q$ ed entrambe le armature di sinistra hanno una carica $+Q$. Quindi, le cariche sui condensatori collegati in serie sono le stesse:

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

dove Q è la carica spostata tra un filo e un'armatura esterna di un condensatore.

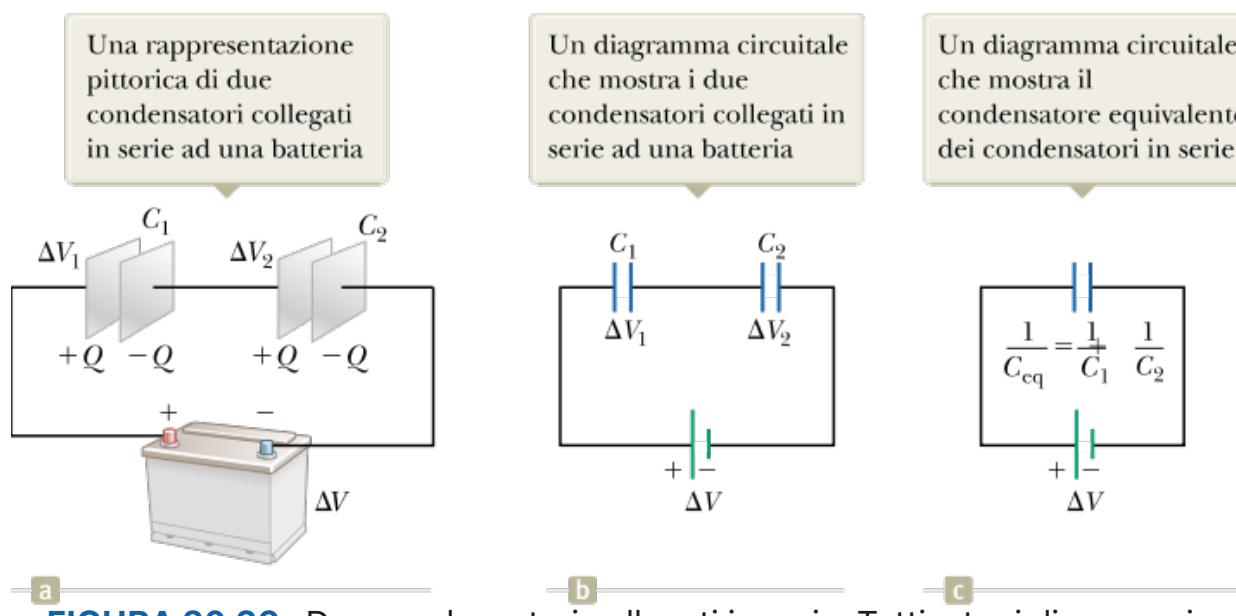


FIGURA 20.26 Due condensatori collegati in serie. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

La Figura 20.26a mostra che la differenza di potenziale totale ΔV_{tot} ai capi del collegamento è divisa tra i due condensatori:

$$\Delta V_{\text{tot}} = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

20.27◀

dove ΔV_1 e ΔV_2 sono le differenze di potenziale ai capi dei condensatori C_1 e C_2 , rispettivamente. In generale, la differenza di potenziale ai capi di un qualunque numero di condensatori collegati in serie è la somma delle differenze di potenziale ai capi di ciascun condensatore.

Supponiamo che il condensatore equivalente nella Figura 20.26c abbia lo stesso effetto sul circuito del collegamento in serie quando è collegato ad una batteria. Una volta carico, il condensatore equivalente deve avere una carica $-Q$ sull'armatura destra e $+Q$ su quella sinistra. Applicando la definizione di capacità al circuito mostrato in Figura 20.26c, abbiamo

$$\Delta V_{\text{tot}} = \frac{Q}{C_{\text{eq}}}$$

Sostituendo queste espressioni nell'Equazione 20.27, abbiamo:

$$\frac{Q}{C_{\text{eq}}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

Cancellando le cariche perché sono tutte uguali abbiamo

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (\text{collegamento in serie})$$

Applicando la stessa analisi a tre o più condensatori in serie, si trova che la capacità equivalente è

CAPACITÀ EQUIVALENTE PER CONDENSATORI IN SERIE

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (\text{collegamento in serie})$$

20.28◀

Questa espressione dimostra che (1) il reciproco della capacità equivalente è la somma algebrica dei reciproci delle singole capacità e (2) la capacità equivalente di un collegamento in serie è sempre minore delle capacità dei singoli condensatori.

QUIZ RAPIDO 20.7

Due condensatori sono identici. Possono essere collegati in serie o in parallelo. Per avere la *minima* capacità equivalente, come dovreste collegarli? **(a)** in serie, **(b)** in parallelo **(c)** in entrambi i modi perché entrambi i collegamenti hanno la stessa capacità.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 20.8 | Capacità equivalente

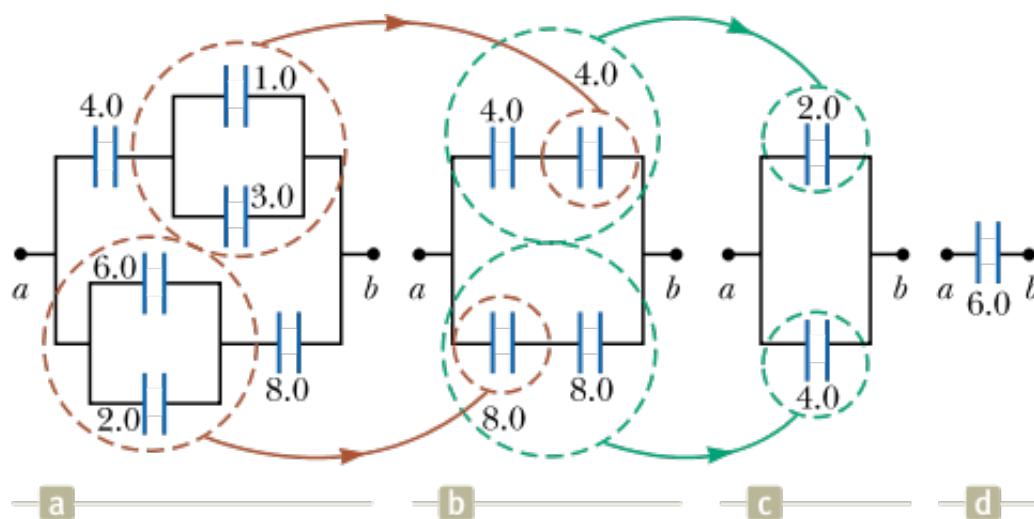


FIGURA 20.27 (Esempio 20.8) Per trovare la capacità equivalente della combinazione in (a), si procede per passi successivi come indicato in (b), (c) e (d), usando le regole per serie e parallelo descritte nel testo. Tutte le capacità sono espresse in microfarad.

Trovare la capacità equivalente tra a e b per la combinazione di condensatori in Figura 20.27a. Tutte le capacità sono in microfarad.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Energia immagazzinata in un condensatore carico

Chiunque lavori con dispositivi elettronici almeno una volta ha verificato che un condensatore può accumulare energia. Se le armature di un condensatore carico vengono collegate con un conduttore, come ad esempio un filo elettrico, la carica si trasferisce da un'armatura all'altra finché ambedue sono scariche. La scarica può essere osservata spesso come una scintilla visibile. Se accidentalmente si toccano le opposte armature di un condensatore carico, le dita forniscono un percorso, attraverso il quale il condensatore può scaricarsi causando una scossa elettrica. L'intensità della scossa dipende dalla capacità e dalla differenza di potenziale applicata al condensatore. Se la differenza di potenziale è alta, come per esempio nell'alimentatore di un apparecchio elettronico, la scossa può essere mortale.

² Questa discussione è simile a quella relativa alle variabili di stato in termodinamica. Il cambiamento di valore di una variabile di stato come la temperatura è indipendente dal percorso termodinamico seguito per andare dallo stato iniziale a quello finale. L'energia potenziale di un condensatore (o di qualunque sistema) è anch'essa una variabile di stato, così un cambiamento del suo valore non dipende dal processo seguito per caricare il condensatore.

Consideriamo un condensatore piano inizialmente scarico sicché la differenza di potenziale iniziale tra le armature è zero. Immaginiamo ora di collegarlo a una batteria per accumulare una carica massima Q . La differenza di potenziale ai capi del condensatore è $\Delta V = Q/C$.

³Useremo q minuscola per indicare la carica sul condensatore il cui valore cambia nel tempo mentre si sta caricando per distinguerla dalla Q maiuscola, per indicare la carica totale sul condensatore dopo che esso è stato caricato completamente.

Per calcolare l'energia immagazzinata nel condensatore, supponiamo di caricare il condensatore con una procedura diversa da quella descritta nel Paragrafo 20.7 ma che fornisca lo stesso risultato. Questa assunzione è giustificata dal fatto che l'energia nella configurazione finale non dipende dal procedimento usato per il trasferimento della carica². Supponiamo che le armature siano sconnesse dalla batteria e di trasferire la carica meccanicamente attraverso lo spazio tra le armature come segue. Prendiamo una piccola quantità di carica positiva dall'armatura collegata al terminale negativo e applichiamo una forza che sposti questa carica sull'armatura collegata al terminale positivo. Quindi, facciamo lavoro sulla carica trasferendola da un'armatura all'altra.

All'inizio, non è richiesto nessun lavoro per trasferire una piccola quantità di carica dq da un'armatura all'altra³, ma una volta che questa carica è stata trasferita, esiste una piccola differenza di potenziale tra le armature. Quindi, bisogna compiere lavoro per spostare ulteriore carica attraverso questa differenza di potenziale. Trasferendo sempre più carica da un'armatura all'altra, la differenza di potenziale aumenta proporzionalmente e viene richiesto maggior lavoro.

Il lavoro richiesto per trasferire un incremento di carica dq da un'armatura all'altra è

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

Quindi, il lavoro complessivo richiesto per caricare il condensatore da $q = 0$ alla carica finale $q = Q$ è

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Per questa discussione il condensatore può essere assimilato a un sistema non isolato. Il lavoro svolto dall'agente esterno sul sistema per caricare il condensatore appare come energia potenziale U immagazzinata in esso. In realtà, naturalmente, quest'energia non è il risultato di lavoro meccanico svolto da un agente esterno che muove le cariche da un'armatura all'altra, ma è dovuta alla trasformazione di energia chimica nella batteria. Abbiamo usato un modello di lavoro svolto da un agente esterno che ci dà un risultato che è pure valido per la situazione reale. Usando $Q = C \Delta V$, si può esprimere l'energia immagazzinata in un condensatore carico nelle seguenti forme alternative:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$$

20.29◀

Questo risultato si applica a *qualsiasi* condensatore, indipendentemente dalla sua geometria. In pratica, la massima energia (o carica) che può essere immagazzinata è limitata poiché per valori di ΔV abbastanza grandi, avviene una scarica elettrica tra le armature del condensatore. Per questo motivo, sui condensatori, viene di solito indicata la massima differenza di potenziale di funzionamento.

Per un oggetto collegato a una molla allungata, l'energia potenziale elastica può essere immagazzinata come immagazzinata *nella molla*. L'energia interna di una sostanza associata alla sua temperatura è localizzata *in tutta la sostanza*. Dov'è localizzata l'energia di un condensatore? L'energia immagazzinata in un condensatore può essere considerata come energia immagazzinata *nel campo elettrico tra le armature del condensatore*. Per un condensatore piano, la differenza di potenziale è legata al campo elettrico dalla relazione $\Delta V = Ed$. Inoltre, la capacità è data da $C = \epsilon_0 A/d$. Sostituendo queste espressioni nell'Equazione 20.29 si ottiene:

$$U = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} (\epsilon_0 Ad) E^2$$

20.30◀

Poiché in un condensatore piano il volume della regione occupata dal campo elettrico è Ad , l'energia per unità di volume, $u_E = U/Ad$, chiamata **densità di energia**, è:

DENSITÀ DI ENERGIA IN UN CAMPO ELETTRICO

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

20.31◀

Sebbene l'Equazione 20.31 sia stata ricavata per un condensatore piano, l'espressione ottenuta è valida in generale. Cioè, la densità di energia di qualsiasi campo elettrico è proporzionale al quadrato del modulo del campo in un dato punto.

QUIZ RAPIDO 20.8

Supponiamo di avere tre condensatori ed una batteria. Con quale dei seguenti collegamenti dei tre condensatori con la batteria si ha la massima energia immagazzinata? **(a)** In serie **(b)** In parallelo **(c)** Entrambe le combinazioni producono la stessa quantità di energia.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 20.2

Si carica un condensatore e poi lo si stacca dalla batteria. Il condensatore è costruito con grandi armature mobili, con aria fra di esse. Si allontanano un po' le armature. Che cosa accade alla carica sul condensatore? Alla differenza

di potenziale? All'energia immagazzinata nel condensatore? Alla capacità? Al campo elettrico fra le armature? Viene svolto del lavoro allontanando le armature?

Ragionamento Poiché il condensatore è staccato dalla batteria, le cariche sulle armature non possono andare da nessuna parte. Quindi, la carica sul condensatore rimane la stessa quando le armature vengono allontanate. Poiché il campo elettrico di armature grandi è indipendente dalla distanza per campi uniformi, il campo elettrico rimane costante. Poiché il campo elettrico è una misura del tasso di variazione del potenziale con la distanza, la differenza di potenziale fra le armature deve aumentare così come aumenta la loro distanza. Poiché la stessa carica è immagazzinata con una differenza di potenziale maggiore, la capacità diminuisce. Poiché l'energia immagazzinata è proporzionale sia alla carica che alla differenza di potenziale, l'energia immagazzinata nel condensatore aumenta. Questa energia deve provenire da qualche parte; le armature si attraggono reciprocamente, quindi si svolge un certo lavoro sul sistema delle due armature quando esse vengono allontanate. \leftarrow

Esempio 20.9 | Ricollegamento di due condensatori carichi

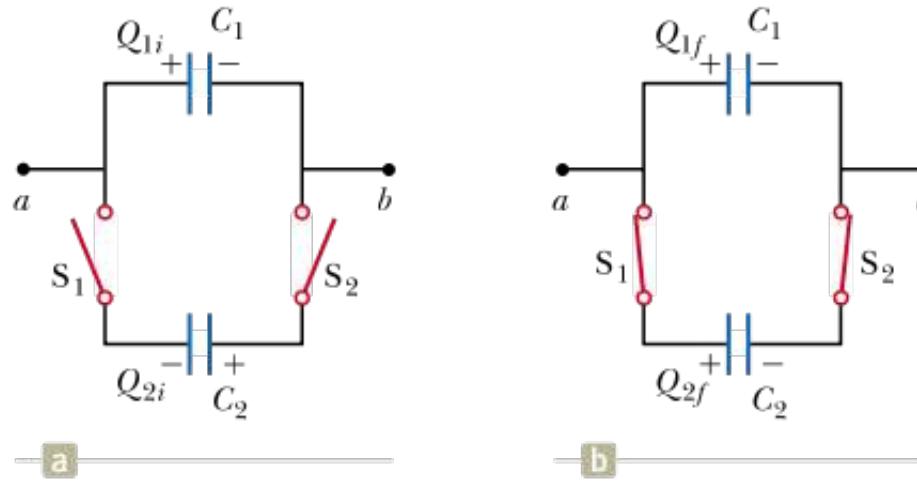


FIGURA 20.28 (Esempio 20.9) (a) Due condensatori sono portati alla stessa differenza di potenziale iniziale e collegati assieme con le armature di segno opposto in contatto quando gli interruttori sono chiusi. (b) Quando gli interruttori sono chiusi, le cariche si ridistribuiscono.

Due condensatori con capacità C_1 e C_2 (con $C_1 > C_2$) sono caricati alla stessa differenza di potenziale ΔV_i . I due condensatori vengono staccati dalla batteria, e le armature collegate con polarità opposta come mostrato in Figura 20.28a. Gli interruttori S_1 ed S_2 vengono poi chiusi come in Figura 20.28b.

(A) Calcolare la differenza di potenziale finale ΔV_f tra a e b dopo la chiusura degli interruttori.

(B) Trovare l'energia totale immagazzinata nei condensatori prima e dopo la chiusura degli interruttori e determinare il rapporto tra l'energia finale e quella iniziale.

E se...? Cosa succederebbe se i due condensatori avessero la stessa capacità? Cosa ti aspetteresti che accadesse quando gli interruttori venissero chiusi?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Condensatori con dielettrici

Un **dielettrico** è un materiale non conduttore, come gomma, vetro o carta paraffinata. Quando si introduce un materiale dielettrico tra le armature di un condensatore, la capacità aumenta. Se il dielettrico riempie completamente lo spazio tra le armature, la capacità aumenta di un fattore adimensionale κ , che prende il nome di **costante dielettrica** del materiale.

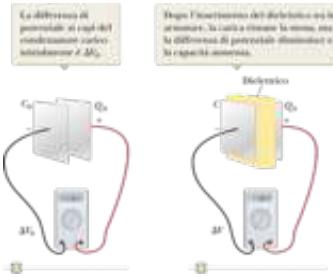


FIGURA 20.29 Un condensatore carico (a) prima e (b) dopo l'inserimento di un dielettrico tra le armature.

L'effetto di un dielettrico in un condensatore può essere illustrato effettuando il seguente esperimento. Consideriamo un condensatore piano di carica Q_0 e capacità C_0 in assenza di dielettrico. La differenza di potenziale ai capi del condensatore, che viene misurata mediante un voltmetro, è $\Delta V_0 = Q_0/C_0$ (Fig. 20.29a). Si noti che il circuito è *aperto*; cioè, le armature del condensatore *non* sono collegate ad una batteria e la carica non può passare attraverso un voltmetro ideale.

⁴Se si compie un altro esperimento nel quale il dielettrico viene introdotto mentre la differenza di potenziale viene mantenuta costante per mezzo di una batteria, la carica aumenta fino a portarsi ad un valore $Q = \kappa Q_0$. La carica aggiuntiva viene trasferita dai fili conduttori, e la capacità aumenta ancora di un fattore κ .

Quindi, *non* c'è una via attraverso la quale la carica possa fluire alterando la carica del condensatore. Se ora si introduce un dielettrico tra le armature come in Figura 20.29b, si trova che il valore indicato dal voltmetro *diminuisce* di un fattore κ a un valore ΔV , dove:

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$$

Poiché $\Delta V < \Delta V_0$, si vede che $\kappa > 1$.

Dal momento che la carica Q_0 del condensatore *non varia*, giungiamo alla conclusione che deve variare la capacità nel seguente modo:

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/\kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0}$$

$$C = \kappa C_0$$

20.32◀

dove C_0 è la capacità in assenza del dielettrico. Ovvero, la capacità *aumenta* di un fattore κ quando il dielettrico riempie completamente la regione tra le armature.⁴ Nel caso di un condensatore piano, per cui $C_0 = \epsilon_0 A/d$, possiamo esprimere la capacità quando il condensatore è completamente riempito con un dielettrico come:

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

20.33◀

Da questo risultato, sembrerebbe che la capacità possa essere resa grande a piacere diminuendo la distanza d , tra le armature. In pratica, però, il minimo valore di d è limitato dalla scarica elettrica che può avvenire attraverso il dielettrico che separa le armature. Per ogni distanza d fissata, la differenza di potenziale massima che può essere applicata a un

condensatore senza che si produca la scarica dipende dalla **rigidità dielettrica** (la massima intensità del campo elettrico) del dielettrico, che per l'aria secca vale 3×10^6 V/m. Se il campo elettrico nel materiale supera la rigidità dielettrica, le proprietà isolanti vengono meno e il materiale comincia a condurre. La maggior parte dei materiali isolanti ha rigidità dielettriche e costanti dielettriche superiori a quelle dell'aria, come indica la Tabella 20.1. Pertanto, si osserva che un dielettrico presenta i seguenti vantaggi:

- fa aumentare la capacità di un condensatore;
- fa aumentare la differenza di potenziale massima di funzionamento di un condensatore;
- fornisce un supporto meccanico tra le armature conduttrici, che permette alle armature di essere più vicine tra loro senza toccarsi, diminuendo quindi d e aumentando C .

Possiamo capire gli effetti di un dielettrico considerando la polarizzazione delle molecole che abbiamo discusso nel Paragrafo 19.3. La Figura 20.30a mostra le molecole polarizzate di un dielettrico con orientamento casuale in assenza di un campo elettrico. La Figura 20.30b mostra la polarizzazione delle molecole di un dielettrico quando il dielettrico è posto fra le piastre di un condensatore carico e le molecole polarizzate tendono ad allinearsi parallelamente alle linee di campo. Le armature creano un campo elettrico \vec{E}_0 nella direzione verso destra nella Figura 20.30b. Nel corpo del dielettrico, esiste una generale omogeneità di carica, ma osserviamo i bordi: vi è uno strato di carica negativa lungo il bordo sinistro del dielettrico e uno strato di carica positiva lungo il bordo destro.

Prevenire le insidie | 20.9 Il condensatore è collegato a una batteria?

Nei problemi in cui si apportano modifiche a un condensatore (per esempio, inserendo un dielettrico), occorre osservare se le modifiche apportate al condensatore sono fatte mentre il condensatore è collegato a una batteria o dopo che ne sia stato staccato. Se il condensatore rimane collegato alla batteria, la tensione ai capi del condensatore rimane necessariamente la stessa. Se si stacca il condensatore dalla batteria prima di apportargli le modifiche, il condensatore è un sistema isolato e la sua carica rimane la stessa.

 **TABELLA 20.1** | Costanti dielettriche e rigidità dielettriche di vari materiali a temperatura ambiente

Materiale	Costante dielettrica κ	Rigidità dielettrica ^a (10^6 V/m)
Acqua	80	—
Aria (secca)	1.000 59	3
Bachelite	4.9	24
Carta	3.7	16
Carta impregnata di paraffina	3.5	11
Cloruro di polivinile	3.4	40
Gomma neoprene	6.7	12
Mylar (polietilene Tereftalato o PET)	3.2	7
Nylon	3.4	14
Olio di silicone	2.5	15
Polistirene	2.56	24
Porcellana	6	12
Quarzo fuso	3.78	8
Teflon	2.1	60
Titanato di stronzio	233	8
Vetro pyrex	5.6	14
Vuoto	1.000 00	—

^aLa rigidità dielettrica è il massimo campo elettrico che può esistere in un dielettrico senza che avvenga una scarica elettrica. Si noti che questi valori dipendono fortemente dalla presenza di eventuali impurità nei materiali.

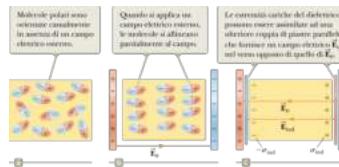


FIGURA 20.30 (a) Molecole polari in un dielettrico. (b) Un campo elettrico viene applicato al dielettrico. (c) Dettagli del campo elettrico all'interno del dielettrico.



Un insieme di condensatori utilizzati in diverse applicazioni.

Questi strati di carica possono essere assimilati ad addizionali piastre cariche parallele, come in Figura 20.30c. Poiché la polarità è opposta a quella delle piastre reali, queste cariche creano un campo elettrico indotto E_{ind} diretto verso sinistra, come mostrato nella rappresentazione grafica, che cancella parzialmente il campo elettrico dovuto alle piastre reali. Quindi, per il condensatore carico isolato dalla batteria, sia il campo elettrico sia la tensione ai capi delle armature, si riducono a causa dell'introduzione del dielettrico. La carica sulle armature è immagazzinata a una differenza di potenziale minore, sicché la capacità aumenta.

Tipi di condensatori

Molti condensatori sono costruiti in circuiti integrati, ma alcuni dispositivi elettrici usano ancora condensatori discreti. I condensatori commerciali spesso sono costruiti usando fogli metallici alternati con dielettrici come strati sottili di carta imbevuta di paraffina.

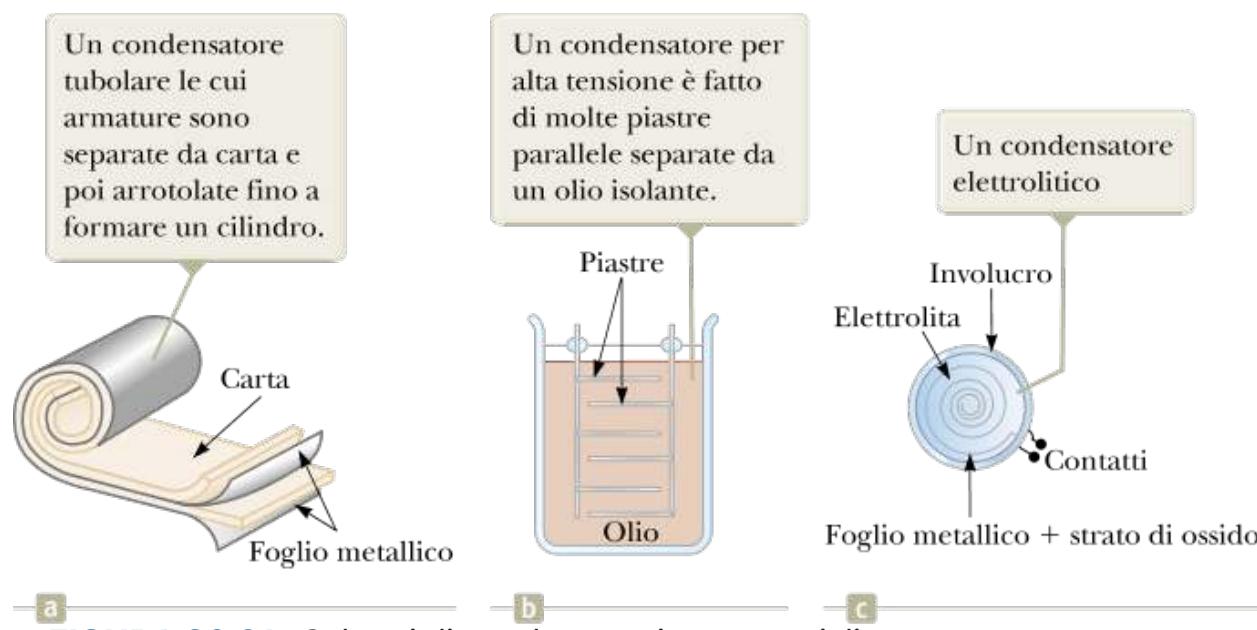
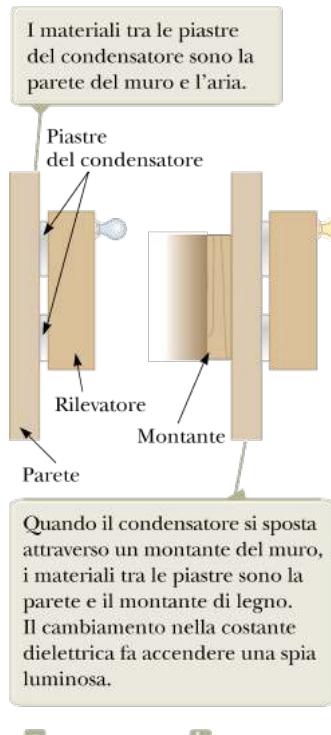


FIGURA 20.31 Schemi di condensatori commerciali.

Questi strati intercalati di fogli metallici e dielettrici vengono poi arrotolati per formare un cilindro di piccole dimensioni (Fig. 20.31a). I condensatori per alte tensioni consistono di solito di un certo numero di piatti metallici interconnessi e immersi in olio di silicone (Fig. 20.31b). Piccoli condensatori spesso sono costruiti con materiali ceramici. I condensatori a capacità variabile (normalmente da 10 a 500 pF), come quello nella fotografia di apertura del primo paragrafo, consistono comunemente di due insiemi di piatti metallici collegati tra loro, l'uno fisso e l'altro mobile, con aria come dielettrico.



a b

FIGURA 20.32 (Quiz rapido 20.9) Un rivelatore di montanti elettrico.

Per accumulare grandi quantità di carica a tensioni relativamente basse si usa spesso un *condensatore elettrolitico*. Questo dispositivo, mostrato in Figura 20.31c, consiste di uno strato metallico immerso in un elettrolita, cioè una soluzione che conduce l'elettricità a causa della mobilità degli ioni che contiene. Applicando una differenza di potenziale tra l'elettrolita e il metallo, si forma su quest'ultimo un sottile strato di ossido (che è isolante), e questo strato agisce da dielettrico. In tal modo si ottengono valori elevatissimi della capacità poiché lo strato di dielettrico è sottilissimo.

Quando in un circuito si usano condensatori elettrolitici, occorre fare attenzione alla polarità. Se la polarità della tensione applicata è opposta a quella appropriata, lo strato di ossido viene rimosso e il condensatore non sarà in grado di accumulare carica.

QUIZ RAPIDO 20.9

Se hai tentato di appendere un quadro o uno specchio, sai quanto sia difficile localizzare un montante di legno in cui ancorare il chiodo o la vite. Un rivelatore di montanti di legno per carpentieri è un condensatore con le armature disposte fianco a fianco invece che una di fronte all'altra come mostrato in Figura 20.32. Quando si muove il dispositivo sopra un montante la capacità **(a)** cresce o **(b)** diminuisce?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 20.10 | Energia immagazzinata prima e dopo

Un condensatore piano viene caricato con una batteria fino a una carica Q_0 . La batteria viene staccata e tra le armature viene inserita una lastra di materiale con costante dielettrica κ . Identificare il sistema costituito dal condensatore e dal dielettrico. Calcolare l'energia immagazzinata nel condensatore prima e dopo l'inserimento del dielettrico.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: l'atmosfera come condensatore

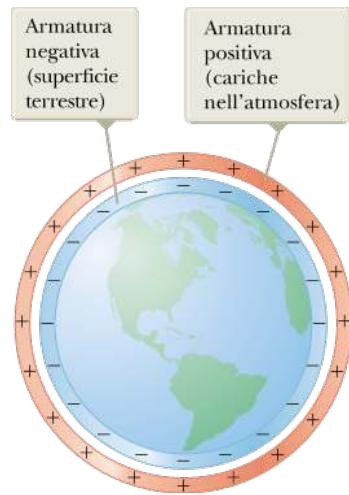


FIGURA 20.33 Il condensatore atmosferico.

Nel Collegamento al contesto del Capitolo 19, abbiamo citato alcuni processi che avvengono sulla superficie terrestre e nell'atmosfera che danno luogo a distribuzioni di cariche. Ciò si concretizza in una carica negativa sulla superficie della Terra e in una carica positiva distribuita attraverso l'aria.

Questa separazione di carica può essere assimilata ad un condensatore. La superficie della Terra è un'armatura del condensatore, mentre la carica positiva nell'aria è l'altra armatura. La carica positiva nell'atmosfera non si trova tutta quanta localizzata a una certa altezza ma è diffusa nell'atmosfera. Quindi, la posizione dell'armatura superiore deve essere rappresentata sulla base della distribuzione di carica. I modelli dell'atmosfera mostrano che un'altezza effettiva appropriata dell'armatura superiore è di circa 5 km al di sopra della superficie. Il modello di condensatore atmosferico è mostrato in Figura 20.33. Considerando che la distribuzione di carica sulla superficie terrestre abbia una simmetria sferica, possiamo utilizzare la Figura 20.16 e la discussione ad essa associata nel Paragrafo 20.6 per sostenere che il potenziale in un punto sopra la superficie terrestre sia:

$$V = k_e \frac{Q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

dove Q è la carica sulla superficie. La differenza di potenziale fra le armature del nostro condensatore atmosferico è:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{\text{superficie}}} - \frac{1}{r_{\text{piastra superiore}}} \right) \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{h}{R_T(R_T + h)} \right] \end{aligned}$$

dove R_T è il raggio della Terra e $h = 5$ km. Da questa espressione, possiamo calcolare la capacità del condensatore atmosferico:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{h}{R_T(R_T + h)} \right]} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_T (R_T + h)}{h}$$

Sostituendo i valori numerici, otteniamo:

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{4\pi\epsilon_0 R_T(R_T + h)}{h} \\
 &= \frac{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(6.4 \times 10^3 \text{ km})(6.4 \times 10^3 \text{ km} + 5 \text{ km})}{5 \text{ km}} \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \\
 &\approx 0.9 \text{ F}
 \end{aligned}$$

Questo valore è molto grande, confrontato con i *picofarad* e *microfarad* che sono i valori tipici dei condensatori nei circuiti elettrici, specialmente per un condensatore che ha le armature a una distanza di 5 km! Useremo questo modello dell'atmosfera come condensatore nelle nostre Conclusioni al Contesto, in cui calcoleremo il numero di fulmini che colpiscono la Terra ogni giorno.

SOMMARIO |

Quando una carica positiva di prova q_0 viene spostata fra i punti **A** e **B** in un campo elettrico \vec{E} , la **variazione di energia potenziale** del sistema carica-campo è:

$$\Delta U = -q_0 \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \text{20.1} \blacktriangleleft$$

La **differenza di potenziale**, ΔV , fra i punti **A** e **B** in un campo elettrico \vec{E} è definita come la variazione di energia potenziale divisa per la carica di prova q_0 :

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \text{20.3} \blacktriangleleft$$

dove il **potenziale elettrico** V è uno scalare e ha unità di misura joule diviso coulomb, definita come 1 **volt** (V).

La differenza di potenziale fra due punti **A** e **B** in un campo elettrico uniforme E è:

$$\Delta V = -E \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} ds = -Ed \quad \text{20.6} \blacktriangleleft$$

dove d è il modulo del vettore spostamento tra **A** e **B**.

Le **superfici equipotenziali** sono superfici sulle quali il potenziale elettrico è costante. Le superfici equipotenziali sono *perpendicolari* alle linee di campo elettrico.

Il potenziale elettrico di una carica puntiforme q a una distanza r dalla carica è

$$V = k_e \frac{q}{r} \quad \text{20.11} \blacktriangleleft$$

Il potenziale elettrico di un insieme di cariche puntiformi si ottiene sommando i potenziali delle singole cariche. Poiché V è uno scalare, la somma è una semplice operazione algebrica.

L'energia potenziale elettrica di una coppia di cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} è

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad \text{20.13} \blacktriangleleft$$

che rappresenta il lavoro necessario per portare le cariche da una distanza di separazione infinita a una distanza di separazione r_{12} . L'energia potenziale di una distribuzione di cariche puntiformi si ottiene sommando i termini come quelli dell'Equazione 20.13 estesi a *tutte le coppie* di particelle.

Se il potenziale elettrico è noto in funzione delle coordinate x , y e z , le componenti del campo elettrico si possono ottenere dalla derivata cambiata di segno del potenziale rispetto alle coordinate. Per esempio, la componente x del campo elettrico nella direzione x è:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad \text{20.17} \blacktriangleleft$$

Il potenziale elettrico di una distribuzione continua di carica è:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \quad \text{20.19} \blacktriangleleft$$

Ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale. Inoltre, il potenziale è costante ovunque all'interno del conduttore ed è uguale al suo valore sulla superficie.

Un condensatore è un dispositivo per immagazzinare cariche. Un condensatore carico consiste di due conduttori caricati con cariche uguali e di segno opposto con una differenza di potenziale ΔV fra essi. La **capacità C** di un condensatore è definita come il rapporto fra il valore assoluto della carica Q su ciascun conduttore e il valore assoluto della differenza di potenziale ΔV :

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V} \quad \text{20.20} \blacktriangleleft$$

L'unità SI della capacità è il coulomb su volt, ossia il **farad** (F), cioè $1\text{ F} = 1\text{ C/V}$.

Se due o più condensatori sono collegati in parallelo, la differenza di potenziale ai capi di ciascuno di essi deve essere la stessa. La **capacità equivalente** di un insieme di condensatori **in parallelo** è

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad \text{20.26} \blacktriangleleft$$

Se due o più condensatori sono collegati in serie, la carica su ognuno di essi è la stessa e la **capacità equivalente** del **collegamento in serie** è

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad \text{20.28} \blacktriangleleft$$

Per caricare un condensatore è necessaria dell'energia, poiché il processo di carica è equivalente a trasferire cariche da un conduttore a potenziale più basso a un altro a potenziale più alto. L'energia potenziale elettrostatica U immagazzinata nel condensatore è:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 \quad \text{20.29} \blacktriangleleft$$

Quando un materiale dielettrico viene inserito fra le armature di un condensatore, la capacità generalmente aumenta di un fattore adimensionale κ , chiamato **costante dielettrica**. Cioè,

$$C = \kappa C_0 \quad \text{20.32} \blacktriangleleft$$

dove C_0 è la capacità in assenza di dielettrico.

QUESITI

1. Un elettrone in una macchina per raggi X viene accelerato attraverso una differenza di potenziale di 1.00×10^4 V prima di colpire il bersaglio. Qual è l'energia cinetica dell'elettrone in elettronvolt? (a) 1.00×10^4 eV (b) 1.60×10^{-15} eV (c) 1.60×10^{-22} eV (d) 6.25×10^{22} eV (e) 1.60×10^{-19} eV

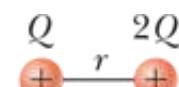
2. Un condensatore con una capacità molto grande è collegato in serie con un altro condensatore con una capacità molto piccola. Com'è la capacità equivalente del sistema? (a) leggermente più grande della capacità del condensatore grande (b) leggermente inferiore alla capacità del condensatore grande (c) leggermente più grande della capacità del condensatore piccolo (d) leggermente inferiore alla capacità del condensatore piccolo.

3. Vero o Falso? (a) Dalla definizione di capacità $C = Q / \Delta V$ segue che un condensatore scarico ha una capacità nulla (b) Come descritto dalla definizione di capacità, la differenza di potenziale ai capi di un condensatore scarico è zero.

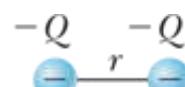
4. In una certa regione dello spazio, un campo elettrico uniforme ha la direzione dell'asse x . Una particella con carica negativa viene trasportata da $x = 20.0$ cm a $x = 60.0$ cm. (i) L'energia potenziale elettrica del sistema carica-campo (a) aumenta, (b) rimane costante, (c) diminuisce, o (d) cambia in modo imprevedibile? (ii) La particella si è mossa in una posizione in cui il potenziale elettrico è (a) più alto di prima, (b) invariato, (c) più basso di prima, o (d) imprevedibile?

5. Un condensatore piano viene caricato e quindi scollegato dalla batteria. Di quale fattore varia l'energia accumulata quando la separazione tra le armature viene raddoppiata? (a) Diventa il quadruplo. (b) Diventa il doppio. (c) Rima ne la stessa. (d) Diventa la metà. (e) Diventa un quarto.

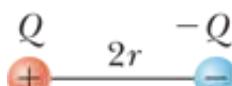
6. Ordinate in modo decrescente le energie potenziali dei quattro sistemi di particelle mostrati in Figura Q20.6. Includere le uguaglianze se richiesto.



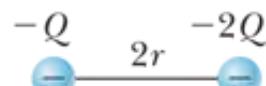
a



b



c



d

FIGURA Q20.6

7. Un protone viene lasciato libero a riposo nell'origine in un campo elettrico uniforme orientato nel verso positivo dell'asse x di ampiezza 850 N/C . Qual è la variazione dell'energia potenziale elettrica del sistema proton-campo quando il protone si sposta in $x = 2.50 \text{ m}$? (a) $3.40 \times 10^{-16} \text{ J}$ (b) $-3.40 \times 10^{-16} \text{ J}$ (c) $2.50 \times 10^{-16} \text{ J}$ (d) $-2.50 \times 10^{-16} \text{ J}$ (e) $-1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

8. Se il volume di una sfera metallica viene triplicato qual è il fattore per cui va moltiplicata la sua capacità iniziale? (a) 3 (b) $3^{1/3}$ (c) 1 (d) $3^{-1/3}$ (e) $1/3$

9. Ordinate in modo decrescente i potenziali elettrici nei quattro punti mostrati in Figura Q20.9.

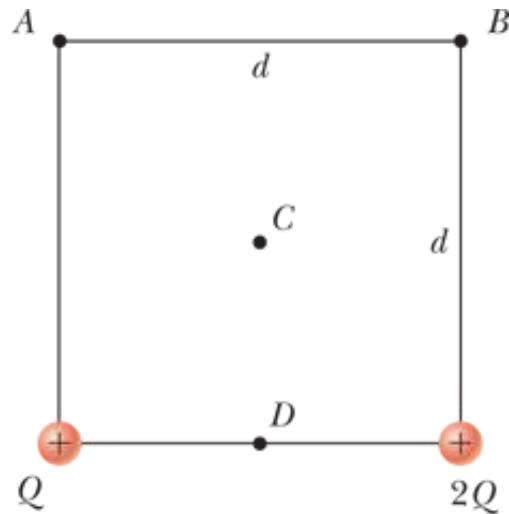


FIGURA Q20.9

10. Il potenziale elettrico in $x = 3.00 \text{ m}$ è 120 V , in $x = 5.00 \text{ m}$ è 190 V . Qual è la componente x del campo elettrico in questa regione, assumendo che il campo sia uniforme? (a) 140 N/C (b) -140 N/C (c) 35.0 N/C (d) -35.0 N/C (e) 75.0 N/C

11. Un tecnico elettronico vuole costruire un condensatore piano utilizzando rutilo (ossido di Titanio) ($\kappa = 100$) come dielettrico. La superficie delle armature è 1.00 cm^2 . Qual è la capacità se lo spessore del rutilo è di 1.00 mm ? (a) 88.5 pF (b) 177 pF (c) $8.85 \mu\text{F}$ (d) $100 \mu\text{F}$ (e) $35.4 \mu\text{F}$

12. Un condensatore piano è collegato ad una batteria. Cosa succede all'energia immagazzinata se la separazione tra le armature viene raddoppiata mentre il condensatore rimane collegato alla batteria? (a) Rimane lo stesso (b) Raddoppia (c) Diminuisce di un fattore 2 (d) Diminuisce di un fattore 4 (e) Aumenta di un fattore 4.

13. Ordinate in modo decrescente le energie potenziali elettriche dei sistemi di cariche mostrati in Figura Q20.13. Indicare le egualanze dove richiesto.

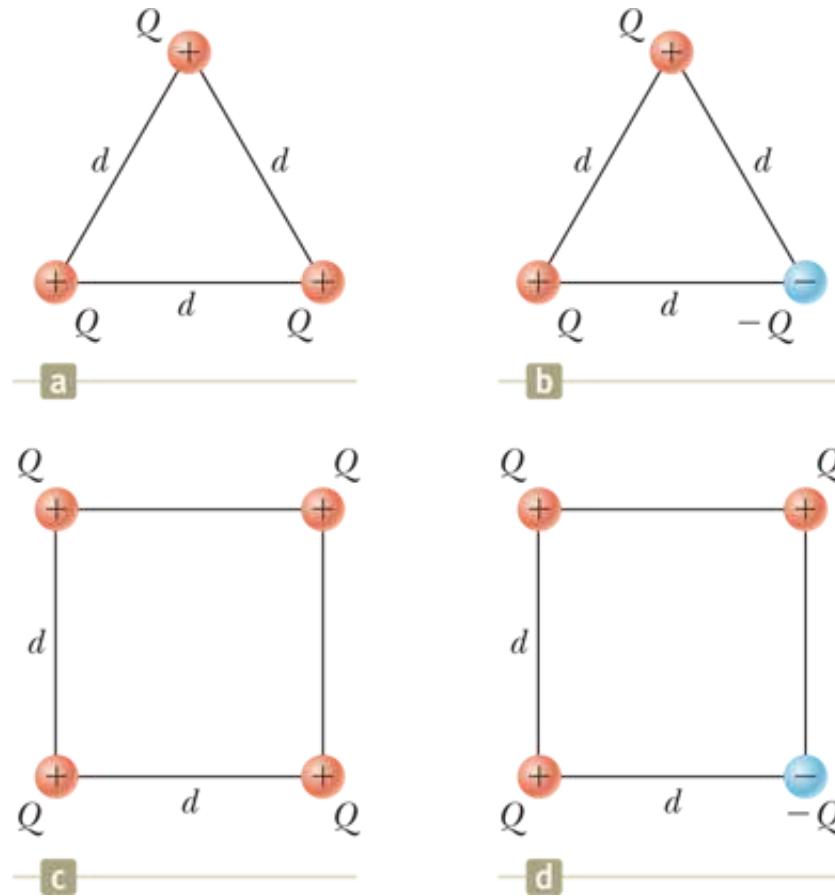


FIGURA Q20.13

14. Un filo disposto lungo l'asse x a partire dall'origine fino al punto $x = 80.0$ cm ha una carica elettrica con densità uniforme. Questo filo genera un potenziale elettrico di 100 V nel punto P di coordinate $(x = 80.0$ cm, $y = 80.0$ cm). Aggiungiamo un altro filo disposto lungo l'asse y a partire dall'origine fino al punto $y = 80.0$ cm, con la stessa carica e densità uniforme del primo. Nello stesso punto P , il potenziale elettrico generato dalla coppia di fili è (a) più grande di 200 V, (b) 200 V, (c) 100 V, (d) tra 0 e 200 V, o (e) 0 V?

15. Assumiamo che un dispositivo sia progettato per ottenere una grande differenza di potenziale caricando inizialmente un insieme di condensatori collegati in parallelo e quindi attivando un sistema di interruttori che disconnette i condensatori dal generatore e tra di loro e li riconnette in serie. Il gruppo di condensatori carichi viene quindi scaricato mentre sono collegati in serie. Qual è la differenza di potenziale massima che si può ottenere in questo modo utilizzando dieci condensatori da 500 e un generatore di 800 V? (a) 500 V (b) 8.00 kV (c) 400 kV (d) 800 V (e) 0 V

16. Quattro particelle sono poste sul bordo di una circonferenza. Le cariche delle particelle sono $+0.500 \mu C$, $+1.50 \mu C$, $-1.00 \mu C$, e $-0.500 \mu C$. Se il potenziale elettrico generato al centro della circonferenza dalla sola carica di $+0.500 \mu C$ è 4.50×10^4 V, qual è il potenziale elettrico totale al centro generato dalle quattro cariche? (a) 18.0×10^4 V (b) 4.50×10^4 V (c) 0 V (d) -4.50×10^4 V (e) 9.00×10^4 V

17. Si considerino le superfici equipotenziali mostrate in Figura 20.4. In questa regione dello spazio, qual è la direzione approssimata del campo elettrico? (a) È uscente dalla pagina. (b) È entrante nella pagina. (c) È verso la parte superiore della pagina. (d) È verso il fondo della pagina. (e) Il campo è nullo.

18. Un condensatore piano riempito con aria ha una carica Q . La batteria viene scollegata e viene inserita tra le armature una lastra di materiale con costante dielettrica $k = 2$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? (a) La differenza di potenziale ai capi del condensatore diminuisce di un fattore 2. (b) La differenza di potenziale ai capi del condensatore raddoppia. (c) La carica sulle armature raddoppia. (d) La carica sulle armature diminuisce di un fattore 2. (e) Il campo elettrico raddoppia.

19. (i) Cosa succede al modulo della carica su ciascuna delle armature di un condensatore se la differenza di potenziale tra i conduttori raddoppia? (a) Diventa quattro volte maggiore. (b) Diventa due volte maggiore. (c) Rimane invariata. (d) Diventa la metà. (e) Diventa un quarto. **(ii)** Se la differenza di potenziale ai capi di un condensatore raddoppia, cosa succede all'energia immagazzinata? Scegliere tra le stesse possibilità della parte (i).

20. Se tre condensatori diversi, inizialmente scarichi, sono collegati in serie ad una batteria, quali delle seguenti affermazioni è vera? (a) La capacità equivalente è più grande di quella di ogni singolo condensatore. (b) La differenza di potenziale maggiore si trova ai capi del condensatore che ha minore capacità. (c) La differenza di potenziale maggiore si trova ai capi del condensatore con maggiore capacità. (d) Il condensatore con la capacità maggiore ha la carica maggiore. (e) Il condensatore con la capacità minore ha la carica minore.

21. In una certa regione dello spazio, il campo elettrico è nullo. Da questo fatto, cosa si può concludere relativamente al potenziale elettrico in questa regione? (a) È zero. (b) Non cambia al variare della posizione. (c) È positivo. (d) È negativo. (e) Nessuna di queste risposte è necessariamente vera.

DOMANDE CONCETTUALI

1. Spiegare perché il lavoro necessario per spostare una partecipa con carica Q attraverso una differenza di potenziale è $W = Q\Delta V$, mentre l'energia immagazzinata in un condensatore carico è $U = \frac{1}{2} Q\Delta V$. Da dove viene il fattore $\frac{1}{2}$?

2. Qual è la differenza tra potenziale elettrico ed energia potenziale elettrica?

3. Perché è pericoloso toccare le terminazioni di un condensatore ad alta tensione anche dopo che la sorgente che ha caricato il condensatore è stata disconnessa dal condensatore? (b) Cosa si può fare per toccare in modo sicuro il condensatore dopo che la sorgente di tensione è stata rimossa?

4. Descrivere le superfici equipotenziali per (a) una distribuzione lineare infinita di carica e (b) una sfera uniformemente carica.

5. Supponiamo di voler aumentare la massima differenza di potenziale di lavoro di un condensatore piano. Descrivere come si può fare mantenendo fissa la separazione tra le armature.

6. Poiché le cariche sulle armature di un condensatore piano sono di segno opposto, esse si attirano reciprocamente. Quindi, ci vorrebbe un lavoro positivo per incrementare la separazione tra le armature. Quale tipo di energia nel sistema cambia in seguito al lavoro esterno compiuto in questo processo?

7. Quando particelle caricate sono separate da una distanza infinita, l'energia potenziale elettrica della coppia è zero. Quando le particelle vengono avvicinate, l'energia potenziale elettrica di una coppia con carica dello stesso segno è positiva, mentre l'energia potenziale elettrica di una coppia di particelle con cariche di segno opposto è negativa. Dare una spiegazione fisica di questa affermazione.

8. Studiare la Figura 19.4 e il testo allegato relativo al processo di carica per induzione. Quando il filo che collega a terra viene messo in contatto con il punto più a destra della sfera in Figura 19.4c, gli elettroni vengono fatti scorrere via dalla sfera perché rimanga carica positivamente. Supponiamo invece di collegare il filo alla parte di sinistra della sfera. (a) Gli elettroni saranno ancora portati via, spostandosi più vicino alla sbarretta carica negativamente nel fare questo? (b) Quale tipo di carica rimane sulla sfera, se ne rimane alcuna?

9. Descrivere il moto di un protone (a) in un campo elettrico uniforme dopo avere lasciato la condizione di riposo. Descrivere i cambiamenti (se ce ne sono) (b) nella sua energia cinetica e (c) nell'energia potenziale elettrica del sistema protone-campo.

10. Un condensatore riempito con aria viene caricato, quindi viene disconnesso dal generatore, e infine collegato ad un voltmetro. Spiegare come e perché la differenza di potenziale elettrico cambia quando un dielettrico viene inserito tra le armature del condensatore.

11. Se ti venisse chiesto di progettare un condensatore di piccole dimensioni e grande capacità, quali sarebbero i due fattori più importanti da considerare nel progetto?

12. Spiegare perché un dielettrico fa aumentare la massima differenza di potenziale di lavoro di un condensatore anche se la dimensione fisica del condensatore non cambia.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 20.1 Potenziale elettrico e differenza di potenziale

1. Un campo elettrico uniforme di intensità 325 V/m è orientato nel verso negativo dell'asse y nella Figura P20.1. Le coordinate del punto A sono $(-0.200, -0.300)$ m, e quelle del punto B sono $(0.400, 0.500)$ m. Calcolare la differenza di potenziale elettrico $V_B - V_A$ utilizzando il percorso tratteggiato.

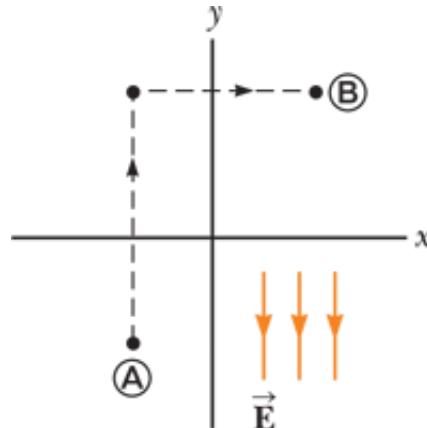


FIGURA P20.1

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

2. Quanto lavoro viene fatto (da una batteria, un generatore, o qualche altra sorgente di differenza di potenziale) nello spostare un numero di elettroni pari al numero di Avogadro da un punto iniziale in cui il potenziale è 9.00 V ad un punto dove il potenziale elettrico è -5.00 V? (Il potenziale in ogni caso è misurato relativamente ad uno stesso punto di riferimento.)

3. Calcolare la velocità di un protone che viene accelerato da riposo con una differenza di potenziale di 120 V. Calcolare la velocità di un elettrone che viene accelerato con la stessa differenza di potenziale.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 20.2 Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme

4. Un campo elettrico uniforme di intensità 250 V/m è diretto nel verso positivo dell'asse x . Una carica di 1.12×10^{-6} C si muove dall'origine al punto $(x, y) = (20.0$ cm, 50.0 cm). (a) Qual è la variazione di energia potenziale del sistema carica-campo? (b) Qual è la differenza di potenziale con cui si muove la carica?

5. Un elettrone che si sposta parallelamente all'asse x ha una velocità iniziale di 3.70×10^6 m/s nell'origine. La sua velocità viene ridotta a 1.40×10^5 m/s nel punto $x = 2.00$ cm. (a) Calcolare la differenza di potenziale elettrico tra l'origine e questo punto. (b) Quale punto si trova al potenziale maggiore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Problema di ricapitolazione. Un blocco di massa m e carica $+Q$ è collegato a una molla isolante di costante elastica k . Il blocco giace su un piano orizzontale isolante privo di attrito, e il sistema è immerso in un campo elettrico uniforme di modulo E diretto come mostrato in Figura P20.6. Il blocco è lasciato libero da fermo quando la molla non è deformata (in $x = 0$). Vogliamo mostrare che il moto del blocco che si instaura è armonico semplice. (a) Si consideri il sistema costituito dal blocco, dalla molla e dal campo elettrico. Questo sistema è isolato o non isolato? (b) Che tipi di energia potenziale esistono nel sistema? (c) Indichiamo come configurazione iniziale del sistema quella immediatamente successiva al momento in cui il blocco viene lasciato libero di muoversi. La configurazione finale è quella in cui il blocco momentaneamente si ferma di nuovo. Qual è il valore di x al quale il blocco si ferma momentaneamente? (d) In qualche posizione $x = x_0$, il corpo risente di una forza totale nulla. Quale modello di analisi si applica a questa situazione della particella? (e) Qual è il valore di x_0 ? (f) Definire un nuovo sistema di riferimento x' tale che $x' = x - x_0$. Dimostrare che x' soddisfa una equazione differenziale per il moto armonico semplice. (g) Trovare il periodo del moto armonico semplice. (h) Come dipende il periodo dal modulo del campo elettrico?

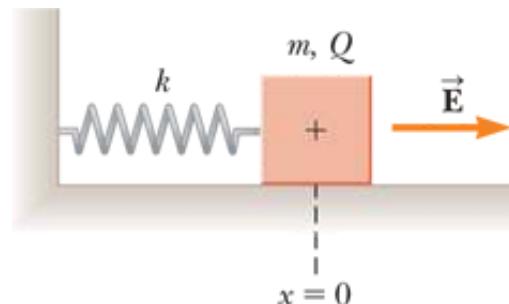


FIGURA P20.6

Paragrafo 20.3 Potenziale elettrico ed energia potenziale elettrica di cariche puntiformi

Nota: a meno che non sia detto diversamente, si assume che il livello di riferimento del potenziale sia $V = 0$ a $r = \infty$.

7. Due particelle, ognuna con carica $+2.00 \mu\text{C}$ sono poste sull'asse x . Una si trova in $x = 1.00 \text{ m}$, e l'altra si trova in $x = -1.00 \text{ m}$. (a) Determinare il potenziale elettrico sull'asse y in $y = 0.500 \text{ m}$. (b) Calcolare la variazione di energia potenziale elettrica del sistema quando una terza particella carica di $-3.00 \mu\text{C}$ viene portata dall'infinito nel punto $y = 0.500 \text{ m}$ sull'asse y .

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. Dimostrare che la quantità di lavoro richiesto per mettere insieme quattro particelle con la stessa carica di valore Q negli spigoli di un quadrato di lato s è $5.41 k_e Q^2/s$.

9. Date due particelle ognuna di carica $2.00 \mu\text{C}$ come mostrato nella Figura P20.9 e una particella con carica $q = 1.28 \times 10^{-18} \text{ C}$ nell'origine, (a) qual è la forza totale che le due cariche da $2.00 \mu\text{C}$ esercitano sulla carica di prova q ? (b) Qual è il campo elettrico generato nell'origine dalle due particelle caricate da $2.00 \mu\text{C}$? (c) Qual è il potenziale elettrico generato nell'origine dalle due particelle caricate da $2.00 \mu\text{C}$?

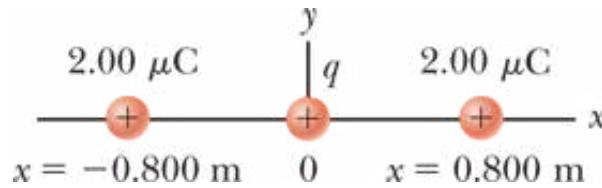


FIGURA P20.9

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Tre particelle con uguali cariche positive q sono poste negli spigoli di un triangolo equilatero di lato a come mostrato in Figura P20.10. (a) In quale punto nel piano delle particelle, se esiste, il potenziale elettrico è nullo? (b) Qual è il potenziale elettrico nella posizione di una delle particelle generato dalle altre due particelle del triangolo?

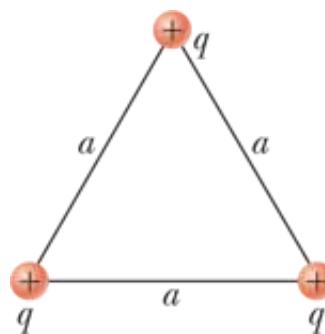


FIGURA P20.10

11. Le tre particelle cariche in Figura P20.11 sono poste nei vertici di un triangolo isoscele (con $d = 2.00 \text{ cm}$). Presa $q = 7.00 \mu\text{C}$, calcolare il potenziale elettrico nel punto A , il punto medio della base.

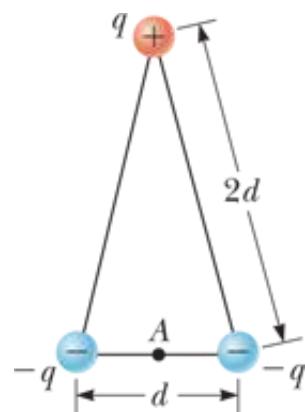
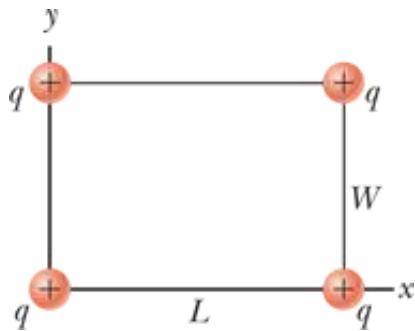


FIGURA P20.11**VISUALIZZA SOLUZIONE**

12. Nel 1911 Ernest Rutherford e i suoi collaboratori Geiger e Marsden effettuarono un esperimento nel quale colpivano con delle particelle alfa (nuclei di atomi di elio) sottili lamine d'oro. Una particella alfa, avente carica $1.2e$ e massa 6.64×10^{-27} kg, è un prodotto di un certo decadimento radioattivo. I risultati dell'esperimento condussero Rutherford all'idea che la maggior parte della massa di un atomo si dovesse trovare in un nucleo estremamente piccolo, con gli elettronni in orbita attorno ad esso (questo modello è detto modello planetario dell'atomo, che studieremo nel Capitolo 29, "Fisica Moderna"). Si assuma che una particella alfa, inizialmente molto lontana dal nucleo dell'oro, sia sparata con una velocità di 2.00×10^7 m/s direttamente verso il nucleo (carica $1.79e$). A quale distanza dal nucleo arriverà la particella alfa prima di tornare indietro? Si assuma che il nucleo dell'oro rimanga fermo.

13. Quattro particelle caricate identiche ($q = 1.10.0 \mu\text{C}$) sono poste negli spigoli di un rettangolo come mostrato in Figura P20.13. Le dimensioni del rettangolo sono $L = 60.0$ cm e $W = 15.0$ cm. Calcolare la variazione dell'energia potenziale elettrica del sistema quando la particella che si trova nello spigolo in basso a sinistra nella Figura P20.13 viene trasportata in questa posizione dall'infinito. Si assume che le altre tre particelle nella Figura P20.13 rimangano fisse nella loro posizione.

**FIGURA P20.13****VISUALIZZA SOLUZIONE**

14. Due particelle caricate generano, nell'origine, influenze descritte dalle seguenti espressioni:

$$8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \left[-\frac{7.00 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.070 \text{ m})^2} \cos 70.0^\circ \hat{\mathbf{i}} - \frac{7.00 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.070 \text{ m})^2} \sin 70.0^\circ \hat{\mathbf{j}} + \frac{8.00 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.030 \text{ m})^2} \hat{\mathbf{j}} \right]$$

e

$$8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \left[\frac{7.00 \times 10^{-9} \text{ C}}{0.070 \text{ m}} - \frac{8.00 \times 10^{-9} \text{ C}}{0.030 \text{ m}} \right]$$

(a) Determinare le posizioni delle particelle e le loro cariche. (b) Trovare la forza su una carica di -16.0 nC posta nell'origine e (c) il lavoro necessario per spostare questa terza carica nell'origine da un punto molto distante.

15. Problema di ricapitolazione. Due sfere isolanti hanno raggi rispettivamente di 0.300 cm e 0.500 cm , masse 0.100 kg e 0.700 kg , e cariche distribuite uniformemente di $-2.00 \mu\text{C}$ e $3.00 \mu\text{C}$. Sono lasciate libere di muoversi da una situazione di riposo quando i loro centri sono separati da una distanza di 1.00 m . (a) Quali velocità hanno nell'istante in cui si scontrano? (b) **E se?** Se le sfere fossero conduttrici, le velocità sarebbero più grandi o più piccole di quelle della parte (a)? Spiegare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Problema di ricapitolazione. Due sfere isolanti hanno raggi r_1 e r_2 , massa m_1 e m_2 , e cariche uniformemente distribuite $-q_1$ e q_2 . Sono lasciate libere di muoversi dalla situazione di riposo quando i loro centri sono posti ad una distanza d . (a) Quali velocità hanno nell'istante in cui si scontrano? (b) **E se?** Se le sfere fossero conduttrici, le velocità sarebbero più grandi o più piccole di quelle della parte (a)? Spiegare.

17. (a) Trovare il potenziale ad una distanza di 1.00 cm da un protone. (b) Qual è la differenza di potenziale tra due punti che si trovano a 1.00 cm e a 2.00 cm dal protone? (c) Ripetere le parti (a) e (b) per un elettrone.

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Problema di ricapitolazione. Una molla leggera non compressa ha una lunghezza d . Due particelle identiche, ognuna con carica q , sono collegate alle opposte estremità della molla. Le particelle sono tenute ferme ad una distanza d e quindi lasciate libere di muoversi nello stesso istante. Il sistema oscilla su un piano liscio orizzontale. La molla ha un po' di resistenza interna, così l'oscillazione risulta smorzata. Alla fine le particelle raggiungono una situazione di riposo quando la distanza reciproca è $3d$. Si assuma che il sistema della molla con le due particelle caricate sia isolato. Trovare l'ammonto di energia interna della molla durante le oscillazioni.

19. Due particelle, con carica di 20.0 nC e -20.0 nC , sono poste nei punti di coordinate $(0, 4.00 \text{ cm})$ e $(0, -4.00 \text{ cm})$ come mostrato in Figura P20.19. Una particella di carica 10.0 nC è posta nell'origine. (a) Trovare l'energia potenziale elettrica della configurazione delle tre cariche fisse. (b) Una quarta particella, con una massa di $2.00 \times 10^{-13} \text{ kg}$ e una carica di 40.0 nC , è lasciata da riposo nel punto $(3.00 \text{ cm}, 0)$. Trovare la sua velocità dopo che si è spostata liberamente fino ad una distanza molto grande.

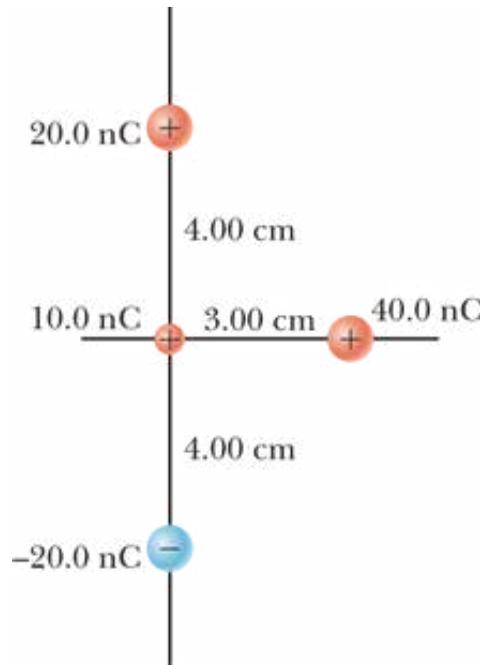


FIGURA P20.19

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

20. A una certa distanza da una particella carica, il modulo del campo elettrico è 500 V/m e il potenziale elettrico è -3.00 kV . (a) Qual è la distanza dalla particella? (b) Qual è il modulo della carica?

21. Una particella con carica $+q$ si trova nell'origine. Una particella di carica $-2q$ è in $x = 2.00 \text{ m}$ sull'asse x . (a) Per quale(i) valore(i) finito(i) di x il campo elettrico è nullo? (b) Per quale(i) valore(i) finito(i) di x il potenziale elettrico è nullo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 20.4 Ricavare il valore del campo elettrico dal potenziale elettrico

22. Il potenziale in una regione tra $x = 0$ e $x = 6.00 \text{ m}$ è $V = a + bx$, con $a = 10.0 \text{ V}$ e $b = -7.00 \text{ V/m}$. Determinare (a) il potenziale in $x = 0, 3.00 \text{ m}$, e 6.00 m e (b) il modulo, la direzione e il verso del campo elettrico in $x = 0, 3.00 \text{ m}$, e 6.00 m .

23. In una certa regione dello spazio, il potenziale elettrico è $V = 5x - 3x^2y + 2yz^2$. (a) Trovare l'espressione per le componenti x, y e z del campo elettrico in

questa regione. (b) Qual è il modulo del campo nel punto P di coordinate $(1.00, 0, -2.00)$ m?

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Il potenziale elettrico interno a un conduttore sferico carico di raggio R è dato da $V = k_e Q/R$, e il potenziale esterno è dato da $V = k_e Q/r$. Utilizzando $E_r = -dV/dr$, derivare il campo elettrico (a) interno e (b) esterno a questa distribuzione di carica.

Paragrafo 20.5 Potenziale elettrico dovuto a distribuzioni continue di carica

25. Si consideri un anello di raggio R con una carica totale Q distribuita uniformemente sul suo perimetro. Qual è la differenza di potenziale tra il punto al centro dell'anello e un punto sul suo asse ad una distanza di $2R$ dal centro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Una sbarretta di lunghezza L (Fig. P20.26) giace sull'asse x con la sua estremità di sinistra sull'origine. Ha una densità di carica non uniforme $\lambda = \alpha x$, dove α è una costante positiva. (a) Quali sono le unità di misura di α ? (b) Calcolare il potenziale elettrico in A .

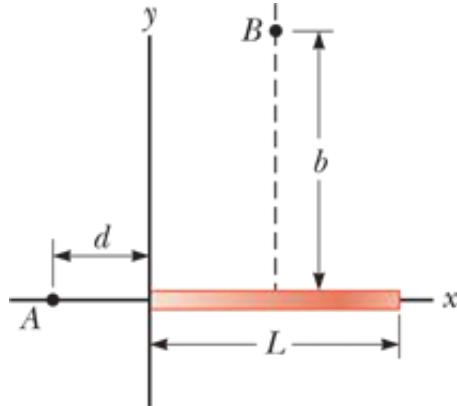


FIGURA P20.26

27. Per la distribuzione descritta nel Problema 26, calcolare il potenziale elettrico nel punto B , che sta sull'asse perpendicolare della sbarretta ad una distanza b dall'asse x .

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Un filo con una densità lineare di carica uniforme λ è curvato come mostrato in Figura P20.28. Trovare il potenziale elettrico nel punto O .

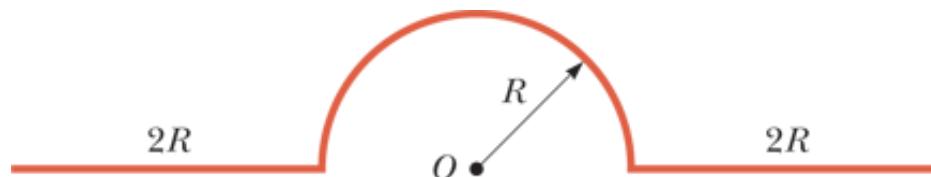


FIGURA P20.28

29. Una sbarretta isolante uniformemente carica di lunghezza 14.0 cm è curvata nella forma di una semicerconferenza come mostrato in Figura P20.29. La sbarretta ha una carica totale di $-7.50 \mu\text{C}$. Trovare il potenziale elettrico nel centro O della semicerconferenza.



FIGURA P20.29

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 20.6 Potenziale elettrico di un conduttore carico

30. Quanti elettroni dovrebbero essere rimossi da un conduttore sferico inizialmente scarico di raggio 0.300 m per produrre un potenziale di 7.50 kV sulla sua superficie?

31. Delle cariche elettriche si possono accumulare in un aeroplano in volo. Avrete potuto osservare delle estensioni appuntite metalliche sulle estremità alari di un aeroplano. Il loro scopo è quello di permettere la perdita di carica prima che essa si accumuli in abbondanza. Il campo elettrico attorno alle punte è maggiore di quello attorno alla fusoliera dell'aeroplano e può diventare grande abbastanza da produrre una scarica elettrica nell'aria, scaricando l'aeroplano. Per elaborare un modello di questo processo, si assume che due conduttori sferici carichi sia non collegati da un lungo filo conduttore, e una carica di $1.20 \mu\text{C}$ sia posta sull'insieme. Una sfera, che rappresenta la fusoliera dell'aeroplano, ha un raggio di 6.00 cm; l'altra, che rappresenta le estensioni appuntite, ha un raggio di 2.00 cm. (a) Qual è il potenziale elettrico di ciascuna sfera? (b) Qual è il campo elettrico sulla superficie di ciascuna sfera?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Un conduttore sferico ha un raggio di 14.0 cm e una carica di $26.0 \mu\text{C}$. Calcolare il campo elettrico e il potenziale elettrico ad una distanza dal centro di (a) $r = 10.0$ cm, (b) $r = 20.0$ cm, (c) $r = 14.0$ cm.

Paragrafo 20.7 La capacità

33. Un condensatore riempito d'aria è composto di due piastre parallele, ognuna di area 7.60 cm^2 , separate da una distanza di 1.80 mm. Una differenza di potenziale di 20.0 V viene applicata a queste piastre. Calcolare (a) il campo elettrico tra le armature, (b) la densità di carica superficiale, (c) la capacità, e (d) la carica su ciascuna armatura.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

34. Problema di ricapitolazione. Un piccolo oggetto di massa m ha una carica q ed è sospeso mediante un filo tra le armature verticali di un condensatore piano. La separazione tra le armature è d . Se il filo forma un angolo θ con la verticale, qual è la differenza di potenziale fra le armature?

35. Una sfera conduttrice carica, isolata, di raggio 12.0 cm crea un campo elettrico di $4.90 \times 10^4 \text{ N/C}$ ad una distanza di 21.0 cm dal suo centro. (a) Qual è la densità di carica superficiale? (b) Qual è la sua capacità?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

36. Un condensatore sferico consiste di un guscio conduttore sferico di raggio b e carica $-Q$ concentrico con una sfera conduttrice più piccola di raggio a e carica $+Q$ (Fig. P20.36). (a) Mostrare che la sua capacità è

$$C = \frac{ab}{k_e(b - a)}$$

(b) Mostrare che quando b tende all'infinito, la capacità tende al valore $a/k_e = 4\pi\epsilon_0 a$.

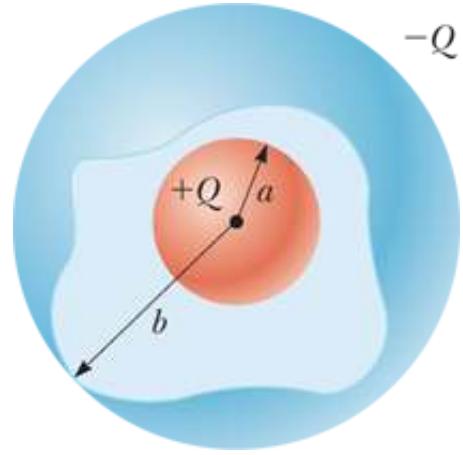


FIGURA P20.36

37. (a) Quanta carica si trova su ciascuna armatura di un condensatore da $4.00 \mu\text{F}$ quando esso è collegato a una batteria da 12.0 V? (b) Se lo stesso condensatore è collegato a una batteria da 1.50 V, quale carica verrà immagazzinata?

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. Un condensatore variabile usato per sintonizzare la radio è costituito da N armature semicircolari, ciascuna di raggio R e posta ad una distanza d da quelle vicine, alle quali è elettricamente collegata. Com'è mostrato nella Figura P20.38, un secondo insieme identico di armature è frapposto a quelle del primo insieme. Ogni armatura del secondo insieme si trova a metà tra le armature del primo insieme. Il secondo insieme può essere ruotato come un tutt'uno. Determinare la capacità in funzione dell'angolo di rotazione θ , dove $\theta = 0$ corrisponde alla capacità massima.

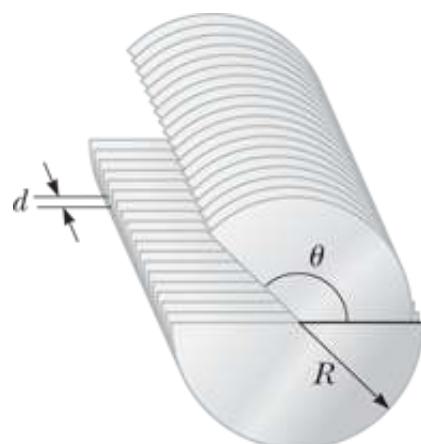


FIGURA P20.38

39. Un cavo coassiale lungo 50.0 m ha il conduttore interno di diametro di 2.58 mm e una carica di $8.10 \mu\text{C}$. Il conduttore esterno ha un diametro interno di 7.27 mm e una carica di $-8.10 \mu\text{C}$. Si assuma che la regione tra i conduttori sia riempita d'aria. (a) Qual è la capacità di questo cavo? (b) Qual è la differenza di potenziale tra i due conduttori?

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Due conduttori, aventi rispettivamente una carica di $10.0 \mu\text{C}$ e $-10.0 \mu\text{C}$, hanno una differenza di potenziale di 10.0 V . (a) Determinare la capacità del sistema. (b) Qual è la differenza di potenziale fra i due conduttori se la carica su ciascuno di essi viene aumentata rispettivamente a $100 \mu\text{C}$ e $-100 \mu\text{C}$?

41. (a) Considerando la Terra e uno strato di nuvole a 800 m dalla superficie terrestre come le armature di un condensatore, calcolare la capacità del sistema Terra-strato di nuvole. Si assuma che lo strato di nuvole abbia un'area di 1.00 km^2 e che l'aria che si trova tra lo strato di nuvole e il suolo sia pura e secca. Si assuma che venga accumulata carica elettrica sullo strato di nuvole e al suolo fino a quando si stabilisce un campo elettrico uniforme di modulo $3.00 \times 10^6 \text{ N/C}$ nello spazio compreso, tale da generare una scarica elettrica e condurre carica elettrica sotto forma di un fulmine. (b) Qual è la carica massima che la nuvola può tenere?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 20.8 Collegamento di condensatori

42. Due condensatori, $C_1 = 5.00 \mu\text{F}$ e $C_2 = 12.0 \mu\text{F}$, sono collegati in parallelo e connessi a una batteria di 9.00 V . Trovare (a) il valore della capacità equivalente, (b) la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore, e (c) la carica immagazzinata in ciascun condensatore.

43. E se? I due condensatori del Problema 42 ($C_1 = 5.00 \mu\text{F}$ e $C_2 = 12.0 \mu\text{F}$) sono ora collegati in serie a una batteria di 9.00 V . Trovare (a) il valore della capacità equivalente, (b) la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore, e (c) la carica su ciascun condensatore.

VISUALIZZA SOLUZIONE

44. (a) Trovare la capacità equivalente tra i punti a e b per il gruppo di condensatori collegati come mostrato in Figura P20.44. Siano $C_1 = 5.00 \mu\text{F}$, $C_2 = 10.0 \mu\text{F}$ e $C_3 = 2.00 \mu\text{F}$. (b) Che carica si trova su C_3 se la differenza di potenziale tra i punti a e b è 60.0 V ?

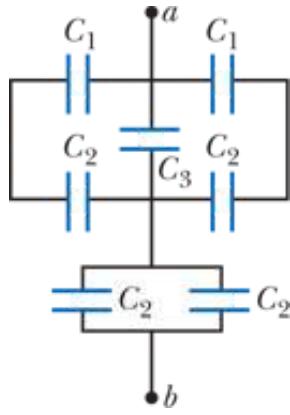


FIGURA P20.44

45. Quattro condensatori sono collegati come è mostrato in Figura P20.45. (a) Trovare la capacità equivalente fra i punti a e b . (b) Calcolare la carica su ciascun condensato re se $\Delta V_{ab} = 15.0$ V.

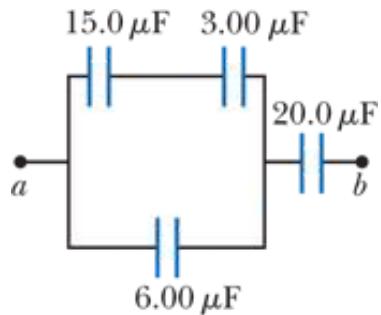


FIGURA P20.45

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Due condensatori quando sono collegati in parallelo hanno una capacità equivalente C_p e quando sono collegati in serie una capacità equivalente C_s . Qual è la capacità di ciascun condensatore?

47. Un gruppo di condensatori identici è collegato prima in serie e poi in parallelo. La capacità equivalente del collegamento in parallelo è 100 volte maggiore di quella del collegamento in serie. Quanti condensatori ci sono?

VISUALIZZA SOLUZIONE

48. Perché la seguente situazione è impossibile? Un tecnico sta te stando un circuito che contiene un condensatore C . Capisce che un progetto migliore del circuito dovrebbe includere un condensatore con capacità $\frac{7}{3}C$ invece di C . Ha altri tre condensatori, ognuno di capacità C . Collegando questi altri condensatori in un certo modo e mettendoli in parallelo con il condensatore originario, raggiunge la capacità desiderata.

49. Secondo le specifiche di progetto, il sistema di ritardo per la chiusura delle porte di un ascensore è previsto che abbia una capacità di $32.0 \mu\text{F}$ tra due punti A e B . Quando un circuito è stato costruito è stato installato invece un condensatore economico ma al contempo molto resistente di capacità $34.8 \mu\text{F}$. Per soddisfare le specifiche di progetto, si può aggiungere un condensatore addizionale tra i due punti. (a) Esso dovrebbe essere posto in serie o in parallelo al condensatore di capacità $34.8 \mu\text{F}$? (b) Quale dovrebbe essere il valore della capacità? (c) **E se?** Il circuito successivo ha invece una capacità tra A e B di $29.8 \mu\text{F}$. Per soddisfare le specifiche, quale ulteriore capacità deve essere installata, in serie o in parallelo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Tre condensatori sono collegati alla batteria come mostrato in Figura P20.50. Le capacità sono $C_1 = 3C$, $C_2 = C$, e $C_3 = 5C$. (a) Qual è la capacità equivalente del sistema di condensatori? (b) Ordinare le capacità, in funzione della carica accumulata dalla più grande alla più piccola. (c) Ordinare le capacità in funzione della differenza di potenziale dalla più grande alla più piccola. (d) **E se?** Se C_3 viene aumentata, spiega cosa accade alla carica immagazzinata in ogni condensatore?

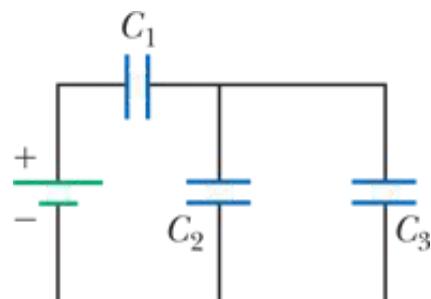


FIGURA P20.50

51. Trovare la capacità equivalente fra i punti a e b del collegamento di condensatori mostrato in Figura P20.51.

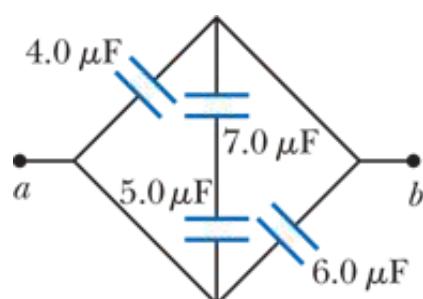


FIGURA P20.51

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. Si consideri il circuito mostrato nella Figura P20.52, dove $C_1 = 6.00 \mu\text{F}$, $C_2 = 3.00 \mu\text{F}$, e $\Delta V = 20.0 \text{ V}$. Il condensatore C_1 viene inizialmente caricato chiudendo l'interruttore S_1 . L'interruttore S_1 viene poi aperto, e il condensatore carico è collegato al condensatore scarico chiudendo l'interruttore S_2 . Calcolare (a) la carica iniziale depositata sul condensatore C_1 e (b) la carica finale su ciascun condensatore.

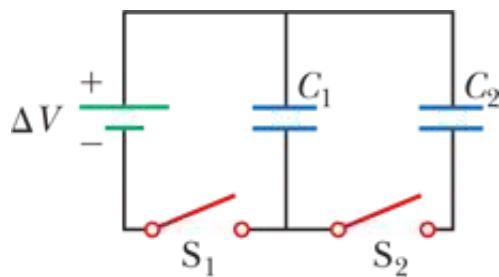


FIGURA P20.52

Paragrafo 20.9 Energia immagazzinata in un condensatore carico

53. Due condensatori, $C_1 = 25.0 \mu\text{F}$ e $C_2 = 5.00 \mu\text{F}$, sono collegati in parallelo e caricati con un alimentatore a 100 V. (a) Disegnare un diagramma circuitale e (b) calcola re l'energia totale accumulata nei due condensatori. (c) **E se?** Quale differenza di potenziale è necessaria ai capi degli stessi due condensatori collegati in serie, affinché l'energia sia la stessa del caso (b)? (d) Disegnare un dia grammma del circuito descritto nella parte (c).

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. Un condensatore piano ha una carica Q e armature di area A . Che forza agisce tra le armature? Poiché il campo elettrico tra le armature è $E = Q/A\epsilon_0$, si può pensare che la forza sia $F = QE = Q^2/A\epsilon_0$. Questa conclusione è errata perché il campo E include contributi da entrambe le armature, e il campo generato dalla distribuzione positiva non può generare alcuna forza sull'armatura positiva. Dimostrare che la forza esercitata su ciascuna armatura è effettivamente $F = Q^2/2A\epsilon_0$. Suggerimento : sia $C = \epsilon_0 A/x$ per una separazione tra le armature arbitraria x e si noti che il lavoro compiuto per separare le due armature cari che è $W = \int F dx$

55. Due condensatori piani identici, ognuno con capacità $10.0 \mu\text{F}$, sono caricati con una differenza di potenziale di 50.0 V e quindi scollegati dalla batteria. Sono poi collegati tra di loro in parallelo con le armature dello stesso segno collegate tra di loro. Infine la separazione tra le armature di uno dei condensatori viene raddoppiata. (a) Trovare l'energia totale del sistema di due condensatori *prima* che la separazione tra le armature sia raddoppiata. (b) Trovare la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore *dopo* che la separazione tra le armature è stata raddoppiata. (c) Trovare l'energia totale del sistema *dopo* che la separazione tra le armature è stata raddoppiata. (d) Armonizzare le differenze nelle risposte alle parti (a) e (c) con la legge di conservazione dell'energia.

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. Due condensatori piani identici, ognuno con capacità C , sono caricati con una differenza di potenziale ΔV_e quindi scollegati dalla batteria. Sono poi collegati tra di loro in parallelo con le armature dello stesso segno col legate tra di loro. Alla fine la separazione tra le armature di uno dei condensatori viene raddoppiata. (a) Trovare l'energia totale del sistema di due condensatori *prima* che la separazione tra le armature sia raddoppiata. (b) Trovare la differenza di potenziale ai capi di ciascun con densatore *dopo* che la separazione tra le armature è stata raddoppiata. (c) Trovare l'energia totale del sistema *dopo* che la separazione tra le armature è stata raddoppiata. (d) Armonizzare le differenze nelle risposte alle parti (a) e (c) con la legge di conservazione dell'energia.

57. BIO Quando una persona si muove in un ambiente secco, della carica elettrica si accumula sul suo corpo. Una volta raggiunto un alto potenziale, sia positivo che negativo, il corpo talvolta può scaricarsi attraverso scintille e scosse. Si consideri un corpo umano isolato dal suolo, con la capacità tipica di 150 pF . (a) Quale carica sul corpo produrrà un potenziale di 10.0 kV ? (b) Dispositivi elettronici sensibili possono essere danneggiati dalla scarica elettrostatica di una persona. Un particolare dispositivo potrebbe essere danneggiato da una scarica che rilascia un'energia di $250 \mu\text{J}$. A quale tensione sul corpo corrisponde ciò?

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Si considerino due sfere conduttrici di raggio R_1 e R_2 separate da una distanza molto maggiore dei loro raggi. Una carica Q viene condivisa tra le due sfere. Vogliamo dimostrare che quando l'energia potenziale elettrica del sistema è minima, la differenza di potenziale tra le due sfere è zero. La carica totale Q è uguale a $q_1 + q_2$, dove q_1 è la carica sulla prima sfera e q_2 è quella sulla seconda. Poiché le sfere sono molto distanti tra di loro, si può assumere che la carica sia distribuita uniformemente su ciascuna sfera. (a) Dimostrare che l'energia associata a una sfera conduttrice di raggio R e carica q circondata dal vuoto è $U = k_e q^2 / 2R$. (b) Trovare l'energia totale del sistema delle due sfere in funzione di q_1 , della carica totale Q , e dei raggi R_1 e R_2 . (c) Per trovare il minimo dell'energia, derivare il risultato della parte (b) rispetto a q_1 e porre la derivata = 0. Risolvere per q_1 in funzione di Q e dei raggi. (d) Dal risultato della parte (c), determinare la carica q_2 . (e) Trovare il potenziale di ciascuna sfera. (f) Qual è la differenza di potenziale tra le sfere?

59. Un campo elettrico uniforme $E = 3\,000 \text{ V/m}$ è presente in una certa regione. Che volume dello spazio contiene un'energia di $1.00 \times 10^{-7} \text{ J}$? Esprimere il risultato in metri cubi ed in litri.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. La causa diretta di molti decessi è la fibrillazione ventricolare, un battito scoordinato del cuore. Una scossa elettrica al torace può causare il momentaneo arresto del muscolo cardiaco, dopo il quale talvolta il cuore parte di nuovo con un battito regolare. Un tipo di *defibrillatore* (Fig. P20.60) applica una intensa scarica elettrica al torace per alcuni millisecondi. Questo dispositivo contiene un

condensatore di alcuni microfarad, caricato con alcune migliaia di volt. Due eletrodi, detti piastre sono premuti contro il torace su ambedue i lati del cuore, e il condensatore viene fatto scaricare attraverso il torace del paziente. Si assume che un'energia di 300 J venga liberata da un condensatore di $30.0 \mu\text{F}$. A quale differenza di potenziale è stato caricato?



Andrew Olney/Getty Images

FIGURA P20.60

- 61.** (a) Un condensatore di $3.00 \mu\text{F}$ è collegato ad una batteria di 12.0 V. Quanta energia è immagazzinata nel condensatore? (b) Se il condensatore fosse stato collegato ad una batteria di 6.00 V, quanta energia avrebbe immagazzinato?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 20.10 Condensatori con dielettrici

- 62.** Un condensatore piano in aria ha una distanza fra le armature di 1.50 cm e un'area di 25.0 cm^2 . Le armature sono caricate con una tensione di 250 V e poi scollegate dalla sorgente. Il condensatore è poi immerso in acqua distillata. Si assume che il liquido sia un isolante. Determinare (a) la carica sulle armature prima e dopo l'immersione, (b) la capacità e la differenza di potenziale dopo l'immersione, e (c) la variazione di energia del condensatore.

- 63.** (a) Quanta carica può essere fornita a un condensatore prima che l'aria fra le armature diventi conduttrice, se l'area di ciascuna armatura è 5.00 cm^2 ? (b) **E se?** Calcola re la carica massima se viene usato del polistirene al posto dell'aria.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 64.** Un condensatore commerciale è costruito così com'è mostrato in Figura P20.64. Questo particolare condensatore è costituito da due strisce di lamina di alluminio separate da una striscia di carta paraffinata. Cia scuna lamina e striscia di carta è larga 7.00 cm. La lamina è spessa 0.004 00 mm, mentre la carta è spessa 0.025 0 mm e ha una costante dielettrica di 3.70. Di quale lunghezza

devono essere le strisce se si vuole una capacità di 9.50×10^{-8} F prima che il condensatore venga arrotondato (aggiungendo una seconda striscia di carta e arrotolandolo il condensatore, si raddoppia la capacità, permettendo un accumulo di carica da entrambi i lati di ogni striscia di alluminio.)

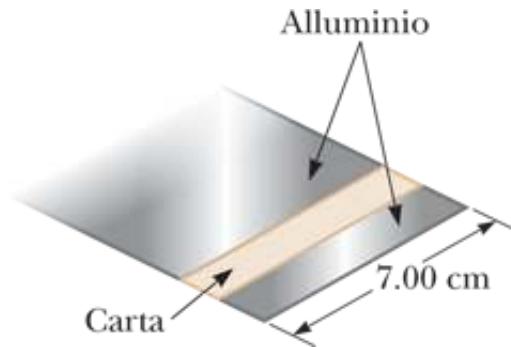


FIGURA P20.64

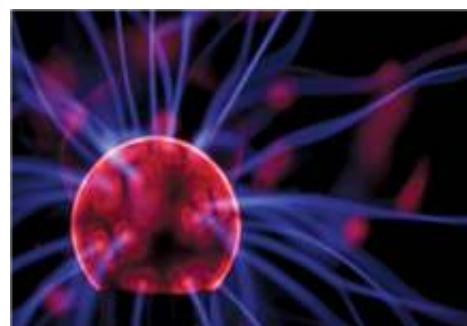
- 65.** Determinare (a) la capacità e (b) la massima differenza di potenziale che si può applicare a un condensatore piano riempito di Teflon avente armature di area 1.75 cm^2 e distanza 0.040 mm .

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 66.** Al supermarket si vendono rotoli di fogli di alluminio, di pellicola e di carta paraffinata. (a) Descrivere un condensatore composto dai materiali del supermarket. Valutare l'ordine di grandezza stimato per (b) la capacità e (c) la tensione di rottura.

Paragrafo 20.11 Collegamento al contesto: l'atmosfera come condensatore

- 67.** I fulmini si possono studiare con un generatore di Van de Graaff, che è costituito essenzialmente da una cupola sferica sulla quale viene continuamente depositata una carica elettrica tramite il moto di una cinghia. La carica si può aggiungere fino a quando il campo elettrico sulla superficie della cupola diventa uguale alla rigidità dielettrica dell'aria. Ogni ulteriore carica provoca una scintilla, come mostrato in Figura P20.67. Si assume che la cupola abbia un diametro di 30.0 cm e sia condotta d'aria secca con una rigidità dielettrica di $3.00 \times 10^6 \text{ V/m}$. (a) Qual è il potenziale massimo della cupola? (b) Qual è la carica massima sulla cupola?



David Evison/Shutterstock.com

FIGURA P20.67

VISUALIZZA SOLUZIONE

68. Problema di ricapitolazione. Una nube temporalesca e il suolo sono le armature di un condensatore. Durante un temporale, il condensatore ha una differenza di potenziale di 1.00×10^8 V tra le armature e una carica di 50.0 C. Un fulmine trasferisce l'1.00% dell'energia del condensatore ad un albero al suolo. Quanta linfa dell'albero può evaporare? Si assimili la linfa all'acqua inizialmente a 30.0°C. L'acqua ha un calore specifico di $4.186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, un punto di ebollizione di 100 °C e un calore latente di evaporazione di $2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$.

Problemi generali

69. BIO I globuli rossi possono essere schematizzati come condensatori sferici. Essi sono costituiti da una sfera di liquido carica positivamente e di area A, separata, per mezzo di una membrana isolante, di spessore t , dal liquido carico negativamente che la circonda. Due elettrodi sottili introdotti nella cellula misurano una differenza di potenziale di 100 mV attraverso la membrana. Si supponga che lo spessore della membrana sia 100 nm e la costante dielettrica pari a 5.00. (a) Si assuma che la massa di un globulo rosso sia $1.00 \times 10^{-12} \text{ kg}$ e la densità 1.100 kg/m^3 . Calcolare il suo volume e la sua superficie. (b) Calcolare la capacità elettrica della cellula. (c) Calcolare la carica sulle superfici della membrana. Quante cariche elettroniche servono per ottenere la carica calcolata?
Suggerimento: consultare il paragrafo in cui si approssima l'atmosfera terrestre ad un condensatore sferico.

VISUALIZZA SOLUZIONE

70. Perché la seguente situazione è impossibile? Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno afferma che il singolo elettrone si muove su un'orbita circolare attorno al protone. Il modello afferma che l'elettrone può trovarsi solo in alcune determinate orbite intorno al protone: quelle il cui raggio r soddisfa la relazione $r = n^2(0.0529 \text{ nm})$ dove $n = 1, 2, 3, \dots$ Per uno dei possibili stati permessi per l'atomo, l'energia potenziale elettrica del sistema è -13.6 eV.

71. Problema di ricapitolazione. Una particella di massa 2.00 g e carica $15.0 \mu\text{C}$ è lanciata in linea retta con velocità $21.0 \hat{i} \text{ m/s}$, da distanza molto grande, verso una seconda particella, inizialmente in quiete, di massa 5.00 g e carica $8.50 \mu\text{C}$. Entrambe le particelle sono vincolate a muoversi lungo l'asse x . (a) Nell'istante in cui le due cariche sono alla minima distanza esse hanno la medesima velocità. Trovare questa velocità. (b) Trovare la distanza minima tra le due cariche. Dopo l'interazione, le particelle si allontanano nuovamente. Quando la loro distanza è molto grande, trovare la velocità (c) della particella di 2.00 g e (d) della particella di 5.00 g.

VISUALIZZA SOLUZIONE

72. Problema di ricapitolazione. Una particella di massa m_1 e carica positiva q_1 è lanciata in linea retta con velocità v nel verso positivo delle x da distanza molto grande, verso una seconda particella, inizialmente in quiete ma libera di muoversi, di massa m_2 e carica positiva q_2 . Entrambe le particelle sono vincolate a muoversi lungo l'asse x . (a) Nell'istante in cui le due cariche sono alla minima distanza esse hanno la medesima velocità. Trovare questa velocità. (b) Trovare la distanza minima tra le due cariche. Dopo l'interazione, le particelle si allontanano nuovamente. Quando la loro distanza è molto grande, trovare la velocità (c) della particella di massa m_1 e (d) della particella di massa m_2 .

73. Il modello a goccia del nucleo atomico suggerisce che le oscillazioni di alta energia di certi nuclei possono dividere il nucleo in due frammenti diversi più un certo numero di neutroni. I frammenti della fissione acquistano energia cinetica dalla mutua repulsione coulombiana. Si assume che la carica sia distribuita uniformemente nel volume di ciascun frammento di forma sferica e che, immediatamente dopo la separazione, ogni frammento sia a riposo e che le loro superfici siano a contatto. Gli elettroni che circondano il nucleo possono essere ignorati. Calcolare l'energia potenziale elettrica (in elettron volt) di due frammenti sferici di un nucleo di uranio che hanno rispettivamente le seguenti cariche e raggi: $38e$ e 5.50×10^{-15} m; $54e$ e 6.20×10^{-15} m.

VISUALIZZA SOLUZIONE

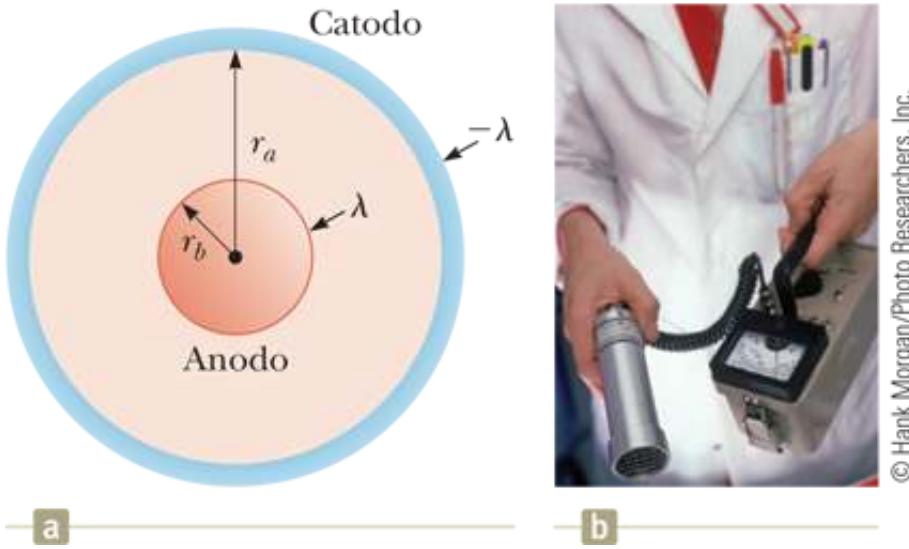
74. Un tubo di Geiger-Mueller (contatore Geiger) è un rivelatore di radiazioni che consiste essenzialmente di un cilindro metallico cavo, chiuso (il catodo) di raggio interno r_a e di un filo cilindrico coassiale (l'anodo) di raggio r_b (Fig. P20.74a). La carica per unità di lunghezza sull'anello è λ , e la carica per unità di lunghezza sul catodo è $-\lambda$. Un gas riempie lo spazio fra gli elettrodi. Quando il tubo è in uso e una particella elementare di alta energia passa attraverso questo spazio, essa può ionizzare un atomo del gas (Fig. P20.74b). Il forte campo elettrico fa sì che lo ione e l'elettrone vengano accelerati inversi opposti. Essi urtano altre molecole del gas ionizzandole, producendo uno sciame di cariche elettriche. L'impulso di corrente elettrica fra il filo e il cilindro viene conteggiato da un circuito esterno. (a) Dimostrare che il valore assoluto della differenza di potenziale tra il filo e il cilindro è

$$\Delta V = 2k_e \lambda \ln \left(\frac{r_a}{r_b} \right)$$

(b) Dimostrare che il modulo del campo elettrico nello spazio tra il catodo e l'anodo è dato da:

$$E = \frac{\Delta V}{\ln(r_a/r_b)} \left(\frac{1}{r} \right)$$

dove r è la distanza dell'anodo dall'asse nel punto dove il campo deve essere calcolato.



© Hank Morgan/Photo Researchers, Inc.

FIGURA P20.74 PROBLEMI 74 E 75.

75. Supponiamo che il diametro interno del tubo di Geiger-Mueller descritto nel Problema 20.74 sia 2.50 cm e che il filo lungo l'asse abbia un diametro di 0.200 mm. La rigidità dielettrica del gas che si trova fra il filo centrale e il cilindro è 1.20×10^6 V/m. Utilizzare i risultati del Problema 20.74 per calcolare la tensione massima che si può applicare tra il filo e il cilindro prima che avvenga la scarica nel gas.

VISUALIZZA SOLUZIONE

76. Quattro sfere, ognuna di massa m , sono collegate da quattro fili non conduttori, formando un quadrato di lato a , come mostrato in Figura P20.76. Il sistema è posto su un piano orizzontale, non conduttore e privo di attrito. Le sfere 1 e 2 hanno carica q , le sfere 3 e 4 sono scariche. Trovare la massima velocità delle sfere 3 e 4 dopo che il filo che collega le sfere 1 e 2 è stato tagliato.

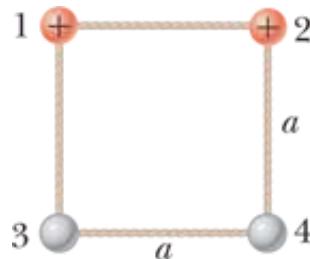


FIGURA P20.76

77. Calcolare il lavoro che deve essere svolto per caricare un guscio sferico di raggio $R = 0.100$ m con una carica com plessiva pari a $Q = 125 \mu\text{C}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

78. Calcolare il lavoro che deve essere svolto per caricare un guscio sferico di raggio R con una carica complessiva pari a Q .

79. Un condensatore piano di 2.00 nF è caricato a una differenza di potenziale iniziale $\Delta V_i = 100 \text{ V}$ e poi isolato. Il materiale dielettrico fra le armature è mica, con una costante dielettrica di 5.00 . (a) Quanto lavoro è necessario per allontanare il foglio di mica? (b) Qual è la differenza di potenziale del condensatore dopo l'estrazione della mica?

VISUALIZZA SOLUZIONE

80. Perché la seguente situazione è impossibile? Costruisci in la boratorio un apparato come il seguente. L'asse x è l'asse di simmetria di un anello uniformemente carico e stazionario di raggio $R = 0.500 \text{ m}$ e carica totale $Q = 50.0 \mu\text{C}$ (Fig. P20.80). Metti una particella di carica $Q = 50.0 \mu\text{C}$ e massa $m = 0.100 \text{ kg}$ al centro dell'anello e fai in modo che possa muoversi solo lungo l'asse x . Quando viene spostata di poco, la particella viene allontanata dall'anello e accelera lungo l'asse x . La particella si muove più velocemente dell'atteso e colpisce una parete del laboratorio con una velocità di 40.0 m/s .

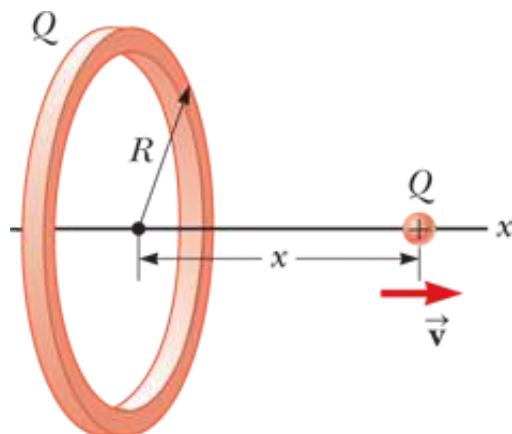


FIGURA P20.80

81. Un condensatore piano è costruito usando un materiale dielettrico la cui costante dielettrica è 3.00 e la cui rigidità dielettrica è $2.00 \times 10^8 \text{ V/m}$. Si vuole ottenere una capacità $0.250 \mu\text{F}$, e il condensatore deve sopportare una tensione massima di 4000 V . Trovare la minima area delle armature del condensatore.

VISUALIZZA SOLUZIONE

82. Un dipolo elettrico è posto lungo l'asse y come è mostrato in Figura P20.82. Il modulo del suo momento di dipolo elettrico è definito da $p = 2qa$. (a) Nel punto P , lontano dal dipolo ($r \gg a$), dimostrare che il potenziale elettrico è

$$V = \frac{k_e p \cos \theta}{r^2}$$

(b) Calcolare la componente radiale E_r e la componente perpendicolare E_θ del campo elettrico associato. Si noti che $E_\theta = - (1/r)(\partial V/\partial \theta)$. Questi risultati sembrano ragionevoli per (c) $\theta = 90^\circ$ e $\theta = 0^\circ$? (d) Per $r = 0$? (e) Per il doppio polo mostrato in Figura P20.82, esprimere V in funzione delle coordinate cartesiane usando $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ e l'espressione

$$\cos \theta = \frac{y}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

(f) Usando questi risultati e ponendo ancora $r \gg a$, calcolare le componenti E_x ed E_y del campo.

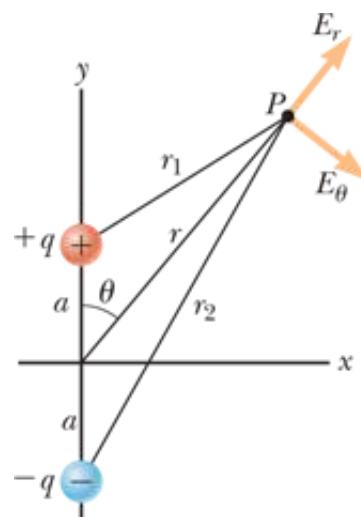


FIGURA P20.82

83. Un condensatore di capacità $10.0 \mu\text{F}$ è caricato a 15.0 V . Viene poi collegato in serie con un condensatore scarico di $5.00 \mu\text{F}$. Il collegamento in serie è infine collegato a una batteria di 50.0 V , come rappresentato in Figura P20.83. Trovare la differenza di potenziale ai capi dei condensatori di capacità $5.00 \mu\text{F}$ e $10.0 \mu\text{F}$ dopo che l'interruttore è stato chiuso.

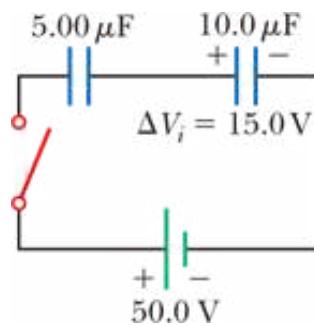


FIGURA P20.83

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

84. Due larghe piastre di metallo, ognuna di area A , sono orientate orizzontalmente e separate da una distanza di $3d$. Un conduttore collega le due piastre ed è collegato a terra, e inizialmente le due piastre sono scariche. Successivamente una terza piastra identica con carica Q viene inserita tra le due piastre, parallelamente ad esse e posta ad una distanza d dalla armatura superiore, come mostrato in Figura P20.84. (a) Quanto vale la carica indotta che compare su ciascuna delle due piastre? (b) Quanto vale la differenza di potenziale tra la piastra centrale e ciascuna delle altre due piastre?



FIGURA P20.84

85. Un condensatore è costruito con due placche quadrate di lato ℓ , e di spessore d . Il condensatore viene caricato con cari che $+Q$ e $-Q$ e poi isolato. Un materiale di costante dielettrica κ viene inserito fra le piastre a una distanza x , così come è mostrato in Figura P20.85. Si assuma che d sia molto minore di x . (a) Trovare la capacità equivalente del dispositivo. (b) Calcolare l'energia immagazzinata nel condensatore. (c) Trovare il verso e il modulo della forza esercitata dalle armature sul dielettrico. (d) Ottenere un valore numerico per la forza assumendo che: $x = \ell/2$, $\ell = 5.00$ cm, $d = 2.00$ mm, il dielettrico sia vetro ($\kappa = 4.50$) e il condensatore sia già stato caricato a $\Delta V = 2.00 \times 10^3$ V prima dell'inserimento del dielettrico. Suggerimento: il sistema può essere considerato come due condensatori collegati in parallelo.

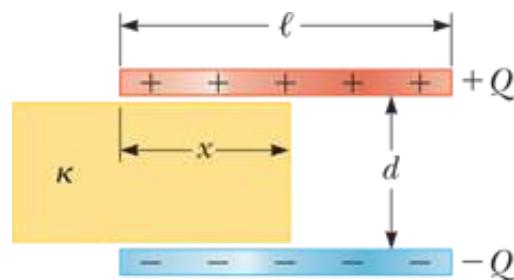


FIGURA P20.85

VISUALIZZA SOLUZIONE

86. Due piastre quadrate di lato ℓ sono poste parallelamente una rispetto all'altra con una separazione d , come è suggerito in Figura P20.86. Si può assumere che d sia molto minore di ℓ . Le armature del condensatore sono caricate uniformemente con cariche $+Q_0$ e $-Q_0$. Un blocco di metallo ha larghezza ℓ , lunghezza ℓ e spessore leggermente inferiore a d . Viene inserito a distanza x all'interno delle armature. Le cariche sulle piastre rimangono distribuite uniformemente quando il blocco scivola all'interno. In una situazione statica, un metallo impedisce che al suo interno penetri un campo elettrico. Il metallo può essere considerato come un dielettrico perfetto, con $\kappa \rightarrow \infty$. (a) Calcolare l'energia

immagazzinata in funzione di x . (b) Trovare la direzione, il verso e il modulo della forza che agisce sul blocco metallico. (c) L'area della faccia che avanza del blocco è essenzialmente uguale a ℓd . Considerando che la forza sul blocco agisca su questa faccia, trovare lo sforzo (forza per area) su di essa. (d) Esprimere la densità di energia del campo elettrico fra le armature del condensatore in funzione di Q_0 , ℓ , d , e ϵ_0 . (e) Spiegare come le risposte alle parti (c) e (d) sono collegate una all'altra.

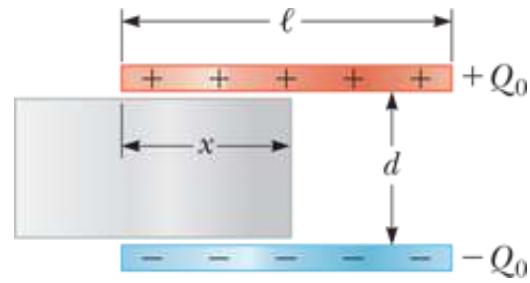


FIGURA P20.86

87. Determinare la capacità equivalente del collegamento mostrato in Figura P20.87. Suggerimento: considerare la simmetria del circuito.

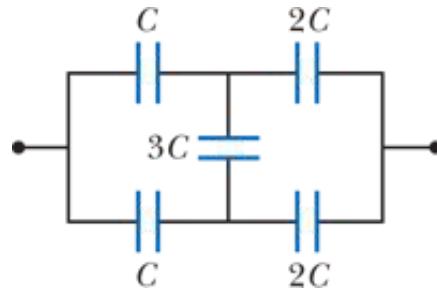
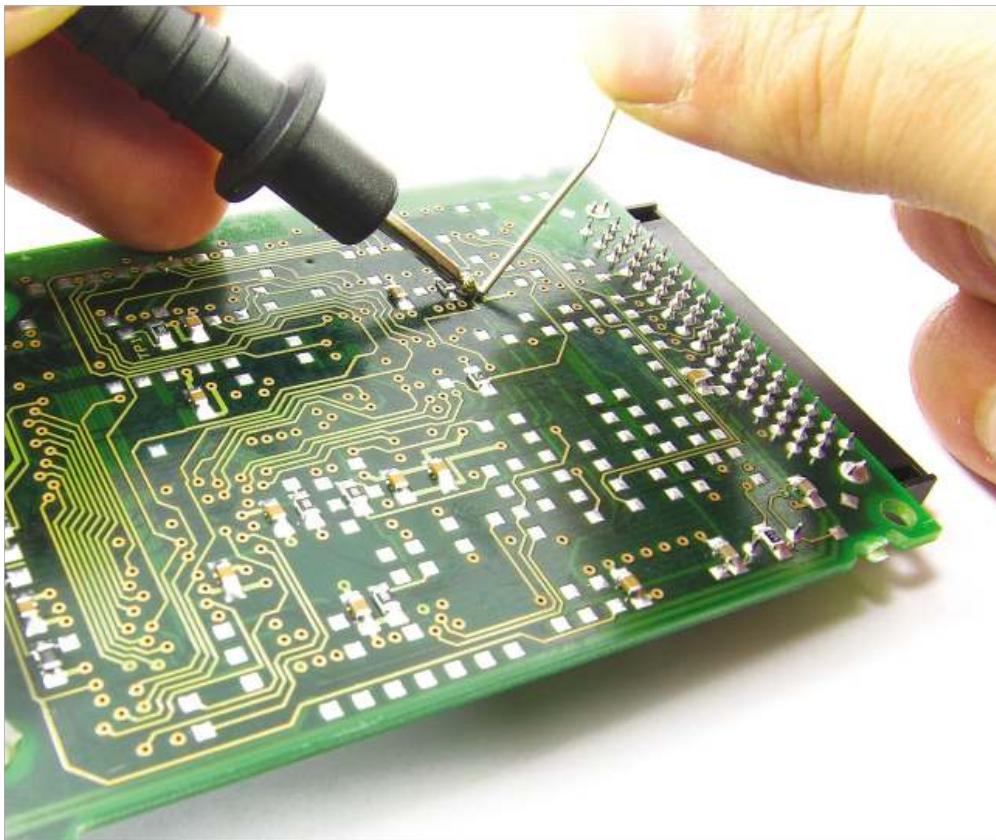


FIGURA P20.87

VISUALIZZA SOLUZIONE

Corrente e circuiti a

corrente continua



Trombax/Shutterstock.com

Un tecnico ripara un collegamento su un circuito stampato di un computer. Oggigiorno, nella nostra vita quotidiana, utilizziamo moltissimi oggetti che contengono circuiti elettrici, inclusi molti con circuiti stampati molto più piccoli di quello mostrato in foto, come lettori MP3, telefoni cellulari e macchine fotografiche digitali. In questo capitolo, studieremo semplici circuiti e impareremo come analizzarli.

Finora la nostra discussione dei fenomeni elettrici si è focalizzata sulle cariche in quiete, ovvero sullo studio dell' elettrostatica. Ci occuperemo ora di processi che riguardano cariche elettriche in moto. Il termine corrente elettrica, o semplicemente corrente, viene usato per descrivere il flusso di carica attraverso una certa regione dello spazio. La maggior parte delle applicazioni pratiche dell'elettricità riguarda la corrente elettrica. Per esempio, in un lampeggiatore con lampada ad incandescenza, le cariche fluiscano attraverso il filamento della lampadina dopo la chiusura dell'interruttore. Nella maggior parte delle situazioni ordinarie, il flusso di cariche avviene in un conduttore, come ad esempio un filo di rame. È tuttavia possibile avere correnti anche al di fuori dei conduttori. Per esempio, il fascio di elettroni in un acceleratore di particelle costituisce una corrente.

Nel Capitolo 20, abbiamo introdotto la nozione di circuito. Continuando in questo capitolo il nostro studio sui circuiti, introduciamo un nuovo elemento circuitale: il resistore.

21.1

La corrente elettrica

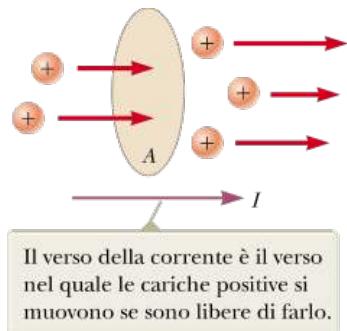


FIGURA 21.1 Cariche in moto attraverso una superficie di area A . La rapidità con la quale la carica elettrica fluisce attraverso questa superficie è definita corrente I .

In tutte le situazioni in cui fluisce una carica, si dice che vi è una **corrente elettrica**. Per definire matematicamente la corrente, supponiamo che le cariche si muovano perpendicolarmente a una superficie di area A come in Figura 21.1 (questa superficie può essere, per esempio, la sezione trasversale di un filo). La corrente è definita come la **rapidità con la quale la carica elettrica fluisce attraverso questa superficie**. Se ΔQ è la carica che attraversa la superficie nell'intervallo di tempo Δt , la corrente media I nell'intervallo di tempo è data dal rapporto tra la carica e l'intervallo di tempo: med

$$I_{\text{med}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

21.1◀

È possibile che la rapidità con la quale fluisce la carica vari nel tempo. Perciò definiamo la **corrente istantanea** I come il limite per Δt tendente a zero dell'espressione precedente:

CORRENTE ELETTRICA

$$I \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

21.2◀

L'unità SI di corrente è l'**ampere** (A):

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$

21.3◀

Ossia, 1 A di corrente equivale al passaggio della carica di 1 C attraverso una superficie in 1 s.

¹Anche se parliamo di un verso per la corrente, la corrente non è un vettore. Come vedremo più avanti nel capitolo, le correnti si sommano algebricamente e non vettorialmente.

Le particelle che attraversano una superficie come nella Figura 21.1 possono avere carica positiva o negativa, oppure nel flusso possono esservi due o più tipi di particelle che si muovono, con cariche di entrambi i segni. Per convenzione, si sceglie come verso positivo della corrente quello in cui fluisce la carica positiva, indipendentemente dal segno delle particelle cariche reali in moto¹. In un conduttore ordinario come il rame, la corrente è dovuta al moto di elettroni, carichi negativamente. Pertanto, quando si parla di corrente in un tale conduttore, il verso della corrente è opposto al verso del flusso degli elettroni. In un conduttore comune, come il rame, la corrente è fisicamente dovuta al movimento di elettroni carichi negativamente. Perciò, in un simile conduttore, il verso della corrente convenzionalmente indicato è opposto a quello in cui fluiscono gli elettroni. Viceversa, se si considera un fascio di protoni carichi positivamente in un acceleratore di particelle, la corrente ha lo stesso verso del moto dei protoni. In alcuni casi – gas ed elettroliti, per esempio – la corrente è il risultato del flusso di particelle caricate sia positive che negative. Solitamente ci si riferisce a particelle cariche che si muovono (sia positive che negative) come

Prevenire le insidie
| 21.1 "Flusso di corrente" è ridondante

La locuzione *flusso di corrente* è usata comunemente sebbene in realtà essa non sia corretta, poiché la corrente è un flusso (di carica). Ciò è simile alla locuzione *trasferimento di calore*, che è anch'essa ridondante poiché il calore è un trasferimento (di energia). Eviteremo questo modo di dire e parleremo di *flusso di carica*.

a **portatori di carica** mobili. Per esempio, i portatori di carica in un metallo sono elettroni.

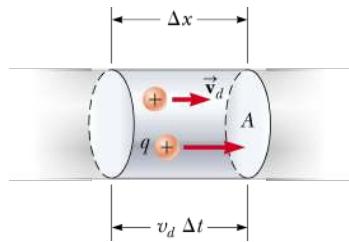


FIGURA 21.2 Un segmento di conduttore uniforme con sezione di area A .

Adesso costruiremo un modello strutturale che ci consentirà di mettere in relazione la corrente macroscopica col moto delle particelle cariche. Consideriamo delle particelle cariche identiche che si muovono in un conduttore cilindrico di sezione trasversale di area A (Fig. 21.2). Il volume di un elemento di conduttore di lunghezza Δx (tra le due sezioni circolari mostrate in Fig. 21.2) è dato da $A \Delta x$. Se n è il numero di portatori di carica mobili per unità di volume (ovvero la densità di portatori di carica), allora il numero di portatori nell'elemento di volume è $nA \Delta x$. Pertanto, la carica totale ΔQ in questo elemento è data da

$$\Delta Q = \text{numero di portatori} \times \text{carica per particella} = (nA \Delta x)q$$

dove q è la carica di ciascun portatore. Se i portatori si muovono lungo la direzione x del conduttore (lungo il filo) con velocità media v_d , la distanza che essi percorrono in questa direzione nell'intervallo di tempo Δt è data da $\Delta x = v_d \Delta t$. La velocità v_d dei portatori di carica attraverso il filo conduttore è una velocità media detta **velocità di deriva**. Ora immaginiamo che Δt sia scelto in modo tale che durante questo intervallo di tempo tutti i portatori di carica nell'elemento di volume $A\Delta x$ si muovano di una distanza uguale alla lunghezza Δx del segmento di conduttore. Questo intervallo di tempo è anche quello richiesto perché tutte le cariche contenute nel segmento attraversino la sezione ad una estremità. Con questa scelta, possiamo scrivere la quantità di carica ΔQ nella forma:

$$\Delta Q = (nAv_d \Delta t)q$$

Se dividiamo ambedue i membri di questa equazione per l'intervallo di tempo Δt , vediamo che la corrente nel conduttore è:

CORRENTE IN FUNZIONE DI PARAMETRI MICROSCOPICI

$$I_{\text{med}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_d A \quad \text{21.4} \blacktriangleleft$$

L'Equazione 21.4 mette in relazione una corrente I , misurata macroscopicamente, con l'origine microscopica della corrente: la densità dei portatori di carica n , la carica per portatore q e la velocità di deriva v_d .

QUIZ RAPIDO 21.1

Consideriamo delle cariche positive e negative che si muovono orizzontalmente attraverso le quattro regioni mostrate in Figura 21.3. Ordinare le correnti in queste quattro regioni, dalla più alta alla più bassa.

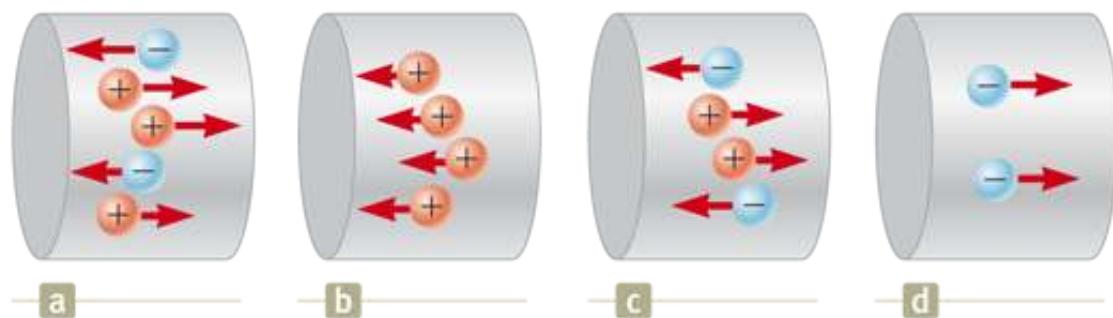


FIGURA 21.3 (Quiz Rapido 21.1) Quattro gruppi di cariche si muovono attraverso una regione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

²Questo aumento di temperatura talvolta è detto *calore di Joule*, ma questa è una locuzione sbagliata perché non c'è calore coinvolto in questo processo. Non useremo questa locuzione.

Prevenire le insidie | 21.2 Le batterie non forniscono elettroni

Una batteria non fornisce elettroni al circuito. Stabilisce un campo elettrico che esercita una forza sugli elettroni presenti nei fili e negli elementi del circuito.

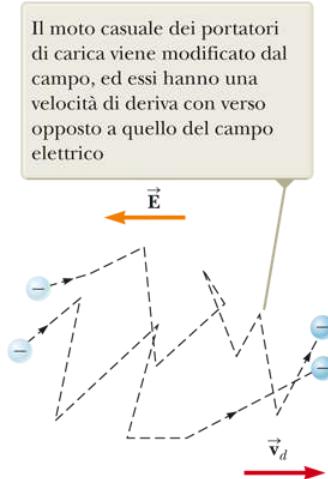


FIGURA 21.4 Una rappresentazione schematica del moto a zig-zag di portatori di carica negativi in un conduttore. A causa dell'accelerazione dei portatori di carica dovuta alla forza elettrica, i percorsi reali sono parabolici. La velocità di deriva, comunque, è molto più piccola della velocità media, così che la forma parabolica non è visibile su questa scala.

Esaminiamo ulteriormente il concetto di velocità di deriva. L'abbiamo identificata come una velocità media lungo il filo, ma ciò non significa che i portatori di carica si muovano in linea retta con velocità v_d . Consideriamo un conduttore nel quale i portatori di carica siano elettroni liberi. In assenza di una differenza di potenziale ai capi del conduttore, questi elettroni si muovono in maniera casuale simile a quella delle molecole di un gas nel modello strutturale di teoria cinetica che abbiamo studiato nel Capitolo 16. Questo moto casuale è correlato alla temperatura del conduttore. Gli elettroni sono sottoposti a frequenti collisioni con gli atomi del metallo, e il risultato è un moto complicato a zig-zag. Quando al conduttore viene applicata una differenza di potenziale, all'interno del conduttore si stabilisce un campo elettrico. Il campo elettrico esercita una forza elettrica sugli elettroni (Eq. 19.4). Questa forza accelera gli elettroni e quindi produce una corrente. Il moto degli elettroni dovuto alla forza elettrica si sovrappone al moto casuale per fornire una velocità media il cui modulo è la velocità di deriva come mostrato in Figura 21.4.

Quando gli elettroni urtano gli atomi del metallo durante questo moto, trasferiscono energia agli atomi. Questo trasferimento di energia produce un aumento dell'energia vibrazionale degli atomi e corrisponde a un aumento di temperatura del conduttore². Questo è un processo che coinvolge tutti e tre i tipi di immagazzinamento di energia nell'equazione della conservazione dell'energia, Equazione 7.2. Se consideriamo che il sistema sia composto dagli elettroni, dagli atomi del metallo, e dal campo elettrico (che è creato da una sorgente esterna come una batteria), l'energia all'istante in cui la differenza di potenziale viene applicata ai capi del conduttore è l'energia potenziale elettrica associata

con il campo e gli elettroni. Questa energia viene trasformata in energia cinetica degli elettroni tramite il lavoro svolto dal campo sugli elettroni. Quando gli elettroni urtano gli atomi del metallo, una parte dell'energia cinetica si trasferisce agli atomi, aumentando l'energia interna del sistema.

La **densità di corrente** J nel conduttore è definita come la corrente per unità di area. Dall'Equazione 21.4, la densità di corrente è

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d$$

21.5◀

dove J nel sistema SI ha unità di ampere su metro quadrato.

FISICA RAGIONATA 21.1

³Vedi Capitolo 18 in R. Chabay e B. Sherwood, *Matter & Interactions II: Electric and Magnetic Interactions* (Hoboken: Wiley, 2007) per dettagli su questa distribuzione di cariche.

Nel Capitolo 19, abbiamo affermato che il campo elettrico all'interno di un conduttore è zero. Nella discussione precedente abbiamo invece utilizzato la nozione di campo elettrico in un filo conduttore che esercita una forza sugli elettroni, causandone il moto con una certa velocità di deriva. Questa nozione è in contraddizione con quella espressa nel Capitolo 19?

Ragionamento Il campo elettrico è zero solo in conduttori in *equilibrio elettrostatico*, cioè, in conduttori in cui le cariche sono a riposo dopo aver raggiunto le posizioni di equilibrio. In un conduttore che trasporta corrente le cariche non sono a riposo per cui non è necessario che il campo elettrico sia nullo. Il campo elettrico in un conduttore di un circuito è dovuto alla distribuzione di cariche sulla superficie del conduttore, che può essere notevolmente complicata³.

Esempio 21.1 | Velocità di deriva in un filo di rame

Un tipico filo di rame per casa ha una sezione di area $3.31 \times 10^{-6} \text{ m}^2$. Esso trasporta una corrente di 10.0 A. Qual è la velocità di deriva degli elettroni nel filo? Assumere che ogni atomo di rame fornisca un elettrone libero di conduzione. La densità del rame è 8.92 g/cm³.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Resistenza e legge di Ohm

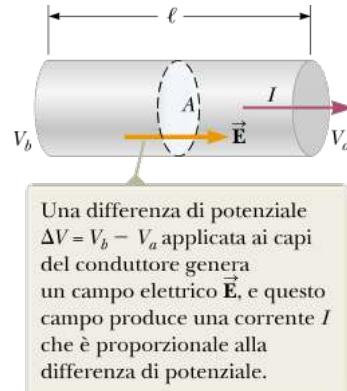


FIGURA 21.5 Un conduttore uniforme di lunghezza ℓ e sezione di area A .

La velocità di deriva degli elettroni in un filo conduttore di corrente è correlata al campo elettrico nel filo. Se aumenta il campo, la forza elettrica sugli elettroni è più intensa e la velocità di deriva aumenta. Mostreremo nel Paragrafo 21.4 che si tratta di una relazione lineare e che la velocità di deriva è direttamente proporzionale al campo elettrico. Per un campo elettrico uniforme in un conduttore di sezione uniforme, la differenza di potenziale ai capi del conduttore è proporzionale al campo elettrico, come nell'Equazione 20.6. Allora, quando una differenza di potenziale ΔV viene applicata agli estremi di un conduttore metallico come in Figura 21.5, la corrente nel conduttore risulta proporzionale alla tensione applicata; cioè, $I \propto \Delta V$. Possiamo scrivere questa proporzionalità come $\Delta V = IR$, dove la costante di proporzionalità R è detta **resistenza** del conduttore. Definiamo questa resistenza secondo l'equazione appena scritta, come il rapporto fra la tensione ai capi del conduttore e la corrente che esso trasporta:

DEFINIZIONE DI RESISTENZA

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I}$$

21.6 ◀

L'unità SI della resistenza è il volt su ampere, chiamata **ohm** (Ω). Quindi, se la differenza di potenziale di 1 V ai capi di un conduttore determina una corrente di 1 A, la resistenza del conduttore è 1 Ω . Per esempio, se un dispositivo elettrico collegato a una sorgente a 120 V trasporta una corrente di 6.0 A, la sua resistenza è di 20 Ω .

La resistenza è la grandezza che determina la corrente dovuta a una data differenza di potenziale in un circuito semplice. Per una data differenza di potenziale, se la resistenza aumenta, la corrente diminuisce. Se la resistenza diminuisce, la corrente aumenta.

Potrebbe essere utile costruirsi un modello mentale per la corrente, la tensione e la resistenza confrontando questi concetti con quelli analoghi per il flusso d'acqua in un fiume. Quando l'acqua scorre verso valle in un fiume di larghezza e profondità costanti, il flusso d'acqua (analogo alla corrente) dipende dalla distanza verticale totale attraverso cui l'acqua cade tra i due punti (analoghi alla tensione) e alla larghezza e profondità così come all'effetto di rocce, argini e altre ostruzioni (analoghi alla resistenza). Analogamente, la corrente elettrica in un conduttore uniforme dipende dalla tensione applicata, e la resistenza del conduttore è causata dagli urti degli elettroni con gli atomi del conduttore.

Per molti materiali, inclusi la maggior parte dei metalli, gli esperimenti dimostrano che la resistenza è costante su un grande intervallo di tensioni applicate. Questo comportamento è noto come **legge di Ohm**, da Georg Simon Ohm (1787-1854), che fu il primo a condurre uno studio sistematico sulla resistenza elettrica.

Molti chiamano l'Equazione 21.6 "legge di Ohm", ma ciò non è corretto. Questa equazione è semplicemente la definizione di resistenza e fornisce una importante relazione tra la differenza di potenziale, la corrente e la resistenza. La legge di Ohm *non* è una

Prevenire le insidie
| 21.3 Abbiamo già visto qualcosa di simile all'Equazione 21.6

Nel Capitolo 4, abbiamo introdotto la seconda legge di Newton, $\Sigma F = ma$, per una forza risultante agente su un oggetto di massa m . Ciò si può scrivere

$$m = \frac{\Sigma F}{a}$$

Nel Capitolo 4 abbiamo definito la massa come una *resistenza a una*

legge fondamentale della natura, ma una relazione empirica valida soltanto per certi materiali e certi dispositivi, e soltanto in un campo limitato di condizioni. I materiali o dispositivi che obbediscono alla legge di Ohm, e quindi che presentano una resistenza costante in un grande intervallo di tensioni, si chiamano **ohmici** (Fig. 21.6a). I materiali o dispositivi che non obbediscono alla legge di Ohm sono **non ohmici**. Un comune dispositivo semiconduttore non ohmico è il *diodo*, un elemento circuitale che agisce analogamente a una valvola a una via per la corrente. La sua resistenza è piccola per correnti in un verso (ΔV positivo) e grande per correnti in verso opposto (ΔV negativo), come mostrato in Figura 21.6b.

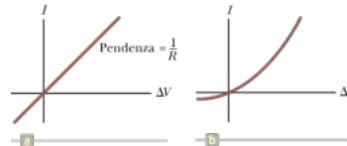


FIGURA 21.6 (a) La curva corrente-differenza di potenziale per un materiale ohmico. La curva è lineare, e la pendenza è uguale al reciproco della resistenza del conduttore. (b) Una curva corrente-differenza di potenziale non lineare per un diodo semiconduttore. Questo dispositivo non obbedisce alla legge di Ohm.

variazione di moto in risposta a una forza esterna. La massa come resistenza a una variazione di moto è analoga alla resistenza elettrica al flusso di carica, e l'Equazione 21.6 è analoga alla forma della seconda legge di Newton mostrata qui. Ognuna di queste equazioni afferma che la resistenza (elettrica o meccanica) è pari a (1) ΔV , la causa della corrente o (2) ΣF , la causa della variazione di moto, divisa per il risultato, (1) un flusso di carica quantificato dalla corrente I , o (2) una variazione di moto, quantificata dall'accelerazione a .

RESISTENZA DI UN MATERIALE OMOGENEO DI RESISTIVITÀ P SU UNA LUNGHEZZA ℓ

La maggior parte dei componenti elettronici moderni ha una relazione corrente-tensione non lineare; il loro funzionamento specifico dipende dal particolare modo col quale violano la legge di Ohm.

QUIZ RAPIDO 21.2

In Figura 21.6b, al crescere della differenza di potenziale applicata, la resistenza del diodo **(a)** cresce, **(b)** decresce o **(c)** rimane costante?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Un **resistore** è un semplice elemento circuitale che fornisce una specifica resistenza in un circuito elettrico. Il simbolo per un resistore in un diagramma circuitale è una linea a zig-zag rossa



Possiamo esprimere l'Equazione 21.6 nella forma:

$$\Delta V = IR$$

21.7

Questa equazione ci dice che la tensione ai capi di un resistore è il prodotto della resistenza e della corrente nel resistore.

Si trova che la resistenza di un filo conduttore ohmico come quello mostrato in Figura 21.5 è proporzionale alla sua lunghezza ℓ e inversamente proporzionale alla sua sezione A . Cioè,

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

⁴ Il simbolo ρ utilizzato per la resistività non deve essere confuso con lo stesso simbolo usato in precedenza per la densità di massa e per la densità volumica di carica.

dove la costante di proporzionalità ρ è chiamata **resistività** del materiale⁴, che ha unità ohm per metro ($\Omega \cdot \text{m}$). Per capire questa relazione fra resistenza e resistività, si deve notare che ogni materiale ohmico ha una caratteristica resistività, un parametro che dipende dalle proprietà del materiale e dalla temperatura. D'altra parte, come si può vedere dall'Equazione 21.8, la resistenza di un conduttore dipende dalla dimensione, dalla forma e dalla resistività del materiale. La Tabella 21.1 fornisce un elenco della resistività di vari materiali misurata a 20°C.

Prevenire le insidie | 21.4 Resistenza e resistività

La resistività è una proprietà di una sostanza, mentre la resistenza è una proprietà di un oggetto. Abbiamo già visto simili coppie di variabili. Per esempio, la densità è una proprietà di una sostanza, mentre la massa è una proprietà di un oggetto. L'Equazione 21.8 mette in relazione la resistenza e la resistività, e abbiamo visto una relazione precedente (Eq. 1.1) che mette in relazione la massa e la densità.

◀ **TABELLA 21.1 | Resistività e coefficienti termici della resistività di alcuni materiali**

Materiale	Resistività ^a ($\Omega \cdot \text{m}$)	Coefficiente termico ^b $\alpha [(\text{°C})^{-1}]$
Argento	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Rame	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Oro	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Alluminio	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsteno	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Ferro	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platino	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Piombo	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Nichel-cromo ^c	1.00×10^{-6}	0.4×10^{-3}
Carbonio	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanio	0.46	-48×10^{-3}
Silicio ^d	2.3×10^3	-75×10^{-3}
Vetro	da 10^{10} a 10^{14}	
Gomma dura	$\sim 10^{13}$	
Zolfo	10^{15}	
Quarzo (fuso)	75×10^{16}	

^aTutti i valori a 20°C. In questa tabella, tutti gli elementi sono assunti come privi di impurità.

^bIl coefficiente di temperatura della resistività verrà discusso in seguito in questo paragrafo.

^cUna lega di nichel-cromo usata comunemente per gli elementi di riscaldamento. La resistività del nichel-cromo cambia con la composizione e va da 1.00×10^{-6} a $1.50 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.

^dLa resistività del silicio è molto sensibile alla sua purezza. Il valore può cambiare di parecchi ordini di grandezza quando viene drogato con altri atomi.



Douglas C. Johnson/Ca Poly Pomona

Un assortimento di resistori utilizzati in circuiti elettrici.

Il reciproco della resistività è definita⁵ come la **conducibilità** σ . Quindi, la resistenza di un conduttore ohmico si può anche esprimere in termini della sua conducibilità, come: dove $\sigma = 1/\rho$.

$$R = \frac{\ell}{\sigma A} \quad \text{21.9} \blacktriangleleft$$

L'Equazione 21.9 mostra che la resistenza di un conduttore è proporzionale alla sua lunghezza e inversamente proporzionale alla sua sezione, analogamente al flusso di un liquido attraverso un condotto. Quando la lunghezza del condotto aumenta e la differenza di pressione fra gli estremi del condotto viene mantenuta costante, la differenza di pressione fra due punti qualsiasi separati da una distanza fissata diminuisce, e una forza minore spinge il fluido fra questi punti. Quindi, fluisce meno fluido per una data differenza di pressione tra le estremità del condotto, che rappresenta un aumento di resistenza. Quando la sezione aumenta, il condotto può trasportare una maggiore quantità di fluido in un dato intervallo di tempo per una data differenza di pressione tra le estremità del condotto, cosicché la sua resistenza si abbassa.

Come altra analogia fra i circuiti elettrici e i nostri studi precedenti, mettiamo insieme le Equazioni 21.6 e 21.9:

$$R = \frac{\ell}{\sigma A} = \frac{\Delta V}{I} \rightarrow I = \sigma A \frac{\Delta V}{\ell} \rightarrow \frac{q}{\Delta t} = \sigma A \frac{\Delta V}{\ell}$$

dove q è la quantità di carica trasferita in un intervallo di tempo Δt . Confrontiamo questa con l'Equazione 17.35 per la conduzione di energia attraverso una lastra di materiale di area A , lunghezza ℓ e conducibilità termica k , che riportiamo qui:

$$P = kA \frac{(T_c - T_f)}{L} \rightarrow \frac{Q}{\Delta t} = kA \frac{\Delta T}{L}$$

In questa equazione, Q è la quantità di energia trasferita tramite il calore in un intervallo di tempo Δt . Si noti la sorprendente somiglianza tra queste ultime due equazioni.

DIFFUSIONE IN SISTEMI BIOLOGICI

Un'altra analogia scaturisce in un esempio importante nelle applicazioni biochimiche. La *legge di Fick* descrive la velocità di trasferimento di un soluto chimico attraverso un solvente mediante il processo di *diffusione*. Questo trasferimento avviene a causa della differenza di concentrazione del soluto (massa del soluto per volume) tra due diverse zone. La legge di Fick è la seguente:

$$\frac{n}{\Delta t} = DA \frac{\Delta C}{L}$$

dove $n/\Delta t$ è la velocità del flusso del soluto in moli per secondo, A è l'area attraverso cui il soluto si muove ed L è la lunghezza relativa alla differenza di concentrazione ΔC . La concentrazione è misurata in moli per metro cubo.

⁵Non confondete il simbolo σ per la condutività con lo stesso simbolo utilizzato in precedenza per la costante di StefanBoltzmann e per la densità superficiale di carica.



FIGURA 21.7 Visione ravvicinata di un circuito integrato che mostra il codice colore su un resistore.

Il parametro D è una costante di diffusione (con unità di metro quadro al secondo) che descrive la velocità di diffusione del soluto attraverso il solvente ed è simile in natura alla conduttività elettrica o termica. La legge di Fick ha applicazioni importanti nella descrizione del trasporto di molecole attraverso le membrane biologiche.

Le tre precedenti equazioni hanno esattamente la stessa forma matematica. Ciascuna di esse ha una variazione temporale a sinistra, e ciascuna ha, sulla destra, il prodotto di una conducibilità, di un'area e del rapporto della differenza di una variabile rispetto alla lunghezza. Questo tipo di equazione è una *equazione di trasporto* usata per descrivere il trasporto di energia, carica o moli di materia. La differenza nella variabile nella parte destra di ciascuna equazione indica ciò che causa il trasporto. Una differenza di temperatura determina il flusso di energia tramite calore, una differenza di potenziale determina un flusso di cariche e la differenza di concentrazione determina il trasporto di materia.

La maggior parte dei circuiti elettrici usa i resistori per controllare il livello di corrente nelle varie parti del circuito. Due tipi comuni di resistori sono i resistori *a strato* contenenti carbone, e i resistori *a filo*, che consistono di una bobina di filo conduttore. I resistori hanno normalmente un codice colore per esprimere i loro valori in ohm, com'è mostrato in Figura 21.7 e nella Tabella 21.2. Per esempio, i quattro colori del resistore in basso nella Figura 21.7 sono giallo (= 4), viola (= 7), nero (= 10^0), e oro (= 5%), così il valore della sua resistenza è $47 \times 10^0 \Omega = 47 \Omega$ con un valore di tolleranza del 5% = 2 Ω .

ATTIVITÀ ELETTRICA NEL CUORE

Consideriamo il ruolo della resistenza elettrica nel mantenere il corretto battito del cuore umano. L'atrio destro del cuore contiene un insieme di fibre muscolari specializzate chiamato nodo seno-atriale (SA) che fa partire la pulsazione del cuore. Impulsi elettrici che hanno origine in queste fibre gradualmente si diffondono da cellula a cellula attraverso i muscoli atriali destro e sinistro, facendoli contrarre. Quando gli impulsi raggiungono il nodo atrio-ventricolare (AV), i muscoli degli atri cominciano a rilassarsi, e gli impulsi vengono diretti ai muscoli ventricolari da un insieme di cellule dei muscoli del cuore chiamato *fascio di His* e *fibre di Purkinje*. Dopo la contrazione dei ventricoli che ne consegue, la pulsazione del cuore è terminata e il ciclo inizia nuovamente.

ABLAZIONE MEDIANTE CATETERE PER LA CURA DELLA FIBRILLAZIONE ATRIALE

Il cuore può essere soggetto ad una varietà di *aritmie*, durante le quali il normale ritmo cardiaco viene interrotto. Le aritmie normalmente sono causate da una attività elettrica anormale nel cuore. L'aritmia cardiaca più comune è la *fibrillazione atriale* (FA). In questa condizione, le due camere superiori del cuore, gli atri, sono sottoposte a dei fremiti casuali ad una frequenza anche maggiore di 300 per minuto, invece che alle normali contrazioni coordinate. Nella FA *parossistica*, il paziente ha degli episodi di fibrillazione atriale che possono durare da pochi minuti a qualche giorno. In alcuni casi, questa condizione può addirittura diventare cronica.

TABELLA 21.2 | Codice colore per i resistori

Colore	Numero	Moltiplicatore	Tolleranza
Nero	0	1	
Marrone	1	10^1	
Rosso	2	10^2	
Arancio	3	10^3	
Giallo	4	10^4	
Verde	5	10^5	
Blu	6	10^6	
Viola	7	10^7	
Grigio	8	10^8	
Bianco	9	10^9	
Oro		10^{-1}	5%
Argento		10^{-2}	10%
Senza colore			20%

Con episodi di durata maggiore di qualche giorno, il sangue può ristagnare negli atrii, a causa dell'azione inefficiente dei fremiti nel pompare il sangue fuori dal cuore. Questo sangue ristagnante può trasformarsi in grumi, che possono spostarsi nel cervello e causare un ictus. Pazienti con episodi di FA di lunga durata vengono trattati con anticoagulanti per prevenire la formazione di grumi, medicinali per il controllo del ritmo del battito per rallentare il ritmo degli impulsi portati ai ventricoli, e farmaci anti-aritmici per riportare il cuore al suo ritmo normale. Le piastre di un defibrillatore a volte sono utilizzate per somministrare una scarica elettrica nel petto del paziente allo scopo di ripristinare il normale ritmo del cuore.

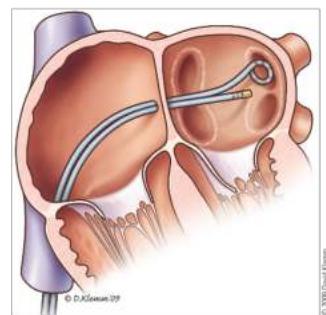


FIGURA 21.8 Durante un procedimento di ablazione cardiaca mediante catetere, dei cateteri sono guidati nell'atrio sinistro attraverso una vena dell'inguine. Energia a radiofrequenza viene utilizzata per ablare il tessuto che circonda le vene polmonari, dove si ha una attività elettrica anormale.

In una grande percentuale dei pazienti, la sorgente dell'attività caotica è localizzata nelle quattro vene polmonari che entrano nell'atrio sinistro. Il tessuto atriale è accresciuto all'interno di queste vene e può agire come innesco elettrico in competizione con il nodo SA. Ne consegue che i muscoli atriali ricevono segnali elettrici da varie fonti invece che dal solo nodo SA, e questo può portare a contrazioni caotiche. Pazienti le cui aritmie non possono essere controllate con medicinali, o pazienti che preferiscono non prendere medicinali, hanno una ulteriore opzione. Una procedura nota come *ablazione cardiaca con catetere* può venire eseguita da un *elettrofisiologo* allo scopo di ripristinare il ritmo normale. In questo processo, nel paziente anestetizzato vengono inseriti dei cateteri in una vena dell'inguine che sono poi portati nell'atrio destro del cuore. Il catetere quindi perfora il setto ed entra nell'atrio sinistro. La Figura 21.8 mostra il catetere ablatore che entra nel cuore da una vena. L'elettrofisiologo mappa l'atrio e quindi stimola il cuore per determinare le zone con attività elettrica anormale. Infine, l'elettrofisiologo *rimuove* il tessuto attorno

alle quattro vene polmonari, normalmente con impulsi di energia a radiofrequenza dalla punta di uno dei cateteri. Il tessuto cicatrizzato risultante da questa operazione rappresenta un percorso ad alta resistenza, attraverso il quale i segnali elettrici dagli stimoli FA nelle vene polmonari non possono avanzare. Di conseguenza, l'attività elettrica del cuore è nuovamente controllata solo dal nodo SA. Poiché gli stimoli nelle vene polmonari sono stati esclusi elettricamente dal resto del cuore, questa particolare procedura viene chiamata *isolamento delle vene polmonari*.

Esempio 21.2 | La resistenza di un filo di nichel-cromo

Il raggio di un filo di nichel-cromo è 0.32 mm.

(A) Calcolare la resistenza per unità di lunghezza di questo filo.

(B) Se viene applicata una differenza di potenziale di 10 V ai capi di un filo di nichel-cromo lungo 1.0 m, qual è la corrente nel filo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

VARIAZIONE DELLA RESISTIVITÀ CON LA TEMPERATURA

Variazione della resistività con la temperatura

La resistività dipende da numerosi fattori, uno dei quali è la temperatura. Per la maggior parte dei metalli, in un intervallo limitato di temperature, la resistività varia in maniera approssimativamente lineare con l'aumento della temperatura, secondo la legge:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad 21.10 \blacktriangleleft$$

dove ρ è la resistività ad una certa temperatura T (in gradi Celsius), ρ_0 è la resistività ad una certa temperatura di riferimento T_0 (ordinariamente 20°C) e α è chiamato **coefficiente termico della resistività** (da non confondersi con il coefficiente medio di dilatazione termica lineare α del Capitolo 16). Dall'Equazione 21.10, si vede che α può essere espresso come

COEFFICIENTE TERMICO DELLA RESISTIVITÀ

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta T} \quad 21.11 \blacktriangleleft$$

dove $\Delta\rho = \rho - \rho_0$, $\Delta T = T - T_0$ è la variazione di resistività nell'intervallo di temperatura. Le resistività e i coefficienti termici di vari materiali sono elencati nella Tabella 21.1. Si noti l'enorme intervallo di valori della resistività, da valori piccolissimi per i buoni conduttori, come rame e argento, a valori altissimi per buoni isolanti, come il vetro e la gomma. Un conduttore ideale, o "perfetto", dovrebbe avere resistività zero, e un isolante ideale una resistività infinita.

Poiché la resistenza è proporzionale alla resistività secondo l'Equazione 21.8, la variazione della resistenza con la temperatura può essere scritta come:

VARIAZIONE DELLA RESISTENZA CON LA TEMPERATURA

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

21.12◀

Questa proprietà viene spesso utilizzata per ottenere misure precise di temperatura, come è mostrato nell'Esempio 21.3.

QUIZ RAPIDO 21.3

Quando scorre più corrente in una lampadina? (a) al momento dell'accensione, quando la luminescenza del filamento metallico sta aumentando o (b) quando è ormai accesa da qualche secondo e la luminescenza del filamento è costante?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Superconduttori

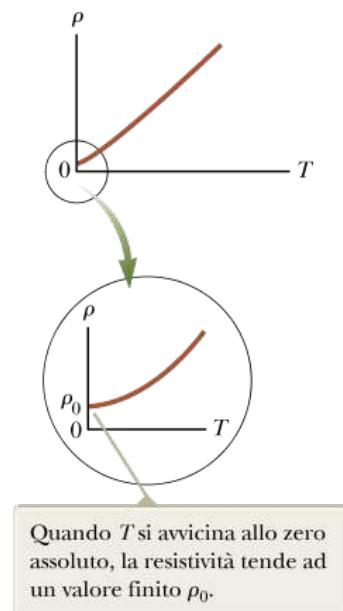


FIGURA 21.9 Resistività in funzione della temperatura per un metallo normale, come il rame. La curva è lineare su un ampio intervallo di temperature, e ρ aumenta all'aumentare della temperatura.

Per diversi metalli, la resistività è quasi proporzionale alla temperatura, com'è mostrato in Figura 21.9. In realtà, tuttavia, c'è sempre una regione non lineare a temperature molto basse, e la resistività generalmente si avvicina a un certo valore finito vicino allo zero assoluto (vedi l'inserto ingrandito in Fig. 21.9). Questa resistività residua vicina allo zero assoluto è dovuta principalmente agli urti degli elettroni con le impurità e le imperfezioni del metallo. Al contrario, la resistività ad alta temperatura (la regione lineare) è dominata dagli urti degli elettroni con gli atomi in vibrazione del metallo. Descriveremo questo processo più in dettaglio nel Paragrafo 21.4.

Esiste una classe di metalli e composti per i quali la resistenza diventa zero al di sotto di una particolare temperatura T_c , nota come **temperatura critica**. Questi materiali sono noti come **superconduttori**. Il grafico resistenza-temperatura per un superconduttore ha l'andamento di quello di un metallo normale a temperature al di sopra di T_c (Fig. 21.10).

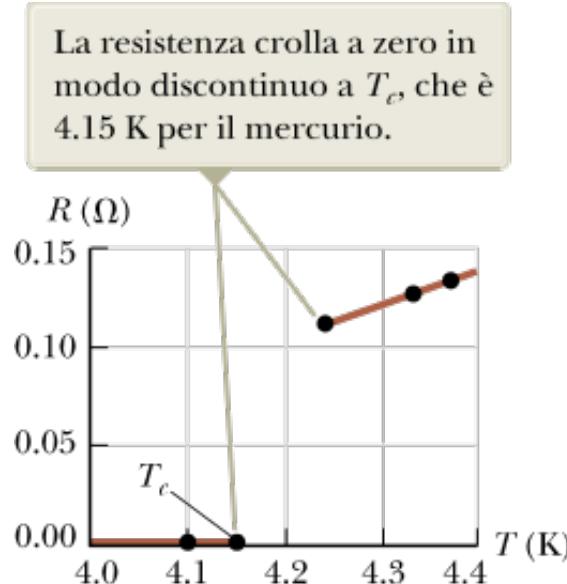


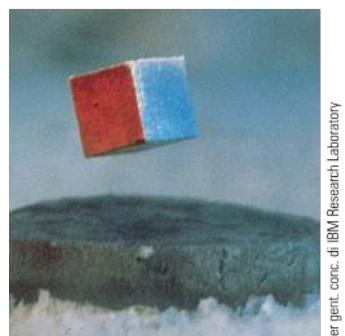
FIGURA 21.10 Resistenza in funzione della temperatura per un campione di mercurio (Hg). Il grafico segue l'andamento di un metallo normale al di sopra della temperatura critica T_c .

TABELLA 21.3 | Temperatu-
re critiche di alcuni super-
conduttori

Materiale	T_c (K)
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₈	134
Tl—Ba—Ca—Cu—O	125
Bi—Sr—Ca—Cu—O	105
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	92
Nb ₃ Ge	23,2
Nb ₃ Sn	18,05
Nb	9,46
Pb	7,18
Hg	4,15
Sn	3,72
Al	1,19
Zn	0,88

Quando la temperatura è uguale o inferiore a T_c , la resistività crolla improvvisamente a zero. Questo fenomeno fu scoperto nel 1911 dal fisico tedesco Heike Kamerlingh-Onnes (1853-1926) mentre stava lavorando col mercurio, che è un superconduttore al di sotto di 4,15 K. Misure hanno dimostrato che le resistività dei superconduttori al di sotto di T_c sono inferiori a $4 \times 10^{-25} \Omega \cdot m$, che è quasi 10^{17} volte minore della resistività del rame. In pratica queste resistività possono essere considerate zero.

Attualmente, sono noti migliaia di materiali superconduttori, e come illustra la Tabella 21.3, le temperature critiche di superconduttori scoperti recentemente sono sostanzialmente più alte di quanto si potesse pensare inizialmente. Si riconoscono due tipologie di superconduttori. Quelli identificati più recentemente sono essenzialmente ceramiche con temperature critiche elevate, mentre materiali superconduttori come quelli osservati da Kamerlingh-Onnes sono metalli. Se venisse identificato un superconduttore a temperatura ambiente, i suoi effetti sulla tecnologia sarebbero enormi.



Per gent. conc. di IBM Research Laboratory

Un piccolo magnete permanente che levita sopra un disco di superconduttore $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, posto in azoto liquido a 77 K.

Il valore di T_c è sensibile alla composizione chimica, alla pressione e alla struttura cristallina. È interessante notare che rame, argento e oro, che sono eccellenti conduttori a temperatura ambiente, non sono superconduttori.

Una delle caratteristiche notevoli dei superconduttori è il fatto che una volta stabilita una corrente nel materiale, questa persiste *senza che sia applicata alcuna tensione* (poiché $R = 0$). Sono state osservate correnti stazionarie in circuiti superconduttori per diversi anni senza alcuna diminuzione misurabile!

Un'applicazione utile e importante della superconduttività è nello sviluppo di magneti superconduttori, che producono campi magnetici di intensità circa dieci volte superiore ai migliori elettromagneti convenzionali. Tali magneti superconduttori sono studiati come dispositivi per immagazzinare energia. Magneti superconduttori oggi sono utilizzati in apparati di uso medico per l'imaging a risonanza magnetica, o MRI, che producono immagini di alta qualità di organi interni senza la necessità di esposizioni eccessive dei pazienti a raggi X o ad altre radiazioni potenzialmente dannose.

Un modello per la conduzione elettrica

In questo paragrafo, descriviamo un modello classico per la conduzione elettrica nei metalli che fu proposto inizialmente da Paul Drude (1863-1906) nel 1900. Questo modello strutturale porta alla legge di Ohm e mostra che la resistività può essere collegata al moto degli elettroni nei metalli. Sebbene il modello di Drude qui descritto abbia delle limitazioni, introduce dei concetti utilizzati in trattamenti più elaborati.

Utilizzando i passi discussi per i modelli strutturali introdotti nel Paragrafo 11.2, possiamo descrivere il modello di Drude come segue:

1. *Una descrizione delle componenti fisiche del sistema:* si consideri un conduttore come un reticolo di atomi ionizzati con un insieme di elettroni liberi, che vengono chiamati *elettroni di conduzione*. Gli elettroni di conduzione, sebbene legati ai loro rispettivi atomi quando gli atomi non fanno parte di un solido, diventano liberi quando gli atomi condensano in un solido.
2. *Una descrizione della posizione relativa dei suoi costituenti e delle loro interazioni:* gli elettroni di conduzione riempiono l'interno del conduttore. In assenza di campo elettrico, essi si muovono in direzioni casuali attraverso il conduttore. La situazione è simile al moto delle molecole di gas confinate in un contenitore. Infatti, alcuni scienziati si riferiscono agli elettroni di conduzione in un metallo come a un *gas di elettroni*. Gli elettroni di conduzione non vanno incontro ad alcuna interazione con il reticolo degli atomi ionizzati salvo quando urtano uno di questi atomi.
3. *Una descrizione dell'evoluzione temporale del sistema:* quando un campo elettrico viene applicato al conduttore, gli elettroni di conduzione si muovono lentamente nel verso opposto a quello del campo elettrico (Fig. 21.4), con una velocità di deriva media v_d che è molto più piccola (tipicamente 10^4 m/s) della loro velocità media tra le collisioni (tipicamente 10^6 m/s). Il moto di un elettrone dopo una collisione è indipendente dal suo moto prima della collisione. L'energia cinetica acquisita dagli elettroni nel campo elettrico viene trasferita agli atomi ionizzati del conduttore quando gli elettroni e gli atomi si urtano. L'energia trasferita agli atomi aumenta la loro energia vibrazionale, il che causa l'aumento della temperatura del conduttore.
4. *Una descrizione dell'accordo tra le predizioni del modello e le osservazioni reali e, possibilmente, predizioni di nuovi effetti non ancora osservati:* la verifica del modello di Drude sarà questa: possiamo generare un'espressione per la resistività del conduttore in accordo con le osservazioni sperimentali?

Cominciamo a rispondere alla domanda del punto (4) qui sopra derivando un'espressione per la velocità di deriva. Quando un elettrone libero di massa m_e e carica q ($= -e$) è sottoposto ad un campo elettrico \vec{E} , subisce una forza $\vec{F} = q\vec{E}$. L'elettrone è una particella soggetta ad una forza, la sua accelerazione può essere ricavata dalla seconda legge di Newton, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m_e}$$

21.13◀

Poiché il campo elettrico è uniforme, l'accelerazione dell'elettrone è costante, così possiamo descrivere l'elettrone come una particella con accelerazione costante. Se la velocità iniziale dell'elettrone subito dopo l'urto (che avviene ad un istante definito come $t = 0$) è \vec{v}_i , la velocità dell'elettrone ad un istante t successivo (immediatamente prima che avvenga l'urto successivo) è, dall'Equazione 3.8,

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t = \vec{v}_i + \frac{q\vec{E}}{m_e} t$$

21.14◀

Prendiamo ora il valore medio di \vec{v}_f per tutti gli elettroni nel filo, per tutti i possibili intervalli temporali di collisione t e tutti i possibili valori di \vec{v}_i . Assumendo che le velocità iniziali siano distribuite casualmente in tutte le direzioni possibili, il valore medio di \vec{v}_i è

zero. Il valore medio del secondo termine dell'Equazione 21.14 è $\left(q\vec{E}/m_e\right)\tau$, dove τ è l'intervallo di tempo medio tra due urti successivi. Poiché il valore medio di \vec{v}_f è uguale alla velocità di deriva,

VELOCITÀ DI DERIVA

$$\vec{v}_{f,\text{med}} = \vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m_e} \tau \quad 21.15 \blacktriangleleft$$

Sostituendo il modulo di questa velocità di deriva nell'Equazione 21.4, otteniamo

$$I = nev_d A = ne \left(\frac{eE}{m_e} \tau \right) A = \frac{ne^2 E}{m_e} \tau A \quad 21.16 \blacktriangleleft$$

Secondo l'Equazione 21.16, la corrente è legata alle variabili macroscopiche differenza di potenziale e resistenza:

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

Incorporando l'Equazione 21.8, possiamo scrivere questa espressione come

$$I = \frac{\Delta V}{\left(\rho \frac{\ell}{A}\right)} = \frac{\Delta V}{\rho \ell} A$$

Nel conduttore, il campo elettrico è uniforme, così possiamo utilizzare l'Equazione 20.6, $\Delta V = E\ell$, per sostituire il valore della differenza di potenziale ai capi del conduttore:

$$I = \frac{E\ell}{\rho\ell} A = \frac{E}{\rho} A \quad 21.17 \blacktriangleleft$$

Uguagliando le due espressioni per la corrente, le Equazioni 21.16 e 21.17, risolviamo per ricavare la resistività:

RESISTIVITÀ IN FUNZIONE DI PARAMETRI MICROSCOPICI

$$I = \frac{ne^2 E}{m_e} \tau A = \frac{E}{\rho} A \rightarrow \rho = \frac{m_e}{ne^2 \tau} \quad 21.18 \blacktriangleleft$$

⁶Si ricorda che la velocità media di un gruppo di particelle dipende dalla temperatura del gruppo (Capitolo 16) e non è la stessa cosa della velocità di deriva v_d .

Secondo questo modello strutturale, la nostra previsione è che la resistività non dipende dal campo elettrico o, equivalentemente, dalla differenza di potenziale, ma dipende soltanto da parametri fissi associati al materiale e all'elettrone. Questa proprietà caratterizza i conduttori che obbediscono alla legge di Ohm. Il modello mostra che la resistività può essere calcolata dalla conoscenza della densità degli elettroni, della loro carica e massa, e dal tempo medio τ tra gli urti. Questo intervallo di tempo è legato alla distanza media tra le collisioni ℓ_{med} (il cammino libero medio) e la velocità media v_{med} dalla relazione⁶:

$$\tau = \frac{\ell_{\text{med}}}{v_{\text{med}}}$$

21.19◀

Esempio 21.3 |

Collisioni tra elettroni nel rame

(A) Usando i dati dell'Esempio 21.1 e il modello strutturale della conduzione elettronica, ottenere una stima del tempo medio tra le collisioni tra degli elettroni nel rame a 20 °C.

(B) Supponendo che la velocità media degli elettroni liberi nel rame sia 1.6×10^6 m/s e usando il risultato di (A), calcolare il cammino libero medio degli elettroni nel rame.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Sebbene questo modello strutturale di conduzione sia in accordo con la legge di Ohm, esso non predice correttamente i valori di resistività o il comportamento della resistività con la temperatura. Per esempio, i calcoli classici per v_{med} che usano il modello del gas perfetto per gli elettroni forniscono valori che sono inferiori a quelli reali all'incirca di un fattore 10, e pertanto danno luogo a una previsione sbagliata dei valori di resistività dall'Equazione 21.18. Inoltre, secondo le Equazioni 21.18 e 21.19, la resistività dovrebbe variare con la temperatura come v_{med} , che, in accordo con il modello del gas perfetto (Capitolo 16, Eq. 16.22), è proporzionale a \sqrt{T} . Ciò è in contrasto con la dipendenza lineare della resistività dalla temperatura per i metalli puri (Fig. 21.9). A causa di queste previsioni sbagliate, dobbiamo modificare il nostro modello strutturale. Chiameremo il modello che abbiamo sviluppato modello *classico* per la conduzione elettrica. Per tener conto delle previsioni sbagliate del modello classico, lo svilupperemo ulteriormente in un modello *quantomecanico* che descriveremo brevemente.

Abbiamo discusso due importanti modelli semplificati nei capitoli precedenti, il modello particellare e il modello ondulatorio. Sebbene abbiano discusso questi due modelli semplificati separatamente, la fisica quantistica ci dice che questa separazione non è così ben definita. Come discuteremo in dettaglio nel Capitolo 28 ("Fisica Moderna"), le particelle hanno proprietà ondulatorie. Le previsioni di certi modelli possono accordarsi con i risultati sperimentali solo se i modelli includono il comportamento ondulatorio delle particelle. Il modello strutturale per la conduzione elettrica nei metalli è uno di questi casi. Immaginiamo che gli elettroni che si muovono lungo il metallo abbiano proprietà ondulatorie. Se il reticolo degli atomi in un conduttore ha una spaziatura regolare (cioè è periodico), il carattere ondulatorio degli elettroni fa sì che essi possano muoversi liberamente attraverso il conduttore e la collisione con un atomo sia improbabile. Per un conduttore ideale non vi sarebbero collisioni, il cammino libero medio sarebbe infinito e la resistività zero. Gli elettroni vengono diffusi solo se la disposizione degli atomi è irregolare (non periodica) – a causa, per esempio, di difetti strutturali o di impurità. A bassa temperatura, la resistività dei metalli dipende essenzialmente dalla diffusione prodotta dalle collisioni tra gli elettroni e le impurità. Ad alte temperature, la resistività è dominata dalla diffusione causata dalle collisioni tra gli elettroni e gli atomi del conduttore, che vengono continuamente spostati dall'agitazione termica, distruggendo la perfetta periodicità. Il moto termico degli atomi rende la struttura irregolare (rispetto al reticolo atomico in quiete), riducendo quindi il cammino libero medio degli elettroni.

Anche se dimostrare ciò in dettaglio va oltre lo scopo di questo testo, il modello classico modificato con il carattere ondulatorio degli elettroni conduce a previsioni dei valori di resistività che sono in accordo con i valori misurati e prevedono una dipendenza lineare dalla temperatura. Discutendo l'atomo di idrogeno nel Capitolo 11, abbiamo dovuto introdurre alcuni concetti quantistici per comprendere le osservazioni sperimentali come gli spettri atomici. Analogamente, abbiamo dovuto introdurre delle nozioni quantistiche nel Capitolo 17 per capire il comportamento dei calori specifici molari dei gas con la

temperatura. Questo è un altro caso in cui la meccanica quantistica è necessaria affinché il modello si accordi con gli esperimenti. Sebbene la fisica classica possa spiegare un enorme campo di fenomeni, noi continuiamo a vedere indicazioni che ci spingono ad includere la fisica quantistica nei nostri modelli. Studieremo la fisica quantistica in dettaglio nei Capitoli 28-31 (“Fisica Moderna”).

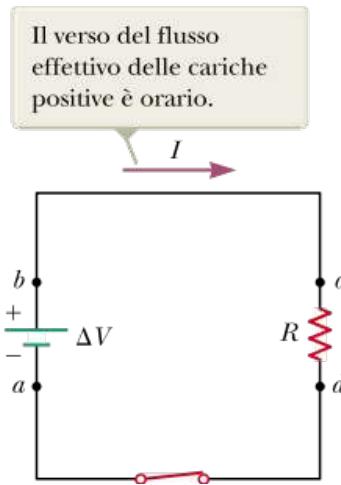


FIGURA 21.11 Un circuito fatto con un resistore di resistenza R e una batteria che fornisce una differenza di potenziale ΔV ai suoi capi.

Energia e potenza nei circuiti elettrici

Nel Paragrafo 21.1, abbiamo discusso le trasformazioni di energia che si hanno quando un conduttore è percorso da una corrente. Usando una batteria per far circolare corrente in un conduttore, si ha una continua trasformazione dell'energia chimica immagazzinata nella batteria in energia cinetica degli elettroni e in energia interna del conduttore, che produce un aumento della temperatura del conduttore.

In un tipico circuito elettrico, viene trasferita energia da una sorgente, come una batteria, a un dispositivo, come una lampadina o una radio, per mezzo della trasmissione elettrica (T_{TE} nell'Eq. 7.2). Determiniamo un'espressione che ci permetta di calcolare la rapidità di questo trasferimento di energia.

Consideriamo, prima, il semplice circuito di Figura 21.11, dove immaginiamo che l'energia sia fornita a un resistore. Poiché i fili di collegamento hanno anch'essi una resistenza, parte dell'energia viene fornita ai fili e parte al resistore. A meno che non si dica diversamente, adotteremo un modello semplificato nel quale la resistenza dei fili è così piccola in confronto alla resistenza degli elementi del circuito da poter trascurare l'energia fornita ai fili.

Analizziamo il bilancio energetico di un circuito in cui una batteria sia collegata a un resistore di resistenza R , come mostrato in Figura 21.11. Immaginiamo ora di seguire una quantità Q di carica positiva che si muove lungo il circuito partendo dal punto a attraversando la batteria e il resistore e tornando in a . Il punto a è un punto di riferimento il cui potenziale è assunto uguale a zero. Identifichiamo l'intero circuito come il nostro sistema. Quando la carica si muove da a a b attraverso la batteria, la cui differenza di potenziale è ΔV , l'energia potenziale elettrica del sistema aumenta di $Q \Delta V$, mentre l'energia chimica della batteria diminuisce della stessa quantità (si ricordi dal Capitolo 20 che $\Delta U = q \Delta V$). Quando la carica si muove da c a d attraverso il resistore, il sistema perde questa energia potenziale elettrica durante le collisioni con gli atomi del resistore. In questo processo, l'energia si trasforma in energia interna corrispondente a un aumento del moto vibrazionale degli atomi del resistore. Poiché abbiamo trascurato la resistenza dei fili di collegamento, nessuna trasformazione di energia avviene per i percorsi bc e da . Quando la carica torna nel punto a , il risultato netto è che una parte dell'energia chimica della batteria è stata fornita al resistore e si trova nel resistore come energia interna associata con la vibrazione molecolare.

⁷Questo è un altro uso non corretto della parola calore che si è radicato nel nostro linguaggio quotidiano.

Il resistore è normalmente in contatto con l'aria, cosicché il suo aumento di temperatura produce un trasferimento di energia tramite il calore all'aria. Inoltre, la radiazione termica da parte del resistore rappresenta un altro mezzo di fuga per l'energia. Dopo un certo intervallo di tempo, il resistore rimane a temperatura costante poiché l'immissione di energia proveniente dalla batteria è bilanciata dall'emissione di energia tramite calore e radiazione. Alcuni dispositivi elettrici includono dei *dissipatori di calore*⁷ collegati a certe parti del circuito per evitare che queste parti raggiungano temperature troppo elevate, che potrebbero rivelarsi pericolose. I dissipatori di calore sono pezzi di metallo forniti di molte alette. L'alta conducibilità termica del metallo determina un rapido trasferimento di energia tramite calore lontano dal componente caldo, e le molte alette forniscono una grande superficie di contatto con l'aria, cosicché l'energia può trasferirsi per radiazione e nell'aria tramite calore con grande rapidità.

Consideriamo ora la rapidità con cui il sistema perde energia potenziale elettrica quando la carica Q passa attraverso il resistore:

Prevenire le insidie I 21.5Equivoci sulla corrente

Alcuni equivoci comuni sono associati con la corrente in un circuito come quello di Figura 21.11. Uno è quello di pensare che la corrente esca da un terminale della batteria e venga quindi "consumata" quando passa attraverso il resistore. In questo modo, la corrente esisterebbe soltanto in una parte del circuito. La corrente, in realtà, è la stessa *in ogni parte* del circuito. Un equivoco che si riferisce a ciò assume che la corrente che esce dal resistore sia minore di quella che entra, perché una parte di essa è stata "utilizzata". Un ulteriore equivoco afferma che la corrente uscente da ambedue i terminali della batteria vada in versi opposti, e quindi "si scontri" nel resistore, liberando in tal modo energia. Sappiamo che non è così – le cariche fluiscano nello stesso verso di rotazione in *tutti* i punti del circuito.

Prevenire le insidie I 21.6Le cariche non si muovono attraverso tutto il circuito

A causa della bassa velocità di deriva, potrebbero volerci ore perché un singolo

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} (Q\Delta V) = \frac{dQ}{dt} \Delta V = I \Delta V$$

dove I è la corrente nel circuito. Ovviamente, il sistema riacquista questa energia potenziale quando la carica attraversa la batteria, a spese dell'energia chimica della batteria. La rapidità con la quale il sistema perde energia potenziale quando la carica passa attraverso il resistore è uguale alla rapidità con la quale il sistema guadagna energia interna nel resistore. Quindi la **potenza** P , che rappresenta la rapidità con cui l'energia è fornita al resistore, è

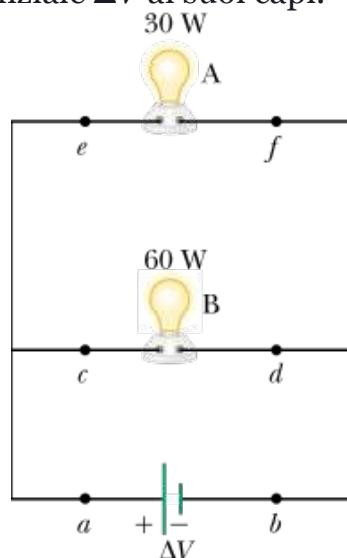
elettrone compia un giro completo del circuito. Per capire il trasferimento di energia in un circuito, tuttavia, è utile *immaginare* una carica che si muove tutto attorno al circuito.

POTENZA FORNITA AL DISPOSITIVO

$$P = I \Delta V$$

21.20

Abbiamo ricavato questo risultato considerando una batteria che fornisce energia ad un resistore. Tuttavia, l'Equazione 21.20 si può usare per determinare la potenza trasferita da una sorgente di tensione a *qualsiasi* dispositivo che trasporti una corrente I e abbia una differenza di potenziale ΔV ai suoi capi.



Prevenire le insidie | 21.7 L'energia non è "dissipata"

In alcuni testi, l'Equazione 21.21 viene descritta in termini di potenza "dissipata in" un resistore, suggerendo che l'energia scompare. Invece, diremo che l'energia è "fornita a" un resistore. La nozione di *dissipazione* sorge dal fatto che un resistore caldo espelle energia per radiazione e calore, sicché l'energia fornita dalla batteria esce dal circuito (non scompare!).

FIGURA 21.12 (Quiz Rapido 21.4 e Fisica Ragionata 21.2)

Due lampadine a incandescenza collegate alla stessa differenza di potenziale.

Usando l'Equazione 21.20 e la relazione $\Delta V = IR$, possiamo esprimere la potenza fornita ad un resistore nella forma alternativa:

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

21.21

L'unità SI di potenza è il watt, introdotto nel Capitolo 7. Se analizziamo le unità nelle Equazioni 21.20 e 21.21, vedremo che il risultato del calcolo fornisce il watt come unità. La potenza fornita a un conduttore di resistenza R è spesso indicata come una *perdita* $I^2 R$. Come abbiamo appreso nel Paragrafo 7.6, l'unità di energia usata dalle società elettriche per calcolare il trasferimento di energia, il kilowattora, è la quantità di energia trasferita in 1 ora (h) alla potenza costante di 1 kW. Abbiamo imparato che $1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$.

QUIZ RAPIDO 21.4

Per le due lampadine a incandescenza mostrate in Figura 21.12, ordinare in modo decrescente le correnti nei punti da *a* a *f*.

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 21.2

Due lampadine A e B sono collegate alla stessa differenza di potenziale, come in Figura 21.12. La potenza delle lampadine è indicata. Quale lampadina ha una resistenza maggiore? Quale trasporta una corrente maggiore?

Ragionamento Poiché la tensione su ciascuna lampadina è la stessa, e la potenza fornita al resistore è $P = (\Delta V)^2/R$, la lampadina con la resistenza maggiore assorberà una potenza minore. In questo caso, la resistenza di A è maggiore di quella di B. Inoltre, poiché $P = I \Delta V$, vediamo che la corrente attraverso B è maggiore di quella attraverso A.

FISICA RAGIONATA 21.3

In quale caso è più probabile che una lampadina si bruci, appena dopo che è stata accesa o dopo che è stata accesa da alcuni secondi?

Ragionamento Una volta chiuso l'interruttore, la tensione viene immediatamente applicata alla lampadina. Quando la tensione è applicata al filamento freddo alla prima accensione, la resistenza del filamento è bassa. Quindi, la corrente è alta, e viene fornita una energia per unità di tempo relativamente grande alla lampadina. Questo porta ad un rapido innalzamento della temperatura, causando uno stress termico sul filo che rende più probabile una rottura in tale momento. Quando il filamento si riscalda in assenza di rottura, la sua resistenza aumenta, e la corrente diminuisce. Di conseguenza, la potenza fornita alla lampadina diminuisce. Lo stress termico sul filamento si riduce cosicché si ha una minore probabilità di rottura del filamento dopo che la lampadina è stata accesa per un po'. ▷

Esempio 21.4 | Collegando elettricità e termodinamica

Un riscaldatore ad immersione deve portare la temperatura di 1.50 kg d'acqua da 10.0 °C a 50.0 °C in 10.0 min quando funziona a 110V.

(A) Qual è la resistenza del riscaldatore?

(B) Stimare il costo del riscaldamento dell'acqua.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Sorgenti di f.e.m.

⁸La sigla f.e.m. era originariamente una abbreviazione di *forza elettromotrice*, ma non è una forza, pertanto si scoraggia l'utilizzo della forma estesa. La locuzione *forza elettromotrice* fu introdotta agli inizi degli studi dell'elettricità prima che la comprensione delle batterie fosse sofisticata quanto lo è oggi.

Ciò che mantiene costante la tensione in Figura 21.13 si chiama **sorgente di f.e.m.**⁸. Le sorgenti di f.e.m. sono tutti i dispositivi (come batterie o generatori) che aumentano l'energia potenziale di un circuito mantenendo una differenza di potenziale tra punti del circuito mentre le cariche si muovono lungo il circuito stesso. Si può pensare a una sorgente di f.e.m. come ad una "pompa di carica". La f.e.m. è di una sorgente esprime il lavoro svolto per unità di carica e, quindi, la sua unità di misura nel SI è il volt.

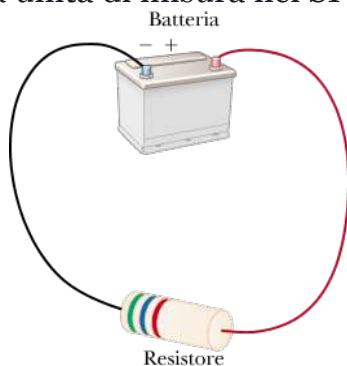


FIGURA 21.13 Un circuito composto da un resistore collegato alle terminazioni di una batteria.

A questo punto, ci si potrebbe chiedere perché abbiamo bisogno di definire una seconda grandezza, f.e.m., con il volt come unità, avendo già definito la differenza di potenziale. Per capire la necessità di questa nuova grandezza, consideriamo il circuito mostrato in Figura 21.13, formato da una batteria collegata a un resistore. Assumeremo che la resistenza dei fili di collegamento sia trascurabile. Potremmo essere tentati di affermare che la differenza di potenziale ai capi della batteria (tensione ai capi) sia uguale alla f.e.m. della batteria. Una batteria reale, tuttavia, possiede sempre una certa **resistenza interna** r . Di conseguenza, la tensione ai capi non è uguale alla f.e.m., come dimostreremo.

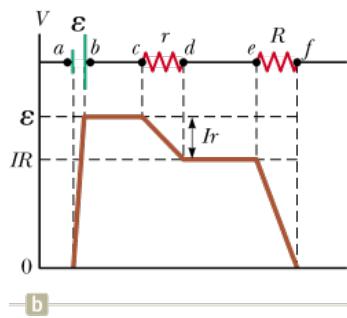
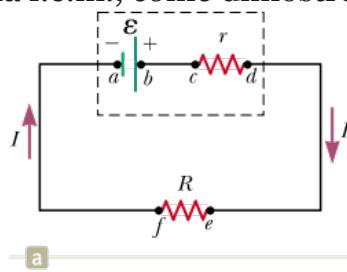


FIGURA 21.14 (a) Diagramma circuitale di una sorgente di f.e.m. ϵ (in questo caso, una batteria) con resistenza interna r , collegata con un resistore esterno di resistenza R . (b) Rappresentazione grafica della variazione di potenziale quando il circuito mostrato in (a) è percorso in senso orario.

Il circuito in Figura 21.13 può essere descritto dal diagramma circuitale in Figura 21.14a. La batteria all'interno del rettangolo tratteggiato viene rappresentata da una sorgente ideale di f.e.m. ϵ , di resistenza nulla, in serie con la resistenza interna r . Immaginiamo ora di muoverci da a a d nella Figura 21.14a. Quando si passa dal polo negativo a quello positivo

dentro la sorgente di f.e.m., il potenziale aumenta di ϵ . Muovendosi attraverso la resistenza r , tuttavia, il potenziale diminuisce di una quantità Ir , dove I è la corrente nel circuito. Quindi, la tensione ai capi della batteria $\Delta V = V_d - V_a$ è data da⁹:

⁹La differenza di potenziale ai terminali in questo caso è minore della f.e.m. di una quantità Ir . In alcune situazioni, la differenza di potenziale ai terminali può essere maggiore della f.e.m. di una quantità Ir . Una simile situazione si ha quando il verso della corrente è opposto a quello della f.e.m., come accade quando una batteria viene caricata da un'altra sorgente di f.e.m.

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir$$

21.22

Si noti che da questa espressione è chiaro che ϵ è equivalente alla **tensione a circuito aperto**, cioè, la tensione ai capi quando la corrente è zero. La Figura 21.14b è la rappresentazione grafica delle variazioni del potenziale quando il circuito è percorso in verso orario. Dall'esame della Figura 21.14a si osserva che la tensione ai terminali ΔV deve essere uguale anche alla differenza di potenziale ai capi della resistenza esterna R , chiamata generalmente **resistenza di carico**; cioè $\Delta V = IR$. Mettendo assieme questa espressione con l'Equazione 21.22 si ottiene:

$$\mathcal{E} = IR + Ir$$

21.23

Da cui si ottiene l'espressione seguente per la corrente:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

21.24

che mostra che la corrente, in questo semplice circuito, dipende sia dalla resistenza esterna R alla batteria che da quella interna r . Se R è molto più grande di r , possiamo adottare un modello semplificato in cui trascuriamo r . In molti circuiti, adotteremo questo modello semplificato.

Se si moltiplica l'Equazione 21.23 per la corrente I , si ottiene:

$$I\mathcal{E} = I^2R + I^2r$$

Da questa equazione si ricava che la potenza totale erogata dalla sorgente di f.e.m. $I\mathcal{E}$ è uguale alla potenza I^2R fornita alla resistenza di carico più quella fornita alla resistenza interna, I^2r . Se $r \ll R$, la maggior parte della potenza fornita dalla batteria è fornita alla resistenza di carico piuttosto che rimanere dentro la batteria, anche se la quantità di energia è relativamente piccola per il fatto che la resistenza di carico grande implica una corrente piccola. Se $r \gg R$, una frazione significativa dell'energia fornita dalla sorgente di f.e.m. rimane all'interno dell'involucro della batteria poiché essa è fornita alla resistenza interna. Per esempio, se un filo elettrico fosse collegato direttamente ai capi di una batteria di un lampeggiatore, la batteria diverrebbe calda. Questo riscaldamento rappresenta il trasferimento di energia dalla sorgente di f.e.m. alla resistenza interna, dove essa appare come energia interna associata con la temperatura. Il Problema 73 analizza le condizioni per le quali la maggior parte dell'energia è trasferita dalla batteria a una resistore di carico.

Prevenire le insidie | 21.8 Che cosa è costante in una batteria?

È un equivoco comune quello di ritenere che la batteria sia una sorgente di corrente costante. L'Equazione 21.24 mostra chiaramente che ciò non è vero. La corrente nel circuito dipende dalla resistenza R collegata alla batteria. Non è neppure vero che una batteria sia una sorgente di tensione costante ai suoi terminali, come mostrato dall'Equazione 21.22. Una batteria è una sorgente di f.e.m. costante.

Esempio 21.5 | Differenza di potenziale ai terminali di una batteria

Una batteria ha una f.e.m. di 12.0 V ed una resistenza interna di 0.050 Ω . I suoi terminali sono collegati ad una resistenza di carico di 3.00 Ω .

(A) Trovare la corrente nel circuito e la differenza di potenziale ai terminali della batteria.

(B) Calcolare la potenza fornita al resistore di carico, quella fornita alla resistenza interna della batteria e la potenza fornita dalla batteria.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Resistori in serie e in parallelo

Quando due o più resistori sono collegati insieme come le lampadine ad incandescenza della Figura 21.15a, si dice che sono collegati in **serie**. La Figura 21.15b è il diagramma circuitale per le lampadine, rappresentate come resistori, e la batteria. In un collegamento in serie, se una quantità di carica Q esce dal resistore R_1 , la stessa quantità di carica Q deve anche entrare nel resistore R_2 . Se così non fosse, ci dovrebbe essere un accumulo di carica nei fili che collegano i resistori. Quindi la stessa quantità di carica passa attraverso entrambi i resistori in un dato intervallo di tempo e le correnti sono le stesse in entrambi i resistori:

$$I = I_1 = I_2$$

dove I è la corrente che lascia la batteria, I_1 è la corrente nel resistore R_1 , e I_2 è la corrente nel resistore R_2 .

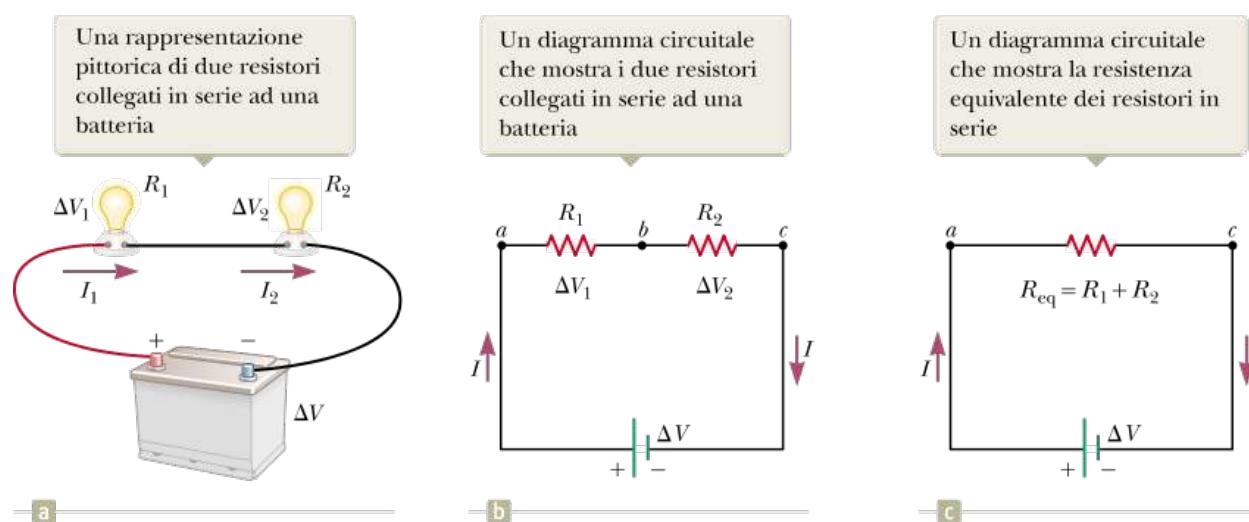


FIGURA 21.15 Due lampadine ad incandescenza con resistenze R_1 e R_2 collegate in serie. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

La differenza di potenziale applicata al collegamento in serie dei resistori si divide tra i resistori. Nella Figura 21.15b, poiché la caduta di potenziale¹⁰ da a a b è uguale a $I_1 R_1$ e la caduta di potenziale da b a c è uguale a $I_2 R_2$, la caduta di potenziale da a a c è

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

La differenza di potenziale ai capi della batteria è applicata alla **resistenza equivalente** R_{eq} della Figura 21.15c:

$$\Delta V = I R_{\text{eq}}$$

La resistenza equivalente di un collegamento in serie di resistori dove la resistenza equivalente ha lo stesso effetto sul circuito della combinazione in serie perché dà luogo alla stessa corrente I nella batteria. Combinando queste equazioni per ΔV otteniamo

$$\Delta V = I R_{\text{eq}} = I_1 R_1 + I_2 R_2 \rightarrow R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 \quad \text{21.25} \blacktriangleleft$$

dove abbiamo cancellato le correnti I , I_1 , e I_2 perché sono tutte uguali. Vediamo che possiamo sostituire i due resistori in serie con una sola resistenza equivalente il cui valore è la *somma* delle singole resistenze.

La resistenza equivalente di tre o più resistori collegati in serie è semplicemente:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad \text{21.26} \blacktriangleleft$$

Questa relazione indica che la resistenza equivalente di un insieme di resistori collegati in serie è uguale alla somma algebrica delle singole resistenze ed è sempre maggiore di ciascuna di esse.

Tornando all'Equazione 21.24, vediamo che il denominatore della parte a destra è la semplice somma algebrica delle resistenze esterna ed interna. Ciò è in accordo col fatto che le resistenze interna ed esterna sono in serie nella Figura 21.14a.

Se il filamento di una delle lampadine in Figura 21.15a si "interrompesse", il circuito non sarebbe più completo (in questa condizione il circuito è aperto) e anche la seconda lampadina non funzionerebbe. Questa è una caratteristica generale di un circuito in serie: se un dispositivo nella serie crea un circuito aperto, tutti i dispositivi risultano inoperativi.

¹⁰La locuzione *caduta di potenziale* è sinonimo di diminuzione di potenziale elettrico ai capi del resistore. È usata spesso da chi lavora con i circuiti elettrici.

Prevenire le insidie | 21.9 Le lampadine non bruciano

Descriptoremo la fine della vita di una lampadina ad incandescenza dicendo che il *filamento si rompe* invece di dire che la lampadina "si è bruciata". La parola *bruciata* suggerisce un processo di combustione, ma non è quello che succede in una lampadina. La rottura di una lampadina è dovuta alla lenta sublimazione del tungsteno dal filamento molto caldo nel corso della vita della lampadina. Il filamento, alla fine, diventa molto sottile a causa di questo processo. Lo stress meccanico dovuto ad un improvviso aumento di temperatura quando la lampadina viene accesa fa sì che il filamento molto sottile si rompa.

QUIZ RAPIDO 21.5

Quando nel circuito di Figura 21.16a l'interruttore è chiuso, non passa alcuna corrente in R_2 , poiché la corrente ha un percorso alternativo di resistenza nulla attraverso l'interruttore. La corrente scorre in R_1 , e questa corrente è misurata con un amperometro (un dispositivo per misurare la corrente) posto in basso nel circuito. Se l'interruttore viene aperto (Fig. 21.16b), la corrente passa per R_2 . Che cosa si legge sull'amperometro quando l'interruttore è aperto? (a) Il valore letto aumenta. (b) Il valore letto diminuisce. (c) Il valore letto rimane costante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

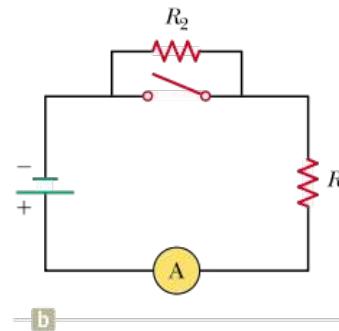
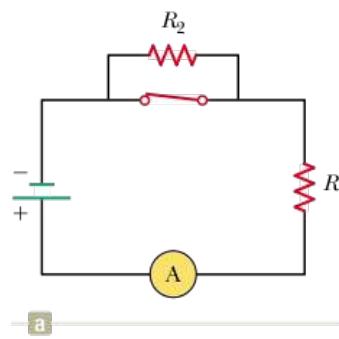


FIGURA 21.16 (Quiz Rapido 21.5) Cosa succede quando l'interruttore viene aperto?

Consideriamo ora due resistori collegati in **parallelo** come in Figura 21.17. Si noti che ciascun resistore è collegato direttamente ai terminali della batteria. Quindi la differenza di

potenziale ai capi dei resistori è la stessa:

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

dove ΔV è la differenza di potenziale ai terminali della batteria.

Quando le cariche arrivano al punto a nella Figura 21.17b, esse si dividono in due parti: alcune passano attraverso R_1 e le rimanenti passano attraverso R_2 . Si chiama **nodo** ogni punto di un circuito in cui una corrente si può dividere. La divisione porta ad una corrente in ciascun resistore minore di quella fornita dalla batteria. Poiché la carica elettrica si conserva, la corrente I che entra nel punto a deve essere uguale alla corrente totale che esce dal punto a :

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2}$$

dove I_1 è la corrente in R_1 e I_2 è la corrente in R_2 . La corrente che attraversa la **resistenza equivalente** R_{eq} in Figura 21.17c è:

$$I = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}}$$

dove la resistenza equivalente ha lo stesso effetto sul circuito dei due resistori in parallelo; cioè, la resistenza equivalente fa sì che la batteria fornisca la stessa corrente I . Mettendo assieme queste equazioni per I , vediamo che la resistenza equivalente di due resistori in parallelo è data da

Prevenire le insidie | 21.10 Variazioni locali e globali

Una variazione locale in una parte di circuito può riflettersi in una variazione globale in tutto il circuito. Per esempio, se si cambia una singolo resistore in un circuito contenente diversi resistori e batterie, possono variare le correnti in tutti i resistori e tutte le batterie, la differenza di potenziale ai morsetti delle batterie, e le differenze di potenziale ai capi di ogni resistore.

$$I = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}} = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

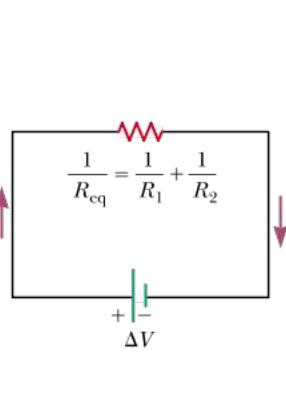
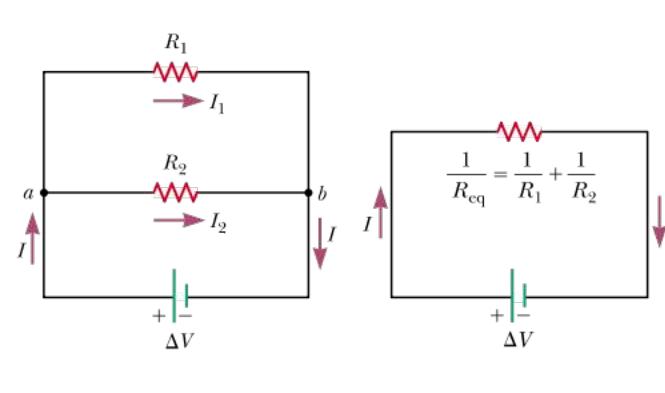
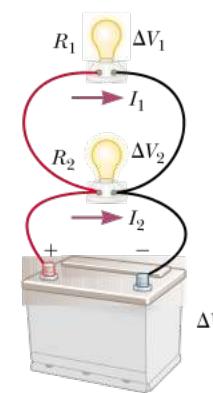
21.27

dove abbiamo cancellato ΔV , ΔV_1 , e ΔV_2 perché sono tutte uguali.

Una rappresentazione pittorica di due resistori collegati in parallelo ad una batteria.

Un diagramma circuitale che mostra i due resistori collegati in parallelo alla batteria.

Un diagramma circuitale che mostra la resistenza equivalente dei resistori in parallelo.



Prevenire le insidie | 21.11 La corrente non prende il cammino della resistenza minore

Avrai sentito una frase del tipo "la corrente prende il cammino della resistenza minore" (o qualcosa di simile) riferito al collegamento in parallelo di percorsi della corrente tali per cui ci sono due o più percorsi possibili per la corrente. La frase, tuttavia, è sbagliata. La

FIGURA 21.17 Due lampadine ad incandescenza di resistenze R_1 e R_2 collegate in parallelo. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

Estendendo questa analisi a tre o più resistori in parallelo si ottiene la seguente espressione generale:

LA RESISTENZA EQUIVALENTE DI UN COLLEGAMENTO IN PARALLELO DI RESISTORI

corrente segue *tutti* i percorsi. Quei percorsi con una resistenza minore avranno maggiori correnti, ma anche quelli con resistenza molto elevata trasporteranno *una certa quantità* di corrente. In teoria, se la corrente può scegliere tra un percorso a resistenza nulla e uno a resistenza finita, tutta la corrente passa per il percorso a resistenza nulla; ma un percorso a resistenza nulla è una idealizzazione.

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

21.28

Questa espressione mostra che il reciproco della resistenza equivalente di due o più resistori collegati in parallelo è uguale alla somma algebrica dei reciproci delle singole resistenze. Inoltre, la resistenza equivalente è sempre minore della più piccola resistenza dell'insieme.

Un circuito costituito da resistori può spesso essere ridotto a un circuito semplice contenente un solo resistore. Per ottenere ciò, bisogna esaminare il circuito iniziale e sostituire ogni resistore in serie o in parallelo con le resistenze equivalenti usando le Equazioni 21.26 e 21.28. Successivamente si può disegnare uno schema del nuovo circuito dopo aver fatto queste variazioni. Si deve quindi esaminare il nuovo circuito e sostituire ogni nuovo collegamento in serie o in parallelo. Si continua con questo procedimento fino a quando si arriva ad avere una sola resistenza per l'intero circuito (ciò non è sempre possibile; quando non è possibile, si possono utilizzare le tecniche del Paragrafo 21.8).

Se si deve trovare la corrente attraverso un resistore del circuito iniziale o la differenza di potenziale ai suoi capi, si deve invece partire con il circuito finale e gradualmente tornare indietro attraverso i circuiti equivalenti. Si trovano le correnti e le tensioni sui resistori usando $\Delta V = IR$ e la conoscenza dei collegamenti in serie e in parallelo.

Gli impianti elettrici nelle nostre case sono sempre realizzati in modo tale che gli elettrodomestici siano collegati in parallelo, come in Figura 21.17a. In questo modo, ogni dispositivo funziona indipendentemente dagli altri, cosicché se uno viene spento, gli altri restano in funzione. Per esempio, se una delle lampadine in Figura 21.17a fosse rimossa dal suo portalampada, l'altra continuerebbe a funzionare. Ugualmente importante, ciascun dispositivo funziona con la stessa tensione. Se gli apparecchi elettrici fossero collegati in serie, la tensione applicata alla combinazione dovrebbe essere divisa fra tutti i dispositivi, e quindi la tensione applicata ad ogni dispositivo dipenderebbe da quanti altri dispositivi fanno parte della combinazione.

In molti impianti elettrici domestici, si usano degli interruttori automatici in serie agli altri elementi del circuito per motivi di sicurezza. Un interruttore automatico è progettato per aprire il circuito quando viene raggiunta una certa corrente massima (di solito 15 A o 20 A) il cui valore dipende dalla natura del circuito. Se non si usasse l'interruttore automatico, si potrebbe avere nei fili una corrente eccessiva causata dal funzionamento di molti apparecchi che potrebbe aumentare di molto la temperatura dei fili dell'impianto causando un incendio. Nelle case di vecchia costruzione, vengono usati dei fusibili invece degli interruttori automatici. Quando la corrente nel circuito supera il valore prefissato, il conduttore che costituisce il fusibile fonde ed apre il circuito. Lo svantaggio dei fusibili è quello che essi si distruggono nel processo di apertura del circuito, mentre gli interruttori automatici possono essere reinseriti.

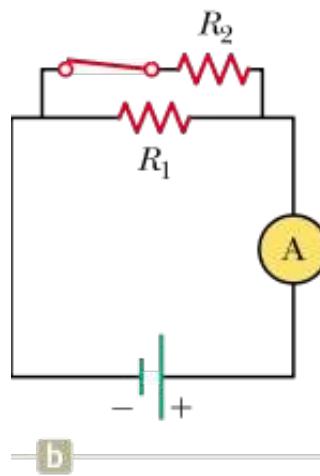
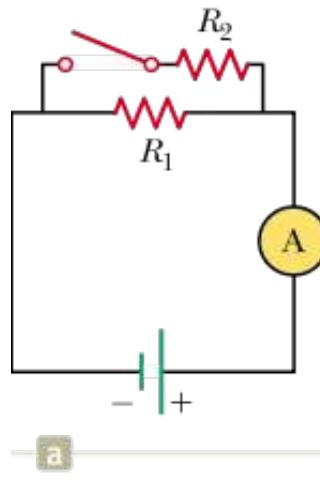


FIGURA 21.18 (Quiz Rapido 21.6) Cosa succede quando l'interruttore viene chiuso?

QUIZ RAPIDO 21.6

Con l'interruttore nel circuito di Figura 21.18a aperto, non passa alcuna corrente in R_2 . La corrente, comunque, circola in R_1 e questa corrente è misurata con l'amperometro sulla destra del circuito. Se l'interruttore è chiuso (Fig. 21.18b), circola una corrente in R_2 . Che cosa si legge sull'amperometro quando l'interruttore è chiuso? **(a)** Il valore letto aumenta. **(b)** Il valore letto diminuisce. **(c)** Il valore letto rimane costante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 21.7

Consideriamo le seguenti possibilità: (a) aumenta, (b) diminuisce, (c) rimane la stessa. Di queste, scegliere la miglior risposta per le seguenti situazioni. **(i)** In Figura 21.15 si immagini di aggiungere un terzo resistore in serie ai primi due. Cosa succede alla corrente nella batteria? **(ii)** Cosa succede alla differenza di potenziale ai terminali della batteria? **(iii)** In Figura 21.17 si immagini di aggiungere un terzo resistore in parallelo ai primi due. Cosa succede alla corrente nella batteria? **(iv)** Cosa succede alla differenza di potenziale ai terminali della batteria?

FISICA RAGIONATA 21.4

Confrontare la luminosità relativa delle quattro lampadine identiche in Figura 21.19. Cosa accade se la lampada A si interrompe e non conduce più la corrente? E se si interrompe C? E se si interrompe D?

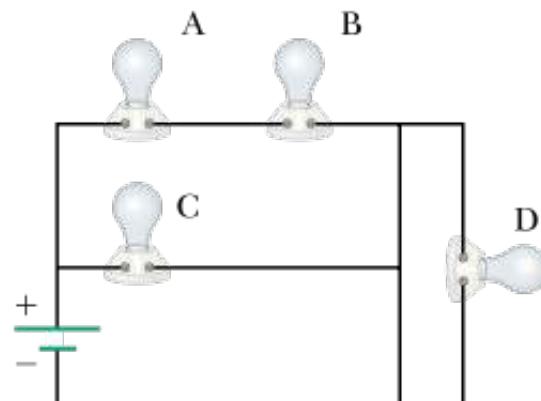


FIGURA 21.19 (Fisica Ragionata 21.4) Cosa succede alle lampadine se una di esse si rompe?

Ragionamento Le lampadine A e B sono collegate in serie alla batteria, mentre la lampadina C è collegata da sola. Quindi, la differenza di potenziale ai terminali della batteria si divide fra le lampadine A e B. Di conseguenza, la lampadina C sarà più brillante di A e B, che sono brillanti in modo uguale tra di loro. La lampadina D ha un filo di collegamento ai suoi estremi. Quindi, non c'è una differenza di potenziale ai capi di D ed essa non si accende mai. Se A si interrompe, B si spegne ma C rimane accesa. Se C si interrompe, non succede nulla alle altre lampadine. Se D si interrompe, l'evento risulta non rivelabile, poiché D non si accende in ogni caso.

FISICA RAGIONATA 21.5

La Figura 21.20 illustra come è costruita una lampada a tre vie per fornire tre livelli di intensità luminosa. Lo zoccolo della lampada è equipaggiato con un interruttore a tre vie per scegliere le diverse intensità luminose. Il bulbo contiene due filamenti. Perché i filamenti sono collegati in parallelo? Spiegare come si usano i due filamenti per ottenere tre diverse intensità di luce.

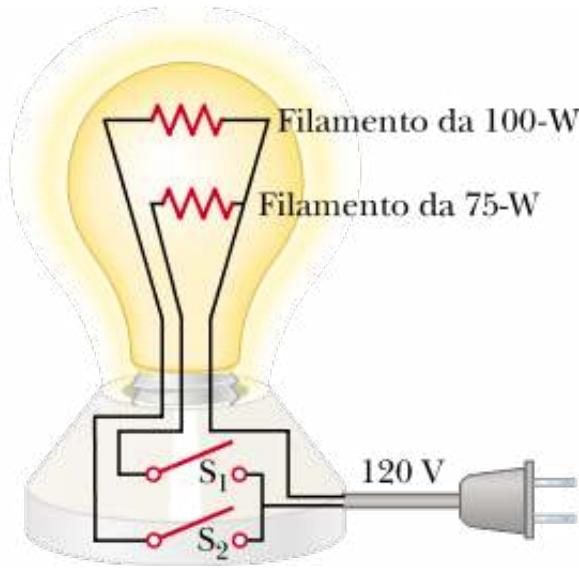


FIGURA 21.20 (Fisica Ragionata 21.5) Una lampadina ad incandescenza a tre vie.

Ragionamento Se i filamenti fossero collegati in serie e uno di essi fosse interrotto, non passerebbe corrente attraverso la lampada, e la lampada non si accenderebbe, indipendentemente dalla posizione dell'interruttore. Tuttavia, quando i filamenti sono collegati in parallelo e uno di essi (diciamo il filamento da 75 W) si interrompe, la lampada continuerà a funzionare in una delle posizioni dell'interruttore perché la corrente passa attraverso l'altro filamento (100 W). Le tre intensità luminose sono possibili selezionando uno dei tre valori della resistenza del filamento, usando un solo valore della tensione da 120 V applicata. Il filamento da 75 W offre un valore di resistenza, il filamento da 100 W offre un secondo valore, e la terza resistenza si ottiene collegando in parallelo i due filamenti. Quando l'interruttore S_1 è chiuso e l'interruttore S_2 è aperto, la corrente passa soltanto attraverso il filamento da 75 W. Quando l'interruttore S_1 è aperto ed è chiuso S_2 , la corrente passa soltanto attraverso il filamento da 100 W. Quando ambedue gli interruttori sono chiusi, la corrente passa attraverso i due filamenti e si ottiene una illuminazione complessiva di 175 W.

Esempio 21.6 | Trovare la resistenza equivalente

Quattro resistori sono collegati come in Figura 21.21a.

(A) Trovare la resistenza equivalente tra i punti a e c .

(B) Qual è la corrente che attraversa ciascun resistore se viene mantenuta una differenza di potenziale di 42 V tra a e c ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 21.7 | Tre resistori in parallelo

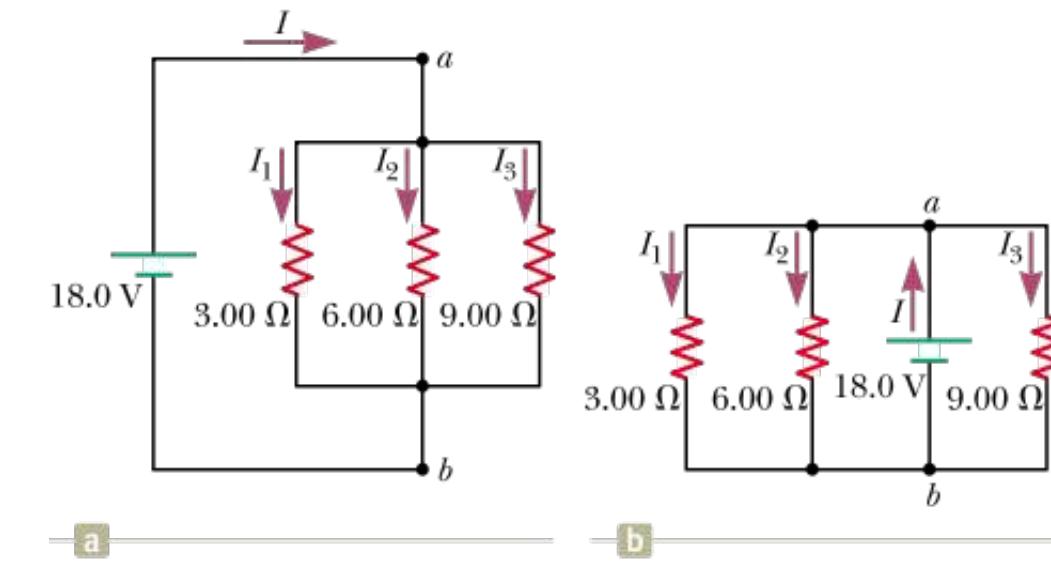


FIGURA 21.22 (Esempio 21.7) (a) Tre resistori collegati in parallelo. La differenza di potenziale ai capi di ciascun resistore è 18.0 V. (b) Un altro circuito con tre resistori e una batteria. È equivalente al circuito in (a)?

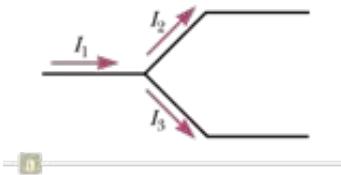
Tre resistori sono collegati in parallelo come in Figura 21.22a. Tra i punti *a* e *b* viene mantenuta una differenza di potenziale di 18.0 V.

- (A)** Calcolare la resistenza equivalente del circuito.
- (B)** Trovare la corrente che passa in ogni resistore.
- (C)** Calcolare la potenza fornita a ciascun resistore e la potenza totale fornita ai tre resistori.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Leggi di Kirchhoff

La quantità di carica che passa nei rami di destra deve essere uguale alla quantità di carica che passa nel ramo singolo a sinistra.



La quantità d'acqua che passa nei rami di destra deve essere uguale alla quantità d'acqua che passa nel ramo singolo a sinistra.

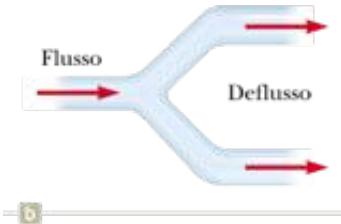


FIGURA 21.23 (a) Regola dei nodi di Kirchhoff. (b) Un analogo meccanico della regola dei nodi.

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente, circuiti semplici possono essere analizzati usando l'espressione $\Delta V = IR$ e le regole per i collegamenti in serie e in parallelo dei resistori. Tuttavia, molto spesso non è possibile ridurre un circuito ad un anello singolo utilizzando queste regole. Il procedimento per analizzare circuiti complessi è reso possibile con l'uso di due semplici regole dette **leggi di Kirchhoff**:

1. Regola dei nodi. In ogni nodo, la somma delle correnti deve essere zero:

$$\sum_{\text{nodo}} I = 0 \quad \text{21.29} \blacktriangleleft$$

2. Regola delle maglie. La somma delle differenze di potenziale ai capi di ciascun elemento all'interno di un percorso chiuso (in un circuito, un percorso chiuso viene detto maglia) deve essere zero:

$$\sum_{\text{maglia}} \Delta V = 0 \quad \text{21.30} \blacktriangleleft$$

La prima legge di Kirchhoff è un enunciato della **conservazione della carica elettrica**. Tutte le cariche che entrano in un dato punto in un circuito devono lasciare quel punto perché la carica non si può accumulare in un dato punto. Le correnti entranti in un nodo vengono considerate positive $+I$, mentre le correnti uscenti da un nodo vengono considerate negative $-I$. Se applichiamo questa legge al nodo in Figura 21.23a ottieniamo

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

La Figura 21.23b rappresenta un'analogia meccanica della situazione in cui l'acqua fluisce attraverso un tubo che si divide senza alcuna perdita.

In ogni diagramma, $\Delta V = V_b - V_a$
e l'elemento del circuito viene
attraversato da a a b , da sinistra a
destra.

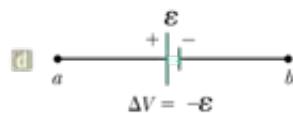
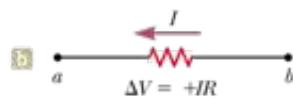
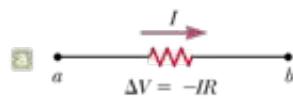


FIGURA 21.24 Regole per determinare la differenza di potenziale ai capi di un resistore o di una batteria (si assume che la batteria non abbia resistenza interna).

Poiché l'acqua non si accumula in nessun punto del tubo, la quantità di acqua che fluisce all'interno del tubo di sinistra è uguale al flusso totale che esce dalle due diramazioni di destra.



Gustav Kirchhoff

Fisico tedesco (1824-1887) Kirchhoff, un professore di Heidelberg, e Robert Bunsen hanno inventato lo spettroscopio e hanno fondato la scienza della spettroscopia, che è stata discussa nel Capitolo 11. Essi hanno scoperto gli elementi cesio e rubidio e hanno inventato la spettroscopia astronomica.

La seconda legge di Kirchhoff consegue dalla legge di **conservazione dell'energia**. Supponiamo che una carica si muova in un qualsiasi percorso chiuso in un circuito. Quando la carica ritorna al punto di partenza, il sistema carica-circuito deve avere la stessa energia totale che aveva prima che la carica venisse mossa. La somma dell'energia guadagnata dalla carica mentre si muove all'interno di alcuni elementi del circuito deve essere uguale in modulo all'energia persa mentre si muove attraverso gli altri elementi. L'energia potenziale diminuisce ogniqualvolta la carica si muove attraverso una caduta di potenziale $-IR$ attraverso un resistore o quando si muove in verso contrario attraverso una sorgente di f.e.m. L'energia potenziale aumenta quando la carica passa attraverso una batteria dal terminale negativo al terminale positivo.

Quando applichiamo la seconda legge di Kirchhoff, immaginiamo di *muoverci* attorno all'anello e consideriamo le variazioni di *potenziale elettrico* invece delle variazioni di *energia potenziale* descritte in precedenza. Immaginiamo di muoverci attraverso gli elementi di circuito in Figura 21.24 verso destra. Quando si utilizza la seconda legge si applica la seguente convenzione sui segni:

- Le cariche si muovono dall'estremità di un resistore a potenziale maggiore verso quella a potenziale minore; perciò, se un resistore viene percorso nel verso della corrente, la differenza di potenziale ΔV ai capi del resistore è $-IR$ (Fig. 21.24a).
- Se un resistore viene percorso in verso *opposto* a quello della corrente, la differenza di potenziale ai capi del resistore è $+IR$ (Fig. 21.24b).
- Se una sorgente di f.e.m. (che si assume abbia resistenza interna nulla) viene attraversata nello stesso verso della f.e.m. (dal terminale negativo a quello positivo), la

differenza di potenziale è $+ \varepsilon$ (Fig. 21.24c).

- Se una sorgente di f.e.m. (che si assume abbia resistenza interna nulla) viene attraversata in verso opposto rispetto alla f.e.m. (dal terminale positivo a quello negativo), la differenza di potenziale è $-\varepsilon$ (Fig. 21.24d).

Ci sono delle limitazioni sul numero di volte in cui è possibile applicare in modo utile le leggi di Kirchhoff per analizzare un circuito. La legge dei nodi si può utilizzare quanto si vuole a condizione che ogni volta che si scrive un'equazione si includa in essa una corrente che non è stata precedentemente usata in un'altra equazione riguardante un nodo. In generale, il numero di volte per cui si può utilizzare la regola dei nodi è una unità in meno rispetto al numero di nodi del circuito. La legge delle maglie può essere usata quante volte si vuole purché vengano sempre utilizzati per ogni nuova equazione un elemento nuovo del circuito (resistore o batteria) o una nuova corrente. In generale, il numero di equazioni indipendenti necessarie deve essere uguale al numero di correnti incognite per poter risolvere un particolare problema di un circuito.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Leggi di Kirchhoff

Per risolvere i problemi che riguardano circuiti che non possono essere ridotti a combinazioni di circuiti in serie e parallelo si raccomanda di seguire la procedura che segue.

1. **Concettualizzazione.** Studiare il diagramma del circuito ed accertarsi di riconoscere ogni elemento rappresentato. Identificare la polarità di ogni batteria ed ipotizzare il verso di percorrenza della corrente nella batteria.
2. **Classificazione.** Determinare se il circuito può essere ridotto per mezzo di combinazioni di resistenze in serie e parallelo. In tal caso, applicare le regole illustrate nel Paragrafo 21.7. Altrimenti, applicare le leggi di Kirchhoff, così come dettagliato nel punto seguente.
3. **Analisi.** Assegnare nomi e simboli a tutte le grandezze note e incognite. È necessario assegnare un *verso* alle correnti in ciascun ramo del circuito. Sebbene l'assegnazione dei versi delle correnti sia arbitraria, quando si applicano le leggi di Kirchhoff bisogna rispettare *rigorosamente* i versi fissati. Applicare la legge dei nodi (prima legge di Kirchhoff) a tutti i nodi del circuito tranne uno. Applicare quindi la legge delle maglie (seconda legge di Kirchhoff) a tante maglie del circuito quante sono necessarie per ottenere, insieme alle equazioni ottenute applicando la legge dei nodi, tante equazioni quante sono le incognite. Per applicare questa legge, bisogna identificare un verso di percorrenza della maglia (orario oppure antiorario) e identificare correttamente la variazione di potenziale quando si attraversa ciascun elemento della maglia. Attenzione ai segni!
Risolvere le equazioni simultaneamente per le quantità incognite.
4. **Conclusione.** Controllare la coerenza dei risultati numerici. Non allarmarsi se alcune correnti hanno un valore negativo. Questo significa solo che hai

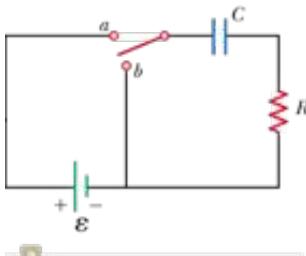
stimate il verso della corrente in modo sbagliato, ma la sua intensità sarà corretta.

Esempio 21.8 | Un circuito a più anelli

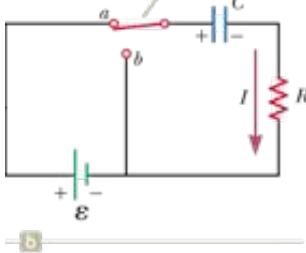
Trovare le correnti I_1 , I_2 , e I_3 nel circuito mostrato in Figura 21.25.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Circuiti RC



Quando l'interruttore è messo nella posizione *a*, il condensatore comincia a caricarsi.



Quando l'interruttore è messo nella posizione *b*, il condensatore si scarica.

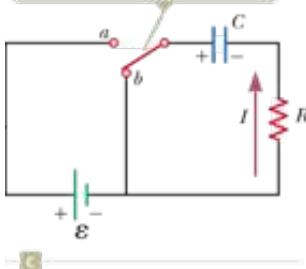


FIGURA 21.26 Un condensatore collegato in serie con un resistore, un interruttore, e una batteria.

Fin qui abbiamo considerato circuiti con correnti continue nei quali la corrente è costante. Nei circuiti a corrente continua che contengono condensatori, la corrente mantiene sempre lo stesso verso ma può cambiare in funzione del tempo. Un circuito contenente un collegamento in serie di un resistore e di un condensatore è chiamato **circuito RC**.

Carica di un condensatore

¹¹In discussioni precedenti sui condensatori, abbiamo supposto una situazione stazionaria, nella quale non c'era nessuna corrente nei rami del circuito contenenti un condensatore. Ora stiamo considerando il caso *prima* del raggiungimento della condizione stazionaria; in questa situazione, le cariche si muovono, ed esiste una corrente nei fili che collegano il condensatore.

La Figura 21.26 mostra un semplice circuito *RC*. Supponiamo che il condensatore sia inizialmente scarico. Quando l'interruttore è aperto non circola corrente (Fig. 21.26a). Tuttavia, se l'interruttore viene messo nella posizione *a* all'istante $t = 0$ (Fig. 21.26b), le cariche inizieranno a muoversi, dando luogo ad una corrente nel circuito, e il condensatore comincerà a caricarsi¹¹. Si noti che durante il processo di carica, le cariche stesse non saltano tra le due armature del condensatore poiché lo spazio esistente tra esse rappresenta un circuito aperto. Invece, le cariche sono trasferite da un'armatura all'altra tramite i fili che la collegano ed a causa del campo elettrico generato dalla batteria fino a quando il condensatore è completamente carico. Mentre le armature vengono caricate, la differenza di potenziale ai capi delle armature aumenta. Il valore massimo della carica dipende dalla differenza di potenziale fornita dalla batteria. Quando viene raggiunto questo valore massimo, la corrente nel circuito diventa zero perché la differenza di potenziale ai capi del condensatore è uguale a quella fornita dalla batteria.

Per analizzare questo circuito quantitativamente, applichiamo la seconda legge di Kirchhoff al circuito dopo che l'interruttore è stato messo nella posizione *a*. Percorrendo la maglia di

Figura 21.26b in verso orario otteniamo

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

21.31◀

e dove q/C è la differenza di potenziale ai capi del condensatore, e IR quella ai capi del resistore. Abbiamo utilizzato le convenzioni per i segni discusse in precedenza per \mathcal{E} e per IR . Il condensatore viene attraversato dall'armatura positiva a quella negativa, producendo una diminuzione nel potenziale. Quindi, utilizziamo un segno negativo per questa differenza di potenziale nell'Equazione 21.31. Notiamo che q e I sono valori *istantanei* rispettivamente della carica e della corrente che dipendono dal tempo (al contrario del caso stazionario) durante il processo di carica del condensatore.

Si può utilizzare l'Equazione 21.31 per trovare la corrente iniziale nel circuito e la massima carica sul condensatore. Quando l'interruttore viene messo nella posizione a ($t = 0$), la carica sul condensatore è zero. L'Equazione 21.31 mostra che la corrente iniziale I_i nel circuito è massima e uguale a

$$I_i = \frac{\mathcal{E}}{R} \text{ (corrente a } t = 0)$$

21.32◀

In questo istante, la differenza di potenziale fornita dai terminali della batteria è interamente ai capi del resistore. Alla fine, quando il condensatore è stato caricato fino al suo valore massimo Q , la carica smette di fluire, la corrente nel circuito è zero e la differenza di potenziale fornita dai terminali della batteria è interamente ai capi del condensatore. Sostituendo $I = 0$ nella Equazione 21.31 si ottiene la carica massima sul condensatore:

$$Q = C\mathcal{E} \text{ (carica massima)}$$

21.33◀

Per determinare le espressioni analitiche che forniscono la dipendenza dal tempo della carica e della corrente, bisogna risolvere l'Equazione 21.31, una unica equazione che contiene le due variabili q e I . La corrente in ogni parte del circuito deve essere la stessa.

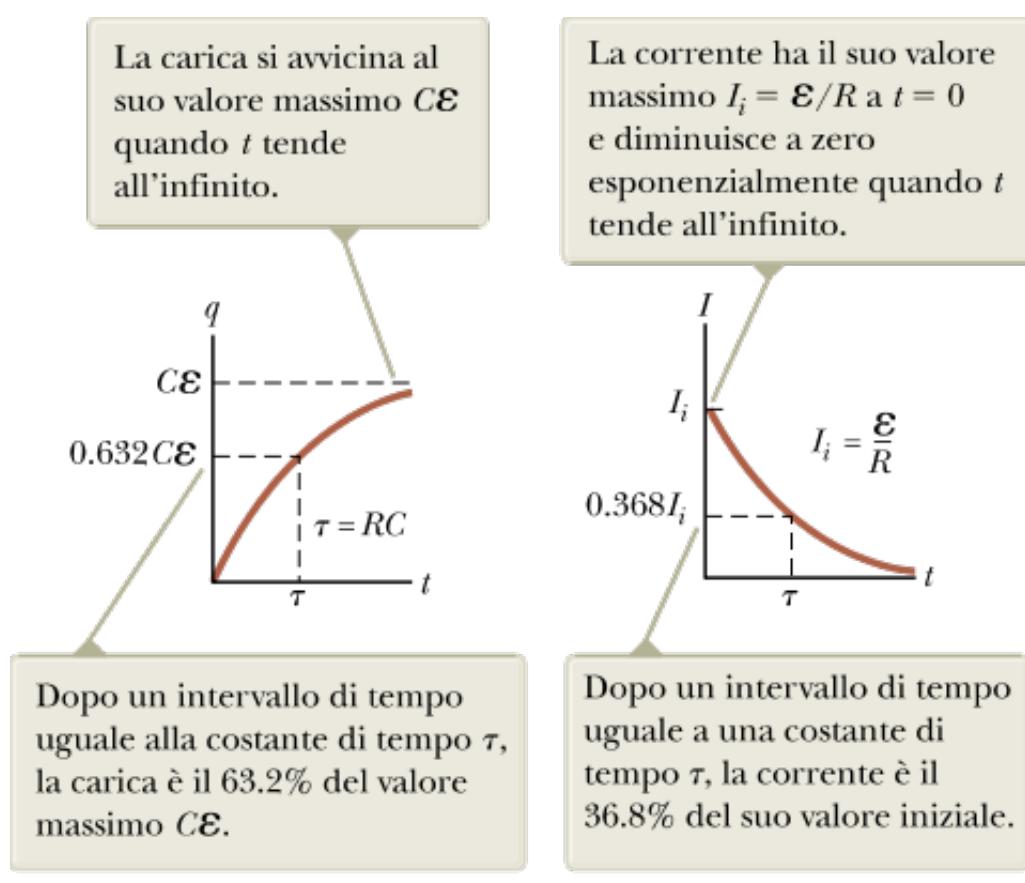


FIGURA 21.27 (a) Grafico della carica del condensatore in funzione del tempo per il circuito mostrato in Figura 21.26b. (b) Grafico della corrente in funzione del tempo per il circuito mostrato in Figura 21.26b.

Perciò la corrente nella resistenza R deve essere la stessa che c'è tra ogni armatura del condensatore e il filo ad essa collegata. Questa corrente è uguale alla rapidità di variazione della carica per unità di tempo sulle armature del condensatore. Quindi, sostituendo $I = dq/dt$ nell'Equazione 21.31 e riscriviamo l'equazione:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

Per trovare un'espressione per q , risolviamo questa equazione differenziale separando le variabili nel modo seguente. Per prima cosa combiniamo tra di loro i termini sulla parte destra:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\mathcal{E}}{RC}$$

Moltiplichiamo questa equazione per dt e la dividiamo per $q - C\mathcal{E}$:

$$\frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} dt$$

Integriamo questa espressione, ponendo $q = 0$ a $t = 0$:

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln \left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}} \right) = -\frac{t}{RC}$$

Usando la definizione di logaritmo naturale, possiamo scrivere questa espressione come

CARICA IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UN CONDENSATORE NELLA FASE DI CARICA

$$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC})$$

21.34◀

dove e è la base del logaritmo naturale e abbiamo utilizzato l'Equazione 21.33.

Un'espressione per la corrente di carica si può trovare differenziando l'Equazione 21.34 rispetto al tempo. Utilizzando $I = dq/dt$, si ottiene:

CORRENTE IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UN CONDENSATORE NELLA FASE DI CARICA

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

21.35◀

I grafici della carica e della corrente in funzione del tempo sono mostrati in Figura 21.27. Si noti che la carica è zero a $t = 0$ e si avvicina al valore massimo $C\mathcal{E}$ per $t \rightarrow \infty$. La corrente ha il suo massimo valore $I_i = \mathcal{E}/R$ per $t = 0$ e tende esponenzialmente a 0 per $t \rightarrow \infty$. La grandezza RC , che appare nell'esponenziale delle Equazioni 21.34 e 21.35, è detta **costante di tempo** τ del circuito.

$$\tau = RC$$

21.36◀

La costante di tempo rappresenta l'intervallo di tempo che impiega la corrente a diminuire fino a $1/e$ del suo valore iniziale; cioè, dopo un intervallo di tempo τ , la corrente diminuisce a $I = e^{-1} I_i = 0.368 I_i$. Dopo un intervallo di tempo 2τ , la corrente diminuisce a $I = e^{-2} I_i = 0.135 I_i$, e così via. Analogamente, in un intervallo di tempo τ , la carica aumenta da 0 a $C\varepsilon > [1 - e^{-1}] = 0.632 C\varepsilon$.

L'energia fornita dalla batteria durante l'intervallo temporale necessario a caricare completamente il condensatore è $Q\varepsilon = C\varepsilon^2$. Dopo che il condensatore è totalmente carico, l'energia da esso immagazzinata è $1/2 Q \varepsilon = 1/2 C \varepsilon^2$, che è solo la metà dell'energia fornita dalla batteria. Si lascia come problema (Problema 68) la dimostrazione che la restante metà dell'energia fornita dalla batteria appare come energia interna nel resistore.

Scarica di un condensatore

Immaginiamo che il condensatore in Figura 21.26b sia completamente carico. Ai capi del condensatore esiste una differenza di potenziale Q/C , e c'è una differenza di potenziale nulla ai capi del resistore perché $I = 0$. Se l'interruttore viene portato nella posizione b all'istante $t = 0$ (Fig. 21.26c), il condensatore comincia a scaricarsi attraverso il resistore. Ad un certo istante t durante il processo di scarica, la corrente nel circuito è I e la carica sul condensatore è q . Il circuito in Figura 21.26c è lo stesso circuito di Figura 21.26b ad eccezione dell'assenza della batteria. Quindi, eliminiamo la f.e.m. ε dall'Equazione 21.31 per ottenere l'appropriata equazione di maglia per il circuito in Figura 21.26c:

$$-\frac{q}{C} - IR = 0 \quad 21.37 \blacktriangleleft$$

Quando sostituiamo $I = dq/dt$ in questa espressione, diventa

$$\begin{aligned} -R \frac{dq}{dt} &= \frac{q}{C} \\ \frac{dq}{q} &= -\frac{1}{RC} dt \end{aligned}$$

Integrando questa espressione ponendo $q = Q$ a $t = 0$ abbiamo

$$\begin{aligned} \int_Q^q \frac{dq}{q} &= -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \\ \ln\left(\frac{q}{Q}\right) &= -\frac{t}{RC} \\ q(t) &= Q e^{-t/RC} \quad 21.38 \blacktriangleleft \end{aligned}$$

CARICA IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UN CONDENSATORE NELLA FASE DI SCARICA

Differenziando l'Equazione 21.38 rispetto al tempo si ottiene l'andamento della corrente in funzione del tempo:

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/RC} \quad 21.39 \blacktriangleleft$$

CORRENTE IN FUNZIONE DEL TEMPO PER UN CONDENSATORE NELLA FASE DI SCARICA

dove $Q/RC = I_i$ è la corrente iniziale. Il segno negativo indica che mentre il condensatore si scarica, il verso della corrente è opposto a quello osservato quando il condensatore è stato caricato (si confrontino i versi delle correnti nella Fig. 21.26b-c). Sia la carica sul

condensatore che la corrente diminuiscono esponenzialmente con una rapidità caratterizzata dalla costante di tempo $\tau = RC$.

MODELLO A CAVO PER LA PROPAGAZIONE DI UN POTENZIALE D'AZIONE LUNGO UN NERVO

Nel Paragrafo 20.7, abbiamo discusso la schematizzazione di un pezzo di membrana cellulare come un condensatore. Indichiamo la capacità di un dato pezzo di membrana con C_m . Abbiamo anche discusso il flusso di ioni attraverso vari canali ionici e pompe ioniche nella membrana. Questo flusso rappresenta una corrente. Gli ioni non possono attraversare la membrana senza impedimenti, quindi c'è una resistenza alla corrente, chiamata *resistenza della membrana* R_m . Di conseguenza, ogni piccolo pezzo di membrana cellulare può essere schematizzato come un circuito RC come mostrato nella Figura 21.28. Una data struttura lunga in un neurone (come un dendrite o un assone) può essere schematizzata come una serie di moduli di circuiti RC collegati da una resistenza longitudinale come mostrato in Figura 21.28. La *resistenza longitudinale* R_l

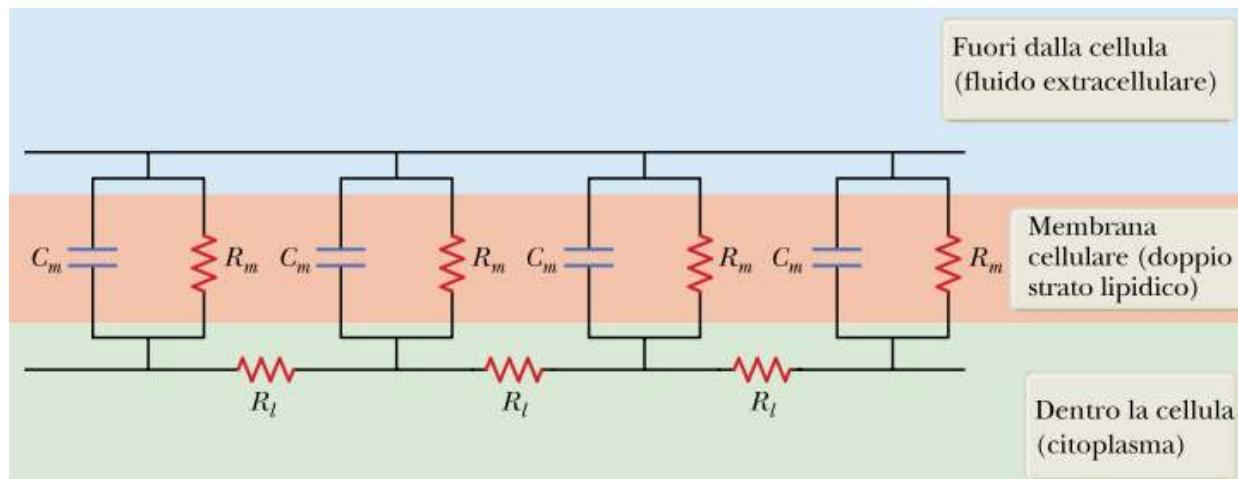


FIGURA 21.28 Schematizzazione della membrana cellulare di un neurone utilizzando il modello a cavo. Sono mostrati quattro piccoli pezzi della membrana cellulare, ogni pezzo è schematizzato elettricamente come un circuito RC fatto con una resistenza R_m e un condensatore C_m . Pezzi adiacenti sono collegati elettricamente tramite una resistenza R_l nel citoplasma all'interno della cellula.

Utilizzando il modello a cavo, possiamo schematizzare la propagazione di un potenziale d'azione lungo una cellula nervosa e collegare questo schema al trasferimento di informazioni all'interno del sistema nervoso umano. La propagazione del potenziale d'azione è regolata da due parametri principali: la costante di tempo e la costante di spazio. La *costante di tempo* $\tau = R_m C_m$ per il circuito RC associato con ogni pezzo di membrana è simile alla costante di tempo discussa in precedenza e determina quanto rapidamente il condensatore della membrana può caricarsi e scaricarsi. Per un dato ingresso in un punto del neurone, la differenza di potenziale lungo il neurone si attenua in modo esponenziale. La *costante di spazio* $\lambda = (R_m / R_l)^{1/2}$ determina una lunghezza caratteristica lungo il neurone attraverso cui la differenza di potenziale si riduce a e^{-1} volte il suo valore originale. Insieme, questi due parametri descrivono quanto efficiente è il neurone nella trasmissione del segnale lungo la sua lunghezza.

QUIZ RAPIDO 21.8

Si consideri il circuito nella Figura 21.29 e si assuma che la batteria non abbia resistenza interna. (i) Qual è la corrente della batteria appena viene chiuso il circuito? (a) o (b) $\varepsilon/2R$ (c) $2\varepsilon/R$ (d) ε/R (e) impossibile da determinare (ii) Dopo molto tempo, qual è la corrente nella batteria? Si scelga tra le stesse opzioni.

VISUALIZZA SOLUZIONE

rappresenta la resistenza al passaggio di corrente lungo l'asse del neurone attraverso il citoplasma. Questo schema di neurone può essere analizzato utilizzando il *modello a cavo*, utilizzato per la prima volta da Kelvin attorno al 1850 per analizzare l'attenuazione dei segnali nei cavi telegrafici sottomarini. In un neurone, consideriamo l'attenuazione della propagazione del potenziale di azione lungo il neurone.

Gli assoni di alcune cellule nervose sono avvolti da tratti di *mielina*, ciascuno dei quali è separato da quello adiacente da tratti chiamati *nodi di Ranvier*. La mielina ha l'effetto di impedire il trasferimento di ioni attraverso la membrana cellulare. Di conseguenza, la propagazione relativamente lenta di un potenziale d'azione da un pezzo a quello adiacente, come descritto in precedenza non avviene. Invece, il segnale viene trasmesso principalmente all'interno della cellula, in modo tale che un potenziale d'azione in un nodo genera velocemente un altro potenziale d'azione sul nodo successivo. Di conseguenza, il segnale viaggia molto più velocemente lungo il neurone, in un processo chiamato *conduzione saltatoria*.

Alcune malattie causano un danneggiamento della guaina di mielina attorno alle cellule nervose, alterando il processo di conduzione saltatoria. Di conseguenza, pazienti che soffrono di queste patologie presentano compromissione del movimento a causa del rallentamento della trasmissione dei segnali ai muscoli. Per esempio, la *mielite trasversa* è una malattia autoimmune in cui il sistema immunitario attacca il midollo spinale, con conseguente infiammazione che danneggia la mielina. In casi estremi, i pazienti sono costretti sulla sedia a rotelle e richiedono assistenza per le attività giornaliere. Se il danneggiamento della mielina avviene nella materia bianca del cervello, la malattia viene chiamata *sclerosi multipla*, una malattia fortemente debilitante.

Diverse strutture nelle carreggiate mostrano una luce gialla lampeggiante per evitare possibili danni agli automobilisti. Che cosa causa il lampeggiamento delle lampadine?

Ragionamento Un circuito tipico di un lampeggiatore è mostrato in Figura 21.30. La lampada L è una lampada riempita di gas che agisce come circuito aperto fino a quando una grande differenza di potenziale causa una scarica elettrica nel gas, producendo una luce intensa. Durante questa scarica, la carica fluisce attraverso il gas fra gli elettrodi della lampada. Dopo che l'interruttore S è stato chiuso, la batteria carica il condensatore di capacità C . All'inizio, la corrente è alta e la carica nel condensatore è bassa, cosicché la maggior parte della differenza di potenziale si stabilisce ai capi del resistore R . Quando il condensatore si carica, si stabilisce su di esso la maggior parte della differenza di potenziale, determinando una più bassa corrente e, quindi, una più bassa differenza di potenziale ai capi del resistore. Infine, la differenza di potenziale ai capi del condensatore raggiunge il valore al quale la lampada conduce, causando il lampeggiamento. Questo scarica il condensatore attraverso la lampada e il processo di carica inizia nuovamente. Il periodo fra i lampeggiamenti può essere adattato cambiando la costante di tempo RC del circuito.

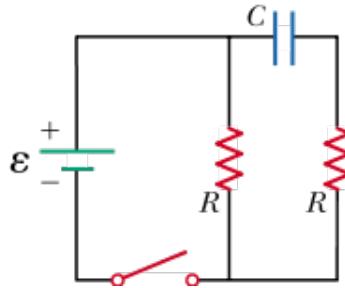


FIGURA 21.29 (Quiz Rapido 21.8) Come cambia la corrente quando si chiude l'interruttore?

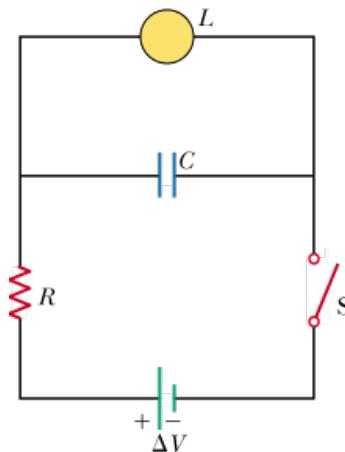


FIGURA 21.30 (Fisica Ragionata 21.6) Il circuito RC in un lampeggiatore per lavori stradali. Quando l'interruttore viene chiuso, la carica sul condensatore aumenta fino a quando la differenza di potenziale ai capi del condensatore (e ai capi della lampada) è abbastanza grande da far lampeggiare la lampada, scaricando il condensatore.

Esempio 21.9 | Carica di un condensatore in un circuito RC

Un condensatore scarico e un resistore sono collegati in serie ad una batteria come mostrato in Figura 21.26, dove $\epsilon = 12.0 \text{ V}$, $C = 5.00 \mu\text{F}$, e $R = 8.00 \times 10^5 \Omega$. L'interruttore viene messo nella posizione *a*. Trovare la costante di tempo del circuito, la carica massima sul condensatore, la corrente massima nel circuito, e la carica e la corrente in funzione del tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 21.10 | Scarica di un condensatore in un circuito RC

Consideriamo un condensatore di capacità C che si stia scaricando attraverso un resistore R come in Figura 21.26c.

(A) Dopo quante costanti di tempo la carica del condensatore scenderà a un quarto del suo valore iniziale?

(B) L'energia immagazzinata nel condensatore decresce durante la sua scarica. Dopo quante costanti di tempo l'energia immagazzinata scenderà a un quarto del suo valore iniziale?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: l'atmosfera come conduttore



FIGURA 21.31 L'anatomia di una scintilla.

Discutendo i condensatori con aria fra le armature nel Capitolo 20, abbiamo adottato il modello semplificato che considera l'aria come un perfetto isolante. Sebbene questo sia un buon modello per le tipiche differenze di potenziale incontrate nei condensatori, sappiamo che è possibile che delle correnti si verifichino nell'aria. I fulmini sono un drammatico esempio di questa possibilità, ma un esempio più semplice è la comune scintilla che si verifica quando si tocca una maniglia dopo aver trascinato i piedi su un tappeto.

Analizziamo il processo che avviene nella scarica elettrica, che è lo stesso di quello del fulmine e della scintilla nella maniglia, tranne che per l'intensità della corrente. Ogni volta che esiste un forte campo elettrico in aria, è possibile che l'aria diventi sede di una scarica elettrica in cui la resistività dell'aria diventa molto bassa e l'aria diventa un conduttore. In ogni dato istante l'aria contiene un certo numero di molecole ionizzate, a causa delle collisioni dei raggi cosmici e altri eventi (Fig. 21.31a). Per un campo elettrico relativamente debole, come il campo elettrico durante il bel tempo, questi ioni e gli elettroni liberati accelerano lentamente a causa della forza elettrica. Essi urtano altre molecole senza ulteriori effetti e infine si neutralizzano quando un elettrone liberato incontra uno ione e si combina con esso. Tuttavia, in un campo elettrico intenso come quello associato a un temporale, l'elettrone liberato può accelerare a velocità molto elevate (Fig. 21.31b) prima di urtare con una molecola (Fig. 21.31c). Se il campo è abbastanza intenso, l'elettrone può avere un'energia sufficiente per ionizzare nell'urto la molecola (Fig. 21.31d). Ora, due elettroni vengono accelerati dal campo, e ciascuno di essi può urtare ad alta velocità altre molecole (Fig. 21.31e). Il risultato è un aumento rapidissimo del numero di portatori di carica disponibili nell'aria e una corrispondente diminuzione della resistenza dell'aria. Di conseguenza, si può produrre una corrente molto intensa nell'aria che tende a neutralizzare le cariche che hanno stabilito l'iniziale differenza di potenziale, come le cariche nelle nubi e nel suolo. Quando ciò accade, si verifica il lampo.

Le correnti tipiche durante la caduta dei fulmini possono essere estremamente alte. Mentre lo *stepped leader* (precursore) si sta facendo strada verso il suolo, la corrente è

relativamente modesta: varia da 200 A a 300 A. Questa corrente è grande in confronto con le tipiche correnti casalinghe, ma piccola in confronto con le correnti di picco nella scarica dei fulmini. Una volta che si è stabilito il collegamento fra lo *stepped leader* e la scarica di ritorno, la corrente aumenta rapidamente a valori tipici di 5×10^4 A. Considerando che una tipica differenza di potenziale fra le nubi e il suolo in un temporale può essere misurata in centinaia di migliaia di volt, la potenza durante la caduta di un fulmine si misura in miliardi di watt. La maggior parte dell'energia del fulmine viene liberata nell'aria, facendo aumentare rapidamente la temperatura col conseguente lampo e rombo del tuono.

Anche in assenza di una nube temporalesca, la carica fluisce attraverso l'aria. Gli ioni dell'aria rendono l'aria conduttrice, sebbene non proprio un buon conduttore. Misure atmosferiche indicano una tipica differenza di potenziale ai capi del condensatore atmosferico (Paragrafo 20.11) di circa 3×10^5 V. Così come dimostreremo nelle Conclusioni al contesto, la resistenza totale dell'aria fra le armature del condensatore atmosferico è circa 300Ω . Quindi, la corrente media nell'aria durante il bel tempo è

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{3 \times 10^5 \text{ V}}{300 \Omega} \approx 1 \times 10^3 \text{ A}$$

¹²Ci sono ancora altri effetti, ma adotteremo un modello semplificato nel quale questi due sono gli unici effetti. Per ulteriori informazioni, vedere E.A. Bering, A.A. Few, e J.R. Benbrook, "The Global Electric Circuit", *Physics Today*, Ottobre 1998, pp. 24-30.

In questo calcolo sono state fatte un certo numero di assunzioni semplificatrici, ma questo risultato per la corrente totale è dell'ordine di grandezza corretto. Sebbene questo risultato possa sembrare sorprendentemente grande, bisogna ricordare che questa corrente è distribuita sull'intera superficie terrestre. Quindi, la densità di corrente media durante il bel tempo è

$$J = \frac{I}{A} = \frac{I}{4\pi R_T^2} = \frac{1 \times 10^3 \text{ A}}{4\pi(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2} \approx 2 \times 10^{-12} \text{ A/m}^2$$

In confronto, la densità di corrente durante la caduta di un fulmine è dell'ordine di grandezza di 10^5 A/m^2 .

La corrente durante una giornata di bel tempo e la corrente del fulmine vanno in versi opposti. La corrente durante il bel tempo è formata da cariche positive che viaggiano verso il suolo, mentre nel caso del fulmine le cariche sono negative. Questi due effetti sono in equilibrio¹², e questo è il principio che useremo per fare una stima del numero medio di fulmini che cadono sulla Terra nelle Conclusioni al contesto.

SOMMARIO I

La **corrente elettrica** I in un conduttore è definita come

$$I \equiv \frac{dQ}{dt} \quad \text{21.2} \blacktriangleleft$$

dove dQ è la carica che attraversa una sezione del conduttore nell'intervallo di tempo dt . L'unità SI di corrente è l'ampere (A); $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

La corrente in un conduttore viene espressa in termini del moto dei portatori di carica mediante la relazione

$$I_{\text{med}} = nqv_d A \quad \text{21.4} \blacktriangleleft$$

dove n è la densità dei portatori di carica, q è la loro carica, v_d è la **velocità di deriva**, e A è l'area della sezione del conduttore.

La **resistenza** R di un conduttore è definita come il rapporto tra la differenza di potenziale ai capi del conduttore e la corrente:

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I} \quad \text{21.6} \blacktriangleleft$$

L'unità SI di resistenza è volt su ampere, e si chiama ohm (Ω); $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$.

Se la resistenza è indipendente dalla tensione applicata, il conduttore obbedisce alla **legge di Ohm**, e i conduttori che hanno una resistenza costante per un ampio intervallo di tensioni vengono detti **ohmici**.

Se il conduttore ha una sezione uniforme di area A e una lunghezza ℓ , la sua resistenza è data da

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad \text{21.8} \blacktriangleleft$$

dove ρ viene chiamata **resistività** del materiale del quale è fatto il conduttore. Il reciproco della resistività è definito come **conducibilità** $\sigma = 1/\rho$.

La resistività di un conduttore varia con la temperatura in maniera approssimativamente lineare; cioè

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad \text{21.10} \blacktriangleleft$$

dove ρ_0 è la resistività alla temperatura di riferimento T_0 e α è il **coefficiente termico della resistività**.

In un modello classico della conduzione elettronica nei metalli, gli elettroni vengono trattati come molecole di un gas. In assenza di campo elettrico, la velocità media degli elettroni è zero. Quando si applica un campo elettrico, gli elettroni si muovono (in media) con una velocità di deriva \vec{v}_d , data da:

$$\vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m_e} \tau \quad \text{21.15} \blacktriangleleft$$

dove τ è il tempo medio tra le collisioni con gli atomi del metallo. La resistività del materiale secondo questo modello è data da:

$$\rho = \frac{m_e}{ne^2 \tau} \quad \text{21.18} \blacktriangleleft$$

dove n è il numero di elettroni liberi per unità di volume.

Se ai capi di un conduttore viene mantenuta una differenza di potenziale ΔV , la **potenza**, o energia per unità di tempo fornita a un elemento del circuito è

$$P = I\Delta V \quad \text{21.20} \blacktriangleleft$$

Poiché la differenza di potenziale ai capi di un resistore è $\Delta V = IR$, possiamo esprimere la potenza fornita a un resistore nella forma

$$P = I^2R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad \text{21.21} \blacktriangleleft$$

La **f.e.m.** di una batteria equivale alla tensione ai suoi capi quando la corrente è zero. A causa della caduta di potenziale attraverso la **resistenza interna r** di una batteria, la **tensione ai terminali** della batteria è minore della f.e.m. quando circola una corrente nella batteria.

La **resistenza equivalente** di un insieme di resistori collegati in **serie** è data da

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad \text{21.26} \blacktriangleleft$$

La **resistenza equivalente** di un insieme di resistori collegati in **parallelo** è data da

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad \text{21.28} \blacktriangleleft$$

Circuiti elettrici complessi costituiti da più di una maglia possono essere analizzati più facilmente usando due semplici regole dette **leggi di Kirchhoff**:

- In ogni nodo, la somma delle correnti deve essere zero:

$$\sum_{\text{nodo}} I = 0 \quad \text{21.29} \blacktriangleleft$$

- La somma delle differenze di potenziale ai capi degli elementi appartenenti ad una maglia deve essere uguale a zero:

$$\sum_{\text{maglia}} \Delta V = 0 \quad \text{21.30} \blacktriangleleft$$

Per la legge dei nodi, la corrente entrante nel nodo viene considerata positiva $+I$, mentre la corrente uscente dal nodo viene considerata negativa $-I$.

Per la legge delle maglie, se un resistore viene percorso nel verso della corrente, la variazione di potenziale ΔV ai capi del resistore è $-IR$. Se un resistore viene percorso in verso opposto, $\Delta V = +IR$.

Se una sorgente di f.e.m. viene attraversata nel verso della f.e.m. (da negativo a positivo), la variazione di potenziale è $+\varepsilon$. Se è attraversata in verso opposto (da positivo a negativo), la caduta di tensione è $-\varepsilon$.

Se un condensatore viene caricato con una batteria di f.e.m. ε attraverso un resistore R , la carica sul condensatore e la corrente nel circuito variano nel tempo secondo le espressioni

$$q(t) = Q(1 - e^{-t/RC}) \quad \text{21.34} \blacktriangleleft$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} \quad \text{21.35} \blacktriangleleft$$

dove $Q = C\varepsilon$ è la carica massima sul condensatore. Il prodotto RC viene detto **costante di tempo** del circuito.

Se un condensatore carico viene scaricato su un resistore R , la carica e la corrente decrescono esponenzialmente nel tempo secondo le espressioni

$$q(t) = Q e^{-t/RC} \quad \text{21.38} \blacktriangleleft$$

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/RC} \quad \text{21.39} \blacktriangleleft$$

dove Q è la carica iniziale sul condensatore.

QUESITI

1. Un filo di metallo cilindrico a temperatura ambiente trasporta una corrente elettrica tra le sue estremità. Una estremità si trova al potenziale $V_A = 50$ V, l'altra si trova al potenziale $V_B = 0$ V. Ordinare le seguenti azioni in termini di variazione della corrente che ciascuna di esse produrrebbe, separatamente, dal maggiore al minor incremento. Nell'ordinamento indicare i casi di uguaglianza. (a) Mettere $V_A = 150$ V con $V_B = 0$ V. (b) Modificare V_A in modo da triplicare la potenza con cui il filo converte l'energia elettrica trasmessa in energia interna. (c) Raddoppiare il raggio del filo. (d) Raddoppiare la lunghezza del filo. (e) Raddoppiare la temperatura in gradi Celsius del filo.

2. Alcuni resistori sono collegati in serie tra di loro. Quali delle seguenti affermazioni è corretta? Scegliere tutte quelle che sono corrette. (a) La resistenza equivalente è più grande di qualunque resistenza dell'insieme. (b) La resistenza equivalente è inferiore a qualunque resistenza nell'insieme. (c) La resistenza equivalente dipende dalla differenza di potenziale applicata ai capi dell'insieme di resistenze. (d) La resistenza equivalente è uguale alla somma delle resistenze nell'insieme. (e) Nessuna di queste affermazioni è corretta.

3. L'andamento della corrente in funzione della differenza di potenziale di un dispositivo elettrico è mostrato in Figura Q21.3. Quando la differenza di potenziale ai capi del dispositivo è 2 V, quant'è la resistenza? (a) 1Ω (b) $\frac{3}{4} \Omega$ (c) $\frac{4}{3} \Omega$ (d) indefinita (e) nessuna di queste risposte.

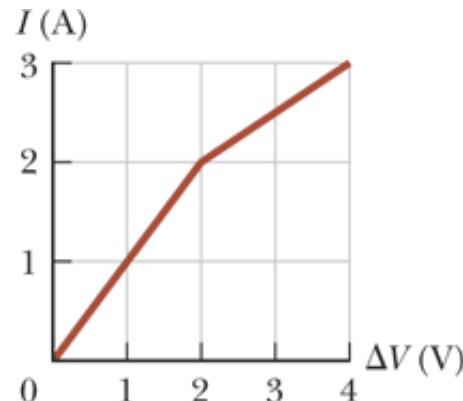


FIGURA Q21.3

4. Quando vengono fatti funzionare a 120 V, un riscaldatore elettrico riceve una potenza di 1.30×10^3 W, un tostapane riceve 1.00×10^3 W, e un forno elettrico riceve 1.54×10^3 W. Se tutti e tre gli apparecchi sono collegati in parallelo alla stessa sorgente di 120 V e accesi, qual è la corrente elettrica totale che attraversa la sorgente? (a) 24.0 A (b) 32.0 A (c) 40.0 A (d) 48.0 A (e) nessuna di queste risposte.

5. Un filo metallico di resistenza R viene tagliato in tre pezzi uguali che vengono posti uno accanto all'altro per formare un nuovo cavo di lunghezza un terzo della lunghezza originaria. Qual è la resistenza di questo nuovo cavo? (a) $\frac{1}{9} R$ (b) $\frac{1}{3} R$ (c) R (d) $3 R$ (e) $9 R$.

6. Il filo B è lungo il doppio e ha il raggio doppio del filo A. Entrambi i fili sono fatti dello stesso materiale. Se il filo A ha una resistenza R , qual è la resistenza del filo B? (a) $4R$ (b) $2R$ (c) R (d) $\frac{1}{2} R$ (e) $\frac{1}{4} R$

7. Una differenza di potenziale di 1.00 V viene mantenuta ai capi di un resistore di 10.0 Ω per un intervallo di tempo di 20.0 s. Qual è la carica totale che attraversa un punto di uno dei due fili collegati al resistore in questo intervallo di tempo? (a) 200 C (b) 20.0 C (c) 2.00 C (d) 0.005 00 C (e) 0.050 0 C

8. Due fili conduttori A e B hanno la stessa lunghezza e lo stesso raggio e sono collegati alla stessa differenza di potenziale. Il conduttore A ha una resistività che è il doppio di quella del conduttore B. Qual è il rapporto tra la potenza fornita ad A e quella fornita a B? (a) 2 (b) $\sqrt{2}$ (c) 1 (d) $1/\sqrt{2}$ (e) $\frac{1}{2}$

9. Se i terminali di una batteria con resistenza interna nulla sono collegati ai capi di due resistori identici in serie, la potenza totale fornita dalla batteria è di 8.00 W. Se la stessa batteria viene collegata agli stessi resistori posti in parallelo tra di loro, qual è la potenza totale fornita dalla batteria? (a) 16.0 W (b) 32.0 W (c) 2.00 W (d) 4.00 W (e) nessuna di queste risposte

10. I terminali di una batteria sono collegati a due resistori in parallelo. Le resistenze dei resistori non sono le stesse. Quali delle seguenti affermazioni è corretta? Scegliere tutte quelle corrette. (a) Il resistore con la resistenza maggiore è percorso da una corrente maggiore dell'altro. (b) Il resistore con la resistenza maggiore è percorso da una corrente minore dell'altro. (c) La differenza di potenziale ai capi di ciascun resistore è la stessa. (d) La differenza di potenziale ai capi del resistore di resistenza maggiore è più grande della differenza di potenziale ai capi dell'altro resistore (e) La differenza di potenziale è maggiore ai capi del resistore più vicino alla batteria.

11. Quando resistori con resistenze diverse vengono collegati in serie, quali delle seguenti deve essere la stessa per ogni resistore? Scegliere tutte le risposte corrette. (a) La differenza di potenziale (b) la corrente (c) la potenza fornita (d) la carica entrante in ogni resistore in un dato intervallo temporale (e) nessuna di queste risposte.

12. Parecchi resistori sono collegati in parallelo. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette? Scegliere tutte quelle che sono corrette. (a) La resistenza equivalente è più grande di qualunque resistenza dell'insieme. (b) La resistenza equivalente è inferiore a qualunque resistenza nell'insieme. (c) La resistenza equivalente dipende dalla differenza di potenziale applicata ai capi dell'insieme di resistenze. (d) La resistenza equivalente è uguale alla somma delle resistenze nell'insieme. (e) Nessuna di queste affermazioni è corretta.

13. Le batterie delle automobili sono spesso classificate in termini di ampere-ora. Questa informazione fornisce la quantità di (a) corrente, (b) potenza, (c) energia, (d) carica, o (e) differenza di potenziale che la batteria può fornire?

14. I terminali di una batteria sono collegati ai capi della serie di due resistori. Le resistenze dei resistori non sono le stesse. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette? Scegliere tutte quelle che sono corrette. (a) Il resistore con la resistenza più piccola trasporta più corrente dell'altro. (b) Il resistore con la resistenza più grande trasporta meno corrente dell'altro. (c) La corrente in ognuno dei resistori è la stessa. (d) La differenza di potenziale ai capi di ciascun resistore è la stessa. (e) La differenza di potenziale è maggiore ai capi del resistore più vicino al terminale positivo.

15. Nel circuito mostrato in Figura Q21.15, ogni batteria fornisce energia al circuito per trasmissione elettrica. Tutti i resistori hanno la stessa resistenza. (i) Ordinare in modo decrescente i potenziali elettrici nei punti *a*, *b*, *c*, *d*, ed *e*, indicando i casi di uguaglianza in questo ordinamento. (ii) Ordinare in modo decrescente i moduli delle correnti negli stessi punti, indicando casi di uguaglianza.

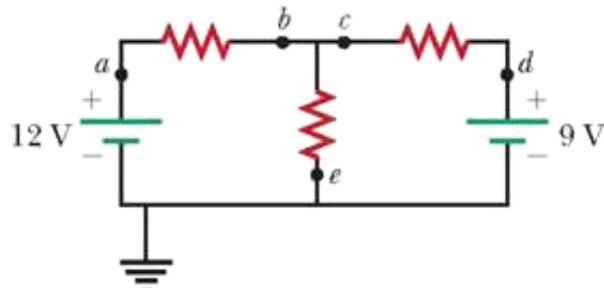


FIGURA Q21.15

DOMANDE CONCETTUALI

1. Come cambia con la temperatura la resistenza del rame e del silicio? Perché i comportamenti di questi due materiali sono diversi?

2. Il verso della corrente in una batteria è sempre dal terminale negativo a quello positivo? Spiegare.

3. Perché tua nonna possa ascoltare la sua trasmissione radiofonica preferita, le porti la radio da comodino all'ospedale dove si trova. Ti viene richiesto che un addetto alla manutenzione controlli che la radio sia sicura dal punto di vista elettrico. Trovando che una delle sue manopole si trova a 120 V, non te la lascia portare nella camera di tua nonna. Tua nonna si lamenta che ha avuto quella radio per molti anni e che nessuno ha mai preso la scossa. Alla fine sei costretto a comperare una nuova radio di plastica. (a) Perché in ospedale è pericolosa la vecchia radio di tua nonna? (b) La vecchia radio sarà sicura nella camera da letto di tua nonna?

4. Con riferimento alla Figura DC21.4, descrivi cosa succede alla lampadina dopo che l'interruttore viene chiuso. Assumi che il condensatore abbia una grande capacità ed inizialmente sia scarico. Assumi anche che la lampada si illumini quando è collegata direttamente ai terminali della batteria.

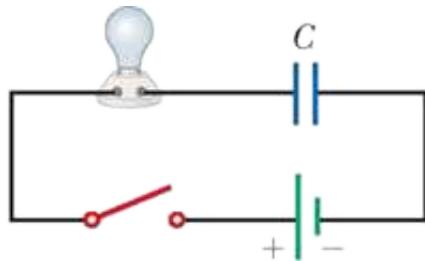


FIGURA DC21.4

5. Quando la differenza di potenziale ai capi di un certo conduttore viene raddoppiata, si osserva che la corrente aumenta di un fattore 3. Cosa puoi dire di questo conduttore?

6. Utilizza la teoria atomica della materia per spiegare perché la resistenza di un materiale dovrebbe crescere con la temperatura.

7. Articoli di giornale spesso contengono frasi del tipo “1000 volt di elettricità hanno attraversato il corpo della vittima”. Cosa c’è di sbagliato in questa affermazione?

8. (a) Che vantaggi offre lavorare con 120 V invece che con 240 V? (b) Che svantaggi porta?

9. Supponi che un paracadutista atterri su una linea ad alta tensione e si agganci ad un cavo in attesa di essere salvato. (a) Sarà fulminato? (b) Se il cavo si spezza, deve continuare a tenersi al cavo mentre cade a terra? Spiega.

10. Se la carica si muove molto lentamente all’interno di un metallo, perché non ci vogliono ore per accendere una lampadina dopo aver chiuso un interruttore?

11. Date tre lampadine e una batteria, disegnare tutti i possibili circuiti elettrici.

12. Quali fattori influenzano la resistenza di un conduttore?

13. Se dovessi progettare un riscaldatore elettrico usando filo di nichel-cromo come elemento riscaldante, quali parametri del filo varieresti per soddisfare la richiesta di una potenza di uscita di 1 000 W?

14. Uno studente afferma che la seconda di due lampadine in serie è meno brillante della prima perché la prima lampadina usa una parte della corrente. Come risponderesti a questa affermazione?

15. Perché un uccello può rimanere su un filo dell'alta tensione senza essere fulminato?

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo
BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 21.1 La corrente elettrica

1. In un particolare tubo a raggi catodici, la corrente di fascio misurata è $30.0 \mu\text{A}$. Quanti elettroni colpiscono lo schermo del tubo ogni 40.0 s ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Supponiamo che la corrente in un conduttore diminuisca esponenzialmente al passare del tempo secondo l'equazione $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$, dove I_0 è la corrente iniziale (a $t = 0$) e τ è una costante che ha le dimensioni di un tempo. Si consideri un punto di osservazione fisso all'interno del conduttore. (a) Quanta carica passa attraverso questo punto tra l'istante $t = 0$ e l'istante $t = \tau$? (b) Quanta carica passa attraverso questo punto tra l'istante $t = 0$ e l'istante $t = 10\tau$? (c) **E se?** Quanta carica attraversa questo punto tra l'istante $t = 0$ e l'istante $t = \infty$?

3. Un filo di alluminio avente una sezione di $4.00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ porta una corrente di 5.00 A . La densità dell'alluminio è 2.70 g/cm^3 . Si assuma che ogni atomo di alluminio fornisca un solo elettrone di conduzione. Calcolare la velocità di deriva degli elettroni nel filo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. Una piccola sfera che possiede una carica q viene fatta ruotare in cerchio all'estremità di una corda isolante. La velocità angolare di rivoluzione è ω . Quale corrente media rappresenta questa carica ruotante?

5. Il fascio di elettroni che esce da un acceleratore di elettroni ad alta energia ha una sezione di raggio 1.00 mm . (a) La corrente del fascio è $8.00 \mu\text{A}$. Trovare la densità di corrente assumendo che sia distribuita in modo uniforme. (b) La velocità degli elettroni è così vicina alla velocità della luce che si può considerare che la loro velocità sia 300 Mm/s con errore insignificante. Trovare la densità degli elettroni nel fascio. (c) In che intervallo di tempo dall'acceleratore emerge un numero di elettroni pari al numero di Avogadro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. La Figura P21.6 rappresenta una sezione di un conduttore di diametro non uniforme che trasporta una corrente $I = 5.00 \text{ A}$. Il raggio della sezione A_1 è $r_1 = 0.400 \text{ cm}$. (a) Qual è il modulo della densità di corrente attraverso A_1 ? Il raggio r_2 in A_2 è più grande del raggio r_1 in A_1 . (b) La corrente attraverso A_2 è più grande, più piccola, o la stessa? (c) La densità di corrente in A_2 è più grande, più piccola, o la stessa? Assumiamo che $A_2 = 4A_1$. Specificare (d) il raggio, (e) la corrente, e (f) la densità di corrente in A_2 .

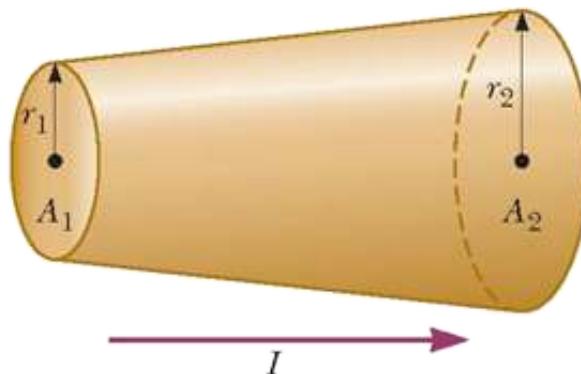


FIGURA P21.6

7. La quantità di carica (in coulomb) che ha attraversato una superficie di area 2.00 cm^2 varia nel tempo secondo l'equazione $q = 4t^3 + 5t + 6$, dove t è espresso in secondi. (a) Qual è la corrente istantanea attraverso la superficie a $t = 1.00 \text{ s}$? (b) Qual è il valore della densità di corrente?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 21.2 Resistenza e legge di Ohm

8. Una lampadina ha una resistenza di 240Ω . Quando lavora ad una differenza di potenziale di 120 V , quale corrente attraversa la lampadina?

9. Un filo di alluminio di diametro 0.100 mm ha un campo elettrico uniforme di 0.200 V/m attraverso tutta la sua lunghezza. La temperatura del filo è di 50.0°C . Si assuma un elettrone libero per atomo. (a) Utilizzare le informazioni nella Tabella 21.1 per determinare la resistività dell'alluminio a questa temperatura. (b) Qual è la densità di corrente nel filo? (c) Qual è la corrente totale nel filo? (d) Qual è la velocità di deriva degli elettroni di conduzione? (e) Che differenza di potenziale ci deve essere tra le estremità di un filo di 2.00 m di lunghezza per produrre il campo elettrico dichiarato?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

10. Una differenza di potenziale di 0.900 V viene mantenuta ai capi di un filo di tungsteno lungo 1.50 m che ha una sezione di 0.600 mm^2 . Quant'è la corrente nel filo?

11. Mentre scatta delle fotografie nella Valle della Morte in un giorno in cui la temperatura è 58.0°C , Bill Hiker trova che una certa tensione applicata a un filo di rame genera una corrente di 1.000 A . Bill, allora, raggiunge la regione antartica e applica la stessa tensione allo stesso filo. Quale corrente misurerà se la temperatura è -88.0°C ? Si assuma che non vi siano variazioni di forma e di dimensioni del filo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Problema di ricapitolazione. Una bacchetta di alluminio ha una resistenza di 1.234 ft a 20.0°C . Calcolare la resistenza della bacchetta a 120°C tenendo conto sia della variazione della resistività sia delle dimensioni della stessa. Il coefficiente di espansione lineare dell'alluminio è $24.0 \times 10^{-6} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$.

13. Supponiamo che si voglia fabbricare un filo elettrico uniforme utilizzando 1.00 g di rame. Se il filo ha una resistenza $R = 0.500 \Omega$ e si vuole utilizzare tutto il rame, quale deve essere (a) la lunghezza e (b) il diametro di questo filo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. Supponiamo che si voglia fabbricare un filo elettrico uniforme utilizzando una massa m di un metallo di densità ρ_m e resistività ρ . Se il filo ha una resistenza R e si vuole utilizzare tutto il metallo a disposizione, quale deve essere (a) la lunghezza e (b) il diametro di questo filo?

Paragrafo 21.4 Un modello per la conduzione elettrica

15. Se la corrente portata da un conduttore viene raddoppiata, cosa succede (a) alla densità di portatori di carica, (b) alla densità di corrente, (c) alla velocità di deriva degli elettroni, e (d) all'intervallo di tempo medio tra gli urti?

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Un filo di ferro ha una sezione di $5.00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$. Esegui i seguenti passaggi per determinare la velocità di deriva degli elettroni di conduzione nel filo quando è attraversato da una corrente di 30.0 A . (a) Qual è la massa di una mole di ferro? (b) Dalla densità del ferro ed utilizzando il risultato di (a), calcolare la densità molare del ferro (il numero di moli di ferro per metro cubo). (c) Calcolare la densità atomica del ferro utilizzando il numero di Avogadro. (d) Ricavare la densità di elettroni di conduzione sapendo che ogni atomo di ferro fornisce due elettroni di conduzione. (e) Calcolate la velocità di deriva degli elettroni di conduzione nel filo.

17. Se il modulo della velocità di deriva degli elettroni liberi in un filo di rame è 7.84×10^{-4} m/s, qual è il campo elettrico nel conduttore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 21.5 Energia e potenza nei circuiti elettrici

18. I regolamenti per gli edifici residenziali tipicamente richiedono l'uso di filo di rame del diametro di 0.205 cm per le derivazioni elettriche. Questi circuiti possono essere percorsi da correnti fino a 20.0 A. Se un filo di diametro minore portasse questa corrente, il filo si potrebbe riscaldare ad una temperatura tale da poter causare un incendio. (a) Calcolare la velocità con cui viene prodotta l'energia interna in un filo di rame di 0.205 cm di diametro e lungo 1.00 m percorso da una corrente di 20.0 A. (b) E se? Ripetere il calcolo per un filo uguale ma fatto di alluminio. (c) Spiegare perché il filo di alluminio sarebbe sicuro quanto quello di rame.

19. Una lampadina fluorescente ad alta efficienza energetica di 11.0 W è progettata per produrre la stessa illuminazione di una lampadina a incandescenza convenzionale da 40.0 W. Assumendo un costo di 0.110 \$/kWh per l'energia fornita dalla compagnia elettrica, qual è il risparmio che si ha utilizzando la lampadina ad alta efficienza energetica in un tempo di utilizzo di 100 h?

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. BIO La differenza di potenziale ai capi di un neurone del corpo umano a riposo è di circa 75.0 mV e trasporta una corrente di circa 0.200 mA. Quanta potenza rilascia il neurone?

21. Un tostapane ha un elemento riscaldatore costituito da un filo di resistenza al nichel-cromo. Quando il tostapane è collegato a una sorgente di 120 V (e il filo si trova a una temperatura di 20.0°C), la corrente iniziale è 1.80 A. La corrente inizia a diminuire quando l'elemento resistivo inizia a scaldarsi. Quando il tostapane ha raggiunto la temperatura di funzionamento finale, la corrente è scesa a 1.53 A. (a) Trovare la potenza fornita al tostapane quando ha raggiunto la sua temperatura di funzionamento. (b) Qual è la temperatura finale di funzionamento dell'elemento riscaldatore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Stimare il costo di un asciugacapelli per l'uso normale di una persona in un anno. Se non fai uso di un asciugacapelli, osserva o intervista qualche conoscente che lo utilizza. Dichiara le grandezze stimate e i loro valori.

23. In una centrale idroelettrica una turbina fornisce 1 500 hp a un generatore, che a sua volta converte l'80.0% dell'energia meccanica in energia elettrica. In queste condizioni, quale corrente fornisce il generatore se la differenza di potenziale ai terminali è 2 000 V?

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. Perché la situazione seguente è impossibile? Un politico denuncia utilizzi inefficienti di energia e decide di concentrarsi sull'energia utilizzata per far funzionare gli orologi elettrici negli Stati Uniti. Stima che ci siano 270 milioni di questi orologi, circa un orologio per persona. Gli orologi trasformano energia prelevata dalla rete di distribuzione elettrica con una potenza media di 2.50 W. Il politico fa un discorso nel quale si lamenta che, ai costi attuali, la nazione perde 100 milioni di dollari all'anno per far funzionare questi orologi.

25. Un tostapane assorbe 600 W quando è collegato a una tensione di 120 V. Quale corrente attraversa il tostapane e qual è la sua resistenza?

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Problema di ricapitolazione. Un impiegato utilizza un riscaldatore ad immersione per riscaldare 250 g di acqua, posta in una leggera tazza isolata e coperta, da una temperatura di 20°C ad una di 100°C in 4.00 minuti. Il riscaldatore è una resistenza a filo di nichel-cromo collegata ad una differenza di potenziale di 120 V. Assumiamo che il filo si trovi alla temperatura di 100°C durante tutto l'intervallo di tempo di 4.00 minuti. (a) Specificare la relazione tra il diametro e la lunghezza che deve avere il filo. (b) Il filo può essere fatto con un volume complessivo di nichel-cromo inferiore a 0.500 cm³?

27. Assumendo un costo dell'energia elettrica di 0.110 \$/kWh, calcolare il costo giornaliero per far funzionare una lampada percorsa da una corrente di 1.70 A quando è alimentata a 110 V.

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Il costo dell'energia elettrica fornita alle case negli Stati Uniti varia da 0.070 \$/kWh a 0.258 \$/kWh; il costo medio è 0.110 \$/kWh. Utilizzando questo valore medio, calcolare il costo per (a) mantenere accesa per due settimane, mentre siete in vacanza, una lampadina da veranda da 40.0 W, (b) fare un toast in 3.00 minuti con un tostapane da 970 W, e (c) asciugare dei vestiti in 40.0 minuti utilizzando una asciugatrice da 5.20×10^3 W.

29. Una lampadina da 100 W collegata ad una sorgente da 120 V è sottoposta ad una sovratensione di 140 V per un istante. Di quanto aumenta in percentuale la potenza assorbita? Si assuma che la resistenza non cambi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. Problema di ricapitolazione. Un boiler per acqua ben isolato riscalda 109 kg di acqua da 20.0°C a 49.0°C in 25 minuti. Trovare la resistenza dell'elemento riscaldante, che è collegato ad una differenza di potenziale di 240 V.

31. Un'auto elettrica è progettata per funzionare con una serie di batterie da 12.0 V che immagazzinano complessivamente 2.00×10^7 J. Se il motore elettrico ha una potenza di 8.00 kW quando l'auto si muove con velocità costante di 20.0 m/s, (a) qual è la corrente fornita al motore? (b) Che distanza può percorrere prima di esaurire la riserva di energia?

VISUALIZZA SOLUZIONE

32. Problema di ricapitolazione. Una batteria ricaricabile di massa 15.0 g può fornire ad un lettore di DVD una corrente media di 18.0 mA a 1.60 V per una durata massima di 2.40 ore prima che la batteria debba essere ricaricata. L'alimentatore utilizzato per la ricarica mantiene una differenza di potenziale di 2.30 V ai capi della batteria e fornisce una corrente di 13.5 mA per 4.20 ore. (a) Qual è l'efficienza della batteria come accumulatore di energia? (b) Quanta energia interna è prodotta nella batteria durante un ciclo di carica-scarica? (c) Se la batteria è circondata da un isolante ideale con una calore specifico di $975 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$, di quanto aumenta la sua temperatura durante il ciclo di carica-scarica?

Paragrafo 21.6 Sorgenti di f.e.m.

33. Una batteria ha una f.e.m. di 15.0 V. La differenza di potenziale ai terminali è di 11.6 V quando fornisce una potenza di 20.0 W ad un resistore di carico esterno R (a) Qual è il valore di R ? (b) Qual è la resistenza interna della batteria?

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Due batterie da 1.50 V sono collegate – con i terminali che forniscono corrente nello stesso verso – in serie ad un flash di una macchina fotografica. Una batteria ha una resistenza interna di 0.255Ω , l'altra di 0.153Ω . Quando si chiude l'interruttore, nella lampada passa una corrente di 600 mA. (a) Qual è la resistenza della lampada? (b) Quale frazione dell'energia chimica convertita appare come energia interna delle batterie?

35. Una batteria per automobile ha una f.e.m. di 12.6 V ed una resistenza interna di 0.008 Ω. I fari assieme hanno una resistenza equivalente di 5.00 Ω (assunta costante). Qual è la differenza di potenziale ai capi delle lampadine dei fari (a) quando sono il solo carico sulla batteria e (b) quando si fa funzionare il motorino d'avviamento, che richiede una ulteriore corrente di 35.0 A dalla batteria?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 21.7 Resistori in serie e in parallelo

36. BIO Per misurare la resistenza elettrica delle scarpe attraverso il corpo di una persona che le indossa stando su una piastra metallica, l'American National Standards Institute (ANSI) propone l'utilizzo del circuito mostrato in Figura P21.36. Si misura la differenza di potenziale ΔV ai capi di un resistore di 1.00 MΩ con un voltmetro ideale.

(a) Dimostrare che la resistenza della calzatura è data da:

$$R_{\text{scarpe}} = \frac{50.0 \text{ V} - \Delta V}{\Delta V}$$

(b) In un test medico, la corrente nel corpo umano non dovrebbe mai superare i 150 μA. La corrente fornita dal circuito indicato dall'ANSI può superare 150 μA? Per decidere, si consideri una persona che stia a piedi nudi sulla piastra.

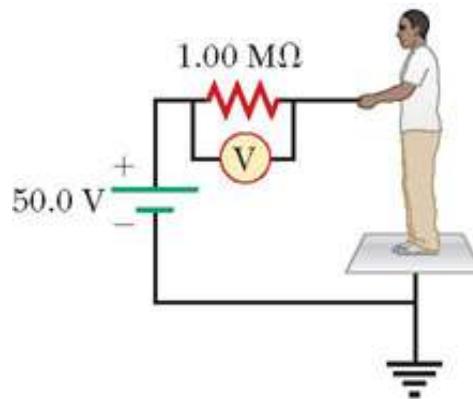


FIGURA P21.36

37. (a) Trovare la resistenza equivalente tra i punti *a* e *b* nella Figura P21.37. (b) Calcolare la corrente in ogni resistore se viene applicata una differenza di potenziale di 34.0 V tra i punti *a* e *b*.

VISUALIZZA SOLUZIONE

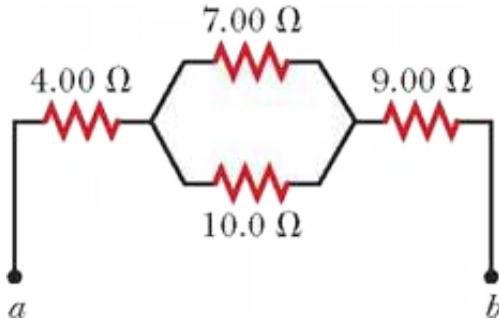


FIGURA P21.37

38. Un giovane ha un aspirapolvere a carrello da 535 W a 120 V e un Maggiolino, che vorrebbe pulire. Parcheggia l'auto nel parcheggio del suo appartamento e utilizza una prolunga economica di 15.0 m per inserire la spina dell'aspirapolvere. Si assuma che l'aspirapolvere abbia una resistenza costante. (a) Se la resistenza di ciascuno dei due conduttori in una prolunga economica è 0.900 ft, qual è la reale potenza trasmessa all'aspirapolvere? (b) Se invece la potenza deve essere almeno 525 W, quale dovrebbe essere il diametro di ciascuno dei due conduttori identici in rame nella prolunga che viene usata? (c) Ripetere (b) assumendo che la potenza debba essere almeno 532 W.

39. Si consideri il circuito mostrato in Figura P21.39. Trovare (a) la corrente nel resistore da $20.0\ \Omega$ e (b) la differenza di potenziale tra i punti a e b .

VISUALIZZA SOLUZIONE

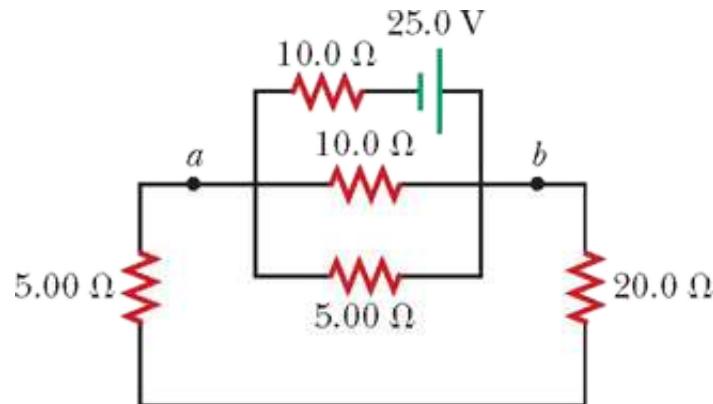


FIGURA P21.39

40. Quattro resistenze sono collegate ad una batteria come mostrato in Figura P21.40. La corrente nella batteria è I , la f.e.m. della batteria è ϵ e le resistenze hanno valore $R_1 = R_2 = 2R$, $R_3 = 4R$, e $R_4 = 3R$. (a) Ordinare le resistenze in funzione della differenza di potenziale ai rispettivi capi, dalla più grande alla più piccola. Segnalare i casi in cui la differenza di potenziale è uguale. (b) Determinare la differenza di potenziale ai capi della resistenza in funzione di ϵ . (c) Ordinare le resistenze in funzione della corrente che li attraversa, dalla più grande alla più piccola. Segnalare i casi in cui la corrente è uguale. (d) Determinare la corrente in ogni resistenza in funzione di I . (e) Se R_3 aumenta, come variano le correnti in ognuno dei resistori? (f) Nel limite $R_3 \rightarrow \infty$, quali sono i valori delle correnti negli altri resistori, in funzione della corrente I nella batteria?

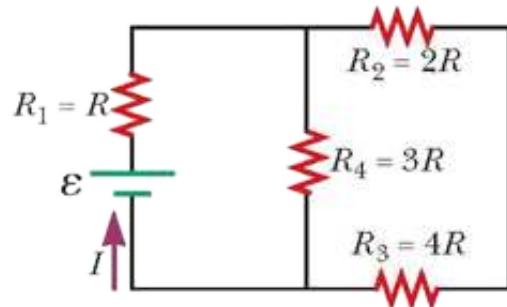


FIGURA P21.40

- 41.** Tre resistori da $100\ \Omega$ sono collegati come in Figura P21.41. La massima potenza che può essere fornita a ciascun resistore è $25.0\ W$. (a) Qual è la massima differenza di potenziale che può essere applicata tra a e b ? Per la tensione determinata in (a) qual è la potenza fornita a ciascun resistore? (c) Qual è la potenza totale fornita?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

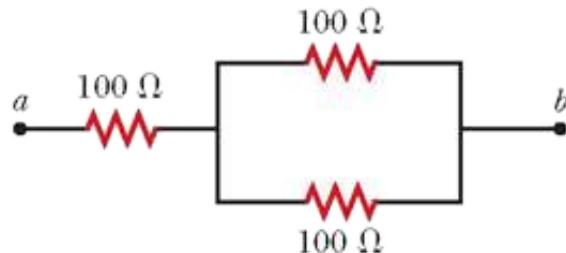


FIGURA P21.41

- 42.** Perché la seguente situazione è *impossibile*? Un tecnico sta testando un circuito che contiene una resistenza R . Capisce che un progetto migliore del circuito richiederebbe una resistenza di $\frac{7}{3}R$ al posto di R . Ha altri tre resistori, ognuno di resistenza R . Collegando tra di loro questi resistori in qualche modo e ponendoli in serie con il resistore originario, raggiunge la resistenza desiderata.

- 43.** Calcolare la potenza fornita a ciascun resistore del circuito mostrato in Figura P21.43.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

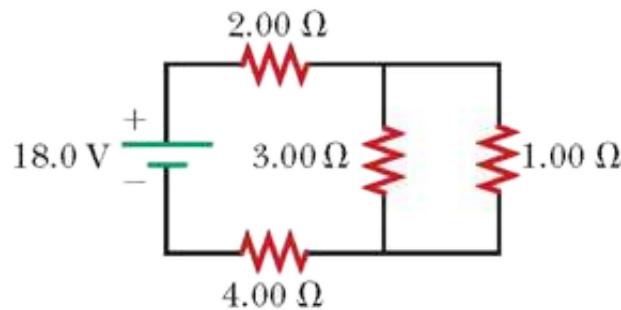


FIGURA P21.43

- 44.** Una lampadina indicata come “ $75\ W @ 120\ V$ ” viene avvitata in un attacco alla fine di una prolunga molto lunga, in cui ognuno dei due conduttori ha una

resistenza di 0.800Ω . L'altra estremità della prolunga è collegata ad una presa da 120 V. (a) Spiegare perché la potenza realmente fornita alla lampadina non può essere 75 W. (b) Disegnare un diagramma circuitale. (c) Trovare la potenza reale fornita alla lampadina in questo circuito.

Paragrafo 21.8 Leggi di Kirchhoff

Nota: le correnti non necessariamente hanno il verso mostrato nei circuiti.

45. L'amperometro della Figura P21.45 segna 2.00 A. Trovare I_1 , I_2 , ed ϵ

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

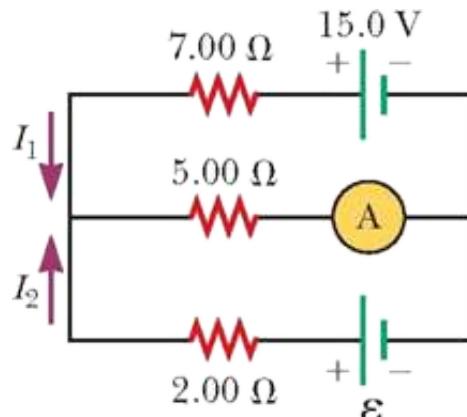


FIGURA P21.45

46. Le seguenti equazioni descrivono un circuito elettrico:

$$-I_1 (220 \Omega) + 5.80 \text{ V} - I_2 (370 \Omega) = 0$$

$$+I_2 (370 \Omega) + I_3 (150 \Omega) - 3.10 \text{ V} = 0$$

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

(a) Disegnare il diagramma del circuito. (b) Calcolare le incognite e spiegare il significato fisico di ognuna.

47. Il circuito mostrato in Figura P21.47 viene collegato per 2.00 minuti. (a) Determinare la corrente in ciascun ramo del circuito. (b) Trovare l'energia fornita da ciascuna batteria. (c) Trovare l'energia fornita a ciascun resistore. (d) Identificare il tipo di trasformazione dell'energia immagazzinata che si ha nel funzionamento del circuito. (e) Trovare l'energia totale trasformata in energia interna nei resistori.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

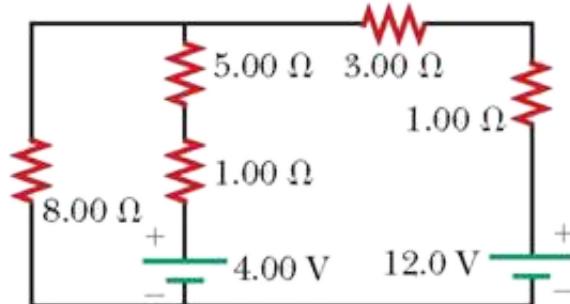


FIGURA P21.47

48. Nella Figura P21.47, si mostri come aggiungere un numero sufficiente di amperometri per misurare ogni corrente. Si mostri come aggiungere un numero sufficiente di voltmetri per misurare la differenza di potenziale ai capi di ciascun resistore e di ciascuna batteria.

49. Se $R = 1.00 \text{ k}\Omega$ e $\varepsilon = 250 \text{ V}$ in Figura P21.49, determinare l'intensità e il verso della corrente nel filo orizzontale fra a ed e .

VISUALIZZA SOLUZIONE

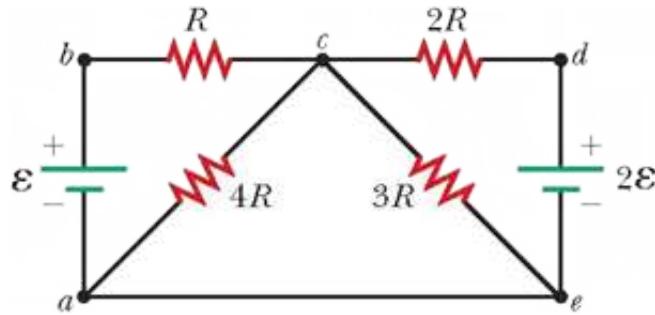


FIGURA P21.49

50. Per il circuito mostrato in Figura P21.50, vogliamo trovare le correnti I_1 , I_2 , e I_3 . Utilizzare le leggi di Kirchhoff per ottenere le equazioni (a) della maglia superiore, (b) della maglia inferiore, e (c) del nodo nella parte sinistra. In ciascun caso sopprimete le unità per chiarezza e semplificate, combinando i termini. (d) Ricavate la corrente I_3 dall'equazione del nodo. (e) Utilizzando l'equazione trovata in (d), eliminate I_3 dall'equazione trovata in (b). (f) Risolvete simultaneamente le equazioni trovate in (a) ed (e) per ricavare I_1 e I_2 . (g) Sostituite i valori trovati in (f) nell'equazione del nodo in (d) per ricavare I_3 . (h) Qual è il significato del segno negativo per I_2 ?

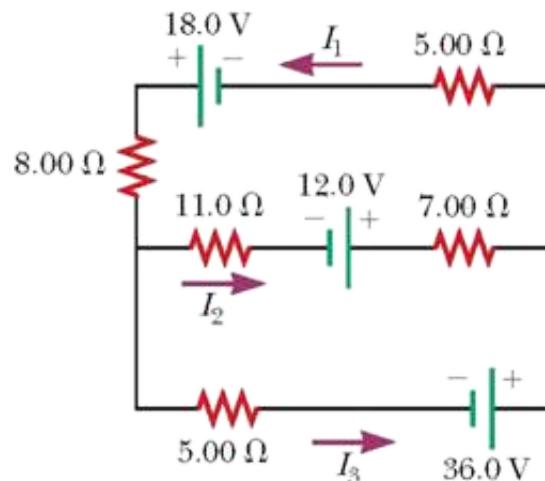


FIGURA P21.50

- 51.** Nel circuito di Figura P21.51, determinare (a) la corrente in ogni resistore e (b) la differenza di potenziale ai capi del resistore da $200\ \Omega$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

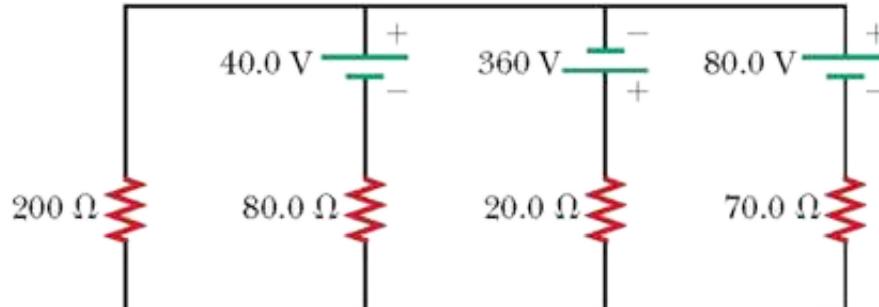


FIGURA P21.51

- 52.** Una batteria d'auto scarica e una carica sono collegate con dei cavi. La Figura P21.52 mostra il diagramma circuitale per questo collegamento. Mentre i cavi sono collegati, si chiude l'interruttore del motorino d'avviamento sul circuito della batteria scarica e il motore viene acceso. Determinare la corrente (a) nel motorino d'avviamento e (b) nella batteria scarica. (c) La batteria scarica viene caricata mentre è acceso il motorino d'avviamento?

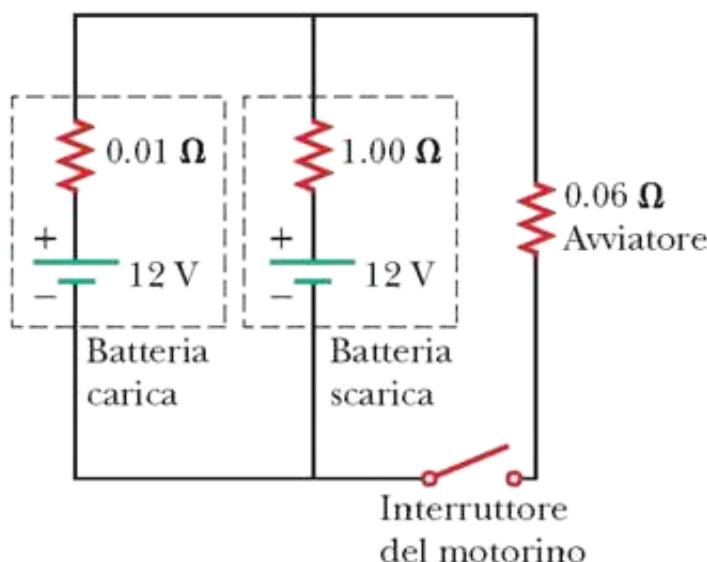


FIGURA P21.52

Paragrafo 21.9 Circuiti RC

- 53.** Consideriamo il circuito RC in serie in Figura P21.53 nel quale $R = 1.00\ M\Omega$, $C = 5.00\ \mu F$, ed $\varepsilon = 30.0\ V$. Trovare (a) la costante di tempo del circuito e (b) la carica massima sul condensatore dopo che l'interruttore è stato chiuso. (c) Trovare la corrente nel resistore 10.0 s dopo la chiusura dell'interruttore.

VISUALIZZA SOLUZIONE

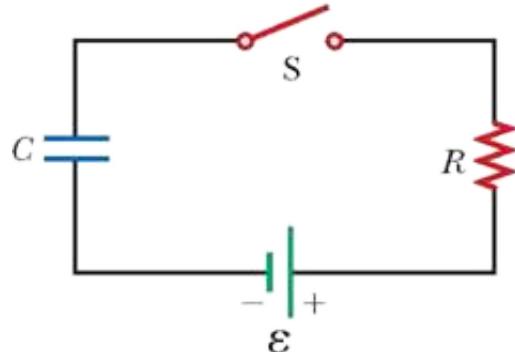


FIGURA P21.53 Problemi 53, 67 e 68.

54. Un condensatore di $10.0 \mu\text{F}$ viene caricato con una batteria di 10.0 V attraverso una resistenza R . Dopo tre secondi dall'inizio della carica, il condensatore raggiunge una tensione di 4.00 V . Calcolare il valore di R .

55. Un condensatore di 2.00 nF con carica iniziale di $5.10 \mu\text{C}$ viene scaricato su un resistore da $1.30 \text{ k}\Omega$. (a) Calcolare la corrente nel resistore dopo $9.00 \mu\text{s}$ dal collegamento del condensatore al resistore. (b) Quanta carica resta sul condensatore dopo $8.00 \mu\text{s}$? (c) Qual è la corrente massima nel resistore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

56. In luoghi come le sale operatorie degli ospedali e le fabbriche di circuiti elettronici le scintille devono essere evitate. Una persona che sta su un pavimento non isolante e che non tocca nulla può avere una capacità corporea di 150 pF , in parallelo con una capacità dei piedi di 80.0 pF determinata dalle proprietà dielettriche delle suole delle scarpe. La persona acquisisce una carica elettrostatica a causa dell'interazione con l'ambiente. La carica elettrostatica viaggia verso terra attraverso la resistenza equivalente delle due suole delle scarpe in parallelo tra di loro. Un paio di scarpe con la suola di gomma ha una tipica resistenza equivalente di $5.00 \times 10^3 \text{ Mft}$. Un paio di scarpe speciali, con la suola che dissipava la carica elettrostatica invece può avere una resistenza equivalente di $1.00 \text{ M}\Omega$. Si consideri il corpo della persona e le sue scarpe come un circuito RC . (a) Quanto tempo è necessario affinché il potenziale passi da $3.00 \times 10^3 \text{ V}$ a 100 V nel caso abbia le scarpe con la suola di gomma? (b) Quanto tempo è necessario affinché il potenziale passi da $3.00 \times 10^3 \text{ V}$ a 100 V nel caso abbia le scarpe con la suola dissipativa?

57. Nel circuito di Figura P21.57, l'interruttore S è rimasto aperto per un tempo lungo. Esso viene chiuso istantaneamente. Siano $\epsilon = 10.0 \text{ V}$, $R_1 = 50.0 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, e $C = 10.0 \mu\text{F}$. Determinare la costante di tempo (a) prima che l'interruttore venga chiuso e (b) dopo che l'interruttore sia stato chiuso. (c) Se l'interruttore viene chiuso a $t = 0$, determinare la corrente che lo attraversa in funzione del tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

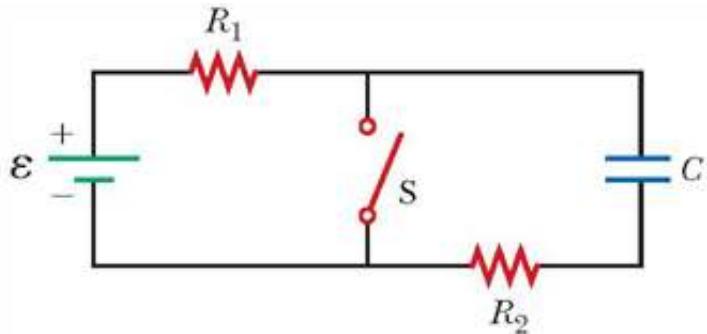


FIGURA P21.57 Problemi 57 e 58.

58. Nel circuito di Figura P21.57, l'interruttore S è rimasto aperto per un tempo lungo. Esso viene chiuso istantaneamente. Determinare la costante di tempo (a) prima che l'interruttore venga chiuso e (b) dopo che l'interruttore sia stato chiuso. (c) Se l'interruttore viene chiuso a $t = 0$, determinare la corrente che lo attraversa in funzione del tempo.

59. Il circuito in Figura P21.59 è stato collegato al generatore già da molto tempo. (a) Qual è la tensione ai capi del condensatore? (b) Se la batteria viene scollegata, quanto tempo ci vuole affinché il condensatore si scarichi fino a $1/10$ della sua tensione iniziale?

VISUALIZZA SOLUZIONE

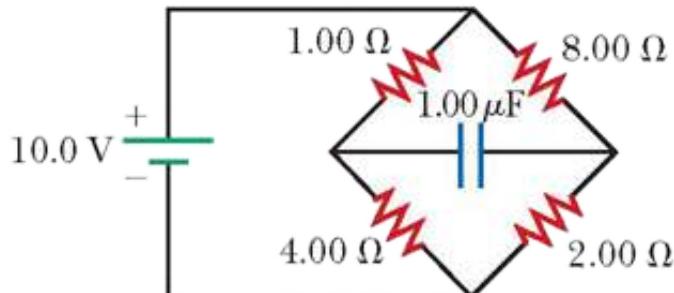


FIGURA P21.59

Paragrafo 21.10 Collegamento al contesto: l'atmosfera come conduttore

60. Assumiamo che globalmente i fulmini che cadono sulla Terra costituiscono una corrente costante di 1.00 kA fra il suolo e uno strato atmosferico al potenziale di 300 kV . (a) Trovare la potenza dei fulmini. (b) In confronto, trovare la potenza della luce solare che incide sulla Terra. La luce solare ha una intensità di $1\ 370 \text{ W/m}^2$ al di sopra dell'atmosfera. La luce solare incide perpendicolarmente sull'area circolare che la Terra presenta verso il Sole.

61. Nell'atmosfera esiste una densità di corrente di $6.00 \times 10^{-13} \text{ A/m}^2$ in un posto dove il campo elettrico è 100 V/m . Calcolare la conducibilità elettrica dell'atmosfera terrestre in questa regione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi generali

62. Perché la seguente situazione è impossibile? Una batteria ha una f.e.m. di $\epsilon = 9.20$ V e una resistenza interna di $r = 1.20$ ft. Viene collegata una resistenza R ai capi della batteria che assorbe una potenza di $P = 21.2$ W.

63. Un filo cilindrico rettilineo che giace lungo l'asse x ha una lunghezza di 0.500 m e un diametro di 0.200 mm. Esso è costruito con un materiale ohmico di resistività $\rho = 4.00 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Si assume che un potenziale di 4.00 V sia mantenuto in $x = 0$, e $V = 0$ in $x = 0.500$ m. Trovare (a) il modulo ed il verso del campo elettrico nel filo, (b) la resistenza del filo, (c) il modulo ed il verso della corrente elettrica nel filo e (d) la densità di corrente nel filo. (e) Dimostrare che $E = \rho J$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

64. Un filo cilindrico rettilineo che giace lungo l'asse x ha una lunghezza L e un diametro d . Esso è costruito con un materiale ohmico di resistività ρ . Si assume che un potenziale V sia mantenuto in $x = 0$, e che il potenziale sia zero in $x = L$. In funzione di L , d , V , ρ e delle costanti fisiche, derivare un'espressione per (a) il modulo ed il verso del campo elettrico nel filo, (b) la resistenza del filo, (c) il modulo ed il verso della corrente elettrica nel filo e (d) la densità di corrente nel filo. Dimostrare che $E = \rho J$.

65. Quattro resistori sono collegati in parallelo ai capi di una batteria di 9.20 V. Essi trasportano rispettivamente correnti di 150 mA, 45.0 mA, 14.0 mA e 4.00 mA. (a) Se il resistore con la resistenza maggiore è sostituito da uno avente il doppio di questa resistenza, (a) qual è il rapporto fra la nuova corrente nella batteria e la corrente originaria? (b) **E se?** Se invece il resistore con resistenza minore è sostituito da uno avente resistenza doppia, qual è il rapporto fra la nuova corrente totale e quella originaria? (c) In una notte di febbraio, una casa disperde energia verso l'esterno a causa di alcune perdite, che includono: 1.50×10^3 W per conduzione dei soffitti; 450 W per infiltrazioni (flussi d'aria) dalle finestre; 140 W per conduzione attraverso la soletta delle pareti sopra le fondamenta, e 40.0 W per conduzione attraverso la porta di compensato del solaio. Per ottenere il maggior risparmio nella bolletta del riscaldamento, quale di questi trasferimenti di energia dovrebbe essere ridotto per primo? Spiega come prendi la decisione. Clifford Swartz ha suggerito l'idea per questo problema.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

66. Un oceanografo sta studiando come la concentrazione di ioni nell'acqua di mare dipenda dalla profondità. Esegue delle misure immergendo nell'acqua una coppia di cilindri metallici concentrici (Fig. P21.66) all'estremo di un cavo e prendendo dati per determinare la resistenza tra questi elettrodi in funzione della profondità. L'acqua fra i due cilindri forma un guscio cilindrico di raggio interno r , raggio esterno r_b e lunghezza L molto maggiore di r_h . Lo scienziato applica una differenza di potenziale ΔV fra le superfici interna ed esterna, producendo una corrente radiale verso l'esterno. La resistività dell'acqua sia rappresentata da ρ . (a) Trovare la resistenza dell'acqua fra i cilindri in funzione di L , ρ , r_a , e r_b . (b)

Esprimere la resistività dell'acqua in funzione delle grandezze misurate L , r_a , r_b , ΔV , e I .

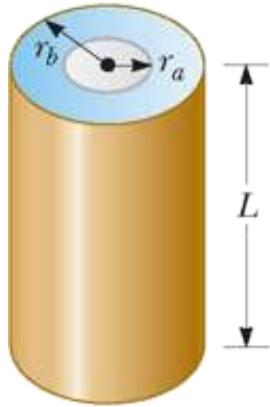


FIGURA P21.66

- 67.** I valori delle componenti in un circuito RC semplice contenente un interruttore (Fig. P21.53) sono $C = 1.00 \mu\text{F}$, $R = 2.00 \times 10^6 \text{ ft}$, ed $\epsilon = 10.0 \text{ V}$. Dieci secondi dopo che è stato chiuso l'interruttore, calcolare (a) la carica sul condensatore, (b) la corrente nel resistore, (c) la velocità con cui l'energia viene immagazzinata nel condensatore, e (d) la velocità con cui l'energia viene fornita dalla batteria.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 68.** Una batteria viene utilizzata per caricare un condensatore attraverso un resistore come mostrato in Figura P21.53. Dimostrare che metà dell'energia fornita dalla batteria appare sotto forma di energia interna nel resistore e metà è immagazzinata nel condensatore.

- 69.** L'interruttore S mostrato in Figura P21.69 è stato chiuso da molto tempo, e nel circuito elettrico circola una corrente costante. Siano $C_1 = 3.00 \mu\text{F}$, $C_2 = 6.00 \mu\text{F}$, $R_1 = 4.00 \text{ k}\Omega$, e $R_2 = 7.00 \text{ k}\Omega$. La potenza fornita ad R_2 è 2.40 W. (a) Trovare la carica su C_1 . (b) Ora l'interruttore viene aperto. Di quanto è variata la carica su C_2 dopo molti millisecondi?

VISUALIZZA SOLUZIONE

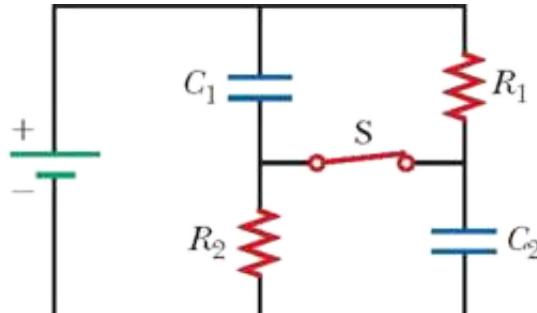


FIGURA P21.69

70. La lampadina A è marcata “25 W 120 V” e la lampadina B “100 W 120 V”. Queste indicazioni significano che ciascuna lampadina assorbe la rispettiva potenza quando è alimentata con una differenza di potenziale costante di 120 V. (a) Trovare la resistenza di ciascuna lampada. (b) In quanto tempo passerà attraverso la lampadina A una carica di 1.00 C? (c) La quantità di carica che entra nella lampadina è diversa da quella che esce? Spiegare. (d) In quanto tempo passerà 1.00 J attraverso la lampadina A? (e) Attraverso quale meccanismo l’energia entra ed esce dalla lampadina? Spiegare. (f) Trovare il costo di funzionamento della lampadina A se rimane accesa per 30.0 giorni e se la società elettrica fornisce il suo prodotto a 0.110 dollari per kWh.

71. Uno studente di ingegneria della stazione radio dell’università vuole verificare l’efficacia del parafulmine sul traliccio dell’antenna (Fig. P21.71). Tra i punti C e E vi è la resistenza incognita R_x . Il punto E è il punto di terra ma non è possibile effettuare misure dirette poiché esso è localizzato svariati metri sotto la superficie terrestre. Due bacchette identiche sono inserite nella terra in A e B , entrambe con resistenza incognita R_y . La procedura è la seguente. Si misura la resistenza R_1 tra A e B, quindi si collega A con B per mezzo di un buon filo conduttore e si misura la resistenza R_2 tra A e C. (a) Ricavare una equazione che esprima R_x in funzione di R_1 ed R_2 . (b) Una resistenza di terra soddisfacente dovrebbe essere $R_x < 2.00 \Omega$. L’impianto di terra dell’antenna è adeguato se $R_1 = 13.0 \Omega$ e $R_2 = 6.00 \Omega$? Spiegare.

VISUALIZZA SOLUZIONE

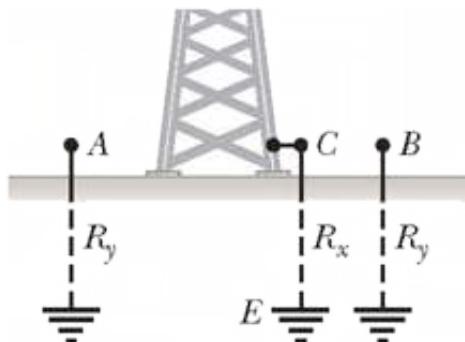


FIGURA P21.71

72. Il circuito mostrato in Figura P21.72 viene costruito in laboratorio per misurare la capacità incognita C in serie con la resistenza $R = 10.0 \text{ M}\Omega$ alimentati da una batteria di f.e.m. 6.19 V. I dati forniti in tabella sono le differenze di potenziale misurate ai capi del condensatore in funzione del tempo, dove $t = 0$ rappresenta l’istante in cui l’interruttore viene posizionato in b . (a) Disegnare un grafico di $\ln(\epsilon/\Delta V)$ in funzione di t ed eseguire una regressione lineare con i minimi quadrati dei dati. (b) Dalla pendenza del grafico, ottenere il valore della costante di tempo del circuito ed un valore della capacità.

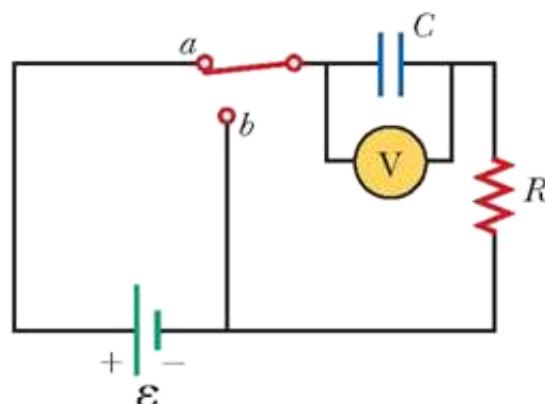


FIGURA P21.72

ΔV (V)	t (s)	$\ln(\mathcal{E}/\Delta V)$
6.19	0	
5.55	4.87	
4.93	11.1	
4.34	19.4	
3.72	30.8	
3.09	46.6	
2.47	67.3	
1.83	102.2	

73. Una batteria ha una f.e.m. \mathcal{E} e una resistenza interna r . Un resistore di carico variabile R è collegato ai capi della batteria. (a) Determinare il valore di R che rende massima la differenza di potenziale ai terminali. (b) Determinare il valore di R che rende massima la corrente nel circuito. (c) Determinare il valore di R che rende massima la potenza fornita al resistore di carico. La scelta del resistore di carico per il massimo trasferimento di potenza è un caso di quelli detti *adattamento d'impedenza* in generale. L'adattamento d'impedenza è importante nel sistema di cambio in una bicicletta, nel collegamento di un altoparlante a un amplificatore audio, nel collegamento di un carica-batteria a un banco di pannelli solari, e in molte altre applicazioni.

VISUALIZZA SOLUZIONE

74. L'interruttore di Figura P21.74a si chiude quando $\Delta V_c > \frac{2}{3} \Delta V$ e si apre quando $\Delta V_c > \frac{1}{3} \Delta V$. Il voltmetro ideale legge una differenza di potenziale il cui grafico è riportato nella Figura P21.74b. Qual è il periodo T della forma d'onda in funzione di R_1 , R_2 , e C ?

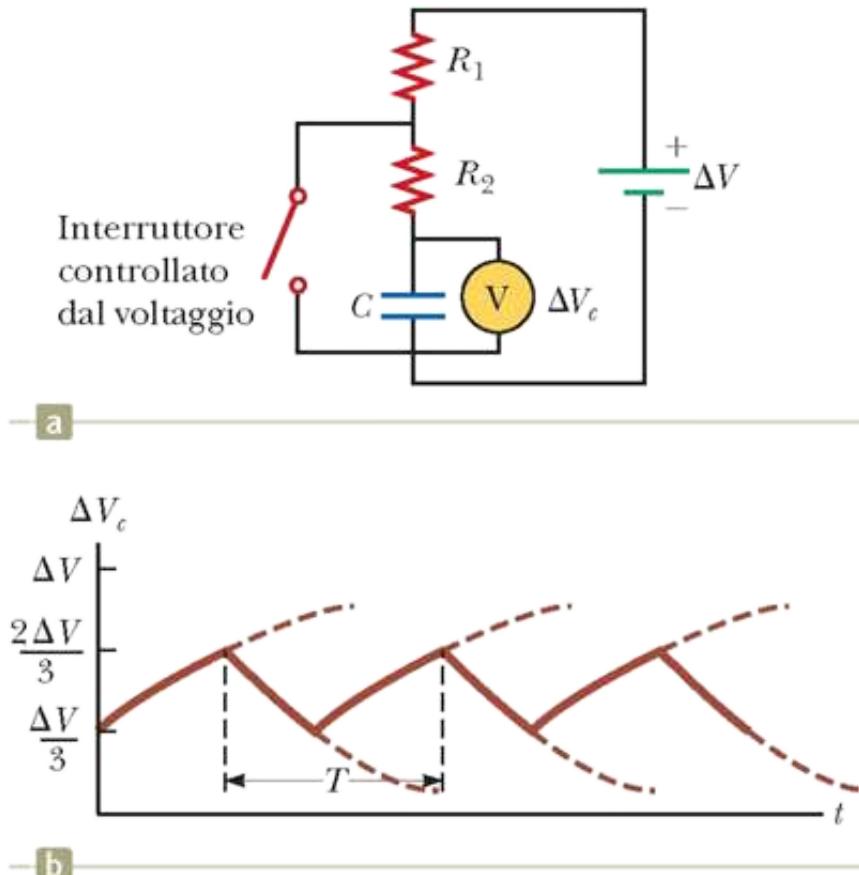


FIGURA P21.74

75. Una stufa elettrica può erogare 1.50×10^3 W, un tostapane 750 W ed un forno elettrico 1.00×10^3 W. I tre dispositivi sono collegati ad un circuito di una abitazione, a 120 V. (a) Quanta corrente assorbe ognuno di essi? (b) Se il circuito è protetto da un salvavita regolato su 25.0 A, il salvavita scatterà in questa situazione? Motivare la risposta.

VISUALIZZA SOLUZIONE

76. Viene condotto un esperimento per misurare la resistività elettrica del nichel-cromo partendo da fili di nichel-cromo di lunghezza e sezioni di area diverse. Per una serie di misure uno studente utilizza un filo, di sezione 7.30×10^{-8} m². Lo studente misura la differenza di potenziale ai capi del filo e la corrente nel filo con un voltmetro e un amperometro, rispettivamente. (a) Per ognuna delle misure riportate nella tabella seguente, su fili di tre lunghezze diverse, calcolare la resistenza del filo e il corrispondente valore della resistività. (b) Qual è il valor medio della resistività? (c) Come è rispetto al valore riportato nella Tabella 21.1?

L (m)	ΔV (V)	I (A)	R (Ω)	ρ ($\Omega \cdot m$)
0.540	5.22	0.72		
1.028	5.82	0.414		
1.543	5.94	0.281		

77. Quattro batterie da 1.50 V del tipo AA sono collegate in serie ed utilizzate per alimentare una radio a transistor. Se le batterie possono spostare una carica di 240 C, per quanto tempo possono alimentare la radio, se essa ha una resistenza di 200 Ω ?

VISUALIZZA SOLUZIONE



Contesto 6

CONCLUSIONI

Ora che abbiamo studiato i principi dell'elettricità, rispondiamo alla nostra domanda centrale per il Contesto *Fulmini*.

Come possiamo determinare il numero di fulmini sulla Terra in un giorno tipico?

Dobbiamo mettere insieme diversi concetti tratti dalla nostra conoscenza dell'elettricità per eseguire questo calcolo. Nel Capitolo 20, l'atmosfera è stata schematizzata come un condensatore. Ciò fu proposto per la prima volta da Lord Kelvin che fece un modello della ionosfera come l'armatura positiva posta diverse decine di chilometri al di sopra della superficie terrestre. Modelli più sofisticati hanno mostrato che l'altezza effettiva dell'armatura positiva è di circa 5 km, altezza che noi abbiamo usato nei nostri calcoli precedenti.

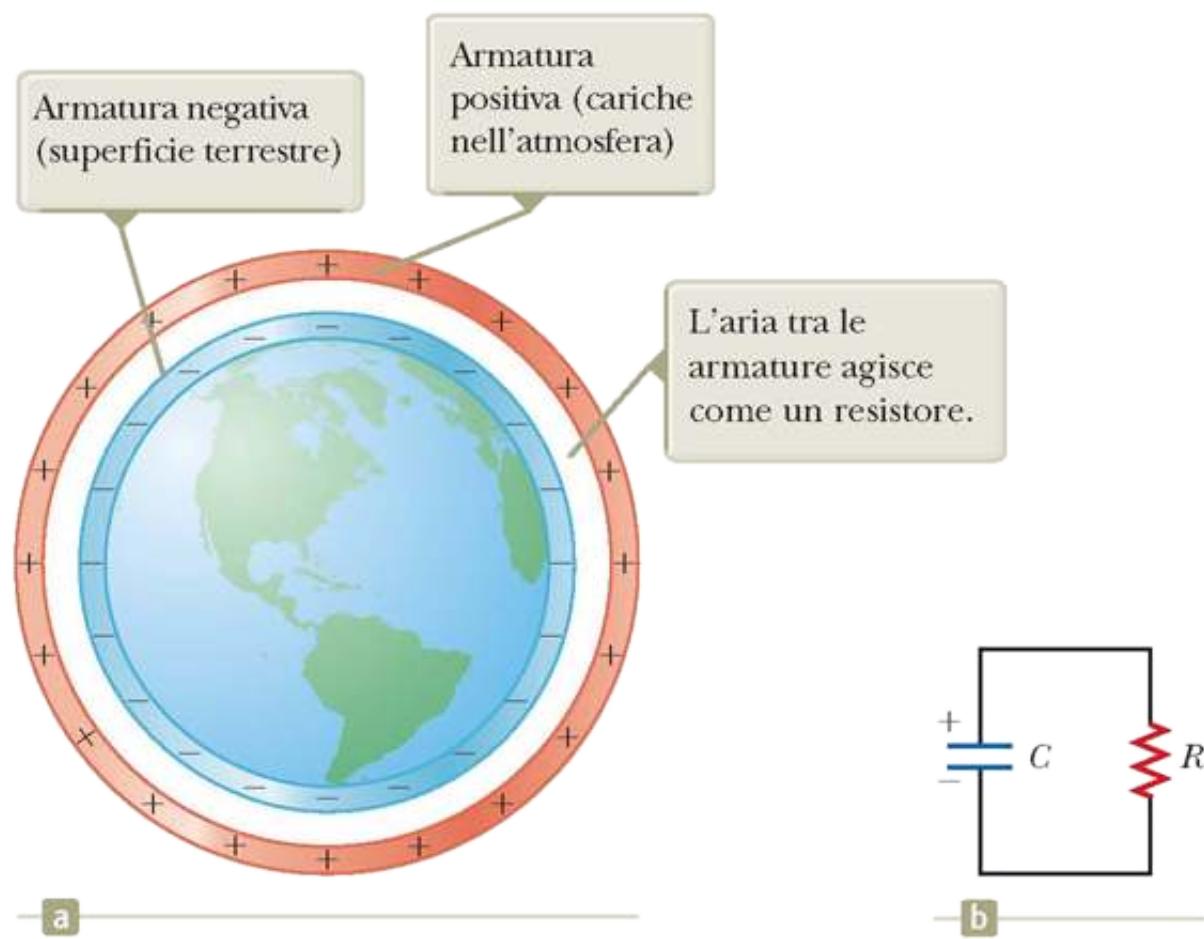


FIGURA 1 (a) L'atmosfera può essere schematizzata come un condensatore, con aria conduttrice tra le armature. (b) Possiamo immaginare un circuito RC equivalente per l'atmosfera, con il processo di scarica naturale del condensatore in equilibrio con il processo di carica del condensatore dovuta ai fulmini.

Modello del condensatore atmosferico

Le armature del condensatore atmosferico sono separate da uno strato d'aria contenente un grande numero di ioni liberi che possono trasportare la corrente. L'aria è un buon isolante; le misure mostrano che la resistività dell'aria è circa $3 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}$. Calcoliamo la resistenza dell'aria fra le armature del nostro condensatore. La forma del resistore è quella di un guscio sferico fra le armature del condensatore atmosferico (Fig. 1a). La distanza di 5 km, comunque, è molto piccola rispetto al raggio della Terra di 6 400 km. Quindi possiamo ignorare la forma sferica e immaginare il resistore come una lastra di 5 km di spessore di materiale piatto e di area pari alla superficie della Terra. Utilizzando l'Equazione 21.8.

$$R = \rho \frac{\ell}{A} = (3 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}) \frac{5 \times 10^3 \text{ m}}{4\pi(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2} \approx 3 \times 10^2 \Omega$$

La carica sul condensatore atmosferico può passare dall'armatura superiore al suolo tramite la corrente elettrica nell'aria fra le armature. Quindi, possiamo schematizzare l'atmosfera come un circuito RC (Fig. 1b), facendo uso della capacità trovata nel Capitolo 20, e della resistenza che collega le armature calcolata precedentemente. La costante di tempo per questo circuito RC è

$$\tau = RC = (0.9 \text{ F})(3 \times 10^2 \Omega) \approx 3 \times 10^2 \text{ s} = 5 \text{ min}$$

Quindi, la carica sul condensatore atmosferico dovrebbe diminuire al valore di $e^{-1} = 37\%$ del suo valore originario dopo appena 5 minuti! Dopo 30 minuti, rimarrebbe meno dello 0.3% della carica! Perché ciò non accade? Che cosa mantiene carico il condensatore atmosferico? La risposta è: i *fulmini*. Il processo che avviene nelle nubi che si caricano causa la caduta dei fulmini che forniscono cariche negative al suolo le quali sostituiscono quelle neutralizzate dal flusso di carica attraverso l'aria. In media, la carica netta sulle armature del condensatore atmosferico risulta da un equilibrio di questi due processi.

Ora, usiamo questo equilibrio per rispondere numericamente alla nostra domanda centrale. Inizialmente ci occupiamo della carica sul condensatore atmosferico. Nel Capitolo 19, abbiamo menzionato una carica di $5 \times 10^5 \text{ C}$ che è distribuita sulla superficie terrestre: questa è la carica sul condensatore atmosferico.

Una tipica caduta di un fulmine fornisce al suolo circa 25 C di carica negativa nel processo di carica del condensatore. Dividendo la carica sul condensatore per la carica dovuta alla caduta dei fulmini otteniamo il numero di fulmini necessari per caricare il condensatore:

$$\begin{aligned} \text{Numero dei fulmini caduti} &= \frac{\text{carica totale}}{\text{carica per fulmine caduto}} \\ &= \frac{5 \times 10^5 \text{ C}}{25 \text{ C}} \approx 2 \times 10^4 \text{ fulmini caduti} \end{aligned}$$

Secondo i nostri calcoli per il circuito RC , il condensatore atmosferico si scarica quasi completamente attraverso l'aria in circa 30 minuti. Quindi, ogni 30 minuti deve avvenire la caduta di 2×10^4 fulmini, ossia $4 \times 10^4/\text{h}$, per poter mantenere il processo di carica e scarica in equilibrio. Moltiplicando questo fattore per il numero di ore in un giorno abbiamo:

$$\begin{aligned} \text{Numero dei fulmini caduti al giorno} &= (4 \times 10^4 \text{ fulmini/h}) \left(\frac{24 \text{ h}}{1 \text{ d}} \right) \\ &\approx 1 \times 10^6 \text{ fulmini/giorno} \end{aligned}$$

Nonostante la semplificazione che abbiamo adottato per i nostri calcoli, questo numero è dello stesso ordine di grandezza del numero reale di caduta di fulmini sulla Terra in un giorno tipico: 1 milione!

Problemi

1. Consideriamo il condensatore atmosferico descritto nel testo, con il suolo come un'armatura e cariche positive nell'atmosfera come l'altra. In un particolare giorno, la capacità del condensatore atmosferico è 0.800 F. L'effettiva separazione fra le armature è 4.00 km, e la resistività dell'aria è $2.00 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}$. Se non avvenisse alcuna caduta di fulmini, il condensatore si scaricherebbe attraverso l'aria. Se vi fosse una carica di $4.00 \times 10^4 \text{ C}$ sul condensatore atmosferico al tempo $t = 0$, dopo quanto tempo la sua carica si ridurrebbe a (a) $2.00 \times 10^4 \text{ C}$, (b) $5.00 \times 10^3 \text{ C}$? (c) zero?

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Si consideri una linea alternativa di ragionamento per stimare il numero di fulmini che cadono ogni giorno sulla Terra. Usando la carica sulla Terra di $5.00 \times 10^5 \text{ C}$ e la capacità dell'atmosfera di 0.9 F, troviamo che la differenza di potenziale ai capi del condensatore è $\Delta V = Q/C = 5.00 \times 10^5 \text{ C}/0.9 \text{ F} \approx 6 \times 10^5 \text{ V}$. La corrente di dispersione nell'aria è $I = \Delta V/R = 6 \times 10^5 \text{ V}/300 \Omega \approx 2 \text{ kA}$. Per mantenere il condensatore carico, i fulmini dovrebbero fornire la stessa corrente totale in verso opposto. (a) Se ciascun fulmine fornisce 25 C di carica al suolo, qual è l'intervallo medio di caduta dei fulmini tale che la corrente media dovuta ad essi sia 2 kA? (b) Usando questo intervallo di tempo medio tra i fulmini, calcolare il numero di fulmini in un giorno.

VISUALIZZA SOLUZIONE

3. Consideriamo ancora il condensatore atmosferico discusso nel testo. (a) Supponiamo che le condizioni atmosferiche siano tali che, in un intero giorno, la parte inferiore dell'aria di 2.50 km fra le armature del condensatore abbia resistività $2.00 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{mm}$ mentre la parte superiore di 2.50 km abbia resistività $0.500 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{mm}$. Quanti fulmini cadrebbero al giorno? (b) Supponiamo che le condizioni atmosferiche siano tali, in un intero giorno, che la resistività dell'aria fra le armature nell'emisfero sud sia $2.00 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}$ mentre la resistività fra le armature nell'emisfero nord sia $0.200 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}$ quanti fulmini cadrebbero in un tale giorno?

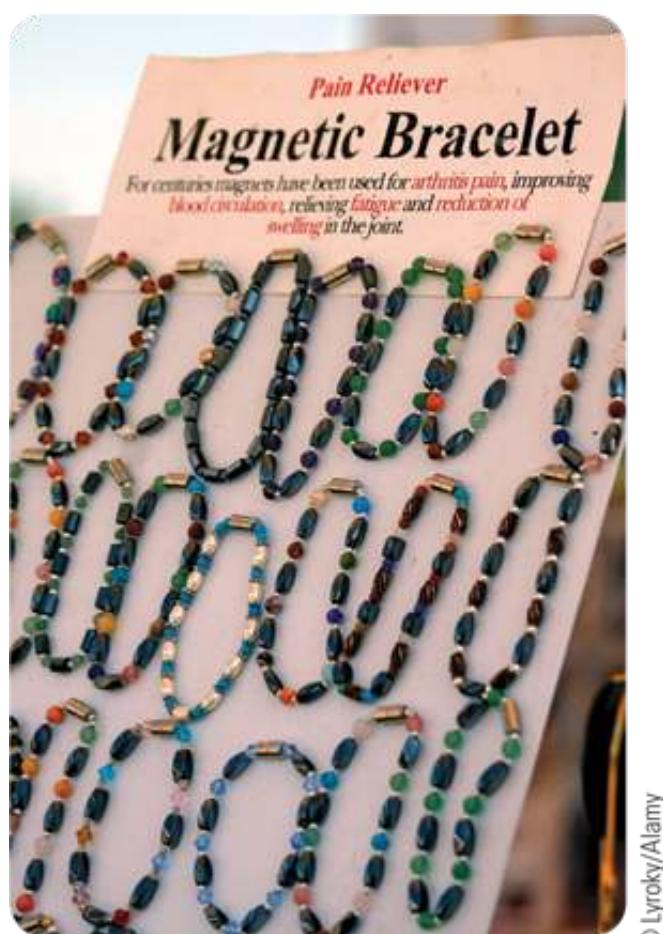
VISUALIZZA SOLUZIONE

Magnetismo in medicina

A desso che abbiamo studiato l'elettricità, volgiamo la nostra attenzione all'argomento strettamente legato del magnetismo. Il magnetismo è comune nella vita quotidiana. I magneti sono importanti per il funzionamento dei motori. I magneti nei generatori assicurano l'elettricità nelle case e nelle fabbriche. Gli altoparlanti usano i magneti per convertire segnali elettrici in onde sonore. I magneti sono anche essenziali per custodire importanti avvisi attaccati alle porte dei frigoriferi.

Il magnetismo è entrato anche nel campo della medicina con un numero di applicazioni che può migliorare lo stato di salute e salvare vite umane. Varie analisi o procedure mediche prevedono l'uso dei magneti. In questo contesto esamineremo alcune di queste importanti applicazioni. Iniziamo, tuttavia, con l'esaminare alcune applicazioni discutibili del magnetismo in medicina fra il XVIII secolo e i nostri giorni.

È molto probabile che abbiate sentito annunci pubblicitari o perfino che possediate un braccialetto magnetico, tipo quello mostrato in Figura 1.



© Lyrsky/Alamy

FIGURA 1 Braccialetti magnetici vengono venduti ai consumatori per la salute e il sollievo dal dolore. Pensi che oggetti come questi braccialetti siano efficaci?

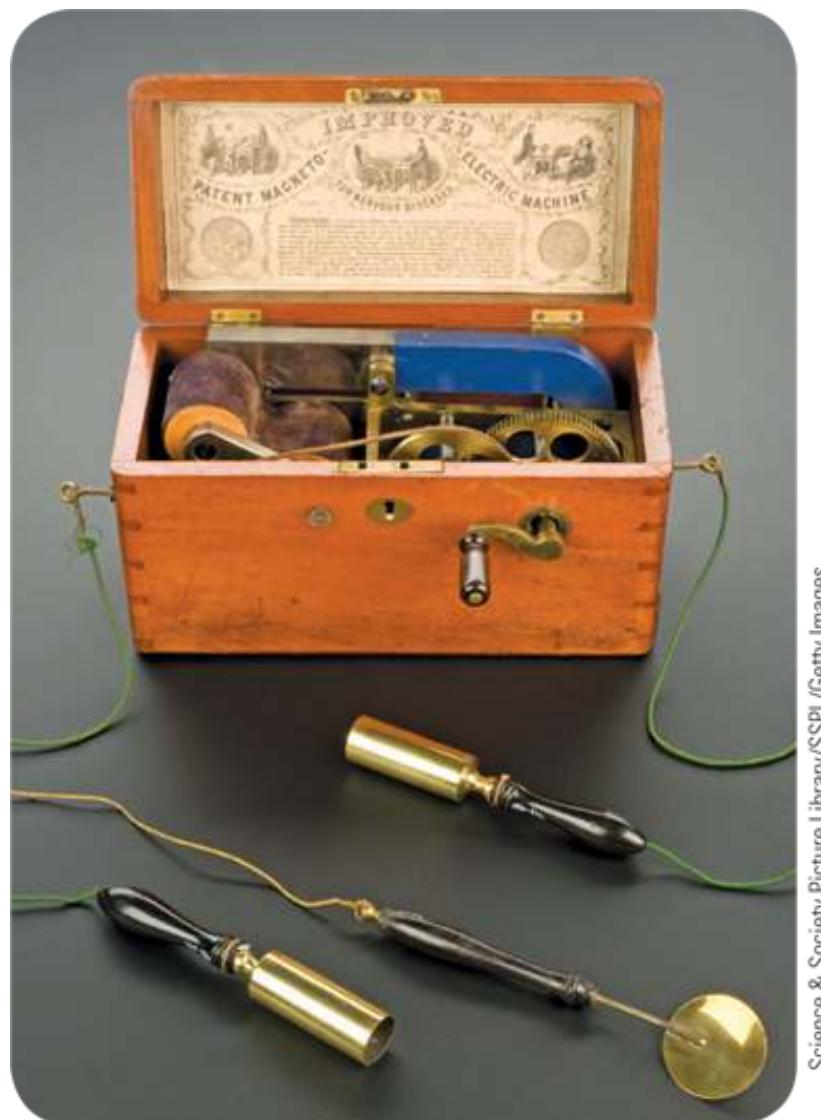
Un tale braccialetto è proprio un esempio di dispositivi dalle presunte proprietà per la *terapia magnetica*. Dispositivi di questo tipo includono altra bigiotteria magnetica, cinturini magnetici per varie parti del corpo, solette magnetiche, coperte e materassi magnetici e creme magnetiche. Nonostante le vendite di tali oggetti ammontino a un miliardo di dollari l'anno, non esistono studi scientifici che abbiano provato l'efficacia della terapia magnetica. La Food and Drug Administration vieta di pubblicizzare prodotti magnetici attribuendo loro proprietà mediche certe.

Torniamo adesso indietro nel tempo e studiamo alcune fra le prime applicazioni del magnetismo in medicina. Alcuni medici che impiegarono queste applicazioni credevano in effetti che i loro strumenti magnetici avrebbero aiutato i loro pazienti. Altri medici, o meglio ciarlatani, sapevano che i suddetti strumenti non sarebbero stati di alcun aiuto, ma li usavano comunque.

Franz Anton Mesmer, di Vienna, fu uno dei primi a sviluppare una teoria della medicina che coinvolgesse il magnetismo. Nella sua tesi di dottorato (*L'influenza dei pianeti sul corpo umano*, 1767), Mesmer suggerì che un fluido universale, che egli chiamò "gravitazione animale", fosse responsabile sia dello stato di salute che delle malattie. Nel 1773, Mesmer iniziò ad usare magneti per trattare alcune malattie. Egli sostenne di essere in grado di "curare" le malattie combinando l'applicazione di magneti sui pazienti e

l'ascolto della musica prodotta dalla glassarmonica, uno strumento inventato in quegli anni da Benjamin Franklin.

A partire dal 1776, Mesmer annunciò che i magneti non erano necessari per il suo trattamento; essi servivano solo come conduttori del fluido universale, che da quel momento diventò un fluido magnetico chiamato *magnetismo animale*. Mesmer era molto attento a selezionare le malattie che egli tentava di curare. Per malattie organiche egli preferiva indirizzare il paziente ad un medico tradizionale. Egli usò i magneti per curare soltanto disturbi nervosi o isterici. L'aspetto stupefacente della pratica di Mesmer è che apparentemente egli restituì la vista ad un pianista cieco e diede sollievo a molti pazienti sofferenti di convulsioni croniche. Oggi pensiamo che i suoi trattamenti magnetici non fossero cure reali. Mesmer in effetti ipnotizzava i pazienti, usando lo sguardo, le carezze, la musica della glassarmonica, il potere di suggestione, ecc. Il suo nome è infatti la radice della parola *mesmerizzare*.



Science & Society Picture Library/SSPL/Getty Images

FIGURA 2 La macchina magneto-elettrica di Davis & Kidder per la cura delle malattie nervose. Il paziente doveva tenere un cilindro di ottone in ogni mano mentre l'addetto allo strumento girava la manovella. Il paziente riceveva una scossa dalla differenza di potenziale generata dalle bobine rotanti nel campo magnetico del magnete permanente che si trova nella parte posteriore della scatola.

La Figura 2 mostra un esemplare della *macchina Magneto-Elettrica di Davies e Kiddler per la cura dei disturbi nervosi*, che fu usata dal 1850 fino alla fine del XIX secolo. Si trattava di un semplice generatore elettromagnetico, sviluppato poco tempo dopo le scoperte di Michael Faraday sull'induzione magnetica. Una coppia di spire metalliche veniva fatta ruotare vicino a un magnete permanente. Il paziente afferrava i due cilindri metallici che erano collegati al generatore. L'addetto allo strumento faceva poi girare la manovella procurando una scossa elettrica al paziente. Si è continuato a dare scosse elettriche ai pazienti come trattamento medico fino a buona parte del XX secolo ed ancora oggi tale pratica ha i suoi estimatori. La macchina di Davis e Kidder, con la rotazione manuale della manovella, fu sostituita comunque da dispositivi automatici come la *macchina a raggi viola* e i vari dispositivi di Albert Abrams (cerca informazioni su Abrams e la sua lotta con l'Associazione Medica Americana su Internet.)



Dirk Soulis Auctions

FIGURA 3 Il dispositivo magnetico Theronoid. L'anello conduttore ricoperto di pelle è messo intorno al corpo per magnetizzare il sangue.

Un altro dispositivo magnetico senza alcuna utilità, che fece la sua comparsa nel XX secolo, fu originariamente fabbricato sotto il nome di IONACO, sviluppato da Gaylord Wilshire. Un grande anello di filo metallico, ricoperto in pelle, era collegato ad una presa elettrica. Lo scopo era di magnetizzare il sangue portando l'anello intorno al corpo. La Figura 3 mostra una versione successiva di questo dispositivo, il Theronoid, sviluppato da Philip Ilsey. Nel suo rapporto annuale del 1933, la Commissione Federale del Commercio degli Stati Uniti (FTC) affermò: “Fu dichiarato dai convenuti che l’uso di tali macchine o dispositivi ... procurasse un beneficio terapeutico nell’aiuto, nel sollievo, nella prevenzione o cura di ... asma, artrite, problemi alla vescica, bronchite, catarro, costipazione, diabete, eczema, problemi cardiaci, emorroidi, indigestione, insonnia, lombaggine, disturbi nervosi, nevralgia, nevrite, reumatismi, sciatica, problemi allo stomaco, vene varicose e pressione del sangue alta”. L’FTC chiuse questo capitolo del suo rapporto vietando la pubblicità del Theronoid: “la Commissione emise un ordine di . cessare e desistere dall'affermare in qualunque modo che la suddetta cintura o dispositivo o una qualunque macchina o dispositivo ... abbia un qualunque effetto terapeutico su tale soggetto o che sia stimato o probabile un qualunque aiuto nella prevenzione, trattamento o cura di un qualunque malanno, morbo o malattia”.

In questo Contesto prenderemo in considerazione gli usi del magnetismo in medicina che hanno un fondamento scientifico, in opposizione agli usi ingiustificati e, in qualche caso, fraudolenti discussi qui. Ci porremo la domanda centrale:

Come è entrato il magnetismo nel campo della medicina per la diagnosi e la cura delle malattie e per salvare vite umane?

Forze e campi magnetici



Un ingegnere sta testando l'elettronica di uno dei magneti superconduttori nel "Large Hadron Collider" presso il Laboratorio Europeo per la Fisica delle Particelle, gestito dall' Organizzazione Europea per la Ricerca Nucleare (CERN). I magneti sono usati per controllare il moto di particelle cariche nell'acceleratore. In questo capitolo studieremo gli effetti dei campi magnetici sulle particelle cariche in moto.

Si potrebbe scrivere una lista piuttosto estesa di importanti applicazioni tecnologiche del magnetismo. Per esempio, si usano grandi elettromagneti per sollevare carichi pesanti nelle discariche. I magneti vengono usati anche in dispositivi quali strumenti di misura, motori e altoparlanti. I nastri magnetici vengono usati comunemente nella registrazione audio e video e nelle memorie dei calcolatori.

Bande magnetiche poste sul retro delle carte di credito ci permettono di fare rapidamente i nostri acquisti nei negozi. Gli intensi campi magnetici generati da magneti superconduttori sono attualmente usati come mezzo di contenimento del plasma (temperatura di 10^8 K) utilizzato per le ricerche sulla fusione nucleare controllata.

Quando, in questo capitolo, avremo affrontato il magnetismo, troveremo che questo argomento non può essere separato dall'elettricità. Per esempio, i campi magnetici influenzano il moto delle cariche e il moto delle cariche crea i campi magnetici.

Questo stretto legame tra elettricità e magnetismo giustificherà la loro unificazione nell'elettromagnetismo, che sarà studiato in questo capitolo e nel successivo.

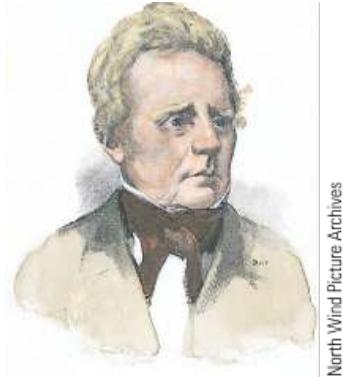
22.1

Introduzione storica

Molti storici della scienza ritengono che la bussola, che utilizza un ago magnetico, fosse usata in Cina fin dal XIII secolo a.C., essendo la sua invenzione attribuita agli Arabi o agli Indiani. Il fenomeno del magnetismo era conosciuto dai greci fin dall'800 a.C. Essi avevano scoperto che determinate pietre, dette ora *magnetiti* (Fe_3O_4), attraevano pezzi di ferro.

Nel 1269 Pierre de Maricourt (c. 1220-?) disegnò una mappa delle direzioni assunte da un ago quando veniva posto in vari punti sulla superficie di un magnete naturale sferico. Egli trovò che le direzioni formavano delle linee che circondavano la sfera passando attraverso due punti diametralmente opposti tra loro, che egli chiamò **poli** del magnete. Esperimenti successivi mostrarono che ogni magnete, indipendentemente dalla sua forma, ha due poli, detti **nord** (N) e **sud** (S), che esercitano delle forze l'uno sull'altro, in modo analogo a quanto accade per le cariche elettriche. Cioè, poli uguali (N-N oppure S-S) si respingono, mentre poli diversi (N-S) si attraggono. Il nome dei poli è dovuto al comportamento di un magnete in presenza del campo magnetico della Terra. Se una sbarretta magnetica viene sospesa dal centro per mezzo di una funicella in modo che sia libera di oscillare in un piano orizzontale, essa ruoterà finché il suo polo "nord" non si sarà allineato con il polo nord geografico della Terra (che è un polo sud magnetico) e il suo polo "sud" con il polo sud geografico della Terra (la stessa idea si usa per costruire una semplice bussola).

Nel 1600 William Gilbert (1544-1603) estese questo tipo di esperimenti a una gran varietà di materiali. Notando che l'ago di una bussola si orienta secondo direzioni preferenziali, egli suggerì che i magneti fossero attratti dalla massa terrestre. Nel 1750 John Michell (1724-1793) usò una bilancia di torsione per dimostrare che i poli magnetici esercitano forze attrattive o repulsive l'uno sull'altro e che tali forze variano con l'inverso del quadrato della distanza. Sebbene la forza che si esercita tra due poli magnetici sia simile a quella che si ha tra due cariche elettriche, c'è una differenza importante. Le cariche elettriche possono essere isolate (lo testimonia l'esistenza dell'elettrone e del protone), mentre i poli magnetici non possono essere isolati. Ovvero, i poli magnetici si trovano sempre a coppie. Ogni pezzetto di un magnete permanente, tagliato un numero qualunque di volte, avrà sempre un polo nord e un polo sud (esiste un certo fondamento teorico per pensare che il monopolo magnetico, un nord o un sud isolato, possa esistere in natura, e si tenta attualmente di rivelarlo per mezzo di numerosi esperimenti; tuttavia, nessuno di questi tentativi ha avuto successo).



North Wind Picture Archives

Hans Christian Oersted

Fisico e chimico danese (1777-1851) Oersted è conosciuto principalmente per aver osservato che l'ago di una bussola si orienta quando è posto vicino a un filo in cui scorre della corrente. Questa importante scoperta è considerata la prima prova della connessione fra fenomeni elettrici e magnetici. Oersted è stato anche il primo a produrre alluminio puro.

La relazione tra magnetismo ed elettricità fu scoperta nel 1819 quando lo scienziato danese Hans Christian Oersted, in una dimostrazione durante una lezione, scoprì che una corrente elettrica che percorre un filo fa deflettere un ago magnetico che si trovi nelle vicinanze. Poco tempo dopo, André-Marie Ampère (1775-1836) trovò le leggi quantitative della forza magnetica che si esercita tra conduttori in cui circola una corrente. Egli propose anche che le correnti che percorrono circuiti di dimensioni molecolari siano responsabili di *tutti* i fenomeni magnetici.

Negli anni intorno al 1820, Faraday e, indipendentemente, Joseph Henry (1797-1878) dimostrarono l'esistenza di ulteriori connessioni tra elettricità e magnetismo. Essi dimostrarono che in un circuito si poteva produrre una corrente elettrica sia muovendo un magnete nelle vicinanze del circuito, sia variando la corrente in un altro circuito vicino. Queste osservazioni dimostrarono che variazioni del campo magnetico producono un campo elettrico. Alcuni anni dopo, un lavoro teorico di James Clerk Maxwell dimostrò che è vero anche il contrario: un campo elettrico variabile dà origine a un campo magnetico.

In questo capitolo, investigheremo gli effetti dei campi magnetici costanti sulle cariche e sulle correnti, e studieremo le sorgenti dei campi magnetici. Nel capitolo successivo studieremo gli effetti dei campi magnetici variabili nel tempo.

Il campo magnetico

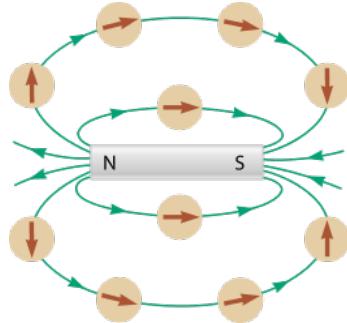


FIGURA 22.1 L'ago della bussola può essere usato per tracciare le linee di campo nella regione esterna al magnete.

Nei precedenti capitoli abbiamo trovato che è conveniente descrivere le interazioni fra oggetti carichi in termini di campi elettrici. Ricordiamo che un campo elettrico circonda una qualunque carica elettrica stazionaria. Lo spazio che circonda una carica elettrica in moto è sede di un **campo magnetico** oltre che di un campo elettrico. Un campo magnetico circonda pure qualsiasi materiale magnetico. Si trova che il campo magnetico è un campo vettoriale, così come il campo elettrico.

Per poter descrivere qualunque campo vettoriale, dobbiamo definire il suo modulo, la sua direzione e il suo verso. La direzione e il verso di un campo magnetico \vec{B} in ogni punto è la direzione e il verso in cui punta il polo nord dell'ago di una bussola in quel punto. La Figura 22.1 mostra come si può tracciare il campo magnetico di una sbarretta magnetica con l'aiuto di una bussola, definendo una **linea di campo magnetico**, simile in molti modi alle linee di campo elettrico studiate nel Capitolo 19. Alcune linee del campo magnetico per una sbarretta magnetica tracciate a questo modo vengono mostrate nella rappresentazione bidimensionale nella Figura 22.1. Gli andamenti del campo magnetico possono essere visualizzati per mezzo di limatura di ferro posta in vicinanza di un magnete, come in Figura 22.2.

Possiamo quantificare un vettore campo magnetico \vec{B} usando il nostro modello di una particella in un campo, come il modello discusso per la gravità nel Capitolo 11 e per l'elettricità nel Capitolo 19. L'esistenza di un campo magnetico in un certo punto dello spazio può essere determinata misurando la **forza magnetica** \vec{F}_B che si esercita su una appropriata particella di prova posta in quel punto. Questo è lo stesso procedimento che abbiamo seguito per definire il campo elettrico nel Capitolo 19. La nostra particella di prova sarà una particella elettricamente carica, per esempio un protone. Se eseguiamo un tale esperimento, troviamo i seguenti risultati che sono simili a quelli per gli esperimenti sulle forze elettriche:

- La forza magnetica è proporzionale alla carica q della particella.
- La forza magnetica su una carica negativa ha direzione opposta alla forza su una carica positiva che si muove nella stessa direzione e verso.
- La forza magnetica è proporzionale al modulo del vettore campo magnetico \vec{B} .

Troviamo anche i seguenti risultati, che sono *completamente diversi* da quelli per gli esperimenti sulle forze elettriche:

- La forza magnetica è proporzionale alla velocità v della particella.
- Se il vettore velocità forma un angolo θ con il campo magnetico, il modulo della forza magnetica è proporzionale a $\sin \theta$.
- Quando una particella carica si muove *parallelamente* al vettore campo magnetico, la forza magnetica sulla carica è zero.
- Quando una particella carica si muove in una direzione *non parallela* al vettore campo magnetico, la forza magnetica agisce lungo una direzione perpendicolare ad entrambi i vettori \vec{v} e \vec{B} .

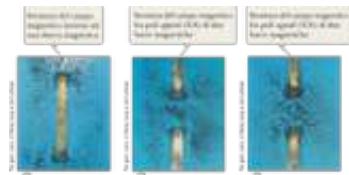


FIGURA 22.2 La struttura del campo magnetico può essere rappresentata con limatura di ferro sparsa su un foglio vicino ai magneti.

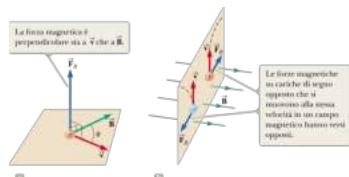


FIGURA 22.3 (a) La direzione della forza magnetica \vec{F}_B che agisce su una particella carica che si muove con velocità v in presenza di un campo magnetico B .
(b) Forze magnetiche su cariche positive e negative. Le linee tratteggiate mostrano i cammini delle particelle che sono studiati nel Paragrafo.

Questi risultati mostrano che la forza magnetica agente su una particella è più complicata della forza elettrica. La forza magnetica si distingue in quanto essa dipende dalla velocità della particella e dal fatto che è perpendicolare sia a v che a B . La Figura 22.3 mostra i dettagli della direzione della forza magnetica su una particella carica. Nonostante questo comportamento complicato, queste osservazioni si possono riassumere in una forma compatta scrivendo la forza magnetica:

FORZA MAGNETICA SU UNA PARTICELLA CARICA CHE SI MUOVE IN UN CAMPO MAGNETICO

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

22.1

dove la forza magnetica è nella direzione di $v \times B$, che, per definizione di prodotto vettoriale, è perpendicolare sia a v che a B . L'Equazione 22.1 è analoga all'Equazione 19.4, $F_e \equiv qE_e$, ma è chiaramente più complicata. Possiamo considerare l'Equazione 22.1 come una definizione operativa del campo magnetico in un punto dello spazio. L'unità SI di campo magnetico è il **tesla** (T), dove

$$1 \text{ T} = 1 \text{ N} \cdot \text{s/C} \cdot \text{m}$$

La Figura 22.4 ricapitola due regole della mano destra per determinare la direzione e il verso del prodotto vettoriale $v \times B$ e di F_B . La regola in Figura 22.4a dipende dalla regola della mano destra per il prodotto vettoriale in Figura 10.13. Si dispongono le quattro dita della mano destra lungo la direzione di v con il palmo rivolto verso il vettore B e si avvolgono verso B . Il pollice esteso, che è perpendicolare alle dita, punta nel verso di $v \times B$. Poiché $F_B = qv \times B$, F_B è nel verso del pollice se q è positiva e in verso opposto se q è negativa.

La seconda regola è mostrata in Figura 22.4b. Qui il pollice punta nella direzione di v e le dita sono disposte nella direzione di B . La forza F_B su una carica positiva è diretta all'esterno del palmo. Il vantaggio di questa regola è che la forza della carica è nella direzione in cui si spinge qualcosa con la mano, verso l'esterno del palmo. La forza su una carica negativa è nella direzione opposta. È possibile usare una qualunque di queste due regole della mano destra.

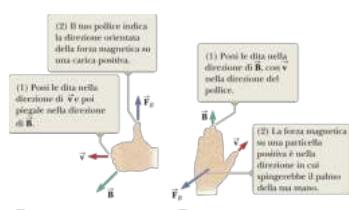


FIGURA 22.4 Due regole della mano destra per determinare la direzione della forza magnetica $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ agente su una particella con carica positiva q che si muove con velocità \vec{v} in un campo magnetico \vec{B} . (a) Secondo questa regola, la forza magnetica è nella direzione indicata dal tuo dito pollice. (b) Secondo questa regola, la forza magnetica è nella direzione del palmo della tua mano, come se stessi spingendo la particella con la tua mano.

Il modulo della forza magnetica ha il valore

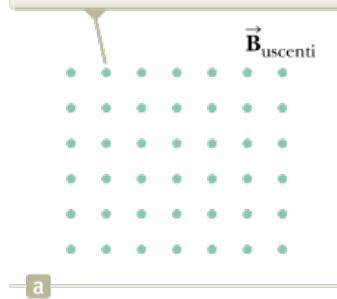
MODULO DELLA FORZA MAGNETICA AGENTE SU UNA PARTICELLA CARICA CHE SI MUOVE IN UN CAMPO MAGNETICO

$$F_B = |q|vB \sin\theta$$

22.2 ◀

dove θ è l'angolo tra \vec{v} e \vec{B} . Da questa espressione si nota che F_B è zero quando \vec{v} è parallela o antiparallela a \vec{B} ($\theta = +0$ o 180°). Inoltre, la forza è massima, cioè $F_B = |q|vB$, quando \vec{v} è perpendicolare a \vec{B} ($\theta = 90^\circ$).

Le linee del campo magnetico uscenti dal foglio sono indicate da punti che rappresentano le punte delle frecce uscenti.



Le linee del campo magnetico entranti nel foglio sono indicate da croci che rappresentano le code delle frecce entranti.



FIGURA 22.5 Rappresentazioni delle linee del campo magnetico perpendicolari a questa pagina.

Elenchiamo di seguito le differenze importanti tra le forze elettriche e magnetiche agenti sulle particelle caricate:

- Il vettore forza elettrica è diretto lungo la direzione del campo elettrico, mentre la forza magnetica è perpendicolare al campo magnetico.
- La forza elettrica agisce su una particella carica indipendentemente dalla sua velocità, mentre la forza magnetica agisce su una particella carica solo quando la particella è in movimento.
- La forza elettrica compie lavoro spostando una particella carica, mentre la forza magnetica associata ad un campo magnetico costante non compie lavoro quando la particella viene spostata.

Quest'ultima affermazione è una conseguenza del fatto che quando una carica è in movimento in un campo magnetico costante, la forza magnetica è sempre *perpendicolare* allo spostamento del suo punto di applicazione. Cioè, per un piccolo spostamento ds di una

particella, il lavoro fatto dalla forza magnetica sulla particella è $dW = \vec{F}_B \cdot d\vec{s} = (\vec{F}_B \cdot \vec{v}) dt = 0$ perché la forza magnetica è un vettore perpendicolare a \vec{v} . Da questa relazione e dal teorema dell'energia cinetica possiamo dedurre che l'energia cinetica di una particella carica *non può* essere alterata solo da un campo magnetico costante. In altre parole, quando una particella carica si muove con velocità \vec{v} , la presenza di un campo magnetico può alterare la direzione del vettore velocità, ma non può modificare il modulo della velocità della particella.

Nelle Figure 22.3 e 22.4, abbiamo usato frecce di colore verde per rappresentare i vettori campo magnetico, che è la convenzione in questo libro. Nella Figura 22.1, abbiamo rappresentato il campo di una sbarretta magnetica con linee di campo verdi. Lo studio dei campi magnetici presenta una complicazione che abbiamo evitato per i campi elettrici. Nel nostro studio dei campi elettrici, abbiamo disegnato tutti i vettori del campo elettrico nel piano della pagina oppure abbiamo usato la prospettiva per rappresentarli diretti a un certo angolo con la pagina. Il prodotto vettoriale dell'Equazione 22.1 richiede di pensare in tre dimensioni per i problemi del magnetismo. Quindi, oltre a tracciare i vettori verso sinistra o verso destra, verso l'alto o verso il basso, abbiamo bisogno di un metodo per disegnare i vettori entranti o uscenti dalla pagina. Questo metodo di rappresentare i vettori è illustrato in Figura 22.5. Un vettore uscente dalla pagina è rappresentato da un punto, che immaginiamo come la punta della freccia del vettore che esce dalla pagina verso di noi (Fig. 22.5a). Un vettore entrante nella pagina è rappresentato da una croce, che immaginiamo essere la coda della freccia che entra nella pagina (Fig. 22.5b). Questa rappresentazione si può usare per qualsiasi tipo di vettore che incontreremo: campo magnetico, velocità, forza, e così via.

QUIZ RAPIDO 22.1

Un elettrone si muove nel piano di questo foglio verso la parte superiore della pagina. Nel piano della pagina è presente anche un campo magnetico che è diretto verso destra. Qual è la direzione della forza magnetica sull'elettrone? (a) verso la parte superiore della pagina (b) verso la parte inferiore della pagina (c) verso il margine sinistro della pagina (d) verso il margine destro della pagina (e) fuoriuscente dalla pagina (f) entrante nella pagina.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

FISICA RAGIONATA 22.1

Durante un viaggio di affari in Australia, porti con te una bussola costruita in Italia che hai usato quando eri boy-scout. Questa bussola funzionerà correttamente in Australia?

Ragionamento Non c'è nessun problema nell'usare la bussola in Australia. Il polo nord del magnete della bussola verrà attratto dal polo sud magnetico vicino al polo nord geografico, esattamente come in Italia. La sola differenza nelle linee di campo magnetico è che esse, in Australia, hanno una componente verso l'alto, mentre in Italia hanno una componente verso il basso. Comunque, quando tieni la bussola in un piano orizzontale, la bussola non può rivelare la componente verticale del campo; essa rivela soltanto la direzione della componente orizzontale del campo magnetico.

Esempio 22.1 | Un elettrone in moto in un campo magnetico

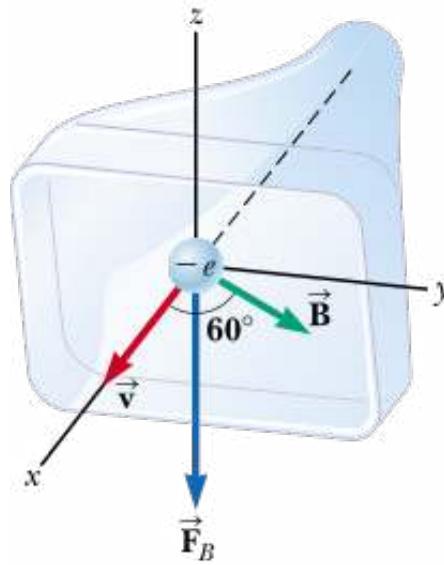


FIGURA 22.6 (Esempio 22.1) La forza magnetica \vec{F}_B agente sull'elettrone è diretta nel verso negativo dell'asse z quando \vec{v} e \vec{B} giacciono nel piano xy .

Un elettrone in un tubo catodico televisivo si muove verso la parte anteriore del tubo con una velocità 8.0×10^6 m/s lungo la direzione dell'asse x (Fig. 22.6). Il collo del tubo è circondato da un avvolgimento di filo che crea un campo magnetico di modulo 0.025 T, diretto a un angolo di 60° con l'asse x e giacente nel piano xy . Calcolare la forza magnetica e l'accelerazione dell'elettrone.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme

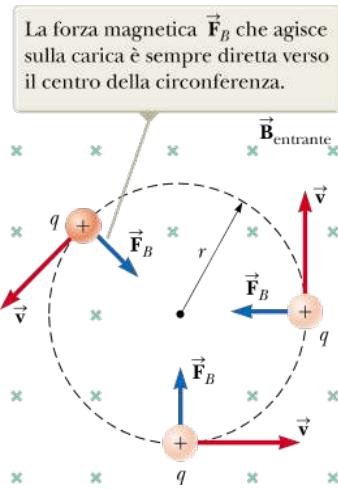


FIGURA 22.7 Quando la velocità di una particella carica è perpendicolare a un campo magnetico uniforme, la particella si muove lungo una circonferenza in un piano perpendicolare a \vec{B} .

Nel Paragrafo 22.2 abbiamo trovato che la forza magnetica che agisce su una particella carica in moto in un campo magnetico è perpendicolare alla velocità della particella e che, di conseguenza, il lavoro svolto dalla forza magnetica sulla particella è zero. Consideriamo ora il caso particolare di una particella carica positivamente che si muove in un campo magnetico uniforme nel caso in cui il vettore velocità iniziale della particella sia perpendicolare al campo. Assumiamo che la direzione orientata del campo magnetico sia entrante nella pagina come nella Figura 22.7. Mentre la particella cambia la direzione e il verso della sua velocità a causa della forza magnetica, la forza magnetica rimane perpendicolare alla velocità. Analogamente a ciò che abbiamo trovato nel Paragrafo 5.2, se la forza è sempre perpendicolare alla velocità, il cammino della particella è una circonferenza! La Figura 22.7 mostra la particella che si muove lungo una traiettoria circolare il cui piano è perpendicolare al campo magnetico. Sebbene il magnetismo e le forze magnetiche possano adesso essere nuove e non familiari per te, si trova un effetto magnetico che risulta in qualcosa di familiare: la particella si muove di moto circolare uniforme! La particella si muove lungo un cerchio poiché la forza magnetica \vec{F}_B è perpendicolare a \vec{v} e a \vec{B} e ha un modulo costante qvB . Come mostra la Figura 22.7, la rotazione è antioraria per una carica positiva in un campo magnetico diretto verso l'interno della pagina. Se q fosse negativa, la rotazione sarebbe oraria. Usiamo il modello della particella sottoposta ad una forza risultante per scrivere la seconda legge di Newton per la particella:

$$\sum F = F_B = ma$$

Poiché la particella si muove lungo una circonferenza, usiamo il modello di una particella in moto circolare uniforme e sostituiamo l'accelerazione con l'accelerazione centripeta:

$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

Questa espressione conduce alla seguente equazione per il raggio della traiettoria circolare:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

22.3 ◀

Cioè, il raggio della traiettoria è proporzionale alla quantità di moto mv della particella e inversamente proporzionale al modulo della carica della particella e del campo magnetico.

La velocità angolare della particella è (dall'Eq. 10.10)

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

22.4

Il periodo del moto (l'intervallo di tempo necessario perché la particella compia una rotazione) è uguale alla circonferenza dell'orbita divisa per la velocità della particella:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

22.5

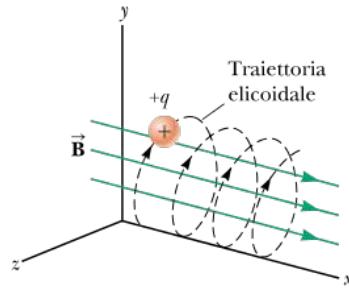


FIGURA 22.8 Una particella carica, che ha una componente del vettore velocità parallela ad un campo magnetico uniforme, si muove lungo una traiettoria elicoidale.

Questi risultati mostrano che la velocità angolare della particella e il periodo del moto circolare non dipendono dalla velocità traslazionale della particella o dal raggio dell'orbita di una data particella in un dato campo magnetico uniforme. La velocità angolare ω è spesso indicata come **frequenza di ciclotrone** poiché particelle cariche ruotano con questa velocità angolare in un tipo di acceleratore chiamato *ciclotrone*, discusso nel Paragrafo 22.4.

Se una particella carica si muove in un campo magnetico uniforme con la sua velocità che forma un certo angolo con \vec{B} , la sua traiettoria è un'elica. Per esempio, se il campo è nella direzione x come nella Figura 22.8, non c'è alcuna componente della forza nella direzione x . Di conseguenza, $a_x = +0$, e quindi la componente x della velocità rimane costante. Tuttavia, la forza magnetica $qv\vec{\times}\vec{B}$ fa variare nel tempo le componenti v_y e v_z e il moto risultante è un'elica che ha il suo asse parallelo al campo magnetico. La proiezione della traiettoria sul piano yz (vista lungo l'asse x) è una circonferenza (le proiezioni della traiettoria sui piani xy e xz sono delle sinusoidi!) Le Equazioni da 22.3 a 22.5 sono ancora applicabili purché v sia sostituita da $v_1 = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$. Nel piano yz , usiamo il modello della particella carica in moto circolare uniforme e quello della particella sottoposta ad una forza risultante. Nella direzione x , si usa per la particella carica il modello della particella che si muove a velocità costante.

QUIZ RAPIDO 22.2

Una particella carica si muove su una traiettoria circolare di raggio r in presenza di un campo magnetico costante perpendicolare alla velocità della particella. (i)

Una particella identica entra nel campo, con \vec{v} perpendicolare a \vec{B} , ma con una velocità maggiore di quella della prima particella. In confronto con il raggio della circonferenza della prima particella, il raggio della circonferenza della seconda particella risulta essere (a) minore, (b) maggiore o (c) uguale? (ii) Il modulo del campo magnetico viene aumentato. Con le stesse possibili risposte, confronta il raggio del nuovo cammino circolare della prima particella con il raggio del suo cammino iniziale.

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 22.1

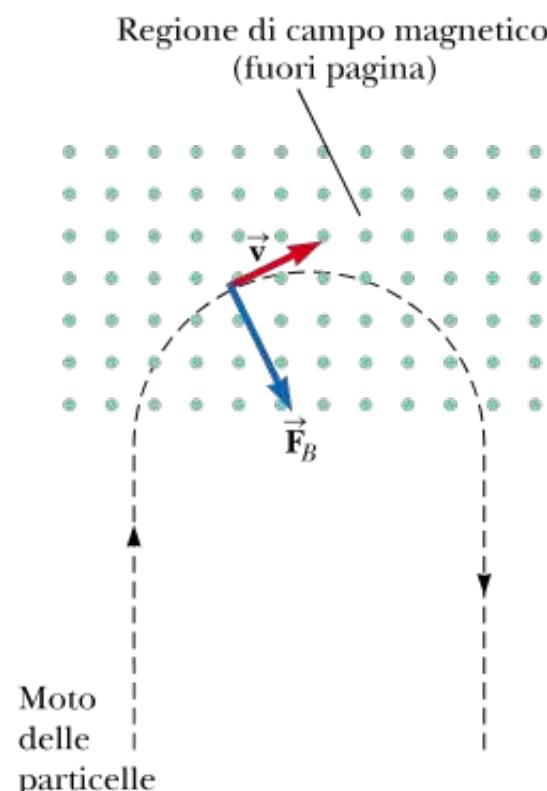


FIGURA 22.9 (Fisica Ragionata 22.2) Una particella carica positivamente entra in una regione con un campo magnetico uscente dalla pagina.

Supponiamo che in una regione limitata dello spazio esista un campo magnetico uniforme come in Figura 22.9. È possibile iniettare in questa regione una particella carica in modo che rimanga intrappolata nella regione dalla forza magnetica?

Ragionamento Consideriamo separatamente le componenti della velocità della particella parallela e perpendicolare alle linee di campo magnetico nella regione. Per la componente parallela alle linee di campo, non c'è alcuna forza agente sulla particella ed essa continua a muoversi con la componente parallela finché abbandonerà la zona di campo magnetico. Consideriamo, ora, la componente perpendicolare alle linee di campo. Questa componente causa una forza magnetica perpendicolare sia alle linee di campo che alla componente della velocità. Come abbiamo discusso precedentemente, se la forza agente sulla particella è sempre perpendicolare alla velocità, la particella si muove lungo una traiettoria circolare. Quindi, la particella segue una mezza circonferenza ed esce dal campo dall'altro lato del cerchio, come è mostrato in Figura 22.9. Quindi una particella iniettata in un campo magnetico uniforme non può essere intrappolata nella regione del campo.

Esempio 22.2 | Un protone che si muove perpendicolarmente a un campo magnetico uniforme

Un protone si muove lungo un'orbita circolare di raggio 14 cm in un campo magnetico uniforme di 0.35 T perpendicolare alla velocità del protone. Trovare il modulo della velocità del protone.

E se...? Cosa accade se un elettrone, invece di un protone, si muove in una direzione perpendicolare allo stesso campo magnetico e con la stessa velocità? Il raggio della sua orbita è diverso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 22.3 | Curvare un fascio elettronico



Henry Leap e Jim Lehman

FIGURA 22.10 (Esempio 22.3) La curvatura di un elettrone in un campo magnetico.

In un esperimento progettato per misurare l'intensità di un campo magnetico uniforme, gli elettroni vengono accelerati da fermi attraverso una differenza di potenziale di 350 V. Dopo aver lasciato la regione del campo elettrico, gli elettroni entrano in un campo magnetico uniforme e viaggiano lungo una traiettoria curva a causa della forza magnetica esercitata su di essi. Il raggio della traiettoria misura 7.5 cm. La Figura 22.10 mostra un tale fascio elettronico incurvato.

(A) Qual è il modulo del campo magnetico?

(B) Qual è la velocità angolare degli elettroni?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico

Una carica che si muove con velocità \vec{v} in presenza di un campo elettrico \vec{E} e di un campo magnetico \vec{B} subisce sia una forza elettrica $q\vec{E}$ che una forza magnetica $q\vec{v} \times \vec{B}$. La forza totale, detta **forza di Lorentz**, agente sulla particella è quindi la somma vettoriale:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad 22.6 \blacktriangleleft$$

In questo paragrafo, consideriamo tre applicazioni che coinvolgono particelle che subiscono la forza di Lorentz.

Selettore di velocità

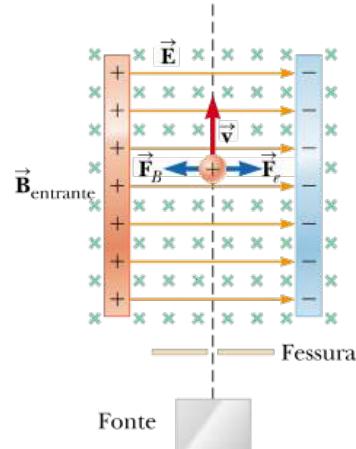


FIGURA 22.11 Un selettore di velocità. Quando una particella carica positivamente si muove con velocità \vec{v} in presenza di un campo magnetico entrante nella pagina e di un campo elettrico rivolto verso destra, subisce una forza elettrica $q\vec{E}$ verso destra e una forza magnetica $q\vec{v} \times \vec{B}$ verso sinistra.

In numerosi esperimenti in cui si utilizzano particelle cariche, è importante avere particelle che si muovano tutte praticamente con la stessa velocità. Ciò si può ottenere applicando una combinazione di campo elettrico e campo magnetico orientati così come è mostrato nella Figura 22.11. Un campo elettrico uniforme è diretto verso destra (nel piano della pagina nella Fig. 22.11) e un campo magnetico uniforme viene applicato perpendicolarmente al campo elettrico (entrante nella pagina in Fig. 22.11). Se q è positiva e la velocità \vec{v} è diretta verso l'alto, la forza magnetica $q\vec{v} \times \vec{B}$ è rivolta verso sinistra e la forza elettrica $q\vec{E}$ verso destra. Quando i moduli dei due campi sono scelti in modo che $qE = +qvB$, si può usare per la particella carica il modello di una particella la cui forza risultante è nulla e che si muove lungo una linea retta attraverso la regione dei campi. Dall'espressione $qE = +qvB$, si trova che

$$v = \frac{E}{B} \quad 22.7 \blacktriangleleft$$

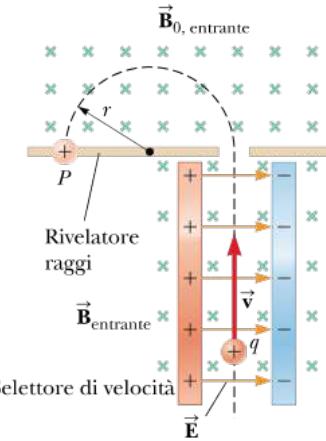


FIGURA 22.12 Uno spettrometro di massa. Particelle cariche positivamente vengono prima spedite attraverso un selettore di velocità e poi in una regione dove il campo magnetico B_0 fa sì che le particelle si muovano lungo una traiettoria semicircolare e urtino un rivelatore in P .

Soltanto quelle particelle che hanno questa velocità non vengono deflesse quando si muovono attraverso i campi elettrico e magnetico mutuamente perpendicolari. La forza magnetica esercitata sulle particelle che si muovono a velocità maggiori di questa è più intensa della forza elettrica, e queste particelle sono deflesse verso sinistra. Quelle che si muovono a velocità minori di questa sono deflesse verso destra.

Lo spettrometro di massa

Uno **spettrometro di massa** separa gli ioni secondo il loro rapporto massa/carica. In una versione nota come *spettrometro di massa di Bainbridge*, un fascio di ioni prima passa attraverso un selettore di velocità e poi entra in una seconda regione senza campo elettrico e con un campo magnetico uniforme B_0 che ha la stessa direzione orientata del campo magnetico del selettore (Fig. 22.12). Entrando nel secondo campo magnetico, gli ioni si muovono lungo una semicirconferenza di raggio r prima di urtare il rivelatore nel punto P . Se gli ioni sono carichi positivamente, il fascio viene deflesso verso sinistra come viene mostrato nella Figura 22.12. Se gli ioni sono carichi negativamente, il fascio viene deflesso verso destra. Dall'Equazione 22.3, possiamo esprimere il rapporto m/q come

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0}{v}$$

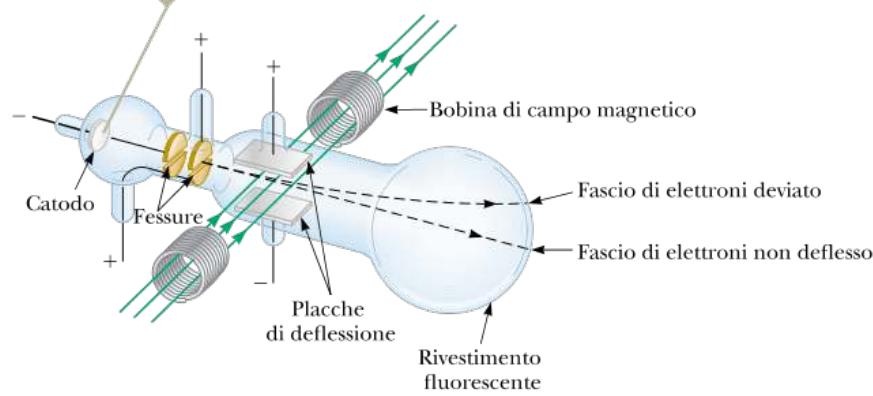
Usando l'Equazione 22.7, troviamo che

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0B}{E} \quad \text{22.8} \blacktriangleleft$$

Quindi, si può determinare m/q misurando il raggio di curvatura e le intensità note dei campi B , B_0 , ed E . In pratica, si misurano di solito le masse di vari isotopi di un dato ione, con gli ioni che trasportano la stessa carica q . In questo modo, i rapporti di massa possono essere determinati anche se q non è nota.

Una variante di questa tecnica fu usata da J.J. Thomson (1856-1940) nel 1897 per misurare il rapporto e/m_e per gli elettroni. La Figura 22.13a mostra il dispositivo base che fu utilizzato. Gli elettroni vengono accelerati dal catodo e passano attraverso due fenditure. Essi poi procedono entro una regione in cui esistono un campo elettrico e magnetico mutuamente perpendicolari. I moduli dei due campi sono prima regolati in modo da produrre un fascio non deflesso. Quando si spegne il campo magnetico, il campo elettrico produce una deflessione misurabile del fascio che viene registrata sullo schermo fluorescente. Dall'entità della deflessione e dai valori misurati di E e B , si può determinare il rapporto carica/massa. I risultati di questo esperimento cruciale hanno portato alla scoperta dell'elettrone come particella fondamentale della natura.

Gli elettroni sono accelerati dal catodo, passano attraverso due fenditure e sono deflessi sia da un campo elettrico (generato dalle piastre di deflessione caricate) che da un campo magnetico (diretto perpendicolarmente al campo elettrico). Il fascio di elettroni infine colpisce uno schermo fluorescente.



Per gent. conc. di Alcatel-Lucent USA Inc.

a b

FIGURA 22.13 (a) Apparato di Thompson per la misura di e/m_e . (b) J.J. Thompson (a sinistra) nel laboratorio di Cavendish all'Università di Cambridge. L'uomo a destra, Frank Baldwin Jewett, è un lontano parente di J.W. Jewett Jr., coautore di questo libro.

Il ciclotrone

USI DEL CICLOTRONE IN MEDICINA

Un **ciclotrone** può accelerare particelle cariche a velocità altissime. Sia le forze elettriche che quelle magnetiche giocano un ruolo chiave in questa operazione. Le particelle energetiche prodotte sono usate per bombardare i nuclei atomici e produrre così reazioni nucleari di interesse per i ricercatori. Un certo numero di ospedali usa ciclotroni per produrre sostanze radioattive per la diagnosi e il trattamento, così come fasci di particelle per la cura del cancro. Ad oggi ci sono 37 centri di terapia con protoni nel mondo. Questi centri usano o ciclotroni oppure un altro acceleratore di particelle, chiamato sincrotron, per accelerare protoni ad alte velocità da usare nella radioterapia con fasci esterni per la cura del cancro.

Casi trattati con terapia protonica includono cancro alla prostata, retinoblastoma (un cancro dell'occhio), cancro alla testa e al collo, melanoma oculare e neuroma acustico.

Un disegno schematico di un ciclotrone è mostrato in Figura 22.14a.

Le cariche si muovono all'interno di due contenitori metallici semicircolari cavi, D_1 e D_2 , indicati come *di* a causa della loro forma simile alla lettera D. Una differenza di potenziale alternata ad alta frequenza viene applicata alle *di*, e un campo magnetico uniforme è diretto perpendicolarmente ad esse. Uno ione positivo rilasciato in P , vicino al centro del magnete, si muove lungo un cammino semicircolare in una *di* (indicato nel disegno dalla linea nera tratteggiata) e arriva di nuovo nell'interstizio in un tempo $T/2$, dove T è il tempo necessario per compiere un intero percorso intorno alle *di*, dato dall'Equazione 22.5. La frequenza della differenza di potenziale applicata è scelta in modo tale che la polarità delle *di* sia invertita durante l'intervallo di tempo nel quale lo ione percorre una semicirconferenza all'interno di una *di*. Se la differenza di potenziale è aggiustata in modo tale che D_2 sia a un potenziale elettrico più basso di D_1 di una quantità ΔV , lo ione accelera attraverso l'interstizio verso D_2 e la sua energia cinetica aumenta di una quantità $q \Delta V$. Esso quindi si muove attorno a D_2 lungo un percorso semicircolare di raggio maggiore (poiché la sua velocità è aumentata). Dopo un tempo $T/2$, esso arriva di nuovo all'interstizio delle *di*. In questo tempo, la polarità attraverso le *di* viene nuovamente invertita e lo ione riceve una nuova spinta attraverso l'interstizio. Il moto continua cosicché per ciascun semiciclo lo ione guadagna un'energia cinetica pari a $q \Delta V$. Quando il raggio della sua traiettoria è quasi quello delle *di*, lo ione lascia il sistema attraverso una fenditura di uscita. È importante notare che il funzionamento del ciclotrone è basato sul fatto che T è indipendente dalla velocità dello ione e dal raggio della sua traiettoria circolare (Eq. 22.5).

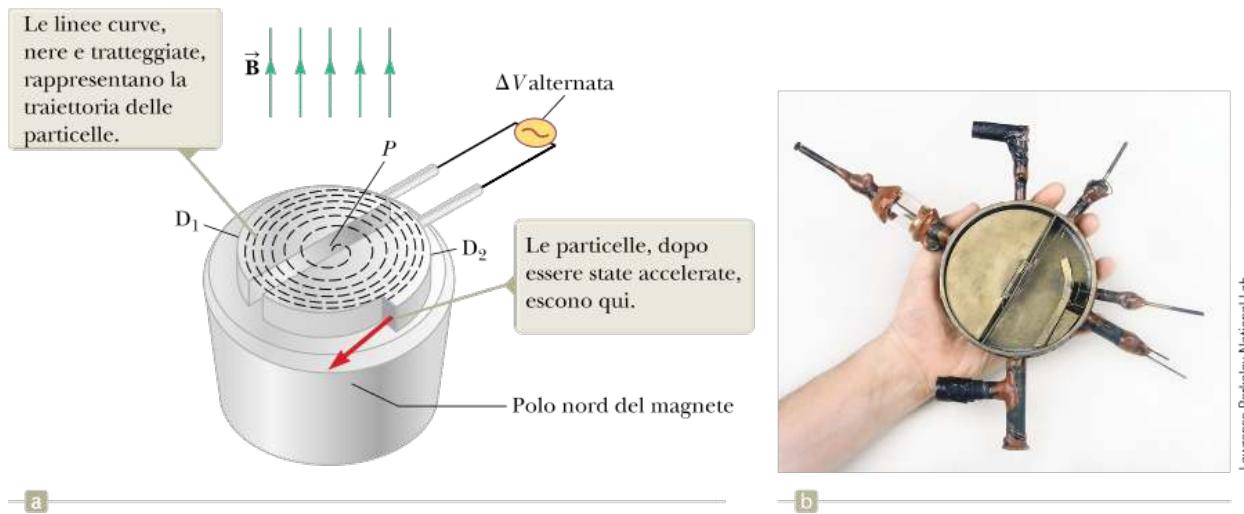
Prevenire le insidie
**I 22.1 Il ciclotrone
non è lo stato
dell'arte della
tecnologia**

Il ciclotrone è importante storicamente perché è stato il primo acceleratore di particelle a far raggiungere ad esse velocità molto alte. I ciclotroni sono ancora in uso nelle applicazioni mediche ma la maggior parte degli acceleratori correntemente in uso nella ricerca non sono ciclotroni. Gli acceleratori per la ricerca funzionano su un principio diverso e sono generalmente chiamati *sincrotroni*.

Possiamo ottenere un'espressione per l'energia cinetica dello ione quando esce dal ciclotrone in funzione del raggio R delle di. Dall'Equazione 22.3 sappiamo che $v = +qBR/m$. Quindi, l'energia cinetica è:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$$
22.9◀

Quando l'energia dello ione in un ciclotrone supera circa 20 MeV, iniziano a giocare un ruolo gli effetti relativistici. Per questa ragione, gli ioni in moto non rimangono in fase con la differenza di potenziale applicata.



Alcuni acceleratori risolvono questo problema modificando la frequenza della differenza di potenziale applicata in modo tale che essa rimanga in fase col moto degli ioni.

Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente

Poiché su una singola particella carica che si muove in un campo magnetico esterno si esercita una forza magnetica, non dovrebbe meravigliare il fatto che anche un filo percorso da corrente sia soggetto a una forza magnetica quando venga posto in un cam-

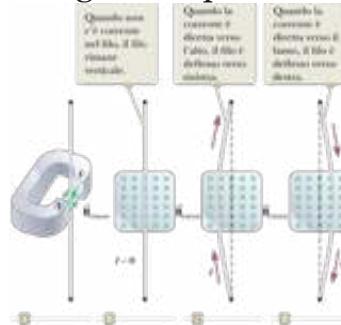


FIGURA 22.15 (a) Un filo sospeso verticalmente fra i poli di un magnete. Da (b) a (d) Il sistema mostrato in (a) come è visto guardando il polo sud del magnete cosicché il campo magnetico (croci verdi) è entrante nella pagina.

po magnetico esterno. Tutto ciò deriva dal fatto che la corrente non è altro che un insieme di molte particelle cariche in movimento: quindi, la forza magnetica risultante sul filo è dovuta alla somma delle singole forze magnetiche sulle particelle cariche. La forza agente sulle particelle viene trasmessa a tutto “l’insieme” del filo attraverso gli urti con gli atomi che costituiscono il filo.

Si può osservare la forza magnetica che agisce su un filo percorso da corrente, sospendendo un filo tra i poli di un magnete, come in Figura 22.15. In questo caso il campo magnetico è diretto all’interno della pagina. Il filo si piega a sinistra o a destra quando è attraversato da una corrente.

Per rendere quantitativa questa discussione consideriamo un tratto rettilineo di filo di lunghezza L e di sezione A , in cui circoli una corrente I in un campo magnetico esterno uniforme \mathbf{B} come in Figura 22.16. Come modello semplificato, trascuriamo il moto a zigzag ad alta velocità delle cariche nel filo (assunzione valida, in quanto la velocità risultante associata con questo moto è zero) e assumiamo che le cariche si muovano semplicemente con la velocità di deriva \vec{v}_d . La forza magnetica che agisce su una carica q che si muove con una velocità di deriva \vec{v}_d è data da $q\vec{v}_d \times \vec{B}$. Per trovare la forza magnetica totale agente sul tratto di filo, moltiplichiamo la forza agente su una carica per il numero di cariche contenute nel tratto di filo considerato. Poiché il volume del tratto è AL , il numero di cariche nel tratto è nAL , dove n è il numero di cariche per unità di volume. Quindi, la forza magnetica totale agente sul filo di lunghezza L è:

$$\vec{F}_B = (q\vec{v}_d \times \vec{B}) nAL$$

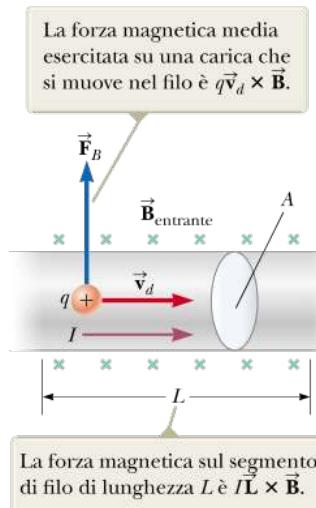


FIGURA 22.16 Un segmento di un filo percorso da corrente in un campo magnetico \vec{B} .

Questa si può scrivere in una forma più conveniente notando che, dalla Equazione 21.4, la corrente nel filo è data da $I = +nqv_d A$. Allora, F_B si può esprimere come:

$$\vec{F}_B = I \vec{L} \times \vec{B}$$

22.10 ◀

dove \vec{L} è un vettore nella direzione e nel verso della corrente I ; il modulo di \vec{L} è uguale alla lunghezza del tratto di filo. Notare che questa espressione si applica solamente al caso di un tratto rettilineo di un filo in un campo magnetico esterno uniforme.

Consideriamo ora un filo di forma arbitraria e di sezione uniforme immerso in un campo magnetico esterno, come in Figura 22.17. Segue dall'Equazione 22.10 che la forza magnetica su un elemento infinitesimo di filo, di lunghezza ds , in presenza di un campo esterno \vec{B} è data da:

$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

22.11 ◀

dove $d\vec{s}$ è il vettore che rappresenta la lunghezza del tratto, con la sua direzione e il suo verso uguale a quello della corrente, e $d\vec{F}_B$ è diretto nel verso uscente dalla pagina se i versi degli altri vettori sono quelli indicati in Figura 22.17. Possiamo considerare l'Equazione 22.11 come una definizione alternativa di \vec{B} dell'Equazione 22.1.

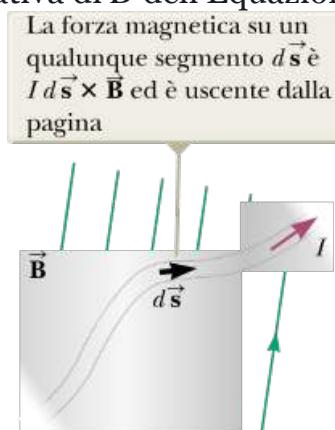


FIGURA 22.17 Un segmento di un filo di forma arbitraria percorso dalla corrente I in un campo magnetico \vec{B} è sottoposto ad una forza magnetica.

Cioè, il campo \vec{B} si può definire in termini di una forza misurabile che si esercita su un elemento di corrente, dove la forza è massima se \vec{B} è perpendicolare all'elemento di corrente ed è zero se \vec{B} ne è parallelo. Per ottenere la forza magnetica totale \vec{F}_B agente sul filo tra due punti arbitrari a e b , integriamo l'Equazione 22.11 sulla lunghezza del filo fra questi punti:

$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

22.12 ◀

Quando si esegue questa integrazione, il modulo del campo magnetico e l'angolo che la direzione del campo forma rispetto al vettore $d\vec{s}$ possono variare da punto a punto.

QUIZ RAPIDO 22.3

Un filo percorso da corrente è posto nel piano del foglio verso la parte superiore della pagina. Sul filo si esercita una forza magnetica diretta verso l'estremità destra della pagina. Qual è la direzione del campo magnetico che causa la forza?

(a) Nel piano della pagina, verso l'estremità sinistra (b) nel piano della pagina, verso il bordo inferiore (c) fuoriuscente dalla pagina (d) entrante nella pagina.

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 22.3

Nella caduta di un fulmine, vi è un rapido movimento di cariche negative dalla nube al suolo. In quale direzione orientata un fulmine viene deviato dal campo magnetico terrestre?

Ragionamento In un fulmine, il flusso verso il basso di cariche negative è equivalente a una corrente verso l'alto. Quindi, il vettore $d\vec{s}$ è diretto verso l'alto, e il vettore campo magnetico ha una componente nella direzione nord. Allora, in conformità col prodotto vettoriale fra il vettore elemento di lunghezza e il vettore campo magnetico (Eq. 22.11), il fulmine sarà deviato verso *ovest*.

Esempio 22.4 | Forza agente su un conduttore semicircolare

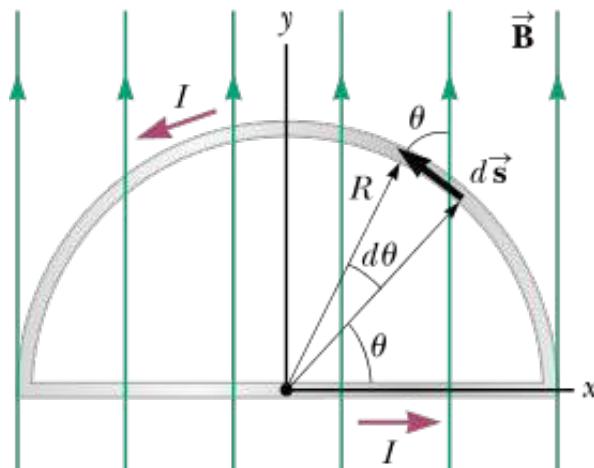


FIGURA 22.18

(Esempio 22.4) La forza magnetica sulla parte rettilinea della spira è uscente dalla pagina e il campo magnetico sulla parte curva è entrante nella pagina.

Un filo della forma di una semicirconferenza di raggio R forma un circuito chiuso ed è attraversato da una corrente I . Il filo giace nel piano xy e un campo magnetico uniforme è diretto lungo l'asse y positivo come in Figura 22.18. Trovare il modulo, la direzione e il verso della forza magnetica che agisce sulla parte rettilinea del filo e di quella che agisce sulla parte curva.

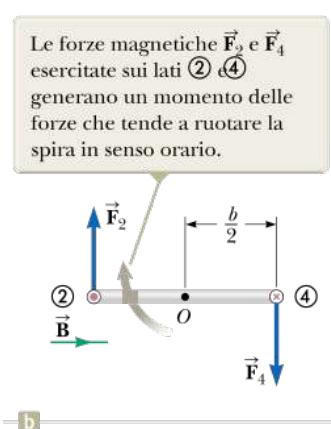
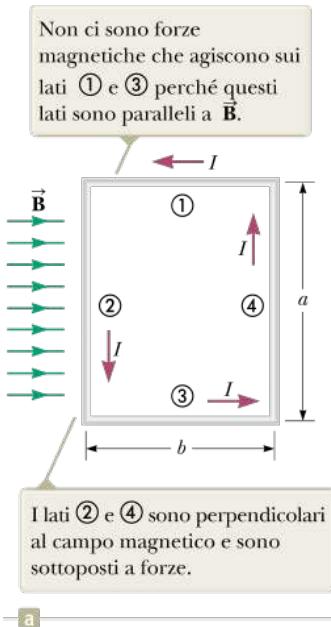


FIGURA 22.19 (a) Vista dall'alto di una spira rettangolare percorsa da corrente in un campo magnetico uniforme. (b) Vista di lato della spira guardando dal lato 3. Il punto rosso nel cerchio a sinistra rappresenta la corrente nel filo 2 che esce dalla pagina; la freccia rossa nel cerchio a destra rappresenta la corrente nel filo 4 entrante nella pagina.

Momento delle forze agenti su una spira in un campo magnetico uniforme

Nel paragrafo precedente abbiamo visto come una forza magnetica agisce su un conduttore percorso da corrente e posto in un campo magnetico esterno. Partendo da questo punto, vedremo che si esercita un *momento delle forze* su una spira percorsa da corrente immersa in un campo magnetico. Il risultato di questa analisi sarà di grande valore pratico nella progettazione di motori e generatori.

Consideriamo una spira rettangolare percorsa da una corrente I immersa in un campo magnetico esterno uniforme che giace *sul piano della spira*, come in Figura 22.19a. Le forze magnetiche agenti sui lati **1** e **3**, di lunghezza b , sono nulle poiché questi fili sono paralleli al campo; quindi $d\vec{s} \times \vec{B} = 0$ per questi lati. Tuttavia, agiscono forze magnetiche non nulle sui due lati **2** e **4** poiché questi lati sono perpendicolari al campo. Il modulo di queste forze è:

$$F_2 = F_4 = IaB$$

Possiamo vedere che la forza risultante sulla spira è nulla. La direzione orientata di \vec{F}_2 , la forza magnetica che agisce sul lato **2**, è uscente dal foglio, e quello di \vec{F}_4 , la forza magnetica sul lato **4**, è entrante nel foglio. Se guardassimo la spira dal lato **3**, come in Figura 22.19b, vedremmo le forze agenti su **2** e su **4** nei versi indicati. Supponendo che la spira sia vincolata in modo tale da poter ruotare intorno all'asse perpendicolare alla pagina e passante per il punto O , si vede che queste due forze magnetiche producono, lungo questo asse, un momento che fa ruotare la spira stessa in senso orario. Il modulo del momento delle forze, che chiameremo τ_{\max} , è:

$$\tau_{\max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB) \frac{b}{2} + (IaB) \frac{b}{2} = IabB$$

dove $b/2$ è il braccio del momento di ciascuna forza lungo quest'asse. Poiché la superficie della spira è $A = ab$, il momento delle forze si può esprimere come

$$\tau_{\max} = IAB$$

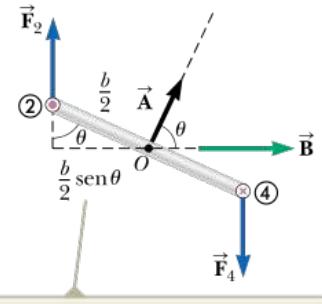
22.13

Si ricordi che questo risultato è valido solo quando il campo \vec{B} è parallelo al piano della spira. Il senso della rotazione è orario quando la spira viene vista come nella Figura 22.19b. Se la corrente circolasse in senso contrario, anche i versi delle forze magnetiche sarebbero opposti e la rotazione sarebbe antioraria.

Supponiamo adesso che la spira è ruotata, cosicché il campo magnetico uniforme formi un angolo θ rispetto a una retta perpendicolare al piano della spira, come nella Figura 22.20.

Notare che \vec{B} è ancora perpendicolare ai lati **2** e **4**. In questo caso, le forze magnetiche agenti sui lati **1** e **3** si annullano reciprocamente e non danno luogo ad alcun momento poiché si trovano sulla stessa retta di azione. Invece, le forze \vec{F}_2 e \vec{F}_4 che agiscono sui lati **2** e **4**, producono entrambi un momento lungo un asse passante per il centro della spira. Con riferimento alla Figura 22.20 si vede che il braccio del momento della forza \vec{F}_2 lungo l'asse è uguale a $(b/2) \sin \theta$. Analogamente, per la forza \vec{F}_4 il braccio del momento è ancora $(b/2) \sin \theta$. Poiché $F_2 = F_4 = IaB$, il modulo del momento risultante della coppia τ è:

$$\begin{aligned} \tau &= F_2 \frac{b}{2} \sin \theta + F_4 \frac{b}{2} \sin \theta \\ &= (IaB) \left(\frac{b}{2} \sin \theta \right) + (IaB) \left(\frac{b}{2} \sin \theta \right) = IabB \sin \theta \\ &= IAB \sin \theta \end{aligned}$$



Quando la normale alla spira forma un angolo θ con il campo magnetico, il braccio del momento delle forze è $(b/2) \sin \theta$.

FIGURA 22.20 Vista finale della spira di Figura 22.19 con la normale alla spira che forma un angolo θ con il campo magnetico.

dove $A = +ab$ è l'area della spira. Ciò dimostra che il momento assume il suo massimo valore IAB (Eq. 22.13) quando il campo è parallelo al piano della spira ($\theta = +90^\circ$) ed è zero quando il campo è perpendicolare al piano della spira ($\theta = +0$). Come mostrato nella Figura 22.20, la spira tende a ruotare verso valori di θ sempre più piccoli (cioè, in modo tale che la normale al piano della spira ruoti in modo da disporsi parallelamente alla direzione del campo magnetico). Una conveniente espressione vettoriale del momento delle forze è:

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$$

22.14◀

dove \vec{A} , un vettore perpendicolare al piano della spira (Fig. 22.20), ha modulo pari all'area della spira. Il verso di \vec{A} si determina con la regola della mano destra, come rappresentato in Figura 22.21. Facendo ruotare le quattro dita della mano destra nel verso della corrente, il pollice indica il verso di

$$\vec{A}.$$

Il prodotto $I\vec{A}$ è definito **momento di dipolo magnetico** $\vec{\mu}$ (spesso chiamato semplicemente “momento magnetico”) della spira:

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

22.15◀

Nel sistema SI l'unità di misura del momento di dipolo magnetico è ampere •+metro² ($A \cdot m^2$). Da questa definizione, il momento delle forze si può esprimere come:

EFFETTO DEL CAMPO MAGNETICO SUL MOMENTO DI DIPOLIO MAGNETICO

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

22.16◀

Sebbene il momento delle forze sia stato ottenuto per una particolare orientazione di \vec{B} rispetto alla spira, l'Equazione 22.16 è valida per qualsiasi orientazione. Inoltre, nonostante sia stata considerata una spira rettangolare, l'espressione del momento è la stessa indipendentemente dalla forma della spira. Una volta determinato il momento, il moto della spira si può ottenere dal modello di un corpo rigido sottoposto a un momento risultante, che è stato studiato nel Capitolo 10.

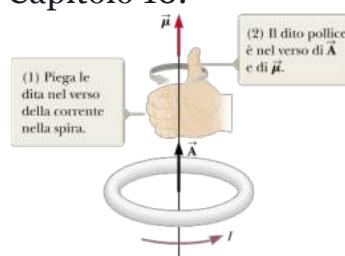


FIGURA 22.21 Regola della mano destra per determinare la direzione orientata del vettore \vec{A} . Il momento magnetico : ha la stessa direzione orientata di \vec{A} .

Se una bobina è costituita da N spire, tutte percorse dalla stessa corrente e ciascuna della stessa area, il momento magnetico totale della bobina è il prodotto del numero di spire per il momento magnetico di una spira, $\vec{\mu} = N\vec{A}$. Quindi, il momento che agisce sulle N spire è N volte maggiore di quello di una singola spira.

Un comune motore elettrico è costituito da un avvolgimento di filo sistemato in modo che possa ruotare all'interno di un campo di un magnete permanente. Il momento delle forze agenti sull'avvolgimento è usato per far ruotare un'asta che comanda un dispositivo meccanico come, per esempio, l'alzavetri della macchina, il ventilatore di casa, o il tagliaerba.

Immagina adesso che la spira nella Figura 22.20 venga lasciata libera da ferma. Il vettore momento magnetico (parallelo a \vec{A}) comincerà a ruotare in senso orario per allinearsi con il campo \vec{B} . Una volta che si è allineato con \vec{B} , che è la configurazione di equilibrio, il momento angolare della spira la porterà oltre questa configurazione e il momento delle forze la frenerà. Il risultato sarà un'oscillazione intorno alla configurazione di equilibrio. Poniamoci un paio di domande riguardo a questa situazione. Da dove è venuta l'energia associata con l'oscillazione del sistema spira-campo? Essa è venuta dal lavoro fatto da un agente esterno per ruotare dalla posizione di equilibrio alla posizione in cui esso viene lasciato libero. Adesso, in che forma è l'energia del sistema prima che la spira sia lasciata libera? Essa è nella forma di *energia potenziale*, proprio come quando un blocco attaccato ad una molla viene spostato dalla configurazione di equilibrio. L'energia potenziale di un sistema composto da un dipolo magnetico in un campo magnetico dipende dall'orientazione del dipolo nel campo magnetico ed è data da

ENERGIA POTENZIALE DI UN SISTEMA COMPOSTO DA UN DIPOLO MAGNETICO IN UN CAMPO MAGNETICO

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

22.17

Questa espressione mostra che il sistema ha l'energia minima $U_{\min} = -\mu B$ quando $\vec{\mu}$ ha la stessa direzione e lo stesso verso di \vec{B} . Il sistema ha l'energia massima $U_{\max} = +\mu B$ quando $\vec{\mu}$ ha la stessa direzione e verso opposto a \vec{B} .

Esempio 22.5 |

Il momento di dipolo magnetico di una bobina

Una bobina rettangolare di dimensioni 5.40 cm x 8.50 cm consiste di 25 spire di filo conduttore. La bobina è percorsa da una corrente di 15.0 mA. Un campo magnetico di 0.350 T viene applicato parallelamente al piano della bobina.

(A) Calcolare il modulo del momento di dipolo magnetico della bobina.

(B) Qual è il modulo del momento delle forze che agisce sulla bobina?

VISUALIZZA SOLUZIONE

La legge di Biot-Savart

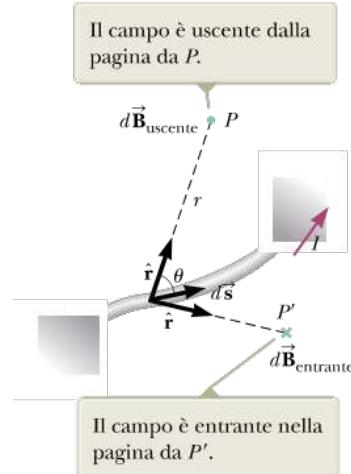


FIGURA 22.22 Il campo magnetico \vec{dB} in un punto P prodotto dalla corrente I attraverso l'elemento di lunghezza ds è dato dalla legge di Biot-Savart.

Nel paragrafo precedente, abbiamo investigato l'effetto su un oggetto posto in un campo magnetico. Quando una carica in moto è posta nel campo, essa subisce una forza magnetica. Anche un filo percorso da corrente posto in un campo subisce una forza magnetica; una spira di corrente in un campo magnetico subisce un momento delle forze. Adesso spostiamo il nostro interesse e studiamo la *sorgente* del campo magnetico. Oersted scoprì nel 1819 (Paragrafo 22.1) che una corrente elettrica in un filo deflette una bussola vicina indicando che la corrente agisce come una sorgente di campo magnetico. Dalle loro ricerche all'inizio del XIX secolo sulla forza fra un conduttore percorso da corrente e un magnete, Jean-Baptiste Biot e Félix Savart giunsero a un'espressione per il campo magnetico in un punto dello spazio in funzione della corrente che genera il campo. Non esistono correnti puntiformi confrontabili con le cariche puntiformi (poiché è necessario un circuito completo per avere una corrente). Quindi, dobbiamo studiare il campo magnetico prodotto da un piccolo elemento infinitesimale di corrente che è parte di una più grande distribuzione di corrente. Supponiamo che la distribuzione di corrente sia un filo percorso da una corrente stazionaria I come in Figura 22.22. I risultati sperimentali mostrano che il campo magnetico \vec{dB} nel punto P prodotto dall'elemento di corrente di lunghezza infinitesima ds del filo ha le seguenti proprietà:

- Il vettore \vec{dB} è perpendicolare sia a \vec{ds} (vettore avente la direzione orientata della corrente) che al versore \hat{r} diretto dall'elemento al punto P .
- Il modulo di \vec{dB} è inversamente proporzionale a r^2 , dove r è la distanza fra l'elemento e P .
- Il modulo di \vec{dB} è proporzionale alla corrente I e alla lunghezza ds dell'elemento.
- Il modulo di \vec{dB} è proporzionale a $\sin \theta$, dove θ è l'angolo fra i vettori \vec{ds} e \hat{r} .

La **legge di Biot-Savart** descrive questi risultati e può essere espressa nella seguente forma compatta:

$$d\vec{B} = k_m \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

22.18

Prevenire le insidie | 22.2 La legge di Biot-Savart

Il campo magnetico descritto dalla legge di Biot-Savart è il campo *prodotto da* un dato conduttore percorso da corrente. Ciò non deve essere confuso con qualunque campo *esterno* che potrebbe essere applicato al conduttore da qualche altra sorgente.

dove k_m è una costante che, nel sistema SI, vale esattamente $10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$. La costante k_m viene comunemente scritta $\mu_0/4\pi$, dove μ_0 è un'altra costante, che è chiamata **permeabilità magnetica del vuoto**:

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = k_m = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

$$\mu_0 = 4\pi k_m = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

22.19◀

La legge di Biot e Savart, Equazione 22.18, può essere quindi scritta nella forma:

LEGGE DI BIOT-SAVART

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

22.20◀

È importante notare che la legge di Biot-Savart fornisce il campo magnetico in un punto dovuto soltanto a un piccolo elemento di conduttore. Indichiamo il prodotto $I ds$ come un **elemento di corrente**. Per calcolare in un punto il campo magnetico totale \vec{B} prodotto da un conduttore di dimensioni finite, è necessario sommare vettorialmente i contributi dovuti a tutti gli elementi di corrente che insieme costituiscono il conduttore. Ovvero, si calcola \vec{B} integrando l'Equazione 22.20 per l'intero conduttore.

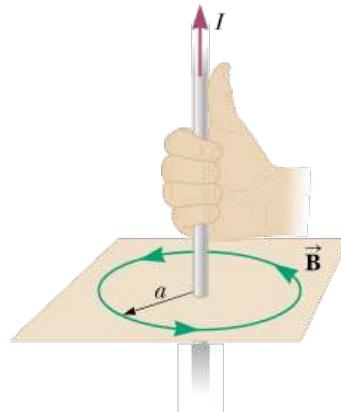


FIGURA 22.23 La regola della mano destra per determinare il verso del campo magnetico generato da un lungo filo rettilineo percorso da corrente. Si noti che le linee del campo magnetico formano circonferenze intorno al filo. Il modulo del campo magnetico ad una distanza r dal filo è dato dall'Equazione 22.21.

Fra la legge di Biot-Savart del magnetismo e l'Equazione 19.7 per il campo elettrico di una distribuzione di carica vi sono due similitudini e due importanti differenze. L'elemento di corrente $I ds$ produce un campo magnetico e una carica puntiforme dq produce un campo elettrico. Inoltre, l'intensità del campo magnetico dipende dall'inverso del quadrato della distanza dall'elemento di corrente in maniera analoga a ciò che accade per il campo elettrico prodotto da una carica puntiforme. Tuttavia, le direzioni dei due campi sono completamente diverse. Il campo elettrico generato da una carica puntiforme è radiale; nel caso di una carica positiva puntiforme, \vec{E} è uscente dalla carica. Il campo magnetico prodotto da un elemento di corrente, invece, è perpendicolare sia all'elemento di corrente che al raggio vettore. Quindi, se il conduttore giace nel piano della figura, come nella Figura 22.22, $d\vec{B}$ è uscente dalla pagina nel punto P ed entrante nella pagina nel punto P' . Un'altra importante differenza è che il campo elettrico può essere il risultato sia di una singola carica che di una distribuzione di cariche, mentre il campo magnetico può essere prodotto soltanto da una distribuzione di corrente.

La Figura 22.23 fornisce una regola conveniente, basata sulla mano destra, per determinare la direzione e il verso del campo magnetico dovuto a una corrente. Si noti che le linee di campo generalmente circondano la corrente. Nel caso di un lungo filo rettilineo, le linee di campo formano delle circonferenze concentriche col filo in un piano perpendicolare al filo. Se il filo è afferrato con la mano destra e il pollice è nella direzione della corrente, le dita si avvolgono nella direzione di \vec{B} .

Sebbene il campo magnetico generato da un lungo filo rettilineo percorso da corrente possa essere calcolato con la legge di Biot-Savart (Problema 70), nel Paragrafo 22.9 useremo un metodo diverso per dimostrare che l'intensità di questo campo a distanza r dal filo è

CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UN LUNGO FILO RETTILINEO

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

22.21

QUIZ RAPIDO 22.4

Considera il campo magnetico dovuto alla corrente che attraversa il filo mostrato in Figura 22.24. Ordina i punti A , B , C , in funzione del modulo del campo magnetico dovuto alla corrente che percorre il filo, attraverso l'elemento $d\vec{s}$ mostrato, dal valore più grande a quello più piccolo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

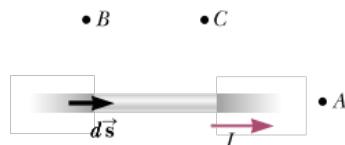


FIGURA 22.24 (Quiz Rapido 22.4) Dove si trova il campo magnetico più intenso?

Esempio 22.6 |

Campo magnetico sull'asse di una spira circolare

Si consideri una spira di forma circolare di raggio a , posta nel piano yz e percorsa da una corrente stazionaria I , come nella Figura 22.25. Calcolare il campo magnetico in un punto P posto sull'asse della spira ad una distanza x dal centro della spira.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Forza magnetica fra due conduttori paralleli

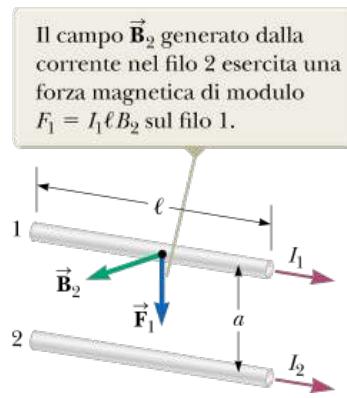


FIGURA 22.27 Due fili paralleli, ognuno dei quali è percorso da una corrente stazionaria, esercitano una forza uno sull'altro. La forza è attrattiva se le correnti hanno lo stesso verso (come è mostrato) e repulsiva se hanno versi contrari.

Nel Paragrafo 22.5 è stata descritta la forza magnetica che agisce su un conduttore percorso da corrente, quando il conduttore è immerso in un campo magnetico esterno. Poiché un conduttore percorso da corrente genera a sua volta un campo magnetico, è facile capire che due conduttori percorsi da corrente sono soggetti a forze magnetiche reciproche. Queste forze possono essere usate, come vedremo, per definire l'ampere ed il coulomb.

Si considerino due fili rettilinei paralleli infinitamente lunghi, posti ad una distanza a e percorsi rispettivamente dalle correnti I_1 e I_2 nello stesso verso, come è mostrato in Figura 22.27. Adotteremo un modello semplificato in cui i raggi dei fili sono molto minori di a , cosicché il raggio non gioca alcun ruolo nei calcoli. Possiamo determinare la forza agente su un filo dovuta al campo magnetico creato dall'altro filo. Il filo 2, percorso dalla corrente I_2 , produce un campo magnetico \vec{B}_2 nei punti in cui si trova il filo 1. La direzione di \vec{B}_2 è perpendicolare al filo, come è mostrato nella Figura 22.27. Dall'Equazione 22.10, la forza magnetica che agisce su un tratto di lunghezza ℓ del filo 1 è $\vec{F}_1 = I_1 \ell \times \vec{B}_2$. Poiché ℓ è perpendicolare a \vec{B}_2 , il modulo di \vec{F}_1 , è $F_1 = I_1 \ell B_2$. Poiché il campo dovuto al filo 2 è dato dall'Equazione 22.21, si vede che

$$F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \ell$$

Questa equazione può essere riscritta in termini di forza per unità di lunghezza

$$\frac{F_1}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

Il verso di \vec{F}_1 è rivolto in basso, verso il filo 2, poiché $\ell \times \vec{B}_2$ è diretto verso il basso. Se si considera il campo magnetico generato nel punto in cui si trova il filo 2 dovuto al filo 1, la forza \vec{F}_2 agente sul filo 2 risulta uguale in modulo e direzione a \vec{F}_1 ma di verso opposto. Questo è il risultato che ci si doveva aspettare perché, in ogni caso, la terza legge di Newton deve essere valida. Quindi possiamo eliminare i pedici dalla forza cosicché la forza magnetica per unità di lunghezza esercitata da ciascun filo percorso da corrente sull'altro è:

FORZA MAGNETICA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA TRA FILI PERCORSI DA CORRENTE

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

22.27

Questa equazione si applica pure se uno dei fili è di lunghezza finita. Nella discussione fatta sopra, abbiamo usato l'equazione per il campo magnetico di un filo infinito che è percorso da corrente I_2 , ma non abbiamo richiesto che il filo 1 sia di lunghezza infinita.

Quando le correnti nei due fili scorrono in verso opposto, le forze magnetiche si invertono e i due fili si respingono. Si ha quindi che conduttori paralleli in cui scorrono correnti nello stesso verso si attraggono mentre conduttori paralleli in cui scorrono correnti in verso opposto si respingono.

La forza magnetica tra due fili conduttori paralleli percorsi da corrente è usata per definire l'**ampere**: Se due lunghi fili paralleli distanti 1 m sono percorsi dalla stessa corrente e la forza per unità di lunghezza su ciascun filo è di 2×10^{-7} N/m, allora la corrente è, per definizione, 1 A.

Il valore numerico 2×10^{-7} e $a = +1$ m.

N/m si ricava dall'Equazione 22.27, ponendo $I_1 = +I_2 = +1$ A L'unità di carica nel sistema SI, il **coulomb**, può essere definita usando l'ampere nel modo seguente: se in un conduttore scorre una corrente di 1 A, la quantità di carica che attraversa una qualsiasi sezione del conduttore in 1 s è 1 C.

QUIZ RAPIDO 22.5

Una molla a spirale di piccola costante elastica e senza corrente è appesa al soffitto. Quando viene azionato un interruttore in modo da mandare corrente nella molla, la spirale (a) si comprime, (b) si espande, (c) non si muove?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 22.7 | Sospensione di un filo

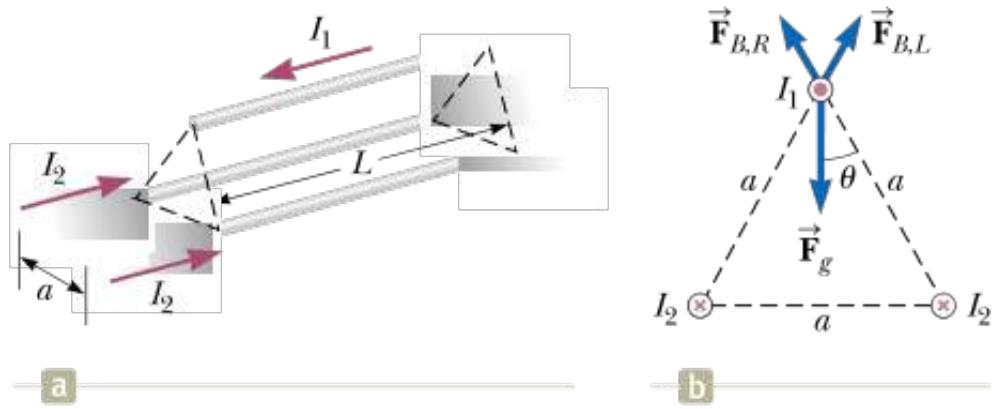


FIGURA 22.28 (Esempio 22.7) (a) Due fili percorsi da corrente giacciono al suolo e tengono sospeso in aria un terzo filo per mezzo di forze magnetiche. (b) Nella situazione descritta nell'esempio i tre fili formano un triangolo equilatero. Le due forze magnetiche sul filo sospeso sono $\vec{F}_{B,L}$, la forza prodotta dal filo a sinistra al suolo, e $\vec{F}_{B,R}$, la forza prodotta dal filo a destra al suolo. È riportata anche la forza gravitazionale che agisce sul filo sospeso.

Due fili infinitamente lunghi e paralleli, giacciono al suolo ad una mutua distanza $a = +1.00$ cm, come mostrato nella Figura 22.28a. Un terzo filo, di lunghezza $L = +10.0$ m e massa 400 g, è percorso da una corrente $I_1 = +100$ A ed è sospeso sopra i primi due fili, in una posizione orizzontale a mezza strada fra di loro. I fili infinitamente lunghi sono percorsi da correnti uguali I_2 nella stessa direzione ma in verso opposto a quella che percorre il filo sospeso. Che corrente deve

percorrere i fili infinitamente lunghi perché i tre fili formino un triangolo equilatero?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Teorema di Ampère

Un semplice esperimento, eseguito nel 1820 da Oersted, dimostra chiaramente che un conduttore percorso da corrente produce un campo magnetico. In questo esperimento, alcuni aghi magnetici sono posti, in un piano orizzontale, nelle vicinanze di un lungo filo verticale, come è mostrato nella Figura 22.29a.

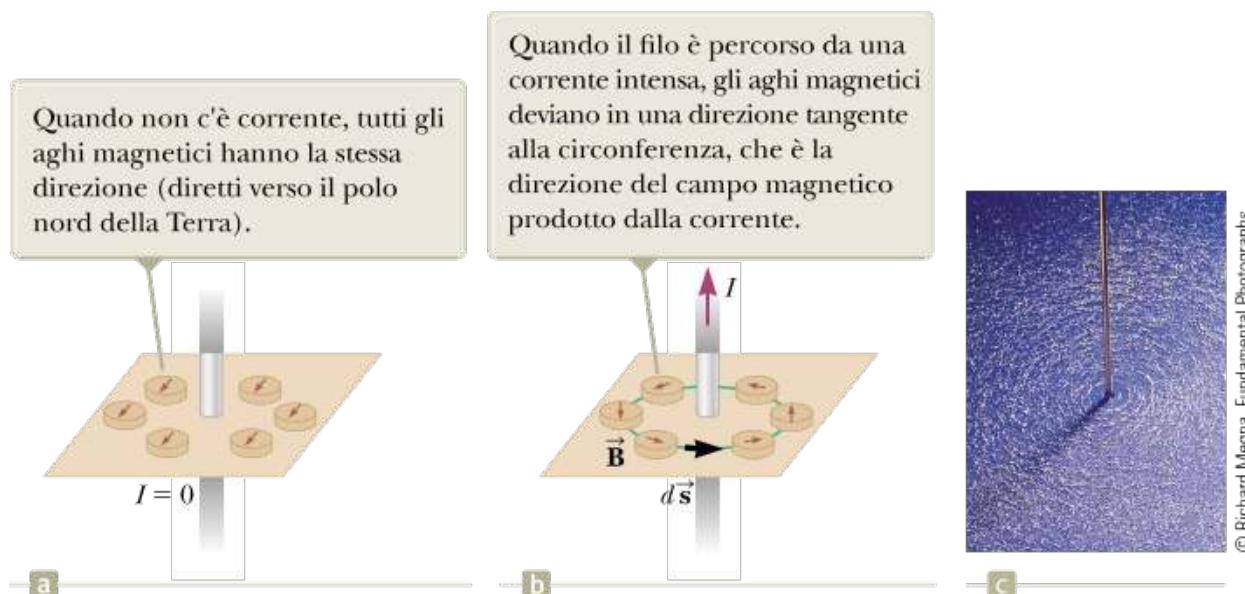


FIGURA 22.29 (a) e (b) Gli aghi magnetici mostrano gli effetti della corrente che percorre un filo vicino. (c) Linee di campo magnetico circolari che circondano un conduttore percorso da corrente. Le linee sono mostrate con limatura di ferro.

Quando il filo non è percorso da corrente, tutti gli aghi magnetici sono orientati nello stesso verso (quello del campo magnetico terrestre), come ci si aspetta. Quando nel filo passa una corrente stazionaria sufficientemente intensa, invece, gli aghi magnetici si orientano lungo la tangente ad una circonferenza avente il centro sul filo, come si vede nella Figura 22.29b.

Queste osservazioni dimostrano che il verso di \vec{B} è in accordo con la regola della mano destra, descritta nel Paragrafo 22.7. Quando la corrente viene invertita, anche gli aghi nella Figura 22.29b si invertono. Poiché gli aghi magnetici sono diretti nel verso di \vec{B} , concludiamo che le linee di campo di \vec{B} sono circonferenze concentriche, come discusso nel Paragrafo 22.7. Per questioni di simmetria, il modulo di \vec{B} è lo stesso ovunque su una circonferenza col centro sul filo e giacente in un piano perpendicolare al filo. Variando l'intensità della corrente e la distanza dal filo, si trova che \vec{B} è direttamente proporzionale alla corrente ed inversamente proporzionale alla distanza dal filo.

Nel Capitolo 19 abbiamo studiato il teorema di Gauss, che è una relazione fra una carica elettrica e il campo elettrico da essa prodotto. Il teorema di Gauss si può usare per determinare il campo elettrico in condizioni di alta simmetria. Consideriamo, ora, una relazione analoga nel magnetismo fra una corrente e il campo magnetico prodotto da essa. Questa relazione si può usare per determinare il campo magnetico prodotto da una distribuzione di correnti altamente simmetrica.

Calcoliamo ora il prodotto scalare $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ per un piccolo elemento di lunghezza $d\vec{s}$ del percorso circolare¹ centrato sul filo nella Figura 22.29b. Lungo questo percorso, i vettori \vec{B} e $d\vec{s}$ sono paralleli in ogni punto, e quindi $\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$. Inoltre, per simmetria, \vec{B} è costante in modulo su questa circonferenza e il modulo è dato dall'Equazione 22.21. La somma dei prodotti $B ds$, sull'intero percorso circolare, che è equivalente all'integrale di linea di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ è data quindi da

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) = \mu_0 I \quad 22.28$$

dove $\oint ds = 2\pi r$ è la lunghezza della circonferenza.

Questo risultato è stato ricavato nel caso particolare di un percorso circolare che avvolge il filo. Tuttavia, esso può essere applicato anche nel caso generale in cui una corrente stazionaria passa attraverso l'area circondata da un qualsiasi percorso chiuso. Il risultato generale è il **teorema di Ampère**.

L'integrale di linea di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ lungo un qualsiasi percorso chiuso è uguale a $\mu_0 I$, dove I è la corrente stazionaria totale che attraversa una qualunque superficie delimitata dal percorso chiuso d'integrazione:

TEOREMA DI AMPÈRE

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

22.29

Ci si può chiedere perché vogliamo fare questo calcolo. L'origine del teorema di Ampère è nella scienza del XIX secolo, in cui si immaginava che una "carica magnetica" (il supposto analogo della carica elettrica) si muovesse intorno alla linea del campo circolare. Il lavoro fatto sulla carica era legato a $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ proprio come il lavoro fatto per muovere una carica elettrica in un campo elettrico era legato a $\vec{E} \cdot d\vec{s}$. Dunque, il teorema di Ampère, un principio valido ed utile, è nato da un calcolo del lavoro, sbagliato ed ormai obsoleto.



© iStockphoto.com/HultonArchive

Andre-Marie Ampère

Fisico francese (1775-1836) Ad Ampère è attribuita la scoperta dell'elettromagnetismo, la relazione fra le correnti elettriche e i campi magnetici. Il genio di Ampère, particolarmente in matematica, divenne evidente dall'età di 12 anni; la sua vita personale, tuttavia, fu piena di tragedie. Suo padre, un ricco pubblico ufficiale, fu ghigliottinato durante la Rivoluzione Francese e sua moglie morì giovane, nel 1803. Ampère morì di polmonite all'età di 61 anni. Il suo giudizio sulla sua vita è chiaro dall'epitaffio che egli scelse per la sua tomba: Tandem Felix (Finalmente Felice).

QUIZ RAPIDO 22.6

Ordinare i valori di $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ per i percorsi chiusi da a a d in Figura 22.30, dal più grande al più piccolo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

QUIZ RAPIDO 22.7

Ordinare i valori di $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ per i percorsi chiusi da a a d in Figura 22.31, dal più grande al più piccolo.

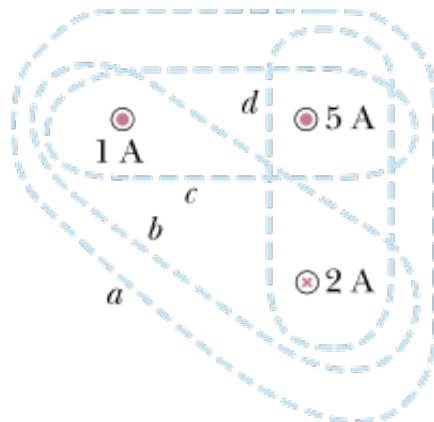


FIGURA 22.30 (Quiz Rapido 22.6) Quattro cammini chiusi intorno a tre fili percorsi da corrente.

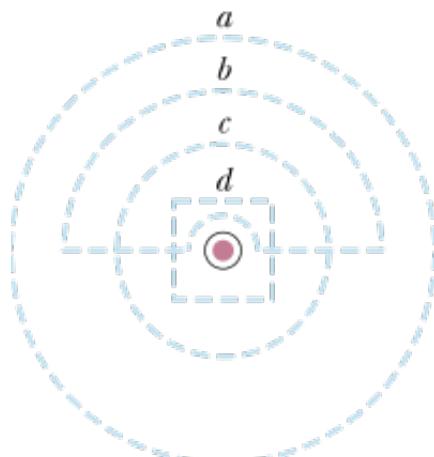


FIGURA 22.31 (Quiz Rapido 22.7) Quattro cammini chiusi vicini a un filo percorso da corrente.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Il teorema di Ampère è valido soltanto per correnti stazionarie. Inoltre, sebbene il teorema di Ampère sia *vero* per tutte le configurazioni di correnti, esso è *utile* soltanto per calcolare il campo magnetico di configurazioni con un alto grado di simmetria.

Nel Paragrafo 19.10, abbiamo fornito alcune condizioni che devono essere soddisfatte quando si definisce una superficie gaussiana. Analogamente, per applicare l'Equazione 22.29 al calcolo di un campo magnetico, dobbiamo determinare un cammino di integrazione (a volte detto *circuito di Ampère*) tale che ogni sua porzione soddisfi una o più delle seguenti condizioni:

1. Si può prevedere, tramite considerazioni di simmetria, che il modulo del campo magnetico è costante sulla porzione del cammino.
2. Il prodotto scalare nell'Equazione 22.29 si può esprimere come un semplice prodotto algebrico $B ds$ poiché \vec{B} e $d\vec{s}$ sono paralleli.
3. Il prodotto scalare nell'Equazione 22.29 è zero poiché \vec{B} e $d\vec{s}$ sono perpendicolari.

4. Si può dedurre che il campo magnetico è nullo in tutti i punti della porzione del cammino.

Gli esempi che seguono illustrano alcune configurazioni dotate di simmetria per cui è utile usare il teorema di Ampère.

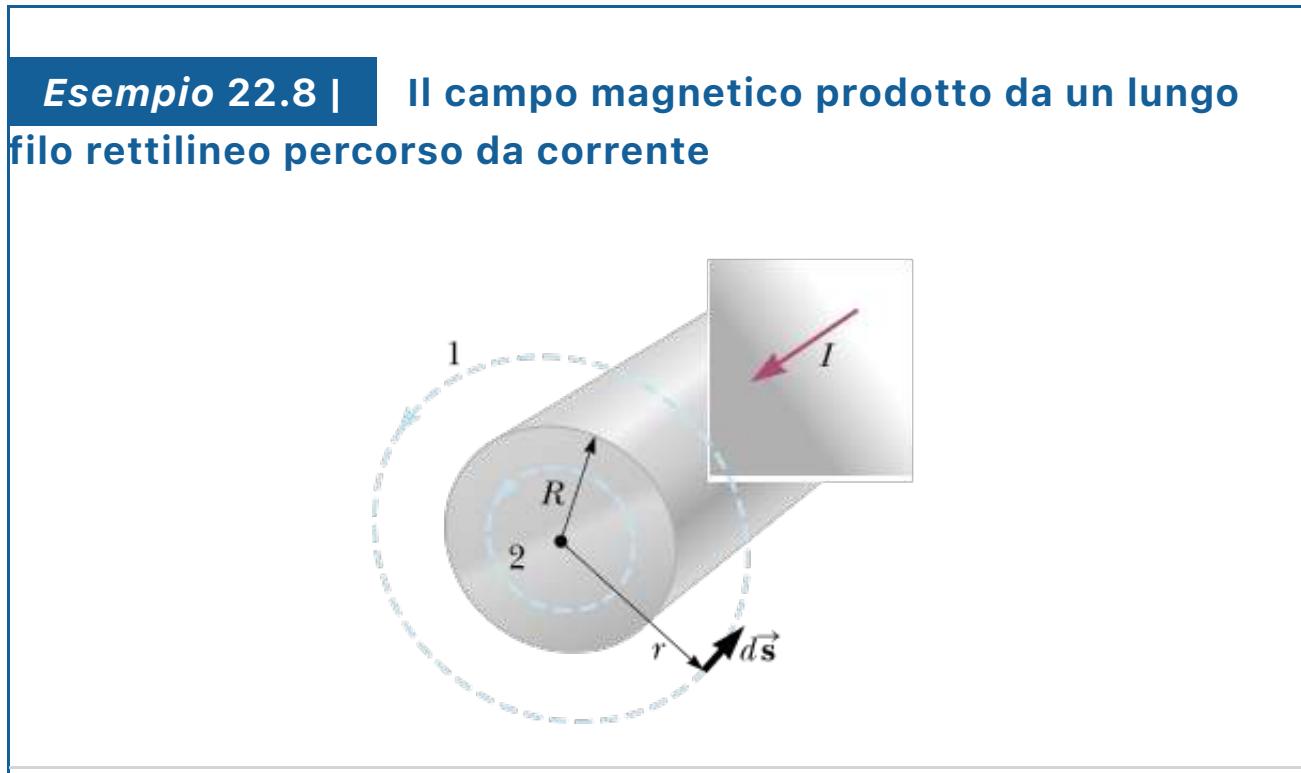


FIGURA 22.32 (Esempio 22.8) Un lungo filo rettilineo di raggio R è percorso da una corrente continua / uniformemente distribuita attraverso la sezione del filo. Il campo magnetico in qualunque punto può essere calcolato dal teorema di Ampère usando un percorso circolare di raggio r concentrico con il filo.

Un lungo filo rettilineo di raggio R è percorso da una corrente I , distribuita uniformemente su tutta la sezione del filo (Fig. 22.32). Calcolare il campo magnetico a una distanza r dall'asse del filo per $r \geq +R$ e per $r < +R$.

VISUALIZZA SOLUZIONE



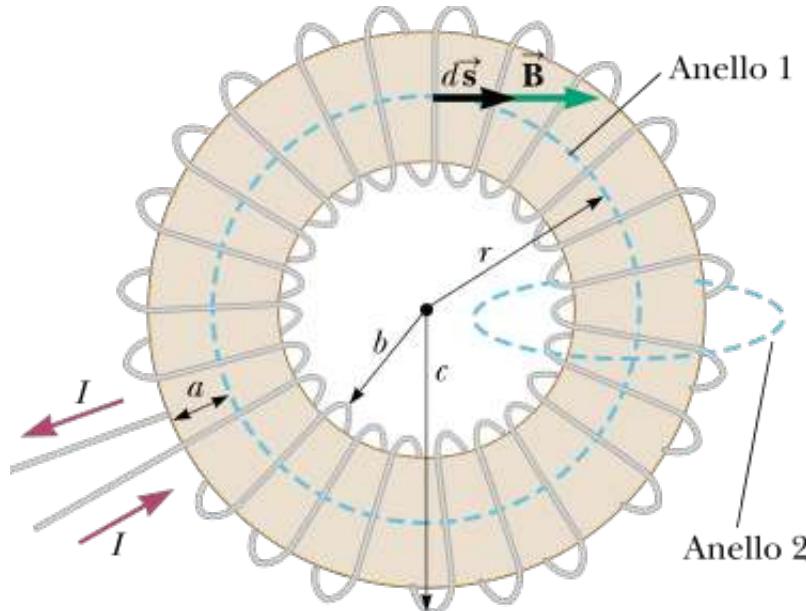


FIGURA 22.34 (Esempio 22.9) Una bobina toroidale è costituita da molte spire di filo. Se le spire sono molto fitte, il campo magnetico all'interno della bobina è tangente alla circonferenza tratteggiata (cammino 1) e varia come $1/r$. La dimensione a è il raggio della sezione del toro. Il campo fuori dal toro è molto piccolo e può essere descritto usando il circuito di Ampère (cammino 2) sul lato destro, perpendicolare alla pagina.

Un dispositivo chiamato *toroide* (Fig. 22.34) è spesso usato per produrre un campo magnetico quasi uniforme in una certa area chiusa. Il dispositivo è costituito da un filo conduttore avvolto attorno ad un anello (un *toro*) fatto di materiale isolante. Per una bobina toroidale avente N spire fittamente addossate l'una all'altra, calcolare il campo magnetico nella regione occupata dal toro ad una distanza r dal centro.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Il campo magnetico di un solenoide

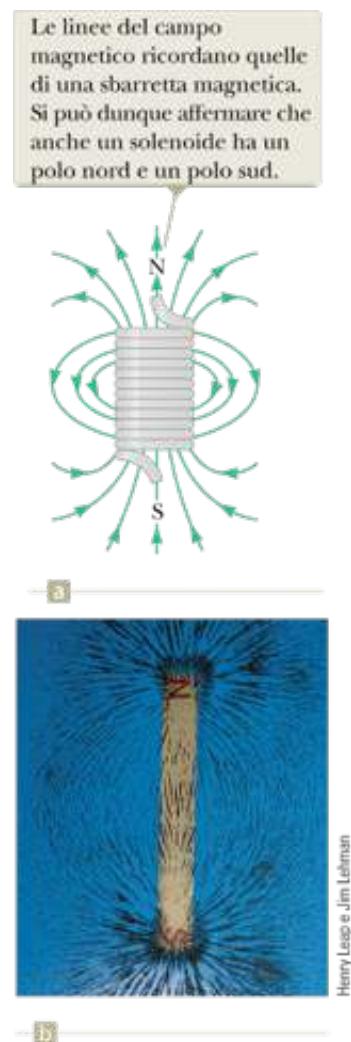


FIGURA 22.35 (a) Le linee del campo magnetico per un solenoide di lunghezza finita, con avvolgimenti fitti, percorso da una corrente stazionaria. Il campo nello spazio interno è intenso e quasi uniforme. (b) La struttura del campo magnetico di una sbarra magnetica, mostrata con limatura di ferro su un foglio di carta.

Un solenoide è costituito da un lungo filo avvolto a forma di elica. Con questa configurazione, se gli avvolgimenti sono molto fitti, è possibile generare un campo magnetico sufficientemente uniforme nel volume all'interno del solenoide, eccetto nelle vicinanze delle sue estremità. In questo caso, ogni singolo avvolgimento può essere considerato come una spira circolare e il campo magnetico risultante è la somma vettoriale dei campi prodotti dalle singole spire.

Se le spire sono molto fitte e il solenoide ha una lunghezza finita, le linee di campo hanno l'andamento mostrato in Figura 22.35a. In questo caso, le linee di campo divergono da un'estremo del solenoide e convergono verso l'altro estremo. La distribuzione del campo all'esterno del solenoide è simile a quella prodotta da una sbarretta magnetica (vedi Fig. 22.35b). Quindi, uno degli estremi del solenoide si comporta come il polo nord di un magnete e l'altro come il polo sud. Al crescere della lunghezza del solenoide, il campo magnetico interno diventa sempre più uniforme. Quando gli avvolgimenti del solenoide sono molto fitti e la sua lunghezza è grande in confronto al suo raggio, ci si approssima al caso del *solenoide ideale*. Per un solenoide ideale il campo all'esterno del solenoide è trascurabile e il campo interno è uniforme. Useremo il solenoide ideale come modello semplificato di un solenoide reale.

Se consideriamo il circuito di Ampère (circuito 1) perpendicolare alla pagina in Figura 22.36, che circonda il solenoide ideale, possiamo vedere che esso racchiude una piccola corrente generata dalle cariche in movimento nelle spire lungo la lunghezza del solenoide. Pertanto esiste un campo magnetico diverso da zero all'esterno del solenoide. Tale campo è debole e le linee di campo sono circolari, come quelle generate da una corrente rettilinea del tipo mostrato in Figura 22.23. Per un solenoide ideale, questo è l'unico campo esterno al solenoide. Questo campo in Figura 22.36 può essere eliminato aggiungendo un secondo strato di spire esterne al primo strato. Se il primo strato di spire è avvolto nel modo illustrato in Figura 22.36 dal basso verso l'alto, il secondo strato è avvolto al contrario, cioè dall'alto verso il basso. In questo modo la corrente totale lungo l'asse del solenoide è nulla.

È possibile usare il teorema di Ampère per ricavare un'espressione del campo magnetico all'interno di un solenoide ideale con un singolo strato di filo. Una sezione longitudinale di parte del nostro solenoide ideale (Fig. 22.36) è percorsa da una corrente I . Si noti che \vec{B} all'interno del solenoide ideale è uniforme e parallelo all'asse. Consideriamo un cammino rettangolare (circuito 2) di lunghezza ℓ e larghezza w , come mostrato in Figura 22.36. È possibile applicare il teorema di Ampère a questo cammino calcolando l'integrale di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ per ciascuno dei quattro lati del rettangolo. Il contributo del lato 3 è nullo poiché le linee del campo magnetico in questa regione sono perpendicolari al cammino, condizione (3) del Paragrafo 22.9. I contributi dei lati 2 e 4 sono anch'essi nulli, perché lungo questi percorsi \vec{B} è perpendicolare a $d\vec{s}$, sia dentro che fuori dal solenoide. Il lato 1, la cui lunghezza è ℓ , dà un contributo diverso da zero all'integrale, perché lungo questo percorso \vec{B} è uniforme e parallelo a $d\vec{s}$, e quindi soddisfa le condizioni (1) e (2). L'integrale esteso al percorso rettangolare vale quindi:

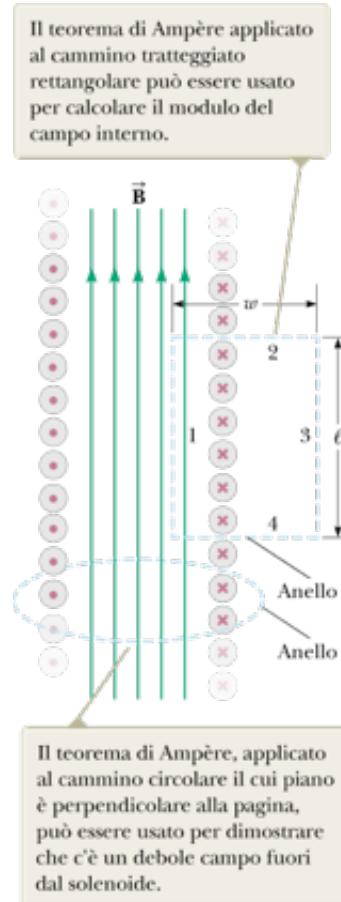


FIGURA 22.36 Vista in sezione di un solenoide ideale, dove il campo magnetico interno è uniforme e il campo esterno è quasi zero.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{lato 1}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \int_{\text{lato 1}} ds = B\ell$$

Il secondo membro del teorema di Ampère contiene la corrente *totale* che passa attraverso la superficie delimitata dal cammino di integrazione. In questo caso, la corrente totale attraverso il cammino rettangolare è data dalla corrente che passa in ciascuna spira, moltiplicata per il numero di spire del solenoide racchiuse dal cammino di integrazione. Se N è il numero di spire nel tratto di lunghezza ℓ , allora la corrente totale attraverso il rettangolo è NI . Applicando il teorema di Ampère a questo percorso si ha quindi

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B\ell = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 nI \quad \text{22.32} \blacktriangleleft$$

dove $n = +N/\ell$ è il numero di spire *per unità di lunghezza* (da non confondersi con N , il numero di spire).

Avremmo potuto ottenere questo risultato in modo più semplice, considerando il campo magnetico prodotto da una bobina toroidale (Esempio 22.9). Se il raggio r del toro contenente N spire è grande rispetto al raggio a della sua sezione, allora un piccolo tratto della bobina toroidale approssima un piccolo tratto di un solenoide con $n = +N/2\pi r$. In questo limite, si vede che l'Equazione 22.31, ricavata per la bobina toroidale, si accorda con l'Equazione 22.32.

L'Equazione 22.32 è valida solo per punti che si trovano nelle vicinanze del centro di un solenoide molto lungo. Come ci possiamo aspettare, il campo verso le estremità diventa meno intenso del valore dato dall'Equazione 22.32. All'estremità di un lungo solenoide, l'intensità del campo è circa la metà del campo al centro (vedi Problema 56 alla fine di questo capitolo).

QUIZ RAPIDO 22.8

Considera un solenoide di lunghezza grande rispetto al raggio. Tra le seguenti opzioni, qual è il modo più efficiente per incrementare il campo magnetico nel solenoide: **(a)** raddoppiare la lunghezza, mantenendo costante il numero di spire per unità di lunghezza, **(b)** dimezzare il raggio mantenendo costante il numero di spire per unità di lunghezza **(c)** ricoprire l'intero solenoide con uno strato addizionale di spire percorse da corrente.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Magnetismo nella materia



FIGURA 22.37 Un elettrone che si muove nel verso della freccia grigia in un'orbita circolare di raggio r . Poiché l'elettrone ha una carica negativa, il verso della corrente prodotta dal suo moto intorno al nucleo è opposto al verso di quel moto.

Il campo magnetico prodotto da una corrente in una bobina ci suggerisce quale potrebbe essere la causa per cui certi materiali presentano proprietà magnetiche. Per capire perché alcuni materiali sono magnetici è istruttivo iniziare la nostra discussione con il modello strutturale dell'atomo di Bohr che abbiamo discusso nel Capitolo 11. In questo modello si assume che gli elettroni si muovano in orbite circolari attorno a un nucleo molto più pesante. La Figura 22.37 mostra il momento angolare associato con l'elettrone. Nel modello di Bohr, ciascun elettrone, con la sua carica di $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, ruota attorno al nucleo circa una volta ogni 10^{-16} s . Se dividiamo la carica dell'elettrone per questo intervallo di tempo, troviamo che l'elettrone orbitante è equivalente a una corrente di $1.6 \times 10^{-3} \text{ A}$. Quindi, ciascun elettrone orbitante può essere visto come una piccola spira percorsa da corrente con un corrispondente momento magnetico. Poiché la carica dell'elettrone è negativa, il momento magnetico è diretto nel verso opposto al momento angolare, così come è mostrato in Figura 22.37.

Nella maggior parte dei materiali, il momento magnetico di un elettrone nell'atomo si compensa con il momento magnetico di un altro elettrone che ruota nel verso opposto. Il risultato è che l'effetto magnetico prodotto dal moto orbitale degli elettroni è zero oppure è molto piccolo per la maggior parte dei materiali. Oltre al suo momento angolare orbitale, l'elettrone ha un **momento angolare intrinseco**, detto **spin**, che contribuisce anch'esso al momento magnetico. Lo spin di un elettrone è un momento angolare distinto dal suo momento angolare orbitale, proprio come lo spin della Terra (rotazione attorno al proprio asse) è distinto dal suo moto orbitale attorno al Sole. Anche quando l'elettrone è fermo, esso ha un momento angolare associato allo spin. Investigheremo lo spin più approfonditamente nel Capitolo 29 ("Fisica Moderna").

In atomi o ioni contenenti molti elettroni, gli elettroni normalmente si accoppiano con i loro spin in versi opposti, con il risultato di una compensazione dei momenti magnetici. Tuttavia, atomi con un numero dispari di elettroni devono avere almeno un elettrone "spaiato" e un corrispondente momento magnetico di spin. Il momento magnetico totale di un atomo determina i vari tipi di comportamento magnetico. Il momento magnetico di alcuni atomi e ioni è dato in Tabella 22.1.

Materiali ferromagnetici

Ferro, cobalto, nichel, gadolinio e disporosio sono materiali fortemente magnetici e sono chiamati **ferromagnetici**. Le sostanze ferromagnetiche, usate per costruire i magneti permanenti, contengono atomi con momenti magnetici di spin che tendono ad allinearsi parallelamente l'uno all'altro anche in presenza di un debole campo magnetico. Quando i momenti si sono allineati, la sostanza rimane magnetizzata, anche quando il campo magnetico esterno viene rimosso. Questo allineamento permanente è dovuto al forte accoppiamento fra momenti magnetici vicini, che può essere compreso completamente solo utilizzando la fisica quantistica.

Prevenire le insidie

I 22.3 L'elettrone non ruota attorno a un asse proprio

Non bisogna pensare che la parola spin implichi che l'elettrone ruoti fisicamente attorno a un asse proprio. L'elettrone ha un momento angolare intrinseco *come se ruotasse* attorno a un proprio asse, ma la nozione di rotazione per una particella puntiforme è priva di senso. Il concetto di rotazione si applica soltanto a un *corpo rigido*, esteso nello

TABELLA 22.1 | Momenti magnetici di alcuni atomi o ioni

Atomo o ione	Momento magnetico per atomo o ione (10^{-24} J/T)
H	9.27
He	0
Ne	0
Ce ³⁺	19.8
Yb ³⁺	37.1

spazio, come nel Capitolo 10. Il momento angolare di spin è in realtà un effetto relativistico.

Tutti i materiali ferromagnetici contengono regioni microscopiche, dette **domini**, dentro le quali i momenti magnetici sono tutti allineati. Questi domini hanno volumi da circa 10^{-12} fino a 10^{-8} m^3 , e contengono da 10^{17} a 10^{21} atomi. Le zone di confine tra domini con differenti orientazioni sono dette **pareti dei domini**. In un materiale non magnetizzato, i domini sono orientati in maniera casuale, e quindi il momento magnetico risultante è in media nullo, come si vede dalla Figura 22.38a. Quando il materiale viene posto in un campo magnetico esterno, i domini con i vettori momento magnetico inizialmente orientati lungo il campo esterno crescono in dimensione a spese di altri domini e così il materiale risulta magnetizzato come è mostrato nelle Figure 22.38b e 22.38c. Quando il campo esterno viene rimosso, il materiale conserva la maggior parte della sua magnetizzazione. La classificazione delle sostanze ferromagnetiche in magneticamente **dure** o **dolci** dipende dal grado con cui esse mantengono il loro magnetismo. I materiali magneticamente dolci, come il ferro, si magnetizzano facilmente ma tendono pure a perdere facilmente il loro magnetismo. Quando un materiale magneticamente dolce viene magnetizzato e il campo magnetico esterno viene rimosso, l'agitazione termica provoca un moto dei domini e il materiale rapidamente ritorna al suo stato non magnetizzato. Al contrario, i materiali magneticamente duri, come il cobalto e il nichel, sono difficili da magnetizzare ma tendono a conservare il loro magnetismo, e l'allineamento dei domini continua a permanere in essi anche dopo la rimozione del campo magnetico esterno. Questi materiali fortemente magnetici sono chiamati **magneti permanenti**. Magneti permanenti costituiti da terre rare, quali il samario-cobalto, sono usati regolarmente nell'industria.

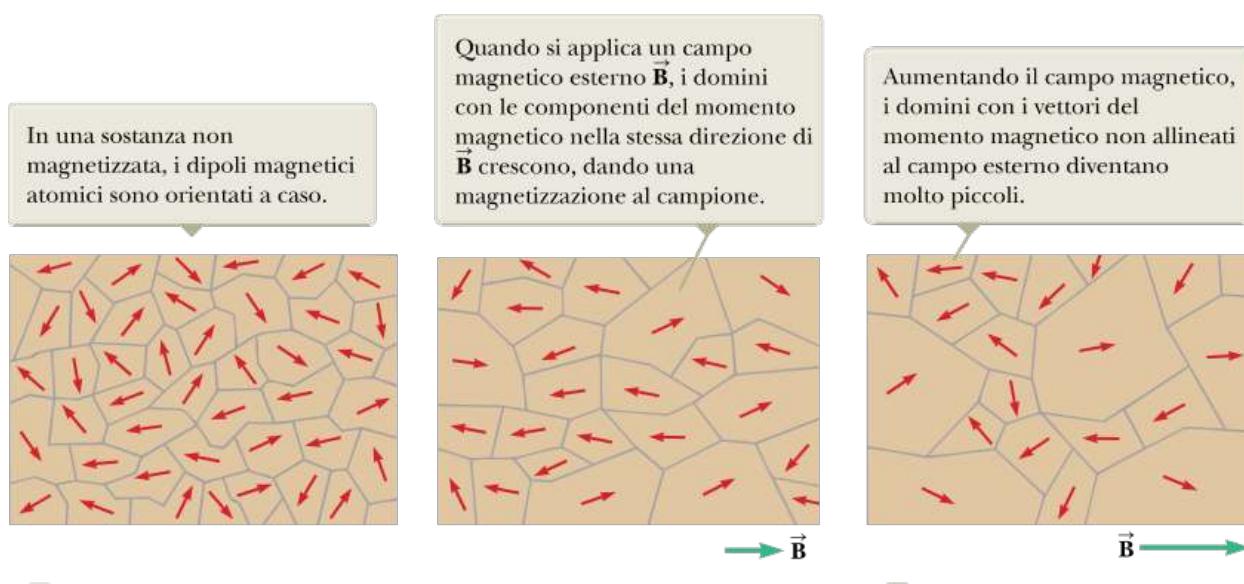


FIGURA 22.38 Orientazione dei dipoli magnetici prima e dopo l'applicazione di un campo magnetico ad una sostanza ferromagnetica.

Collegamento al contesto: navigazione magnetica a distanza per operazioni di ablazione cardiaca con catetere

Nel Contesto *Attacchi di cuore* abbiamo studiato il ruolo del flusso di fluido nei vasi sanguigni e l'effetto pericoloso dell'accumulo di placca per l'afflusso di sangue al cuore. Nel Paragrafo 21.2 abbiamo di nuovo considerato il cuore in occasione dello studio dei dettagli dell'ablazione cardiaca con catetere per un paziente sofferente di fibrillazione atriale. In questo Collegamento al contesto, torniamo alla fibrillazione atriale nel cuore ma consideriamo uno sviluppo più recente nella procedura di ablazione.

C'è un certo numero di rischi legati all'ablazione cardiaca tradizionale con catetere. Un rischio è dovuto alla possibile perforazione delle pareti del cuore con uno dei cateteri. Poiché l'esofago passa proprio dietro il cuore, è possibile bruciare troppo tessuto durante una particolare ablazione e creare così una fistola esofagea. Altri rischi sono dovuti all'esposizione ai raggi X. Al fine di osservare la posizione dei cateteri, gli elettrofisiologi devono usare raggi X e uno schermo fluorescente per rendere visibili sia il cuore che i cateteri. Di conseguenza, il paziente riceve una dose relativamente alta di radiazione durante l'operazione. Inoltre, nonostante l'uso di grembiuli di piombo, l'elettrofisiologo viene irradiato in ogni operazione di ablazione durante la sua intera carriera. Da aggiungere agli effetti di questa prolungata esposizione alla radiazione, alcuni studi hanno mostrato che un'alta percentuale di elettrofisiologi sono stati curati per dolore alla schiena e al collo dovuti al fatto di dover portare grembiuli di piombo.

Una possibilità per ridurre i rischi sia del paziente che del dottore è l'uso della *navigazione magnetica a distanza* in operazioni di ablazione con catetere. Questa procedura utilizza cateteri più leggeri e più flessibili di quelli tradizionali, riducendo così il rischio di perforazione e permettendo ai cateteri di raggiungere aree del cuore non raggiungibili dai più rigidi cateteri tradizionali. Le punte dei cateteri sono guidate magneticamente con l'aiuto di un computer. L'elettrofisiologo può stare comodamente seduto davanti a un computer in un'altra stanza e guidare i cateteri con un joystick, evitando così di esporsi alla radiazione. La Figura 22.39 mostra un tipico schermo di computer che aiuta l'elettrofisiologo a guidare i cateteri.

Durante un'operazione di ablazione con catetere fatta con navigazione magnetica a distanza, il paziente viene posto fra due magneti molto intensi come è mostrato nella Figura 22.40 (pag. 770). Le posizioni e le orientazioni dei magneti relativamente al paziente possono essere variate in un intervallo molto ampio. Il campo magnetico generato da questi magneti è intenso ma è solo il 10% di quello usato nella risonanza magnetica (che sarà discussa nelle Conclusioni al contesto.) La punta del catetere contiene materiale ferromagnetico cosicché la sua orientazione può essere controllata con precisione dalle posizioni dei magneti esterni.

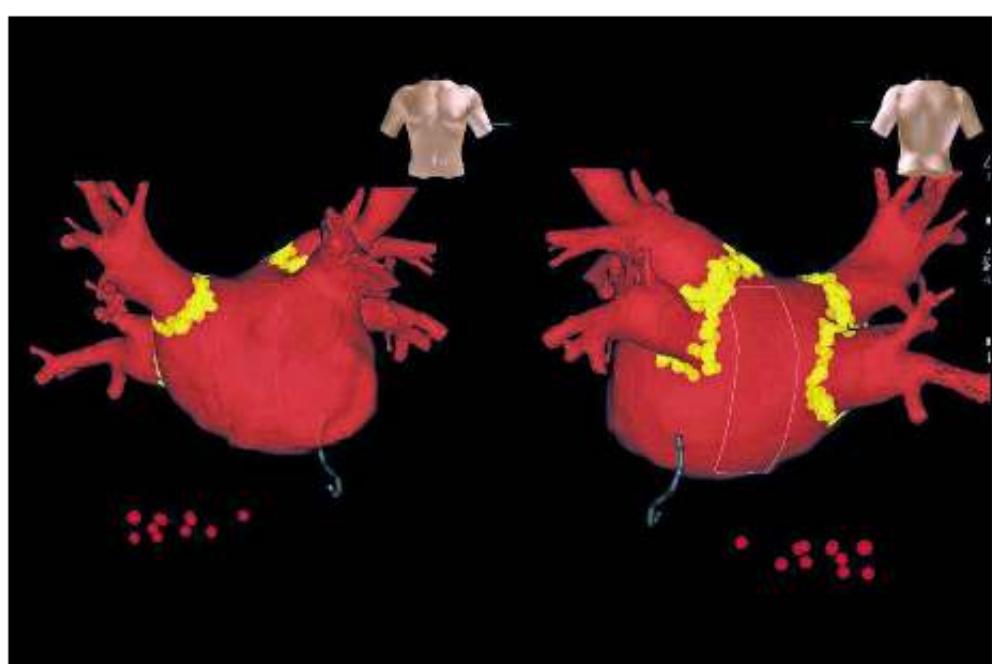


FIGURA 22.39 Nelle procedure di navigazione magnetica a distanza per ablazione cardiaca con catetere, l'elettrofisiologo esamina un modello al computer del cuore come le immagini anteriore e posteriore mostrate qui. I punti

gialli rappresentano lesioni intorno alle vene polmonari fatte dal processo di ablazione.

Una volta che la punta è stata orientata in maniera appropriata essa viene fatta avanzare meccanicamente come nel metodo tradizionale.

In aggiunta all'accresciuta sicurezza dovuta alla maggiore flessibilità del catetere e alla precisa orientazione della sua punta, il controllo tramite computer dell'operazione assicura ulteriori vantaggi. Per esempio, il computer può memorizzare le posizioni delle ablazioni. La punta del catetere può essere riportata rapidamente nell'esatta posizione per una nuova ablazione richiamando la posizione memorizzata.

Mentre la navigazione magnetica a distanza presenta molti vantaggi, le prove cliniche hanno messo in evidenza uno svantaggio. Il tempo necessario ad eseguire l'operazione completa con la navigazione a distanza è significativamente più lungo di quello richiesto dal metodo tradizionale.² Fra le ragioni di questo c'è la curva di apprendimento per la procedura, "il tempo di interruzione" perché l'elettrofisiologo è a disposizione di altro personale in una stanza separata dal paziente, e l'allungamento del tempo a causa delle operazioni di mappatura più complicate.

²A. Arya, R. Zaker-Shahrak, P. Sommer, A. Bollmann, U. Wetzel, T. Gaspar, S. Richter, D. Husser, C. Piorkowski, and G. Hindricks, "Catheter Ablation of Atrial Fibrillation Using Remote Magnetic Catheter Navigation: A Case-Control Study," *Europace*, 13, pp. 45-50 (2011).



FIGURA 22.40 Un laboratorio di cateterizzazione cardiaca a navigazione magnetica a distanza, è pronto per ricevere un paziente che soffre di fibrillazione atriale. I grandi oggetti bianchi ad ogni lato del tavolo operatorio sono gli alloggiamenti dei potenti magneti che servono per creare il campo magnetico nel luogo in cui si trova il paziente. L'elettrofisiologo che effettua l'ablazione con catetere siede ad un computer nella stanza a sinistra. Con la guida del campo magnetico, egli o ella usa un joystick e altri controlli per inserire la punta magneticamente sensibile di un catetere cardiaco dentro i vasi sanguigni e le camere del cuore.

Aumentando il numero di elettrofisiologi addestrati nella navigazione magnetica a distanza e semplificando le tecniche di mappatura, forse i tempi dell'operazione potranno essere accorciati. In quel caso la tecnica magnetica avrà un chiaro vantaggio rispetto al metodo meccanico tradizionale.

SOMMARIO I

La **forza magnetica** che agisce su una carica q che si muove con una velocità \vec{v} in un **campo magnetico** esterno \vec{B} è

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad 22.1 \blacktriangleleft$$

Questa forza ha direzione perpendicolare sia alla velocità della particella che al campo magnetico e si ottiene con la regola della mano destra mostrata in Figura 22.4. Il modulo della forza magnetica è dato da

$$F_B = |q|vB \sin \theta \quad 22.2 \blacktriangleleft$$

dove θ è l'angolo tra v^{\rightarrow} e B^{\rightarrow} .

Una particella di massa m e carica q che si muove con velocità v^{\rightarrow} perpendicolamente a un campo magnetico uniforme B^{\rightarrow} segue una traiettoria circolare di raggio

$$r = \frac{mv}{qB} \quad \text{22.3} \blacktriangleleft$$

Se un conduttore rettilineo di lunghezza L è percorso da una corrente I , la forza magnetica che agisce sul conduttore quando viene posto in un campo magnetico esterno B^{\rightarrow} è data da:

$$\vec{F}_B = I \vec{L} \times \vec{B} \quad \text{22.10} \blacktriangleleft$$

dove L^{\rightarrow} è nella direzione della corrente e $|L| = +L$ è la lunghezza del conduttore.

Se un filo di forma arbitraria, percorso da una corrente I , viene posto in un campo magnetico esterno, la forza magnetica che agisce su un elemento infinitesimo ds^{\rightarrow} è data da:

$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B} \quad \text{22.11} \blacktriangleleft$$

Per determinare la forza magnetica totale agente sul filo, si deve integrare l'Equazione 22.11 sull'intero filo.

Il momento di dipolo magnetico $\vec{\mu}$ di una spira percorsa dalla corrente I è:

$$\vec{\mu} = I \vec{A} \quad \text{22.15} \blacktriangleleft$$

dove A^{\rightarrow} è perpendicolare al piano della spira e $|A|$ è uguale all'area della spira. Nel sistema SI l'unità di misura di $\vec{\mu}$ è $A \cdot m^2$.

Il momento delle forze che si esercita su una spira percorsa da corrente quando viene posta in un campo magnetico esterno uniforme B^{\rightarrow} è dato da:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \text{22.16} \blacktriangleleft$$

L'energia potenziale del sistema composto da un dipolo magnetico in un campo magnetico è

$$U = - \vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

22.17◀

La **legge di Biot-Savart** dice che il campo magnetico $d\vec{B}$ in un punto P , prodotto da un elemento di circuito ds percorso da una corrente stazionaria I è dato da:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad 22.20◀$$

dove $\mu_0 = +4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ è la **permeabilità magnetica del vuoto** ed r è la distanza tra l'elemento di corrente e il punto P . Per trovare il campo risultante nel punto P , è necessario integrare questa espressione vettoriale su tutta l'intera distribuzione.

Il modulo del campo magnetico ad una distanza r da un lungo filo rettilineo, percorso da una corrente I , è dato da

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad 22.21◀$$

Le linee di campo sono circonferenze concentriche con il filo.

La forza magnetica per unità di lunghezza tra due fili paralleli (almeno uno dei quali molto lungo), posti a una distanza a , e percorsi da correnti I_1 e I_2 è

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \quad 22.27◀$$

La forza è attrattiva quando le correnti scorrono nello stesso verso e repulsiva se le correnti scorrono in verso opposto.

Il **teorema di Ampère** dice che l'integrale di linea di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ esteso a un percorso chiuso è uguale a $\mu_0 I$, dove I è la corrente continua totale concatenata con il percorso chiuso:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad 22.29◀$$

Usando il teorema di Ampère si trova che il campo magnetico all'interno di una bobina toroidale e quello in un solenoide sono dati da

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (\text{toroide}) \quad \mathbf{22.31} \blacktriangleleft$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 nI \quad (\text{solenoide}) \quad \mathbf{22.32} \blacktriangleleft$$

dove N è il numero totale di spire dell'avvolgimento, ed n il numero di spire per unità di lunghezza.

QUESITI

1. Una particella carica si sta muovendo in un campo magnetico uniforme. Quali delle seguenti affermazioni riguardo al campo magnetico sono vere? Ci può essere più di un'affermazione corretta. (a) Esso esercita una forza sulla particella parallela al campo. (b) Esso esercita una forza sulla particella lungo la direzione del suo moto. (c) Esso determina un aumento dell'energia cinetica della particella. (d) Esso esercita una forza perpendicolare alla direzione di moto. (e) Esso non modifica il modulo della quantità di moto della particella.

2. Da cosa è generato un campo magnetico? Più di una risposta può essere corretta. (a) Un oggetto fermo con carica elettrica (b) un oggetto in movimento con carica elettrica (c) un conduttore fermo che porta una corrente elettrica (d) una differenza nel potenziale elettrico (e) condensatore carico disconnesso da una batteria e a riposo. *Nota:* nel Capitolo 24 vedremo che anche un campo elettrico variabile genera un campo magnetico.

3. In quali delle seguenti circostanze un campo magnetico uniforme nello spazio non può esercitare una forza magnetica su una particella? Ci può essere più di un'affermazione corretta. (a) La particella è carica. (b) La particella si muove perpendicolarmente al campo magnetico. (c) La particella si muove parallelamente al campo magnetico. (d) Il modulo del campo magnetico cambia nel tempo. (e) La particella è ferma.

4. Un protone che si muove orizzontalmente entra in una regione dove un campo magnetico uniforme è diretto perpendicolarmente alla velocità del protone, come mostrato nella Figura Q22.4. Dopo che il protone è entrato nel campo esso (a) piega verso il basso con la velocità che rimane costante; (b) piega verso l'alto, muovendosi lungo una semicirconferenza con velocità costante, ed esce dal campo muovendosi verso sinistra; (c) continua a muoversi in direzione orizzontale con velocità costante; (d) si muove in un'orbita circolare e rimane intrappolato dal campo; (e) esce dal piano del foglio?

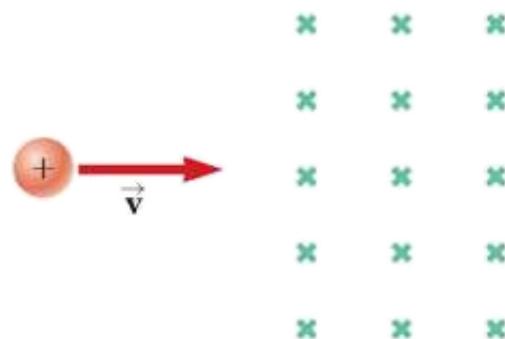


FIGURA Q22.4

5. Due lunghi fili metallici paralleli portano ambedue la stessa corrente I nello stesso verso (Fig. Q22.5). Il campo magnetico totale nel punto di mezzo P fra i due fili è (a) zero, (b) diretto verso la pagina, (c) diretto fuori dalla pagina, (d) diretto verso sinistra, (e) diretto verso destra?

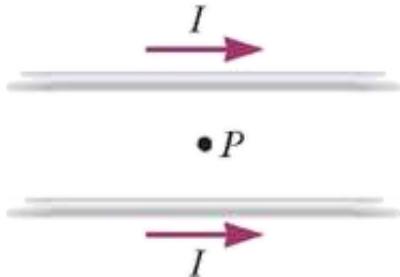


FIGURA Q22.5

- 6.** Due lunghi fili metallici diritti si incrociano perpendicolarmente ed ognuno porta la stessa corrente I (Fig. Q22.6). Quale delle seguenti affermazioni è vera riguardo al campo magnetico totale creato dai due fili nei vari punti della figura? Più di un'affermazione può essere vera. (a) Il campo è massimo nei punti B e D . (b) Il campo è massimo nei punti A e C . (c) Il campo è diretto fuori dalla pagina nel punto B e dentro la pagina nel punto D . (d) Il campo è diretto fuori dalla pagina nel punto C e fuori dalla pagina nel punto D . (e) Il campo ha lo stesso modulo in tutti e quattro i punti.

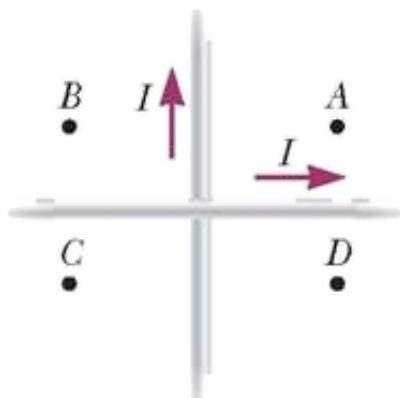


FIGURA Q22.6

- 7.** Rispondere sì o no ad ognuna delle seguenti domande. Si assuma che i moti e le correnti menzionati siano diretti lungo l'asse x e i campi lungo l'asse y . (a) Un campo elettrico esercita una forza su un oggetto carico fermo? (b) E un campo magnetico? (c) Un campo elettrico esercita una forza su un oggetto carico in movimento? (d) E un campo magnetico? (e) Un campo elettrico esercita una forza su un filo metallico rettilineo percorso da corrente? (f) E un campo magnetico? (g) Un campo elettrico esercita una forza su un fascio di elettroni in movimento? (h) E un campo magnetico?

- 8.** Ad un certo istante, un protone si sta muovendo nella direzione positiva di x in un campo magnetico nella direzione negativa di z . Qual è la direzione della forza magnetica esercitata sul protone? (a) direzione positiva di z (b) direzione negativa di z (c) direzione positiva di y (d) direzione negativa di y (e) la forza è nulla.

- 9.** Un lungo solenoide con gli avvolgimenti molto fitti è attraversato da una corrente elettrica. Ogni avvolgimento del filo esercita (a) una forza attrattiva sull'avvolgimento immediatamente successivo, (b) una forza repulsiva sull'avvolgimento immediatamente successivo, (c) una forza nulla sull'avvolgimento immediatamente successivo, (d) una forza sull'avvolgimento

successivo che è attrattiva o repulsiva in dipendenza della direzione della corrente nel solenoide?

- 10.** Un lungo filo metallico rettilineo è attraversato dalla corrente I (Fig. Q 22.10). Quale delle seguenti affermazioni riguardo al campo magnetico creato dal filo è vera? Più di una affermazione può essere corretta. (a) Il modulo è proporzionale a I/r e il verso è fuori dalla pagina in P . (b) Il modulo è proporzionale a I/r^2 e il verso è fuori dalla pagina in P . (c) Il modulo è proporzionale a I/r e il verso è dentro la pagina in P . (d) Il modulo è proporzionale a I/r^2 e il verso è dentro la pagina in P . (e) Il modulo è proporzionale a I ma non dipende da r .

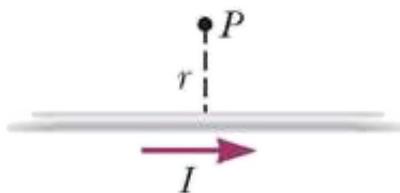


FIGURA Q22.10

- 11.** Un' asta sottile di rame lunga 1.00 m ha una massa di 50.0 g. Qual è la minima corrente nell'asta che le permetta di levitare sopra il suolo in un campo magnetico di modulo 0.100 T? (a) 1.20 A (b) 2.40 A (c) 4.90 A (d) 9.80 A (e) nessuna delle risposte precedenti.

- 12.** Un campo magnetico esercita un momento delle forze su ognuno dei circuiti chiusi percorsi da corrente mostrati nella Figura Q22.12. I circuiti giacciono nel piano xy , ognuno percorso dalla stessa corrente, e il campo magnetico uniforme è diretto nel verso positivo dell'asse x . Ordina i circuiti in base al modulo del momento esercitato su di essi dal campo dal maggiore al minore.

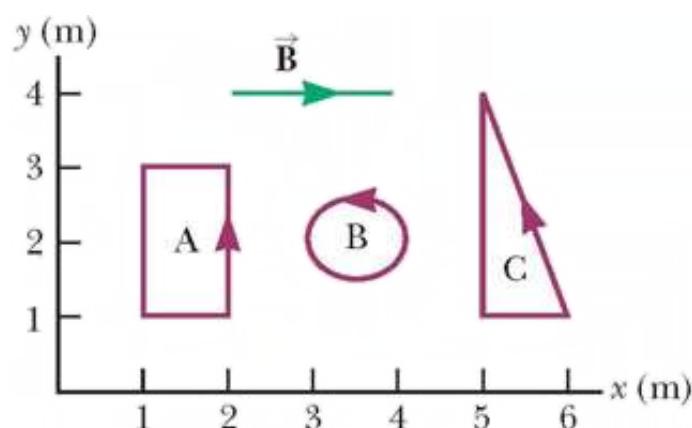


FIGURA Q22.12

- 13.** Due lunghi fili metallici paralleli sono attraversati da correnti di 20.0 A e 10.0 A in direzioni opposte (Fig. Q22.13). Quale delle seguenti affermazioni è vera? Può essere corretta più di una affermazione. (a) Nella regione I, il campo magnetico è entrante nella pagina e non è mai zero. (b) Nella regione II, è entrante nella pagina e può essere zero. (c) Nella regione III, il campo può essere zero. (d) Nella regione I, il campo magnetico è uscente dalla pagina e non è mai zero. (e) Non ci sono punti in cui il campo è zero.

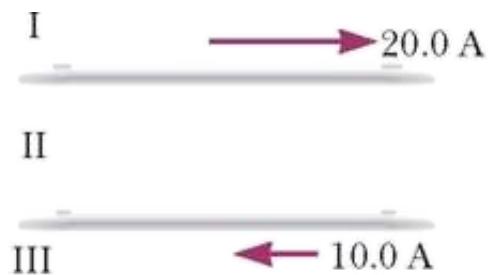


FIGURA Q22.13 Quesiti 13 e 14.

14. Considera i due fili metallici paralleli percorsi da corrente in opposte direzioni nella Figura Q22.13. A causa dell'interazione magnetica fra i fili, il filo più in basso è sottoposto ad una forza magnetica (a) diretta verso l'alto, (b) verso il basso, (c) verso sinistra, (d) verso destra, (e) entrante nella pagina?

15. Rispondi sì o no a ciascuna domanda. (a) È possibile che ogni particella di un gruppo di tre particelle cariche ferme eserciti una forza di attrazione sulle altre due? (b) È possibile che ciascuna delle tre particelle cariche ferme respinga le altre due? (c) È possibile che ognuno di tre fili metallici attraversati da corrente attragga gli altri due? (d) È possibile che ognuno di tre fili metallici attraversati da corrente respinga gli altri due? Gli esperimenti di André-Marie Ampère sull'elettromagnetismo sono modelli di precisione logica e contenevano l'osservazione dei fenomeni a cui facciamo riferimento in questo quesito.

16. Il solenoide A ha lunghezza L ed N spire, il solenoide B ha lunghezza $2L$ e N spire e il solenoide C ha lunghezza $L/2$ e $2N$ spire. Se ogni solenoide è attraversato dalla stessa corrente, ordina i moduli dei campi magnetici al centro dei solenoidi dal più grande al più piccolo.

DOMANDE CONCETTUALI

1. Due particelle caricate vengono immesse nella stessa direzione in un campo magnetico perpendicolare alle loro velocità. Se le cariche vengono deflesse inversi opposti, cosa si può dire di loro?

2. Immagina di avere una bussola il cui ago può ruotare sia verticalmente che orizzontalmente. In che direzione sarebbe orientato l'ago della bussola se ti trovassi al polo nord magnetico della Terra?

3. Un tubo di rame cavo è attraversato da una corrente lungo la sua lunghezza. Perché dentro il tubo $B = 0$? B è diverso da zero fuori dal tubo?

4. Il teorema di Ampère è valido per tutti i cammini chiusi che circondano un conduttore? Perché esso non è utile per calcolare lungo tutti questi cammini?

5. È possibile orientare un circuito chiuso percorso da corrente in un campo magnetico uniforme in maniera tale che il circuito non tenda a ruotare? Spiegare.

6. Come si può usare il moto di una particella carica per distinguere fra un campo magnetico e un campo elettrico? Dare un esempio specifico per giustificare la risposta.

7. Un magnete attrae un pezzo di ferro. Il ferro può allora attrarre un altro pezzo di ferro. Spiegare cosa accade in ogni pezzo di ferro sulla base dell'allineamento dei domini.

8. Un polo di un magnete attrae un chiodo. L'altro polo è in grado di attrarre il chiodo? Spiegare. Spiegare anche come un magnete si attacca alla porta di un frigorifero.

9. Come può essere usato un circuito di corrente per determinare la presenza di un campo magnetico in una data regione dello spazio?

10. Considera un campo magnetico che è uniforme in direzione, all'interno di un certo volume. (a) Può il campo essere uniforme in modulo? (b) Deve essere uniforme in modulo? Fornisci la prova delle tue risposte.



Cengage Learning Charles D. Winters

FIGURA DC22.12

11. È uniforme il campo generato da un circuito percorso da corrente? Spiegare.

12. La Figura DC22.12 mostra quattro magneti permanenti, ognuno con un buco nel suo centro. Nota che i magneti blu e giallo levitano al di sopra dei magneti rossi. (a) Perché si ha questa levitazione? (b) Qual è la funzione delle sbarrette? (c) Cosa si può dire dei poli dei magneti da questa osservazione? (d) Cosa pensi che accadrebbe se il magnete blu fosse invertito?

13. Spiegare perché due fili metallici paralleli percorsi da corrente in versi opposti si respingono.

14. Può un campo magnetico costante mettere in moto un elettrone inizialmente fermo? Spiegare la risposta.

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo
BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 22.2 Il campo magnetico

1. Si consideri un elettrone vicino all'equatore terrestre. In che direzione è deflessa la sua traiettoria se è diretto: (a) verso il basso, (b) verso nord, (c) verso ovest, (d) verso sud-est?

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Determinare la direzione iniziale della deflessione di una particella carica quando entra nei campi magnetici mostrati in Figura P22.2.

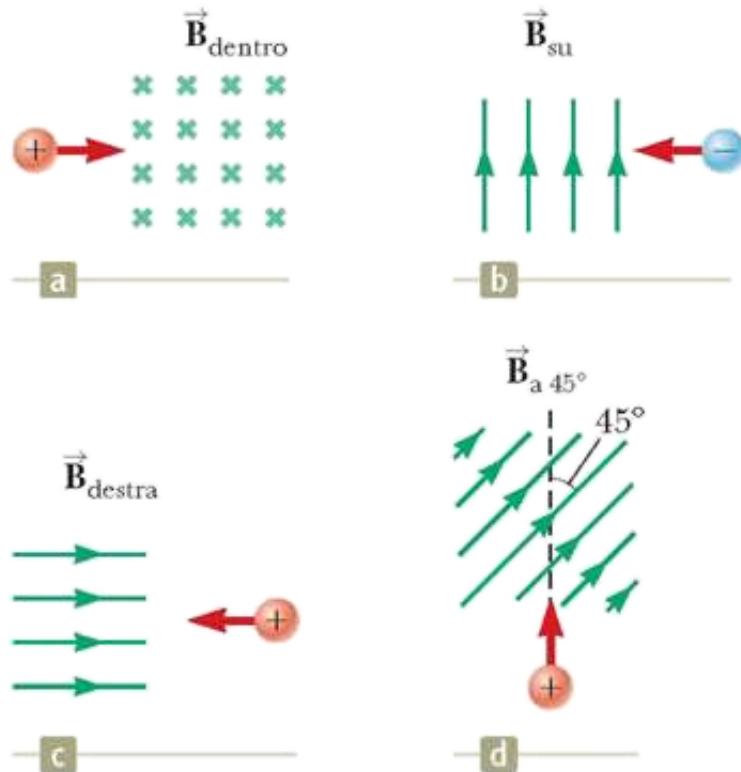


FIGURA P22.2

3. Un elettrone, dopo essere stato accelerato da fermo da una d.d.p. di 2.40×10^3 V, entra in una regione in cui c'è un campo magnetico uniforme di 1.70 T. Quali sono (a) il massimo e (b) il minimo valore della forza magnetica a cui questa carica è sottoposta?

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. Un protone che si muove con velocità 4.00×10^6 m/s in un campo magnetico di modulo 1.70 T è sottoposto ad una forza magnetica di modulo 8.20×10^{13} N. Qual è l'angolo fra la velocità del protone e il campo?

5. Un protone viaggia con una velocità di 3.00×10^6 m/s formando un angolo di 37.0° con la direzione di un campo magnetico di 0.300 T nel verso positivo delle y. Qual è (a) il modulo della forza magnetica sul protone e (b) la sua accelerazione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

6. Un protone si muove con una velocità in una regione in cui il campo magnetico . Qual è il modulo della forza magnetica che subisce questa carica?

7. Un protone si muove perpendicolarmente a un campo magnetico uniforme con una velocità di 1.00×10^7 m/s e subisce un'accelerazione di 2.00×10^{13} m/s² nella direzione positiva dell'asse x quando la sua velocità è diretta nel verso positivo dell'asse z. Determinare il modulo e la direzione del campo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

8. All'equatore, vicino alla superficie terrestre, il campo magnetico è approssimativamente 50.0 μ T verso nord, e il campo elettrico, nella bella stagione, è circa 100 N/C verso il basso. Trovare la forza gravitazionale, elettrica e magnetica agente su un elettrone che si muove verso est in linea retta alla velocità istantanea di 6.00×10^6 m/s.

Paragrafo 22.3 Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme

9. Problema di ricapitolazione. Un elettrone si muove lungo un'orbita circolare perpendicolare a un campo magnetico costante di modulo di 1.00 mT. Se il momento angolare dell'elettrone rispetto al centro della circonferenza è 4.00×10^{-25} kg • m²/s, determinare (a) il raggio della traiettoria circolare e (b) la velocità dell'elettrone.

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Un protone dei raggi cosmici nello spazio interstellare ha un'energia di 10.0 MeV e percorre un'orbita circolare di raggio uguale a quella di Mercurio attorno al Sole (5.80×10^{10} m). Qual è il campo magnetico in quella regione dello spazio?

11. Problema di ricapitolazione. Un elettrone collide elasticamente con un secondo elettrone inizialmente fermo. Dopo la collisione, i raggi delle rispettive traiettorie sono 1.00 cm e 2.40 cm. Le traiettorie sono perpendicolari ad un campo magnetico uniforme di modulo 0.044 o T. Determinare l'energia (in keV) dell'elettrone incidente.

VISUALIZZA SOLUZIONE

12. Problema di ricapitolazione. Un elettrone collide elasticamente con un secondo elettrone inizialmente fermo. Dopo la collisione, i raggi delle rispettive traiettorie sono r_1 e r_2 . Le traiettorie sono perpendicolari ad un campo magnetico uniforme di modulo \tilde{B} . Determinare l'energia dell'elettrone incidente.

Paragrafo 22.4 Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico

13. Consideriamo lo spettrometro di massa mostrato schematicamente nella Figura 22.12. Il modulo del campo elettrico fra le placche del selettore di velocità è 2.50×10^3 V/m, e il campo magnetico sia nel selettore di velocità che nella camera di deflessione ha un modulo di 0.035 o T. Calcolare il raggio della traiettoria per uno ione con una sola carica di massa $m = 2.18 \times 10^{-26}$ kg.

VISUALIZZA SOLUZIONE

14. Un ciclotrone (Fig. 22.14) progettato per accelerare protoni ha un raggio esterno di 0.350 m. I protoni sono iniettati quasi a riposo da una sorgente posta al centro e sono accelerati tramite 600 V ogni volta che attraversano l'interstizio fra le "di". Le "di" si trovano fra i poli di un elettromagnete dove il campo ha un modulo di 0.800 T. (a) Trovare la frequenza di ciclotrone per i protoni in questo ciclotrone. Trovare (b) la velocità con la quale i protoni escono dal ciclotrone e (c) la loro energia cinetica massima. (d) Quanti giri compie un protone nel ciclotrone? (e) Per quale intervallo di tempo il protone accelera?

15. Un selettore di velocità consiste di campi elettrici e magnetici descritti dall'espressione . Trovare il valore di E tale che un elettrone di 750 eV che si muove lungo l'asse x negativo non venga deflesso.

VISUALIZZA SOLUZIONE

16. Un ciclotrone progettato per accelerare protoni ha un campo magnetico di modulo 0.450 T in una regione di raggio 1.20 m. Quali sono (a) la frequenza di ciclotrone e (b) la massima velocità acquistata dai protoni?

17. Lo schermo in un vecchio televisore in bianco e nero usa bobine per la deflessione magnetica piuttosto che placche di deflessione elettrica. Supponiamo che un fascio di elettroni sia accelerato da una differenza di potenziale di 50.0 kV e poi passi in una regione di campo magnetico uniforme largo 1.00 cm. Lo schermo è posto a 10.0 cm dal centro della bobina ed è largo 50.0 cm. Quando il campo è spento, un fascio elettronico colpisce il centro dello schermo. Quale modulo del campo è necessario per deflettere il fascio fino al bordo dello schermo? Trascurare le correzioni relativistiche.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 22.5 Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente

18. Un magnete forte è posto sotto un anello conduttore orizzontale di raggio r che trasporta una corrente I come mostrato nella Figura P22.18. Se il campo magnetico forma un angolo θ con la normale nel posto in cui si trova l'anello, quali sono (a) il modulo e (b) la direzione della forza magnetica risultante sull'anello.

19. Un filo della lunghezza di 2.80 m trasporta una corrente di 5.00 A in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme di modulo 0.390 T. Calcolare l'intensità della forza magnetica esercitata sul filo assumendo che l'angolo tra il campo magnetico e la corrente sia: (a) 60.0° , (b) 90.0° e (c) 120° .

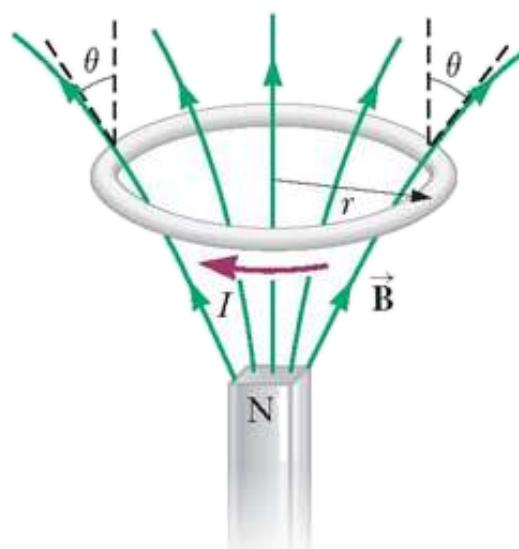


FIGURA P22.18

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. In Figura P22.20 il cubo ha uno spigolo di 40.0 cm. Quattro segmenti di filo (ab , bc , cd e da) formano un circuito chiuso che porta una corrente $I = 5.00\text{ A}$ nella direzione indicata. Un campo magnetico uniforme $B = 0.020\text{ o T}$ è diretto nella direzione positiva y . Determinare il vettore forza magnetica su (a) ab , (b) bc , (c) cd e (d) da . (e) Spiegare come si può determinare la forza esercitata sul quarto di questi segmenti dalle forze sugli altri tre, senza ulteriori calcoli che coinvolgano il campo magnetico.

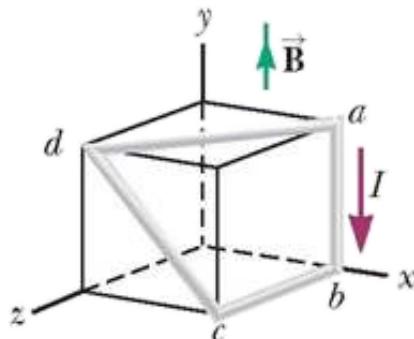


FIGURA P22.20

21. Un filo di massa per unità di lunghezza di 0.500 g/cm trasporta una corrente di 2.00 A orizzontalmente verso sud. Quali sono (a) la direzione e (b) il modulo del minimo campo magnetico necessario per sollevare questo filo verticalmente verso l'alto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Perché la situazione seguente è impossibile? Immagina un filo di rame di raggio 1.00 mm che circonda la Terra lungo il suo equatore magnetico, dove la direzione del campo è orizzontale. Un alimentatore fornisce 100 MW al filo per mantenere una corrente in esso, in una direzione tale che la forza magnetica dovuta al campo magnetico terrestre sia rivolta verso l'alto. A causa di questa forza, il filo viene immediatamente sollevato sopra il suolo.

23. Un filo metallico trasporta una corrente continua di 2.40 A . Un tratto rettilineo del filo di 0.750 m di lunghezza è diretto lungo l'asse x , soggetto all'azione di un campo magnetico uniforme. Se la corrente è diretta lungo la direzione positiva di x qual è la forza che agisce sul tratto di filo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 22.6 Momento agente su una spira in un campo magnetico uniforme

24. In un motore elettrico il rotore è costituito da una bobina rettangolare formata da 80 spire e di dimensioni 2.50 cm per 4.00 cm. Il rotore è in rotazione in un campo magnetico uniforme di 0.800 T. Quando il piano del rotore è perpendicolare alla direzione del campo magnetico, nel rotore scorre una corrente di 10.0 mA. In questa orientazione, il momento magnetico del rotore è diretto in verso opposto al campo magnetico. Il rotore compie poi una mezza rotazione. Questo processo viene ripetuto in modo tale che il rotore ruoti ad una velocità angolare costante di 3.60×10^3 giri/minuto. (a) Trovare il massimo momento delle forze agente sul rotore. (b) Trovare la potenza di picco erogata dal rotore. (c) Determinare il lavoro svolto dal campo magnetico sul rotore ad ogni rotazione completa. (d) Qual è la potenza media del motore?

25. Una bobina rettangolare è formata da $N = 100$ spire molto serrate ed ha dimensioni $a = 0.400$ m e $b = 0.300$ m. La bobina è incernierata lungo l'asse y e il piano delle spire forma un angolo $\theta = 30.0^\circ$ con l'asse x (Fig. P22.25). (a) Qual è il modulo del momento esercitato sulla bobina da un campo magnetico uniforme $B = 0.800$ T diretto nella direzione positiva di x , quando la corrente nelle spire ha un valore $I = 1.20$ A, nel verso indicato? (b) Qual è il verso in cui ci si aspetta che ruoti la bobina?

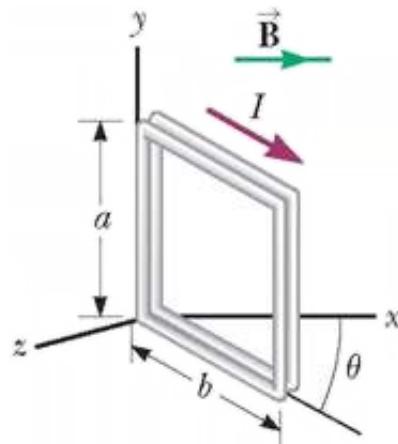


FIGURA P22.25

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Una spira rettangolare ha dimensioni 0.500 m per 0.300 m. La spira è impiernata all'asse x e giace nel piano xy come è mostrato nella Figura P22.26. Un campo magnetico uniforme di modulo 1.50 T è inclinato ad un angolo di 40.0° rispetto all'asse y con le linee di campo parallele al piano yz . La spira trasporta una corrente di 0.900 A nella direzione indicata. (Ignorare la gravitazione.) Si vuole calcolare il momento delle forze sul circuito. (a) Qual è la direzione della forza magnetica esercitata sul segmento ab della spira? Qual è la direzione del momento delle forze associato con questa forza rispetto a un'asse che passa per l'origine? (c) Qual è la direzione della forza magnetica esercitata sul segmento cd ? (d) Qual è la direzione del momento associato con questa forza rispetto ad un'asse che passa per l'origine? (e) Le forze considerate in (a) e (c) possono combinarsi in modo da far ruotare la spira intorno all'asse x ? (f) Possono in qualche modo influenzare il moto della spira? Spiegare. (g) Qual è la direzione della forza magnetica esercitata sul segmento bc della spira? (h) Qual è la direzione del momento delle forze associato con questa forza rispetto a un'asse che passa per l'origine? (i) Qual è il momento delle forze sul segmento ad rispetto ad un'asse che passa per l'origine? (j) Dal punto di vista della Figura P22.26, una volta che il circuito viene lasciato da fermo, nella posizione mostrata nella figura, esso ruoterà in senso orario o antiorario intorno all'asse x ? (k) Calcolare il modulo del momento magnetico del circuito. (l) Quanto vale l'angolo fra il vettore momento

magnetico e il campo magnetico? (m) Calcolare il momento delle forze sul circuito usando i risultati di (k) e (l).

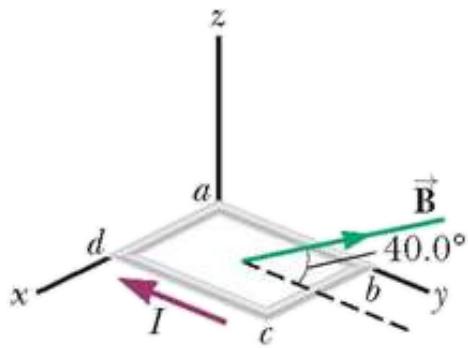


FIGURA P22.26

27. Una corrente di 17.0 mA circola in un singola spira circolare con una circonferenza di 2.00 m. Un campo magnetico di 0.800 T è diretto parallelamente al piano della spira. (a) Calcolare il momento magnetico della spira. (b) Qual è il modulo del momento delle forze che si esercita sulla spira da parte del campo magnetico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Una spira di corrente con un momento di dipolo magnetico $[Math Processing Error]$ è posta in un campo magnetico $[Math Processing Error]$ uniforme, con il suo momento che forma un angolo θ con il campo. Con la scelta arbitraria di $U = 0$ per $\theta = 90^\circ$, dimostrare che l'energia potenziale del sistema dipolo-campo è $[Math Processing Error]$.

Paragrafo 22.7 La legge di Biot-Savart

29. Calcolare il modulo del campo magnetico in un punto a 25.0 cm da un lungo conduttore sottile che porta una corrente di 2.00 A.

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. Un filo metallico infinitamente lungo e percorso da una corrente I , è piegato ad angolo retto come in Figura P22.30. Determinare il campo magnetico nel punto P ad una distanza x dall'angolo del filo.

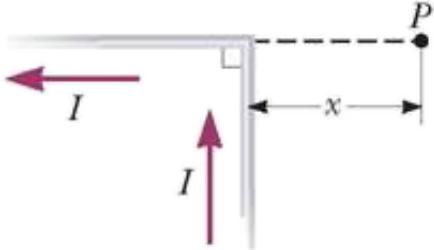


FIGURA P22.30

- 31.** Un conduttore consiste di una spira circolare di raggio $R = 15.0$ cm e di due lunghe sezioni rettilinee come è mostrato nella Figura P22.31. Il filo giace nel piano della pagina e porta una corrente $I = 1.00$ A. Trovare il campo magnetico nel centro della spira.

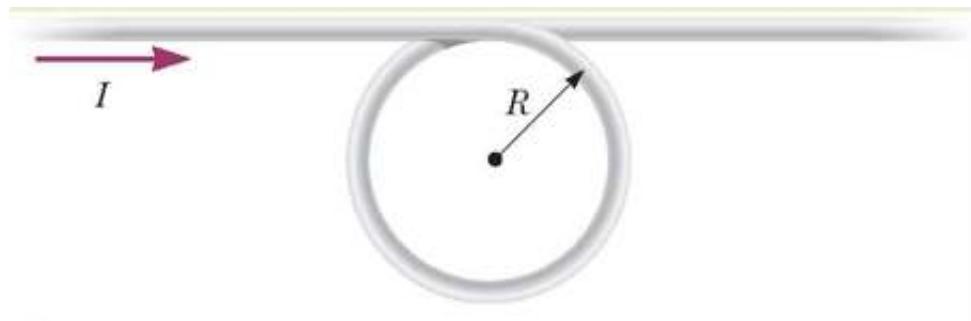


FIGURA P22.31 Problemi 31 e 32.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 32.** Un conduttore consiste di una spira circolare di raggio R e di due lunghe sezioni rettilinee come è mostrato nella Figura P22.31. Il filo giace nel piano della pagina e porta una corrente I . (a) Qual è la direzione del campo magnetico al centro della spira? (b) Trovare un'espressione per il modulo del campo magnetico al centro della spira.

- 33.** Un lungo filo è percorso da una corrente di 30.0 A verso sinistra lungo l'asse x . Un secondo lungo filo trasporta una corrente di 50.0 A verso destra lungo la linea retta ($y = 0.280$ m, $z = 0$). (a) In quale punto nel piano dei due fili il campo magnetico totale è uguale a zero? (b) Una particella con una carica di $-2.00 \mu\text{C}$ si muove con una velocità di lungo la linea retta ($y = 0.100$ m, $z = 0$). Calcolare il vettore forza magnetica che agisce sulla particella. (c) **E se?** Viene applicato un campo elettrico uniforme per consentire alla particella di passare attraverso questa regione senza essere deflessa. Calcolare il vettore campo elettrico necessario.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 34.** In due lunghi fili rettilinei, paralleli, scorrono due correnti dirette perpendicolarmente al piano del foglio, come mostrato in Figura P22.34. Nel filo

1 scorre una corrente I_1 entrante nel foglio (nella direzione negativa di z) e interseca l'asse delle x nel punto $x = +a$. Il filo 2 è percorso da una corrente I_2 incognita ed interseca l'asse delle x nel punto $x = -2a$. Il campo magnetico totale, generato dai due fili, nel punto di origine vale $2\mu_0 I_1/(2pa)$. La corrente I_2 può avere due possibili valori. (a) Determinare il valore I_2 con l'intensità minore, esprimendola in termini di I_1 e dandole il suo verso. (b) Determinare anche l'altro possibile valore di I_2 .

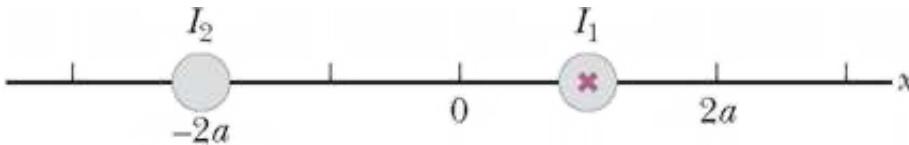


FIGURA P22.34

35. Un circuito, avente la forma mostrata in Figura P22.35 produce in P , centro dell'arco, un campo magnetico. Se l'arco di circonferenza sottende un angolo $\theta = 30.0^\circ$ e il raggio dell'arco è 0.600 m, qual è il campo magnetico, in direzione modulo e verso in P , quando il filo è percorso da una corrente di 3.00 A?

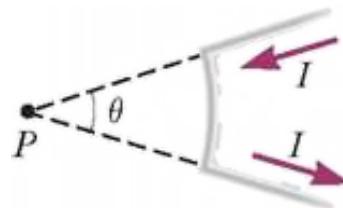


FIGURA P22.35

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Nel modello del 1913 dell'atomo di idrogeno di Niels Bohr, un elettrone ruota attorno a un protone ad una distanza di 5.29×10^{-11} m con una velocità di 2.19×10^6 m/s. Calcolare modulo del campo magnetico nella posizione del protone prodotto dal moto dell'elettrone.

37. Tre lunghi fili conduttori paralleli trasportano ognuno una corrente $I = 2.00$ A. La Figura P22.37 è una visuale in sezione dei conduttori, con ciascuna corrente uscente dalla pagina. Se $a = 1.00$ cm, determinare il modulo, la direzione ed il verso del campo magnetico nel (a) punto A , (b) punto B e (c) punto C .

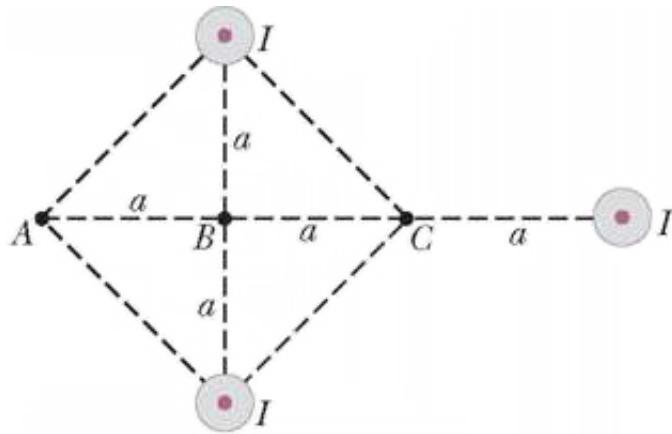


FIGURA P22.37

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. Si consideri una spira piana e circolare di raggio R percorsa da una corrente I . Scegliere l'asse x lungo l'asse della spira, con l'origine nel centro della spira. Tracciare un grafico del rapporto fra il modulo del campo magnetico in corrispondenza della coordinata x rispetto al campo magnetico nell'origine da $x = 0$ fino a $x = 5R$. Per risolvere il problema può essere utile una calcolatrice programmabile o un computer.

39. Problema di ricapitolazione. Per studiare se il meccanismo di orientamento degli uccelli migratori sia basato sul campo magnetico terrestre, alcuni uccelli sono stati dotati di “cappelli” e “collari”, come mostrato in Figura P22.39. (a) Se le due identiche bobine hanno raggio di 1.20 cm e sono distanti fra loro 2.20 cm, con 50 avvolgimenti ognuna, quale corrente dovrebbero trasportare per produrre, nel punto medio fra di loro, un campo magnetico di 4.50×10^{-5} T? (b) Se la resistenza di ogni bobina è 210 ft, quale voltaggio dovrebbe essere fornito dalle batterie alle bobine? (c) Quale potenza è fornita ad ogni bobina?



FIGURA P22.39

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Un fulmine può trasportare una corrente di 1.00×10^4 A per un breve intervallo di tempo. Qual è il campo magnetico risultante a 100 m dal fulmine? Assumere che il fulmine si estenda lontano sopra e sotto il punto di osservazione.

41. (a) Una spira circolare di forma quadrata con lato $\ell = 0.400$ m è percorsa da una corrente $I = 10.0$ A come è mostrato nella Figura P22.41. Calcolare il modulo, la direzione e il verso del campo magnetico nel centro del quadrato. (b) **E se?** Se a questo conduttore viene data una forma circolare e trasporta la stessa corrente, qual è il valore del campo magnetico nel centro?

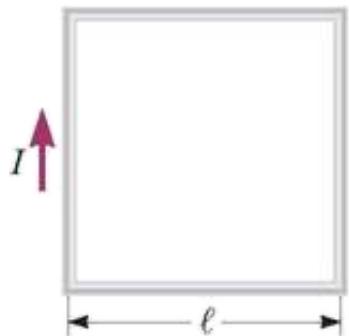


FIGURA P22.41

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 22.8 Forza magnetica fra due conduttori paralleli

42. Perché la seguente situazione è impossibile? Due conduttori di rame paralleli hanno ognuno lunghezza $\ell = 0.500$ m e raggio $r = 250 \mu\text{m}$. Essi portano le correnti $I = 10.0$ A in versi opposti e si respingono mutuamente con una forza magnetica $F_B = 1.00$ N.

43. Nella Figura P22.43 il conduttore rettilineo è percorso da una corrente $I_1 = 5.00$ A e si trova nello stesso piano della spira rettangolare percorsa da una corrente $I_2 = 10.0$ A. Le dimensioni in figura sono $c = 0.100$ m, $a = 0.150$ m ed $\ell = 0.450$ m. Calcolare il modulo, la direzione e il verso della forza risultante che è esercitata sulla spira rettangolare dal campo magnetico creato dal filo rettilineo.

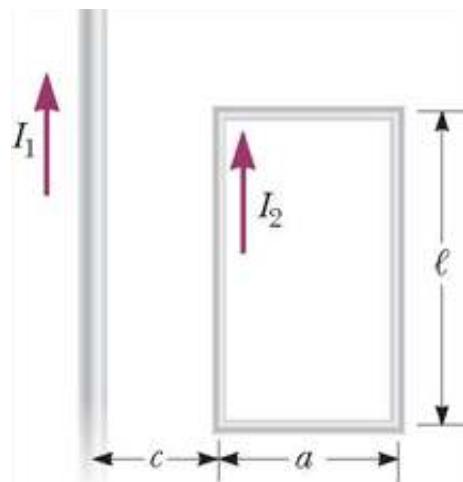


FIGURA P22.43 Problemi 43 e 44.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

44. Nella Figura P22.43 il conduttore rettilineo è percorso da una corrente I_1 e si trova nello stesso piano della spira rettangolare percorsa da una corrente I_2 . La spira ha lunghezza ℓ e larghezza a . L'estremità in basso a sinistra della spira si trova a una distanza c dal filo rettilineo. Calcolare il modulo, la direzione e il verso della forza risultante che è esercitata sulla spira rettangolare dal campo magnetico creato dal filo rettilineo.

45. Due lunghi fili conduttori paralleli, posti a distanza di 10.0 cm, sono percorsi da correnti aventi lo stesso verso. Il primo filo è percorso da una corrente $I_1 = 5.00 \text{ A}$, e il secondo da una corrente $I_2 = 8.00 \text{ A}$. (a) Qual è il modulo del campo magnetico creato da I_1 nella posizione di I_2 ? (b) Qual è la forza magnetica per unità di lunghezza esercitata da I_1 su I_2 ? (c) Qual è il modulo del campo magnetico creato da I_2 nella posizione di I_1 ? (d) Qual è la forza magnetica per unità di lunghezza esercitata da I_2 su I_1 ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Due lunghi fili metallici sono appesi verticalmente. Il filo 1 è percorso da una corrente verso l'alto di 1.50 A. Il filo 2, a 20.0 cm sulla destra del filo 1, è percorso da una corrente verso il basso di 4.00 A. Un terzo filo, filo 3, deve essere appeso verticalmente e posizionato in maniera tale che quando viene percorso da una certa corrente, su ogni filo si eserciti una forza risultante nulla. (a) È possibile che una tale situazione si verifichi? È possibile che si verifichi in più modi? Descrivere (b) la posizione del filo 3 e (c) l'intensità e il verso della corrente nel filo 3.

Paragrafo 22.9 Teorema di Ampère

47. La Figura P22.47 è la sezione di un cavo coassiale. Il conduttore centrale è circondato da uno strato di gomma, da un conduttore esterno e da un altro strato di gomma. In una particolare applicazione la corrente nel conduttore interno è $I_1 = 1.00 \text{ A}$ uscente dalla pagina e la corrente nel conduttore esterno è $I_2 = 3.00 \text{ A}$ entrante nella pagina. Se la distanza è $d = 1.00 \text{ mm}$, determinare il modulo, la direzione e il verso del campo magnetico nel (a) punto a e (b) punto b .

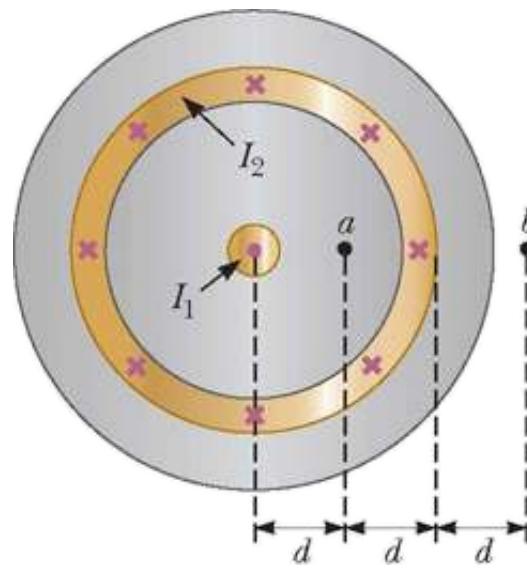


FIGURA P22.47[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

48. Il metallo niobio diventa superconduttore quando è raffreddato sotto i 9 K. La sua supercondutività viene distrutta quando il campo magnetico superficiale supera i 0.100 T. Determinare la massima corrente che può portare un filo di niobio di 2.00 mm di diametro per mantenere la superconduttività in assenza di qualsiasi campo magnetico esterno.

49. Un lungo filo rettilineo è appoggiato su una tavola orizzontale e percorso da una corrente di $1.20 \mu\text{A}$. Nel vuoto, un protone si muove parallelamente al filo (nel verso opposto alla corrente) con una velocità costante di $2.30 \times 10^4 \text{ m/s}$ a una distanza d al di sopra del filo. Determinare il valore di d trascurando il campo magnetico terrestre.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

50. Un insieme di 100 fili lunghi, isolati e compatti, forma un cilindro di raggio $R = 0.500 \text{ cm}$. Se ciascun filo porta una corrente di 2.00 A, quali sono (a) il modulo e (b) la direzione e il verso della forza per unità di lunghezza che agisce su un filo posto a 0.200 cm dal centro dell'insieme? (c) E se? Potrebbe un filo che si trova sulla superficie esterna subire una forza maggiore o minore di quella calcolata nelle domande (a) e (b)? Dare una spiegazione qualitativa della risposta.

51. Il campo magnetico ad una distanza di 40.0 cm da un filo rettilineo in cui scorre una corrente di 2.00 A è pari a $1.00 \mu\text{T}$. (a) A che distanza il campo vale $0.100 \mu\text{T}$? (b) **E se?** In un certo istante, due conduttori in una prolunga elettrica casalinga trasportano una corrente di 2.00 A in direzioni opposte. I due fili sono separati da una distanza di 3.00 mm. Calcolare il campo magnetico ad una distanza di 40.0 cm dal punto medio tra i due fili, nel piano in cui giacciono i fili. (c) A quale distanza il campo magnetico si è ridotto ad un decimo del valore precedente? (d) Il filo centrale in un cavo coassiale trasporta una corrente di 2.00 A in una direzione e la maglia attorno al filo trasporta una corrente di 2.00 A in direzione opposta. Quale campo magnetico viene prodotto all'esterno del cavo coassiale?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

52. Il campo magnetico creato da una corrente intensa che passa attraverso un plasma (gas ionizzato) può far avvicinare fra loro le particelle cariche della corrente. Questo *effetto restringimento* è stato usato per progettare reattori a fusione. Esso può essere dimostrato facendo passare una corrente intensa parallelamente all'asse di una lattina di alluminio vuota. Sia R il raggio della lattina e I la corrente distribuita uniformemente sulle pareti curve della lattina.

Determinare il campo magnetico (a) proprio all'interno della parete e (b) appena all'esterno della parete. (c) Determinare la pressione sulla parete.

- 53.** Le bobine magnetiche di un reattore a fusione Tokamak sono a forma di toroide con un raggio interno di 0.700 m e raggio esterno di 1.30 m. Il toroide ha 900 spire di un filo a grande diametro e ciascuna spira porta una corrente di 14.0 kA. Trovare il modulo del campo magnetico all'interno del toroide lungo (a) il raggio interno del toroide e (b) il raggio esterno del toroide.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 54.** Quattro lunghi fili conduttori, rettilinei e paralleli, sono percorsi dalla stessa corrente $I = 5.00 \text{ A}$. La Figura P22.54 è una vista dall'alto della disposizione dei conduttori. La corrente è entrante nel foglio nei punti A e B ed è uscente dal foglio nei punti C e D . Calcolare (a) il modulo e (b) la direzione e il verso del campo magnetico nel punto P , posto al centro del quadrato di lato $\ell = 0.200 \text{ m}$.

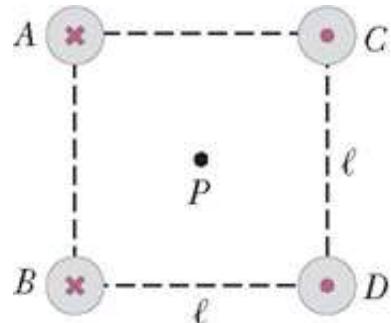


FIGURA P22.54

Paragrafo 22.10 Il campo magnetico di un solenoide

- 55.** In una spira quadrata di lato 2.00 cm scorre una corrente di 0.200 A in senso orario. La spira è posta all'interno di un solenoide ed il piano della spira è perpendicolare al campo magnetico del solenoide. Il solenoide ha 30.0 spire/cm e trasporta una corrente in senso orario, di 15.0 A. Trovare (a) la forza agente su ogni lato della spira e (b) il momento delle forze sulla spira.

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 56.** Consideriamo un solenoide di lunghezza ℓ e raggio a , costituito da N spire strettamente avvolte in cui circola una corrente continua I . (a) Usando questi parametri, trovare il campo magnetico lungo l'asse in funzione della posizione x da un estremo del solenoide. (b) Dimostrare che quando ℓ diventa molto grande, B si approssima a $\mu_0 NI/2\ell$, a ciascun estremo del solenoide.

57. Che corrente deve scorrere in un solenoide di 1 000 spire di filo distribuite uniformemente su una lunghezza di 0.400 m per produrre un campo magnetico d'intensità 1.00×10^{-4} T al suo centro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Un solenoide di diametro 10.0 cm e lungo 75.0 cm è costituito da filo di rame di 0.100 cm di diametro, con uno strato isolante molto sottile. Il filo è avvolto attorno ad un tubo di cartone in un unico strato, con le spire adiacenti che si toccano l'una con l'altra. Per produrre un campo di 8.00 mT al centro del solenoide, quale potenza deve essere fornita al solenoide?

Paragrafo 22.11 Magnetismo nella materia

59. Il momento magnetico della Terra è all'incirca 8.00×10^{22} A • m². (a) Immagina che ciò sia dovuto alla magnetizzazione di saturazione di un enorme giacimento di ferro di densità 7 900 kg/ m³ e approssimativamente 8.50×10^{28} atomi di ferro/m³. (a) Quanti elettroni spaiali, ognuno con un momento magnetico di 9.27×10^{-24} A • m², contribuirebbero a questa magnetizzazione? (b) Se ci fossero due elettroni spaiali per ciascun atomo di ferro, quanti chilogrammi di ferro corrisponderebbero a questo momento magnetico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Nel modello del 1913 dell'atomo di idrogeno di Bohr, un elettrone compie un'orbita circolare di 5.29×10^{-11} m di raggio con una velocità di 2.19×10^6 m/s. (a) Qual è il modulo del momento magnetico dovuto al moto dell'elettrone? (b) Se l'elettrone ruota in un'orbita circolare orizzontale, in senso antiorario se visto dall'alto, quali sono la direzione e il verso di questo momento magnetico?

Paragrafo 22.12 Collegamento al contesto: navigazione magnetica a distanza per operazioni di ablazione cardiaca con catetere

61. BIO Un tipico valore per il modulo del campo magnetico esterno in un'operazione di ablazione con navigazione magnetica a distanza è $B = 0.080$ T. Supponiamo che il magnete permanente nel catetere usato nell'operazione si trovi nell'atrio sinistro del cuore e soggetto a questo campo magnetico. Il magnete permanente abbia momento magnetico di 0.10 A • m². L'orientazione del magnete permanente formi un angolo di 30° rispetto alla direzione delle linee del campo magnetico esterno. (a) Qual è il modulo del momento delle forze sulla punta del catetere che contiene il magnete permanente? (b) Qual è l'energia potenziale del sistema formato dal magnete permanente nel catetere e dal campo magnetico creato dai magneti esterni?

VISUALIZZA SOLUZIONE

62.BIO Problema di ricapitolazione. Durante un'operazione di ablazione cardiaca, energia viene rilasciata al tessuto del cuore dalla punta di un catetere cardiaco per mezzo di radiazione elettromagnetica ad un tasso tipico di 50.0 W. Una temperatura di target tipica per l'ablazione è 65.0°C. Supponiamo che una tipica applicazione dell'ablazione su una zona del cuore duri 15.0 s. (a) Quanta energia viene rilasciata sulla zona dell'ablazione durante questa singola applicazione? (b) Se il tessuto arriva alla temperatura del target nei 15.0 s, quanta massa di tessuto è stata coinvolta dall'ablazione? Si assuma che il calore specifico del tessuto del cuore sia uguale a quello dell'acqua e che la temperatura iniziale del tessuto sia la normale temperatura del corpo umano, 37.0°C. Si assuma anche che l'energia rilasciata al tessuto resti nel tessuto durante i 15.0 s in cui il tessuto è riscaldato.

Problemi generali

63. Ioni di carbonio-14 e carbonio-12 (ognuno con carica e) sono accelerati in un ciclotrone. Se il ciclotrone ha un campo magnetico di modulo 2.40 T, qual è la differenza nelle frequenze del ciclotrone per i due ioni?

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. Un foglio infinito di corrente che giace nel piano yz conduce una corrente superficiale di densità lineare J_s . La corrente è nella direzione positiva di z e J_s rappresenta la corrente per unità di lunghezza misurata lungo l'asse y . La Figura P22.64 è una vista di profilo del foglio. Dimostrare che il campo magnetico vicino al foglio è parallelo al foglio e perpendicolare alla direzione della corrente, di modulo $\mu_0 J_s / 2$.

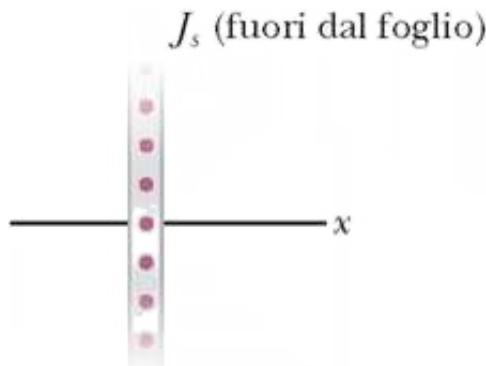


FIGURA P22.64

65. Una particella con una carica positiva $q = 3.20 \times 10^{-19}$ C si muove con velocità attraverso una regione in cui esistono sia un campo magnetico uniforme che un campo elettrico uniforme. (a) Calcolare la forza totale sulla carica in moto (in notazione vettoriale) se . (b) Quale angolo forma il vettore forza con l'asse x positivo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

66. L'effetto Hall trova importanti applicazioni nell'industria elettronica. Esso viene impiegato per determinare il segno e la densità dei portatori di carica della corrente elettrica nei circuiti integrati a semiconduttore. La configurazione è mostrata nella Figura P22.66. Un blocco semiconduttore di spessore t e larghezza d trasporta una corrente I nella direzione x . Un campo magnetico uniforme \vec{B} è applicato nella direzione y . Se i portatori di carica sono positivi, la forza magnetica li deflette nella direzione z . Una carica positiva si accumula sulla superficie superiore del campione ed una carica negativa si accumula sulla superficie inferiore, creando un campo elettrico diretto verso il basso. All'equilibrio, la forza elettrica verso il basso sui portatori di carica equilibra la forza magnetica verso l'alto e i portatori si muovono attraverso il campione senza subire alcuna deflessione. Il voltaggio Hall $\Delta V_H = V_c - V_a$ fra la superficie superiore e quella inferiore viene misurato e da esso si può calcolare la densità dei portatori. (a) Dimostrare che se i portatori di carica sono negativi lo è anche il voltaggio Hall. Dunque, l'effetto Hall permette di determinare il segno dei portatori di carica, e così il campione può essere classificato come di tipo *p* (maggioranza di portatori positivi) o tipo *n* (magioranza di portatori negativi). (b) Determinare il numero di portatori di carica per unità di volume n in termini di I , t , B , ΔV_H e il valore q della carica del portatore.

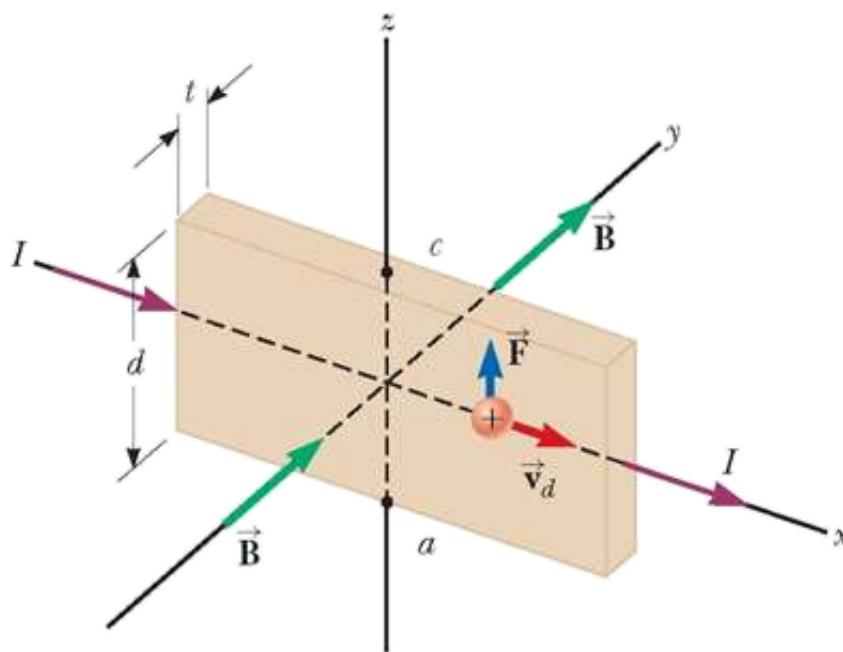


FIGURA P22.66

67. Problema di ricapitolazione. Una sbarra metallica di 0.200 kg, percorsa da una corrente di 10.0 A, scorre su due rotaie orizzontali distanti fra loro 0.500 m. Se il coefficiente di attrito dinamico fra la sbarra e le rotaie è 0.100, qual è il modulo del campo magnetico verticale necessario per mantenere costante la velocità della sbarra?

VISUALIZZA SOLUZIONE

68. Problema di ricapitolazione. Una sbarra metallica di massa m , percorsa da una corrente I , scorre su due rotaie orizzontali separate da una distanza d . Se il coefficiente di attrito dinamico fra la sbarra e le rotaie è μ , qual è il modulo del campo magnetico verticale necessario per mantenere costante la velocità della sbarra?

69. Due spire identiche circolari sono parallele, coassiali e quasi a contatto, con i loro centri distanti 1.00 mm fra loro (Fig. P22.69). Ogni spira ha 10.0 cm di raggio. La spira superiore è percorsa da una corrente di 140 A in senso orario, quella inferiore è percorsa dalla stessa corrente in senso antiorario. (a) Calcolare la forza magnetica che la spira inferiore esercita sulla superiore. (b) Supponi che uno studente pensi che il primo passo per risolvere la parte (a) sia di usare l'Equazione 22.23 per trovare il campo magnetico creato da una delle spire. Quali argomenti useresti a favore o contro questa idea? (c) La spira superiore ha una massa di 0.021 g. Calcolare la sua accelerazione, assumendo che le forze che agiscono su di essa siano la forza calcolata in (a) e la forza peso.

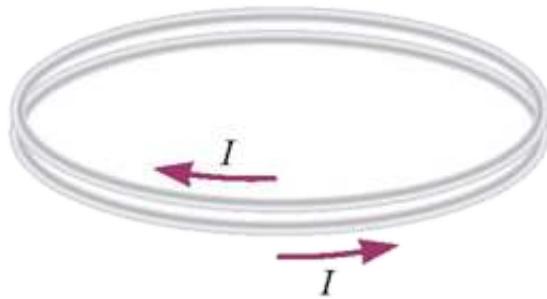


FIGURA P22.69

VISUALIZZA SOLUZIONE

70. Consideriamo un segmento di filo sottile e rettilineo che conduce una corrente costante, I , posto lungo l'asse x , come in Figura P22.70. (a) Usare la legge di Biot e Savart per mostrare che il campo magnetico totale nel punto P , posto a distanza a dal filo, è:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

(b) Supponendo che il filo sia infinitamente lungo, dimostrare che il risultato per il campo magnetico nella parte (a) è in accordo con quello ottenuto usando il teorema di Ampère nell'Esempio 22.8.

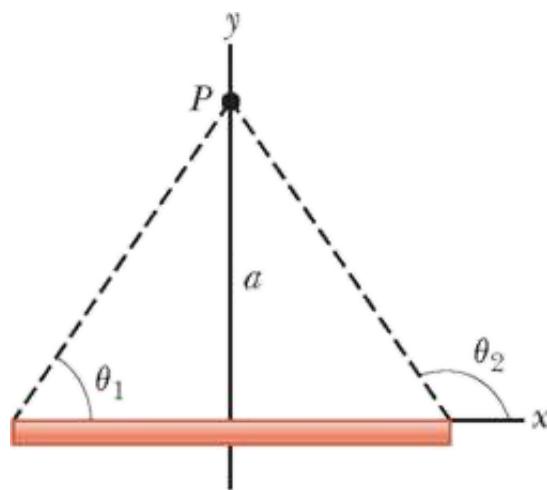


FIGURA P22.70

71. Si supponga che la regione a destra di un certo piano contenga un campo magnetico uniforme di modulo 1.00 mT e che il campo sia zero nella regione a sinistra del piano, come è mostrato nella Figura P22.71. Un elettrone, la cui velocità è inizialmente perpendicolare al piano di confine, entra nella regione del campo. (a) Determinare il tempo necessario all'elettrone per abbandonare la regione in cui esiste il campo, notando che la sua traiettoria è una semicirconferenza. (b) Trovare l'energia cinetica dell'elettrone se la profondità massima di penetrazione nel campo è 2.00 cm.

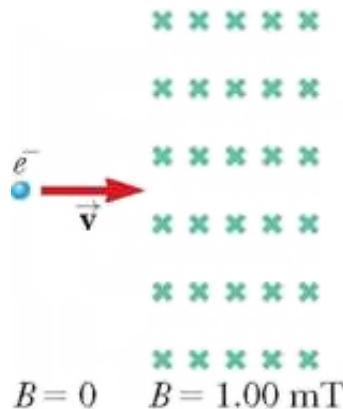


FIGURA P22.71

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

72. BIO I macchinari che fungono da cuore-polmone artificiale e rene artificiale impiegano pompe elettromagnetiche per far circolare il sangue. Il sangue è confinato in un tubo elettricamente isolato, nella realtà di forma cilindrica ma qui rappresentato come un rettangolo di larghezza w e altezza h . La Figura P22.72 mostra una sezione rettangolare di sangue all'interno del tubo. Due elettrodi sono posti sopra e sotto il tubo. La differenza di potenziale tra essi genera una corrente elettrica attraverso il sangue, con densità di corrente J attraverso una sezione di lunghezza L . Nella stessa regione è presente un campo magnetico perpendicolare al tubo. (a) Spiegare perché questa configurazione produce una forza sul liquido diretta lungo la lunghezza del tubo. (b) Dimostrare che sulla sezione di liquido su cui agisce il campo magnetico vi è un aumento di pressione pari a JLB . (c) Quando il sangue esce dalla pompa, è elettricamente carico? (d) Trasporta una corrente elettrica? (e) È magnetizzato? (La stessa pompa elettromagnetica può essere usata per tutti i fluidi conduttori, come ad esempio il sodio liquido nei reattori nucleari.)

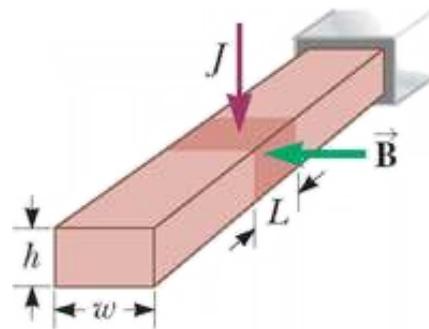


FIGURA P22.72

73. BIO Un cardiochirurgo controlla il flusso sanguigno attraverso un'arteria usando un flussimetro elettromagnetico (Fig. P22.73). Gli elettrodi *A* e *B* sono in contatto con la superficie esterna del vaso sanguigno, che ha un diametro di 3.00 mm. (a) Per un campo magnetico di modulo 0.040 T, viene rivelata una f.e.m. di $160 \mu\text{V}$ fra gli elettrodi. Calcolare la velocità del sangue. (b) Spiegare perché l'elettrodo *A* è positivo, com'è mostrato in figura. Il segno della f.e.m. cambia se gli ioni mobili nel sangue sono principalmente carichi positivamente o negativamente? Spiegare.

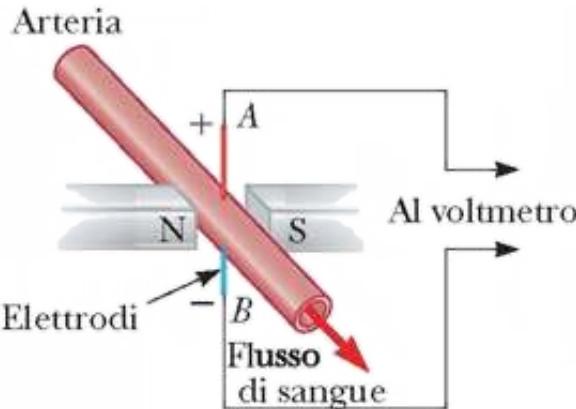


FIGURA P22.73

VISUALIZZA SOLUZIONE

74. Perché la seguente situazione è impossibile? Il modulo del campo magnetico terrestre in ognuno dei due poli è approssimativamente $7.00 \times 10^{-5} \text{ T}$. Supponiamo che il campo si annulli prima della prossima inversione. Alcuni scienziati propongono di generare artificialmente un campo magnetico sostitutivo che permetta l'uso di quelli strumenti che necessitano della presenza del campo magnetico. Il progetto selezionato consiste nel posare un filo di rame intorno all'equatore e farci passare una corrente per generare un campo magnetico di modulo $7.00 \times 10^{-5} \text{ T}$ ai poli. (Ignorare la magnetizzazione dei materiali all'interno della Terra.) Il progetto viene attuato con grande successo.

75. Dei protoni con energia cinetica di 5.00 MeV ($1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$) si muovono lungo la direzione *x* ed entrano in un campo magnetico *T* diretto fuori dal piano della pagina e che si stende da $x = 0$ a $x = 1.00 \text{ m}$, come è mostrato nella Figura P22.75. (a) Ignorando effetti relativistici, trovare l'angolo α fra il vettore velocità iniziale del fascio di protoni ed il vettore velocità dopo che il fascio è uscito dalla regione del campo. (b) Calcolare la componente *y* dei momenti dei protoni quando essi escono dal campo magnetico.

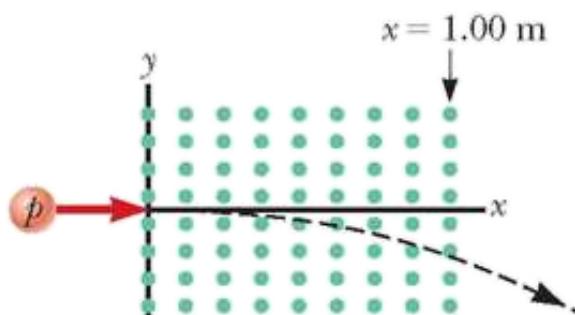


FIGURA P22.75

76. Problema di ricapitolazione. È stato suggerito di usare un *cannone a rotaia* per lanciare dei proiettili nello spazio senza bisogno di razzi a propulsione chimica. Un modello da tavolo di cannone a rotaia (Fig. P22.76) è costituito da due lunghe rotaie orizzontali e parallele distanti $\ell = 3.50$ cm, collegate da una sbarretta BD di massa $m = 3.00$ g che è libera di scivolare senza attrito. Le rotaie e la sbarretta hanno una piccola resistenza elettrica e la corrente è limitata al valore costante $I = 24.0$ A da un generatore che si trova lontano alla sinistra della figura così da non avere alcun effetto magnetico sulla sbarretta. La Figura P22.76 mostra la sbarretta ferma nel punto di mezzo delle rotaie nel momento in cui si inizia a far passare la corrente. Si vuole determinare la velocità con cui la sbarretta abbandona le rotaie essendo partita dal punto di mezzo delle rotaie. (a) Trovare il modulo del campo magnetico a una distanza di 1.75 cm da un lungo filo rettilineo percorso da una corrente di 2.40 A. (b) Al fine di determinare il campo magnetico, modellare le rotaie come infinitamente lunghe. Usando il risultato della parte (a), trovare modulo e orientamento del campo magnetico nel punto di mezzo della sbarretta. (c) Discuti sul fatto che il valore del campo è lo stesso per tutte le posizioni della sbarretta alla destra del punto di mezzo delle rotaie. Negli altri punti lungo la sbarretta, il campo è nella stessa direzione che ha nel punto di mezzo, ma più grande in modulo. Assumere che il campo magnetico medio effettivo lungo la sbarretta sia cinque volte maggiore del campo nel punto di mezzo. Con queste assunzioni, trovare (d) il modulo e (e) la direzione e il verso della forza sulla sbarretta. (f) È ragionevole assumere come modello della sbarretta una particella che si muove con accelerazione costante? (g) Trovare la velocità della sbarretta dopo che essa ha percorso la distanza $d = 130$ cm verso l'estremità delle rotaie.

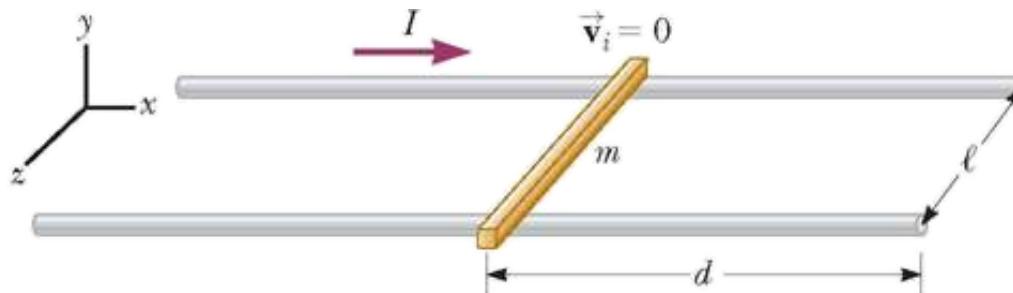


FIGURA P22.76

77. Un anello isolante di raggio 10.0 cm è uniformemente caricato con una carica totale positiva di $10.0 \mu\text{C}$. L'anello ruota a velocità angolare costante di 20.0 rad/s attorno al proprio asse passante per il centro e perpendicolare al piano dell'anello. Qual è il modulo del campo magnetico sull'asse dell'anello ad una distanza di 5.00 cm dal suo centro?

78. Un anello isolante di raggio R è uniformemente caricato con una carica totale positiva q . L'anello ruota a velocità angolare costante ω attorno al proprio asse passante per il centro e perpendicolare al piano dell'anello. Qual è il modulo del campo magnetico lungo l'asse dell'anello alla distanza $R/2$ dal suo centro?

79. Un miscelatore elettrico portatile contiene un motore elettrico. Assimilare il motore ad una singola bobina compatta, piana e circolare percorsa da una corrente in una regione dove un campo magnetico è prodotto da un magnete permanente esterno. È necessario considerare soltanto un istante del funzionamento del motore (considereremo i motori ancora nel Capitolo 23). Dedurre un ordine di grandezza (a) del campo magnetico, (b) del momento delle forze sulla bobina, (c) della corrente nella bobina (d) dell'area della spira e (e) del numero di spire nella bobina. Notare che la potenza di ingresso del motore è elettrica ed è data da $P = I\delta V$, mentre la potenza di uscita utile è meccanica, data da $P = \tau\omega$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

80. Perché la seguente situazione è impossibile? La Figura P22.80 mostra una tecnica sperimentale per cambiare la direzione del moto di una particella carica. Una particella di carica $q = 1.00 \mu\text{C}$ e massa $m = 2.00 \times 10^{-13} \text{ kg}$ entra nella parte inferiore della regione di campo magnetico uniforme con il modulo della velocità pari a $v = 2.00 \times 10^5 \text{ m/s}$, e con la sua direzione perpendicolare alle linee di campo. La forza magnetica sulla particella determina una variazione della direzione di moto cosicché essa esce dalla superficie superiore della regione del campo magnetico in una direzione che forma un certo angolo rispetto alla direzione iniziale. Il campo magnetico ha modulo $B = 0.400 \text{ T}$ ed è diretto perpendicolarmente alla pagina. La lunghezza h della regione del campo magnetico è 0.110 m . Una ricercatrice prova la tecnica e misura l'angolo θ con cui la particella esce dalla superficie superiore del campo. Ella trova che gli angoli di deviazione sono esattamente quelli predetti dalla teoria.

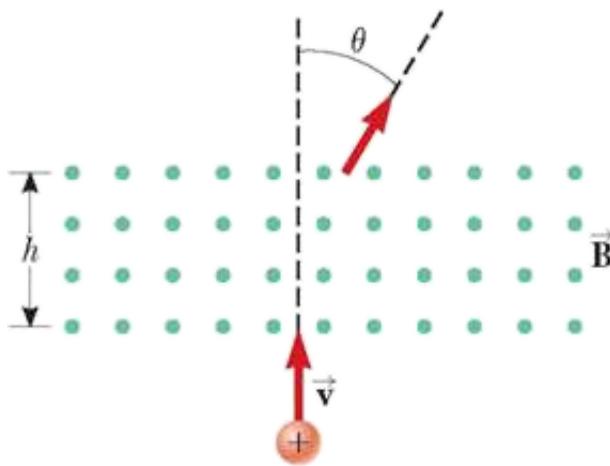


FIGURA P22.80

81. Una striscia di metallo molto lunga e sottile, di larghezza w , è percorsa longitudinalmente da una corrente I come è mostrato nella Figura P22.81. La corrente è distribuita uniformemente lungo la larghezza della striscia. Trovare il campo magnetico nel punto P della figura. Il punto P si trova nel piano della striscia ad una distanza b dal suo bordo.

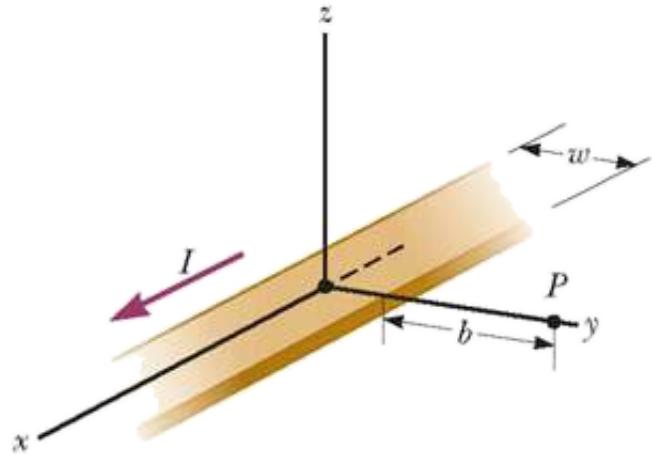


FIGURA P22.81

VISUALIZZA SOLUZIONE

Typeetting math: 57%

Legge di Faraday e

induttanza



Disegno d'artista dello Skerries SeaGen Array, un generatore di energia che sfrutta le maree. Esso è in costruzione vicino all'isola di Anglesey, Galles del Nord. Quando sarà funzionante, forse nel 2015, essa produrrà 10.5 MW di potenza da generatori azionati dalle maree. L'immagine mostra le pale sottomarine che vengono messe in moto dalle maree. Studieremo i generatori in questo capitolo.

Finora ci siamo occupati dei campi elettrici generati da cariche a riposo e di campi magnetici prodotti da cariche elettriche in moto. In questo capitolo discuteremo un nuovo tipo di campo elettrico: quello generato da un campo magnetico variabile.

Come abbiamo appreso nel Paragrafo 19.1, gli esperimenti condotti da Michael Faraday in Inghilterra agli inizi del 1800 e, indipendentemente, da Joseph Henry negli Stati Uniti, dimostrarono che una corrente elettrica può essere indotta in un circuito da un campo magnetico variabile. I risultati di questi esperimenti portarono alla formulazione di una delle leggi fondamentali dell'elettromagnetismo nota come legge di Faraday dell'induzione. La legge di Faraday spiega come funziona un generatore, così come altri dispositivi di uso pratico.

La legge di Faraday è anche alla base di un nuovo elemento circuitale, l'induttanza. Questo nuovo elemento circuitale si combina con le resistenze e i condensatori per dar luogo ad una varietà di utili circuiti elettrici.

Legge di Faraday dell'induzione

Iniziamo la discussione dei concetti di questo capitolo considerando un semplice esperimento che si basa sui concetti già esposti nel Capitolo 22. Immaginiamo che un conduttore metallico rettilineo si trovi in un campo magnetico uniforme diretto verso l'interno della pagina, come in Figura 23.1 (pag. 782). All'interno del filo metallico vi sono elettroni liberi.

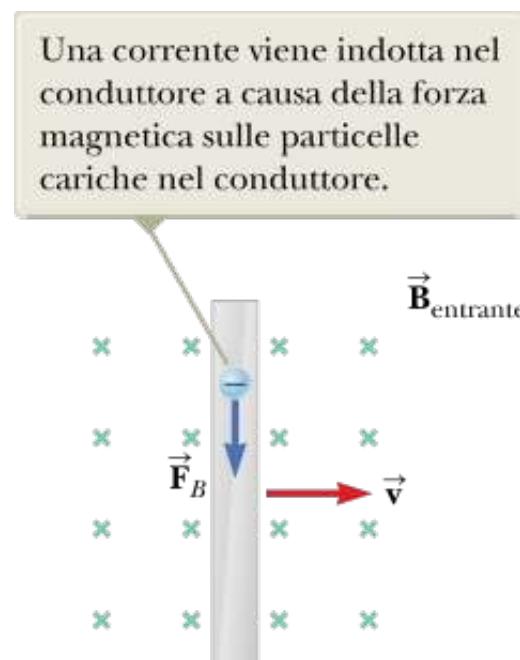


FIGURA 23.1 Un conduttore elettrico rettilineo si muove con velocità v^{\rightarrow} attraverso un campo magnetico uniforme B diretto perpendicolarmente a v^{\rightarrow} .

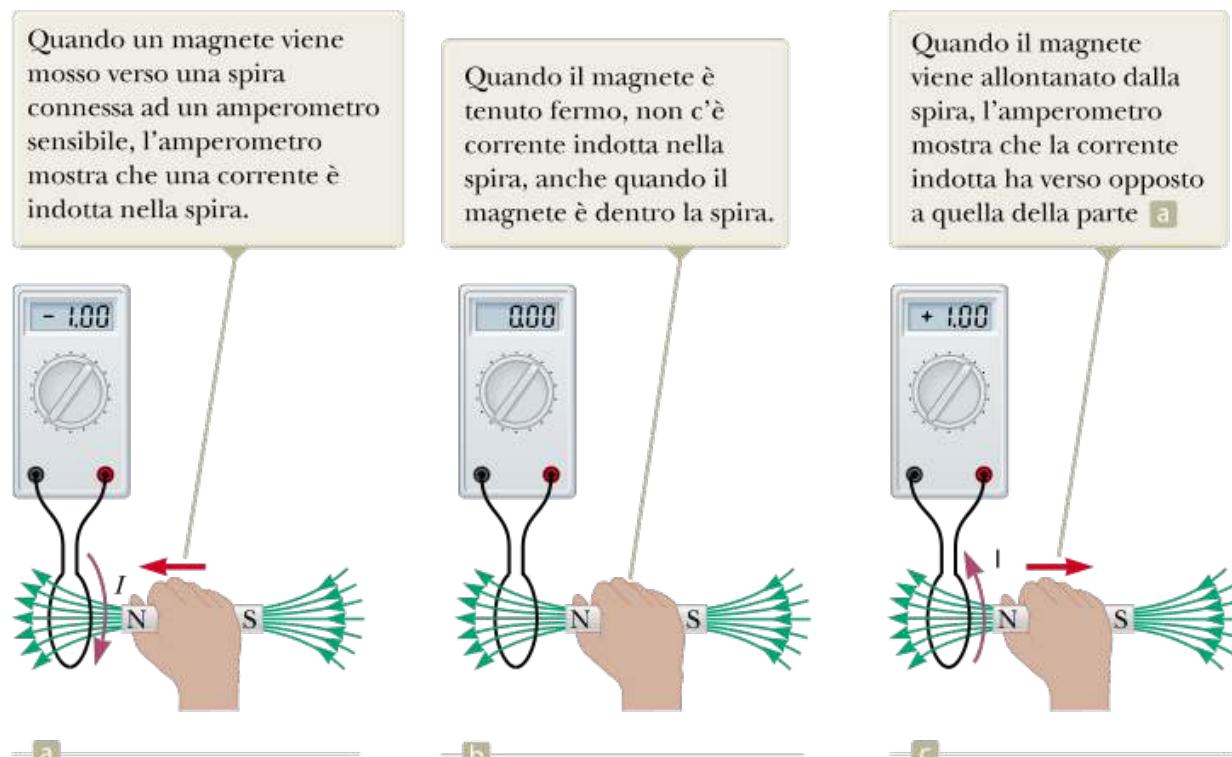
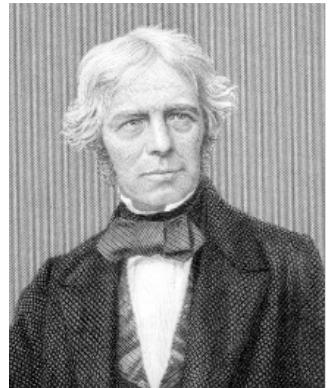


FIGURA 23.2 Un semplice esperimento che dimostra che una corrente viene indotta in una spira quando un magnete viene avvicinato o allontanato dalla spira.



© Stockphoto.com/Steven Wynn Photography

Michael Faraday Fisico e chimico inglese (1791-1867) Faraday è ritenuto da molti il più grande scienziato sperimentale del 1800. I suoi fondamentali contributi allo studio dell'elettricità includono tanto l'invenzione di un motore elettrico, un generatore elettrico e un trasformatore, come la scoperta dell'induzione elettromagnetica e delle leggi dell'elettrolisi. Influenzato grandemente dalla sua fede religiosa, egli rifiutò di lavorare per l'esercito britannico sui gas venefici.

Supponiamo ora che il filo si muova con una velocità v verso destra. L'Equazione 22.1 ci dice che una forza magnetica agisce sugli elettroni del filo. In accordo alla regola della mano destra, la forza agente sugli elettroni è diretta verso il basso in Figura 23.1 (ricorda che gli elettroni trasportano una carica negativa). Poiché questa direzione è lungo il filo, gli elettroni si muovono lungo il filo in risposta a questa forza. Quindi, si produce una *corrente* nel filo quando esso si muove in un campo magnetico!

Consideriamo un altro semplice esperimento che dimostra come si possa produrre una corrente elettrica con un campo magnetico. Consideriamo una spira di filo conduttore collegata ad un amperometro, uno strumento che misura la corrente, come viene illustrato nella Figura 23.2. Se si avvicina un magnete alla spira, l'amperometro mostra l'esistenza di una corrente come nella Figura 23.2a. Quando il magnete è tenuto fermo come in Figura 23.2b, l'amperometro non rivela alcuna corrente. Se il magnete si allontana dalla spira, come nella Figura 23.2c, l'amperometro rivela una corrente nel verso opposto rispetto alla corrente causata dal moto del magnete verso l'amperometro. Infine, se il magnete viene tenuto fermo e la spira viene avvicinata o allontanata dal magnete, l'amperometro rivela di nuovo una corrente. Da queste osservazioni si può concludere che una corrente elettrica circola nella spira ogni volta che vi è un moto relativo del magnete rispetto alla spira.

Questi risultati sono estremamente importanti se consideriamo che una corrente è osservata nella spira senza che una batteria sia connessa al circuito. Chiameremo quest'ultima corrente **corrente indotta** ed essa è generata da una **f.e.m. indotta**.

Un altro esperimento, condotto per la prima volta da Faraday, è descritto schematicamente nella Figura 23.3. Una parte dell'apparato sperimentale consiste in una bobina di filo isolato collegata a un interruttore e a una batteria. Chiameremo questa bobina *avvolgimento primario*, e il circuito corrispondente sarà il circuito primario. Questa bobina è avvolta su un anello di ferro per rendere più intenso il campo magnetico prodotto dalla corrente che fluisce nella bobina. Un'altra bobina di filo isolato è avvolta sullo stesso anello, a destra, ed è collegata ad un amperometro. Questa bobina sarà indicata come *avvolgimento secondario*, e il corrispondente circuito sarà il circuito secondario. Nel circuito secondario non c'è alcuna batteria, e l'avvolgimento secondario non è connesso elettricamente all'avvolgimento primario. Lo scopo di questo apparato è di rivelare la corrente che potrebbe essere generata nel circuito secondario da una variazione del campo magnetico prodotta dal circuito primario.

A prima vista, si potrebbe pensare che nel circuito secondario non dovrebbe essere rivelata nessuna corrente. Tuttavia, accade una cosa sorprendente quando

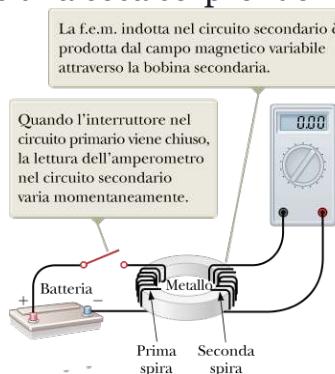


FIGURA 23.3 Esperimento di Faraday.

l'interruttore del circuito primario viene aperto o chiuso. Nell'istante in cui il circuito primario viene chiuso, il display dell'amperometro rivela, per un breve periodo, una corrente e poi ritorna a zero. Quando l'interruttore viene aperto, il display dell'amperometro rivela una corrente nel verso opposto e quindi ritorna ancora a zero. Infine, se una corrente continua scorre nel circuito primario, l'amperometro segna una corrente nulla.

Da queste osservazioni, Faraday concluse che una corrente elettrica può essere generata da un campo magnetico variabile nel tempo. Una corrente non può essere prodotta da un campo magnetico stazionario. Nell'esperimento mostrato nella Figura 23.2, la variazione del campo magnetico è l'effetto del moto relativo fra il magnete e la spira. La corrente si mantiene fino a che il moto persiste. Nell'esperimento mostrato nella Figura 23.3, la corrente prodotta nel circuito secondario si verifica soltanto per un istante dopo che l'interruttore è stato chiuso, mentre il campo magnetico agente sull'avvolgimento secondario varia dal valore zero al valore finale. In realtà, il circuito secondario si comporta come se una sorgente di f.e.m. fosse collegata ad esso per un istante. È consuetudine affermare che nel circuito secondario è stata indotta una f.e.m. dalla variazione del campo magnetico prodotta dalla corrente nel circuito primario.

Per rendere quantitative queste osservazioni, è necessario definire una grandezza chiamata **flusso magnetico**. Il flusso associato a un campo magnetico si definisce in modo analogo al flusso del campo elettrico (Paragrafo 19.8) ed è proporzionale al numero di linee di campo magnetico che attraversano la superficie. Consideriamo un elemento di area dA su una superficie di forma arbitraria, come in Figura 23.4. Se il campo magnetico nel punto dove si trova questo elemento è \vec{B} , allora il flusso magnetico attraverso l'elemento è $\vec{B} \cdot d\vec{A}$, dove $d\vec{A}$ è un vettore perpendicolare alla superficie il cui modulo è uguale all'area dA . Quindi, il flusso magnetico totale Φ_B , attraverso la superficie è

FLUSSO MAGNETICO

J

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

23.1 ◀

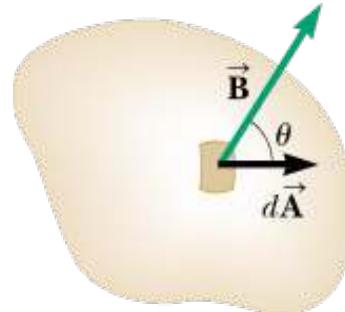


FIGURA 23.4 Il flusso magnetico attraverso un elemento di area $d\vec{A}$ è dato da $\vec{B} \cdot d\vec{A} = B dA \cos \theta$. Si noti che il vettore $d\vec{A}$ è perpendicolare alla superficie.

L'unità di misura SI del flusso magnetico è il tesla per metro quadrato, che viene chiamato *weber* (Wb): $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$.

I due esperimenti illustrati nelle Figure 23.2 e 23.3 hanno una cosa in comune. In entrambi i casi, si ha una forza elettromotrice indotta in un circuito quando il flusso magnetico attraverso la superficie che delimita il circuito varia nel tempo. Un'affermazione generale, conosciuta come **legge di Faraday dell'induzione**, riassume tali esperimenti che coinvolgono le f.e.m.:

La f.e.m. indotta in un circuito è uguale alla rapidità con cui varia il flusso magnetico attraverso il circuito.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

23.2 ◀

LEGGE DI FARADAY

Prevenire le insidie 23.1 La f.e.m. indotta richiede una variazione

Bisogna ricordarsi che l'esistenza di un flusso magnetico attraverso una superficie non è sufficiente per creare una f.e.m. indotta. Deve avvenire una *variazione* di flusso magnetico affinché si stabilisca una f.e.m. indotta.

Nell'Equazione 23.2, Φ_B è il flusso magnetico attraverso la superficie delimitata dal circuito, ed è espresso dall'Equazione 23.1. Il significato del segno meno dell'Equazione 23.2 sarà discusso nel Paragrafo 23.3. Se il circuito è una bobina di N spire, tutte concentriche e di uguale superficie, e le linee del campo passano attraverso tutte le spire, la f.e.m. indotta è

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad 23.3 \blacktriangleleft$$

La f.e.m. aumenta di un fattore N poiché tutte le spire sono in serie, cosicché le f.e.m. delle singole spire si sommano per dare la f.e.m. totale.

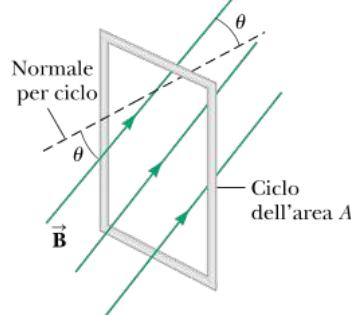


FIGURA 23.5 Una spira conduttrice di area A in presenza di un campo magnetico uniforme \vec{B} . L'angolo fra \vec{B} e la normale alla spira è Φ .

Si supponga ora che una spira di area A si trovi in un campo magnetico uniforme \vec{B} , come nella Figura 23.5. In questo caso, il flusso magnetico attraverso la spira è:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA \cos \theta = B \cos \theta \int dA = BA \cos \theta$$

Quindi, la f.e.m. indotta è:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA \cos \theta) \quad 23.4 \blacktriangleleft$$

Da questa espressione si vede che una f.e.m. può essere indotta in un circuito cambiando il flusso in diversi modi: quando varia nel tempo il modulo di \vec{B} ; (2) quando varia nel tempo la superficie A del circuito; (3) quando varia nel tempo l'angolo Φ fra \vec{B} e la normale alla superficie del circuito e (4) quando si verifica una qualsiasi combinazione dei casi precedenti.



FIGURA 23.6 (a) In una chitarra elettrica, una corda magnetizzata che vibra induce una f.e.m. nella bobina di pickup. (b) I pickup (i cerchi sotto le corde metalliche) di questa chitarra elettrica rivelano le vibrazioni delle corde e mandano questa informazione, attraverso un amplificatore, alle casse acustiche (un interruttore sulla chitarra permette al musicista di selezionare i pickup da usare).

Una applicazione interessante della legge di Faraday è il funzionamento della chitarra elettrica (Fig. 23.6). La bobina, in questo caso, è chiamata *bobina di pickup* (o semplicemente *pickup*) ed è posta vicino alla corda vibrante della chitarra, che è fatta di materiale metallico magnetizzabile. All'interno della bobina è posto un magnete permanente che magnetizza la porzione di corda vicino alla bobina. Quando la corda vibra ad una certa frequenza, il segmento di corda magnetizzato produce un campo magnetico il cui flusso attraverso la bobina varia nel tempo. La variazione nel tempo del flusso induce una f.e.m. nella bobina che è collegata ad un amplificatore. L'uscita dell'amplificatore è inviata alle casse acustiche, che producono le onde sonore che udiamo.

QUIZ RAPIDO 23.1

Una spira circolare di filo conduttore è posta in un campo magnetico uniforme, con il piano della spira perpendicolare alle linee di campo. Quale delle seguenti azioni *non* induce una corrente nella spira? (a) comprimere la spira (b) ruotare la spira lungo un asse perpendicolare alla linea di campo (c) tenere fissa l'orientazione della spira e muoverla lungo le linee di campo (d) spostare la spira fuori dal campo

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 23.2

La Figura 23.7 è un grafico che rappresenta l'andamento temporale del modulo di un campo magnetico che attraversa la superficie delimitata da una spira ed è perpendicolare al piano della spira. Il modulo del campo magnetico in ogni istante è uniforme su tutta l'area della spira. Ordina i valori della f.e.m. generata nella spira nei cinque istanti indicati, dal più grande al più piccolo.

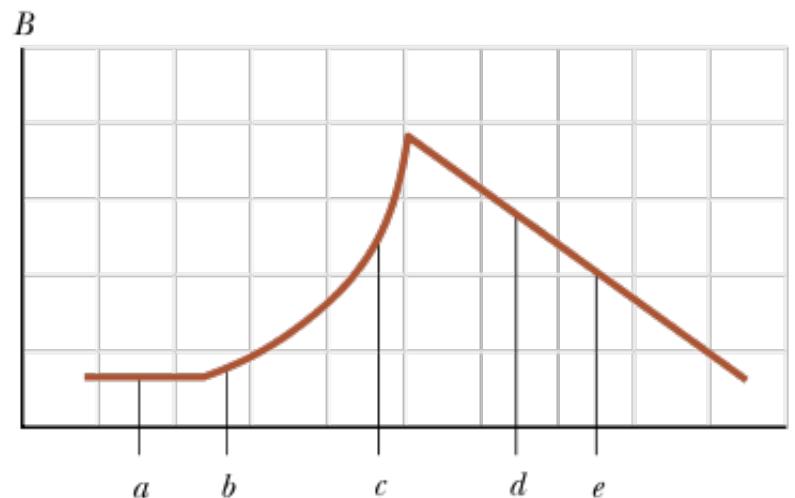


FIGURA 23.7 (Quiz Rapido 23.2) Andamento nel tempo di un campo magnetico attraverso una spira.

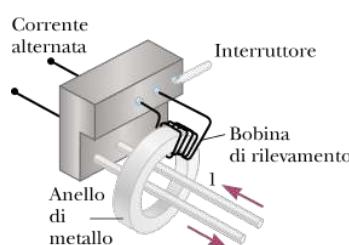


FIGURA 23.8 (Fisica Ragionata 23.1) Componenti essenziali di un interruttore salvavita.

FISICA RAGIONATA 23.1

L'interruttore salvavita è un dispositivo che protegge gli utilizzatori di energia elettrica dalla scossa quando toccano gli elettrodomestici. I suoi componenti essenziali sono mostrati in Figura 23.8. In che modo il suo funzionamento fa uso della legge di Faraday?

Ragionamento Il filo 1 va dalla presa di corrente all'elettrodomestico che deve essere protetto e il filo 2 ritorna dall'elettrodomestico alla presa di corrente. Un anello di ferro circonda i due fili confinando il campo magnetico generato da ciascun filo. Una bobina avvolta attorno a parte dell'anello di ferro è in grado di attivare un interruttore del circuito quando si verificano variazioni del flusso del campo magnetico. Poiché le correnti nei due fili sono in versi opposti durante il normale funzionamento dell'elettrodomestico, il campo magnetico totale attraverso la bobina dovuto alle correnti è zero. Tuttavia, se uno dei fili perde il suo isolamento e accidentalmente va a contatto con l'involucro metallico dell'elettrodomestico, fornendo un percorso diretto verso massa, avviene una variazione del flusso del campo magnetico attraverso la bobina. Quando avviene un corto circuito del genere, attraverso la bobina si genera un flusso magnetico che è alternato nel tempo poiché la corrente fornita alle abitazioni è alternata. Questa variazione di flusso produce una tensione indotta nella bobina. Questa tensione viene usata per azionare un interruttore del circuito che blocca la corrente prima che essa raggiunga un livello che potrebbe essere pericoloso per la persona che utilizza l'elettrodomestico.

Esempio 23.1 Induzione di una f.e.m. in una bobina

Una bobina è formata da 200 spire di filo conduttore. Ogni spira ha la forma di un quadrato di lato $d = 18 \text{ cm}$ e un campo magnetico uniforme diretto perpendicolarmente al piano della bobina viene acceso. Se il modulo del campo varia linearmente da 0 a 0.50 T in 0.80 s , quanto vale la f.e.m. nella bobina mentre il campo sta cambiando?

E se...?

Cosa risponderesti nel caso ti fosse chiesto di trovare l'intensità della corrente indotta nella bobina mentre il campo sta cambiando? Sei in grado di rispondere a questa domanda?

VISUALIZZA SOLUZIONE

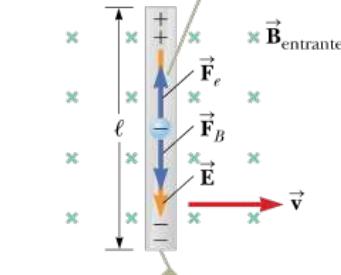
Esempio 23.2 Un campo magnetico che decade esponenzialmente

Una spira piana di area A è posta in una regione in cui il campo magnetico è perpendicolare al piano della spira. Il modulo di \vec{B} varia nel tempo secondo l'espressione $B = B_{\max} e^{-at}$, dove a è una costante. Cioè, all'istante $t = 0$, il campo è B_{\max} , e per $t > 0$, il campo decresce esponenzialmente nel tempo come in Figura 23.9 (pag. 786). Calcolare la f.e.m. indotta nella spira in funzione del tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Forza elettromotrice dinamica

Nello stato stazionario, le forze elettriche e magnetiche su un elettrone nel conduttore si fanno equilibrio.



A causa della forza magnetica sugli elettroni, nelle estremità del conduttore si accumulano cariche di segno opposto. Questo fatto determina un campo elettrico nel conduttore.

FIGURA 23.10 Un conduttore elettrico rettilineo di lunghezza ℓ si muove con velocità v attraverso un campo magnetico uniforme B diretto perpendicolarmente a v .

Negli Esempi 23.1 e 23.2 abbiamo considerato situazioni in cui una f.e.m. viene prodotta in un circuito quando il campo magnetico varia nel tempo. In questo paragrafo descriveremo la **forza elettromotrice (f.e.m.) dinamica**, che è una forza elettromotrice indotta in un conduttore che si muove in un campo magnetico. Questa è la situazione descritta in Figura 23.1 all'inizio del Paragrafo 23.1.

Consideriamo, dapprima, un conduttore rettilineo di lunghezza ℓ che si muove a velocità costante in un campo magnetico uniforme perpendicolare al foglio e nel verso entrante come in Figura 23.10. Per semplicità, assumiamo che il conduttore si muova perpendicolarmente al campo. Sugli elettroni del conduttore agirà una forza, lungo il conduttore, di modulo $|F_B| = |qv \times B| = qvB$. In accordo con la seconda legge di Newton, sotto l'azione di questa forza gli elettroni accelerano e si muovono lungo il conduttore. Una volta che gli elettroni si muovono verso la parte bassa del conduttore, si accumulano in quella parte lasciando nella parte superiore del conduttore una carica positiva. Il risultato di questa separazione di cariche è lo stabilirsi di un campo elettrico E nel conduttore. Le cariche alle due estremità del conduttore continueranno a crescere finché la forza magnetica qvB su un elettrone nel conduttore non sarà equilibrata dalla forza elettrica qE sull'elettrone come è mostrato in Figura 23.10. A questo punto il flusso di carica si arresta. In questa situazione, la forza risultante su un elettrone ci permette di mettere in relazione il campo elettrico e il campo magnetico:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_e - \vec{F}_B = 0 \rightarrow qE = qvB \rightarrow E = vB$$

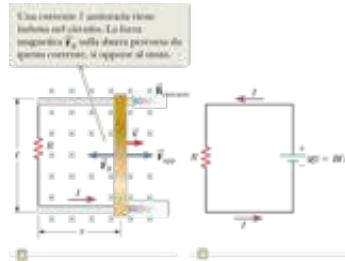
Poiché il campo elettrico nel conduttore è uniforme, esso è legato alla tensione presente ai capi del conduttore dalla relazione $\Delta V = E\ell$ (Paragrafo 20.2). Si ha, quindi:

$$\Delta V = E\ell = B\ell v$$

con l'estremità superiore del conduttore a potenziale maggiore dell'estremità inferiore. Quindi, è presente una differenza di potenziale fra gli estremi del conduttore finché esso si muove nel campo magnetico. Se si inverte la direzione del moto anche la polarità di ΔV si inverte.

Una situazione interessante si ha quando il conduttore in movimento è parte di un circuito chiuso. Si consideri un circuito costituito da una sbarretta conduttrice di lunghezza ℓ che scorre su due guide conduttrici fisse e parallele, come è mostrato nella Figura 23.11a. Per semplicità assumeremo che la sbarretta in movimento abbia resistenza elettrica nulla,

mentre la resistenza della parte fissa del circuito sia R . Un campo magnetico uniforme e costante \vec{B} è applicato perpendicolarmente al piano del circuito. Quando la sbarretta è tirata verso destra con velocità v sotto l'azione di una forza applicata \vec{F}_{app} , le cariche libere della sbarretta sono soggette alla forza magnetica diretta secondo la lunghezza della sbarretta.



- (A)** Una sbarra conduttrice si muove con velocità v lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata \vec{F}_{app} . (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).

Poiché la sbarretta in movimento è parte di un circuito chiuso, in esso si instaura una corrente continua. In questo caso, la rapidità di cambiamento del flusso magnetico attraverso il circuito e la conseguente f.e.m. indotta nella sbarretta in movimento sono proporzionali alla variazione dell'area del circuito mentre la sbarretta si muove attraverso il campo magnetico.

Essendo l'area del circuito, a ogni istante, ℓx , il flusso magnetico concatenato con il circuito è dato da:

$$\Phi_B = B\ell x$$

dove x è la larghezza del circuito, un parametro variabile nel tempo. Usando la legge di Faraday, la forza elettromotrice indotta è:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\ell x) = -B\ell \frac{dx}{dt} \\ \mathcal{E} &= -B\ell v \end{aligned} \quad \text{23.5} \blacktriangleleft$$

Ed essendo R la resistenza del circuito, l'intensità della corrente indotta è:

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B\ell v}{R} \quad \text{23.6} \blacktriangleleft$$

Il circuito equivalente per questo esempio è mostrato nella Figura 23.11b. La sbarretta in moto si comporta come una batteria essendo essa la sorgente di f.e.m. finché continua a muoversi.

Esaminiamo questa situazione usando considerazioni energetiche per il modello del sistema non isolato in cui il sistema è l'intero circuito. Non essendovi alcuna batteria nel circuito, ci si può chiedere qual è l'origine della corrente indotta e dell'energia fornita al resistore. È possibile rendersi conto di ciò considerando che la forza esterna \vec{F}_{app} compie lavoro sul conduttore, mettendo in moto le cariche nel campo magnetico. Questo fa sì che le cariche si muovano lungo la sbarretta con una certa velocità di deriva ed in questo modo si produce una corrente. Dal punto di vista dell'equazione di conservazione dell'energia (Eq. 7.2), il lavoro totale compiuto sul sistema dalla forza applicata mentre la sbarretta si muove a velocità costante deve essere uguale all'aumento di energia interna del resistore durante questo intervallo (si assume che l'energia rimanga nel resistore; in realtà, l'energia esce dal resistore tramite il calore e la radiazione elettromagnetica).

Quando il conduttore di lunghezza ℓ , si muove attraverso il campo magnetico uniforme \vec{B} , subisce una forza magnetica \vec{F}_B di intensità $I\ell B$ (Eq. 22.10), dove I è la corrente indotta dovuta al suo moto. Il verso di questa forza è opposto a quello del moto della sbarretta, cioè verso sinistra nella Figura 23.11a. Se la sbarretta si sta muovendo a velocità *costante*, la forza applicata \vec{F}_{app} deve essere uguale ed opposta alla forza magnetica, cioè verso destra

nella Figura 23.11a (se la forza magnetica agisse nel verso del moto, produrrebbe una accelerazione della sbarretta, aumentandone la velocità, e questa situazione sarebbe in contrasto con il principio di conservazione dell'energia). Usando l'Equazione 23.6 e il fatto che $F_{\text{app}} = F_B = I\ell B$, la potenza fornita dalla forza applicata è:

$$P = F_{\text{app}}v = (I\ell B)v = \frac{B^2\ell^2v^2}{R} = \left(\frac{B\ell v}{R}\right)^2 R = I^2R \quad 23.7$$

Questa potenza è uguale a quella fornita al resistore, come atteso.

QUIZ RAPIDO 23.3

Si vuole mettere in movimento a velocità costante una spira rettangolare portandola all'interno di una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme in modo da indurre una f.e.m. nella spira. Il piano della spira deve rimanere perpendicolare alle linee di campo magnetico. In quale orientazione si deve mantenere la spira mentre la si muove nella regione di campo magnetico così da generare la massima f.e.m.? (a) Con la dimensione più lunga della spira parallela al vettore velocità. (b) Con la dimensione più corta della spira parallela al vettore velocità. (c) In entrambi i modi poiché la f.e.m. è la stessa indipendentemente dall'orientazione.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 23.4

Nella Figura 23.11, una data forza applicata di modulo F_{app} è responsabile di un moto di velocità costante v e potenza in ingresso P . Supponiamo che la forza sia aumentata cosicché la velocità costante della sbarretta venga aumentata al doppio $2v$. In queste condizioni, quanto vale la nuova forza e la nuova potenza in ingresso? (a) $2F$ e $2P$ (b) $4F$ e $2P$ (c) $2F$ e $4P$ (d) $4F$ e $4P$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

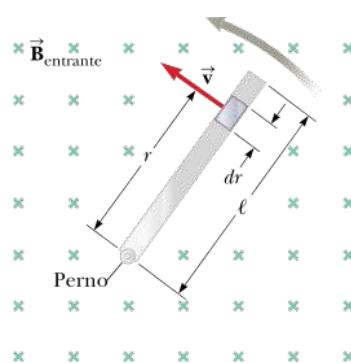


FIGURA 23.12 (Esempio 23.3) Una sbarretta conduttrice che ruota attorno ad un perno posto in una sua estremità. La sbarretta si trova in un campo magnetico uniforme

perpendicolare al piano di rotazione. Una f.e.m. dinamica è indotta fra le estremità della sbarra.

Esempio 23.3 F.e.m. dinamica indotta in una sbarretta ruotante

Una sbarretta conduttrice di lunghezza ℓ ruota con velocità angolare costante ω intorno a un perno posto ad uno degli estremi. Un campo magnetico uniforme \vec{B} è diretto perpendicolarmente al piano di rotazione, come in Figura 23.12. Calcolare la f.e.m. indotta fra le estremità della sbarretta.

E se...?

Supponiamo che, dopo aver letto questo esempio, tu abbia una brillante idea. In una ruota panoramica il mozzo è collegato al bordo della ruota da raggi metallici. Questi raggi si muovono nel campo magnetico terrestre e dunque ognuno di essi si comporta come la sbarretta della Figura 23.12. Dunque tu progetti di usare la f.e.m. generata dalla rotazione della ruota panoramica per fornire la potenza necessaria per tenere accese le lampadine della ruota. Funzionerà questa idea?

VISUALIZZA SOLUZIONE

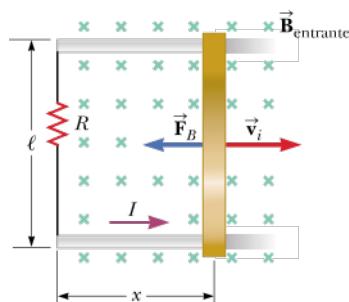


FIGURA 23.13 (Esempio 23.4) Una velocità \vec{v}_i verso destra viene impartita ad una sbarra conduttrice di lunghezza ℓ che giace su due binari conduttori fissi.

Esempio 23.4 La forza magnetica che agisce su una sbarretta in movimento

La sbarretta conduttrice mostrata nella Figura 23.13 si muove senza attrito su due guide parallele in presenza di un campo magnetico uniforme diretto verso l'interno del foglio. La sbarretta ha massa m e lunghezza ℓ . Alla sbarretta è stata impressa una velocità iniziale

$$\vec{v_i}$$

verso destra all'istante $t = 0$.

(A) Utilizzando le leggi di Newton, calcolare la velocità della sbarretta in funzione del tempo.

(B) Dimostrare che lo stesso risultato può essere ottenuto usando un approccio di tipo energetico.

E se...?

Supponiamo che si voglia aumentare la distanza percorsa dalla sbarretta fra l'istante iniziale e quello in cui essa praticamente si ferma. Ciò può essere fatto cambiando una delle tre variabili ($(v_i R o B)$) di un fattore $2 o \frac{1}{2}$. Quale variabile dovrebbe essere cambiata per massimizzare la distanza, e tale variabile dovrebbe essere raddoppiata o dimezzata?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Il generatore a corrente alternata

Il generatore a corrente alternata (AC) è un dispositivo in cui l'energia è trasferita all'interno per mezzo di lavoro e all'esterno per mezzo della trasmissione elettrica. Una rappresentazione grafica semplificata di un tale generatore è mostrata nella Figura 23.14a. Esso consiste di una bobina di filo che viene messa in rotazione in un campo magnetico esterno da un qualche agente esterno – che rappresenta il lavoro in ingresso. Nelle centrali elettriche, l'energia necessaria per porre in rotazione la bobina può essere ricavata da una varietà di sorgenti. In una centrale idroelettrica, per esempio, la caduta d'acqua contro le pale di una turbina produce il moto rotatorio; in una centrale a carbone,

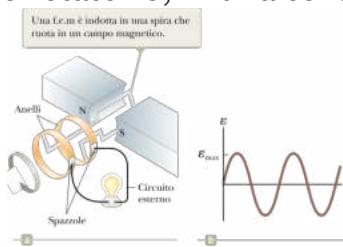


FIGURA 23.14 (a) Diagramma schematico di un generatore AC. (b) Una rappresentazione grafica della f.e.m. alternata indotta nella spira in funzione del tempo.

l'alta temperatura prodotta dalla combustione del carbone è usata per convertire l'acqua in vapore e questo vapore mette in moto una turbina. Mentre la bobina ruota, il flusso magnetico ad essa concatenato varia nel tempo, inducendo una f.e.m. e una corrente in un circuito collegato con la bobina.

Supponiamo che la bobina abbia N spire, tutte con la stessa area A , e supponiamo che la bobina ruoti con una velocità angolare costante ω rispetto ad un asse perpendicolare al campo magnetico. Se Φ è l'angolo fra il campo magnetico e la direzione perpendicolare al piano della bobina, il flusso magnetico attraverso l'avvolgimento in ogni istante t è dato da:

$$\Phi_B = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

dove abbiamo usato la relazione fra spostamento angolare e velocità angolare, $\Phi = \omega t$ (si veda l'Equazione 10.7, avendo posto l'accelerazione angolare α eguale a zero). Quindi, la f.e.m. indotta nella bobina è:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA \frac{d}{dt} (\cos \omega t) = NBA\omega \sin \omega t \quad \text{23.8} \blacktriangleleft$$

Questo risultato mostra che la f.e.m. varia sinusoidalmente nel tempo così come è mostrato nella Figura 23.14b. Dall'Equazione 23.8 vediamo che la f.e.m. massima ha il valore $\mathcal{E}_{\max} = NAB\omega$, e questo valore si ha quando $\omega t = 90^\circ$ o 270° . In altre parole, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max}$ quando il campo magnetico è nel piano della bobina, e la derivata temporale del flusso è massima. In questa posizione, il vettore velocità per un filo dell'avvolgimento è perpendicolare al vettore campo magnetico. Inoltre, la f.e.m. è zero quando $\omega t = 0$ oppure 180° , cioè quando B è perpendicolare al piano della bobina, e la derivata del flusso è zero. Per questa orientazione, il vettore velocità per un filo dell'avvolgimento è parallelo al vettore campo magnetico.

La f.e.m. variabile sinusoidalmente nell'Equazione 23.8 è la sorgente di una *corrente alternata* fornita ai clienti della società elettrica. Essa si chiama **tensione AC** in contrapposizione alla tensione DC proveniente da una sorgente come una batteria.

Legge di Lenz

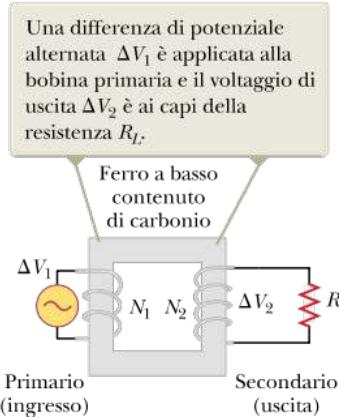


FIGURA 23.15 (Fisica Ragionata 23.2) Un trasformatore ideale è costituito da due bobine conduttrici avvolte sullo stesso nucleo di ferro.

Consideriamo, ora, il segno negativo nella legge di Faraday. Quando avviene una variazione di flusso magnetico, la polarità della forza elettromotrice indotta e il verso della corrente indotta possono essere ricavate dalla **legge di Lenz**:

La corrente indotta in un circuito ha il verso che produce un campo magnetico che si oppone alla variazione del flusso attraverso l'area delimitata dal circuito. Cioè, la corrente indotta tende a mantenere il flusso magnetico iniziale attraverso il circuito.

Si noti che nessuna equazione è associata con la legge di Lenz. La legge è espressa in parole e fornisce un mezzo per determinare il verso della corrente in un circuito quando avviene una variazione magnetica.

FISICA RAGIONATA 23.2

Un trasformatore (Fig. 23.15) è costituito da una coppia di bobine avvolte su una struttura di ferro. Quando una tensione AC viene applicata a una bobina, il *primario*, le linee di campo magnetico concatenate con l'altra bobina, il *secondario*, inducono una f.e.m. su un resistore di carico R_L (questa è la disposizione dell'esperimento di Faraday mostrato in Fig. 23.3). Variando il numero di spire del filo di ciascuna bobina, la tensione AC nel secondario può diventare maggiore o minore di quella del primario. Ovviamente, il dispositivo non funziona con una tensione DC. Per di più, se venisse applicata una tensione DC, il primario potrebbe surriscaldarsi e bruciarsi. Perché?

Ragionamento Quando c'è una corrente nell'avvolgimento primario, le linee di campo magnetico prodotte da questa corrente attraversano l'avvolgimento stesso. Quindi, ogni variazione di corrente determina una variazione del campo magnetico che, a sua volta, induce una corrente nell'avvolgimento stesso. In accordo con la legge di Lenz, questa corrente ha verso opposto alla corrente originaria. Il risultato è che, quando è applicata una tensione AC, la f.e.m. che si oppone, dovuta alla legge di Lenz, limita la corrente nel circuito ad un valore basso. Se si applica, invece, una tensione DC non si ha alcuna f.e.m. che si opponga e la corrente può aumentare fino a valori molto alti. Questo aumento di corrente causa un aumento della temperatura dell'avvolgimento fino al punto di bruciare l'isolamento del filo.

Per capire meglio il significato della legge di Lenz, riconsideriamo l'esempio della sbarretta che si muove su due guide parallele in presenza di un campo magnetico uniforme con direzione entrante nel foglio (Fig. 23.16a). Quando la sbarretta si muove verso destra, il

flusso magnetico concatenato con il circuito aumenta, poiché l'area del circuito aumenta. La legge di Lenz dice che la corrente indotta deve avere un verso tale che il campo magnetico prodotto da essa si opponga alla *variazione* di flusso del campo magnetico esterno. Poiché il flusso dovuto al campo esterno *entrante* nel foglio è crescente, la corrente indotta, per opporsi a tale variazione, deve produrre un campo magnetico concatenato *uscente* dal foglio. Quindi, la corrente indotta deve essere antioraria quando la sbarretta si muove verso destra, in modo da produrre un controcampo uscente dal foglio nella parte interna al circuito (si usi la regola della mano destra per verificare ciò). D'altra parte, se la sbarretta si muove verso sinistra, come nella Figura 23.16b, il flusso magnetico concatenato con il circuito diminuisce nel tempo. Poiché il campo magnetico è entrante nel foglio, la corrente indotta deve avere verso orario in modo da produrre un campo magnetico entrante nel foglio. In entrambi i casi la corrente indotta tende a far rimanere il flusso attraverso il circuito uguale al valore iniziale. Riesaminiamo questa situazione dal punto di vista energetico. Supponiamo di imprimere alla sbarretta una piccola spinta verso destra. Dalle considerazioni precedenti, questo movimento della sbarretta produce nel circuito una corrente indotta antioraria.

Prevenire le insidie 23.2 La corrente indotta si oppone alla variazione

La corrente indotta in un circuito si oppone alla *variazione* del campo magnetico e non al campo magnetico stesso. Quindi, in alcuni casi, il campo magnetico dovuto alla corrente indotta è nella stessa direzione del campo magnetico esterno che varia. Per esempio, questo è il caso in cui il campo magnetico esterno diminuisce in intensità.

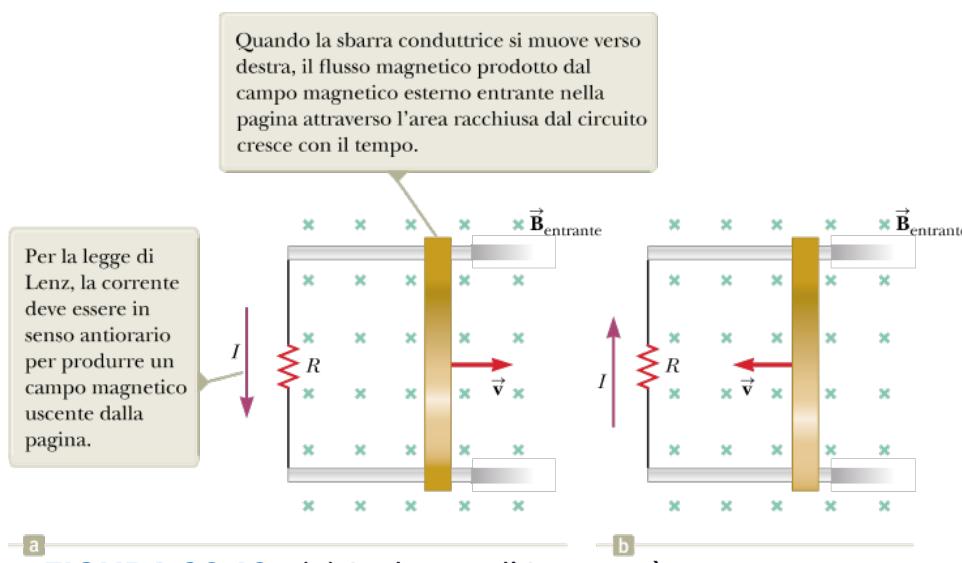


FIGURA 23.16 (a) La legge di Lenz può essere usata per determinare il verso della corrente indotta. (b) Quando la sbarretta si muove verso sinistra, la corrente indotta deve scorrere in senso orario. Perché?

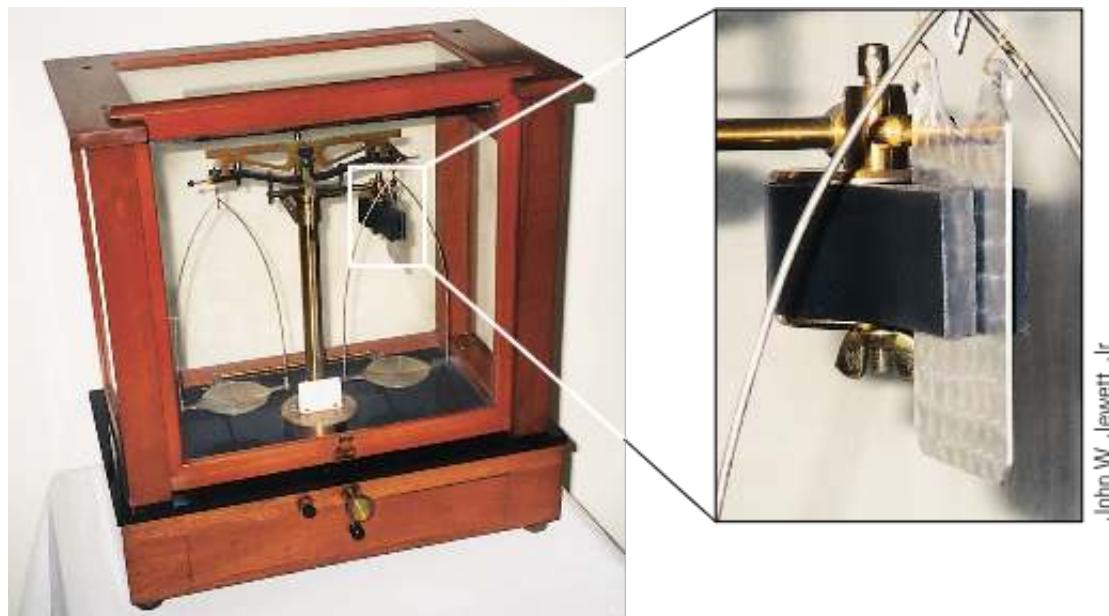
Che cosa accadrebbe se, invece, assumessimo, sbagliando, che il verso della corrente fosse orario? Se il verso della corrente indotta I fosse orario, la forza magnetica agente sulla sbarretta $I\ell B$ sarebbe diretta verso destra e tenderebbe, in accordo con la seconda legge di Newton, ad accelerare ulteriormente la sbarretta, aumentandone la velocità. Questa accelerazione a sua volta farebbe crescere ancora più rapidamente l'area del circuito, aumentando la corrente indotta; ciò aumenterebbe la forza magnetica, che aumenterebbe la corrente, e così via. Il risultato finale sarebbe che il sistema acquista energia senza che essa entri nel sistema dall'esterno, e questo risultato sarebbe chiaramente in contrasto con l'esperienza e con la legge di conservazione dell'energia. Siamo quindi costretti a concludere che il verso della corrente indotta deve essere antiorario.

QUIZ RAPIDO 23.5

Nelle bilance a bracci uguali dell'inizio del XX secolo (Fig. 23.17), una placca di alluminio è sospesa ad uno dei bracci e passa attraverso i poli di un magnete che fa in modo che le oscillazioni della bilancia si smorzino rapidamente. In assenza di questo freno magnetico, le oscillazioni potrebbero continuare per un lungo periodo di tempo e ciò costringerebbe gli sperimentatori ad aspettare per leggere la misura. Perché questo sistema smorza le oscillazioni? (a) perché il foglio di alluminio è attratto dal magnete (b) perché le correnti nel foglio di alluminio

generano un campo magnetico che si oppone alle oscillazioni (c) perché l'alluminio è paramagnetico.

VISUALIZZA SOLUZIONE



John W. Jewett, Jr.

FIGURA 23.17 (Quiz Rapido 23.5) In un vecchio modello di bilancia a bracci uguali, una placca di alluminio è sospesa fra i poli di un magnete.

FISICA RAGIONATA 23.3

Un magnete viene posto vicino ad una spira metallica come è mostrato nella Figura 23.18a.

(A) Trovare il verso della corrente indotta nella spira quando il magnete viene spinto verso la spira.

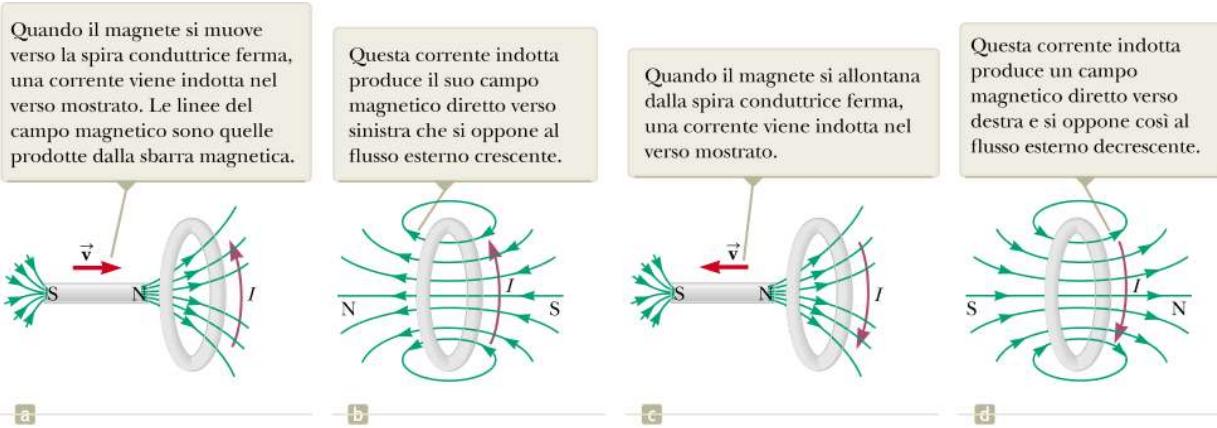


FIGURA 23.18 (Fisica Ragionata 23.3) Una sbarra magnetica in movimento induce una corrente in una spira conduttrice.

Ragionamento Quando il magnete si muove a destra verso la spira, il flusso del campo magnetico esterno attraverso la spira cresce nel tempo. Per contrastare questo aumento del flusso dovuto al campo diretto verso destra, la corrente indotta produce il suo campo magnetico diretto verso sinistra, come è illustrato nella Figura 23.18b; dunque, la corrente indotta ha il verso

mostrato. Sapendo che poli magnetici dello stesso segno si respingono, se ne conclude che la faccia sinistra della spira agisce come un polo nord e la faccia destra come un polo sud.

(B) Trovare il verso della corrente indotta nella spira quando il magnete viene allontanato dalla spira.

Ragionamento Se il magnete si muove verso sinistra, come nella Figura 23.18c, il suo flusso attraverso l'area delimitata dalla spira decresce nel tempo. Adesso la corrente indotta nella spira ha il verso mostrato nella Figura 23.18d perché questo verso produce un campo magnetico nello stesso verso del campo esterno. In questo caso, la faccia sinistra della spira è un polo sud e la faccia destra è un polo nord.

Forze elettromotrici indotte e campi elettrici

Abbiamo visto che un flusso magnetico variabile induce una f.e.m. e una corrente in una spira conduttrice. Possiamo anche interpretare questo fenomeno da un altro punto di vista. Poiché il normale flusso di carica in un circuito è dovuto a un campo elettrico nei fili creato da una sorgente come una batteria, possiamo interpretare il campo magnetico variabile come una sorgente di un campo elettrico indotto. Questo campo elettrico genera una forza sulle cariche causandone il moto. Da questo punto di vista, vediamo che in un conduttore si crea un campo elettrico come conseguenza di un flusso magnetico variabile. In realtà, la legge dell'induzione elettromagnetica può essere interpretata nel modo seguente: un flusso magnetico variabile produce sempre un campo elettrico, persino nel vuoto, dove non sono presenti cariche elettriche. Questo campo elettrico indotto ha però proprietà diverse da quello elettrostatico prodotto da cariche elettriche a riposo.

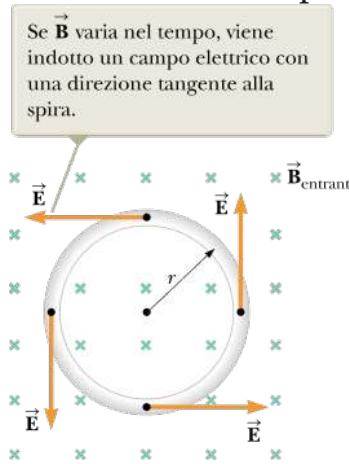


FIGURA 23.19 Una spira conduttrice di raggio r in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira.

Possiamo illustrare questo punto considerando una spira circolare conduttrice, di raggio r , posta in un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano della spira, come è mostrato nella Figura 23.19. Se il campo magnetico varia nel tempo, la legge di Faraday dice che nella spira viene indotta una f.e.m. $\varepsilon = -d\Phi_B/dt$. La corrente indotta che ne consegue implica la presenza di un campo elettrico indotto \vec{E} che deve avere, in ogni punto della spira, direzione tangente alla spira per fornire una forza elettrica agente sulle cariche lungo la spira. Il lavoro compiuto dal campo elettrico sulla spira per far compiere a una carica di prova q un intero giro lungo la spira è $W = q\varepsilon$. Poiché il modulo della forza elettrica agente sulla carica è qE , questo lavoro svolto dal campo elettrico può anche essere espresso, in base all'Equazione 6.8, come $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = qE(2\pi r)$ è la lunghezza della circonferenza. Le due espressioni devono essere uguali, e quindi:

$$q\varepsilon = qE(2\pi r)$$

$$E = \frac{\varepsilon}{2\pi r}$$

Da questo risultato, ottenuto dalla legge di Faraday e dal fatto che per una spira circolare $\Phi_B = BA = B\pi r^2$, si vede che il campo elettrico indotto può essere scritto:

$$E = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d}{dt} (B\pi r^2) = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

Se è nota la legge di variazione temporale del campo magnetico, è possibile, con questa espressione, calcolare il campo elettrico indotto. Il segno negativo indica → ancora una volta che il campo elettrico indotto \vec{E} determina una corrente che si oppone alla variazione

di campo magnetico. È importante comprendere che questo risultato è vero anche in assenza di conduttori o cariche. Cioè, lo stesso campo elettrico è indotto da una variazione del campo magnetico nel vuoto.

In generale, la f.e.m. indotta per un qualsiasi cammino chiuso è espressa dall'integrale di linea di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ su quel cammino: $\epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (Eq. 20.3). Quindi, la forma generale della legge dell'induzione di Faraday è:

FORMA GENERALE DELLA LEGGE DI FARADAY

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

23.9

È importante rendersi conto che il campo elettrico indotto \vec{E} che compare nell'Equazione 23.9 è un campo elettrico non conservativo prodotto da un campo magnetico variabile. Qualifichiamo il campo come non conservativo poiché il lavoro svolto per muovere una carica lungo un percorso chiuso (il circuito in Fig. 23.19) non è zero. Questo tipo di campo elettrico è molto diverso da un campo elettrostatico.

QUIZ RAPIDO 23.6

In una certa regione, un campo magnetico è uniforme relativamente allo spazio ma aumenta con rapidità costante. Questo campo magnetico variabile induce un campo elettrico che **(a)** cresce al passare del tempo, **(b)** è conservativo, **(c)** è nella stessa direzione del campo magnetico o **(d)** ha un modulo costante.

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 23.4

Nello studio dei campi elettrici, abbiamo notato che le linee di campo elettrico hanno origine sulle cariche positive e terminano sulle cariche negative. Le linee di *tutti* i campi elettrici iniziano e finiscono sulle cariche?

Ragionamento L'affermazione che le linee di campo elettrico iniziano e finiscono sulle cariche è vera soltanto per i campi *elettostatici*, cioè per campi elettrici dovuti a cariche stazionarie. Le linee dei campi elettrici dovuti a campi magnetici variabili formano linee chiuse, senza punto di inizio e di fine, e sono indipendenti dalla presenza di cariche. \leftarrow

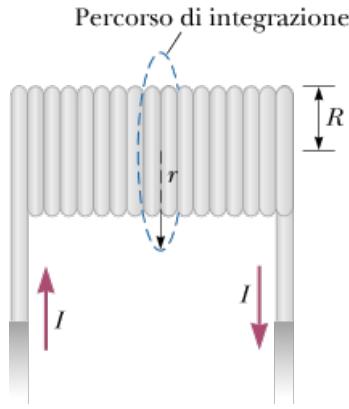


FIGURA 23.20 (Esempio 23.5) Un lungo solenoide percorso da una corrente variabile nel tempo data da $I = I_{\max} \cos \omega t$. Viene indotto un campo elettrico sia dentro che fuori dal solenoide.

Esempio 23.5 Campo elettrico indotto da un campo magnetico variabile in un solenoide

Un lungo solenoide di raggio R ha n spire per unità di lunghezza ed è percorso da una corrente che varia nel tempo in maniera sinusoidale secondo l'espressione $I = I_{\max} \cos \omega t$, dove I_{\max} è il valore massimo della corrente e ω è la frequenza angolare del generatore di corrente alternata (Fig. 23.20).

(A) Determinare il modulo del campo elettrico indotto fuori dal solenoide a una distanza $r > R$ dal suo asse centrale.

(B) Qual è il modulo del campo elettrico indotto dentro il solenoide, ad una distanza r dal suo asse?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Autoinduzione

Dopo che l'interruttore è stato chiuso, la corrente produce un flusso magnetico attraverso l'area delimitata dal circuito. Quando la corrente aumenta verso il valore di equilibrio, questo flusso magnetico varia nel tempo e induce una f.e.m. nel circuito.

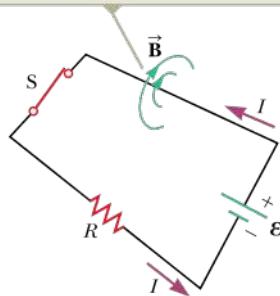


FIGURA 23.21 Autoinduzione in un circuito semplice.

Consideriamo un circuito isolato costituito da un interruttore, un resistore e una sorgente di f.e.m., come in Figura 23.21. Il diagramma circuitale è rappresentato in prospettiva affinché si possa vedere l'orientazione di alcune linee di campo magnetico dovute alla corrente nel circuito. Quando si chiude l'interruttore, la corrente non passa istantaneamente da zero al suo valore massimo, ϵ/R ; la legge dell'induzione elettromagnetica (legge di Faraday) predice il reale comportamento. Aumentando la corrente nel tempo, anche il flusso magnetico concatenato con il circuito dovuto a questa corrente aumenta. Questo aumento di flusso magnetico *da parte* del circuito induce una f.e.m. *nel* circuito che si oppone alla variazione del flusso magnetico concatenato col circuito (talvolta chiamata *f.e.m. inversa*). Dalla legge di Lenz, il campo elettrico indotto nel filo deve quindi essere opposto al verso della corrente, e la presenza di questa f.e.m. opposta porta a un aumento *graduale* della corrente. Questo effetto è detto *autoinduzione* perché la variazione di flusso magnetico concatenato con il circuito ha origine dal circuito stesso. La f.e.m. che ha origine in questo caso è chiamata **f.e.m. autoindotta**.

Per ottenere una descrizione quantitativa dell'autoinduzione, ricordiamo che, dalla legge di Faraday, la f.e.m. indotta è data dalla rapidità con cui varia il flusso magnetico concatenato con il circuito, con il segno negativo. Il flusso magnetico è proporzionale al campo magnetico, che a sua volta è proporzionale alla corrente che circola nel circuito. Quindi, la f.e.m. autoindotta è sempre proporzionale alla rapidità con cui varia la corrente nel tempo. Per una bobina costituita da N spire molto addossate l'una all'altra di geometria fissa (bobina toroidale o solenoide ideale), si può esprimere questa proporzionalità come segue

F.E.M. AUTOINDOTTA

$$\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

23.10◀



Brady-Hardy Collection, Library of Congress Prints and Photographs Division [LC-BH83- 997]

Joseph Henry Fisico americano (1797-1878) Henry diventò il primo direttore dello Smithsonian Institution e primo presidente dell'Accademia delle Scienze Naturali. Migliorò l'elettromagnete e costruì uno dei primi motori. Scoprì anche il fenomeno dell'autoinduzione ma non pubblicò le sue scoperte. L'unità di misura dell'induttanza fu chiamato henry in suo onore.

dove L è una costante di proporzionalità, chiamata **induttanza** della bobina, che dipende dalle caratteristiche geometriche e fisiche della bobina. Da questa espressione, vediamo che l'induttanza di una bobina avente N spire è data da:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad \text{23.11} \blacktriangleleft$$

dove si è assunto che il flusso magnetico attraverso ciascuna spira sia lo stesso. Più avanti useremo questa equazione per calcolare l'induttanza di alcune particolari bobine. Dall'Equazione 23.10 possiamo scrivere l'induttanza anche come il rapporto

$$L = -\frac{\mathcal{E}_L}{dI/dt} \quad \text{23.12} \blacktriangleleft$$

L'Equazione 23.12 viene usualmente considerata come l'equazione che definisce l'induttanza di una qualsiasi bobina, indipendentemente dalla sua forma, grandezza o dalle caratteristiche del materiale. Se confrontiamo l'Equazione 23.10 con l'Equazione 21.6, $R = \Delta V/I$, vediamo che la resistenza è una misura dell'opposizione alla corrente, mentre l'induttanza dà una misura della opposizione alla *variazione* della corrente.

L'unità di misura SI dell'induttanza è l'**henry (H)**, che, dall'Equazione 23.12, è uguale a 1 volt per secondo su ampere:

$$1 \text{ H} = 1 \text{ V}\cdot\text{s/A}$$

Vedremo che **l'induttanza di una bobina dipende dalla sua geometria**. Poiché il calcolo dell'induttanza può essere piuttosto difficile nel caso di geometrie complicate, gli esempi seguenti riguardano situazioni abbastanza semplici per le quali l'induttanza può essere facilmente calcolata.

Esempio 23.6 Induttanza di un solenoide

Si consideri un solenoide costituito da N spire uniformemente avvolte e di lunghezza ℓ . Si assuma che ℓ sia molto maggiore del raggio delle spire e, all'interno del solenoide, ci sia aria.

(A) Trovare l'induttanza del solenoide.

(B) Calcolare l'induttanza del solenoide se esso è costituito da 300 spire, la sua lunghezza è 25.0 cm e l'area di ogni spira è 4.00 cm².

(C) Calcolare la f.e.m. autoindotta nel solenoide se la corrente che lo percorre decresce al ritmo di 50.0 A/s.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Circuiti RL

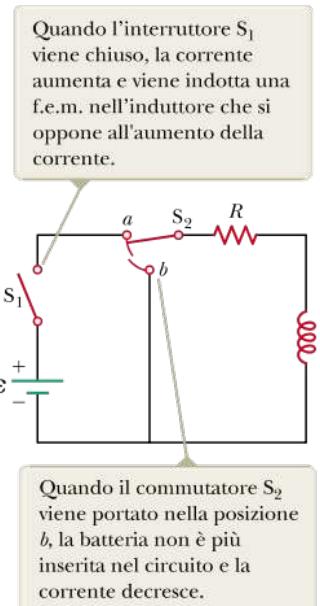


FIGURA 23.22 Un circuito RL. Quando il commutatore S_2 è nella posizione a, la batteria è inserita nel circuito.

Un circuito che contiene una bobina, tipo un solenoide, ha una autoinduttanza che impedisce alla corrente di aumentare e decrescere istantaneamente. Un elemento di circuito avente una induttanza grande è detto **induttore**. Il simbolo dell'induttore nei circuiti è . Come modello semplificato, assumeremo sempre che l'induttanza del resto del circuito sia trascurabile rispetto a quella dell'induttore. Si deve tenere a mente, tuttavia, che anche un circuito senza una bobina ha un'induttanza che può influenzare il comportamento del circuito.

Poiché l'induttanza di un induttore genera una f.e.m. di opposizione, un induttore in un circuito si oppone alle variazioni di corrente nel circuito stesso. L'induttore cerca di mantenere la corrente allo stesso valore che aveva prima che la variazione avvenisse. Se la tensione della batteria nel circuito è aumentata in modo da aumentare la corrente, l'induttore si oppone a questa variazione e la crescita non è istantanea. Se la tensione della batteria viene diminuita, l'induttore determina una lenta decrescita della corrente e non una caduta istantanea. Dunque, l'induttore fa sì che il circuito reagisca lentamente alle variazioni della tensione.

Consideriamo il circuito nella Figura 23.22, che contiene una batteria di resistenza interna trascurabile. Questo circuito è un **circuito RL** poiché gli elementi connessi alla batteria sono un resistore e un induttore. Le linee curve in corrispondenza dell'interruttore S_2 indicano che questo interruttore non può mai essere aperto; esso viene chiuso o su a o su b (se l'interruttore non fosse chiuso né su a né su b , qualunque corrente nel circuito sarebbe istantaneamente nulla). Supponiamo di chiudere l'interruttore S_2 su a . L'interruttore S_1 sia aperto per $t < 0$ e venga chiuso all'istante $t = 0$. La corrente nel circuito comincia a crescere e l'induttore produce una f.e.m. (Eq. 23.10) che si oppone al crescere della corrente.

Tenendo conto di queste considerazioni, applichiamo la legge delle maglie di Kirchhoff a questo circuito, percorrendo il circuito in senso orario:

$$\epsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

23.13

dove IR è la caduta di potenziale sul resistore (le leggi di Kirchhoff sono state derivate per circuiti con correnti continue ma esse possono essere applicate anche ad un circuito in cui la corrente varia se immaginiamo che esse rappresentino il circuito ad un particolare *istante*). Troviamo adesso una soluzione a questa equazione differenziale che è simile a quella per il circuito RC (vedere Paragrafo 21.9).

Una soluzione matematica dell'Equazione 23.13 fornisce la corrente nel circuito come una funzione del tempo. Per trovare questa soluzione, cambiamo le variabili ponendo $x = (\epsilon/R) - I$, cosicché $dx = -dI$. Con queste sostituzioni, l'Equazione 23.13 diventa

$$x + \frac{L}{R} \frac{dx}{dt} = 0$$

Riordinando e integrando quest'ultima espressione, si ha

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L} t$$

dove x_0 è il valore di x al tempo $t = 0$. Se si effettua l'operazione inversa del logaritmo sull'equazione precedente si ottiene

$$x = x_0 e^{-Rt/L}$$

Poiché $I = 0$ a $t = 0$, dalla definizione di x si ha che $x_0 = \mathcal{E}/R$. Dunque, quest'ultima espressione è equivalente a

$$\frac{\mathcal{E}}{R} - I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-Rt/L}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L})$$

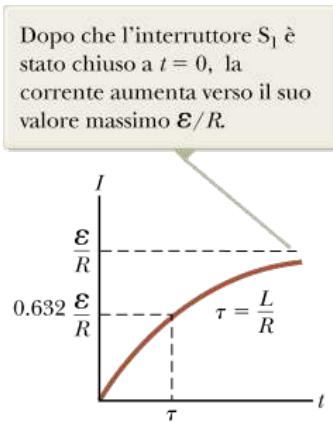


FIGURA 23.23 Grafico della corrente in funzione del tempo per il circuito RL mostrato nella Figura 23.22. La costante di tempo τ è l'intervallo di tempo necessario perché I raggiunga il 63.2% del suo valore massimo.

Questa espressione mostra come l'induttore influenza la corrente. La corrente non cresce istantaneamente al suo valore finale di equilibrio quando l'interruttore viene chiuso ma cresce con l'andamento di una funzione esponenziale. Se l'induttanza viene rimossa dal circuito, che corrisponde a porre $L = 0$, il termine esponenziale diventa zero e, in questo caso, non c'è più dipendenza dal tempo per la corrente; in assenza di induttanza la corrente cresce istantaneamente al suo valore finale di equilibrio.

Questa espressione può anche essere scritta come

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

23.14◀

dove la costante τ è la **costante di tempo** del circuito RL :

$$\tau = \frac{L}{R}$$

23.15◀

Fisicamente, τ è il tempo necessario alla corrente per raggiungere $(1 - e^{-1}) = 0.632 = 63.2\%$ del valore finale ε/R . La costante di tempo è un parametro utile per il confronto dei tempi di risposta di diversi circuiti.

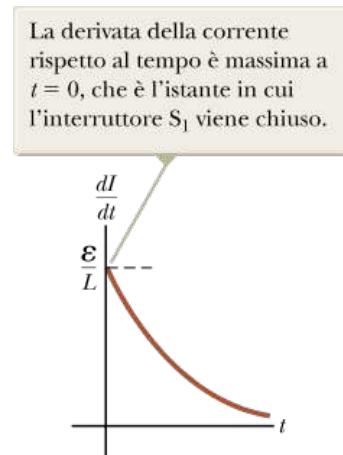


FIGURA 23.24 Grafico di dI/dt in funzione del tempo per il circuito RL mostrato nella Figura 23.22. La derivata decresce esponenzialmente con il tempo mentre I cresce verso il suo valore massimo.

La Figura 23.23 rappresenta un grafico della corrente in funzione del tempo per il circuito RL . Notiamo che il valore di regime della corrente, che si ottiene per t che tende all'infinito, è dato da ε/R . Ciò può essere visto ponendo $dI/dt = 0$ nell'Equazione 23.13 (a regime, la variazione della corrente è nulla) e risolvendo rispetto alla corrente. Dunque, la corrente all'inizio aumenta molto rapidamente e poi si avvicina gradualmente al valore di regime ε/R quando t tende all'infinito.

Guardiamo adesso qual è la rapidità di variazione della corrente. Se si prende la derivata prima della corrente nell'Equazione 23.14, si ottiene

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{L} e^{-t/\tau}$$

23.16◀

Questa equazione mostra che la rapidità con cui aumenta la corrente, dI/dt , è massima (uguale a ε/L) per $t = 0$ e diminuisce esponenzialmente a zero per t che tende all'infinito (Fig. 23.24).

Consideriamo ora di nuovo il circuito RL mostrato nella Figura 23.22. Supponiamo che l'interruttore sia rimasto chiuso sulla posizione a per un tempo sufficiente (con l'interruttore S_1 chiuso) da permettere alla corrente di raggiungere il suo valore di regime ε/R . In questa situazione il circuito è equivalente alla maglia esterna nella Figura 23.22. Se l'interruttore S_2 è commutato da a a b , il circuito è equivalente alla sola maglia destra nella Figura 23.22. Dunque, la batteria è stata eliminata dal circuito. Ponendo $\varepsilon = 0$ nell'Equazione 23.13 si ha

$$IR + L \frac{dI}{dt} = 0$$

23.17◀

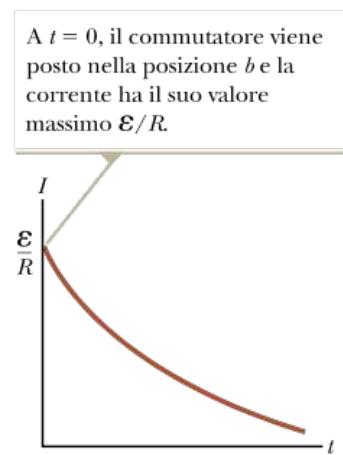


FIGURA 23.25 Corrente in funzione del tempo per la maglia a destra del circuito mostrato nella Figura 23.22. Per $t < 0$, il commutatore S_2 si trova nella posizione *a*.

Si lascia come problema (Problema 38) la dimostrazione che la soluzione di questa equazione differenziale è:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau} = I_i e^{-t/\tau}$$

23.18◀

dove \mathcal{E} è la f.e.m. della batteria e $I_i = \mathcal{E}/R$. è la corrente all'istante in cui l'interruttore viene chiuso su *b*.

Se il circuito non contenesse un induttore, la corrente diventerebbe istantaneamente zero quando la batteria viene rimossa. Quando l'induttore è presente nel circuito, esso si oppone alla diminuzione della corrente e determina una decrescita esponenziale della corrente stessa. Il grafico della corrente nel circuito in funzione del tempo (Fig. 23.25) mostra che la corrente decresce in maniera continua in funzione del tempo.

QUIZ RAPIDO 23.7

Il circuito di Figura 23.26 contiene una sorgente AC che fornisce una tensione sinusoidale. Pertanto il campo magnetico nell'induttore varia continuamente. L'induttore è un semplice solenoide avvolto in aria. L'interruttore del circuito è chiuso e la lampadina è stabilmente accesa. Una sbarretta di ferro viene inserita all'interno del solenoide, aumentando l'intensità del campo magnetico nel solenoide. Cosa accade alla luminosità della lampadina? (**a**) cresce, (**b**) decresce o (**c**) resta costante?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

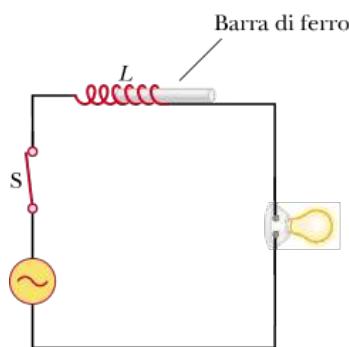


FIGURA 23.26 (Quiz Rapido 23.7) Una lampada è alimentata da una sorgente AC con un induttore nel circuito. Cosa accade alla luminosità della lampada quando la sbarra di ferro viene inserita nella bobina?

QUIZ RAPIDO 23.8

Due circuiti simili a quello mostrato nella Figura 23.22 sono identici eccetto che per il valore di L . Nel circuito A l'induttanza dell'induttore è L_A , e nel circuito B, è L_B . L'interruttore S_2 è nella posizione *b* da un tempo lungo per entrambi i circuiti. Al tempo $t = 0$, l'interruttore è posto su *a* in entrambi i circuiti. Per $t = 10$ s,

l'interruttore è posto su b in entrambi i circuiti. Il grafico della corrente in funzione del tempo che ne risulta è mostrato in Figura 23.27. Assumendo che la costante di tempo di ciascun circuito sia molto minore di 10 s, quale delle seguenti relazioni è vera? (a) $L_A > L_B$. (b) $L_A < L_B$. (c) Non si hanno informazioni sufficienti per determinare i valori relativi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

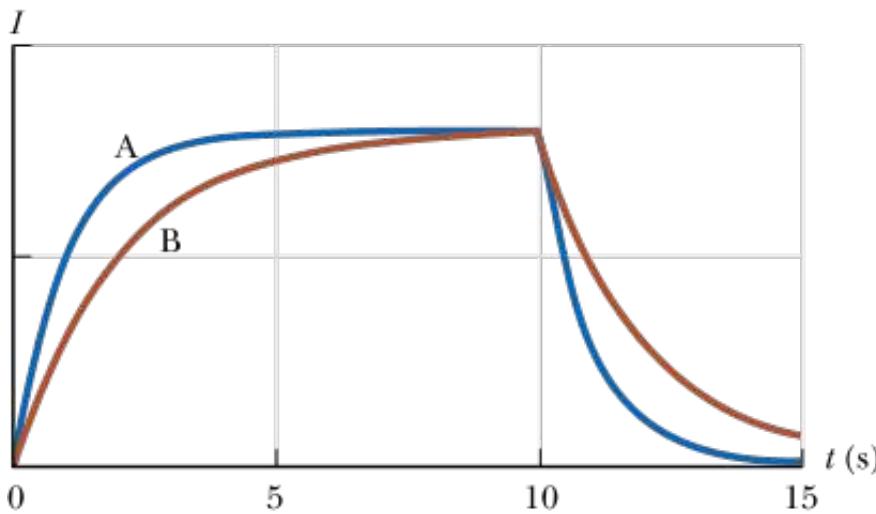


FIGURA 23.27 (Quiz Rapido 23.8) Grafici per la corrente in funzione del tempo per due circuiti con diverse induttanze.

Esempio 23.7 Costante di tempo di un circuito RL

Si consideri il circuito nella Figura 23.22. Supponiamo che gli elementi del circuito abbiano i seguenti valori: $\varepsilon = 12.0 \text{ V}$, $R = 6.00 \Omega$ e $L = 30.0 \text{ mH}$.

(A) Trovare la costante di tempo del circuito.

(B) L'interruttore S_2 è nella posizione a e l'interruttore S_1 viene chiuso all'istante $t = 0$. Calcolare la corrente nel circuito a $t = 2.00 \text{ ms}$.

(C) Confrontare la differenza di potenziale ai capi del resistore con quella nell'induttore.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Energia immagazzinata in un campo magnetico

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che la f.e.m. indotta, generata da un induttore, impedisce alla batteria di instaurare istantaneamente la corrente di regime. Una parte dell'energia erogata dalla batteria va in energia interna del resistore, la rimanente energia viene immagazzinata nell'induttore. Se moltiplichiamo ambo i membri dell'Equazione 23.13 per la corrente I e riordiniamo l'espressione, otteniamo

$$I\mathcal{E} = I^2R + LI \frac{dI}{dt}$$

23.19

Questa espressione ci dice che la potenza erogata dalla batteria IE è uguale alla somma della potenza fornita al resistore, I^2R , e della rapidità con cui viene immagazzinata l'energia nell'induttore, $LI(dI/dt)$. Cioè, l'Equazione 23.19 non è altro che l'espressione della conservazione dell'energia per il sistema isolato costituito dal circuito (in realtà, l'energia esce dal circuito per mezzo della conduzione termica nell'aria e per radiazione elettromagnetica, cosicché il sistema non è necessariamente totalmente isolato). Se denotiamo con U l'energia immagazzinata in un certo istante nell'induttore, la rapidità con cui viene immagazzinata l'energia nell'induttore, dU/dt , può essere scritta come:

$$\frac{dU}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

Per trovare l'energia totale immagazzinata nell'induttore in ogni istante, riscriviamo questa espressione come $dU = LI dI$ e la integriamo:

ENERGIA IMMAGAZZINATA IN UN INDUTTORE

$$U = \int_0^U dU = \int_0^I LI dI$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

Prevenire le insidie
23.3 Condensatori, resistori e induttori immagazzinano l'energia in maniera diversa

I meccanismi per l'immagazzinamento dell'energia sono diversi per i condensatori, gli induttori e i resistori. Un condensatore carico immagazzina energia come energia potenziale elettrica. Un induttore immagazzina energia come ciò che potremmo chiamare energia potenziale magnetica quando è percorso da corrente. L'energia fornita a un resistore è trasformata in energia interna.

23.20

dove L è costante ed è stata portata fuori dal segno di integrale. L'Equazione 23.20 rappresenta l'energia immagazzinata nel campo magnetico presente nell'induttore quando la corrente vale I .

Notiamo che l'Equazione 23.20 è simile nella forma all'espressione che dà l'energia immagazzinata nel campo elettrico di un condensatore, $U = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$ (Eq. 20.29). In entrambi i casi, vediamo che è stata necessaria dell'energia da parte della batteria per creare il campo e che l'energia è immagazzinata nel campo. Nel caso del condensatore, possiamo concettualmente mettere in relazione l'energia immagazzinata nel condensatore con l'energia potenziale elettrica associata con la separazione di carica sulle armature. Non abbiamo discusso una analogia magnetica dell'energia potenziale elettrica, quindi l'immagazzinamento di energia in un induttore non è altrettanto facile da immaginare.

Per mostrare che l'energia è immagazzinata in un induttore, consideriamo il circuito di Figura 23.29a, che è lo stesso di quello della Figura 23.22 con l'aggiunta dell'interruttore S_3 ai capi del resistore R . Con l'interruttore S_2 nella posizione a ed S_3 chiuso come mostrato, si stabilisce una corrente nell'induttore. Ora, come in Figura 23.29b, l'interruttore S_2 viene posto nella posizione b . La corrente persiste in questo circuito (idealmente) senza resistenza e senza batteria (maglia di destra della Fig. 23.29.b), costituito soltanto dall'induttore e da un filo conduttore fra i suoi capi. Non vi è corrente nel resistore (poiché il percorso attorno ad esso è in corto circuito), cosicché non c'è alcuna energia fornita ad

esso. Il passo successivo è di aprire l'interruttore S_3 come è mostrato in Figura 23.29c. Ciò inserisce il resistore nel circuito. La corrente del circuito ora passa attraverso il resistore, e viene fornita ad esso dell'energia. Da dove proviene l'energia? Il solo elemento nel circuito prima di aprire l'interruttore S_3 è l'induttore. L'energia deve quindi essere stata immagazzinata nell'induttore ed è ora fornita al resistore.

Determiniamo adesso l'energia per unità di volume immagazzinata in un campo magnetico, cioè la densità di energia. Per semplicità, consideriamo un solenoide, la cui induttanza sia $L = \mu_0 n^2 A \ell$ (vedi Esempio 23.6). Il campo magnetico di un solenoide è dato da $B = \mu_0 n I$. Sostituendo l'espressione di L e $I = B/\mu_0 n$ nell'Equazione 23.20 otteniamo

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 A \ell \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 = \frac{B^2}{2 \mu_0} (A \ell) \quad \text{23.21} \blacktriangleleft$$

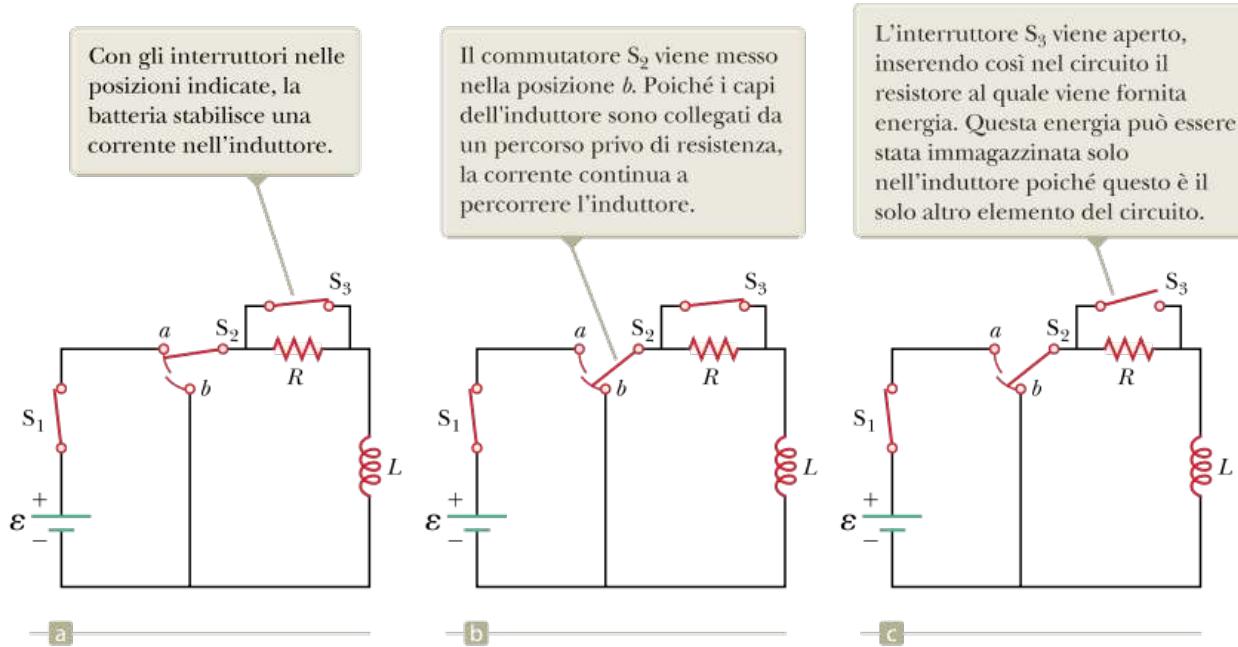


FIGURA 23.29 Un circuito RL usato per comprendere l'immagazzinamento di energia nell'induttore.

Poiché $A\ell$ è il volume del solenoide, l'energia per unità di volume immagazzinata nel campo magnetico, cioè la *densità di energia magnetica*, è data da

DENSITÀ DI ENERGIA MAGNETICA

$$u_B = \frac{U}{A\ell} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{23.22} \blacktriangleleft$$

Sebbene l'Equazione 23.22 sia stata derivata nel caso particolare di un solenoide, essa è valida in ogni regione dello spazio in cui esiste un campo magnetico. Notiamo che essa è simile all'equazione che descrive l'energia per unità di volume immagazzinata nel campo elettrico, data da $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ (Eq. 20.31). In entrambi i casi la densità di energia è proporzionale al quadrato dell'intensità del campo.

QUIZ RAPIDO 23.9

Si sta mettendo a punto un esperimento nel quale si ha bisogno della massima densità possibile di energia magnetica all'interno di un solenoide molto lungo. Quale dei seguenti accorgimenti è capace di aumentare la densità di energia? (Più di una scelta può essere corretta) (a) l'aumento del numero di spire per unità di lunghezza del solenoide; (b) l'aumento della sezione del solenoide; (c) l'aumento della sola lunghezza del solenoide mantenendo fisso il numero di spire per unità di lunghezza; (d) l'aumento della corrente nel solenoide.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 23.8 Cosa succede all'energia immagazzinata in un induttore?

Consideriamo ancora il circuito RL mostrato nella Figura 23.22, con S_2 nella posizione a e con la corrente che ha raggiunto il suo valore di regime. Quando S_2 viene posto in b , la corrente nella maglia di destra decade esponenzialmente nel tempo in accordo con l'espressione $I = I_i e^{-t/\tau}$, dove $I_i = \varepsilon/R$ è la corrente iniziale nel circuito e $\tau = L/R$ è la costante di tempo. Dimostrare che tutta l'energia inizialmente immagazzinata nel campo magnetico dell'induttore si trasforma in energia interna del resistore quando la corrente decade a zero.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 23.9 Il cavo coassiale

I cavi coassiali sono spesso usati per collegare dispositivi elettrici, come ad esempio un sistema video, e per ricevere segnali in sistemi di televisione via cavo. Si schematizzi un lungo cavo coassiale come un sottile cilindro cavo conduttore di raggio b concentrico a un cilindro pieno, di raggio a , come in Figura 23.30 (pag. 804). I conduttori sono percorsi dalla stessa corrente I in versi opposti. Calcolare l'induttanza L di un segmento di cavo di lunghezza ℓ .

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: l'uso della stimolazione magnetica transcranica nella depressione BIO

Nei Paragrafi 20.7 e 21.9, si sono discusse le caratteristiche elettriche dei neuroni e la propagazione di un potenziale di azione attraverso un neurone. In questo Collegamento al contesto, si discute un nuovo trattamento della depressione che si trova in una fase iniziale di sviluppo ed è strettamente legato alla propagazione di impulsi attraverso e fra i nervi. La *depressione* è un disturbo mentale in cui i pazienti mostrano una diminuzione dell'autostima, morale basso, tristezza, perdita di interesse in attività una volta piacevoli e un'accresciuta possibilità di pensieri e comportamenti suicidi. È una malattia complicata la cui causa sembra includere condizioni biologiche, effetti psicologici, interazioni sociali, uso di droghe e alcol ed anche fattori genetici. A causa del gran numero di possibili cause di depressione, prima di decidere il piano della cura si deve procedere ad una esauriente assistenza psicologica del paziente nonché provare diversi metodi di cura.



FIGURA 23.31 La bobina magnetica di un apparato Neurostar SMT è tenuta vicina alla testa di un paziente.

Nella nostra discussione, ci concentreremo sulle possibili cause biologiche della depressione. Una ipotesi suggerisce che la depressione sia legata a bassi livelli di *neurotrasmettitori* (particolarmente la serotonina, la norepinefrina e la dopamina) nelle sinapsi fra i neuroni. Farmaci antidepressivi, come la *sertralina*, fanno aumentare i livelli di questi neurotrasmettitori.

Uno dei trattamenti più controversi per forme gravi di depressione che non hanno risposto ad altre cure è la *terapia elettroconvulsivante* (TEC), in cui delle convulsioni sono indotte in un paziente sotto anestesia. Le convulsioni sono indotte ponendo degli elettrodi sulla testa del paziente e facendo passare un impulso di corrente fra gli elettrodi. Mentre gli effetti di questo trattamento sul cervello umano non possono essere studiati in dettaglio per motivi etici, i risultati dagli esperimenti sugli animali suggeriscono che il trattamento sia capace di indurre la formazione di nuove sinapsi. A causa del ruolo dei livelli di neurotrasmettitori nella depressione, questo aumento delle sinapsi può essere la ragione del miglioramento in alcuni pazienti depressi dopo essere stati sottoposti alla terapia elettroconvulsiva. La TEC fu usata negli anni dal 1940 al 1960 per pazienti molto malati in grandi istituti psichiatrici. Oggi il giudizio sull'uso della TEC per pazienti con disturbi mentali è controverso.

STIMOLAZIONE MAGNETICA TRANSCRANICA BIO

Un metodo più recente per introdurre corrente elettrica nel cervello è la **stimolazione magnetica transcranica** (SMT). Questa procedura induce correnti nel cervello per mezzo dell'induzione magnetica piuttosto che tramite l'applicazione di alti voltaggi agli elettrodi. Un grande bobina di filo conduttore è posta sul cuoio capelluto del paziente. La bobina è percorsa da corrente alternata che genera un campo magnetico oscillante e quest'ultimo induce correnti nelle cellule nervose del cervello. A differenza della terapia elettroconvulsiva, il paziente è sveglio e non ha convulsioni. La Figura 23.31 mostra la bobina di una macchina per SMT Neurostar applicata alla testa di un paziente.

La SMT è stata usata per la fare la mappatura della corteccia motoria. In tale operazione si misurano le connessioni fra la corteccia motoria primaria e vari muscoli per determinare i danni subiti a seguito di lesioni del midollo spinale, ictus e malattie dei motoneuroni. Con questa tecnica, muovendo la bobina magnetica verso diverse aree della corteccia, si sono potute osservare le risposte muscolari nel dito indice, nell'avambraccio, nei bicipiti, nella mascella e nelle gambe.

Quando la bobina viene mossa sulla corteccia occipitale, alcuni pazienti riportano il manifestarsi di *magnetofosfeni*, che sono lampi di luce che sono visti anche con gli occhi chiusi. Il metodo più comune di indurre fosfeni è di tipo meccanico: strofinando gli occhi

chiusi. Fosfeni causati da un colpo alla testa sono all'origine della frase “vedere le stelle” associata a questo tipo di trauma.



FIGURA 23.32 Una paziente è curata con l'apparato Neurostar SMT.

L'uso di SMT nella depressione è più recente. La Figura 23.32 mostra una paziente trattata con un apparato SMT. La paziente è seduta e la bobina è posta sulla sua testa. La bobina è accesa e spenta fino a frequenze di 10 Hz, inducendo correnti nel cervello. Il campo magnetico è aumentato fino a che le dita del paziente iniziano a contrarsi. A questo livello il metodo ha effetti terapeutici. A partire da questo momento il trattamento continua per circa 40 minuti. Questi trattamenti vengono ripetuti quotidianamente per un periodo di diverse settimane.

Alcuni studi hanno mostrato una qualche efficacia di questa procedura nel trattamento della depressione ma altri studi devono essere eseguiti per confermare tali risultati. Uno dei fattori che limitano i test di efficacia è la difficoltà di stabilire un'esperienza SMT “falsa” da usare come placebo per il confronto con il trattamento vero. Il trattamento causa un leggero dolore al collo, mal di testa e contrazione del cuoio capelluto che sono difficili da riprodurre in un trattamento placebo.

SOMMARIO

Il **flusso magnetico** attraverso una superficie associato al campo magnetico \vec{B} è:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad 23.1 \blacktriangleleft$$

dove l'integrale è definito sulla superficie.

La **legge di Faraday dell'induzione** stabilisce che la f.e.m. indotta in un circuito è direttamente proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso magnetico attraverso il circuito:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad 23.3 \blacktriangleleft$$

dove N è il numero di spire e Φ_B è il flusso magnetico concatenato ad ognuna di esse.

Quando una sbarretta conduttrice di lunghezza ℓ , si muove in un campo magnetico \vec{B} con velocità \vec{v} tale che \vec{v} sia perpendicolare a \vec{B} , la f.e.m. indotta nella sbarretta (la cosiddetta **f.e.m. dinamica**) è data da:

La **legge di Lenz** afferma che la corrente e la forza elettromotrice indotte in un circuito hanno versi tali da opporsi alla variazione che le ha prodotte.

Una forma generale della legge di Faraday dell'induzione è:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad 23.9\blacktriangleleft$$

dove \vec{E} è un campo elettrico non conservativo, prodotto dalla variazione del flusso magnetico.

Quando in una bobina la corrente varia nel tempo, secondo la legge di Faraday nella bobina viene indotta una f.e.m. La **f.e.m. autoindotta** è definita dall'espressione:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} \quad 23.10\blacktriangleleft$$

dove L è l'*induttanza* della bobina. L'induttanza dà una misura di quanto un dispositivo si oppone ad una variazione di corrente.

L'**induttanza** di una bobina è:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad 23.11\blacktriangleleft$$

dove Φ_B è il flusso magnetico attraverso ciascuna spira della bobina ed N è il numero totale di spire. L'unità del SI dell'induttanza è l'**henry** (H), dove $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$.

Se, come mostrato nella Figura 23.22, un resistore e un induttore sono collegati in serie a una batteria di f.e.m. \mathcal{E} , l'interruttore S_2 viene posto nella posizione a e l'interruttore S_1 viene chiuso all'istante $t = 0$, la corrente nel circuito varia nel tempo con la legge:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \quad 23.14\blacktriangleleft$$

dove $\tau = L/R$ è la **costante di tempo** del circuito RL .

Se l'interruttore S_2 nella Figura 23.22 viene posto nella posizione b , la corrente diminuisce esponenzialmente nel tempo in accordo alla legge:

$$I(t) = \frac{\epsilon}{R} e^{-t/\tau} \quad \text{23.18} \blacktriangleleft$$

essendo ϵ/R la corrente iniziale nel circuito.

L'energia immagazzinata nel campo magnetico di un induttore in cui circola una corrente I è:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \quad \text{23.20} \blacktriangleleft$$

L'energia per unità di volume (o densità di energia) in un punto in cui il campo magnetico è B è data da

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{23.22} \blacktriangleleft$$

QUESITI

1. La Figura Q23.1 è un grafico del flusso magnetico attraverso una bobina in funzione del tempo durante un intervallo in cui dapprima il raggio della bobina viene aumentato, poi la bobina viene sottoposta a 1.5 rotazioni ed infine la sorgente del campo magnetico viene spenta. Elenca la f.e.m. indotta nella bobina agli istanti indicati da A fino a E dal valore positivo più grande al valore negativo di modulo massimo. Nell'elenco indica i casi di uguaglianza ed anche gli istanti in cui la f.e.m. è zero.

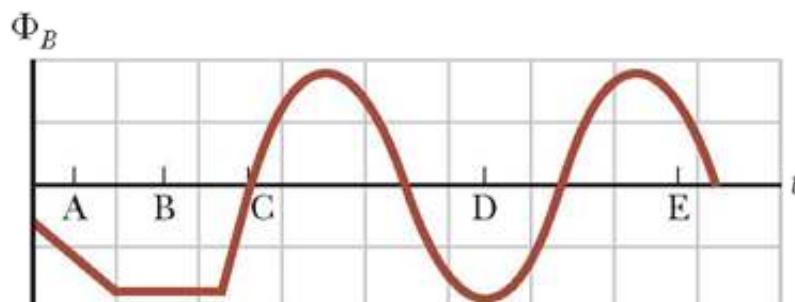


FIGURA Q23.1

2. Una spira circolare con raggio di 4.0 cm si trova in un campo magnetico uniforme di modulo 0.060 T. Il piano della spira è perpendicolare alla direzione del campo magnetico. In un intervallo di tempo di 0.50 s, il campo magnetico inverte la sua direzione ed il suo modulo diventa 0.040 T. Qual è il modulo della f.e.m. media indotta nella spira? (a) 0.20 V (b) 0.025 V (c) 5.0 mV (d) 1.0 mV (e) 0.20 mV

3. Un induttore a solenoide per un circuito stampato deve essere riprogettato. Per diminuirne il peso, il numero delle spire viene ridotto della metà ma le dimensioni rimangono le stesse. Di quanto deve cambiare la corrente se l'energia immagazzinata nell'induttore deve rimanere la stessa? (a) Deve essere quattro volte più grande. (b) Deve essere due volte più grande. (c) Deve essere la stessa. (d) Deve essere la metà. (e) Nessuna variazione della corrente può compensare la riduzione nel numero delle spire.

4. Un filo metallico lungo e sottile è avvolto a formare una bobina di induttanza di 5 mH. La bobina viene connessa ai capi di una batteria e si misura la corrente alcuni secondi dopo la connessione. Il filo viene poi svolto e riavvolto a formare una nuova bobina di induttanza di 10 mH. Questa seconda bobina viene connessa alla stessa batteria e si misura la corrente allo stesso modo. In confronto alla corrente nella prima bobina, la corrente nella seconda bobina è (a) quattro volte più grande, (b) due volte più grande, (c) non è cambiata, (d) la metà, (e) un quarto.



FIGURA Q23.5

5. Una spira conduttrice di forma rettangolare è posta vicino ad un lungo filo in cui scorre una corrente /come è mostrato nella Figura Q23.5. Se I decresce nel tempo, cosa si può dire della corrente indotta nella spira? (a) Il verso della corrente dipende dalle dimensioni della spira. (b) La corrente scorre in senso orario. (c) La corrente scorre in senso antiorario. (d) La corrente è zero. (e) Non si può dire niente della corrente nella spira senza ulteriori informazioni.

6. Cosa accade all'ampiezza della f.e.m. quando la velocità di rotazione di una bobina viene raddoppiata? (a) Diventa quattro volte più grande. (b) Diventa due volte più grande. (c) Non cambia. (d) Diventa la metà. (e) Diventa un quarto.

7. Due solenoidi, A e B, sono formati usando lunghezze uguali dello stesso tipo di filo conduttore. La lunghezza dell'asse di ogni solenoide è grande rispetto al suo diametro. La lunghezza assiale di A è due volte quella di B e A ha un numero doppio di avvolgimenti rispetto a B. Qual è il rapporto dell'induttanza del solenoide A rispetto a quella del solenoide B? (a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{1}{4}$.

8. Se la corrente in un induttore viene raddoppiata, di quanto è moltiplicata l'energia immagazzinata? (a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{1}{4}$.

9. Una spira di filo conduttore, piatta e quadrata, è tirata a velocità costante attraverso una regione di campo magnetico uniforme diretto perpendicolarmente al piano della spira come è mostrato in Figura Q23.9. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette? Può essere corretta più di una affermazione. (a) La corrente è indotta nella spira in senso orario. (b) La corrente è indotta nella spira in senso antiorario. (c) Non esiste corrente indotta nella spira. (d) C'è separazione di cariche nella spira con il lato superiore positivo. (e) C'è separazione di cariche nella spira con il lato superiore negativo.

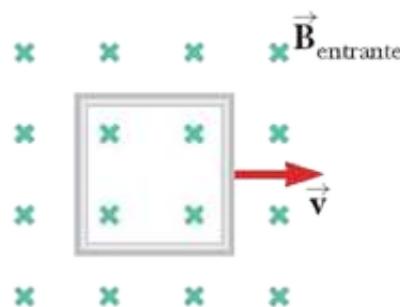


FIGURA Q23.9

10. La sbarra in Figura Q23.10 si muove sulle rotaie verso destra con velocità \vec{v} e in presenza di un campo magnetico uniforme, costante e diretto perpendicolarmente alla pagina con verso uscente. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette? Può essere corretta più di una affermazione. (a) La corrente indotta nel circuito è zero. (b) La corrente indotta nel circuito ha verso orario. (c) La corrente indotta nel circuito ha verso antiorario. (d) È necessaria una forza esterna per mantenere costante la velocità della sbarra. (e) Non è necessaria alcuna forza per mantenere costante la velocità della sbarra.

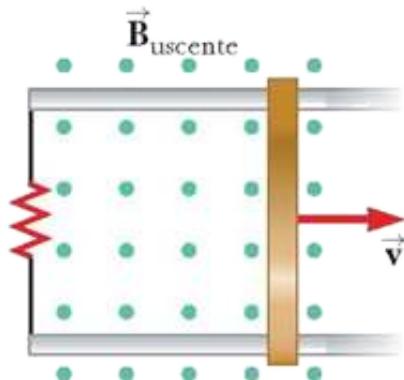


FIGURA Q23.10

11. Inizialmente un induttore con resistenza nulla è percorso da una corrente continua. In seguito la corrente viene cambiata fino ad assumere un valore doppio. Dopo che è avvenuto questo cambiamento, quando la corrente si è stabilizzata al valore più alto, cosa è successo alla f.e.m. nell'induttore? (a) È maggiore di un fattore 4 rispetto a prima del cambiamento. (b) È maggiore di un fattore 2. (c) Ha lo stesso valore diverso da zero. (d) Continua ad essere zero. (e) È diminuita.

12. Nella Figura Q23.12, l'interruttore è tenuto nella posizione *a* per un lungo intervallo di tempo e viene poi rapidamente spostato sulla posizione *b*. Elenca, dal maggiore al minore, i moduli delle differenze di potenziale per i quattro elementi circuitali dopo un breve intervallo di tempo.

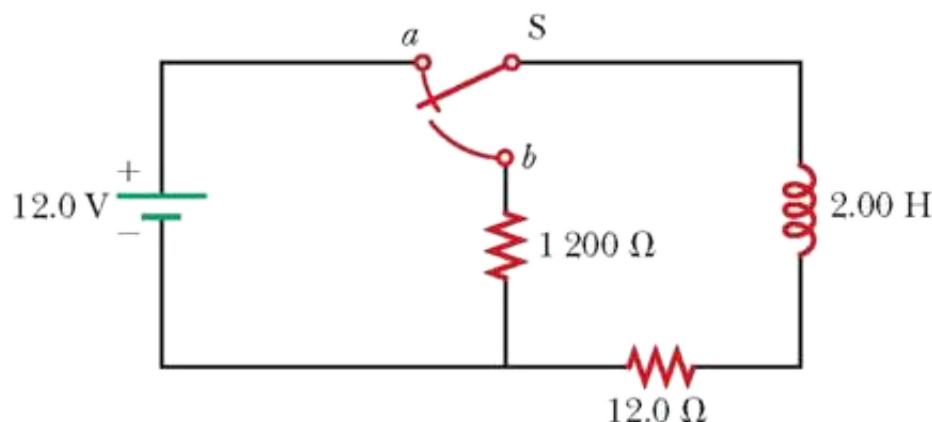


FIGURA Q23.12

13. Una sbarretta magnetizzata è tenuta in posizione verticale sopra una spira conduttrice che giace in un piano orizzontale come è mostrato nella Figura Q23.13. Il polo sud del magnete è rivolto verso la spira. Dopo che il magnete viene lasciato cadere, cosa risulta vero per la corrente indotta nella spira per come è vista dall'alto? (a) Ha verso orario quando il magnete cade verso la spira. (b) Ha verso antiorario quando il magnete cade verso la spira. (c) Ha verso orario dopo che il magnete è passato attraverso la spira e se ne allontana. (d) Ha sempre verso orario. (e) Ha prima verso antiorario quando il magnete si avvicina alla spira e poi orario dopo che esso è passato attraverso la spira.

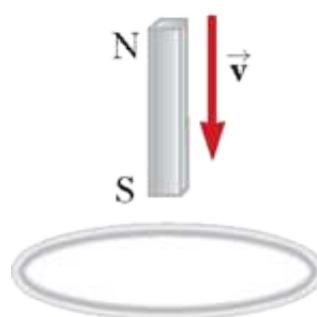


FIGURA Q23.13

14. Una bobina piatta viene posta in un campo magnetico uniforme diretto come l'asse y . **(i)** Dove si deve trovare il piano della bobina perché il flusso magnetico attraverso di essa sia massimo? Ci può essere più di una risposta corretta. (a) Nel piano xy (b) nel piano yz (c) nel piano xz (d) può avere un'orientazione qualunque poiché il flusso è costante. **(ii)** Per quale orientazione il flusso è zero? Scegliere tra le stesse possibilità elencate per il caso (i).

15. Due bobine sono poste una accanto all'altra come mostrato in Figura Q23.15. La bobina a sinistra è collegata ad una batteria e ad un interruttore e la bobina a destra è connessa ad un resistore. Qual è il verso della corrente nel resistore **(i)** un istante immediatamente successivo alla chiusura dell'interruttore, **(ii)** dopo che l'interruttore è stato chiuso da diversi secondi, e **(iii)** un istante dopo che l'interruttore è stato aperto? Scegliere ogni risposta dalle seguenti possibilità: (a) verso sinistra, (b) verso destra, o (c) la corrente è zero.

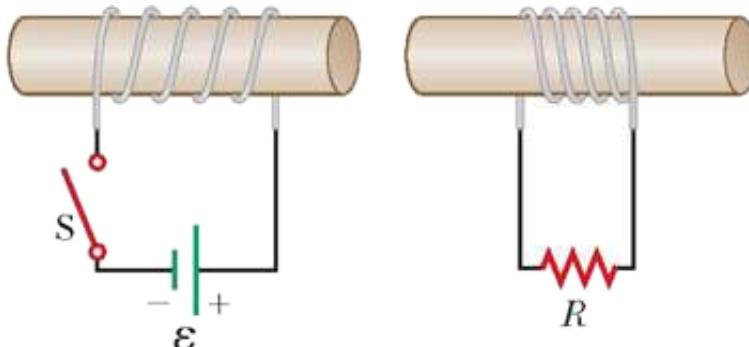


FIGURA Q23.15

16. Un circuito consiste di una sbarra conduttrice mobile ed una lampada collegate a due rotaie conduttrici come è mostrato in Figura Q23.16. Un campo magnetico esterno è diretto perpendicolarmente al piano del circuito. Quale delle seguenti azioni sarà capace di accendere la lampada? Più di una affermazione può essere corretta. (a) La sbarra viene spostata verso sinistra. (b) La sbarra viene spostata verso destra. (c) Il modulo del campo magnetico viene aumentato. (d) Il modulo del campo magnetico viene diminuito. (e) La sbarra viene sollevata dalle rotaie.

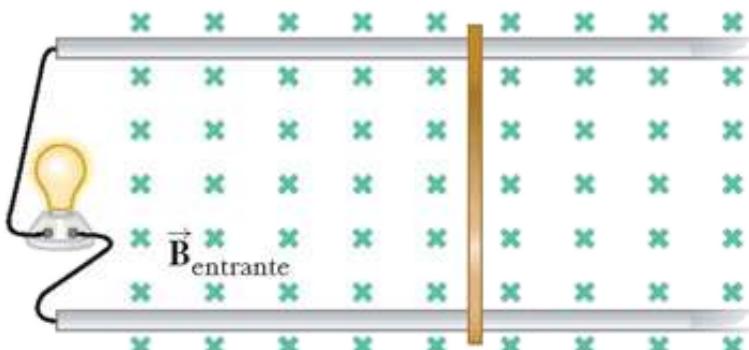


FIGURA Q23.16

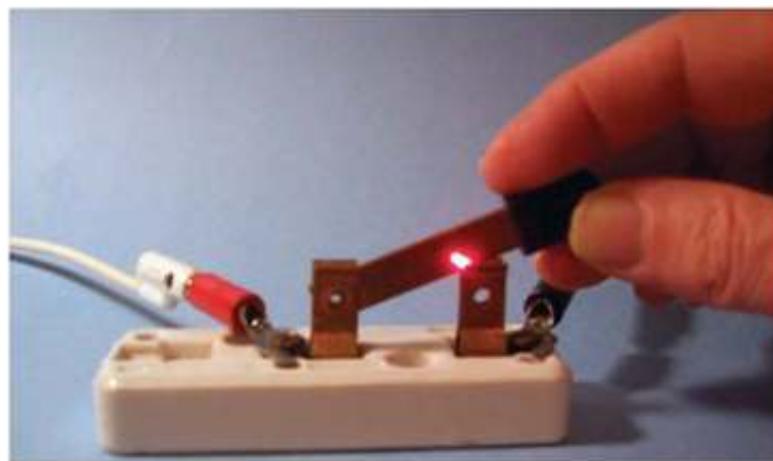
17. Due spire conduttrici rettangolari giacciono nello stesso piano come è mostrato nella Figura Q23.17. Se la corrente I nella bobina esterna ha verso antiorario e cresce nel tempo, cosa si può dire della corrente indotta nella bobina interna? Più di una affermazione può essere corretta. (a) È zero. (b) Ha verso orario. (c) Ha verso antiorario. (d) Il suo modulo dipende dalle dimensioni delle bobine. (e) Il suo verso dipende dalle dimensioni delle bobine.



FIGURA Q23.17

DOMANDE CONCETTUALI

1. Un interruttore controlla la corrente in un circuito che ha una grande induttanza. L'arco elettrico nell'interruttore (Fig. DC23.1) può fondere e ossidare le superfici di contatto con conseguente alta resistività dei contatti ed eventuale distruzione dell'interruttore. Quando è più probabile che si verifichi una scintilla nell'interruttore? Quando esso viene chiuso, quando viene aperto o non esiste alcuna relazione?



Alexandra Héder

FIGURA DC23.1

2. Considerare i quattro circuiti mostrati in Figura DC23.2, ognuno formato da una batteria, un interruttore, una lampada e un condensatore o un induttore. Si assuma che il condensatore abbia una grande capacità e l'induttore una grande induttanza ma resistenza nulla. La lampada ha un'alta efficienza essendo capace di accendersi per qualunque corrente. (i) Descrivere cosa fa la lampada in ognuno dei circuiti da (a) fino a (d) dopo che l'interruttore è stato chiuso. (ii) Dopo che l'interruttore è rimasto chiuso per un tempo lungo, descrivere cosa fa la lampada (a) mentre l'interruttore viene aperto (b) dopo che è stato aperto.

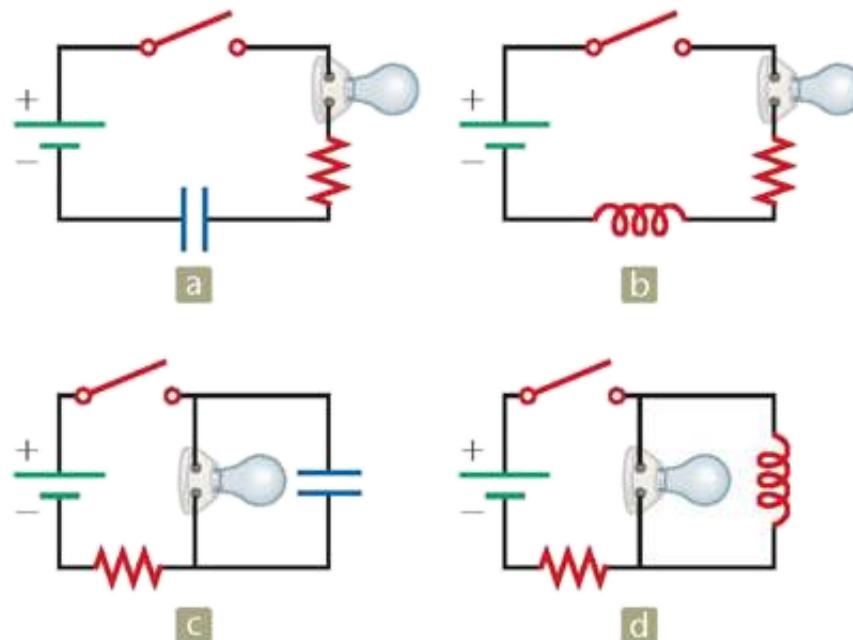


FIGURA DC23.2

3. Una sbarretta magnetica è lasciata cadere verso un anello conduttore che giace al suolo. Il moto del magnete verso l'anello è quello di un oggetto che cade liberamente? Spiegare.

4. Nel Paragrafo 6.7 abbiamo definito le forze conservative e non conservative. Nel Capitolo 19 si è affermato che una carica elettrica genera un campo elettrico che produce una forza conservativa. Spiega adesso come l'induzione genera un campo elettrico che produce una forza non conservativa.

5. Un pezzo di alluminio è lasciato cadere verso il basso fra i poli di un elettromagnete. Il campo magnetico è capace di influenzare la velocità dell'alluminio?

6. Una spira circolare conduttrice è posta in un campo magnetico uniforme e costante. Descrivere come può essere indotta una forza elettromotrice nella spira in tale situazione.

7. Qual è la differenza fra flusso magnetico e campo magnetico?

8. In una diga idroelettrica, come viene prodotta l'energia che è poi trasferita per trasmissione elettrica? Cioè, come viene convertita l'energia di movimento dell'acqua in energia trasmessa da corrente alternata?

9. Una nave spaziale in orbita intorno alla Terra contiene una bobina. Un astronauta misura una piccola corrente nella bobina sebbene non ci sia nessuna batteria collegata ad essa e non ci siano magneti nella navicella. Qual è la causa della corrente?

10. La corrente in un circuito contenente una bobina, un resistore e una batteria ha raggiunto un valore costante. (a) La bobina ha un'induttanza? (b) La bobina ha una influenza sul valore della corrente?

11. (a) Quali parametri influenzano l'induttanza di una bobina? (b) L'induttanza di una bobina dipende dalla corrente nella bobina?

12. Discutere le analogie fra l'energia immagazzinata nel campo elettrico di un condensatore carico e l'energia immagazzinata nel campo magnetico di una bobina attraversata da corrente.

13. Quando l'interruttore nella Figura DC23.13a viene chiuso, il solenoide viene attraversato da una corrente e l'anello di metallo salta verso l'alto (Fig. DC23.13b). Spiegare questo comportamento.

14. Supponiamo che la batteria in Figura DC23.13a sia sostituita da una sorgente AC e l'interruttore sia tenuto chiuso. Se tenuto fermo sopra il solenoide, l'anello si riscalda. Perché?

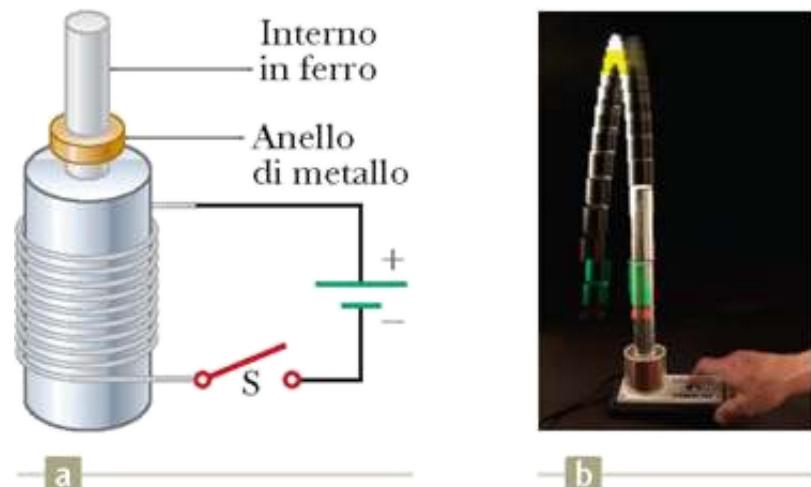


FIGURA DC23.13 Domande concettuali 13 e 14.

15. Una spira conduttrice si sta muovendo vicino a un filo metallico lungo e rettilineo percorso da una corrente I , come mostrato in Figura DC23.15. (a) Determinare il verso della corrente indotta nella spira quando questa si allontana dal filo. (b) Qual è il verso della corrente indotta nella spira quando questa si muove verso il filo?

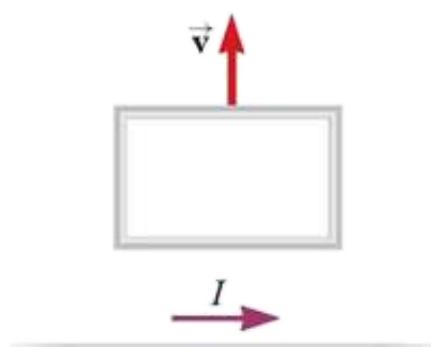


FIGURA DC23.15

16. Dopo che l'interruttore è stato chiuso nel circuito LC mostrato nella Figura DC23.16, in alcuni istanti la carica nel condensatore si annulla ma negli stessi istanti la corrente non è zero. Come è possibile un tale comportamento?

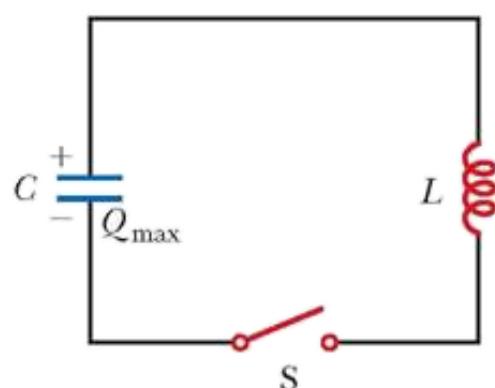


FIGURA DC23.16

PROBLEMI

Paragrafo 23.1 Legge di Faraday dell'induzione

1. Una bobina circolare di 30 spire, di raggio 4.00 cm e resistenza 1.00 Ω è posta in un campo magnetico perpendicolare al piano della bobina. Il modulo del campo magnetico varia nel tempo secondo l'espressione $B = 0.010 \text{ ot} + 0.040 \text{ o t}^2$, dove t è espresso in secondi e B in tesla. Calcolare la f.e.m. indotta nella bobina per $t = 5.00 \text{ s}$.

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. Uno strumento basato sulla forza elettromotrice indotta viene utilizzato per misurare la velocità di un proiettile sino a 6 km/s. Un piccolo magnete viene innestato nel proiettile, come mostrato in Figura P23.2. Il proiettile passa attraverso due bobine separate da una distanza d . Quando il proiettile passa attraverso ogni bobina, viene indotta una f.e.m. di tipo impulsivo. L'intervallo di tempo tra i due impulsi può essere misurato accuratamente con un oscilloscopio e quindi si può determinare la velocità del proiettile. (a) Rappresentare graficamente ΔV rispetto a t per la configurazione sperimentale mostrata. Assumere che una corrente osservata dal punto di partenza del proiettile sia positiva se scorre in senso antiorario. Nel grafico specificare quale impulso si riferisce alla bobina 1 e quale alla bobina 2. (b) Se la separazione tra impulsi è 2.40 ms e $d = 1.50 \text{ m}$, qual è la velocità del proiettile?

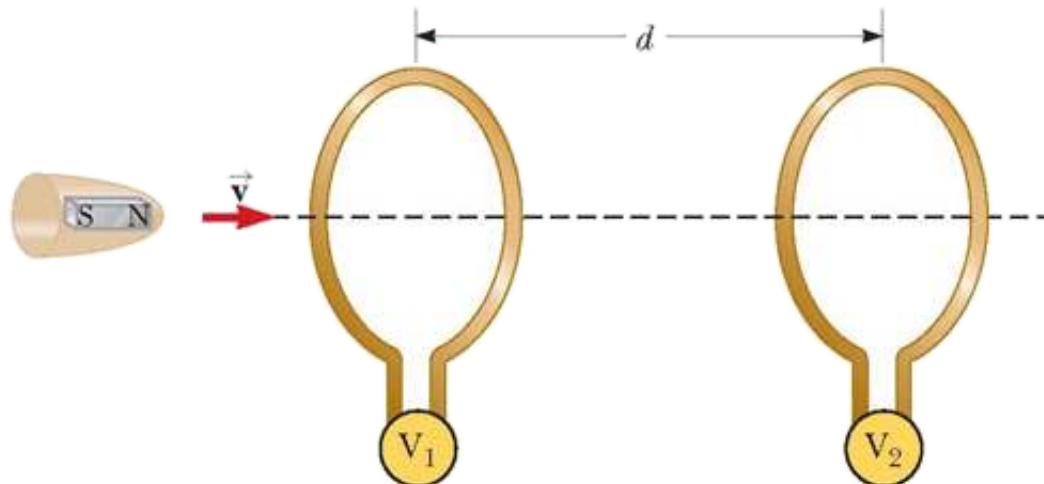


FIGURA P23.2

3. Un potente elettromagnete produce un campo magnetico uniforme di 1.60 T su un'area utile di 0.200 m^2 . Poniamo una bobina di 200 spire e resistenza totale di 20.0 Ω intorno all'elettromagnete. La corrente nell'elettromagnete viene gradualmente diminuita fino a zero in 20.0 ms. Qual è la corrente indotta nella bobina?

VISUALIZZA SOLUZIONE

4. BIO È in corso una ricerca scientifica per capire se deboli campi magnetici oscillanti possano avere effetto sulla salute umana. Per esempio, uno studio ha mostrato che i guidatori di treni sono colpiti da cancro al sangue in misura maggiore di altri lavoratori delle ferrovie, forse a causa della lunga esposizione ai dispositivi meccanici nelle cabine dei locomotori. Si consideri un campo magnetico di modulo 1.00×10^{-3} T, che oscilla sinusoidalmente a 60.0 Hz. Se il diametro di un globulo rosso è $8.00 \mu\text{m}$, determinare la massima f.e.m. che può essere generata intorno al perimetro di un globulo rosso in questo campo.

5. Un anello di alluminio di raggio $r_1 = 5.00$ cm e resistenza $3.00 \times 10^{-4} \Omega$ è posto intorno ad una estremità di un lungo solenoide avvolto in aria con 1 000 spire per metro e raggio $r_2 = 3.00$ cm come in Figura P23.5. Supponiamo che la componente assiale del campo magnetico generato dal solenoide sull'area all'estremità del solenoide sia la metà di quella prodotta al centro del solenoide. Assumiamo anche che il campo magnetico sia trascurabile all'esterno del solenoide. La corrente nel solenoide aumenta con la rapidità di 270 A/s. (a) Qual è la corrente indotta nell'anello? Quali sono nel centro dell'anello (b) il modulo e (c) la direzione e il verso del campo magnetico prodotto dalla corrente indotta nell'anello?

VISUALIZZA SOLUZIONE

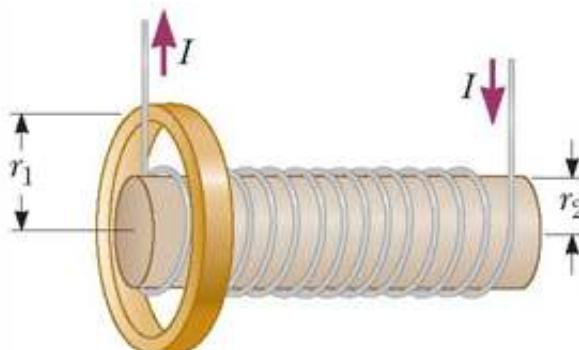


FIGURA P23.5 Problemi 5 e 6.

6. Un anello di alluminio di raggio r_1 e resistenza R è posto intorno ad una estremità di un lungo solenoide avvolto in aria con n spire per metro e raggio r_2 come in Figura P23.5. Supponiamo che la componente assiale del campo magnetico generato dal solenoide sull'area all'estremità del solenoide sia la metà di quella prodotta al centro del solenoide. Assumiamo anche che il campo magnetico sia trascurabile all'esterno del solenoide. La corrente nel solenoide aumenta con la rapidità di $\Delta I / \Delta t$. (a) Qual è la corrente indotta nell'anello? Quali sono nel centro dell'anello (b) il modulo e (c) la direzione e il verso del campo magnetico prodotto dalla corrente indotta nell'anello?

7. Una spira di filo metallico di forma rettangolare, larghezza w e lunghezza L , e un lungo filo rettilineo percorso da una corrente I giacciono sulla superficie di un tavolo come in Figura P23.7. (a) Determinare il flusso magnetico concatenato con la spira dovuto alla corrente I . (b) Supponiamo che la corrente vari nel tempo secondo la relazione $I = a + bt$, dove a e b sono delle costanti. Determinare la f.e.m. indotta nella spira se $b = 10.0$ A/s, $h = 1.00$ cm, $w = 10.0$ cm e $L = 1.00$ m. (c) Qual è il verso della corrente indotta nel rettangolo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

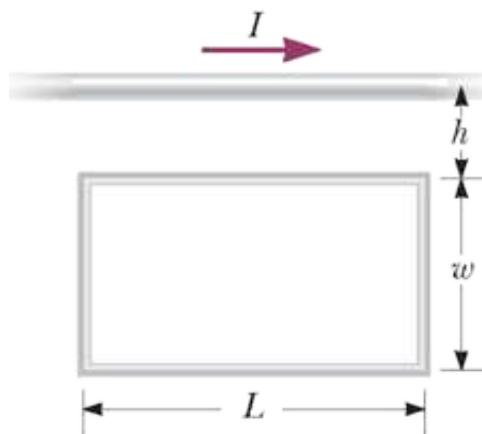


FIGURA P23.7

8. Quando un filo è percorso da corrente AC di frequenza nota, si può usare la *bobina di Rogowski* per determinare l'intensità I_{\max} della corrente senza sconnettere il filo per collegarlo a un misuratore di corrente. La bobina di Rogowski, mostrata in Figura P23.8, si applica semplicemente attorno al filo. Essa consiste di un conduttore toroidale avvolto da un filo circolare di ritorno. Il toroide ha n avvolgimenti per unità di lunghezza, la sua sezione è A , e la corrente da misurare è data da $I(t) = I_{\max} \sin \omega t$. (a) Dimostrare che la f.e.m. indotta nell'avvolgimento è $\varepsilon_{\max} = \mu_0 n A \omega I_{\max}$. (b) Spiegare perché il filo percorso dalla corrente incognita non ha bisogno di essere al centro della bobina di Rogowski e perché la bobina non risponde alle correnti vicine che non sono ad essa concatenate.

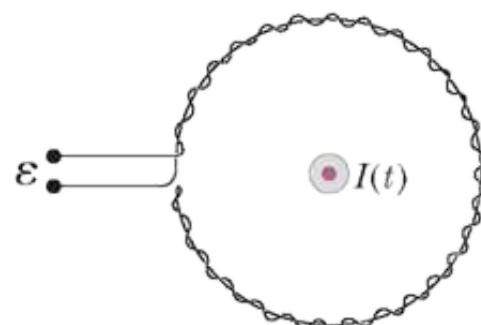


FIGURA P23.8

9. Una bobina conduttrice con 25 avvolgimenti ha un diametro di 1.00 m. Essa è posta con il suo asse lungo la direzione del campo magnetico terrestre di $50.0 \mu\text{T}$, e quindi viene ruotata di 180° in 0.200 s. Qual è la f.e.m. media che si genera nella bobina?

VISUALIZZA SOLUZIONE

10. Un lungo solenoide ha $n = 400$ spire per metro ed è percorso da una corrente $I = 30.0(1 - e^{-1.60t})$, dove I è in ampere e t in secondi. All'interno del solenoide e con lo stesso asse c'è una bobina di raggio $R = 6.00 \text{ cm}$, formata da $N = 250$ spire di sottile filo conduttore (Fig. P23.10). Quale f.e.m. è indotta nella bobina dalla corrente nel solenoide?

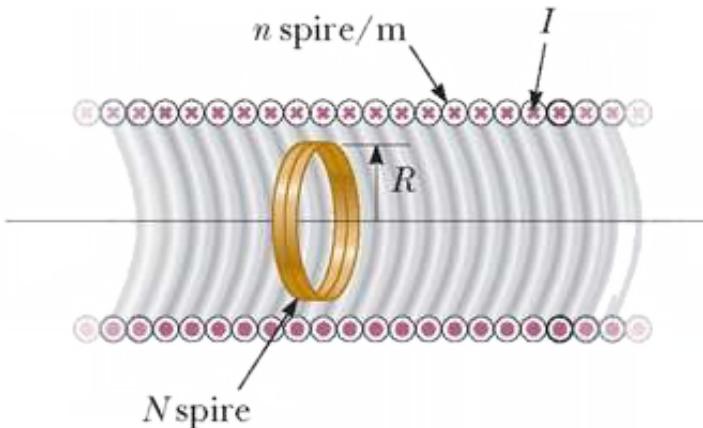


FIGURA P23.10

- 11.** Una spira piana costituita da un solo avvolgimento la cui sezione ha un'area di 8.00 cm^2 è perpendicolare a un campo magnetico che aumenta uniformemente in modulo da 0.500 T a 2.50 T in 1.00 s . Qual è la corrispondente corrente indotta se la spira ha una resistenza di 2.00Ω ?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 12.** Un pezzo di filo isolato è modellato a forma di otto, come mostrato in Figura P23.12. Per semplicità, si assuma che le due metà del numero otto abbiano la forma di due cerchi. Il raggio del cerchio superiore è 5.00 cm e quello del cerchio inferiore è 9.00 cm . Il filo ha una resistenza per unità di lunghezza di $3.00 \Omega/\text{m}$. Un campo magnetico uniforme è applicato perpendicolarmente al piano in cui giacciono i due cerchi, nel verso mostrato in figura. Il campo magnetico è crescente con un tasso di crescita di 2.00 T/s . Calcolare (a) il modulo e (b) la direzione e il verso della corrente indotta nella spira.

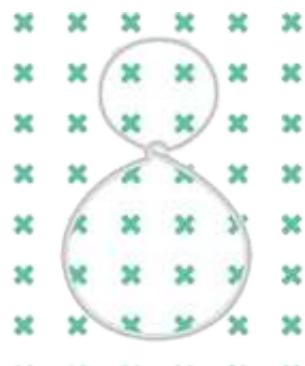


FIGURA P23.12

- 13.** Una bobina di 15 spire e di raggio 10.0 cm circonda un lungo solenoide di raggio 2.00 cm e 1.00×10^3 spire/m (Fig. P23.13). La corrente nel solenoide varia come $I = 5.00 \sin 120t$, dove I è in ampere e t in secondi. Trovare la f.e.m. indotta nella bobina in funzione del tempo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

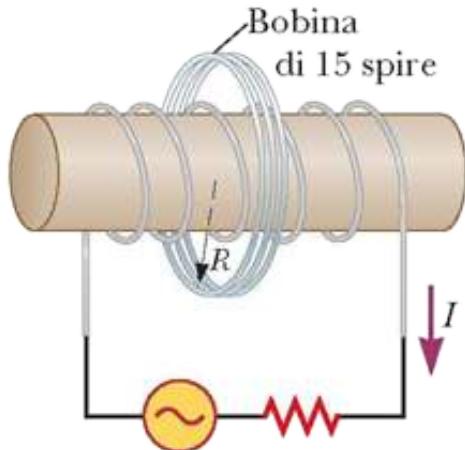


FIGURA P23.13

Paragrafo 23.2 Forza elettromotrice dinamica

Paragrafo 23.3 Legge di Lenz

Nota: il Problema 73 nel Capitolo 22 può essere associato a questa sezione.

- 14.** Un elicottero (Fig. P23.14) ha pale lunghe 3.00 m che ruotano con una velocità di 2.00 giri/s intorno ad un asse centrale. Se la componente verticale del campo magnetico terrestre è $50.0 \mu\text{T}$, quale f.e.m. viene indotta tra la punta della pala e l'asse di rotazione?



Sascha Hahn/Shutterstock.com

FIGURA P23.14

- 15.** La Figura P23.15 mostra una vista dall'alto di una sbarretta che può scivolare senza attrito su due rotaie. La resistenza vale $R = 6.00 \Omega$ e un campo magnetico di intensità 2.50 T è diretto perpendicolarmente verso l'interno della pagina. Sia $\ell = 1.20 \text{ m}$. (a) Calcolare la forza applicata necessaria per muovere la sbarretta verso destra alla velocità costante di 2.00 m/s . (b) Qual è la potenza fornita al resistore?

VISUALIZZA SOLUZIONE

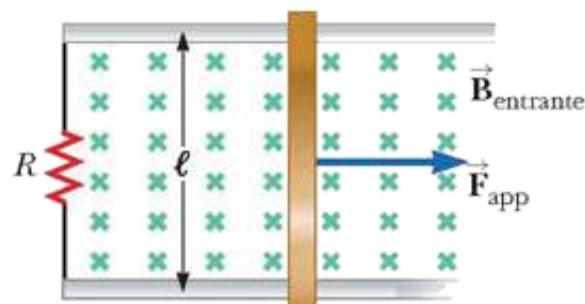


FIGURA P23.15 Problemi da 15 a 18.

16. Si consideri il dispositivo mostrato in Figura P23.15. Si assuma $R = 6.00 \Omega$, $\ell = 1.20 \text{ m}$ e un campo magnetico uniforme di 2.50 T diretto perpendicolarmente verso l'interno della pagina. A quale velocità deve muoversi la sbarretta per produrre una corrente di 0.500 A nel resi-store?

17. Una sbarretta conduttrice di lunghezza ℓ si muove senza attrito su due rotaie orizzontali come mostrato in Figura P23.15. Se una forza costante di 1.00 N mantiene in moto la sbarretta ad una velocità di 2.00 m/s in un campo magnetico \vec{B} entrante nel foglio, (a) qual è la corrente che passa nel resistore $R = 8.00 \Omega$? (b) Qual è la potenza fornita al resistore? (c) Qual è la potenza meccanica fornita dalla forza esterna \vec{F}_{app} ?

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. Una sbarretta conduttrice di massa m si muove senza attrito su due rotaie parallele e orizzontali, separate da una distanza ℓ , e collegate da una resistenza R , come mostrato in Figura P23.15. Un campo magnetico uniforme di intensità B è applicato perpendicolarmente al piano del foglio. La forza applicata mostrata in figura agisce solo per un istante, per dare la velocità iniziale v alla sbarra. Calcolare la distanza percorsa dalla sbarretta prima di fermarsi in funzione di m , ℓ , B , e v .

19. Problema di ricapitolazione. Dopo aver tolto una corda della sua chitarra acustica, uno studente viene distolto da un video game. Il suo compagno nota la sua disattenzione e attacca un'estremità della corda, con densità lineare pari a $3.00 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$, ad un supporto rigido. Fa poi passare l'altra estremità sopra una carrucola, ad una distanza $\ell_1 = 64.0 \text{ cm}$ dall'estremità fissa, e attacca un oggetto di massa $m = 27.2 \text{ kg}$ all'estremità libera della corda. Il compagno pone un magnete vicino alla corda come è mostrato in Figura P23.19. Il magnete non tocca la corda ma produce un campo uniforme di 4.50 mT su una lunghezza di 2.00 cm del filo e trascurabile in tutte le altre zone. Pizzicando la corda, essa viene posta in vibrazione verticalmente alla sua frequenza fondamentale (la più bassa). La parte della corda nel campo magnetico si muove perpendicolarmente al campo con ampiezza di 1.50 cm . Trovare (a) la frequenza e (b) l'ampiezza della f.e.m. indotta fra le estremità della corda.

VISUALIZZA SOLUZIONE

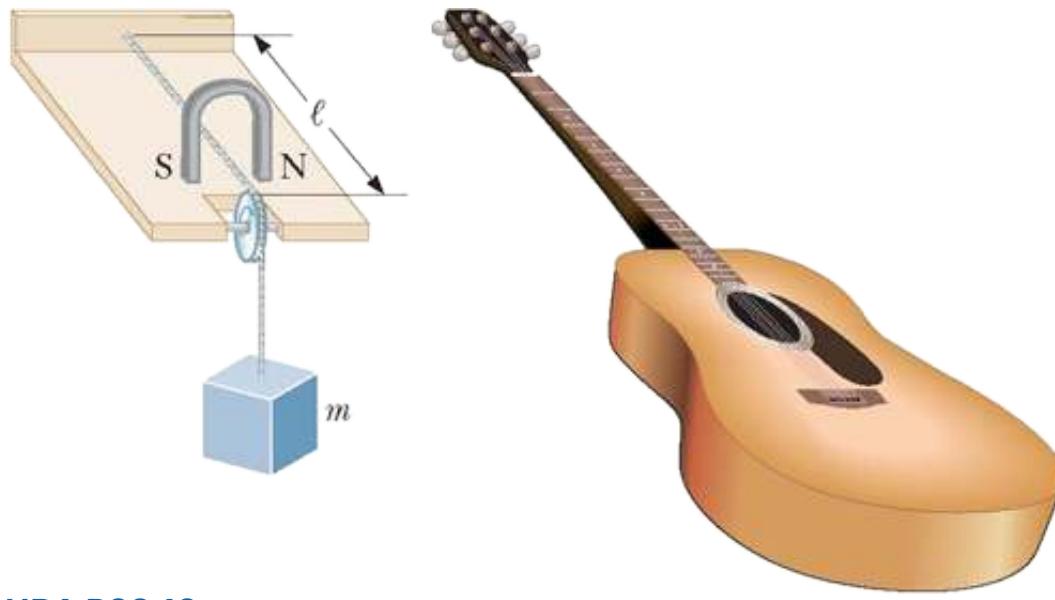


FIGURA P23.19

20. Perché la seguente situazione è impossibile? Un'automobile ha un'antenna verticale lunga $l = 1.20$ m. L'automobile viaggia su una strada sinuosa e orizzontale in una località dove il campo magnetico è $50.0 \mu\text{T}$ diretto verso il basso (in direzione nord) ad un angolo di 65.0° al di sotto del piano orizzontale. La f.e.m. dinamica indotta fra l'estremità superiore e la base dell'antenna varia con il modulo e la direzione della velocità e ha un valore massimo di 4.50 mV .

21. Il generatore omopolare, detto anche *disco di Faraday*, è un generatore elettrico a bassa tensione e alta corrente. Esso consiste di un disco conduttore ruotante con delle spazzole ferme (contatti elettrici strisciati), una sul suo asse e un'altra in un punto sulla circonferenza, come in Figura P23.21. Un campo magnetico uniforme è applicato perpendicolarmente al piano del disco. Assumiamo che il campo sia 0.900 T , la velocità angolare $3.20 \times 10^3 \text{ giri/min}$, e il raggio del disco sia 0.400 m . Trovare la f.e.m. generata fra le spazzole. Quando si usano bobine superconduttrici per produrre un grande campo magnetico, il generatore omopolare può avere una potenza di uscita di parecchi megawatt. Un tale generatore viene usato, per esempio, nella purificazione dei metalli per elettrolisi. Se viene applicata una tensione ai capi del generatore, esso gira in verso opposto come un *motore omopolare* capace di fornire un grande momento meccanico, utile per la propulsione delle navi.

VISUALIZZA SOLUZIONE

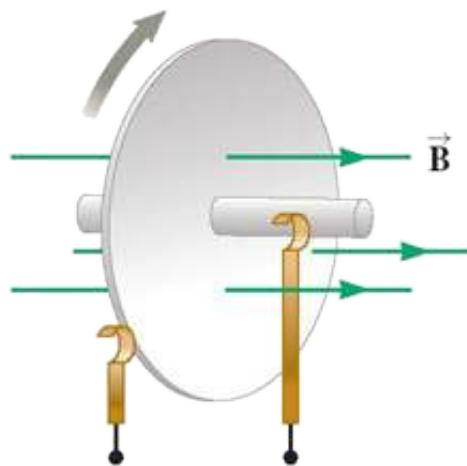


FIGURA P23.21

22. Una bobina rettangolare di resistenza R ha N spire, ciascuna di lunghezza ℓ , e larghezza w , come è mostrato in Figura P23.22. La bobina si muove in un campo

magnetico uniforme \vec{B} con velocità costante \vec{v} . Quali sono il modulo e la direzione della forza magnetica totale agente sulla bobina (a) quando entra nel campo magnetico, (b) quando si muove all'interno del campo e (c) quando esce dal campo?

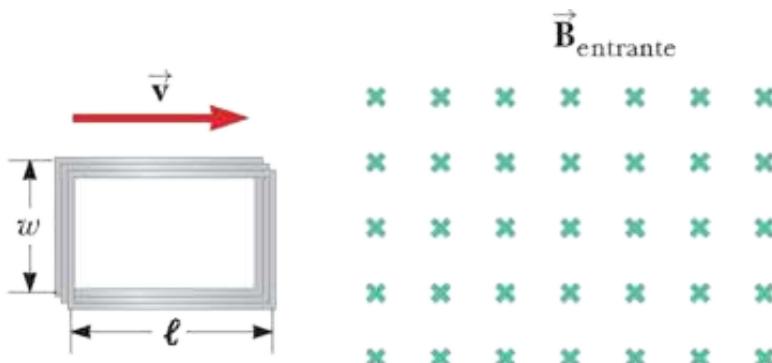


FIGURA P23.22

- 23.** Una bobina di area 0.100 m^2 ruota a 60.0 giri/s con l'asse di rotazione perpendicolare a un campo magnetico di 0.200 T . (a) Se la bobina ha 1 000 spire, qual è la f.e.m. massima indotta in essa? (b) Quando si verifica il valore massimo della tensione indotta, qual è l'orientazione dell'avvolgimento rispetto al campo magnetico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 24.** Perché la seguente situazione è impossibile? Una spira rettangolare conduttrice, di massa $M = 0.100 \text{ kg}$, resistenza $R = 1.00 \Omega$ e dimensioni $w = 50.0 \text{ cm}$ per $l = 90.0 \text{ cm}$ viene tenuta con il suo lato inferiore immediatamente al di sopra di una regione con un campo magnetico uniforme di modulo $B = 1.00 \text{ T}$ come è mostrato nella Figura P23.24. La spira viene abbandonata da ferma. Proprio quando il lato superiore raggiunge la regione del campo, la spira si muove con una velocità di 4 m/s .

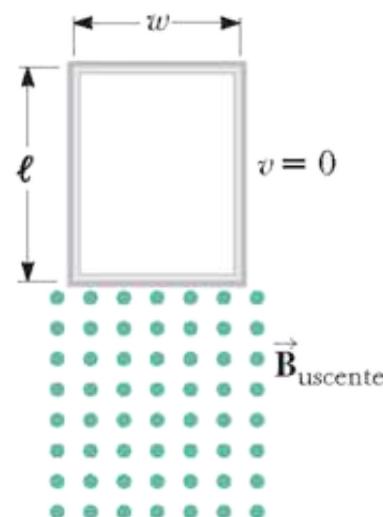


FIGURA P23.24

- 25.** Campi magnetici molto intensi possono essere ottenuti utilizzando una procedura chiamata *compressione di flusso*. Un tubo cilindrico di metallo di raggio R è posto coassialmente all'interno di un solenoide di raggio maggiore. Il volume tra il tubo ed il solenoide è riempito con un materiale altamente esplosivo. A seguito dell'esplosione il tubo collassa in un cilindro di raggio $r < R$. Se ciò avviene molto velocemente, la corrente indotta nel tubo mantiene un valore di flusso magnetico approssimativamente costante all'interno del tubo. Se il

campo magnetico iniziale nel solenoide è 2.50 T e $R/r = 12.0$, qual è il massimo valore di campo magnetico ottenibile?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

26. Si usi la legge di Lenz per rispondere alle seguenti domande riguardanti il verso delle correnti indotte. Si esprimano le risposte in termini delle lettere *a* e *b* in ogni parte della Figura P23.26. (a) Qual è il verso della corrente indotta nel resistore *R* in Figura P23.26a quando la sbarretta magnetica si muove verso sinistra? (b) Qual è il verso della corrente indotta nel resistore *R* immediatamente dopo che l'interruttore *S* in Figura P23.26b viene chiuso? (c) Qual è il verso della corrente indotta nel resistore *R* quando la corrente *I* in Figura P23.26c diminuisce rapidamente fino a zero?

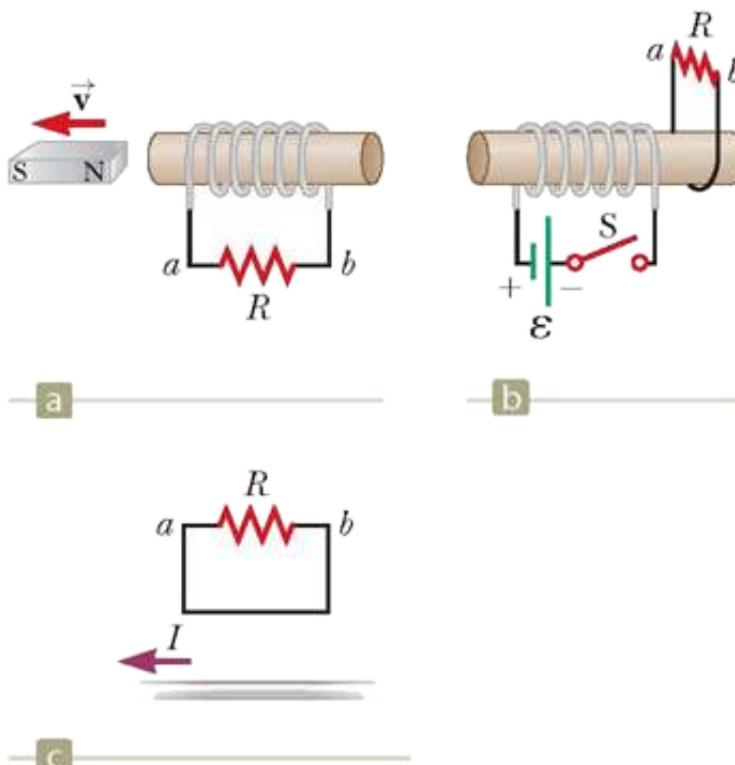


FIGURA P23.26

27. Un lungo solenoide, con il suo asse nella direzione dell'asse *x*, è formato da 200 spire per metro di filo metallico ed è percorso da una corrente continua di 15.0 A. Una bobina è formata con 30 avvolgimenti di filo sottile attorno a un supporto circolare che ha un raggio di 8.00 cm. La bobina è posta all'interno del solenoide su un asse che è un diametro della bobina e coincide con l'asse *y*. La bobina, quindi, viene fatta ruotare con una velocità angolare di 4.00π rad/s. Il piano della bobina si trova nel piano *yz* al tempo *t* = 0. Determinare la f.e.m. generata nella bobina in funzione del tempo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 23.4 Forze elettromotrici indotte e campi elettrici

28. Un campo magnetico con verso entrante nel foglio varia nel tempo con la legge $B = 0.030 \text{ ot}^2 + 1.40$, dove B è in tesla e t in s. Il campo ha una sezione circolare di raggio $R = 2.50$ cm (Fig. P23.28). Quando $t = 3.00$ s e $r_2 = 0.020$ m,

quali sono (a) il modulo e (b) la direzione e il verso del campo elettrico nel punto P_2 ?

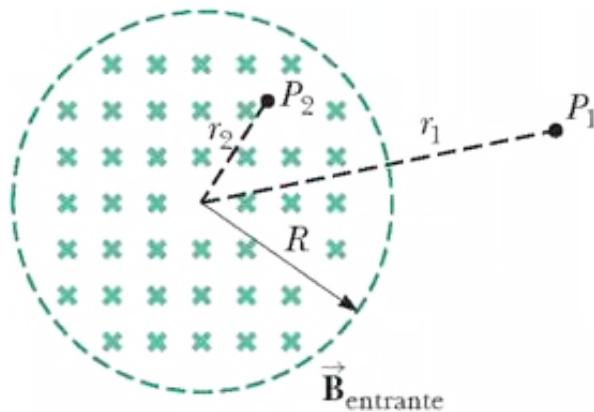


FIGURA P23.28 Problemi 28 e 29.

29. Nella situazione descritta nella Figura P23.28, il campo magnetico varia nel tempo come $B = 2.00t^3 - 4.00t^2 + 0.800$ dove B è in tesla, t in secondi e $R = 2.50$ cm. Quando $t = 2.00$ s, calcolare (a) il modulo e (b) la direzione e il verso della forza esercitata su un elettrone posto in P_1 che si trova alla distanza $r_1 = 5.00$ cm dal centro della regione circolare. (c) In quale istante questa forza magnetica è uguale a zero?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 23.5 Autoinduzione

30. Un cordone telefonico forma una spirale di 70 avvolgimenti, con un diametro di 1.30 cm, e una lunghezza, del cavo non allungato, di 60.0 cm. Determinare l'autoinduttanza di un conduttore nel cordone non allungato.

31. Una bobina ha un'induttanza di 3.00 mH e la corrente che l'attraversa varia da 0.200 A a 1.50 A in un tempo di 0.200 s. Calcolare l'intensità della f.e.m. media indotta nella bobina durante questo intervallo di tempo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

32. Un toroide, di raggio maggiore R e di raggio minore r , è costituito da N spire molto ravvicinate avvolte su un supporto isolante a forma di toro. La Figura P23.32 mostra metà di questo toroide, permettendoci di vederlo in sezione. Se $R \gg r$, il campo magnetico nella regione racchiusa dall'avvolgimento toroidale è essenzialmente quello di un solenoide che è stato piegato in una grande circonferenza di raggio R . Assimilando il campo del toroide al campo uniforme di un lungo solenoide, dimostrare che l'induttanza di questa bobina toroidale è approssimativamente

$$L \approx \frac{1}{2} \mu_0 N^2 \frac{r^2}{R}$$

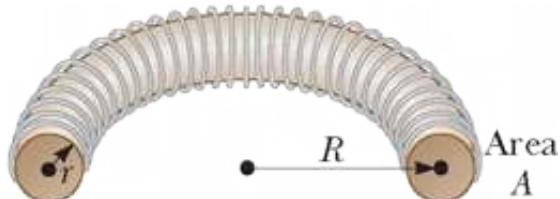


FIGURA P23.32

- 33.** Un induttore di 10.0 mH è percorso da una corrente $I = I_{\max} \sin \omega t$, con $I_{\max} = 5.00$ A e $f = \omega/2\pi = 60.0$ Hz. Qual è la f.e.m. autoindotta in funzione del tempo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 34.** Una f.e.m. di 24.0 mV è indotta in una bobina di 500 spire quando la corrente varia con la rapidità di 10.0 A/s. Qual è il flusso magnetico concatenato con ciascuna spira della bobina nell'istante in cui la corrente è 4.00 A?

- 35.** In un induttore di 90.0 mH la corrente varia nel tempo come $I = 1.00t^2 - 6.00t$ dove I è in ampere e t in secondi. Trovare la f.e.m. indotta per (a) $t = 1.00$ s e (b) $t = 4.00$ s. (c) In quale istante la f.e.m. è zero?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 36.** Un induttore con la forma di un solenoide contiene 420 spire ed è lungo 16.0 cm. Una diminuzione uniforme di corrente nell'induttore di 0.421 A/s induce una f.e.m. di $175 \mu\text{V}$. Qual è il raggio del solenoide?

Paragrafo 23.6 Circuiti RL

- 37.** Una batteria di 12.0 V è collegata in serie in un circuito contenente un resistore di 10.0Ω e un induttore di 2.00 H . Quanto tempo impiega la corrente a raggiungere (a) il 50.0% e (b) il 90.0% del suo valore finale?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 38.** Dimostrare che $I = I_i e^{-t/\tau}$ è una soluzione dell'equazione differenziale

$$IR + L \frac{dI}{dt} = 0$$

dove $\tau = L/R$ e I_i è la corrente per $t = 0$.

- 39.** Si consideri il circuito di Figura P23.39 in cui $\varepsilon = 6.00$ V, $L = 8.00$ mH e $R = 4.00$ Ω . (a) Qual è la costante di tempo induttiva del circuito? (b) Calcolare la corrente nel circuito dopo un tempo di $250\ \mu s$ dalla chiusura dell'interruttore. (c) Qual è il valore della corrente di regime? (d) Quanto tempo deve trascorrere affinché l'intensità di corrente raggiunga l'80.0% del valore di regime?

VISUALIZZA SOLUZIONE

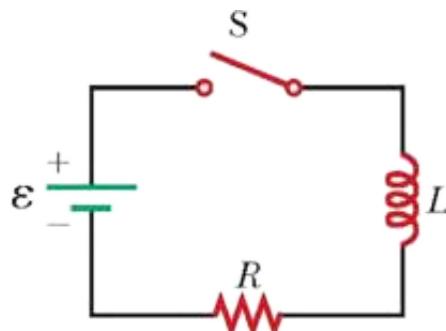


FIGURA P23.39 Problemi 39, 40, 41 e 42.

- 40.** Per il circuito RL mostrato in Figura P23.39, l'induttanza sia 3.00 H, la resistenza 8.00 Ω e la f.e.m. della batteria 36.0 V. (a) Calcolare $\Delta V_R/\varepsilon_L$, cioè il rapporto fra la tensione ai capi del resistore e la f.e.m. nell'induttore quando la corrente è 2.00 A. (b) Calcolare la f.e.m. nell'induttore quando la corrente è 4.50 A.

- 41.** Nel circuito mostrato nella Figura P23.39, sia $L = 7.00$ H, $R = 9.00$ Ω e $\varepsilon = 120$ V. Qual è la f.e.m. indotta 0.200 s dopo che l'interruttore è stato chiuso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 42.** Quando l'interruttore in Figura P23.39 viene chiuso, ci vogliono 3.00 ms perché la corrente raggiunga il 98.0% del suo valore finale. Quanto vale l'induttanza se $R = 10.0$ Ω ?

- 43.** L'interruttore di Figura 23.43 è aperto per $t < 0$ e viene chiuso all'istante $t = 0$. Si assuma che $R = 4.00$ Ω , $L = 1.00$ H e $\varepsilon = 10.0$ V. Trovare (a) la corrente che scorre nell'induttore e (b) la corrente nell'interruttore come funzioni del tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

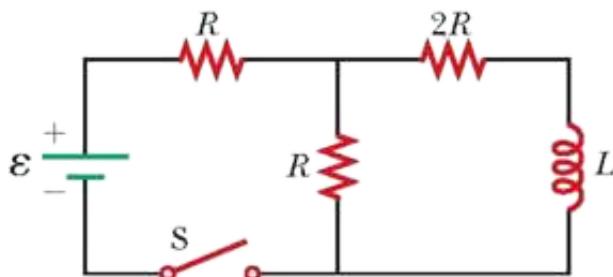


FIGURA P23.43 Problemi 43 e 44.

44. L'interruttore di Figura 23.43 è aperto per $t < 0$ e successivamente chiuso all'istante $t = 0$. Trovare (a) la corrente che scorre nell'induttore e (b) la corrente nell'interruttore come funzioni del tempo.

45. Un circuito consiste di una bobina, un interruttore ed una batteria, tutti tra loro collegati in serie. La resistenza interna della batteria è trascurabile rispetto a quella della bobina. L'interruttore è inizialmente aperto. Esso viene chiuso e dopo un intervallo di tempo Δt la corrente nel circuito ha raggiunto l'80.0% del suo valore finale. L'interruttore rimane chiuso per un tempo molto più lungo di Δt . Successivamente la batteria viene scollegata e i terminali della bobina vengono collegati tra loro, in modo da produrre un corto-circuito. (a) Dopo un analogo tempo Δt , quale percentuale del suo valore massimo ha raggiunto la corrente? (b) Al tempo $2\Delta t$ dopo che la bobina è stata cortocircuitata quale percentuale del suo valore massimo ha raggiunto la corrente?

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Un'applicazione di un circuito RL è la generazione di transienti di alta tensione da generatori di bassa tensione come mostrato in Figura P23.46. (a) Qual è la corrente nel circuito dopo un tempo molto lungo dalla chiusura del circuito nella posizione *a*? (b) L'interruttore viene commutato rapidamente da *a* a *b*. Calcolare la tensione iniziale ai capi di ciascun resistore e dell'induttore. (c) Dopo quanto tempo la tensione ai capi dell'induttore diminuisce al valore di 12.0 V?

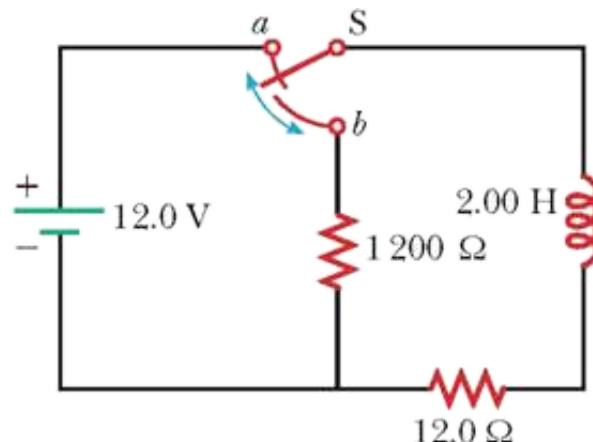


FIGURA P23.46

47. Un induttore di 140 mH e un resistore di 4.90 Ω sono collegati con un interruttore a una batteria da 6.00 V come è mostrato in Figura P23.47. (a) Se l'interruttore è chiuso sulla posizione *a* (collegando la batteria), quanto tempo passa prima che la corrente raggiunga il valore di 220 mA? (b) Qual è la corrente

nell'induttore 10.0 s dopo che si è chiuso l'interruttore? (c) Ora l'interruttore è spostato rapidamente da *a* a *b*. Quanto tempo passa prima che la corrente cada a 160 mA?

VISUALIZZA SOLUZIONE

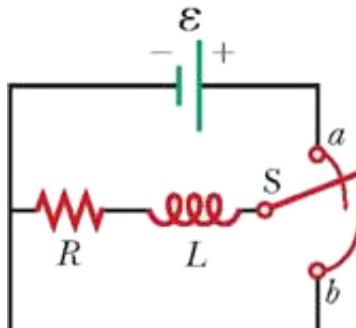


FIGURA P23.47

Paragrafo 23.7 Energia immagazzinata in un campo magnetico

48. Una bobina piana conduttrice ha un'induttanza di 40.0 mH e una resistenza di 5.00 Ω . All'istante $t = 0$ essa viene collegata ad una batteria da 22.0 V. Si consideri l'istante in cui la corrente è 3.00 A. (a) Quanta energia nell'unità di tempo viene fornita dalla batteria? (b) Quale potenza è fornita alla resistenza della bobina? (c) Quanta energia nell'unità di tempo viene immagazzinata nel campo magnetico della bobina? (d) Qual è la relazione fra queste tre potenze? (e) La relazione trovata nella parte (d) è vera anche per altri istanti? (f) Spiegare la relazione all'istante immediatamente dopo $t = 0$ e ad un istante molti secondi dopo.

49. Un solenoide in aria con 68 spire è lungo 8.00 cm e ha un diametro di 1.20 cm. Quando il solenoide è percorso da una corrente di 0.770 A, quanta energia è immagazzinata nel suo campo magnetico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

50. Il campo magnetico in un solenoide superconduttore è di 4.50 T. Il solenoide ha un diametro interno di 6.20 cm e una lunghezza di 26.0 cm. Determinare (a) la densità di energia magnetica nel campo e (b) l'energia magnetica immagazzinata nel campo magnetico dentro il solenoide.

51. In una giornata serena in un certo luogo, c'è un campo elettrico verticale in prossimità della superficie terrestre di 100 V/m. Nello stesso luogo il campo magnetico terrestre è approssimativamente di 0.500×10^{-4} T. Calcolare la densità di energia (a) del campo elettrico e (b) del campo magnetico.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 23.8 Collegamento al contesto: l'uso della stimolazione magnetica transcranica nella depressione

52. BIO Supponiamo che un dispositivo per la stimolazione magnetica transcranica (SMT) contenga come sorgente del campo magnetico una singola spira di raggio pari a 6.00 cm. Un tipico valore di picco per il campo magnetico al centro della spira di questo dispositivo è 1.50 T. (a) Se il campo al centro della spira ha il suo valore di picco, quanto vale la corrente nella spira? (b) L'area di trattamento nel cervello è circa 2.50 cm al di sotto del centro della spira. Se la corrente nella spira cambia con una rapidità di 1.00×10^7 A/ s, qual è la rapidità di cambiamento del campo magnetico nell'area di trattamento e lungo l'asse della spira? (c) I pazienti sono sconsigliati dall'usare il trattamento SMT se hanno metalli sensibili ai campi magnetici nella testa, come pinzette per aneurisma, stent o frammenti di proiettile. Sono sconsigliati anche quei pazienti che hanno dispositivi elettronici: impianti cocleari, pacemaker, defibrillatori cardiaci impiantabili, pompe di insulina e stimolatori del nervo vago. Il campo magnetico massimo raccomandato per metalli sensibili ai campi magnetici e per dispositivi elettronici è 5.00×10^{-4} T. Riguardo alla corrente nella parte (a), a che distanza dalla spira, lungo l'asse centrale, questi metalli e dispositivi devono stare per essere sottoposti ad un campo magnetico minore del campo magnetico massimo raccomandato? Si assume che il campo magnetico si trovi nello spazio vuoto. In effetti, a causa della presenza del tessuto biologico, il livello di pericolosità si trova ad una distanza di circa 30 cm dalla spira.

53. BIO Si consideri un dispositivo per stimolazione magnetica transcranica (SMT) che contiene una bobina con molti avvolgimenti, ognuno con un raggio di 6.00 cm. In un'area circolare del cervello di raggio pari a 6.00 cm posta direttamente sotto e coassiale con la bobina, il campo magnetico varia con una rapidità di 1.00×10^4 T/s. Si assume che questa rapidità di variazione sia la stessa in tutta l'area circolare. (a) Quanto vale la f.e.m. indotta sulla circonferenza di questa area circolare del cervello? (b) Che campo elettrico viene indotto sulla circonferenza di questa area?

VISUALIZZA SOLUZIONE

54. BIO La stimolazione magnetica transcranica (SMT) è una tecnica non invasiva usata per stimolare regioni del cervello umano. Nella SMT, una piccola bobina viene posta sul cuoio capelluto e un breve impulso di corrente nella bobina produce un campo magnetico rapidamente variabile nel cervello. La f.e.m. indotta può stimolare l'attività neuronale. (a) Un tale dispositivo produce nel cervello un campo magnetico rivolto verso l'alto che cresce da zero a 1.50 T in 120 ms. Determinare la f.e.m. indotta intorno ad un cerchio orizzontale di tessuto di raggio 1.60 mm. (b) **E se?** In seguito, in 80 ms, il campo si inverte e il suo modulo diventa 0.500 T. Confrontare la f.e.m. indotta in questo processo con quella della parte (a).

Problemi generali

55. Supponi di costruire una bobina avvolgendo del filo elettrico sul supporto di un rotolo di nastro adesivo. Descrivi come puoi utilizzare una barra magnetica per produrre una corrente indotta nella bobina. Qual è l'ordine di grandezza della f.e.m. che si genera? Precisa le quantità che utilizzi come dati ed i loro valori numerici.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

56. Si consideri l'apparato mostrato nella Figura P23.56 in cui una sbarra conduttrice può essere mossa lungo due rotaie collegate ad una lampada. Tutto il sistema è immerso in un campo magnetico di modulo $B = 0.400 \text{ T}$, perpendicolare alla pagina e con verso entrante nella pagina. La distanza fra le due rotaie orizzontali è $\ell = 0.800 \text{ m}$. La resistenza della lampada è $R = 48.0 \Omega$ e si assuma che sia costante. La sbarra e le rotaie hanno resistenza trascurabile. La sbarra viene mossa verso destra da una forza costante di modulo $F = 0.600 \text{ N}$. Si vuole determinare la potenza massima fornita alla lampada. (a) Trovare un'espressione per la corrente che attraversa la lampada come funzione di B , ℓ , R e v , la velocità della sbarra. (b) Con quale modello di analisi viene descritta in maniera appropriata la sbarra in movimento quando la massima energia viene fornita alla lampada? (c) Si usi il modello di analisi della parte (b) per trovare un valore numerico per la velocità v della sbarra quando viene fornita l'energia massima alla lampada. (d) Trovare la corrente nella lampada quando l'energia massima è fornita ad essa. (e) Sapendo che $P = I^2 R$ determinare l'energia massima fornita alla lampada. (f) Qual è la massima potenza meccanica fornita alla sbarra dalla forza F ? (g) Si è assunto che la resistenza della lampada sia costante. In effetti, quando la potenza fornita alla lampada aumenta, la temperatura del filamento della lampada aumenta ed anche la resistenza aumenta. Cambia la velocità trovata nella parte (c) se la resistenza aumenta e tutte le altre quantità rimangono costanti? (h) Se sì, la velocità trovata nella parte (c) aumenta o diminuisce? Se no, spiega perché. (i) Con l'ipotesi che la resistenza della lampada cresca quando la corrente aumenta, cambia la potenza trovata nella parte (f)? (j) Se sì, la potenza trovata nella parte (f) è più grande o più piccola? Se no, dare una spiegazione.

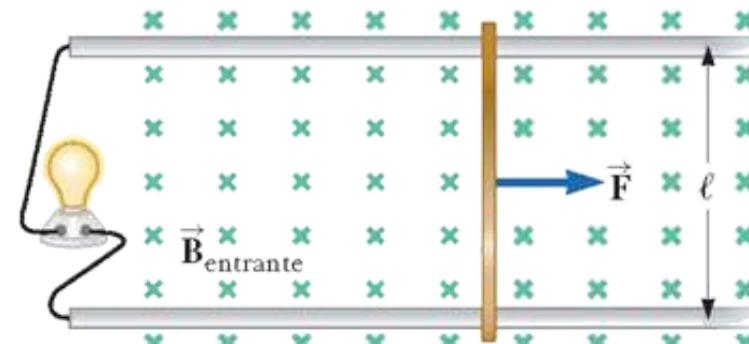


FIGURA P23.56

57. BIO I campi magnetici intensi sono utilizzati in ambito medico per far funzionare le macchine di risonanza magnetica. Un tecnico che indossa un braccialetto di ottone di superficie 0.005 m^2 mette la sua mano all'interno di un solenoide in cui è presente un campo magnetico di 5.00 T diretto perpendicolarmente al piano del braccialetto. La resistenza elettrica del braccialetto è 0.020Ω . A causa di una interruzione elettrica il campo magnetico scende a 1.50 T in un periodo di tempo di 20.0 ms . Calcolare (a) la corrente indotta nel braccialetto e (b) la potenza fornita al braccialetto. Nota: come si può dedurre risolvendo il problema, non bisogna indossare oggetti metallici se si staziona o si lavora in zone in cui sono presenti campi magnetici intensi.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

58. La Figura P23.58 è un grafico della f.e.m. indotta in funzione del tempo in una bobina di N avvolgimenti che ruota con velocità angolare v in un campo magnetico uniforme diretto perpendicolarmente all'asse di rotazione della

bobina. **E se?** Copia questo grafico (in una scala più grande) e sullo stesso sistema di assi mostra il grafico della f.e.m. in funzione del tempo (a) se il numero di spire della bobina raddoppia e (b) se la velocità angolare raddoppia mentre il numero di spire nella bobina è ridotto della metà.

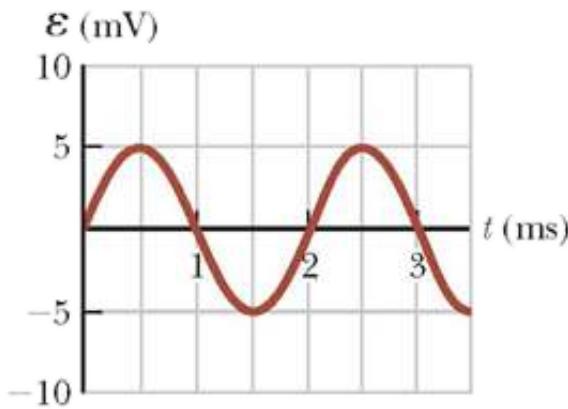


FIGURA P23.58

59. Una corda d'acciaio per chitarra vibra (vedi Fig. 23.6). La componente del campo magnetico perpendicolare all'area della bobina di pickup è data da:

$$B = 50.0 + 3.20 \operatorname{sen}(1\,046\pi t).$$

dove B è in millitesla e t in secondi. La bobina circolare del rivelatore ha 30 avvolgimenti e un raggio di 2.70 mm. Trovare la f.e.m. indotta nella bobina in funzione del tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. A $t = 0$, l'interruttore nella Figura P23.60 viene chiuso. Si vuole trovare un'espressione simbolica per la corrente nell'induttore per $t > 0$. Si chiama la corrente I e si scelga come positivo il verso dall'alto verso il basso nell'induttore nella Figura P23.60. Sia I_1 la corrente verso destra nella resistenza R_1 e I_2 la corrente verso il basso attraverso R_2 . (a) Si usi la legge dei nodi di Kirchhoff per trovare una relazione fra le tre correnti. (b) Si applichi la legge delle maglie di Kirchhoff alla maglia di sinistra per trovare un'altra relazione. (c) Si applichi la legge delle maglie alla maglia esterna per trovare una terza relazione. (d) Eliminare I_1 e I_2 nelle tre equazioni per trovare un'equazione che contenga solo la corrente I . (e) Confrontare l'equazione della parte (d) con l'Equazione 23.13 nel testo. Usare questo confronto per riscrivere l'Equazione 23.14 per la situazione descritta in questo problema e mostrare che

$$I(t) = \frac{\mathbf{E}}{R_1} [1 - e^{-(R'/L)t}]$$

dove $R' = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$.

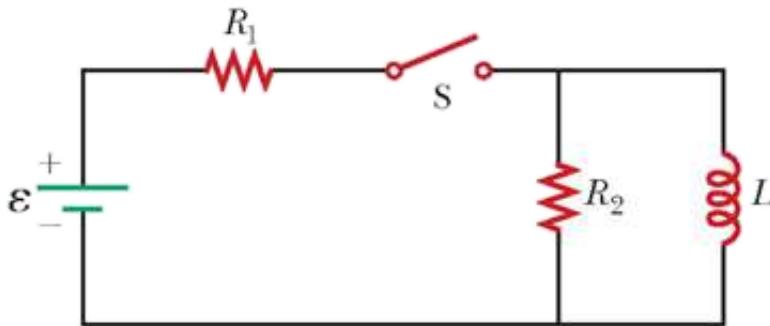


FIGURA P23.60

61. Il flusso magnetico attraverso un anello conduttore varia con il tempo secondo la legge $\Phi_B = at^3 - bt^2$, dove Φ_B è in weber, $a = 6.00 \text{ s}^{-3}$, $b = 18.0 \text{ s}^{-2}$ e t in secondi. La resistenza dell'anello è 3.00Ω . Determinare la massima corrente indotta nell'anello durante l'intervallo di tempo $0 < t < 2.00 \text{ s}$.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

62. Un *betatrone* è una macchina che accelera gli elettroni ad energie del MeV per mezzo dell'induzione elettromagnetica. Gli elettronni in una camera a vuoto vengono mantenuti in un'orbita circolare da un campo magnetico perpendicolare al piano dell'orbita. Il campo magnetico viene gradualmente aumentato per indurre un campo elettrico lungo l'orbita. (a) Dimostrare che il campo elettrico ha il verso corretto per aumentare la velocità degli elettroni. (b) Assumere che il raggio dell'orbita rimanga costante. Dimostrare che il campo magnetico medio sull'area racchiusa dall'orbita deve essere il doppio del campo magnetico sulla circonferenza.

63. BIO Per tenere sotto controllo la respirazione di un paziente in un ospedale, viene posta una sottile cintura attorno al torace del paziente. La cintura è costituita da un bobina di 200 spire. Quando il paziente inspira, l'area circondata dalla bobina aumenta di 39.0 cm^2 . Il modulo del campo magnetico terrestre è 50.0 e forma un angolo di 28.0° con il piano della bobina. Se il paziente impiega 1.80 s per inspirare, trovare la f.e.m. media indotta nella bobina durante questo intervallo di tempo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

64. Problema di ricapitolazione. Una particella di massa $2.00 \times 10^{-16} \text{ kg}$ e carica 30.0 nC che parte da ferma è accelerata da una differenza di potenziale ΔV ed è sparata da una piccola sorgente all'interno di una regione di campo magnetico uniforme di 0.600 T . La velocità della particella è perpendicolare al campo magnetico. L'orbita circolare della particella racchiude un flusso magnetico di $15.0 \mu\text{Wb}$. (a) Calcolare la velocità della particella. (b) Calcolare la differenza di potenziale che accelera la particella all'interno della sorgente.

65. Un lungo filo rettilineo è percorso da una corrente $I = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$. Il filo giace sul piano di una bobina rettangolare di N spire, come è mostrato in Figura P23.65. Le grandezze I_{\max} , ω , ed φ sono costanti. Assumere $I_{\max} = 50.0 \text{ A}$, $\omega = 200\pi \text{ s}^{-1}$, $N = 100$, $h = w = 5.00 \text{ cm}$, e $L = 20.0 \text{ cm}$. Determinare la f.e.m. indotta nella bobina dal campo magnetico creato dalla corrente nel filo rettilineo.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

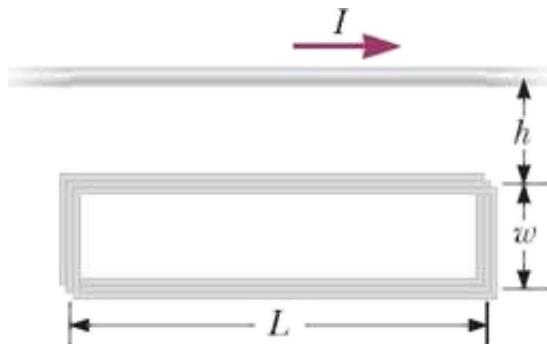


FIGURA P23.65

66. La Figura P23.66 mostra un conduttore stazionario la cui forma è simile alla lettera e. Il raggio della porzione circolare è $a = 50.0$ cm. Esso è posto in un campo magnetico costante di modulo 0.500 T diretto perpendicolarmente ed uscente dalla pagina. Una sbarra conduttrice lunga 50.0 cm è inperniata nel punto O e ruota con velocità angolare costante di 2.00 rad/s. (a) Determinare la f.e.m. indotta nel circuito POQ . Si osservi che l'area del circuito è $\theta a^2/2$. (b) Se tutto il materiale conduttore ha una resistenza per unità di lunghezza di 5.00 Ω/m , quanto vale la corrente indotta nel circuito POQ dopo 0.250 s dall'istante in cui il punto P è passato da Q ?

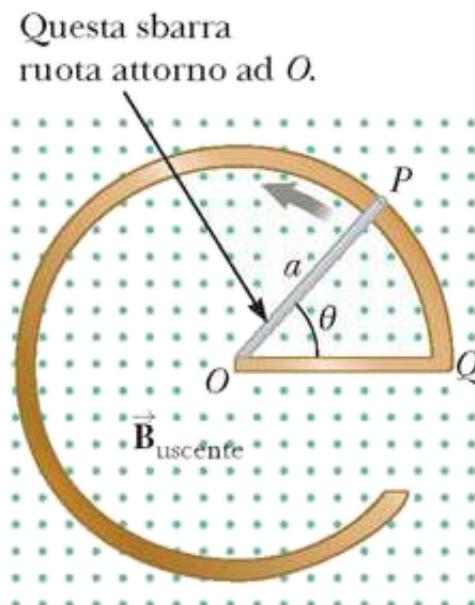


FIGURA P23.66

67. Il toroide di Figura P23.67 è costituito da N spire e ha una sezione rettangolare. I suoi raggi interno ed esterno sono rispettivamente a e b . La figura mostra metà del toroide per permetterci di vedere la sua sezione. Calcolare l'induttanza di un toroide di 500 spire per cui $a = 10.0$ cm, $b = 12.0$ cm e $h = 1.00$ cm.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

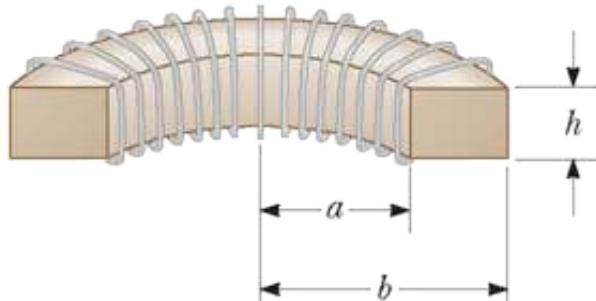


FIGURA P23.67 Problemi 67 e 68.

68. Il toroide di Figura P23.67 è costituito da N spire e ha una sezione rettangolare. I suoi raggi interno ed esterno sono rispettivamente a e b . Trovare l'induttanza del toroide.

69. (a) Una bobina circolare piana non genera realmente un campo magnetico uniforme al suo interno. Nonostante ciò, stimare l'induttanza di una bobina circolare piana, di raggio R ed N spire, supponendo che il campo sia uniforme su tutta la sua area ed uguale al valore che assume nel suo centro. (b) Un circuito didattico in laboratorio consiste di una batteria da 1.50 V, un resistore da 270 Ω , un interruttore e tre connessioni lunghe 30.0 cm. Supponiamo che il circuito sia sistemato in modo da essere circolare. Schematizzando il circuito come una singola spira circolare piana, calcolare l'ordine di grandezza del coefficiente di autoinduzione e (c) della costante di tempo che indica quanto velocemente aumenta la corrente quando si chiude l'interruttore.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Problemi di ricapitolazione. I problemi 70, 71 e 73 applicano le idee di questo e dei capitoli precedenti ad alcune proprietà dei superconduttori che abbiamo introdotto nel Paragrafo 21.3.

70. Problema di ricapitolazione. In un esperimento eseguito da S.C. Collins fra il 1955 e il 1958, una corrente fu mantenuta in un anello di piombo superconduttore per 2.50 anni senza osservare alcuna perdita anche se non c'era energia in ingresso. Se l'induttanza dell'anello fosse stata 3.14×10^{-8} H e la sensibilità dell'esperimento fosse stata di 1 parte su 10^9 , quale sarebbe stata la massima resistenza dell'anello? *Suggerimento:* trattare l'anello come un circuito RL con corrente in diminuzione e ricordare che $e^{-x} \approx 1 - x$ per piccole x .

71. Problema di ricapitolazione. È stato proposto un nuovo metodo di immagazzinare energia. Si potrebbe fabbricare un'enorme bobina superconduttrice sotterranea, di 1.00 km di diametro. Essa trasporterebbe una corrente massima di 50.0 kA attraverso ciascuna delle 150 spire di un solenoide di Nb_3Sn . (a) Se l'induttanza di questa enorme bobina fosse di 50.0 H, quale sarebbe l'energia totale immagazzinata? (b) Quale sarebbe la forza di compressione per unità di lunghezza agente fra due spire adiacenti distanti 0.250 m?

VISUALIZZA SOLUZIONE

72. Una sbarretta di massa m e resistenza R scivola senza attrito in un piano orizzontale, su rotaie parallele come mostrato in Figura P23.72. Le rotaie sono separate da una distanza d . Una batteria che mantiene una f.e.m. costante ε è collegata alle rotaie e un campo magnetico \vec{B} è diretto perpendicolarmente e uscente dal foglio. Se la sbarretta parte da ferma a $t = 0$, mostrare che all'istante t essa si muove con una velocità:

$$v = \frac{\varepsilon}{Bd} (1 - e^{-B^2 d^2 t / mR})$$

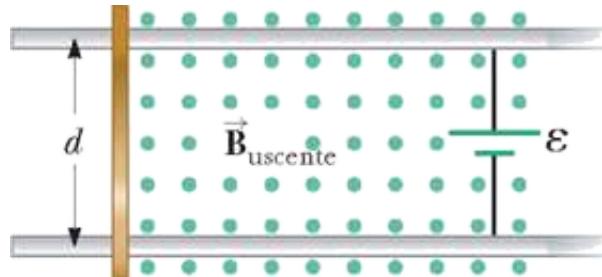


FIGURA P23.72

73. Problema di ricapitolazione. È stato proposto l'uso di superconduttori per il trasporto dell'energia elettrica. Un singolo cavo coassiale (Fig. P23.73) può trasportare 1.00×10^3 MW (l'uscita di una grande centrale elettrica) a 200 kV in corrente continua (DC), su una distanza di mille chilometri, senza alcuna perdita. Un filo interno di raggio $a = 2.00$ cm, realizzato con superconduttore Nb_3Sn , trasporta la corrente I in un dato verso. Un cilindro superconduttore che lo circonda, di raggio $b = 5.00$ cm, dovrebbe trasportare la corrente di ritorno I . In un tale sistema, qual è il campo magnetico (a) sulla superficie del conduttore interno e (b) sulla superficie interna del conduttore esterno? (c) Quanta energia dovrebbe essere immagazzinata nello spazio fra i conduttori in una linea superconduttrice di 1.00×10^3 km? (d) Quale sarebbe la pressione esercitata sul conduttore esterno dovuta alla corrente nel conduttore interno?

VISUALIZZA SOLUZIONE

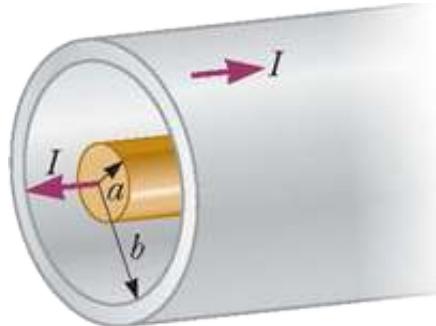


FIGURA P23.73

74. Completare il calcolo nell'Esempio 23.8 provando che

$$\int_0^\infty e^{-2Rt/L} dt = \frac{L}{2R}$$

75. Il piano di una spira quadrata conduttrice il cui lato è lungo $a = 0.200$ m, è orientato verticalmente lungo l'asse est-ovest. Il modulo del campo magnetico terrestre in questo punto è $B = 35.0 \mu\text{T}$ ed è diretto verso nord ad un angolo di 35.0° al di sotto dell'orizzonte. La resistenza totale della spira e dei fili che la collegano ad un amperometro è 0.500Ω . Se l'area della spira viene improvvisamente annullata da forze orizzontali come è mostrato in Figura P23.75, quanta carica entra complessivamente in un terminale dell'amperometro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

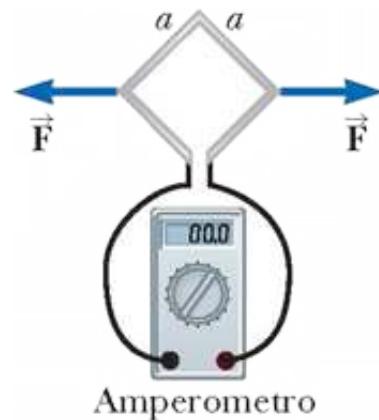


FIGURA P23.75

Contesto 7

CONCLUSIONI

In queste Conclusioni al contesto, discutiamo un'applicazione che è adesso largamente usata come metodo diagnostico non invasivo nella pratica medica. Questa applicazione è nota come MRI, da *magnetic resonance imaging* (*Imaging a risonanza magnetica*).

Nel Paragrafo 22.11, abbiamo discusso il momento angolare di spin di un elettrone e il momento magnetico ad esso associato. Lo spin è una proprietà generale di tutte le particelle. Per esempio, i protoni e i neutroni nel nucleo di un atomo hanno spin e momento magnetico associato **[Math Processing Error]**. Come si è visto nel Paragrafo 22.6, l'energia potenziale di un sistema composto da un momento di dipolo magnetico in un campo magnetico esterno è $U = -\mu \cdot \vec{B}$.

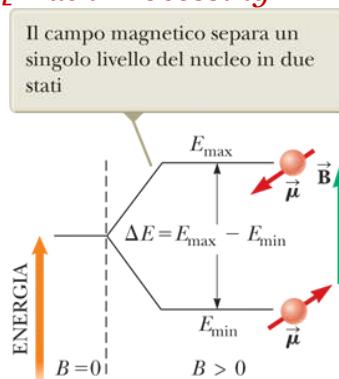


FIGURA 1 Un nucleo con spin è posto in un campo magnetico.

Quando il momento magnetico è allineato con il campo tanto quanto è permesso dalla fisica quantistica, l'energia potenziale del sistema dipolo-campo ha il suo valore minimo E_{\min} . Quando è antiparallelo al campo quanto gli è possibile, l'energia potenziale ha il suo valore massimo E_{\max} . Poiché le direzioni dello spin e del momento magnetico per una particella sono quantizzate (vedere il Capitolo 29 "Fisica Moderna"), anche le energie del sistema dipolo-campo sono quantizzate. Il concetto di stati quantizzati di energia è stato introdotto nel Capitolo 11. In generale, ci sono altri stati permessi di energia compresa fra E_{\min} e E_{\max} corrispondenti alle direzioni quantizzate del momento magnetico rispetto al campo. Questi stati sono spesso chiamati **stati di spin** perché essi differiscono per l'energia come risultato della direzione dello spin.

Il numero degli stati di spin dipende dallo spin del nucleo. La situazione più semplice è mostrata in Figura 1, per un nucleo con solo due stati possibili di spin che hanno energie E_{\min} e E_{\max} .

► Risonanza magnetica nucleare

È possibile osservare transizioni fra questi due stati di spin in un campione usando una tecnica conosciuta come **risonanza magnetica nucleare** (NMR). Un campo magnetico costante cambia l'energia associata con gli stati di spin, separandoli in base al valore delle loro energie come mostrato in Figura 1. Il campione viene anche esposto a onde elettromagnetiche nella zona delle onde radio. Quando la frequenza delle onde radio è aggiustata in modo tale che l'energia di un fotone è uguale alla differenza di energia fra gli stati di spin, si ha una condizione di risonanza e il fotone è assorbito da un nucleo nello stato fondamentale in modo tale che il sistema nucleo-campo magnetico passa ad uno stato di spin di energia più alta. In questo modo si ha un assorbimento netto di energia da parte del sistema e tale assorbimento viene rilevato dal controllo sperimentale e dal sistema di misura. Un diagramma dell'apparato usato per rilevare un segnale NMR è illustrato nella Figura 2 (pag. 818). L'energia assorbita è fornita dall'oscillatore che genera le onde radio. La risonanza magnetica nucleare è una tecnica ad essa collegata, chiamata *risonanza di*

spin elettronico, sono metodi molto importanti per studiare sistemi atomici e nucleari e come questi sistemi interagiscono con l'ambiente in cui si trovano.

BIO Imaging a risonanza magnetica (MRI)

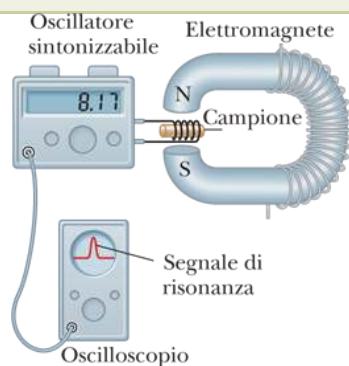
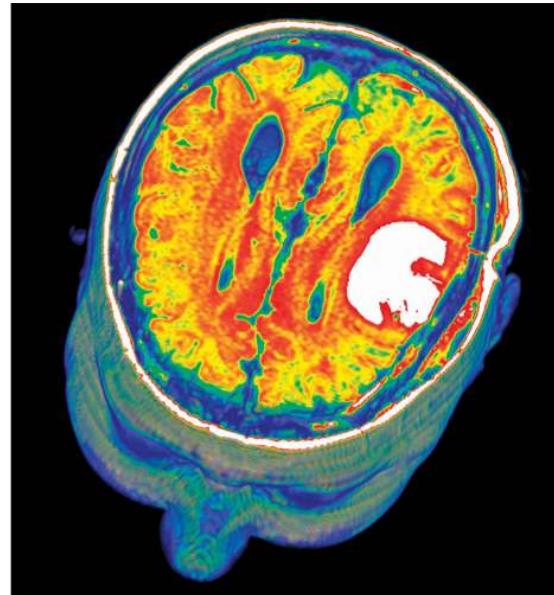
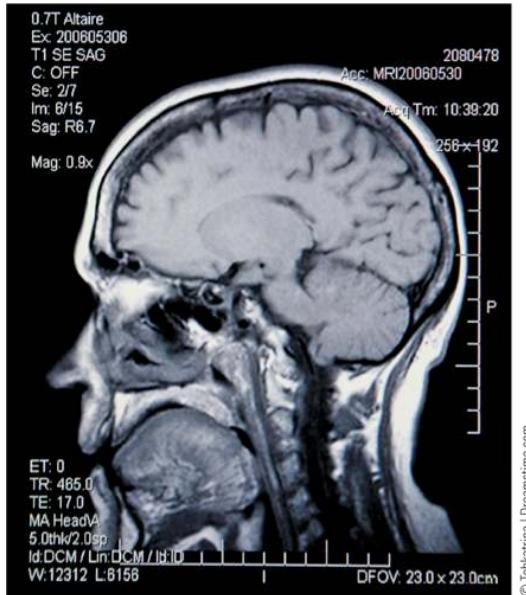


FIGURA 2 Apparato sperimentale per la risonanza magnetica nucleare. Il campo magnetico a radiofrequenza, creato dalla bobina che avvolge il campione e fornito dall'oscillatore a frequenza variabile, è perpendicolare al campo magnetico costante creato dall'elettromagnete. Quando i nuclei nel campione sono in risonanza, i nuclei assorbono energia dal campo a radiofrequenza della bobina; questo assorbimento cambia le caratteristiche del circuito in cui la bobina è inserita. La maggior parte dei moderni spettrometri NMR usano magneti superconduttori con intensità del campo fissata e operano a frequenze di circa 200 Mhz.

Una tecnica diagnostica molto usata, chiamata **MRI**, per **imaging a risonanza magnetica**, è basata sulla risonanza magnetica nucleare. Nella MRI, il paziente è posto all'interno di un grande solenoide che fornisce un campo magnetico non uniforme. A causa della variazione del campo magnetico attraverso il corpo del paziente, i protoni negli atomi di idrogeno delle molecole di acqua in parti diverse del corpo hanno diverse separazioni di energia fra diversi stati di spin, cosicché il segnale di risonanza può essere usato per ottenere informazioni sulle posizioni dei protoni. Si usa un computer per analizzare l'informazione sulla posizione al fine di ottenere i dati per costruire un'immagine finale. La Figura 3 mostra scansioni MRI che rivelano incredibili dettagli nella struttura interna del corpo umano. Il principale vantaggio dell'MRI rispetto ad altre tecniche di imaging nella diagnostica medica è che essa, a differenza dei raggi X o gamma, non causa danni alle strutture cellulari. I fotoni associati con le frequenze radio usate nella MRI hanno energie di solo 10^{-7} eV. Poiché le energie associate ai legami molecolari sono molto maggiori (dell'ordine di 1 eV), la radiazione a frequenze radio non può causare danni alle cellule. Per confronto, raggi X o gamma hanno energie che vanno da 10^4 a 10^6 eV e possono causare danni considerevoli alle cellule. Perciò, nonostante le preoccupazioni di alcuni per la parola *nucleare* associata con MRI, la radiazione a radio frequenza è molto più sicura dei raggi X o gamma.

In questo Contesto abbiamo visto un certo numero di applicazioni del magnetismo alle procedure mediche. Le procedure di ablazione con catetere (Paragrafi 21.2 e 22.12) e le immagini MRI discusse qui hanno salvato molte vite per mezzo di diagnosi e trattamenti accurati. La stimolazione magnetica transcranica (Paragrafo 23.8) è una procedura relativamente nuova che può risultare estremamente utile nella sua applicazione alla depressione. Chissà quali altri usi del magnetismo in medicina potranno esserci in futuro. Controlla i giornali e Internet ed è probabile che tu possa vedere una nuova applicazione molto presto!



© Tokatrina | Dreamstime.com

PASIEKA Science Photo Library/Getty Images

a

b

FIGURA 3 Esempi di scansioni MRI del cervello umano. (a) Una sezione sagittale del cervello umano che mostra molte strutture cerebrali in gran dettaglio. (b) Una vista potenziata da computer di una sezione assiale attraverso il cervello mostra, in bianco, un tumore metastatico del cervello.

Problemi

1. La frequenza radio per cui un nucleo, con momento magnetico di modulo μ , mostra assorbimento risonante fra stati di spin è chiamata la *frequenza di Larmor* ed è data da

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{2\mu B}{h}$$

Calcolare la frequenza di Larmor per (a) neutroni liberi in un campo magnetico di 1.00 T, (b) protoni liberi in un campo magnetico di 1.00 T e (c) protoni liberi nel campo magnetico terrestre in un luogo dove il modulo del campo è 50.0 μ T.

VISUALIZZA SOLUZIONE

2. **BIO** Nell'imaging a risonanza magnetica (MRI), il paziente viene posto all'interno di un grande solenoide. Si supponga che un solenoide per MRI sia lungo 2.40 m, abbia il diametro di 0.900 m e sia ottenuto dall'avvolgimento di un unico filo di niobio-titanio, un superconduttore, di raggio 1.00 mm. Ogni avvolgimento del filo è posto a stretto contatto con il precedente in modo che non ci sia spazio fra gli avvolgimenti. Il campo magnetico generato dal solenoide è 1.55 T. (a) Qual è l'intensità della corrente nel solenoide che produce questo campo magnetico? (b) Quanto vale il flusso magnetico attraverso il solenoide? (c) Quando la macchina viene spenta, il campo si riduce linearmente a zero in 5.00 s. Quanto vale la f.e.m. indotta all'interno del solenoide mentre la macchina si sta spegnendo? Qual è la massa totale del filo di niobio-titanio che costituisce il solenoide? Si assuma che la densità del filo sia 6.00×10^3 kg/m³.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Contesto 8

Laser

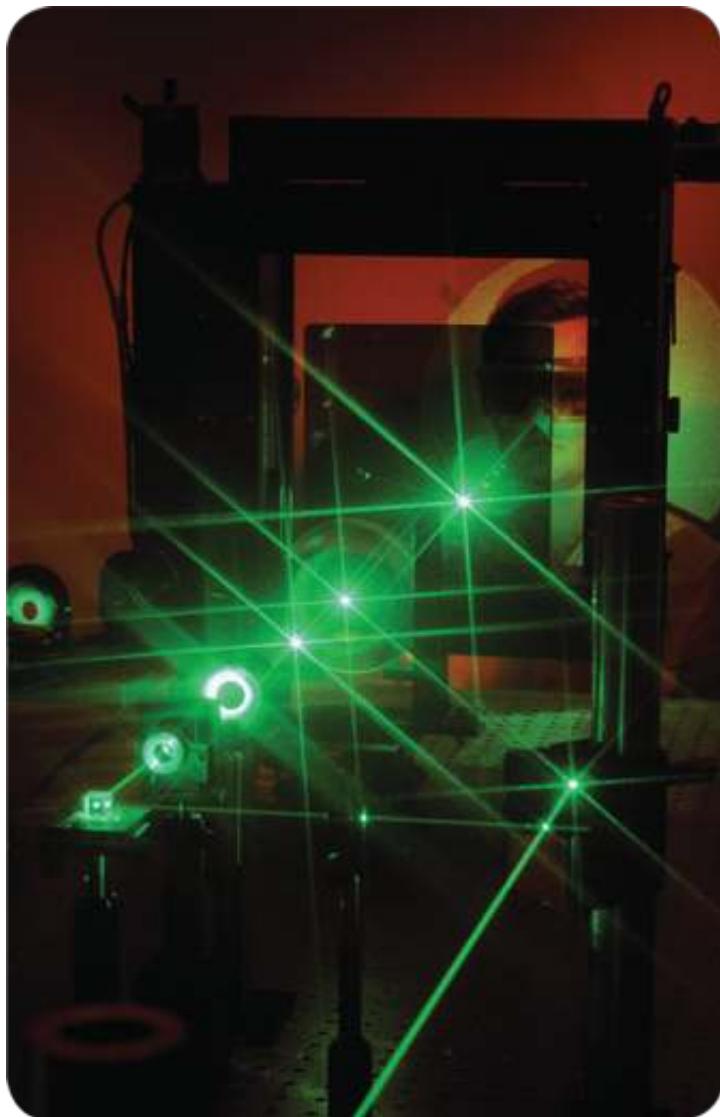
L'invenzione del laser è stata comunemente attribuita per molti anni ad Arthur L. Schawlow e a Charles H. Townes dopo la loro pubblicazione di una proposta per un laser in un numero di *Physical Review* del 1958. Schawlow e Townes ottennero un brevetto per il dispositivo nel 1959. Nel 1960, il primo laser fu costruito e fatto funzionare da Theodore Maiman. Questo dispositivo usava un cristallo di rubino per creare la luce laser, la quale fu emessa a impulsi dall'estremità di un cilindro di rubino. Fu usata una lampada flash per eccitare l'azione del laser.

Nel 1977, fu portata a termine la prima vittoria dopo 30 anni di battaglie legali nelle quali Gordon Gould, uno studente laureato alla Columbia alla fine del 1950, ottenne un brevetto per l'invenzione del laser nel 1957, così come per aver coniato il nome. Credendo erroneamente che avrebbe dovuto avere un prototipo funzionante prima di poter depositare un brevetto, egli non fece alcuna richiesta di brevetto fino al 1959, quando Schawlow e Townes lo avevano già fatto. Le battaglie legali di Gould finirono nel 1987. All'epoca, la tecnica di Gould era largamente utilizzata nell'industria e in medicina. La sua vittoria infine ha portato al controllo dei diritti di brevetto per il 90% dei laser usati e venduti negli Stati Uniti.



Rolf Vennenbernd/dpa/Landov

FIGURA 1 Un paziente viene preparato per un'operazione all'occhio per mezzo della luce di un laser.



© Lawrence Manning/CORBIS

FIGURA 2 L'originario laser a rubino emetteva luce rossa, come molti laser sviluppati poco dopo. Oggi sono disponibili laser con molti colori e molte regioni dello spettro elettromagnetico. In questa fotografia è mostrato un laser verde usato per fare ricerca scientifica.

Dallo sviluppo del primo dispositivo, la tecnologia laser ha subito una enorme crescita. Sono ora disponibili laser che coprono lunghezze d'onda nell'infrarosso, nel visibile e nell'ultravioletto. Vari tipi di laser usano solidi, liquidi e gas come mezzi attivi. Sebbene l'originario laser emettesse luce su un campo molto stretto attorno a una lunghezza d'onda fissa, sono ora disponibili laser sintonizzabili, per i quali si può variare la lunghezza d'onda.



© 36clicks | Dreamstime.com

FIGURA 3 Forbici a laser taglano un foglio spesso di acciaio.

Il laser è un dispositivo tecnologico onnipresente nella nostra vita quotidiana. Le applicazioni includono la chirurgia dell'occhio LASIK (trattata più in dettaglio nel Capitolo 26), “saldature” chirurgiche di retine staccate, osservazioni e misure di lunghezza di precisione, una sorgente potenziale per indurre le reazioni di fusione nucleare, taglio di precisione dei metalli o altri materiali e comunicazioni telefoniche per mezzo di fibre ottiche.

Il laser è utilizzato anche per leggere le informazioni dai compact disc per ascoltare musica e per applicazioni al computer. I videodischi digitali usano il laser per leggere le

informazioni video. I laser sono impiegati nella vendita al dettaglio per leggere il prezzo e fare un inventario leggendo le etichette dei prodotti. Nei laboratori, i laser possono essere usati per intrappolare gli atomi e raffreddarli fino a pochi microkelvin al di sopra dello zero assoluto, o per muovere organismi biologici microscopici senza danneggiarli. Queste e altre applicazioni sono possibili a causa delle caratteristiche uniche della luce laser. Oltre ad essere quasi monocromatica, la luce laser è pure altamente direzionale e può perciò essere fortemente focalizzata per produrre regioni di estrema intensità.



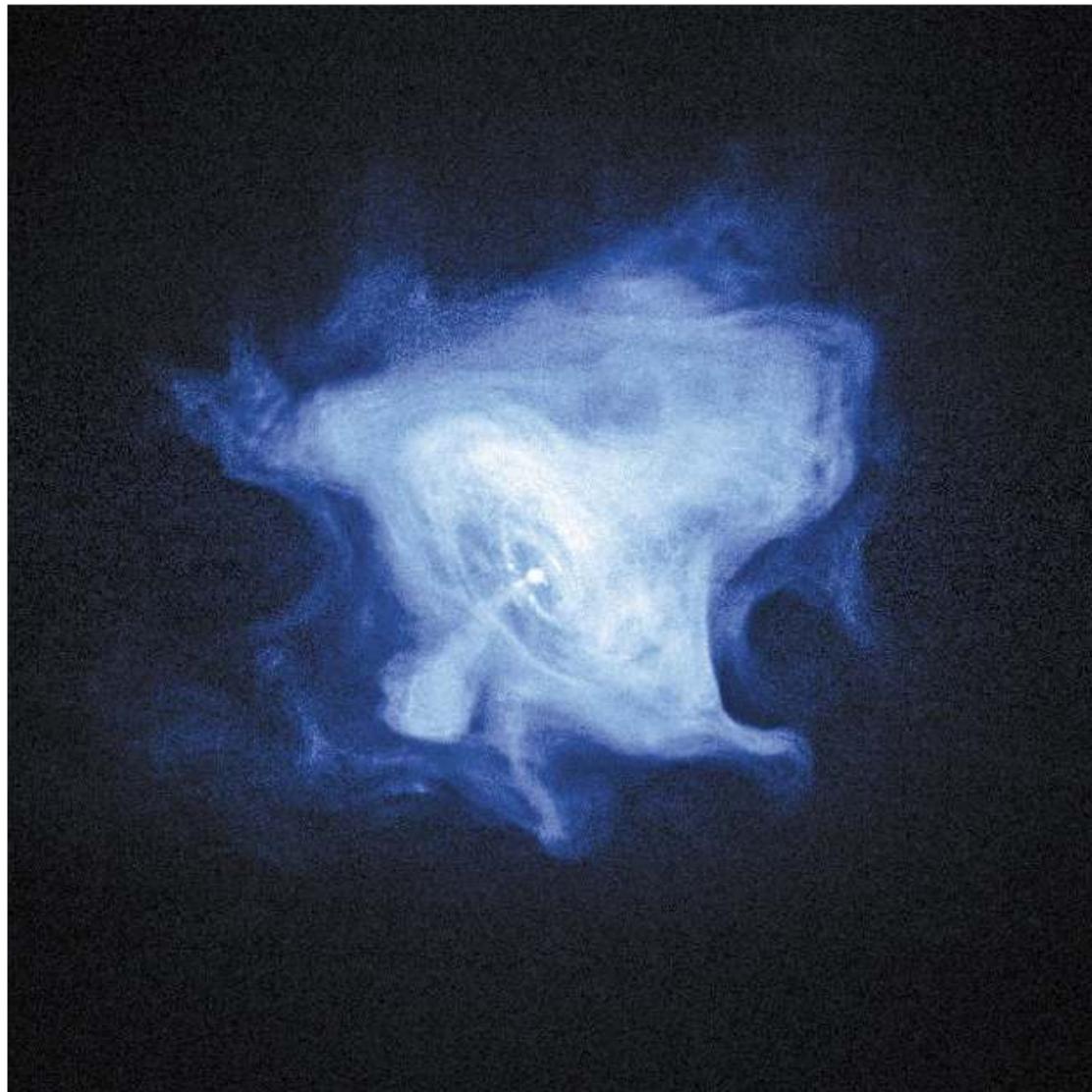
©iStockphoto.com/ozgurcankaya

FIGURA 4 Uno scanner per codici a barre usa luce laser per identificare i prodotti acquistati. Le riflessioni dal codice a barre vengono lette e trasferite ad un computer per determinare il prezzo dell'articolo.

In questo Contesto, investigheremo la fisica della radiazione elettromagnetica e l'ottica e applicheremo i principi per capire il comportamento della luce laser e delle sue applicazioni. Particolare attenzione sarà dedicata alla tecnologia delle fibre ottiche e al loro impiego nell'industria e nella medicina. Studieremo la natura della luce per rispondere alla nostra domanda centrale:

Cosa c'è di speciale nella luce laser e come viene usata nelle applicazioni tecnologiche?

Onde elettromagnetiche



NASA/CXC/SAO/F. Seward

Le onde elettromagnetiche coprono un ampio spettro di lunghezze d'onda e manifestano diverse proprietà nei vari intervalli. Questa foto della Nebulosa del Granchio è stata ottenuta con raggi X che sono uguali alla luce visibile ma hanno una lunghezza d'onda molto più piccola. In questo capitolo studieremo gli aspetti comuni dei raggi X, della luce visibile e di altre forme della radiazione elettromagnetica.

Sebbene non siamo sempre consapevoli della loro presenza, le onde elettromagnetiche permeano l'ambiente che ci circonda. Sotto forma di luce visibile rendono possibile la vista del mondo circostante; le onde infrarosse provenienti dalla superficie terrestre riscaldano il nostro ambiente; le onde a radiofrequenza trasmettono i nostri programmi radio preferiti; le microonde cuociono il nostro cibo e sono usate nei sistemi radar. La lista potrebbe continuare a lungo. Le onde studiate nel Capitolo 13 sono onde meccaniche, le quali hanno bisogno di un mezzo per propagarsi. Le onde elettromagnetiche, al contrario, possono propagarsi attraverso il vuoto. Nonostante questa differenza fra le onde meccaniche ed elettromagnetiche, gran parte del comportamento nei modelli d'onda dei Capitoli 13 e 14 è simile per le onde elettromagnetiche.

Lo scopo di questo capitolo è di studiare le proprietà delle onde elettromagnetiche. Le leggi fondamentali dell'elettricità e del magnetismo – le equazioni di Maxwell – costituiscono la base di tutti i fenomeni elettromagnetici. Una di queste equazioni predice che un campo elettrico variabile nel tempo produce un campo magnetico proprio come un campo magnetico variabile nel tempo produce un campo elettrico. Da questa generalizzazione, Maxwell fornì un'importante connessione tra il campo elettrico e il campo magnetico. La predizione più spettacolare delle sue equazioni è l'esistenza di onde elettromagnetiche che si propagano nello spazio vuoto con la velocità della luce. Questa scoperta condusse a molte

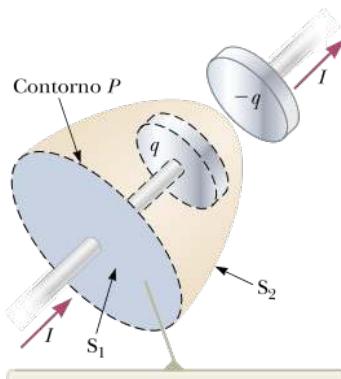
applicazioni pratiche, quali la radio, la televisione e i telefoni cellulari e alla comprensione che la luce è una forma di radiazione elettromagnetica.

24.1

Corrente di spostamento e teorema di Ampère generalizzato

Abbiamo visto che le cariche in moto, ossia le correnti, generano campi magnetici. Quando un conduttore che trasporta una corrente ha un alto grado di simmetria, possiamo calcolare il campo magnetico usando il teorema di Ampère, dato dall'Equazione 22.29:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$



La corrente di conduzione I nel filo passa attraverso S_1 . Ciò conduce ad una contraddizione nel teorema di Ampère che viene risolta solo se si introduce una corrente di spostamento attraverso S_2 .

FIGURA 24.1 Due superfici S_1 e S_2 , vicine all'armatura di un condensatore, sono delimitate dallo stesso contorno P .

dove l'integrale di linea è esteso a qualsiasi percorso chiuso concatenato con la corrente di conduzione e la corrente di conduzione è definita da $I = dq/dt$.

In questo paragrafo, useremo la locuzione *corrente di conduzione* per riferirci ad un tipo di corrente che abbiamo già studiato, cioè la corrente trasportata da particelle cariche in un filo. Usiamo questo termine allo scopo di differenziare questa corrente da un diverso tipo di corrente che introdurremo quanto prima. Il teorema di Ampère in questa forma è valido soltanto se la corrente di conduzione è continua nello spazio. Maxwell si accorse di questa limitazione e modificò il teorema di Ampère includendo tutte le situazioni possibili.

Possiamo comprendere questa limitazione considerando un condensatore che si carica come in Figura 24.1. Quando la corrente di conduzione fluisce, la quantità di carica sulle armature varia, ma non c'è corrente di conduzione fra le armature. Consideriamo, ora, le due superfici S_1 (un cerchio, mostrato in blu) ed S_2 (un paraboloide, in marrone chiaro, passante fra le armature) in Figura 24.1 delimitate dallo stesso contorno P . Il teorema di Ampère afferma che l'integrale di linea (la circuitazione) di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ lungo questo percorso deve essere uguale a $\mu_0 I$, dove I è la corrente di conduzione che passa attraverso *qualsiasi* superficie delimitata dal percorso P .

Quando il percorso P si considera come delimitante S_1 , il primo membro dell'Equazione 22.29 è $\mu_0 I$ poiché la corrente di conduzione passa attraverso S_1 , mentre il condensatore si carica. Quando, tuttavia, il percorso delimita S_2 , il risultato è zero, poiché nessuna corrente di conduzione passa attraverso S_2 . Quindi, abbiamo una situazione contraddittoria che sorge dalla discontinuità della corrente di conduzione! Maxwell risolse questo problema postulando un termine addizionale al secondo membro dell'Equazione 22.29, chiamato **corrente di spostamento**, I_s , definita come

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

$$I_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

24.1◀

Ricordiamo che Φ_E è il flusso del campo elettrico, definito da $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ (Eq. 19.14).

Si noti che la parola *spostamento* non ha in questo contesto lo stesso significato di quello usato nel Capitolo 2; tuttavia esso è entrato nel linguaggio della fisica e dunque continueremo ad usarlo.

In realtà, questa espressione è valida solo nel vuoto. Se è presente un materiale magnetico si deve includere anche una corrente di magnetizzazione nel lato destro dell'Equazione 24.1 perché il teorema di Ampère sia del tutto generale.

L'Equazione 24.1 viene interpretata nel modo seguente. Quando il condensatore si carica (o si scarica), il campo elettrico variabile fra le armature può essere considerato come una corrente tra le armature che agisce come continuazione della corrente di conduzione nel filo. Quando l'espressione per la corrente di spostamento data dall'Equazione 24.1 viene aggiunta al secondo membro del teorema di Ampère, la difficoltà rappresentata nella Figura 24.1 viene risolta. Non importa quale superficie limitata dal percorso P si sceglie, una qualche combinazione di corrente di conduzione e di corrente di spostamento passerà attraverso di essa. Con questo nuovo concetto di corrente di spostamento, possiamo esprimere il teorema di Ampère nella forma generalizzata (qualche volta chiamato **teorema di Ampère-Maxwell**) come¹

TEOREMA DI AMPÈRE-MAXWELL

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

24.2◀

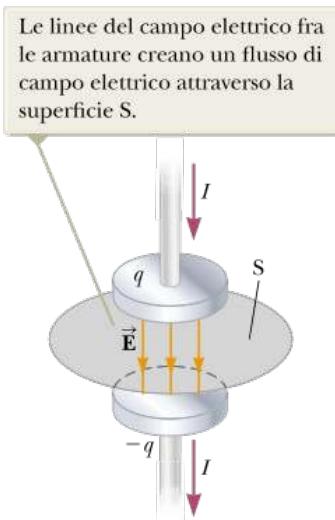


FIGURA 24.2 Quando c'è una corrente di conduzione nei fili, c'è anche un campo elettrico variabile \vec{E} fra le armature del condensatore.

Si può comprendere il significato di questa espressione facendo riferimento alla Figura 24.2. Il flusso del campo elettrico attraverso S è $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$, è l'area della superficie delle armature del condensatore ed E è l'intensità del campo elettrico uniforme fra le armature. Se q è la carica sulle armature a un certo istante, allora $E = \sigma/\epsilon_0 = q/\epsilon_0 A$ (vedere Esempio 19.12). Quindi, il flusso del campo elettrico attraverso S è

$$\Phi_E = EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Per cui, la corrente di spostamento attraverso S è

$$I_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

24.3 ►

Cioè, la corrente di spostamento I_s attraverso S è precisamente uguale alla corrente di conduzione I nei fili collegati al condensatore!

Se consideriamo la superficie S , possiamo identificare la corrente di spostamento come la sorgente del campo magnetico sul bordo della superficie. La corrente di spostamento ha la sua origine fisica nel campo elettrico variabile nel tempo. Il punto centrale di questo formalismo è il fatto che i campi magnetici sono generati sia dalle correnti di conduzione che dai campi elettrici variabili nel tempo. Questo risultato è un esempio notevole del lavoro teorico di Maxwell e ha contribuito in maniera fondamentale all'avanzamento e alla comprensione dell'elettromagnetismo.



North Wind Picture Archives

James Clerk Maxwell

Fisico teorico scozzese (1831-1879) Maxwell sviluppò la teoria elettromagnetica della luce e la teoria cinetica dei gas e spiegò la natura degli anelli di Saturno e la visione dei colori.

L'interpretazione di Maxwell del campo elettromagnetico produsse le equazioni dei campi che portano il suo nome. Una formidabile abilità matematica combinata con una grande intuizione gli permisero di aprire la strada allo studio dell'elettromagnetismo e della teoria cinetica. Morì di cancro prima di compiere 50 anni.

QUIZ RAPIDO 24.1

In un circuito RC , il condensatore inizia a scaricarsi. (i) Durante la scarica, nella regione di spazio fra le armature del condensatore, è presente (a) una corrente di conduzione ma nessuna corrente di spostamento, (b) una corrente di spostamento ma non di conduzione, (c) sia una corrente di conduzione che di spostamento o (d) nessuna corrente? (ii) Durante la scarica, nella regione di spazio fra le armature del condensatore, è presente (a) un campo elettrico ma non un campo magnetico, (b) un campo magnetico ma non un campo elettrico, (c) sia un campo elettrico che un campo magnetico, o (d) nessun campo?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Le equazioni di Maxwell e le scoperte di Hertz

In questo paragrafo presentiamo quattro equazioni che possono essere considerate la base della descrizione di tutti i fenomeni elettrici e magnetici. Queste equazioni, note come equazioni di Maxwell, sono dovute a James Clerk Maxwell e sono le equazioni fondamentali per lo studio dei fenomeni elettromagnetici, così come le leggi di Newton lo sono per lo studio dei fenomeni meccanici. In effetti la teoria sviluppata da Maxwell fu di portata maggiore di quanto egli stesso potesse immaginare, poiché le sue equazioni si dimostrarono in accordo con la teoria della relatività ristretta, come fu verificato da Einstein nel 1905. Le equazioni di Maxwell rappresentano le leggi dell'elettricità e del magnetismo che abbiamo già discusso ma hanno anche molte altre importanti conseguenze. Per semplicità, presenteremo le **equazioni di Maxwell** valide nel vuoto, cioè in assenza di materiali dielettrici e magnetici. Le quattro equazioni sono

TEOREMA DI GAUSS

TEOREMA DI GAUSS PER IL MAGNETISMO

LEGGE DI FARADAY

LEGGE DI AMPÈRE-MAXWELL

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

24.4◀

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

24.5◀

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

24.6◀

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

24.7◀

L'Equazione 24.4 è il teorema di Gauss: il flusso elettrico totale attraverso una qualunque superficie chiusa è uguale alla carica complessiva contenuta all'interno della superficie divisa per ϵ_0 . Questo teorema lega il campo elettrico alla distribuzione di carica che lo genera.

L'Equazione 24.5 è il teorema di Gauss per il magnetismo e stabilisce che il flusso magnetico attraverso una superficie chiusa è zero. Cioè, il numero di linee di campo magnetico entranti in un volume limitato è sempre uguale al numero di linee di campo che escono dallo stesso volume. Ciò implica che le linee di campo magnetico non hanno origine né fine in alcun punto. Se così non fosse, si richiederebbe l'esistenza, in questi punti, di monopoli magnetici isolati. Il fatto che questi monopoli non siano stati a tutt'oggi osservati in natura può essere considerato come una conferma della validità dell'Equazione 24.5.

L'Equazione 24.6 è la legge dell'induzione di Faraday, che descrive la creazione di un campo elettrico da un flusso magnetico variabile. Questa legge afferma che la f.e.m., che è l'integrale di linea del campo elettrico su un qualsiasi percorso chiuso, è uguale alla rapidità di variazione del flusso magnetico attraverso una qualunque superficie delimitata da quel percorso. Una conseguenza della legge di Faraday è la corrente indotta in un circuito conduttore posto in un campo magnetico variabile.

L'Equazione 24.7 è la legge di Ampère-Maxwell e descrive la creazione di un campo magnetico da parte di un campo elettrico variabile e di una corrente elettrica: l'integrale di linea del campo magnetico lungo un qualsiasi cammino chiuso è la somma di μ_0 moltiplicato per la corrente totale concatenata con quel cammino e di $\epsilon_0 \mu_0$ moltiplicato per

la derivata rispetto al tempo del flusso elettrico attraverso una qualunque superficie delimitata da quel cammino.

Una volta che il campo elettrico e il campo magnetico siano noti in un certo punto dello spazio, la forza agente su una carica elettrica q può essere calcolata tramite l'equazione

LEGGE DELLA FORZA DI LORENTZ

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

24.8◀

Questa relazione è chiamata **legge della forza di Lorentz** (abbiamo incontrato questa relazione in precedenza come Eq. 22.6). Questa legge della forza fornisce, insieme con le quattro equazioni di Maxwell, una descrizione completa di tutte le interazioni elettromagnetiche classiche nel vuoto.

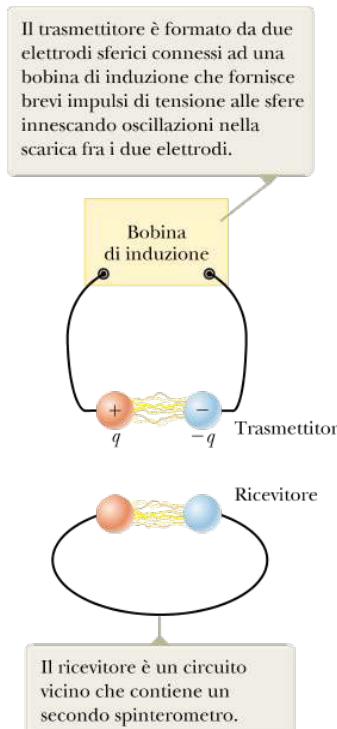


FIGURA 24.3 Diagramma schematico dell'apparato di Hertz per generare e rivelare onde elettromagnetiche.

È interessante notare la simmetria delle equazioni di Maxwell. Le Equazioni 24.4 e 24.5 sono simmetriche, a parte l'assenza del termine per i monopoli magnetici nell'Equazione 24.5. Inoltre, le Equazioni 24.6 e 24.7 sono simmetriche in quanto gli integrali di linea di \vec{E} e di \vec{B} su un percorso chiuso sono legati rispettivamente alla derivata del flusso magnetico e del flusso elettrico. Le equazioni di Maxwell sono di importanza fondamentale non solo per l'elettromagnetismo ma per tutta la scienza. Hertz ha scritto, "Non si può sfuggire alla sensazione che queste formule matematiche abbiano un'esistenza indipendente ed una loro propria intelligenza, che esse siano più sagge di noi, più sagge anche dei loro scopritori, che si ottenga da loro più di quanto riusciamo a dare a loro".

Nel prossimo paragrafo mostreremo che le Equazioni 24.6 e 24.7 possono essere combinate insieme per ottenere un'equazione d'onda sia per il campo elettrico che per il campo magnetico. Nello spazio vuoto, dove $q = 0$ e $I = 0$, la soluzione a queste equazioni mostra che la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche è uguale alla velocità misurata della luce. Questo risultato condusse Maxwell a predire che le onde di luce sono una forma di radiazione elettromagnetica.

Hertz eseguì degli esperimenti che verificarono la predizione di Maxwell. L'apparato sperimentale che Hertz usò per generare e rivelare le onde elettromagnetiche è mostrato schematicamente nella Figura 24.3. Una bobina di induzione è collegata a un trasmettitore formato da due elettrodi sferici separati da una breve distanza. La bobina fornisce brevi impulsi di tensione agli elettrodi, caricando uno di essi positivamente e l'altro negativamente. Una scintilla si forma fra le sfere quando il campo elettrico vicino ad ogni elettrodo supera la rigidità dielettrica in aria (3×10^6 V/m; vedere la Tabella 20.1). Elettroni liberi in un forte campo elettrico sono accelerati e guadagnano abbastanza energia per ionizzare ogni molecola con cui essi collidono. Questa ionizzazione fornisce ancora più elettroni che vengono accelerati e causano ulteriore ionizzazione. Quando l'aria nella zona fra i due elettrodi è ionizzata, diventa un migliore conduttore e la scarica fra gli elettrodi esibisce un comportamento oscillatorio ad alta frequenza. Da un punto di vista di circuito elettrico, questo apparato sperimentale è equivalente ad un circuito *LC* in cui l'induttanza è

quella della bobina e la capacità è dovuta agli elettrodi sferici. Applicando la legge di Kirchhoff delle maglie ad un circuito *LC*, in maniera simile a come l'abbiamo applicata al circuito *RC* nel Paragrafo 21.9, si può dimostrare che la corrente in un circuito *LC* oscilla di un moto armonico semplice alla frequenza

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

24.9 ◀



© Bettmann/Corbis

Heinrich Rudolf Hertz

Fisico tedesco (1857-1894) Hertz fece la sua scoperta più importante delle onde elettromagnetiche nel 1887. Dopo aver trovato che la velocità di un'onda elettromagnetica è uguale alla velocità della luce, Hertz dimostrò che le onde elettromagnetiche, come la luce, potevano essere riflesse, rifratte e diffratte. L'Hertz, uguale a una vibrazione completa o ciclo per ogni secondo, è così chiamato in suo onore.

Poiché L e C sono piccoli nell'apparato di Herz, la frequenza di oscillazione è alta, dell'ordine di 100 Mhz. Le onde elettromagnetiche sono irradiate con questa frequenza come risultato dell'oscillazione (e dunque dell'accelerazione) delle cariche libere nel circuito trasmettitore. Hertz fu in grado di rilevare queste onde usando una singola spira di filo conduttore interrotto da due sfere per la formazione di scintille (il ricevitore). Tale circuito ricevitore, posto diversi metri lontano dal trasmettitore, ha una sua induttanza, capacità e frequenza di oscillazione. Nell'esperimento di Hertz, si formavano scintille nello spazio fra gli elettrodi del ricevitore quando la frequenza del ricevitore risultava uguale a quella del trasmettitore. In questo modo Hertz dimostrò che la corrente oscillante indotta nel ricevitore era prodotta dalle onde elettromagnetiche irradiate dal trasmettitore. Il suo esperimento è analogo al fenomeno meccanico in cui un diapason risponde alle vibrazioni acustiche generate da un diapason identico che sta oscillando.

Inoltre, Hertz dimostrò, in una serie di esperimenti, che la radiazione generata per mezzo di questo trasmettitore esibiva le proprietà ondulatorie di interferenza, diffrazione, riflessione, rifrazione e polarizzazione, che sono tutte proprietà della luce come vedremo in questo capitolo e nei Capitoli 25-27. Dunque, diventò chiaro che le onde a radiofrequenza che Hertz stava generando avevano proprietà simili a quelle delle onde luminose e che differivano solo per la frequenza e per la lunghezza d'onda. Forse il suo esperimento più convincente fu la misura della velocità di questa radiazione. Onde di frequenza nota furono fatte riflettere da una superficie metallica e fu creata la figura d'interferenza di un'onda stazionaria di cui si poterono rilevare i punti nodali. La misura della distanza fra i punti nodali permise la determinazione della lunghezza d'onda λ . Usando la relazione $v = \lambda f$ (Eq. 13.12), Hertz trovò che v aveva un valore vicino a 3×10^8 m/s, la nota velocità c della luce visibile.

FISICA RAGIONATA 24.1

Nelle trasmissioni radio, un'onda radio funziona da onda portante, e l'onda sonora viene sovrapposta alla portante. Nella modulazione d'ampiezza (AM radio), l'ampiezza dell'onda portante varia secondo l'onda sonora (il termine

modulare significa “variare”). Nella modulazione di frequenza (FM radio), la frequenza della portante varia secondo l’onda sonora. La marina talvolta usa dei segnali luminosi per inviare un codice Morse alle navi vicine, un procedimento che è simile alle trasmissioni radio. Queste sono AM o FM? Qual è la frequenza portante? Qual è la frequenza del segnale? Qual è l’antenna di trasmissione? Qual è l’antenna ricevente?

Ragionamento Gli impulsi di luce secondo il codice Morse sono una drastica modulazione d’ampiezza – l’ampiezza varia da zero a un massimo. In questo senso, essa è simile al codice binario acceso-spento usato nei computer e nei compact disc. La frequenza portante è quella della luce visibile, dell’ordine di 10^{14} Hz. La frequenza del segnale dipende dall’abilità dell’operatore, ma è dell’ordine di alcuni hertz, quando la luce viene accesa e spenta. L’antenna trasmittente per questo segnale modulato è il filamento della lampada della sorgente del segnale. L’antenna ricevente è l’occhio.

Le onde elettromagnetiche

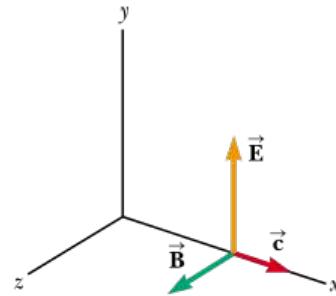


Figura 24.4

I campi in un punto sull'asse x , in un'onda elettromagnetica che viaggia ad una velocità $\rightarrow c$ nella direzione positiva dell'asse x . Questi campi dipendono solo da x e t .

Nella sua teoria unificata dell'elettromagnetismo, Maxwell dimostrò che i campi elettrici e magnetici dipendenti dal tempo soddisfano un'equazione d'onda lineare (l'equazione d'onda lineare per le onde meccaniche è l'Equazione 13.20). La più importante conseguenza di questa teoria è la previsione dell'esistenza delle **onde elettromagnetiche**.

Le equazioni di Maxwell predicono che un'onda elettromagnetica consista di campi elettrici e magnetici oscillanti. La variazione dei campi crea reciprocamente il mantenimento della propagazione dell'onda – un campo elettrico variabile induce un campo magnetico, e un campo magnetico variabile induce un campo elettrico. I vettori \vec{E} e \vec{B} sono perpendicolari fra loro e con la direzione di propagazione, come è mostrato nella Figura 24.4 ad un certo istante di tempo e in un dato punto nello spazio. La direzione di propagazione è la direzione del prodotto vettoriale $\vec{E} \times \vec{B}$, che esploreremo meglio nel Paragrafo 24.4.

Nella Figura 24.4, abbiamo scelto l'asse x positivo come la direzione di propagazione dell'onda. Abbiamo anche preso l'asse y parallelo al vettore campo elettrico.

Date queste scelte, consegue necessariamente che il campo magnetico \vec{B} è diretto lungo l'asse z come nella Figura 24.4. Le onde in cui il campo elettrico e il campo magnetico sono istante per istante sempre paralleli a una certa direzione si dicono **onde polarizzate linearmente**. Inoltre, in Figura 24.4 assumiamo che i moduli di E e B in ogni punto dello spazio dipendano soltanto da x e t e non dalle coordinate y o z .

Immaginiamo anche che la sorgente delle onde elettromagnetiche sia tale da irradiare un'onda da *qualsiasi* posizione del piano yz (non solo dall'origine come potrebbe suggerire la Fig. 24.4) che si propaga nella direzione x , e che tutte le onde siano emesse in fase. Se definiamo il **raggio** come una linea lungo la quale l'onda viaggia, allora tutti i raggi di queste onde sono paralleli. Questo insieme di onde è spesso chiamato **onda piana**. Una superficie che collega i punti di uguale fase di tutte le onde, che chiamiamo **fronte d'onda**, è un piano geometrico. In confronto, una sorgente puntiforme di radiazione spedisce onde in tutte le direzioni. Una superficie che collega punti di uguale fase in questo caso è una sfera e pertanto chiameremo la radiazione emessa da una sorgente puntiforme **onda sferica**.

Per capire come si possano formare le onde elettromagnetiche, partiamo dalla legge di Faraday, l'Equazione 24.6:

Prevenire le insidie | 24.1 Cosa è "una" onda?

Cosa si intende quando si parla di una *singola* onda? La parola onda rappresenta sia l'emissione da un *singolo punto* ("onda irradiata da una posizione *qualunque* nel piano yz " nel testo) che l'insieme delle onde da *tutti i punti* nella sorgente ("onda **piana**" nel testo). Si dovrebbe essere in grado di usare questo termine in entrambi i casi e di capire il suo significato dal contesto.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

In base all'Equazione 24.12, la variazione spaziale di \vec{E} produce un campo magnetico variabile diretto come l'asse z .

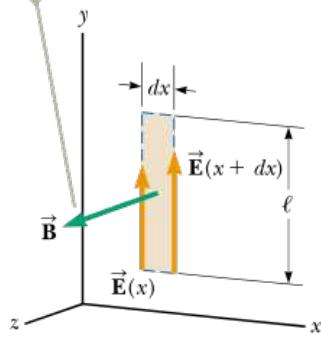


FIGURA 24.5 Quando un'onda piana, che si muove nella direzione positiva dell'asse x , passa attraverso un percorso rettangolare di larghezza dx che giace nel piano xy , il campo elettrico nella direzione y varia da $E(x) a E(x + dx)$.

Assumiamo ancora che l'onda elettromagnetica stia viaggiando nella direzione x , con il campo elettrico \vec{E} nella direzione positiva di y e il campo magnetico \vec{B} nella direzione positiva di z .

Consideriamo il rettangolo di larghezza dx e altezza ℓ che giace nel piano xy come mostrato in Figura 24.5. Per applicare l'Equazione 24.6, calcoliamo prima l'integrale di linea di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ lungo il perimetro di questo rettangolo nel verso antiorario ad un istante in cui l'onda attraversa il rettangolo. I contributi della parte superiore e inferiore del rettangolo sono zero poiché \vec{E} è perpendicolare a $d\vec{s}$ lungo questi percorsi. Possiamo esprimere il campo elettrico sul lato destro del rettangolo come

$$E(x + dx) \approx E(x) + \frac{dE}{dx} \Big|_{t \text{ costante}} dx = E(x) + \frac{\partial E}{\partial x} dx$$

dove $E(x)$ è il campo sul lato sinistro del rettangolo a questo istante². La circuitazione su questo rettangolo è quindi approssimativamente

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = [E(x + dx)]\ell - [E(x)]\ell \approx \ell \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) dx \quad \text{24.10} \blacktriangleleft$$

Poiché il campo magnetico è nella direzione z , il flusso magnetico concatenato col rettangolo di area ℓdx è approssimativamente $\Phi_B = B \ell dx$ (assumendo che dx sia molto piccolo rispetto alla lunghezza d'onda). Prendendo la derivata temporale del flusso magnetico si ottiene

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \ell dx \frac{dB}{dt} \Big|_{x \text{ costante}} = \ell dx \frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{24.11} \blacktriangleleft$$

Sostituendo le Equazioni 24.10 e 24.11 nell'Equazione 24.6 si ottiene

$$\begin{aligned} \ell \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) dx &= -\ell dx \frac{\partial B}{\partial t} \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= -\frac{\partial B}{\partial t} \end{aligned} \quad \text{24.12} \blacktriangleleft$$

In maniera simile, possiamo derivare una seconda equazione partendo con la quarta equazione di Maxwell nel vuoto (Eq. 24.7). In questo caso, calcoliamo l'integrale di linea di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ lungo il perimetro del rettangolo che giace nel piano xz e che ha larghezza dx e lunghezza ℓ , come in Figura 24.6. Notando che il modulo del campo magnetico varia da $B(x, t)$ a $B(x + dx, t)$ per lo spostamento dx , e che il verso per il calcolo dell'integrale di linea è antiorario se visto dall'alto in Figura 24.6, l'integrale lungo il perimetro di questo rettangolo è approssimativamente

²Poiché in questa equazione dE/dx è espresso come la variazione di E rispetto a x in un dato istante t , dE/dx è equivalente alla derivata parziale $\partial E/\partial x$. Analogamente, dB/dt indica la variazione di B con il tempo in una posizione particolare x ; dunque, nell'Equazione 24.11, si può sostituire dB/dt con $\partial B/\partial t$.

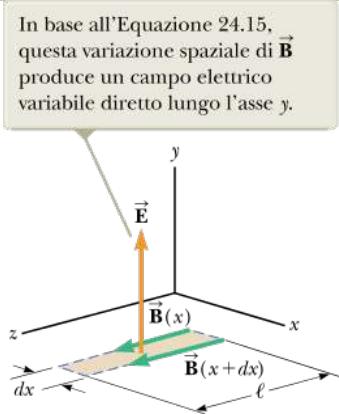


FIGURA 24.6 Quando un'onda piana passa attraverso un percorso rettangolare di larghezza dx che giace nel piano xy , il campo magnetico nella direzione z varia da $\vec{B}(x)$ a $\vec{B}(x + dx)$.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = [B(x)]\ell - [B(x + dx)]\ell \approx -\ell \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx \quad \text{24.13} \blacktriangleleft$$

Il flusso elettrico attraverso il rettangolo è $\Phi_E = E\ell dx$, che derivato rispetto al tempo dà

$$\frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = \ell dx \frac{\partial E}{\partial t} \quad \text{24.14} \blacktriangleleft$$

Sostituendo le Equazioni 24.13 e 24.14 nell'Equazione 24.7 si ottiene

$$-\ell \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx = \mu_0 \epsilon_0 \ell dx \left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad \text{24.15} \blacktriangleleft$$

Prendendo la derivata dell'Equazione 24.12 rispetto a x e combinandola con l'Equazione 24.15 abbiamo

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad \text{24.16} \blacktriangleleft$$

Allo stesso modo, prendendo la derivata dell'Equazione 24.15 rispetto a x e combinandola con l'Equazione 24.12, troviamo

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

24.17◀

Le Equazioni 24.16 e 24.17 hanno ambedue la forma di un'equazione d'onda lineare³ con la velocità dell'onda v sostituita da c , dove

LA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

24.18◀

Calcoliamo questa velocità numericamente:

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{\sqrt{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8.854 19 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)}} \\ &= 2.997 92 \times 10^8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Poiché questa velocità è precisamente la velocità della luce nel vuoto, si è portati a credere (correttamente) che la luce sia un'onda elettromagnetica.

La soluzione più semplice delle Equazioni 24.16 e 24.17 è un'onda sinusoidale nella quale i moduli dei campi E e B variano con x e t in accordo a

CAMPPI ELETTRICI E MAGNETICI SINUSOIDALI

$$E = E_{\max} \cos(kx - \omega t) \quad \text{24.19◀}$$

$$B = B_{\max} \cos(kx - \omega t) \quad \text{24.20◀}$$

dove E_{\max} e B_{\max} sono i valori massimi dei campi. Il numero d'onda angolare è $k = 2\pi/\lambda$, dove λ è la lunghezza d'onda. La frequenza angolare è $\omega = 2\pi f$, dove f è la frequenza dell'onda. Il rapporto ω/k è uguale alla velocità dell'onda elettromagnetica, c : 3

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f = c$$

³ L'equazione d'onda lineare è della forma $(\partial^2 y / \partial x^2) = (1/v^2)(\partial^2 y / \partial t^2)$, dove v è la velocità dell'onda e y è la funzione d'onda. L'equazione d'onda lineare è stata introdotta come Equazione 13.20 e noi suggeriamo di riguardare il Paragrafo 13.2.

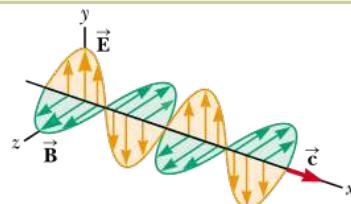


FIGURA 24.7 Un'onda elettromagnetica sinusoidale si muove nel verso positivo dell'asse x con velocità c .

dove abbiamo fatto uso dell'Equazione 13.12, $v = c = \lambda f$, che mette in relazione la velocità, la frequenza e la lunghezza d'onda di una qualunque onda continua. Dunque, per le onde elettromagnetiche, la lunghezza d'onda e la frequenza di queste onde sono legate da

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{f}$$

24.21◀

La Figura 24.7 è una rappresentazione, ad ogni istante, di un'onda elettromagnetica sinusoidale, linearmente polarizzata, che si muove nella direzione x positiva. Eseguendo le derivate parziali delle Equazioni 24.19 (rispetto a x) e 24.20 (rispetto a t) si ha

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -kE_{\max} \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \omega B_{\max} \sin(kx - \omega t)$$

Se si sostituiscono questi risultati nell'Equazione 24.12, si trova che ad ogni istante valgono le relazioni

$$kE_{\max} = \omega B_{\max}$$

$$\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = \frac{\omega}{k} = c$$

Usando questi risultati con le Equazioni 24.19 e 24.10 si ottiene

$$\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = \frac{E}{B} = c$$

24.22◀

Vale a dire, ad ogni istante, il rapporto del modulo del campo elettrico e di quello del campo magnetico in un'onda elettromagnetica è uguale alla velocità della luce.

Infine, si noti che le onde elettromagnetiche soddisfano il principio di sovrapposizione (che abbiamo discusso nel Paragrafo 14.1 per le onde meccaniche) poiché le equazioni differenziali per E e B sono lineari. Per esempio, si possono sommare due onde con la stessa frequenza e polarizzazione semplicemente sommando algebricamente le ampiezze dei due campi elettrici.

Effetto Doppler per la luce

Un'altra caratteristica delle onde elettromagnetiche è legata al fatto che c'è uno spostamento nella frequenza osservata delle onde quando c'è un moto relativo fra la sorgente delle onde e l'osservatore. Questo fenomeno, noto come effetto Doppler, è stato introdotto nel Capitolo 13 relativamente alle onde sonore. Nel caso del suono, il moto della sorgente rispetto al mezzo di propagazione può essere distinto dal moto dell'osservatore rispetto al mezzo. Tuttavia, le onde luminose devono essere analizzate in maniera diversa poiché esse non hanno bisogno di un mezzo di propagazione e non esiste alcun metodo per distinguere il moto di una sorgente luminosa dal moto dell'osservatore.

Se una sorgente luminosa e un osservatore si avvicinano uno all'altra con velocità relativa v , la frequenza f' misurata dall'ossevatore è

Prevenire le insidie | 24.2

\vec{E} maggiore di \vec{B} ?

Poiché il valore di c è molto grande, alcuni studenti pensano, sbagliando, che l'Equazione 24.22 significhi che il campo elettrico sia molto maggiore del campo magnetico. I campi elettrici e magnetici sono misurati in unità diverse e dunque non possono essere confrontati direttamente. Nel Paragrafo 24.4, si trova che i campi elettrico e magnetico contribuiscono allo stesso modo all'energia dell'onda.

EFFETTO DOPPLER PER LE ONDE ELETTRONAGNETICHE

$$f' = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} f$$

24.23◀

dove f è la frequenza della sorgente misurata nel sistema di riferimento in cui essa è a riposo. Questa equazione per lo spostamento Doppler, diversamente dall'equazione per lo spostamento Doppler per il suono, dipende solo dalla velocità relativa v della sorgente e dell'osservatore e vale anche per velocità relative grandi come c . Come ci si può aspettare, l'equazione predice che $f' > f$ quando la sorgente e l'osservatore si avvicinano l'uno all'altra. Si ottiene l'espressione per il caso in cui la sorgente e l'osservatore si allontanano l'uno dall'altra prendendo v negativa nell'Equazione 24.23.

L'uso più spettacolare e sensazionale dell'effetto Doppler per le onde elettromagnetiche è la misura degli spostamenti della frequenza della luce emessa da un oggetto astronomico in movimento come una galassia. La luce emessa dagli atomi è normalmente trovata nell'estrema regione viola dello spettro è spostata verso l'estremità rossa dello spettro per atomi in altre galassie, indicando che queste galassie si stanno *allontanando* da noi. L'astronomo americano Edwin Hubble (1889-1953) compì dettagliate misure di questo *spostamento verso il rosso* per confermare che la maggior parte delle galassie si stanno allontanando da noi, indicando che l'Universo è in espansione.

Esempio 24.1 | Un'onda elettromagnetica

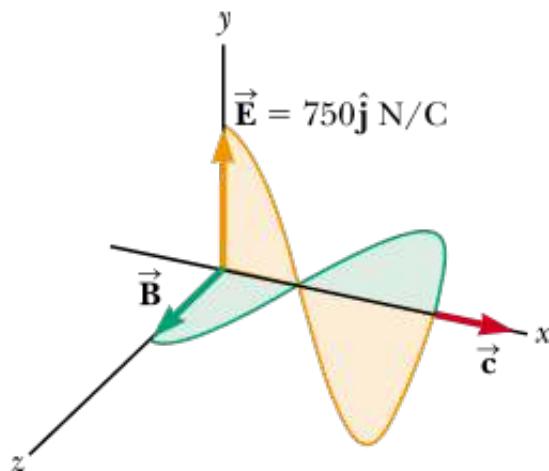


FIGURA 24.8 (Esempio 24.1) Ad un certo istante, un'onda elettromagnetica piana che si muove nella direzione x ha un massimo per il campo elettrico di 750 N/C nel verso positivo dell'asse y .

Un'onda elettromagnetica piana sinusoidale di frequenza 40.0 MHz si propaga nel vuoto nella direzione x , come in Figura 24.8.

(A) Calcolare la lunghezza d'onda e il periodo dell'onda.

(B) In un certo punto e a un certo istante, il campo elettrico ha il suo valore massimo di 750 N/C ed è diretto lungo l'asse y . Calcolare il modulo e la direzione del campo magnetico in questo punto nello spazio e nel tempo.

(C) Un osservatore sull'asse x , lontano a destra nella Figura 24.8, si muove verso sinistra lungo l'asse x alla velocità di $0.500c$. Che frequenza misura questo osservatore per l'onda elettromagnetica?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Energia trasportata dalle onde elettromagnetiche

Nel Paragrafo 13.5 abbiamo trovato che le onde meccaniche trasportano energia. Anche le onde elettromagnetiche trasportano energia e, quando esse si propagano nello spazio, possono trasferire energia agli oggetti posti sul loro cammino. Questa nozione è stata introdotta nel Capitolo 7 quando abbiamo discusso i meccanismi di trasferimento nell'equazione di conservazione dell'energia, ed è stata ulteriormente evidenziata nel Capitolo 17 nella discussione sulla radiazione termica. La rapidità → del flusso di energia in un'onda elettromagnetica è descritta da un vettore **S**, detto **vettore di Poynting**, definito dall'espressione

VETTORE DI POYNTING

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

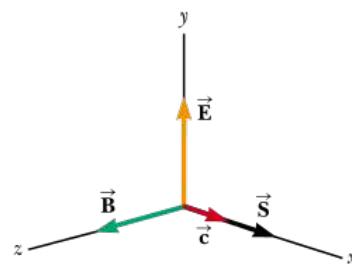
24.24◀

Il modulo del vettore di Poynting rappresenta la rapidità con cui l'energia passa attraverso l'unità di area di una superficie perpendicolare al flusso, e la sua direzione coincide con la direzione di propagazione dell'onda (Fig. 24.9). Quindi, il vettore di Poynting rappresenta la *potenza per area unitaria*. Le unità SI del vettore di Poynting sono $J/s \cdot m^2 = W/m^2$.

Calcoliamo, ad esempio, il modulo di **S** per un'onda elettromagnetica piana. Abbiamo $|\vec{E} \times \vec{B}| = EB$ poiché \vec{E} e \vec{B} sono perpendicolari fra loro. In questo caso,

$$S = \frac{EB}{\mu_0}$$

24.25◀



Prevenire le insidie | 24.3 Valore istantaneo

Il vettore di Poynting dato dall'Equazione 24.24 dipende dal tempo. Il suo modulo varia nel tempo, raggiungendo un valore massimo nello stesso istante in cui sono massimi i moduli dei vettori campo elettrico e magnetico.

FIGURA 24.9 Il vettore di Poynting \vec{S} per un'onda elettromagnetica è diretto lungo la direzione di propagazione dell'onda.

Poiché $B = E/c$, possiamo anche esprimere il modulo del vettore di Poynting come

$$S = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \frac{cB^2}{\mu_0}$$

Queste equazioni per S valgono ad ogni istante.

Per un'onda elettromagnetica sinusoidale (Equazioni 24.19 e 24.20), la grandezza più interessante è il valore medio nel tempo di S su uno o più cicli, che è l'**intensità I**, cioè la potenza media per unità di area. Se si prende questa media, si ottiene un'espressione che coinvolge la media temporale di $\cos^2(kx - \omega t)$, che è uguale a $\frac{1}{2}$. Quindi, il valore medio di S (o l'intensità dell'onda), è

INTENSITÀ DELLA RADIAZIONE ELETTRONAGNETICA

$$I = S_{\text{med}} = \frac{E_{\text{max}} B_{\text{max}}}{2\mu_0} = \frac{E_{\text{max}}^2}{2\mu_0 c} = \frac{c B_{\text{max}}^2}{2\mu_0}$$

24.26◀

Ricordiamo che l'energia per unità di volume u_E , ovvero la densità di energia istantanea associata a un campo elettrico (Paragrafo 20.9), è data dalla Equazione 20.31:

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

24.27◀

e che la densità di energia istantanea u_B associata a un campo magnetico (Paragrafo 23.7) è data dall'Equazione 23.22:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

24.28◀

Poiché per un'onda elettromagnetica E e B sono variabili nel tempo, vediamo che anche le densità d'energia sono variabili nel tempo. Usando la relazione $B = E/c$ e $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, l'Equazione 24.28 diventa

$$u_B = \frac{(E/c)^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0 \mu_0}{2\mu_0} E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Confrontando questo risultato con l'espressione per u_E , vediamo che

$$u_B = u_E$$

Cioè, per un'onda elettromagnetica, la densità di energia istantanea associata con il campo magnetico è uguale alla densità di energia istantanea associata con il campo elettrico. Quindi, in un dato volume, l'energia è egualmente divisa tra i due campi.

DENSITÀ D'ENERGIA TOTALE ISTANTANEA DI UN'ONDA ELETTROMAGNETICA

La **densità d'energia istantanea totale** u è uguale alla somma delle densità di energia associate ai campi elettrico e magnetico:

$$u = u_E + u_B = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Se facciamo la media di questa grandezza su uno o più cicli dell'onda elettromagnetica, ritroviamo ancora un fattore $\frac{1}{2}$. Quindi, l'energia totale media per unità di volume di un'onda elettromagnetica è data da

DENSITÀ DI ENERGIA MEDIA DI UN'ONDA ELETTROMAGNETICA

$$u_{\text{med}} = \epsilon_0 (E^2)_{\text{med}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{max}}^2 = \frac{B_{\text{max}}^2}{2\mu_0}$$

24.29◀

Confrontando questo risultato con l'Equazione 24.26, che dà il valore medio di S , vediamo che

$$I = S_{\text{med}} = c u_{\text{med}}$$

24.30◀

In altre parole, l'intensità di un'onda elettromagnetica è uguale al prodotto della densità d'energia media per la velocità della luce.

QUIZ RAPIDO 24.2

Un'onda elettromagnetica si propaga lungo l'asse y negativo. In un certo punto, il vettore campo elettrico è momentaneamente orientato nella direzione positiva di x . In quale direzione è orientato il campo magnetico in quel punto e allo stesso istante? (a) asse x negativo (b) asse y positivo (c) asse z positivo (d) asse z negativo

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

QUIZ RAPIDO 24.3

Quale di queste quantità non varia con il tempo in un'onda elettromagnetica piana? (a) il modulo del vettore di Poynting (b) la densità di energia u_E (c) la densità di energia u_B (d) l'intensità I

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio 24.2 | I campi sulla pagina

Stimare i valori massimi dei campi elettrico e magnetico della luce che incide su questa pagina ed è originata dalla luce visibile che viene dalla lampada da tavolo. Trattare la lampadina come una sorgente puntiforme di radiazione elettromagnetica che ha un'efficienza del 5% per trasformare l'energia elettrica entrante in luce visibile uscente.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Quantità di moto e pressione di radiazione

Le onde elettromagnetiche, oltre all'energia, trasportano anche quantità di moto. Ne segue che, quando un'onda elettromagnetica colpisce una superficie, esercita su di essa una pressione. In ciò che segue, assumeremo che l'onda elettromagnetica incida normalmente su una superficie e vi trasporti l'energia totale T_{RE} in un intervallo di tempo Δt . Maxwell ha dimostrato che, se la superficie assorbe tutta l'energia T_{RE} incidente in tale tempo, la quantità di moto totale p fornita alla superficie ha modulo dato da

QUANTITÀ DI MOTO TRASFERITA AD UNA SUPERFICIE PERFETTAMENTE ASSORBENTE

$$p = \frac{T_{RE}}{c} \quad (\text{assorbimento completo}) \quad 24.31 \blacktriangleleft$$

La pressione di radiazione P esercitata sulla superficie è definita come forza per unità di area F/A . Combinando questa definizione con la seconda legge di Newton si ottiene:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt}$$

Se sostituiamo p , la quantità di moto trasportata alla superficie dalla radiazione, con il suo valore espresso dall'Equazione 24.31, otteniamo

$$P = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{A} \frac{d}{dt} \left(\frac{T_{RE}}{c} \right) = \frac{1}{c} \frac{(dT_{RE}/dt)}{A}$$

Il termine $(dT_{RE}/dt)/A$ rappresenta la velocità con cui l'energia arriva alla superficie per unità di area, ovvero il modulo del vettore di Poynting. Quindi, la pressione di radiazione P esercitata su una superficie perfettamente assorbente è

Prevenire le insidie | 24.4 Cosa è "una" onda?

Si usa la lettera p per indicare la quantità di moto e P per la pressione, ed entrambe sono legate a P per la potenza. Fare attenzione ad usare nella maniera appropriata questi simboli.

PRESSIONE DI RADIAZIONE ESERCITATA SU UNA SUPERFICIE PERFETTAMENTE ASSORBENTE

$$P = \frac{S}{c} \quad (\text{assorbimento completo}) \quad 24.32 \blacktriangleleft$$

Una superficie assorbente per la quale tutta l'energia incidente è assorbita (riflessione nulla) è detta **corpo nero**. Una discussione più dettagliata sul corpo nero sarà presentata nel Capitolo 28 ("Fisica Moderna").

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente, l'intensità I di un'onda elettromagnetica è uguale al valor medio di S (Eq. 24.26), dunque la pressione di radiazione media può essere espressa come

$$P_{\text{med}} = \frac{S_{\text{med}}}{c} = \frac{I}{c} \quad (\text{assorbimento completo}) \quad 24.33 \blacktriangleleft$$

Inoltre, poiché S_{med} rappresenta la potenza per unità di area, si trova che la potenza media trasferita alla superficie di area A è (si usa il simbolo "Potenza" per rappresentare la potenza perché si ha anche P per la pressione)

$$(Potenza)_{\text{med}} = IA \quad (\text{assorbimento completo}) \quad 24.34 \blacktriangleleft$$

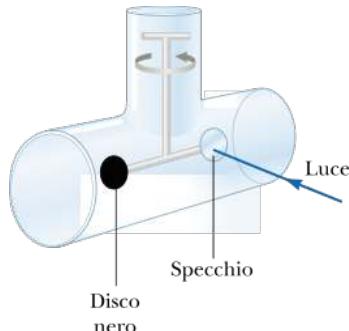


FIGURA 24.10 Un apparato per misurare la pressione esercitata dalla luce. In pratica il sistema è all'interno di un contenitore in cui è fatto un alto vuoto.

Se la superficie è perfettamente riflettente, allora la quantità di moto trasferita nel tempo Δt , per incidenza normale, è doppia di quella data dall'Equazione 24.31, ovvero $p = 2T_{RE}/c$. Cioè, una quantità di moto uguale a T_{RE}/c viene prima trasferita dall'onda incidente e poi viene ancora trasferita dall'onda riflessa, analogamente a una palla che urti elasticamente contro una parete.⁴ Infine, la pressione di radiazione esercitata su una superficie perfettamente riflettente, per un'incidenza normale dell'onda, è il doppio di quella data dall'Equazione 24.32, ossia

$$P = \frac{2S}{c} \quad (\text{riflessione completa})$$

24.35 ◀

Sebbene la pressione di radiazione sia molto piccola (circa 5×10^{-6} N/m² per la luce solare diretta), essa può essere misurata usando una bilancia di torsione, come quella mostrata in Figura 24.10. La luce colpisce un disco nero e uno specchio, collegati tra loro da un'asta e sospesi a un filo sottile. La luce che colpisce il disco nero è completamente assorbita, cosicché tutta la quantità di moto è trasferita al disco. La

⁴Per incidenza *obliqua* la quantità di moto trasferita è $2T_{RE} \cos \theta/c$ e la pressione è data da $P = 2S \cos^2 \theta/c$, dove θ è l'angolo fra la normale alla superficie e la direzione di propagazione.

luce che colpisce lo specchio (incidenza normale) è totalmente riflessa, per cui la quantità di moto trasferita è due volte maggiore di quella trasferita al disco nero. La pressione di radiazione viene determinata misurando l'angolo di cui ruota l'asta nel piano orizzontale. Il dispositivo deve essere tenuto in un contenitore in cui è fatto un alto vuoto, per eliminare l'effetto delle correnti d'aria.

In un apparato come quello di Figura 24.10, supponiamo che

QUIZ RAPIDO 24.4

il disco nero sia sostituito con uno avente il raggio dimezzato. Quale delle seguenti quantità sono diverse dopo che il disco è stato sostituito? **(a)** La pressione di radiazione sul disco **(b)** la forza di radiazione sul disco **(c)** la quantità di moto fornita al disco in un dato intervallo di tempo

VISUALIZZA SOLUZIONE

FISICA RAGIONATA 24.2

Nello spazio interplanetario del Sistema Solare vi è una grande quantità di polvere. Sebbene la polvere interplanetaria possa avere in teoria una varietà di dimensioni, da quella molecolare in su, si trova una piccolissima quantità di polvere di dimensione inferiore a circa $0.2 \mu\text{m}$ nel nostro Sistema Solare. Perché? (*Suggerimento:* il Sistema Solare originariamente conteneva particelle di polvere di tutte le dimensioni).

Ragionamento Le particelle di polvere nel sistema solare sono soggette a due forze, la forza gravitazionale diretta verso il Sole e la forza, dovuta alla pressione di radiazione, che tende ad allontanare la polvere dal Sole. La forza gravitazionale è proporzionale al cubo del raggio di una particella di polvere sferica, poiché è proporzionale alla massa della particella. La pressione di radiazione è proporzionale al quadrato del raggio, poiché essa dipende dalla sezione della particella. Per particelle grandi, la forza gravitazionale è maggiore della forza dovuta alla pressione di radiazione. Per particelle piccole, inferiori a circa $0.2 \mu\text{m}$, la maggiore forza dovuta alla pressione di radiazione spazza via queste particelle fuori dal Sistema Solare.

Esempio 24.3 | Energia solare

Il Sole fornisce circa $1\ 000 \text{ W/m}^2$ di energia alla superficie terrestre.

(A) Calcolare la potenza totale incidente su un tetto di dimensioni $8.00 \text{ m} \times 20.0 \text{ m}$.

(B) Determinare la pressione e la forza di radiazione sul tetto, assumendo che la copertura del tetto sia un assorbitore perfetto.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 24.4 | Pressione di un puntatore laser

Molte persone espongono le loro presentazioni usando un puntatore laser per guidare l'attenzione dell'uditore. Se un puntatore di 3.0 mW crea una zona illuminata di 2.0 mm di diametro, determinare la pressione di radiazione su uno schermo che riflette il 70% della luce incidente. La potenza di 3.0 mW è la potenza media nel tempo.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Navigazione spaziale a vela

Quando immaginiamo un viaggio verso un altro pianeta, normalmente pensiamo ai tradizionali motori a razzo che convertono l'energia chimica contenuta nel combustibile trasportato a bordo della nave spaziale in energia cinetica della stessa. Una interessante alternativa a questo metodo è quella della **navigazione spaziale a vela**. Un veicolo spaziale a vela prevede una enorme vela che riflette la luce. Il moto dell'astronave dipende dalla pressione di radiazione che è, in questo caso, la forza esercitata sulla vela per riflessione della luce solare. Calcoli eseguiti (prima che i finanziamenti del governo degli Stati Uniti fossero tagliati archiviando i primi progetti di navigazione spaziale a vela) hanno mostrato che veicoli a vela avrebbero potuto viaggiare verso i pianeti e ritornare in tempi comparabili a quelli dei razzi tradizionali, ma con un costo minore.

I calcoli indicano che la forza di radiazione solare su di un veicolo spaziale a vela con grandi vele potrebbe essere uguale o lievemente maggiore della forza gravitazionale sul veicolo stesso. Se queste due forze fossero uguali, la navicella a vela potrebbe essere schematizzata come una particella in equilibrio, perché la forza attrattiva gravitazionale del Sole bilancerebbe quella repulsiva esercitata dalla luce solare. Se il veicolo spaziale possedesse una velocità iniziale in una qualsiasi direzione di allontanamento dal Sole, esso si muoverebbe in linea retta sotto l'azione di queste due forze, senza la necessità di utilizzare carburante. Invece, un normale veicolo spaziale, a motori spenti, tenderebbe a rallentare sotto l'effetto della forza gravitazionale esercitata dal Sole. Sia la forza sulla vela che quella gravitazionale diminuiscono con l'inverso del quadrato



Portare occhiali da sole che non impediscono il passaggio della radiazione ultravioletta (UV) è peggio per gli occhi che non portare affatto occhiali. Le lenti degli occhiali da sole assorbono parte della luce visibile e così fanno dilatare le pupille di chi li porta. Se gli occhiali non bloccano anche la radiazione UV, il cristallino potrà avere un danno maggiore a causa della pupilla dilatata. Senza occhiali le pupille si contraggono, si tende a socchiudere gli occhi e quindi meno radiazione UV entra negli occhi. Gli occhiali da sole di alta qualità bloccano quasi tutta la componente UV dannosa per gli occhi.

della distanza fra il Sole ed il veicolo spaziale. Quindi, in teoria, il moto rettilineo della nave spaziale a vela continuerebbe per sempre, senza necessità di carburante.

Usando proprio il moto impartito all'astronave dal Sole, l'astronave raggiungerebbe Alfa Centauri in circa 10 000 anni. Questo intervallo di tempo si può ridurre ad un intervallo di tempo compreso fra 30 e 100 anni usando un *sistema a fascio radiante*. In questo sistema, la luce proveniente dal Sole verrebbe raccolta da un dispositivo di trasformazione in orbita attorno alla Terra e sarebbe convertita in un fascio laser o in un fascio di microonde puntato sull'astronave. La forza dovuta a questo fascio intenso di radiazione aumenterebbe l'accelerazione dell'astronave, cosicché ne verrebbe ridotto significativamente il tempo di viaggio. I calcoli indicano che, usando questa tecnica, l'astronave potrebbe raggiungere una velocità nominale fino al 20% della velocità della luce.

Lo spettro delle onde elettromagnetiche

Le onde elettromagnetiche viaggiano nel vuoto con velocità c , frequenza f e lunghezza d'onda λ . I diversi tipi di onde elettromagnetiche, tutti generati da cariche accelerate, sono illustrati nella Figura 24.11. Si può osservare quanto vasto sia l'intervallo di lunghezze d'onda e frequenze. Descriveremo brevemente i vari tipi di onde elencate nella Figura 24.11. Le **onde radio** sono il prodotto di cariche accelerate, per esempio, nel filo conduttore di un'antenna radio. Sono generate da dispositivi elettronici, tipo i circuiti oscillanti *LC*, e sono usate nei sistemi di comunicazione radio e televisivi.

Le **microonde** (onde radio di piccola lunghezza d'onda) hanno lunghezze d'onda che stanno in un intervallo compreso tra circa 1 mm e 30 cm e sono anch'esse generate da dispositivi elettronici. A causa della loro corta lunghezza d'onda, sono adatte per i sistemi radar usati nella navigazione aerea e per studiare le proprietà atomiche e molecolari della materia. I fornì a microonde sono una applicazione domestica di queste onde.

Le **onde infrarosse** hanno lunghezze d'onda che vanno da circa 1 mm alla più lunga lunghezza d'onda della luce visibile, 7×10^{-7} m. Queste onde, prodotte dagli oggetti a temperatura ambiente e dalle molecole, sono facilmente assorbite dalla maggior parte dei materiali. La radiazione infrarossa ha molte applicazioni pratiche e scientifiche, che includono la terapia fisica, la fotografia nell'infrarosso e la spettroscopia vibrazionale.

I telecomandi per il televisore, il videoregistratore, il DVD e simili, usano un fascio infrarosso per comunicare con i dispositivi.

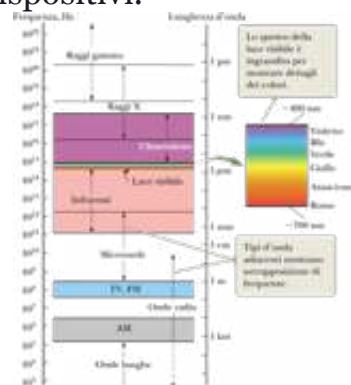


FIGURA 24.11 Lo spettro elettromagnetico.

La **luce visibile**, la forma più familiare delle onde elettromagnetiche, è quella parte dello spettro elettromagnetico che l'occhio umano può rilevare. La luce è prodotta dagli oggetti molto caldi, come i filamenti delle lampadine e dalle transizioni degli elettroni in atomi e molecole. Le varie lunghezze d'onda della luce visibile sono classificate con colori che vanno dal violetto ($\lambda \approx 4 \times 10^{-7}$ m) al rosso ($\lambda \approx 7 \times 10^{-7}$ m). La sensibilità dell'occhio è una funzione della lunghezza d'onda e la sensibilità è massima alla lunghezza d'onda di circa 5.5×10^{-7} (giallo-verde). La Tabella 24.1 fornisce la corrispondenza approssimata fra la lunghezza d'onda della luce visibile e il colore a lei assegnata dall'uomo. La luce è la base della scienza dell'ottica, che svilupperemo nei Capitoli dal 25 al 27.

La **luce ultravioletta** copre le lunghezze d'onda che vanno da circa 4×10^{-7} m (400 nm) fino a 6×10^{-10} m (0.6 nm). Il Sole è una sorgente importante di luce ultravioletta, e quest'ultima è la principale responsabile dell'abbronzatura e delle scottature solari. La maggior parte della radiazione ultravioletta proveniente dal Sole viene assorbita dagli atomi nella stratosfera (ciò è una fortuna, poiché la radiazione ultravioletta in grande quantità produce effetti dannosi sugli esseri umani).

TABELLA 24.1 |
Corrispondenza
approssimata fra lunghezza
d'onda del visibile e colori

Intervallo di lunghezza d'onda (nm)	Descrizione del colore
400-430	Violetto
430-485	Blu
485-560	Verde
560-590	Giallo
590-625	Arancio
625-700	Rosso

Nota: gli intervalli di lunghezza d'onda sono approssimati. Persone differenti descriveranno i colori differentemente.

Un costituente importante della stratosfera è l'ozono (O_3), che viene prodotto dall'interazione della radiazione ultravioletta con l'ossigeno. Questo schermo di ozono converte la letale radiazione ultravioletta di alta energia in innocua radiazione infrarossa. Grande preoccupazione è sorta a causa della diminuzione dello strato protettivo di ozono, causata dall'uso di una classe di prodotti chimici chiamati clorofluorocarburi (per es. Freon), utilizzati nelle bombolette spray e come refrigerante.

I **raggi X** sono onde elettromagnetiche con lunghezze d'onda comprese in un intervallo che va da circa 10^{-8} m (10 nm) fino a 10^{-13} m (10^4 nm). I raggi X vengono comunemente prodotti mediante la decelerazione di elettroni di alta energia, che bombardano un bersaglio metallico. I raggi X sono usati come strumento diagnostico in medicina e per il trattamento di certe forme di cancro. Poiché i raggi X danneggiano e distruggono i tessuti viventi e gli organismi, bisogna fare molta attenzione per evitare esposizioni non necessarie o sovraesposizioni. I raggi X sono usati anche nello studio della struttura cristallina poiché i raggi X hanno lunghezze d'onda confrontabili con le distanze interatomiche nei solidi (≈ 0.1 nm).

I **raggi gamma** sono onde elettromagnetiche emesse da nuclei radioattivi e durante certe reazioni nucleari. Hanno lunghezze d'onda che vanno da circa 10^{-10} m a meno di 10^{-14} m. Sono altamente penetranti e producono seri danni quando vengono assorbiti da tessuti viventi. Di conseguenza, coloro che lavorano nelle vicinanze di radiazioni così pericolose devono proteggersi con materiali altamente assorbenti, quali spesse lastre di piombo.

QUIZ RAPIDO 24.5

Il forno a microonde è largamente utilizzato per cucinare. La frequenza di questi forni è di circa 10^{10} Hz. La lunghezza d'onda di queste microonde è dell'ordine dei **(a)** chilometri, **(b)** metri, **(c)** centimetri, o **(d)** micron.

VISUALIZZA
SOLUZIONE

Prevenire le insidie | 24.5Raggi termici

I raggi infrarossi sono spesso chiamati "raggi termici", ma questo è un termine sbagliato. Sebbene la radiazione infrarossa sia usata per aumentare e mantenere le temperature, come nel caso dell'impiego di "lampade all'infrarosso" nei fast-food per mantenere il cibo caldo, tutte le lunghezze d'onda della radiazione elettromagnetica trasportano energia che è in grado di aumentare la temperatura di un sistema. Per esempio, si consideri l'uso dei forni a microonde per cuocere una patata, la cui temperatura aumenta a causa delle microonde.

QUIZ RAPIDO 24.6

Un'onda radio di frequenza pari a circa 10^5 Hz è usata per trasportare un'onda sonora, la cui frequenza è invece di circa 10 Hz. La lunghezza d'onda di questa onda radio è dell'ordine dei **(a)** chilometri, **(b)** metri, **(c)** centimetri, o **(d)** micron.

FISICA RAGIONATA 24.3 Sensibilità dell'occhio

Il centro di sensibilità del nostro occhio coincide col centro della distribuzione delle lunghezze d'onda del Sole. È questa una coincidenza sorprendente?

Ragionamento Non è una coincidenza, è piuttosto il risultato dell'evoluzione biologica. Gli umani si sono evoluti in modo da avere una visione più sensibile in corrispondenza delle lunghezze d'onda che vengono emesse con maggiore intensità da parte del Sole. È un'ipotesi interessante quella di immaginare degli alieni provenienti da un altro pianeta, con un Sole a temperatura diversa, che arrivino sulla Terra. I loro occhi dovrebbero avere il centro di sensibilità a una lunghezza d'onda diversa dalla nostra. Come sarebbe la loro visione della Terra rispetto alla nostra?

Polarizzazione della luce

Come abbiamo appreso nel Paragrafo 24.3, i vettori campo elettrico e magnetico associati a un'onda elettromagnetica sono perpendicolari fra loro e anche alla direzione di propagazione, come viene mostrato nella Figura 24.4. Il fenomeno della polarizzazione, descritto in questo paragrafo, è una proprietà che specifica le direzioni del campo elettrico e magnetico associati a un'onda elettromagnetica.

Un comune fascio di luce consiste di un grande numero di onde emesse dagli atomi della sorgente di luce. Ogni atomo genera un'onda con la sua propria orientazione del campo elettrico \vec{E} che corrisponde alla direzione della vibrazione atomica. La direzione di polarizzazione dell'onda elettromagnetica è definita come la direzione lungo la quale vibra il campo \vec{E} . Tuttavia, poiché tutte le direzioni di vibrazione in un gruppo di atomi che emette luce sono possibili, l'onda elettromagnetica risultante è una sovrapposizione di onde generate dalle singole sorgenti atomiche.

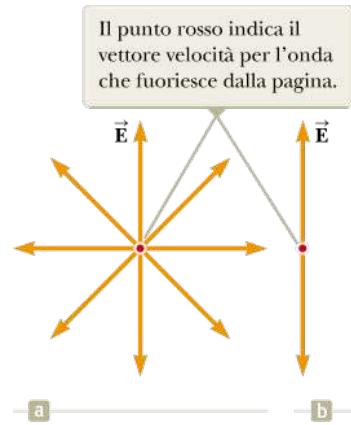


FIGURA 24.12 (a) Un raggio di luce non polarizzato visto lungo la direzione di propagazione (perpendicolare alla pagina). Il vettore variabile campo elettrico può essere in una qualunque direzione nel piano della pagina con uguale probabilità. (b) Un raggio di luce linearmente polarizzato con il vettore variabile campo elettrico nella direzione verticale.

Il risultato è un fascio luminoso **non polarizzato**, rappresentato schematicamente nella Figura 24.12a. La direzione di propagazione dell'onda, in questa figura, è perpendicolare alla pagina. La figura indica che *tutte* le direzioni del vettore campo elettrico, che giacciono nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione, sono ugualmente probabili. Un fascio di luce si dice **polarizzato linearmente** se l'orientazione di \vec{E} è la stessa *in ogni istante* in un particolare punto, come in Figura 24.12b (qualche volta una tale onda è detta **polarizzata in un piano**). L'onda descritta in Figura 24.4 è un esempio di onda polarizzata linearmente lungo l'asse y . Mentre il campo si propaga nella direzione x , \vec{E} si trova sempre lungo l'asse y . Il piano formato da \vec{E} e dalla direzione di propagazione si chiama **piano di polarizzazione** dell'onda. Nella Figura 24.4, il piano di polarizzazione è il piano xy . È possibile ottenere un'onda polarizzata linearmente da un'onda non polarizzata rimuovendo da quest'onda tutti i componenti del vettore campo elettrico eccetto quelli che giacciono in un solo piano.

La tecnica più comune per polarizzare la luce è di farle attraversare un materiale che trasmetta soltanto i componenti del vettore campo elettrico paralleli a una direzione caratteristica del materiale, chiamata **direzione di polarizzazione**. Nel 1938 E.H. Land scoprì un materiale, che chiamò **Polaroid**, che polarizzava la luce attraverso un assorbimento selettivo da parte di molecole orientate. Questo materiale è fabbricato in fogli sottili di idrocarburi a catene lunghe, i quali vengono sottoposti a tensione durante la fabbricazione in modo da allineare le molecole. Dopo che i fogli sono immersi in una soluzione contenente iodio, le molecole diventano elettricamente conduttrici. Tuttavia, la conduzione avviene principalmente lungo le catene di idrocarburi, poiché gli elettroni di valenza delle molecole possono muoversi con facilità soltanto lungo le catene (ricordiamo che gli elettroni di valenza sono elettroni "liberi" che possono muoversi facilmente attraverso il conduttore). Ne risulta che le molecole *assorbono* prontamente la luce il cui vettore campo elettrico sia parallelo alla loro lunghezza e *trasmettono* la luce il cui vettore campo elettrico sia perpendicolare alla loro lunghezza.

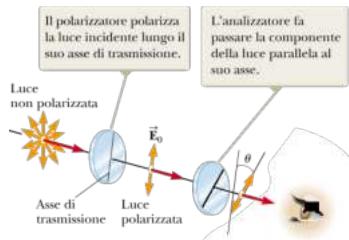


FIGURA 24.13 Due lamine polarizzatrici i cui assi di trasmissione formano un angolo θ fra di loro. Solo una frazione della luce polarizzata incidente sull'analizzatore viene trasmessa.

LEGGE DI MALUS

Ci si riferisce comunemente alla direzione perpendicolare alla lunghezza delle catene molecolari come **all'asse di trasmissione**. Un polarizzatore ideale trasmette i componenti del vettore campo elettrico che sono paralleli all'asse di trasmissione. I componenti che sono perpendicolari all'asse di trasmissione vengono assorbiti. Se la luce attraversa più polarizzatori, tutto ciò che viene trasmesso ha il piano di polarizzazione parallelo alla direzione di polarizzazione dell'ultimo polarizzatore attraversato.

Vediamo ora di ottenere un'espressione per l'intensità della luce che attraversa un materiale polarizzatore. Nella Figura 24.13, un fascio di luce non polarizzato incide su una prima lastra polarizzatrice, chiamata **polarizzatore**, dove l'asse di trasmissione è nella direzione indicata. La luce che attraversa questa lastra è polarizzata verticalmente e il vettore campo elettrico trasmesso è E_0 . Una seconda lastra polarizzatrice, chiamata **analizzatore**, intercetta questo fascio con il suo asse di trasmissione che forma un angolo θ con l'asse di trasmissione del polarizzatore. La componente di E_0 che è perpendicolare all'asse dell'analizzatore viene completamente assorbita, e la componente parallela a quell'asse è $E_0 \cos \theta$. Sappiamo dall'Equazione 24.26 che l'intensità trasmessa varia con il *quadrato* dell'ampiezza trasmessa, sicché concludiamo che l'intensità della luce (polarizzata) trasmessa varia come

$$I = I_{\max} \cos^2 \theta$$

24.36◀

dove I_{\max} è l'intensità dell'onda polarizzata incidente sull'analizzatore. Questa espressione, nota come **legge di Malus**, si applica a due qualsiasi materiali polarizzatori i cui assi di trasmissione formano fra loro un angolo θ . Da questa espressione, si nota che l'intensità trasmessa ha un massimo quando gli assi di trasmissione sono paralleli ($\theta = 0^\circ$ o 180°), ed è zero (assorbimento completo da parte dell'analizzatore) quando gli assi di trasmissione sono perpendicolari fra loro. Questa variazione dell'intensità trasmessa da una coppia di lastre polarizzatrici è illustrata in Figura 24.14. Poiché il valore medio di $\cos^2 0$ è $\frac{1}{2}$, l'intensità della luce inizialmente non polarizzata viene ridotta di un fattore un mezzo quando la luce passa attraverso un solo polarizzatore ideale.

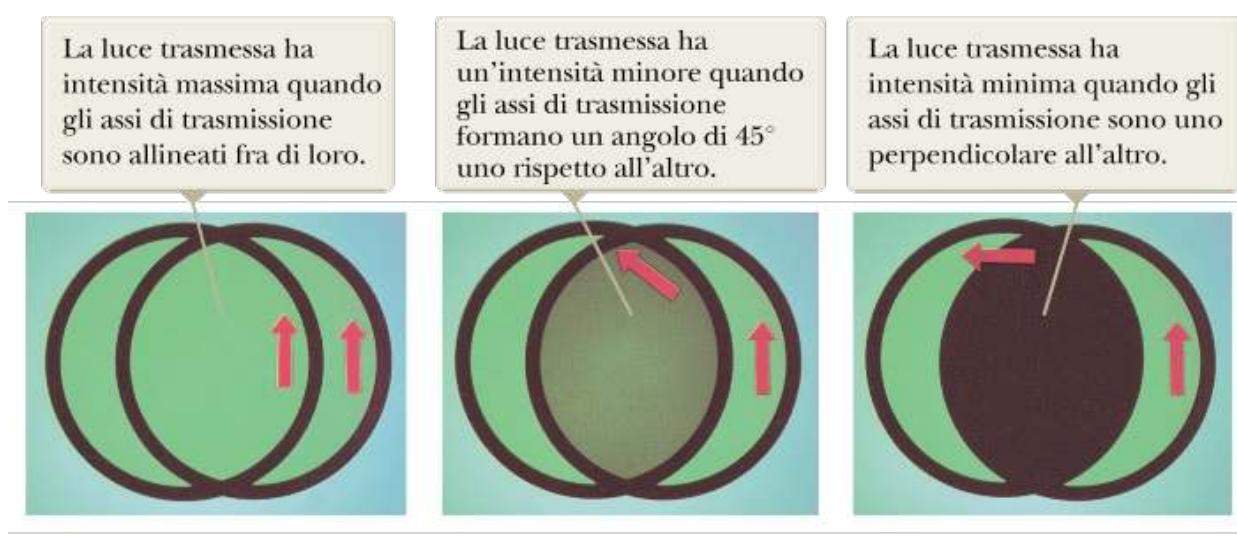


FIGURA 24.14 L'intensità della luce trasmessa da due polarizzatori dipende dall'orientazione relativa dei loro assi di trasmissione. Le frecce rosse indicano gli assi di trasmissione dei polarizzatori.

QUIZ RAPIDO 24.7

Un polarizzatore per microonde può essere costruito con una griglia di fili metallici paralleli distanziati di circa un centimetro. Il vettore campo elettrico delle microonde trasmesse da questo polarizzatore è (a) parallelo o (b) perpendicolare ai fili metallici?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Collegamento al contesto: le particolari proprietà della luce laser

In questo capitolo e nei prossimi tre, esploreremo la natura della luce laser e una varietà di applicazioni dei laser nella nostra società tecnologica. Le proprietà principali della luce laser che la rendono utile in queste applicazioni sono:

- La luce è coerente: i singoli raggi di luce in un fascio laser mantengono una relazione di fase costante l'uno con l'altro, dando luogo a un'interferenza non distruttiva.
- La luce è monocromatica: la luce laser ha un campo strettissimo di lunghezze d'onda.
- La luce ha un piccolo angolo di divergenza: il fascio si allarga pochissimo, anche su lunghe distanze.

Per capire l'origine di queste proprietà, mettiamo insieme la nostra conoscenza dei livelli energetici dell'atomo del Capitolo 11 con alcuni particolari requisiti per gli atomi che emettono luce laser.

Come abbiamo trovato nel Capitolo 11, le energie di un atomo sono quantizzate. Abbiamo usato, in quel capitolo, una rappresentazione semigrafica detta *diagramma dei livelli energetici* per aiutarci a capire le energie quantizzate in un atomo. La produzione di luce laser dipende fortemente dalle proprietà di questi livelli energetici negli atomi che costituiscono la sorgente della luce laser.

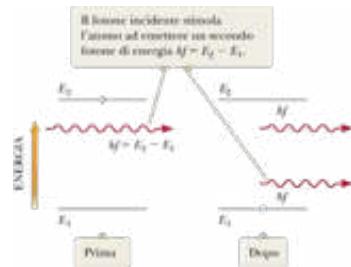


FIGURA 24.15 Emissione stimolata di un fotone da parte di un fotone incidente di energia hf . Inizialmente l'atomo si trova nello stato eccitato.

Il termine *laser* è un acronimo di **light amplification by stimulated emission of radiation** (amplificazione di luce per mezzo di emissione stimolata di radiazione). Il nome intero indica uno dei requisiti della luce laser: deve avvenire un processo di **emissione stimolata** per ottenere l'azione laser.

Supponiamo che un atomo sia in uno stato eccitato E_2 , come nella Figura 24.15, e un fotone di energia $hf = E_2 - E_1$ incida su di esso. Il fotone incidente può stimolare l'atomo eccitato a ritornare allo stato fondamentale emettendo un secondo fotone avente la stessa energia hf e propagantesi nella stessa direzione. Si noti che il fotone incidente non è assorbito, cosicché dopo l'emissione stimolata, esistono due fotoni identici: il fotone incidente e il fotone emesso. Il fotone emesso è in fase con quello incidente. Questi fotoni possono stimolare altri atomi ad emettere fotoni in una catena di processi analoghi. La gran quantità di fotoni prodotti in questo modo sono la sorgente della luce intensa e coerente in un laser.

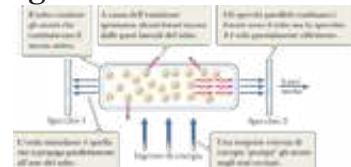


FIGURA 24.16 Diagramma schematico per la progettazione di un laser.

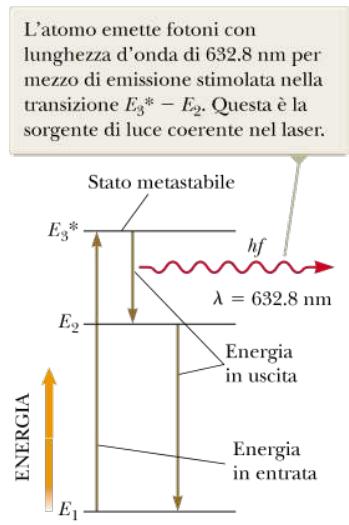


FIGURA 24.17 Diagramma dei livelli di energia di un atomo di neon in un laser ad elio-neon.

Allo scopo di far sì che l'emissione stimolata produca una luce laser, dobbiamo avere un'accumulazione di fotoni nel sistema. Si devono soddisfare le seguenti tre condizioni per ottenere questa accumulazione:

- Il sistema deve trovarsi in uno stato di **inversione di popolazione**: devono trovarsi più atomi in uno stato eccitato che non nello stato fondamentale. Gli atomi nello stato fondamentale possono assorbire fotoni, che portano gli atomi nello stato eccitato. L'inversione di popolazione ci assicura di avere più fotoni emessi da atomi eccitati che assorbiti da atomi nello stato fondamentale.
- Lo stato eccitato del sistema deve essere uno *stato metastabile*, ossia la sua vita media deve essere lunga paragonata con la tipica vita media degli stati eccitati, che è dell'ordine di 10^{-8} s. In questo caso, l'emissione stimolata è probabile che avvenga prima dell'emissione spontanea. L'energia di uno stato metastabile è indicata con un asterisco E^* .
- I fotoni emessi devono stare confinati nel sistema abbastanza a lungo da permettere una ulteriore emissione stimolata da parte di altri atomi eccitati. Ciò si ottiene usando specchi riflettenti alle estremità del sistema. Uno specchio è reso totalmente riflettente, e l'altro è leggermente trasparente per consentire al fascio laser di uscire (Fig. 24.16).

Un dispositivo che mostra emissione stimolata di radiazione è il laser a gas elio-neon. La Figura 24.17 è un diagramma dei livelli energetici dell'atomo di neon in questo sistema. La miscela di elio e neon è racchiusa in un tubo di vetro chiuso agli estremi dagli specchi. Una tensione applicata ai capi del tubo fa sì che gli elettroni attraversino il tubo, urtando con gli atomi dei gas e portandoli negli stati eccitati. Gli atomi di neon vengono eccitati nello stato E_3^* con questo processo e anche come risultato degli urti con gli atomi eccitati dell'elio. L'emissione stimolata avviene quando gli atomi di neon fanno una transizione allo stato E_2 . Anche gli atomi vicini eccitati vengono stimolati. Ciò produce la luce coerente a una lunghezza d'onda di 632.8 nm.

Applicazioni

Dallo sviluppo del primo laser nel 1960, la tecnologia laser ha avuto una crescita straordinaria. Sono adesso disponibili laser le cui lunghezze d'onda coprono le regioni dell'infrarosso, del visibile e dell'ultravioletto. Fra le applicazioni ricordiamo la "saldatura" chirurgica della retina distaccata, rilevazione di precisione e misura di lunghezza, taglio di precisione dei metalli e di altri materiali e comunicazione telefonica con fibre ottiche. Queste e altre applicazioni sono possibili a causa delle caratteristiche uniche della luce laser. Oltre ad essere altamente monocromatica, la luce laser è anche altamente direzionale e può essere messa a fuoco in maniera così netta da produrre regioni di energia luminosa estremamente intensa (con densità di energia 10^{12} volte la densità nella fiamma di un tipico cannello da taglio).

I laser sono usati per la misura di precisione di grandi distanze (telemetro). In anni recenti, è diventato importante, in astronomia e geofisica, misurare il più precisamente possibile le distanze da vari punti sulla superficie terrestre ad un punto sulla superficie della Luna. Per facilitare queste misure, gli astronauti dell'Apollo montarono un quadrato di 0.5 m di prismi riflettenti sulla Luna che permette agli impulsi laser diretti da una stazione terrestre di essere riflessi indietro alla stessa stazione. Dalla conoscenza della velocità della luce e dalla misura del tempo per il viaggio di andata e ritorno dell'impulso laser, si può determinare la distanza Terra-Luna con una precisione migliore di 10 cm.

Poiché varie lunghezze d'onda possono essere assorbite in tessuti biologici specifici, i laser hanno delle applicazioni mediche. Per esempio, certe procedure che impiegano i laser hanno ridotto in modo sostanziale la cecità in pazienti con glaucoma e diabete. Il glaucoma è una patologia dell'occhio piuttosto diffusa, caratterizzata da un'alta pressione del fluido nell'occhio, una patologia che può condurre alla distruzione del nervo ottico. Una semplice operazione con il laser (iridotomia) può aprire un piccolo foro in una membrana ostruita in modo da ridurre l'alta pressione nell'occhio. Un serio effetto collaterale del diabete è la neovascolarizzazione, vale a dire la proliferazione di vasi sanguigni fragili con conseguente perdita di sangue. Quando la neovascolarizzazione avviene nella retina, la visione peggiora (retinopatia diabetica) e alla fine viene distrutta. Oggi è possibile indirizzare luce verde da un laser ad argon attraverso la lente e il liquido oculare, mettere a fuoco i bordi della retina e fotoagolare i vasi che perdono sangue. Anche le persone che soffrono di difetti della visione minori, come la miopia, possono trarre beneficio dall'uso del laser nel rimodellare la cornea, cambiare la sua distanza focale e quindi ridurre la necessità degli occhiali.

CHIRURGIA LASER

La chirurgia laser è adesso un evento quotidiano negli ospedali e nelle cliniche mediche nel mondo. Radiazione infrarossa a $10 \mu\text{m}$ da un laser ad anidride carbonica può tagliare il tessuto muscolare, essenzialmente facendo evaporare l'acqua contenuta nel materiale cellulare. Per questa tecnica è richiesta una potenza di circa 100 W. Il vantaggio del "bisturi laser" rispetto ai metodi tradizionali è che la radiazione laser taglia il tessuto e coagula il sangue allo stesso tempo, determinando una sostanziale riduzione nella perdita di sangue. Questa tecnica, inoltre, elimina praticamente la migrazione cellulare, un fatto importante quando si devono rimuovere i tumori.

SEPARATORE DI CELLULE A LASER

Nella ricerca biologica e medica, è spesso importante isolare e raccogliere cellule particolari per lo studio e la crescita. Un separatore di cellule a laser sfrutta la possibilità di contraddistinguere cellule specifiche con coloranti fluorescenti. Tutte le cellule vengono poi lasciate cadere da un piccolo ugello carico ed esaminate con il laser. La luce emessa dal colorante è capace di azionare una piccola differenza di potenziale applicata a due lastre parallele. Tale differenza di potenziale deflette la traiettoria delle cellule elettricamente cariche in modo da raccoglierle in un becher.

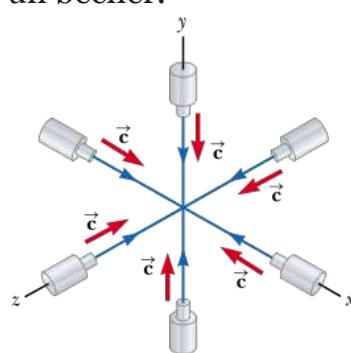


FIGURA 24.18 Una trappola ottica per gli atomi è formata nel punto di intersezione di sei fasci laser viaggianti a coppie in verso contrario lungo assi mutuamente perpendicolari.

Un'eccitante area di ricerca e di applicazioni tecnologiche nacque negli anni 1990 con lo sviluppo dell'*intrappolamento laser* degli atomi. Uno schema, chiamato *melassa ottica* e sviluppato da Steven Chu dell'Università di Stanford e dai suoi colleghi, prevede di mettere a fuoco sei raggi laser in una piccola regione in cui gli atomi devono essere intrappolati. Ogni coppia di laser è diretta lungo uno degli assi x , y e z ed emette la luce in direzioni opposte (Fig. 24.18). La frequenza della luce laser è accordata in maniera da essere un po' più bassa della frequenza di assorbimento degli atomi. Immagina che un atomo sia stato posto nella regione di intrappolamento e che si muova lungo l'asse x positivo verso il laser che sta emettendo luce verso di esso (il laser a destra sull'asse x nella Fig. 24.18). Poiché l'atomo si muove, la luce dal laser appare, nel sistema di riferimento dell'atomo, spostata a frequenze più alte per effetto Doppler. Si ha dunque un accordo fra la frequenza laser spostata per effetto Doppler e la frequenza di assorbimento dell'atomo e, di conseguenza, l'atomo assorbe i fotoni⁵. La quantità di moto trasportata da questi fotoni spinge l'atomo indietro verso il centro della trappola. A causa della presenza di sei laser, gli atomi vengono

respinti indietro nella trappola indipendentemente dalla direzione e dal verso in cui essi si muovono.

PINZETTE OTTICHE

Nel 1986, Chu sviluppò le *pinzette ottiche*, un dispositivo che usa un singolo raggio laser altamente focalizzato per intrappolare e manipolare piccole particelle. In combinazione con microscopi, le pinzette ottiche hanno offerto molte nuove possibilità ai biologi. Le pinzette ottiche sono state usate per manipolare batteri vivi senza danneggiarli, per muovere cromosomi all'interno del nucleo di una cellula e misurare le proprietà elastiche di una singola molecola di DNA. Chu condivise il premio Nobel⁵ in Fisica del 1997 con due dei suoi colleghi per lo sviluppo delle tecniche di intrappolamento ottico.

⁵ La luce laser che viaggia nella stessa direzione dell'atomo è spostata per effetto Doppler verso frequenze più basse cosicché non c'è assorbimento. Dunque l'atomo non è spinto fuori dalla trappola dal laser diametralmente opposto.



FIGURA 24.19 Un ricercatore del "National Institute of Standards and Technology" esamina un campione di atomi di sodio intrappolati, raffreddati ad una temperatura misurata in microkelvin.

Un'estensione dell'intrappolamento ottico, il *raffreddamento laser*, è possibile perché le normali alte velocità degli atomi vengono ridotte quando essi sono confinati nella regione della trappola. Ne consegue che la temperatura degli atomi intrappolati può essere ridotta ad alcuni microkelvin. La tecnica del raffreddamento laser permette agli scienziati di studiare il comportamento degli atomi a temperature estremamente basse (Fig. 24.19).

Negli anni 1920 del secolo scorso, Satyendra Nath Bose (1894-1974) stava studiando i fotoni e gli insiemi di fotoni identici. Essi hanno la possibilità di occupare lo stesso stato quantistico. Einstein approfondì il lavoro di Bose e predisse che gli atomi di un insieme possono trovarsi tutti nello stesso stato quantico se la temperatura è abbastanza bassa. L'insieme di atomi così preparato viene chiamato *condensato di Bose-Einstein*. Nel 1995, usando il raffreddamento laser integrato con il raffreddamento evaporativo, Eric Cornell e Carl Wieman crearono il primo condensato di Bose-Einstein in laboratorio. Per il loro lavoro, essi vinsero il premio Nobel per la Fisica nel 2001. Molti laboratori stanno adesso producendo condensati di Bose-Einstein e studiando le loro proprietà e le possibili applicazioni. Un risultato interessante è stato pubblicato nel 2001 dal gruppo di ricerca dell'Università di Harvard guidato da Lene Vestergaard. Ella e i suoi colleghi dichiararono di essere riusciti a fermare un impulso di luce per mezzo di un condensato di Bose-Einstein⁶.

Più recentemente, gli scienziati hanno scoperto un nuovo tipo di condensato di Bose-Einstein basato su una quasiparticella chiamata *polaritone*⁷. Il polaritone, che è una sovrapposizione di un fotone e di una eccitazione elettronica in un solido, esiste in una cavità ottica per tempi dell'ordine di alcuni picosecondi. Questi condensati sono unici perché sono estremamente leggeri in confronto ai condensati atomici e perciò esibiscono effetti quantistici a temperature più alte.

⁶ C. Liu, Z. Dutton, C.H. Behroozi, and L. V. Hau, "Observation of Coherent Optical Information Storage in an Atomic Medium Using Halted Light Pulses," *Nature*, 409, 490-493, January 25, 2001.

⁷ D. Snoke and P. Littlewood, "Polariton Condensates," *Physics Today*, 42-47, August 2010.

In questo capitolo abbiamo esplorato le proprietà generali della luce laser. Nel Collegamento al contesto del Capitolo 25 esploreremo la tecnologia delle fibre ottiche, nelle quali i laser sono usati in molte applicazioni.

SOMMARIO I

La **corrente di spostamento** I_s è definita come

$$I_s \equiv \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad 24.1 \blacktriangleleft$$

e rappresenta una corrente efficace attraverso una regione di spazio in cui un campo elettrico varia nel tempo.

Quando sono usate insieme alla legge della forza di Lorentz $(\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B})$ le **equazioni di Maxwell** descrivono *tutti* i fenomeni elettromagnetici:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad 24.4 \blacktriangleleft$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0 \quad 24.5 \blacktriangleleft$$

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad 24.6 \blacktriangleleft$$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad 24.7 \blacktriangleleft$$

Le **onde elettromagnetiche**, che sono previste dalle equazioni di Maxwell, hanno le seguenti proprietà: • Il campo elettrico e il campo magnetico soddisfano le seguenti equazioni delle onde, che si possono ricavare dalla terza e quarta equazione di Maxwell:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad 24.16 \blacktriangleleft$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad 24.17 \blacktriangleleft$$

- Le onde elettromagnetiche viaggiano nel vuoto con la velocità della luce $c = 3.00 \times 10^8$ m/s, dove

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad 24.18 \blacktriangleleft$$

- I campi elettrico e magnetico di un'onda elettromagnetica sono perpendicolari tra loro e perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda; quindi, le onde elettromagnetiche sono onde trasversali. I campi elettrico e magnetico di un'onda elettromagnetica 6

piana sinusoidale che si propaga lungo il verso positivo dell'asse x possono essere scritti

$$E = E_{\max} \cos(kx - \omega t) \quad \text{24.19} \blacktriangleleft$$

$$B = B_{\max} \cos(kx - \omega t) \quad \text{24.20} \blacktriangleleft$$

dove ω è la frequenza angolare dell'onda e k il numero d'onda. Queste equazioni rappresentano soluzioni particolari delle equazioni delle onde per \vec{E} e \vec{B} .

- I valori istantanei per i moduli di \vec{E} e

$$\vec{B}$$

in un'onda elettromagnetica sono collegati dalla relazione

$$\frac{E}{B} = c \quad \text{24.22} \blacktriangleleft$$

- Le onde elettromagnetiche trasportano energia. L'energia che passa nell'unità di tempo attraverso l'unità di area è descritta dal **vettore di Poynting** \vec{S} , dove

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad \text{24.24} \blacktriangleleft$$

Il valore medio del vettore di Poynting di un'onda elettromagnetica piana ha un modulo dato da

$$I = S_{\text{med}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{c B_{\max}^2}{2\mu_0} \quad \text{24.26} \blacktriangleleft$$

La potenza media per unità di area (intensità) di un'onda elettromagnetica piana sinusoidale è uguale al valor medio del vettore di Poynting calcolato su uno o più cicli.

- Le onde elettromagnetiche trasportano quantità di moto e quindi esercitano una pressione sulle superfici. Se un'onda elettromagnetica, la cui intensità è I , viene completamente assorbita dalla superficie su cui incide normalmente, la pressione di radiazione esercitata sulla superficie è

$$P = \frac{S}{c} \quad (\text{assorbimento completo})$$

24.32◀

Se la superficie è perfettamente riflettente e l'onda incide normalmente, la pressione è doppia.

Lo **spettro elettromagnetico** include onde che coprono una larga banda di frequenze e lunghezze d'onda. Quando una luce polarizzata di intensità I_{\max} incide su una lamina polarizzatrice, la luce trasmessa attraverso la lamina ha una intensità uguale a $I_{\max} \cos^2 \theta$, dove θ è l'angolo fra l'asse di trasmissione del polarizzatore e il vettore campo elettrico della luce incidente.

QUESITI

1. Una piccola sorgente irraggia nel vuoto un'onda elettromagnetica con una singola frequenza, in maniera uniforme in tutte le direzioni. (i) Quando l'onda si muove, cosa accade alla sua frequenza (a) cresce, (b) decresce o (c) rimane costante? Usando le stesse possibili risposte, rispondere alla stessa domanda riguardo a (ii) la sua lunghezza d'onda, (iii) la sua velocità, (iv) la sua intensità e (v) l'ampiezza del suo campo elettrico.

2. Una studentessa che lavora con un apparato trasmittente come quello di Heinrich Hertz, vuole aggiustare gli elettrodi in modo da produrre onde elettromagnetiche con una frequenza pari alla metà di quelle prodotte in precedenza. (i) Quanto dovrebbe essere la capacità efficace della coppia di elettrodi? (a) quattro volte più grande di quella precedente (b) due volte più grande di quella precedente (c) la metà di quella precedente (d) un quarto della precedente (e) nessuna di queste risposte (ii) Dopo che ella ha fatto la necessaria modifica quanto sarà la lunghezza d'onda dell'onda trasmessa? Scegliere fra le stesse risposte della parte (i).

3. Immagina di caricare un pettine passandolo attraverso i tuoi capelli e di tenere il pettine vicino a una sbarretta magnetica. I campi elettrici e magnetici costituiscono un'onda elettromagnetica? (a) Sì, necessariamente. (b) Sì, perché particelle cariche si muovono all'interno della sbarretta magnetica. (c) È possibile solo se il campo elettrico del pettine e il campo magnetico del magnete sono perpendicolari. (d) È possibile solo se il pettine e il magnete sono in movimento. (e) È possibile solo se il pettine o il magnete o entrambi stanno accelerando.

4. Un'onda elettromagnetica piana con una singola frequenza si muove nel vuoto nel verso positivo dell'asse delle x . La sua ampiezza è uniforme sul piano yz . (i) Mentre l'onda si muove, la sua frequenza (a) aumenta, (b) decresce, o (c) rimane costante? Usando le stesse possibili risposte, rispondere alla stessa domanda su (ii) la sua lunghezza d'onda, (iii) la sua velocità, (iv) la sua intensità e (v) l'ampiezza del suo campo magnetico.

5. Un tipico forno a microonde opera ad una frequenza di 2.45 GHz. Qual è la lunghezza d'onda associata con le onde elettromagnetiche nel forno? (a) 8.20 m (b) 12.2 cm (c) 1.20×10^8 m (d) 8.20×10^{-9} m (e) nessuna delle risposte precedenti

6. Un'onda elettromagnetica con un valore di picco del campo magnetico di 1.50×10^{-7} T, che valore di picco ha per il campo elettrico? (a) 0.500×10^{-15} N/C (b) 2.00×10^{-5} N/C (c) 2.20×10^4 N/C (d) 45.0 N/C (e) 22.0 N/C.

7. Quali delle seguenti affermazioni sono vere riguardo alle onde elettromagnetiche che viaggiano nel vuoto? (a) Tutte le onde hanno la stessa lunghezza d'onda. (b) Tutte le onde hanno la stessa frequenza. (c) Tutte le onde viaggiano a 3.00×10^8 m/s. (d) I campi elettrici e magnetici associati alle onde sono perpendicolari fra loro e alla direzione di propagazione dell'onda. (e) La velocità delle onde dipende dalla loro frequenza.

8. Se si invia luce polarizzata in un piano attraverso due polarizzatori, il primo dei quali a 45° rispetto al piano di polarizzazione originario ed il secondo a 90° rispetto allo stesso piano, che frazione dell'intensità originaria passa attraverso l'ultimo polarizzatore? (a) o (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$ (e) $\frac{1}{10}$

9. Un granello sferico di polvere interplanetaria di raggio 0.2 mm , si trova ad una distanza r_1 dal Sole. La forza gravitazionale esercitata dal Sole sul granello equilibra esattamente la forza dovuta alla pressione di radiazione della luce solare. (i) Supponiamo che il granello venga spostato ad una distanza $2r_1$ dal Sole e lasciato libero. Qual è la forza totale esercitata sul granello in questa posizione? (a) diretta verso il Sole (b) nel verso opposto (c) zero (d) impossibile da determinare senza sapere la massa del granello. (ii) Supponiamo adesso che il granello venga spostato nella sua posizione originaria a r_1 , che sia compresso in modo tale da cristallizzare in una sfera di densità significativamente maggiore e poi lasciato libero. In questa situazione qual è la forza totale esercitata sul granello? Scegliere le stesse possibilità elencate nella parte (i).

10. Supponiamo che l'ampiezza del campo elettrico in un'onda elettromagnetica piana sia E_1 e l'ampiezza del campo magnetico sia B_1 . La sorgente dell'onda viene poi regolata in modo che l'ampiezza del campo elettrico diventi $2E_1$. (i) Cosa succede all'ampiezza del campo magnetico in questo processo? (a) Diventa quattro volte più grande. (b) Diventa due volte più grande. (c) Può rimanere uguale. (d) Si riduce della metà. (e) Diventa un quarto. (ii) Cosa accade all'intensità dell'onda? Scegli le stesse possibilità elencate nella parte (i).

11. (i) Elenca i seguenti tipi di onde secondo i loro intervalli di lunghezze d'onda da quelli con le lunghezze d'onda più grandi a quelli con quelle più piccole, evidenziando

DOMANDE CONCETTUALI

1. Nonostante l'avvento della televisione digitale, alcuni telespettatori usano ancora antenne a "orecchie di coniglio" sui loro apparecchi (Fig. DC24.1) invece di acquistare un servizio di televisione via cavo o un'antenna satellitare. Certe orientazioni dell'antenna ricevente su un apparecchio televisivo danno una ricezione migliore di altre. Inoltre, la migliore orientazione dipende dalla stazione. Dare una spiegazione.



iStockPhoto.com/Kdow

FIGURA DC24.1 Domanda Concettuale 1 e Problema 62.

2. Per una data energia incidente di un'onda elettromagnetica, perché la pressione di radiazione su una superficie perfettamente riflettente è due volte maggiore di quella su una superficie perfettamente assorbente?

3. Perché la fotografia infrarossa di una persona dovrebbe apparire diversa dalla fotografia presa con luce visibile?

4. Un piatto di plastica o di vetro tolto da un forno a microonde può essere freddo al tatto, anche se il cibo i casi di possibili sovrapposizioni: (a) raggi gamma (b) microonde (c) onde radio (d) luce visibile (e) raggi X. (ii) Elenca i tipi di onde secondo le loro frequenze dalle più alte alle più basse. (iii) Elenca i tipi di onde secondo le loro velocità, dalle più veloci alle più lente. Scegliere le stesse possibilità elencate nella parte (i).

12. Si consideri un'onda elettromagnetica che viaggia nel verso positivo dell'asse y . Il campo magnetico associato con l'onda in una certa posizione e a un certo istante è diretto nel verso negativo dell'asse x , come è mostrato nell'Figura Q24.12. Qual è la direzione del campo elettrico nella stessa posizione e allo stesso istante? (a) il verso positivo dell'asse x (b) il verso positivo dell'asse y (c) il verso positivo dell'asse z (d) il verso negativo dell'asse z (e) il verso negativo dell'asse y . Su un piatto vicino è caldo. Come è possibile tale fenomeno?

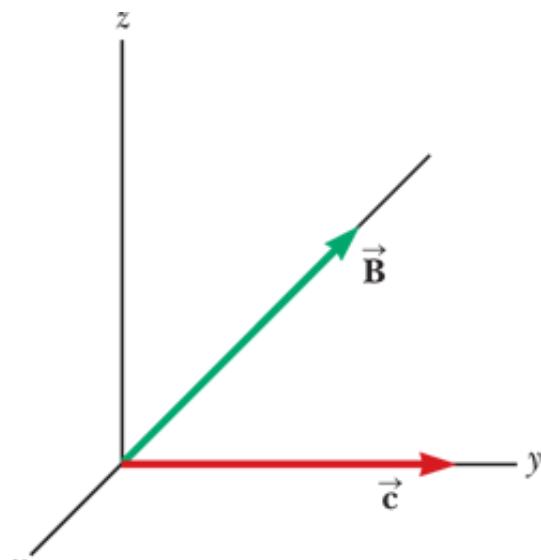


FIGURA Q24.12

5. Si sente spesso alla radio l'espressione "notizie in tempo reale". Se questo significa che puoi ascoltare le notizie nello stesso istante in cui l'annunciatore parla, trovi che questa affermazione sia corretta? Quanto tempo impiegherebbe, approssimativamente, un messaggio per attraversare l'America dalla costa orientale alla costa occidentale, assumendo che le onde possano essere rivelate su di una distanza così grande?

6. Elenca almeno tre differenze fra le onde sonore e le onde luminose.

7. Descrivere il significato fisico del vettore di Poynting.

8. Quando la luce (o altra radiazione elettromagnetica) viaggia attraverso una data regione, (a) cosa oscilla? (b) cosa viene trasportato?

9. Se una corrente ad alta frequenza scorre in un solenoide con un'anima di metallo, il metallo si riscalda a causa dell'induzione. Spiegare perché in questa situazione la temperatura del metallo aumenta.

10. Cosa fa un'onda radio alle cariche nell'antenna ricevente per fornire un segnale per la tua autoradio?

11. Quale nuovo concetto ha introdotto la forma generalizzata di Maxwell del teorema di Ampère?

12. Supponiamo che una creatura di un altro pianeta abbia occhi sensibili alla radiazione infrarossa. Descrivere cosa vedrebbe l'alieno se guardasse la tua libreria. In particolare, cosa apparirebbe luminoso e cosa tenue?

PROBLEMI

1. facile; 2. intermedio; 3. impegnativo

BIO indica problemi biomedici

indica problemi accoppiati in cui si sviluppano ragionamenti simbolici e valori numerici

Paragrafo 24.1 Corrente di spostamento e teorema di Ampère generalizzato

1. Si consideri la situazione mostrata in Figura P24.1. Un campo elettrico di 300 V/m è confinato in un'area circolare con diametro $d = 10.0$ cm di diametro e diretto nel verso uscente dal foglio. Se il campo elettrico aumenta con una rapidità di $20.0 \text{ V/ m} \cdot \text{s}$, quali sono (a) la direzione e (b) il modulo del campo magnetico in un punto P, ad una distanza $r = 15.0$ cm dal centro del cerchio?

VISUALIZZA SOLUZIONE

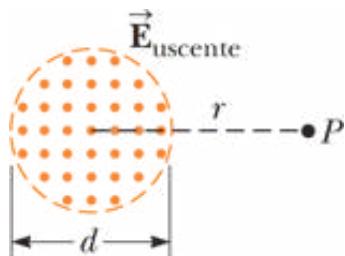


FIGURA P24.1

2. Una corrente di 0.200 A sta caricando un condensatore che ha armature circolari di 10.0 cm di raggio. Se la separazione fra le armature è di 4.00 mm, (a)

quanto vale la derivata rispetto al tempo del modulo del campo elettrico fra le aramature? (b) Qual è il campo magnetico fra le armature a 5.00 cm dal centro?

- 3.** Una corrente di 0.100 A sta caricando un condensatore che ha armature quadrate di 5.00 cm di lato. La separazione fra le armature è di 4.00 mm. Trovare (a) la derivata rispetto al tempo del flusso del campo elettrico fra le armature e (b) la corrente di spostamento fra le armature.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Paragrafo 24.2 Le equazioni di Maxwell e le scoperte di Hertz

- 4.** Un induttore di $1.05 \mu\text{H}$ è collegato in serie con un condensatore variabile per la sintonizzazione di un apparecchio radio a onde corte. Che capacità è necessaria per sintonizzare il circuito su un segnale emesso da un trasmettitore a 6.30 MHz?

- 5.** Un protone si muove attraverso una regione in cui è presente un campo elettrico uniforme dato da $\vec{E} = 50.0\hat{j}$ V/m e un campo magnetico uniforme $\vec{B} = (0.200\hat{i} + 0.300\hat{j} + 0.400\hat{k})$ T. Determinare l'accelerazione del protone quando ha una velocità $\vec{v} = 200\hat{i}$ m/s.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 6.** Un elettrone si muove in un campo elettrico uniforme $\vec{E} = (2.50\hat{i} + 5.00\hat{j})$ V/m e in un campo magnetico uniforme $\vec{B} = 0.400\hat{k}$ T. Determinare l'accelerazione dell'elettrone quando ha una velocità $\vec{v} = 10.0\hat{i}$ m/s

- 7.** Il commutatore nella Figura P24.7 si trova nella posizione a da un tempo lungo. All'istante $t = 0$, il commutatore viene spostato nella posizione b. Negli istanti successivi, quanto vale (a) la frequenza di oscillazione del circuito LC , (b) la carica massima nel condensatore, (c) la corrente massima nell'induttore e (d) l'energia totale posseduta dal circuito a $t = 3.00$ s?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

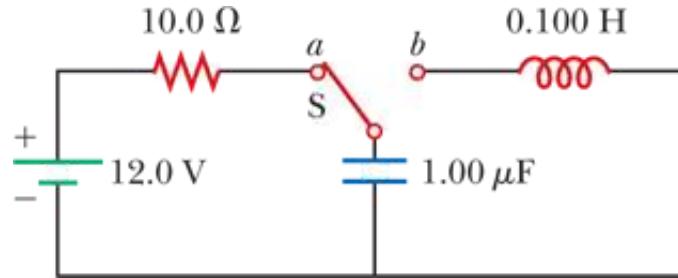


FIGURA P24.7

- 8.** Un'asta molto lunga e sottile ha una densità lineare di carica di 35.0 nC/m . Essa giace lungo l'asse x e si muove nella direzione x alla velocità di $1.50 \times 10^7 \text{ m/s}$. (a) Trovare il campo elettrico generato dalla la sbarra nel punto ($x = 0, y = 20.0 \text{ cm}, z = 0$). (c) Trovare la forza esercitata su un elettrone che si trova in questo punto e che si muove con la velocità di $(2.40 \times 10^8) \hat{\mathbf{i}} \text{ m/s}$.

Paragrafo 24.3 Le onde elettromagnetiche

Nota: assumere che il mezzo sia il vuoto a meno che non sia specificato altrimenti.

- 9. Problema di ricapitolazione.** La figura d'interferenza di un'onda stazionaria è formata da onde radio fra due lamine metalliche che distano 2.00 m fra di loro. Questa è la minima distanza fra le lamine per cui si forma la figura d'interferenza di un'onda stazionaria. Qual è la frequenza delle onde radio?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 10.** Verificare per sostituzione che le seguenti equazioni sono soluzioni delle Equazioni 24.16 e 24.17, rispettivamente:

$$E = E_{\max} \cos (kx - \omega t)$$

$$B = B_{\max} \cos (kx - \omega t)$$

- 11.** Le velocità di un'onda elettromagnetica che si muove in una sostanza trasparente non magnetica è data da $v = 1/\sqrt{\kappa\mu_0\epsilon_0}$, dove k è la costante dielettrica della sostanza. Determinare la velocità della luce nell'acqua, che ha una costante dielettrica di 1.78 nell'intervallo delle frequenze ottiche.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 12.** Perché la seguente situazione è impossibile? Un'onda elettromagnetica viaggia attraverso lo spazio vuoto con campi elettrici e magnetici descritti da

$$E = 9.00 \times 10^3 \cos [(9.00 \times 10^6)x - (3.00 \times 10^{15})t]$$

$$B = 3.00 \times 10^{-5} \cos [(9.00 \times 10^6)x - (3.00 \times 10^{15})t]$$

dove tutti i valori numerici e le variabili sono in unità del SI.

- 13.** La Figura P24.13 mostra un'onda elettromagnetica piana sinusoidale che si propaga nella direzione x . Supponiamo che la lunghezza d'onda sia 50.0 m e che il campo elettrico vibri nel piano xy con un'ampiezza di 22.0 V/m. Calcolare (a) la frequenza dell'onda e (b) il campo magnetico \vec{B} quando il campo elettrico ha il suo massimo valore nel verso negativo dell'asse delle y . (c) Scrivere un'espressione per \vec{B} con il corretto vettore unitario, con valori numerici per B_{\max} , k e ω e con il suo modulo nella forma

$$B = B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

VISUALIZZA SOLUZIONE

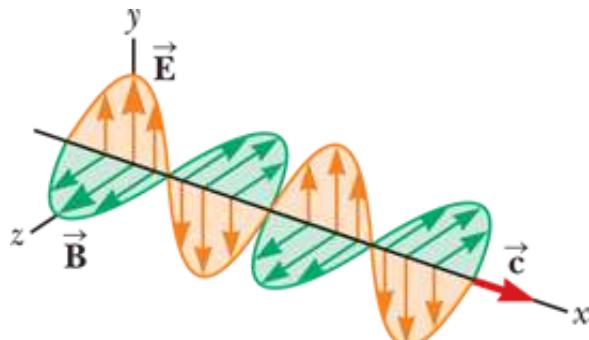


FIGURA P24.13 Problemi 13 e 64.

- 14.** (a) La distanza della stella polare è di circa 6.44×10^{18} m. Se la stella polare si spegnesse oggi, in quale anno la vedremmo scomparire? (b) Quanto impiega la luce del Sole per raggiungere la Terra? (c) Quanto impiega un segnale radar a microonde per andare e tornare dalla Terra alla Luna? (d) Quanto impiega un'onda radio per fare un giro della Terra lungo una grande circonferenza in prossimità della superficie del pianeta? (e) Quanto impiega la luce di un lampo a raggiungerti se il fulmine è caduto a 10.0 km di distanza?

- 15.** Un fisico al volante passa ad un incrocio con il semaforo rosso. Fermato dalla stradale, si difende sostenendo che, a causa dello spostamento Doppler, la luce rossa (650 nm) gli appariva verde (520 nm). Il poliziotto lo multa per eccesso di velocità. Secondo la sua stessa testimonianza, a che velocità viaggiava il fisico?

VISUALIZZA SOLUZIONE

- 16.** Il campo elettrico in un'onda elettromagnetica nel sistema SI è descritto dall'equazione

$$E_y = 100 \operatorname{sen} (1.00 \times 10^7 x - \omega t)$$

Trovare (a) l'ampiezza delle oscillazioni del campo magnetico corrispondente, (b) la lunghezza d'onda λ e (c) la frequenza f

17. Problema di ricapitolazione. Un forno a microonde è alimentato da un tubo elettronico, chiamato magnetron, che genera onde elettromagnetiche di frequenza 2.45 GHz. Le microonde entrano nel forno e sono riflesse dalle pareti. La configurazione di onda stazionaria fa sì che il forno possa cuocere irregolarmente il cibo, con punti caldi nei ventri e punti freddi nei nodi; perciò si usa spesso un piatto rotante per distribuire l'energia sul cibo. Se un forno a microonde pensato per un uso con un disco rotante è invece usato con un supporto di cottura in posizione fissa, i ventri possono apparire come punti di bruciatura sui cibi, come carota o formaggio. La distanza fra le bruciature viene misurata in 6 cm \pm 5%. Da questi dati, calcolare la velocità delle microonde.

VISUALIZZA SOLUZIONE

18. I radar della polizia determinano le velocità delle automobili (Fig. P24.18) nel modo seguente. Il radar emette microonde ad una frequenza ben definita verso l'auto. L'auto in moto riflette le microonde con uno spostamento Doppler. Le onde riflesse sono ricevute e combinate con un'onda trasmessa adeguatamente attenuata. Infine, viene misurata la frequenza dei battimenti prodotti dall'interferenza delle due onde. (a) Si dimostri che la frequenza dell'onda riflessa da uno specchio che si avvicina a velocità v è uguale a

$$f' = \frac{c + v}{c - v} f$$

dove f è la frequenza della sorgente. (b) Poiché v è molto minore di c , si dimostri che la frequenza dei battimenti può essere scritta come $f_{\text{battimenti}} = 2v/\lambda$. (c) Quale frequenza di battimento è misurata per una velocità dell'auto di 30.0 m/s se la frequenza delle microonde è 10.0 GHz? (d) Se l'accuratezza della misura di frequenza nella parte (c) è di \pm 5.0 Hz, qual è l'accuratezza della misura di velocità?



iStockPhoto.com/Kdow

FIGURA P24.18

19. Una stazione meteorologica radio Doppler trasmette un impulso di radioonde a 2.85 GHz. La stazione riceve due impulsi riflessi dopo 180 μ s: uno con una frequenza aumentata di 254 Hz da una fitta pioggerella situata a 38.6° nord-est, ed un secondo con frequenza diminuita della stessa quantità da una simile pioggerella situata a 39.6° nord-est. Questi impulsi hanno la frequenza massima e minima ricevuta dalla stazione. (a) Calcolare la velocità radiale delle due pioggerelle. (b) Assumendo che le gocce di pioggia stiano girando in un vortice in rotazione uniforme, si determini la velocità angolare della loro rotazione.

VISUALIZZA SOLUZIONE

20. Una sorgente luminosa si allontana da un osservatore con una velocità v_s , la quale è piccola se confrontata con c . (a) Dimostrare che lo spostamento percentuale della lunghezza d'onda misurata è dato approssimativamente dall'espressione

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_s}{c}$$

Questo fenomeno è noto come *spostamento verso il rosso*, poiché la luce visibile è spostata verso il rosso. (b) Misure spettroscopiche della luce a $\lambda=397$ nm proveniente da una galassia nella costellazione dell'Orsa Maggiore mostrano un red shift di 20.0 nm. Qual è la velocità di allontanamento della galassia?

21. Problema di ricapitolazione. Una civiltà aliena vive su un pianeta orbitante intorno ad una nana bruna, lontana molti anni-luce. Il piano dell'orbita del pianeta è perpendicolare ad una retta che collega la nana bruna al Sole cosicché il pianeta è praticamente ad una distanza costante dal Sole. Gli extraterrestri sono stati affascinati dalla trasmissione originale di *I love Lucy*, sul secondo canale televisivo, alla frequenza di 57.0 MHz. La loro linea di vista verso di noi è nel piano dell'orbita terrestre. Si determini la differenza fra la frequenza

maggiori e minori che essi ricevono a causa del moto orbitale della Terra attorno al Sole.

VISUALIZZA SOLUZIONE

22. Un'onda elettromagnetica nel vuoto ha un campo elettrico di ampiezza di 220 V/m. Calcolare l'ampiezza del corrispondente campo magnetico.

Paragrafo 24.4 Energia trasportata dalle onde elettromagnetiche

23. Qual è il valore medio del modulo del vettore di Poynting ad una distanza di 5.00 miglia (8 km) da una radiotrasmittente che emette onde in maniera isotropa (uniformemente in tutte le direzioni) con una potenza media di 250 kW?

VISUALIZZA SOLUZIONE

24. A quale distanza da una sorgente puntiforme di un'onda elettromagnetica da 100 W il campo elettrico è uguale a $E_{\max} = 15.0 \text{ V/m}$?

25. Quant'è la densità di energia elettromagnetica contenuta nella luce solare in prossimità della superficie terrestre se l'intensità della radiazione solare con il cielo sereno è $1\ 000 \text{ W/m}^2$?

VISUALIZZA SOLUZIONE

26. Quando un laser di alta potenza viene usato nell'atmosfera terrestre, il campo elettrico del raggio laser può ionizzare l'aria, trasformandola in un plasma conduttore che riflette la luce laser. Nell'aria secca a 0°C e 1 atm, la ionizzazione avviene per campi elettrici la cui ampiezza è maggiore di 3.00 MV/m . (a) Quale intensità del raggio laser è in grado di produrre un tale campo? (b) A questa intensità massima, che potenza può essere fornita in un raggio cilindrico del diametro di 5.00 mm?

27. Il filamento di una lampadina ad incandescenza ha una resistenza $R = 150 \Omega$ ed è percorso da una corrente di 1.00 A. Il filamento è lungo 8.00 cm e ha un raggio di 0.900 mm. (a) Calcolare il vettore di Poynting associato con il campo elettrico statico prodotto dalla corrente e con il campo magnetico statico della corrente sulla superficie del filamento. (b) Trovare i valori del campo elettrico e del campo magnetico sulla superficie del filamento.

VISUALIZZA SOLUZIONE

28. Si consideri una stella brillante nel nostro cielo notturno. Si assuma che la sua distanza dalla Terra sia 20.0 anni luce e la potenza da lei emessa 4.00×10^{28} W, circa 100 volte quella del Sole. (a) Trovare l'intensità della luce stellare intercettata sulla Terra. (b) Trovare la potenza della luce stellare intercettata dalla Terra. Un anno luce è la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un anno.

29. Una comunità progetta la costruzione di un dispositivo per convertire la radiazione solare in energia elettrica. La potenza richiesta è di 1.00 MW (10^6 W) e il sistema da installare ha un'efficienza del 30.0% (cioè il 30.0% dell'energia solare incidente sulla superficie è convertita in energia elettrica). Quale deve essere l'area di una superficie perfettamente assorbente da utilizzare in tale installazione, se si assume un flusso costante d'energia solare di 1 000 W/ m²?

VISUALIZZA SOLUZIONE

30. In una certa regione di spazio vuoto, il campo elettrico ad un certo istante è $\vec{E} = (80.0\hat{i} + 32.0\hat{j} - 64.0\hat{k}) \text{ N/C}$ e il campo magnetico è $\vec{B} = (0.200\hat{i} + 0.080\hat{j} + 0.290\hat{k}) \mu\text{T}$. (a) Dimostrare che i due campi sono uno perpendicolare all'altro. (b) Determinare il vettore di Poynting per questi campi.

31. Problema di ricapitolazione. Una stazione radio AM trasmette isotropicamente (in maniera uniforme in tutte le direzioni) con una potenza media di 4.00 kW. Un'antenna ricevente lunga 65.0 cm si trova a 4.00 miglia (6.4 km) dal trasmettitore. Calcolare l'ampiezza della forza elettromotrice indotta da questo segnale fra le estremità dell'antenna ricevente.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Paragrafo 24.5 Quantità di moto e pressione di radiazione

32. Un mezzo possibile per volare nello spazio è di porre un foglio perfettamente riflettente in orbita attorno alla Terra e usare la luce del Sole per spingere questa vela solare. Supponiamo che una tale vela, di area 6.00×10^5 m² e massa $m = 6.00 \times 10^3$ kg, venga posta in un'orbita rivolta verso il Sole. Si trascurino tutti gli effetti gravitazionali e si assuma che l'intensità solare sia 1 370 W/m². (a) Quale forza viene esercitata sulla vela? (b) Qual è l'accelerazione della vela? (c) Assumendo che l'accelerazione calcolata nella parte (b) resti costante, determinare l'intervallo di tempo necessario alla vela per raggiungere la Luna, distante 3.84×10^8 m, partendo a riposo dalla Terra.

33. Un laser ad elio-neon da 15.0 mW emette un fascio di sezione circolare il cui diametro è 2.00 mm. (a) Trovare il campo elettrico massimo del fascio. (b) Qual è

l'energia totale contenuta in 1.00 m di fascio? (c) Calcolare la quantità di moto trasportata da 1.00 m di fascio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

34. Un laser elio-neon emette un fascio di sezione circolare di raggio r e potenza P . (a) Trovare il campo elettrico massimo del fascio. (b) Qual è l'energia totale contenuta in un tratto di lunghezza ℓ del fascio? (c) Calcolare la quantità di moto trasportata in un tratto di lunghezza ℓ del fascio.

Paragrafo 24.6 Lo spettro delle onde elettromagnetiche

35. Oltre alle trasmissioni via cavo e via satellite, le stazioni televisive usano ancora le bande VHF e UHF per trasmettere in maniera digitale i loro segnali. Dodici canali televisivi VHF (dal 2 al 13) trasmettono fra 54.0 MHz e 216 MHz. Ad ogni canale è assegnata una larghezza di banda di 6.00 MHz, con i due intervalli 72.0-76.0 MHz e 88.0-174 MHz riservati per altri utilizzi. Per esempio, il canale 2 si trova fra 54.0 e 60.0 MHz. Calcolare l'intervallo di lunghezza d'onda per il (a) canale 4, (b) canale 6, e (c) canale 8.

VISUALIZZA SOLUZIONE

36. Stimare un ordine di grandezza per la frequenza di un'onda elettromagnetica con lunghezza d'onda uguale (a) alla tua altezza, (b) allo spessore di questa pagina. Come viene classificata ognuna di queste onde nello spettro elettromagnetico?

37. Quali sono le lunghezze d'onda delle onde elettromagnetiche nel vuoto che hanno frequenze di (a) 5.00×10^{19} Hz e (b) 4.00×10^9 Hz.

VISUALIZZA SOLUZIONE

38. BIO Un dispositivo per diatermia, usato in fisioterapia, genera radiazione elettromagnetica per produrre l'effetto di "riscaldamento profondo" quando assorbita nel tessuto. Una tipica frequenza usata in diatermia è 27.33 MHz. Qual è la lunghezza d'onda di questa radiazione?

39. Supponiamo che ti trovi a 180 m da un trasmettitore radio. (a) A quante lunghezze d'onda ti trovi dal trasmettitore se la stazione si chiama 1150 AM? (La banda di frequenze AM è in kHz). (b) A quante lunghezze d'onda se la stazione si chiamasse 98.1 FM? (La banda di frequenze FM è in MHz.)

VISUALIZZA SOLUZIONE

40. Una notizia importante viene trasmessa da onde radio a persone che siedono vicine ai loro apparecchi radio a 100 km di distanza dalla stazione trasmittente, e da onde sonore a persone che siedono nella sala in cui viene diffusa la notizia, poste a 3.00 m dall'annunciatore. Assumendo che la velocità del suono nell'aria sia pari a 343 m/s, quali persone ricevono la notizia prima? Spiegare.

41. BIO L'occhio umano è più sensibile alla luce che ha una lunghezza d'onda di 5.50×10^{-7} m, che sta nella regione giallo-verde dello spettro delle onde elettromagnetiche. Qual è la frequenza di questa luce?

VISUALIZZA SOLUZIONE

42. Classificare le onde con frequenze di 2 Hz, 2 kHz, 2 MHz, 2 GHz, 2 THz, 2 PHz, 2 EHz, 2 ZHz e 2 YHz nello spettro elettromagnetico. Classificare le onde con lunghezza d'onda di 2 km, 2 m, 2 mm, 2 μm , 2 nm, 2 pm, 2 fm e 2 am.

43. Problema di ricapitolazione. Cariche accelerate irradiano onde elettromagnetiche. Calcolare la lunghezza d'onda della radiazione prodotta da un protone in un ciclotrone con un raggio di 0.500 m e un campo magnetico di 0.350 T.

VISUALIZZA SOLUZIONE

44. Un segnale radar torna al trasmettitore-ricevitore dopo 4.00×10^{-4} s. Quanto è lontano l'ostacolo che ha riflesso l'onda?

Paragrafo 24.7 Polarizzazione della luce

45. Una luce polarizzata piana incide su un disco polarizzatore con la direzione di \vec{E}_0 parallela alla direzione dell'asse di trasmissione. Di quale angolo dovrebbe essere ruotato il disco affinché l'intensità del fascio trasmesso si riduca di un fattore (a) 3.00, (b) 5.00, (c) 10.0?

VISUALIZZA SOLUZIONE

46. Si supponga che gli assi di trasmissione dei dischi polarizzatori a destra e a sinistra nella Figura P24.46 siano tra loro perpendicolari. Inoltre, il disco centrale

sia in rotazione attorno all'asse comune con velocità angolare v . Mostrare che se luce non polarizzata incide sul disco di sinistra con intensità I_{\max} , l'intensità del fascio uscente dal disco di destra sarà

$$I = \frac{1}{16} I_{\max} (1 - \cos 4\omega t)$$

Ciò significa che l'intensità del fascio uscente è modulata ad una frequenza pari a quattro volte la frequenza di rotazione del disco centrale. *Suggerimento:* usare le identità trigonometriche

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) \quad \text{e} \quad \sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$$

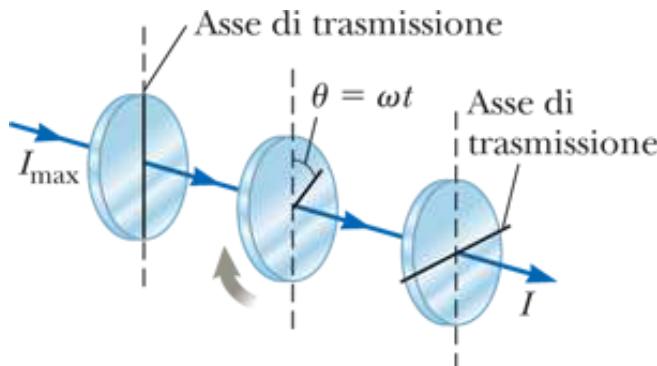


FIGURA P24.46

- 47.** Stai usando una serie di filtri polarizzatori ideali, ognuno con il suo asse che forma lo stesso angolo con l'asse del filtro precedente, per ruotare il piano di polarizzazione di un raggio di luce polarizzata di un angolo di 45.0° . Vuoi avere una riduzione di intensità non maggiore del 10.0%. (a) Di quanti polarizzatori hai bisogno per ottenere il tuo scopo? (b) Qual è l'angolo fra polarizzatori vicini?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

- 48.** Due lastre polarizzatrici sono sovrapposte con gli assi di trasmissione incrociati, in modo che la luce non possa essere trasmessa. Una terza lastra polarizzatrice viene inserita fra le due con l'asse di trasmissione a 45.0° rispetto alle altre due. Si determini la frazione di luce incidente (non polarizzata) trasmessa dalla combinazione delle tre lastre, assumendo che le lastre polarizzatici siano ideali.

- 49.** Un fascio di luce non polarizzata attraversa due fogli polaroid ideali. L'asse del primo è verticale, il secondo è a 30.0° dalla verticale. Quale frazione della luce incidente sul sistema viene trasmessa?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

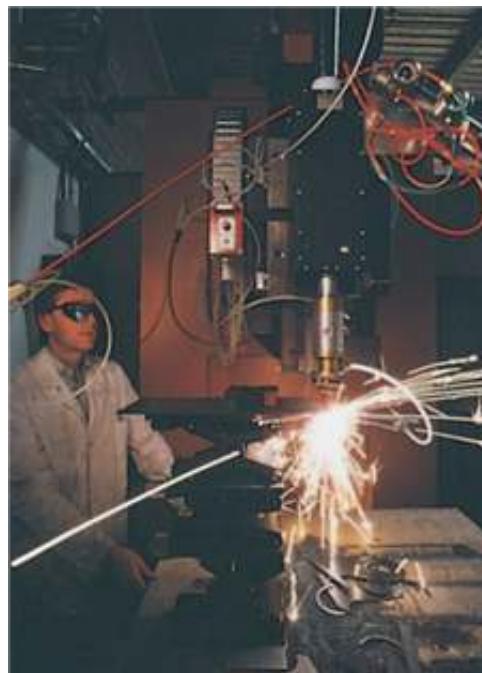
50. Due ricetrasmettenti manuali con antenne di dipolo sono separate da una grande distanza. Se l'antenna trasmittente è verticale, quale frazione della massima potenza ricevuta si osserverà nell'antenna ricevente inclinata di (a) 15.0° , (b) 45.0° , o (c) 90.0° rispetto alla verticale?

Paragrafo 24.8 Collegamento al contesto: le particolari proprietà della luce laser

51. Laser di alta potenza vengono usati nell'industria per tagliare stoffe e metalli (Fig. P24.51). Un tale laser ha un fascio del diametro di 1.00 mm e genera un campo elettrico con un'ampiezza di 0.700 MV/m sul bersaglio. Trovare (a) l'ampiezza del campo magnetico prodotto, (b) l'intensità del laser e (c) la potenza fornita dal laser.

VISUALIZZA SOLUZIONE

52. La Figura P24.52 mostra porzioni dei diagrammi dei livelli energetici degli atomi di elio e neon. Una scarica elettrica eccita l'atomo di He dal suo stato fondamentale (al quale è arbitrariamente assegnata l'energia $E_1 = 0$) allo stato eccitato di 20.61 eV. L'atomo eccitato di He urta con un atomo di Ne nel suo stato fondamentale ed eccita quest'atomo nello stato di 20.66 eV. Si innesca l'azione laser per la transizione elettronica da E_3^* a E_2 negli atomi di Ne. Da questi dati in figura, dimostrare che la lunghezza d'onda della luce rossa del laser He-Ne è di circa 633 nm.



Philippe Plailly/SPL/Photo Researchers

FIGURA P24.51 Una tagliatrice a laser montata su un braccio automatico è usata per tagliare una lastra metallica.

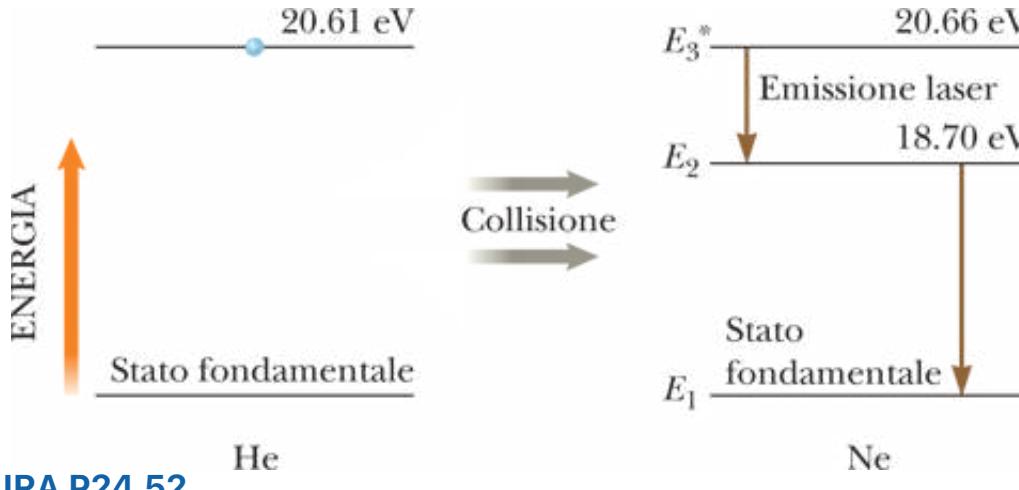


FIGURA P24.52

53. Il laser a neodimio-yag, usato nella chirurgia dell'occhio, emette impulsi di 3.00 mJ della durata di 1.00 ns, focalizzati su un'area della retina di 30.0 μm di diametro. (a) Trovare (in unità SI) la potenza per unità di area sulla retina (nell'industria ottica questa grandezza si chiama *irradianza*). (b) Che energia viene rilasciata su un'area di dimensioni molecolari, diciamo un'area circolare di diametro 0.600 nm?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

54. Problema di ricapitolazione. La Figura 24.16 rappresenta la luce che rimbalza fra due specchi in una cavità laser, come due onde in moto. Queste onde in moto in direzioni opposte costituiscono un'onda stazionaria. Se le superfici riflettenti sono film metallici, il campo elettrico ha nodi ad entrambe le estremità. L'onda elettromagnetica stazionaria è analoga all'onda stazionaria nella corda di Figura 14.9. (a) Assumendo che un laser ad elio-neon abbia specchi perfettamente piani e paralleli separati da 35.124 103 cm, e che il mezzo attivo possa amplificare efficacemente soltanto luce con lunghezza d'onda compresa fra 632.808 40 nm e 632.809 80 nm, si trovi il numero di componenti che costituiscono la luce laser, e la loro lunghezza d'onda con 8 cifre significative. (b) Si determini la velocità quadratica media di un atomo di neon a 120°C. (c) Si dimostri che a questa temperatura l'effetto Doppler per l'emissione della luce da parte degli atomi di neon in moto dovrebbe, in realtà, rendere la larghezza di banda dell'amplificatore di luce maggiore del valore di 0.001 40 nm dichiarata al punto (a).

55. Il laser ad anidride carbonica è uno dei più potenti laser sviluppati. La differenza di energia fra i due livelli laser è di 0.117 eV. Determinare (a) la frequenza e (b) la lunghezza d'onda della radiazione emessa da questo laser. (c) In quale porzione dello spettro elettromagnetico si trova questa radiazione?

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

56. Un laser pulsato a rubino emette impulsi di luce a 694.3 nm. Per un impulso di 14.0 ps e di 3.00 J di energia, trovare (a) la lunghezza fisica dell'impulso mentre viaggia attraverso lo spazio e (b) il numero di fotoni nell'impulso. (c) Se il fascio ha una sezione circolare di 0.600 cm di diametro, trovare il numero di fotoni per millimetro cubico nel fascio.

57. Un laser a rubino emette impulsi di 10.0 ns con potenza media di 1.00 MW. Quanti fotoni di lunghezza d'onda di 694.3 nm sono contenuti in un impulso?

VISUALIZZA SOLUZIONE

58. Il numero N di atomi in un particolare stato si chiama popolazione di quello stato. Questo numero dipende dall'energia dello stato e dalla temperatura. All'equilibrio termico la popolazione degli atomi in uno stato di energia E_n è data dalla distribuzione di Boltzmann

$$N = N_g e^{-(E_n - E_g)/k_B T}$$

dove N_g è la popolazione dello stato fondamentale di energia E_g , k_B è la costante di Boltzmann e T è la temperatura assoluta. Per semplicità, assumiamo che ciascun livello energetico abbia soltanto uno stato quantico associato. (a) Prima che l'apparecchio venga acceso, gli atomi di neon in un laser sono in equilibrio termico a 27.0°C. Trovare il rapporto delle popolazioni fra gli stati E_4^* ed E_3 mostrati in Figura 24.58. I laser funzionano grazie ad una "inversione di popolazione" fra i livelli energetici superiore ed inferiore coinvolti nella transizione laser prodotta in modo artificiale. Ciò significa che si trovano più atomi nello stato eccitato che in quello ad energia minore. Si consideri la transizione $E_4^* - E_3$ nella Figura P24.58. Si assuma che il 2% in più di atomi sia nello stato più alto rispetto a quello più basso. (b) Per mostrare quanto innaturale sia una tale situazione, trovare la temperatura alla quale la distribuzione di Boltzmann descrive un'inversione di popolazione del 2.00%. (c) Perché una tale situazione non accade naturalmente?

Problemi generali

59. L'intensità della radiazione solare nella parte superiore dell'atmosfera terrestre è 1 370 W/m². Assumendo che il 60% dell'energia solare incidente raggiunga la superficie terrestre e che una persona assorba il 50% dell'energia incidente, si faccia una stima della quantità di energia solare che una persona assorbe in 60 min di un bagno di sole.

VISUALIZZA SOLUZIONE

60. Un obiettivo del programma spaziale russo è quello di illuminare le buie città settentrionali con la luce solare riflessa sulla Terra da uno specchio di 200 m di diametro in orbita. Vari piccoli prototipi sono stati costruiti e messi in orbita. (a) Supponendo che la luce solare incida in modo quasi perpendicolare sullo specchio con una intensità di 1 370 W/m² e che l'atmosfera trasmetta solo il 74.6% dell'energia solare in assenza di nubi, quale sarebbe la potenza ricevuta da una città quando lo specchio spaziale sta riflettendo la luce su di essa? (b) Considerando che si vuole coprire un cerchio di diametro pari a 8.00 km, qual è l'intensità della luce (l'ampiezza media del vettore di Poyn-ting) ricevuta dalla città? (c) Tale intensità, quale percentuale rappresenta della componente verticale della luce solare a San Pietroburgo nel mese di Gennaio, quando il Sole raggiunge i 7.00° sopra l'orizzonte a mezzogiorno?

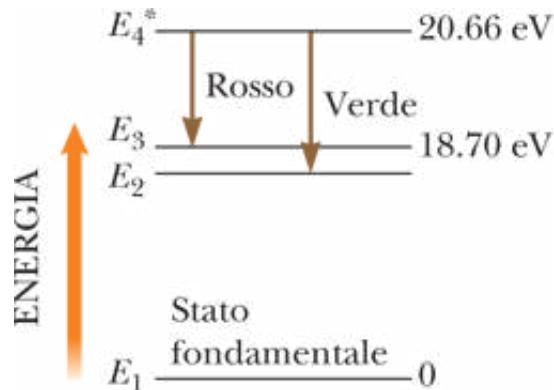


FIGURA P24.58

61. Si assuma che l'intensità della radiazione solare sulle estremità superiori delle nuvole della Terra sia di $1\ 370\ \text{W/m}^2$. (a) Calcolare la potenza totale irradiata dal Sole, prendendo il valore di $1.496 \times 10^{11}\ \text{m}$ per la distanza media Terra-Sole. Determinare i valori massimi (b) del campo elettrico e (c) del campo magnetico della radiazione solare sulla superficie terrestre.

VISUALIZZA SOLUZIONE

62. Problema di ricapitolazione. In assenza di un cavo di antenna o di una parabola, un televisore può usare una antenna a dipolo ricevente per i canali VHF e una antenna a spira per i canali UHF. Nella Figura DC24.1, le "orecchie di coniglio" costituiscono l'antenna VHF e la spira l'antenna UHF. L'antenna UHF produce una f.e.m. dal flusso del campo magnetico variabile attraverso la spira. La stazione televisiva trasmette un segnale con una frequenza f e il segnale ha un campo elettrico di ampiezza E_{\max} e un campo magnetico di ampiezza B_{\max} nel punto di ricezione dell'antenna. (a) Usando la legge di Faraday, derivare un'espressione per il valore della f.e.m. che appare nel circuito di antenna costituito da una sola spira di raggio r , con r piccolo se confrontato con la lunghezza d'onda dell'onda. (b) Se il campo elettrico del segnale è diretto verticalmente, quale orientazione della spira produce la migliore ricezione?

63. Un'antenna a paraboloido di $20.0\ \text{m}$ di apertura riceve (in incidenza normale) un segnale radio da una sorgente molto lontana, come mostrato in Figura P24.63. Il segnale radio è un'onda sinusoidale continua di ampiezza $E_{\max} = 0.200\ \mu\text{V/m}$. Si assume che l'antenna assorba tutta la radiazione che la colpisce. (a) Qual è l'ampiezza del campo magnetico in questa onda? (b) Qual è l'intensità della radiazione ricevuta dall'antenna? (c) Qual è la potenza ricevuta dall'antenna? (d) Quale forza viene esercitata dalle onde radio sull'antenna?

VISUALIZZA SOLUZIONE

64. Può darsi tu abbia voglia di riesaminare il Paragrafo 13.5 sul trasporto di energia per mezzo di onde sinusoidali nelle corde. La Figura P24.13 è una rappresentazione grafica di un'onda elettromagnetica che si propaga nella direzione x . Si vuole trovare un'espressione per l'intensità di quest'onda con un metodo diverso da quello in cui è stata trovata l'Equazione 24.26. (a) Traccia un grafico del campo elettrico in questa onda all'istante $t = 0$, ponendo il piano xy sul piano del foglio. (b) Calcola la densità di energia u_E del campo elettrico in funzione di x all'istante $t = 0$. (c) Calcola la densità di energia del campo magnetico u_B in funzione di x allo stesso istante. (d) Trova la densità dell'energia

totale u in funzione di x , espressa in termini dell'ampiezza del solo campo elettrico. (e) L'energia in una scatola di lunghezza λ e area frontale A è $E_\lambda = \int_0^\lambda u A dx$ (il simbolo E_λ per l'energia in una lunghezza d'onda imita la notazione del Paragrafo 13.5.) Svolgi l'integrale per calcolare questa energia in termini di A , λ , E_{\max} e di costanti universali. (f) Si può immaginare il trasporto di energia dell'intera onda come una successione di queste scatole che si muovono come se fossero trasportate da un nastro trasportatore. Ogni scatola oltrepassa un punto in un intervallo di tempo definito come il periodo $T = 1/f$ dell'onda. (g) L'intensità dell'onda è la potenza per unità di area attraverso cui passa l'onda. Calcola questa intensità in termini di E_{\max} e di costanti universali. (h) Confronta il tuo risultato con quello ottenuto nell'Equazione 24.26.

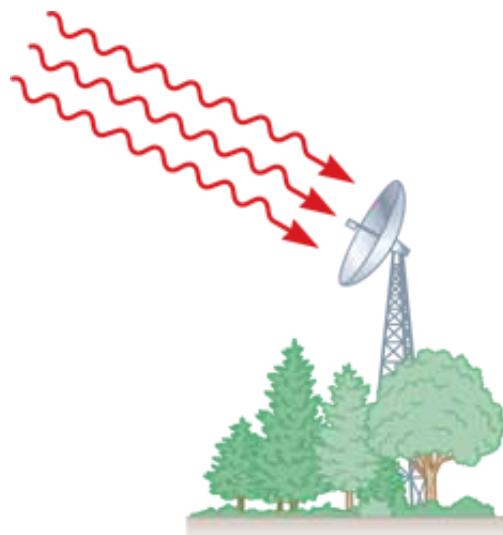


FIGURA P24.63

65. Si consideri una piccola particella sferica di raggio r posta nello spazio ad una distanza $R = 3.75 \times 10^{11}$ m dal Sole. Si assuma che la particella abbia una superficie perfettamente assorbente e una densità di massa pari a $p = 1.50$ g/cm³. Si prenda $S = 214$ W/m² come valore per l'intensità solare nel posto in cui si trova la particella. Calcolare il valore di r per cui la particella è in equilibrio sotto l'azione della forza gravitazionale e della forza esercitata dalla radiazione solare.

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

66. Si consideri una piccola particella sferica di raggio r posta nello spazio ad una distanza R dal Sole, di massa M_s . Si assuma che la particella abbia una superficie perfettamente assorbente e una densità di massa pari a ρ . Si prenda S come valore per l'intensità solare nel posto in cui si trova la particella. Calcolare il valore di r per cui la particella è in equilibrio sotto l'azione della forza gravitazionale e della forza esercitata dalla radiazione solare. La risposta deve contenere S , R , p e altre costanti.

67. Problema di ricapitolazione. Uno specchio del diametro di 1.00 m focalizza i raggi solari su una piastra assorbente di 2.00 cm di raggio, la quale contiene un recipiente con 1.00 L di acqua a 20.0°C. (a) Se l'intensità solare è 1.00 kW/m², qual è l'intensità sulla piastra assorbente? Quali sono le ampiezze dei campi (b) \vec{E} e (c) \vec{B} sulla piastra? (d) Se il 40.0% dell'energia viene assorbita, quanto tempo è necessario per portare l'acqua al suo punto di ebollizione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

68. Nel 1965, Arno Penzias e Robert Wilson scoprirono la radiazione cosmica di microonde proveniente dalla espansione dell'Universo avvenuta dopo il Big Bang. Supponendo che la densità di energia di questa radiazione di fondo sia $4.00 \times 10^{-14} \text{ J/m}^3$, determinare la corrispondente ampiezza del campo elettrico.

Problemi di ricapitolazione. Il Paragrafo 17.10 aveva introdotto la radiazione elettromagnetica come un modo di trasferimento di energia. I Problemi dal 69 al 71 utilizzano idee introdotte sia in quel paragrafo che in questo capitolo.

69. Problema di ricapitolazione. Una gatta nera di 5.50 kg e i suoi quattro gattini neri, ognuno di 0.800 kg, dormono rannicchiati su un materasso in una fredda notte, formando una semisfera con i loro corpi. Supporre che il mucchietto di mici abbia una temperatura superficiale di 31.0°C , un'emissività di 0.970 e una densità uniforme di 990 kg/m^3 . Si determini (a) il raggio della semisfera, (b) l'area della sua superficie, (c) la potenza della radiazione emessa dai gatti attraverso la loro superficie curva e (d) l'intensità della radiazione su questa superficie. Si immagini che l'onda elettromagnetica emessa abbia una singola frequenza predominante. Si determini (e) l'ampiezza del campo elettrico appena oltre la superficie dei micini e (f) l'ampiezza del campo magnetico. (g) **E se?** La notte seguente, i gattini dormono separati, rannicchiandosi in semisfere separate, come la loro madre. Si determini la potenza totale irraggiata dalla famiglia (per semplicità, si trascuri l'assorbimento della radiazione ambientale da parte dei gatti).

VISUALIZZA SOLUZIONE

70. Problema di ricapitolazione. Gliese 581c è il primo pianeta extrasolare scoperto simile alla Terra. La sua stella genitrice, Gliese 581, è una nana rossa che irradia onde con una potenza di $5.00 \times 10^{24} \text{ W}$, che è solo 1.30% della potenza del Sole. Si assuma che l'emissività del pianeta sia uguale per radiazione infrarossa e visibile e che la temperatura della superficie del pianeta sia uniforme. Identificare (a) l'area proiettata su cui il pianeta assorbe la radiazione da Gliese 581 e (b) l'area radiante del pianeta. (c) Se la temperatura media necessaria per l'esistenza della vita su Gliese 581c fosse di 287 K, che valore dovrebbe avere il raggio dell'orbita del pianeta?

71. Problema di ricapitolazione. (a) Il proprietario di una casa installa uno scaldacqua solare sul tetto della sua casa (Fig. P24.71). Il collettore di energia solare consiste di un recipiente chiuso e piatto con un ottimo isolamento termico. Il suo interno è dipinto in nero e il suo frontale è costruito di vetro isolante. La sua emissività per la luce visibile è 0.900 e per la luce infrarossa è 0.700. La luce del Sole di mezzogiorno è perpendicolare al vetro con una intensità di $1\ 000 \text{ W/m}^2$ e l'acqua non entra né esce dal recipiente. Trovare la temperatura di equilibrio all'interno del recipiente. (b) **E se?** Il proprietario costruisce un recipiente identico senza tubi per l'acqua e lo sistema sdraiato al suolo di fronte alla casa per utilizzarlo come una struttura fredda dove piantare semi all'inizio della primavera. Se lo stesso Sole di mezzogiorno è a un'altezza di 50.0° , trovare la temperatura di equilibrio all'interno della struttura, assumendo che le fessure di ventilazione siano ermeticamente chiuse.

VISUALIZZA SOLUZIONE



easyshoot/Shutterstock.com

FIGURA P24.71

72. Una sorgente di microonde produce impulsi di radiazione di 20.0 GHz e durata 1.00 ns. Uno specchio parabolico di raggio pari a 6.00 cm è usato per focalizzare le microonde in un fascio parallelo (Fig. P24.72). La potenza media in ogni impulso è 25.0 kW. (a) Qual è la lunghezza d'onda di queste microonde? (b) Qual è l'energia totale contenuta in ogni impulso? (c) Calcolare la densità di energia media in ogni impulso. (d) Determinare l'ampiezza del campo elettrico e magnetico di queste microonde. (e) Supponendo che il fascio pulsato colpisca una superficie assorbente, calcolare la forza esercitata sulla superficie nel nanosecondo di durata dell'impulso.

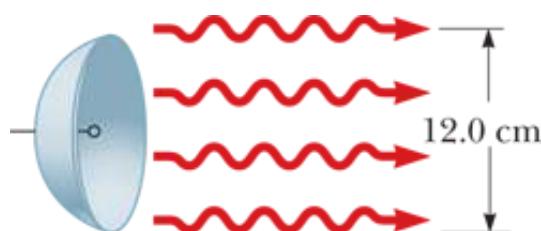


FIGURA P24.72

73. Una microonda polarizzata linearmente, di lunghezza d'onda 1.50 cm, si propaga lungo l'asse x positivo. Il campo elettrico ha un valore massimo di 175 V/m e vibra nel piano xy . (a) Assumendo che il campo magnetico dell'onda possa essere scritto come $B = B_{\max} \sin(kx - vt)$, calcolare (a) B_{\max} , (b) k e (c) v . (d) Determinare in quale piano vibra il vettore campo magnetico. (e) Calcolare il valore medio del vettore di Poynting per quest'onda. (f) Che pressione di radiazione eserciterebbe quest'onda se fosse diretta, ad incidenza normale, su una superficie perfettamente riflettente? (g) Quale accelerazione acquisterebbe una lastra di 500 g (perfettamente riflettente e perpendicolare all'asse x) con le dimensioni 1.00 m \times 0.750 m?

VISUALIZZA SOLUZIONE

74. La potenza elettromagnetica irradiata da una particella non relativistica di carica q che si muove con accelerazio

$$P = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

dove ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto e c è la velocità della luce nel vuoto. (a) Dimostrare che il secondo membro di questa equazione ha le dimensioni di una potenza. Un elettrone viene posto in un campo elettrico costante di 100 N/C. Determinare (b) l'accelerazione dell'elettrone e (c) la potenza elettromagnetica irradiata da questo elettrone. (d) **E se?** Se un protone è posto in un ciclotrone di raggio 0.500 m e un campo magnetico di 0.350 T, che potenza elettromagnetica irradia questo protone un istante prima di lasciare il ciclotrone?

75. Problema di ricapitolazione. Una astronauta, sospesa nello spazio, a 10.0 m dalla sua astronave e ferma rispetto ad essa, ha una massa di 110 kg (compreso l'equipaggiamento). Dato che ha una sorgente di luce di 100 W che forma un fascio rettilineo, ella decide di usarla come propulsore a fotoni per spostarsi verso l'astronave. (a) Calcolare quanto tempo impiega per raggiungere l'astronave con questo metodo. (b) **E se?** Supponiamo, invece, che decida di lanciare la torcia di 3.00 kg in modo da allontanarla dall'astronave. Dopo essere stata lanciata, essa si muove ad una velocità di 12.0 m/s rispetto all'astronauta che rincula. Dopo quanto tempo l'astronauta raggiungerà l'astronave?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Riflessione e rifrazione

della luce



Questa fotografia mostra chiaramente un arcobaleno secondario con i colori in ordine inverso. Il fenomeno dell'arcobaleno dipende da tre fenomeni ottici discussi nel capitolo: riflessione, rifrazione e dispersione.

Il capitolo precedente serve di collegamento fra l'elettromagnetismo e il campo della fisica denominato ottica. Ora che abbiamo stabilito la natura ondulatoria della radiazione elettromagnetica, studieremo il comportamento della luce visibile e applicheremo ciò che abbiamo imparato a tutta la radiazione elettromagnetica. In questo capitolo porremo particolare attenzione al comportamento della luce quando incontra un'interfaccia di separazione fra due mezzi.

Finora, ci siamo concentrati sulla natura ondulatoria della luce, che abbiamo discusso secondo il nostro modello ondulatorio semplificato. Quando impareremo di più sul comportamento della luce torneremo al nostro modello corpuscolare semplificato, specialmente quando, nel volume "Fisica Moderna", incorporeremo i concetti della fisica quantistica. Come discuteremo nel paragrafo introduttivo, un lungo dibattito storico ha avuto luogo tra i fautori dei modelli ondulatorio e corpuscolare della luce.

25.1

La natura della luce

Sebbene incontriamo la luce ogni giorno, non appena apriamo gli occhi al mattino, a questa esperienza è associato un fenomeno fisico davvero complicato. Nei precedenti capitoli abbiamo discusso sia il modello corpuscolare sia il modello ondulatorio come modelli semplificati per aiutarci a comprendere i fenomeni fisici. Ambedue questi modelli sono stati applicati al comportamento della luce. Fino all'inizio del XIX secolo, la maggior parte degli scienziati riteneva che la luce fosse costituita da un flusso di particelle emesse da una

sorgente. Secondo questo modello, le particelle di luce stimolavano il senso della vista entrando nell'occhio. Il capofila di questa teoria corpuscolare della luce era ancora una volta Isaac Newton. Il modello forniva una semplice spiegazione di alcuni noti fatti sperimentali riguardanti la natura della luce, ossia le leggi della riflessione e della rifrazione, che discuteremo in questo capitolo.

La maggior parte degli scienziati accettò la teoria corpuscolare della luce. Tuttavia, mentre Newton era ancora in vita, fu proposta un'altra teoria – una teoria che ipotizzava che la luce potesse avere delle proprietà ondulatorie. Nel 1678, un fisico ed astronomo tedesco, Christian Huygens (1629-1695), mostrò che una teoria ondulatoria poteva spiegare le leggi della riflessione e della rifrazione. Il modello ondulatorio non fu accettato immediatamente per parecchie ragioni. Tutte le onde note a quel tempo (onde sonore, onde nell'acqua e così via) viaggiavano attraverso un qualche mezzo, ma la luce poteva viaggiare dal Sole verso di noi attraverso lo spazio vuoto. Sebbene la prova sperimentale della natura ondulatoria della luce fosse stata ottenuta da Francesco Grimaldi (1618-1663) attorno al 1660, la maggior parte degli scienziati rifiutò la teoria ondulatoria ed aderì alla teoria corpuscolare di Newton per più di un secolo. Questo fu più che altro dovuto alla grande reputazione di Newton come scienziato.

La prima chiara dimostrazione della natura ondulatoria della luce fu fornita nel 1801 da Thomas Young (1773-1829), il quale mostrò che, in condizioni appropriate, la luce dà origine a fenomeni d'interferenza. Cioè, le onde luminose emesse da una singola sorgente che viaggiano lungo due cammini diversi possono arrivare in certi punti, combinarsi ed elidersi reciprocamente per interferenza distruttiva. Tale comportamento non poté essere spiegato a quel tempo da una teoria corpuscolare perché non c'era alcun modo ammissibile per cui due o più particelle potessero combinarsi ed elidersi reciprocamente. Successivi sviluppi durante il XIX secolo portarono all'accettazione generale della teoria ondulatoria della luce.

Il più importante sviluppo riguardante la teoria della luce fu il lavoro di James Clerk Maxwell, che nel 1865 predisse matematicamente che la luce è una forma di onda elettromagnetica ad alta frequenza. Come discusso nel Capitolo 24, Hertz fornì conferma sperimentale alla teoria di Maxwell nel 1887 producendo e rilevando onde elettromagnetiche. Inoltre, Hertz ed altri ricercatori mostrarono che queste onde avevano tutte le proprietà caratteristiche delle onde, tra le quali la riflessione e la rifrazione.

Sebbene il modello dell'onda elettromagnetica fosse capace di spiegare la maggior parte delle proprietà note della luce, alcuni esperimenti successivi non poterono essere spiegati supponendo che la luce fosse un'onda. Il più sorprendente di questi è l'*effetto fotoelettrico*, anch'esso scoperto da Hertz, in cui degli elettroni sono emessi da un metallo la cui superficie è esposta alla luce. Esploreremo questo esperimento in dettaglio nel Capitolo 28 (“Fisica Moderna”).

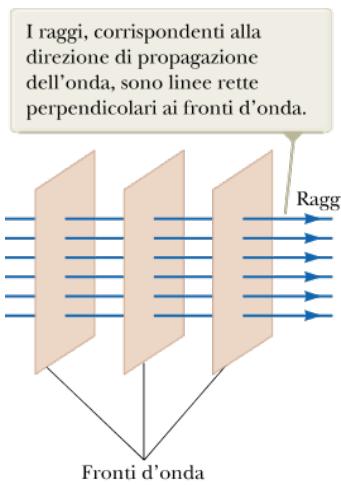


FIGURA 25.1 Un'onda piana che si propaga verso destra.

Considerando queste scoperte e osservazioni, la luce deve essere considerata come avente una doppia natura. In alcuni casi la luce si comporta come un'onda e in altri come una particella. Il modello classico dell'onda elettromagnetica fornisce una spiegazione adeguata della propagazione e interferenza della luce, mentre l'effetto fotoelettrico e altri esperimenti che coinvolgono interazioni della luce con la materia sono spiegati meglio assumendo che la luce sia una particella. La luce è luce, certamente. Tuttavia, la domanda, “la luce è un'onda o una particella?” è una domanda inappropriata; in alcuni esperimenti misuriamo le sue proprietà ondulatorie, in altri le sue proprietà corpuscolari. Questa curiosa natura duale della luce potrebbe essere sconvolgente a questo punto, ma la chiariremo quando introdurremo il concetto di *particella quantistica*. Il fotone, una particella di luce, sarà il nostro primo esempio di particella quantistica, che tratteremo in modo più completo nel Capitolo 28 (“Fisica Moderna”). Fino ad allora, concentreremo la nostra attenzione sulle proprietà della luce che possono essere soddisfacentemente spiegate con il modello ondulatorio.

Il modello di raggio luminoso in ottica geometrica

Nell'iniziare il nostro studio dell'ottica, useremo un modello semplificato chiamato **modello a raggi luminosi** oppure **approssimazione dei raggi luminosi** (o **approssimazione geometrica**). Un **raggio** è una linea retta, tracciata lungo la direzione di propagazione di una singola onda, che mostra il percorso dell'onda quando essa viaggia nello spazio. L'approssimazione dei raggi luminosi coinvolge modelli geometrici basati su queste linee rette. I fenomeni spiegati con l'approssimazione dei raggi non dipendono esplicitamente dalla natura ondulatoria della luce, se non per la sua propagazione rettilinea.

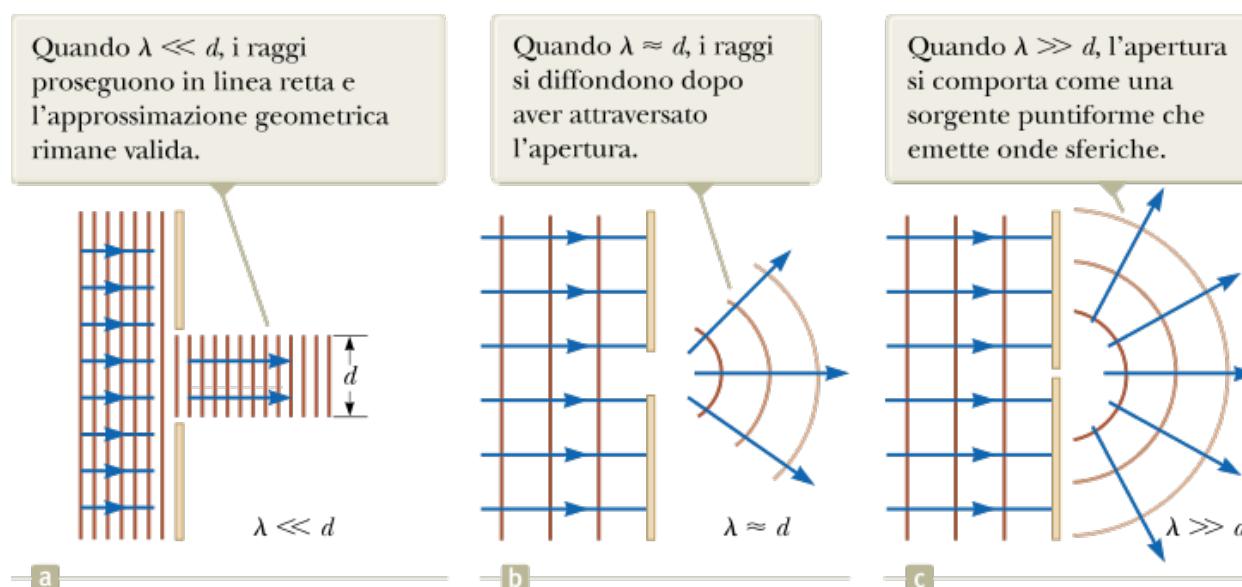


FIGURA 25.2 Un'onda piana λ incide su un ostacolo in cui è praticata una apertura di diametro d .

Un insieme di onde luminose si può rappresentare per mezzo dei fronti d'onda, (definiti nel Paragrafo 24.3), come è illustrato in Figura 25.1 per un'onda piana, che è stata introdotta nel Paragrafo 24.3. La definizione di un fronte d'onda richiede che i raggi siano perpendicolari al fronte d'onda in ogni punto dello spazio.

Se un'onda piana incontra un ostacolo con un'apertura di dimensione d grande rispetto alla lunghezza d'onda λ , come in Figura 25.2a, l'onda che emerge dall'apertura continua a muoversi secondo una linea retta (a meno di alcuni piccoli effetti di bordo); in tal caso, l'approssimazione geometrica continua ad essere valida. D'altro canto, se la dimensione dell'apertura nell'ostacolo è dell'ordine di quello della lunghezza d'onda, come in Figura 25.2b, le onde (e conseguentemente i raggi che tracciamo) si diffondono dall'apertura in tutte le direzioni. Si dice che l'onda entrante subisce *diffrazione* quando passa attraverso l'apertura. Infine, se l'apertura è piccola rispetto alla lunghezza d'onda, la diffrazione è così grande che l'apertura può essere approssimata a una sorgente puntiforme di onde (Fig. 25.2c). Pertanto, l'effetto della diffrazione è tanto più pronunciato quanto più il rapporto d/λ si avvicina a zero.

Supponendo che l'apertura sia un cerchio di diametro d , l'approssimazione dei raggi luminosi assume che $\lambda \ll d$ cosicché non avremo a che fare con gli effetti della diffrazione, che dipendono totalmente dalla natura ondulatoria della luce. Rimanderemo lo studio della diffrazione al Capitolo 27 mentre l'approssimazione geometrica verrà utilizzata in questo capitolo e nel prossimo. Il materiale contenuto in questi capitoli è spesso denominato *ottica geometrica*. Questa approssimazione è ottima per lo studio di specchi, lenti, prismi e strumenti ottici composti, come telescopi, macchine fotografiche ed occhiali.

Modello di analisi: riflessione di un'onda

Nel Capitolo 13, abbiamo introdotto una versione unidimensionale di onda sottoposta a riflessione considerando le onde nelle corde. Quando una tale onda incontra una discontinuità fra corde che determina diverse velocità dell'onda, una parte dell'energia viene riflessa e una parte viene trasmessa. In quella discussione, le onde erano costrette a muoversi lungo una corda unidimensionale. Nella nostra discussione dell'ottica, non siamo soggetti a questa restrizione: l'onda luminosa si può muovere nelle tre dimensioni.

La Figura 25.3 mostra dei raggi luminosi di un fascio di luce incidenti su una superficie. A meno che la superficie non sia perfettamente assorbente, una certa parte della luce è riflessa dalla superficie (la parte trasmessa sarà discussa nel Paragrafo 25.4). Se la superficie è molto liscia, i raggi riflessi saranno paralleli come mostrato in Figura 25.3a. La riflessione della luce da una superficie liscia è chiamata **riflessione speculare**. D'altro canto se la superficie riflettente è ruvida, come in Figura 25.3b, la superficie rifletterà i raggi in varie direzioni. La riflessione da qualsiasi superficie ruvida è nota come **riflessione diffusa**. Una superficie si comporterà come una superficie liscia fintantoché le rugosità superficiali sono piccole se confrontate con la lunghezza d'onda della luce incidente. Per esempio, la luce passa attraverso i piccoli buchi della porta di un forno a microonde, permettendo di guardare dentro, ma le microonde, a causa della loro grande lunghezza d'onda, vengono riflesse dalla porta come se fosse un pezzo di metallo pieno.

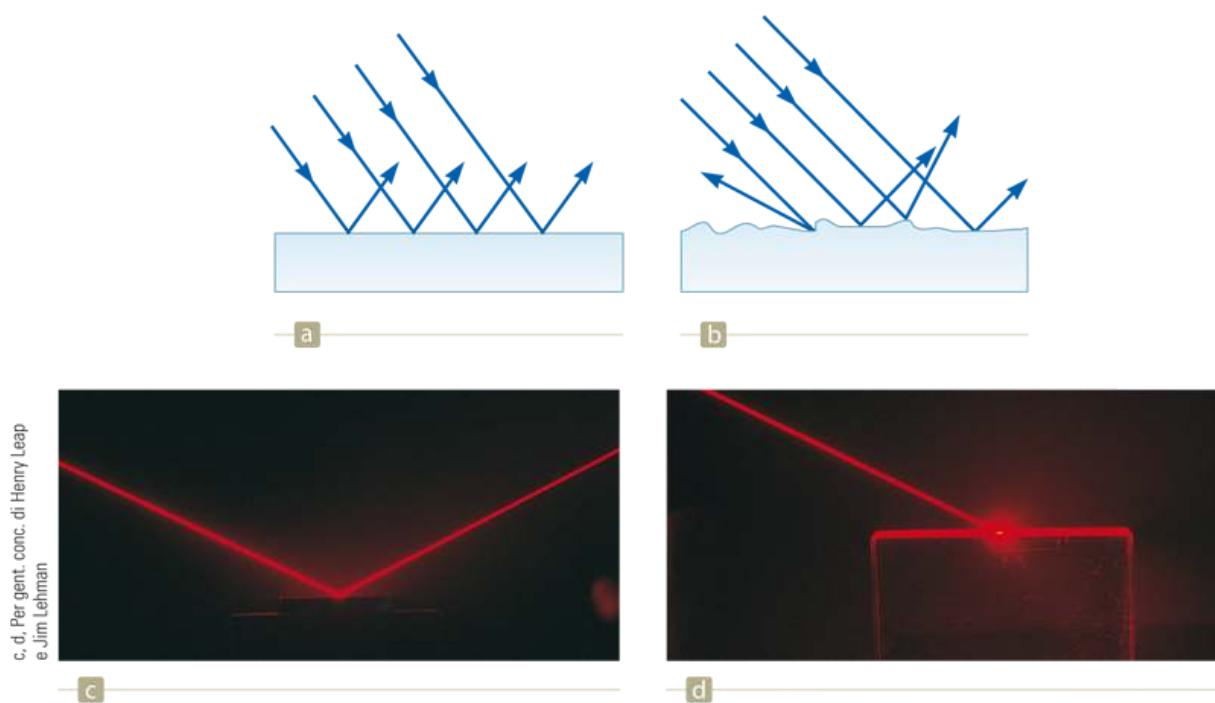


FIGURA 25.3 Rappresentazione schematica di (a) riflessione speculare, dove i raggi riflessi sono paralleli tra loro, e (b) riflessione diffusa, dove i raggi riflessi viaggiano in direzioni casuali. (c) e (d) Fotografie di riflessioni speculare e diffusa usando luce laser.

Le Figure 25.3c e 25.3d sono fotografie di riflessioni speculari e riflessioni diffuse ottenute usando un fascio laser, reso visibile dalla polvere dell'aria, che diffonde la luce verso la macchina fotografica. Il fascio laser riflesso è chiaramente visibile nella Figura 25.3c. In Figura 25.3d, la riflessione diffusa ha fatto sì che il fascio incidente fosse riflesso in molte direzioni, cosicché non è visibile un chiaro fascio uscente.

La riflessione speculare è necessaria per la formazione di immagini chiare provenienti da superfici riflettenti, un argomento che investigheremo nel Capitolo 26. La Figura 25.4 mostra un'immagine dovuta a una riflessione speculare di una superficie d'acqua calma. Se la superficie dell'acqua fosse increspata, si avrebbe la riflessione diffusa e l'immagine non sarebbe visibile.

Ambedue i tipi di riflessione possono avvenire su una superficie stradale mentre si guida un'auto di notte. Di notte, quando la strada è asciutta, la luce dei veicoli che procedono in direzione contraria è diffusa dalla strada in differenti direzioni (riflessione diffusa) e la strada è ben visibile. In una notte piovosa, quando la strada è bagnata, le irregolarità della strada sono riempite d'acqua. Poiché la superficie dell'acqua è molto liscia, la luce subisce riflessione speculare, e il bagliore della luce riflessa rende la strada meno visibile.

Svilupperemo ora la rappresentazione matematica della riflessione di un'onda. Consideriamo un raggio luminoso che viaggia in aria ed incide con un certo angolo su una superficie piana e liscia, come in Figura 25.5 (pag. 856). I raggi incidente e riflesso formano angoli θ_1 e θ'_1 rispetto a una linea tracciata perpendicolarmente alla superficie nel punto in cui il raggio incidente colpisce la superficie. Gli esperimenti mostrano che i raggi incidente e riflesso e la normale alla superficie nel punto di incidenza giacciono tutti sullo stesso piano e **l'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza**:

$$\theta'_1 = \theta_1$$

25.1 ►



FIGURA 25.4 Le case sul lungomare in Normandia (Francia), si riflettono nelle acque del porto di Honfleur. Poiché l'acqua è molto calma, la riflessione è speculare.

L'Equazione 25.1 è nota come **legge della riflessione**. Per convenzione, gli angoli di incidenza e di riflessione si misurano rispetto alla normale alla superficie piuttosto che rispetto alla superficie stessa. Poiché la riflessione di un'onda in corrispondenza dell'interfaccia tra due mezzi distinti è un fenomeno molto comune, identifichiamo questa situazione come **riflessione di un'onda**. L'equazione 25.1 è la rappresentazione matematica di tale situazione.

Nella riflessione diffusa la legge della riflessione si applica *rispetto alla normale locale*. A causa della rugosità della superficie, la normale locale varia significativamente da un punto all'altro. In questo libro ci interesseremo soltanto di riflessione speculare e useremo il termine *riflessione* per intendere la riflessione speculare.

Come si può dedurre dall'Equazione 25.1 e dalle figure viste finora, i modelli geometrici sono usati estensivamente nello studio dell'ottica.

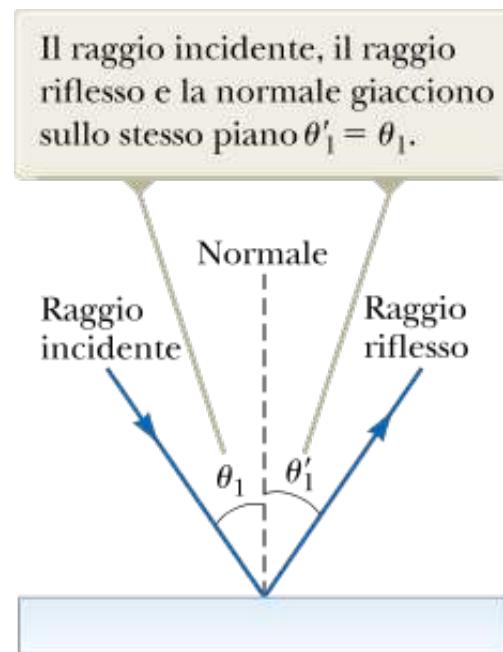
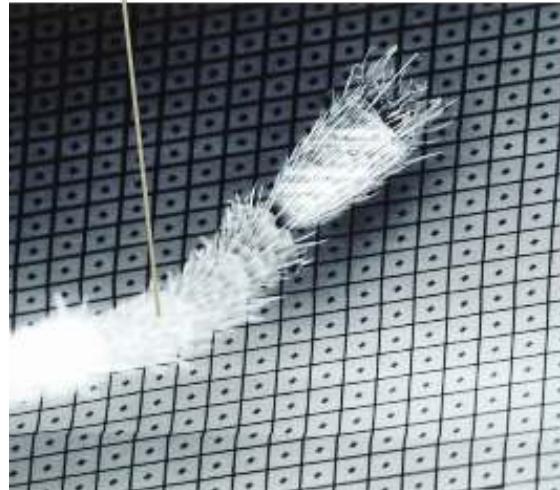


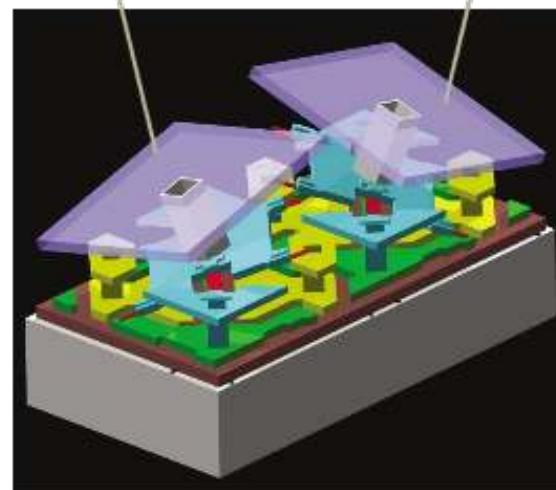
FIGURA 25.5 Il modello di riflessione dell'onda.

Questa zampa di formica fornisce una scala della dimensione degli specchi.



a

Lo specchio a sinistra è in posizione "on" e quello a destra è in posizione "off".



Per gent. conc. di Texas Instruments

b

FIGURA 25.6 (a) Una matrice di specchi sulla superficie di un congegno digitale a microspecchi. Ogni specchio ha un'area di circa $16 \mu\text{m}^2$. (b) Un ingrandimento di due microspecchi.

Quando presenteremo situazioni fisiche mediante costruzioni geometriche, la matematica dei triangoli e i principi della trigonometria troveranno molte applicazioni.

Il cammino di un raggio di luce è reversibile. Per esempio, il raggio in Figura 25.5 viaggia dalla sinistra in alto, si riflette sullo specchio e poi va verso un punto in alto a destra. Se il raggio partisse dallo stesso punto in alto a destra, seguirebbe lo stesso percorso per raggiungere lo stesso punto in alto a sinistra. Questa proprietà di reversibilità sarà usata quando metteremo a punto le costruzioni geometriche per trovare i percorsi dei raggi di luce.

Un'applicazione pratica della legge della riflessione è la proiezione digitale di pellicole cinematografiche, spettacoli televisivi e presentazioni al computer. Un proiettore digitale sfrutta un chip ottico a semiconduttore chiamato *congegno digitale a microspecchi*. Questo microcircuito contiene una rete di oltre un milione di piccolissimi specchi (Fig. 25.6a) che possono essere inclinati individualmente per mezzo di segnali ad un elettrodo posto sul bordo di ogni specchio. Ogni specchio corrisponde ad un pixel nell'immagine proiettata. Quando un dato pixel deve essere luminoso, lo specchio corrispondente sarà in posizione "on", cioè orientato per riflettere la luce dalla sorgente, che illumina i pixel, sullo schermo (Fig. 25.6b). Quando invece il pixel all'interno dell'immagine deve essere scuro, lo specchio è "off" ed è inclinato in modo che la luce non sia riflessa sullo schermo. La brillantezza del pixel è determinata dall'intervallo di tempo totale durante il quale lo specchio resta in posizione "on" durante la proiezione dell'immagine.

I proiettori digitali di film usano tre congegni a microspecchi, uno per ciascuno dei colori fondamentali: rosso, blu e verde, in modo che il film possa essere proiettato con fino a 35×10^{12} colori. Non essendovi un supporto per la conservazione fisica del film, una pellicola digitale non è soggetta a degradazione nel tempo. Inoltre, essendo il film interamente in forma digitale, può essere inviato nelle sale utilizzando satelliti, dischi o fibre ottiche.

Prevenire le insidie 25.1 Notazione dei pedici

Nell'Equazione 25.1 e in Figura 25.5 usiamo il pedice 1 per riferirci ai parametri della luce nel mezzo iniziale. Quando la luce passa da un mezzo a un altro, usiamo il pedice 2 per i parametri relativi al secondo mezzo. Nel caso in discussione la luce rimane nello stesso mezzo e pertanto compare soltanto il pedice 1.

QUIZ RAPIDO 25.1

Nei film, si vede talvolta un attore che si guarda allo specchio, e si può osservare il suo volto nello specchio. Possiamo affermare con certezza che durante la ripresa della scena l'attore vede nello specchio: (a) il suo volto, (b)

il tuo volto, (c) il volto del regista, (d) la cinecamera, (e) non si può determinare.

FISICA RAGIONATA 25.1

Quando di notte guardi attraverso i vetri delle finestre, spesso vedi un'immagine *doppia* di te stesso. Perché?

Ragionamento Avviene sempre una riflessione ogni qual volta vi sia una superficie di separazione fra due mezzi ottici. Per i vetri delle finestre, vi sono due di tali superfici. La prima è costituita dalla superficie interna del vetro e la seconda dalla superficie esterna. Ciascuna di queste superfici dà luogo a un'immagine.

Esempio 25.1 Raggio di luce doppiamente riflesso

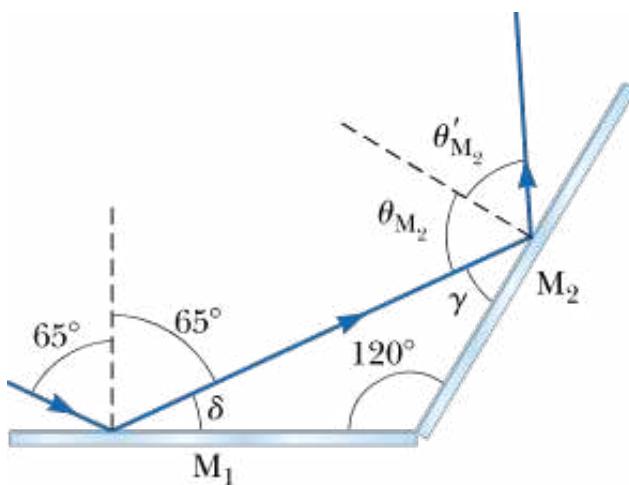


FIGURA 25.7 (Esempio 25.1) Gli specchi M₁ ed M₂ formano un angolo di 120° tra loro.

Due specchi formano un angolo di 120° come in Figura 25.7. Un raggio incide sullo specchio M₁ ad un angolo di 65° rispetto alla normale. Determinare la direzione del raggio dopo la riflessione dello specchio M₂.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Modello di analisi: rifrazione di un'onda

Riferendoci ancora alla nostra presentazione delle onde nelle corde del Capitolo 13, fu discusso il fatto che una parte dell'energia di un'onda incidente su una discontinuità della corda viene trasmessa attraverso la discontinuità. Poiché un'onda luminosa si muove in tre dimensioni, la comprensione dell'onda luminosa trasmessa coinvolge nuovi principi che ora discuteremo.

Quando un raggio di luce che viaggia in un mezzo trasparente incide obliquamente su una superficie di separazione con un altro mezzo trasparente come nella Figura 25.8a, parte del raggio è riflessa ma parte è trasmessa nel secondo mezzo.

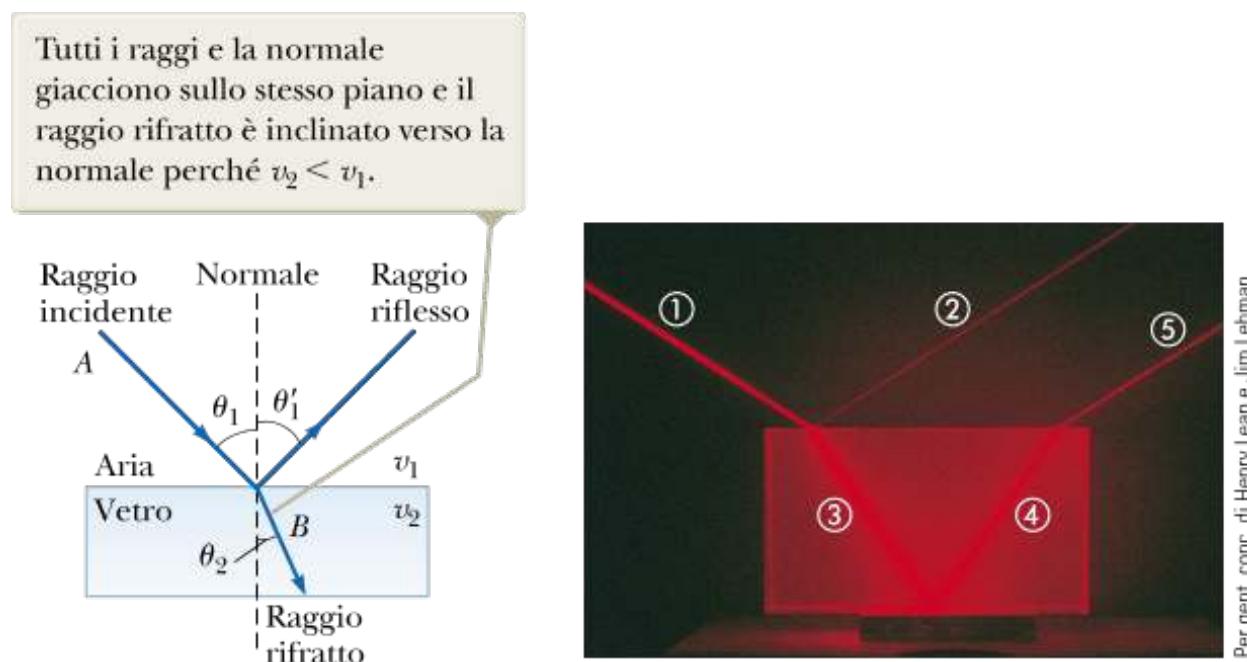


FIGURA 25.8 (a) Il modello di rifrazione dell'onda. (b) La luce incidente sul blocco di Plexiglas va incontro a rifrazione sia quando entra nel blocco sia quando ne esce.

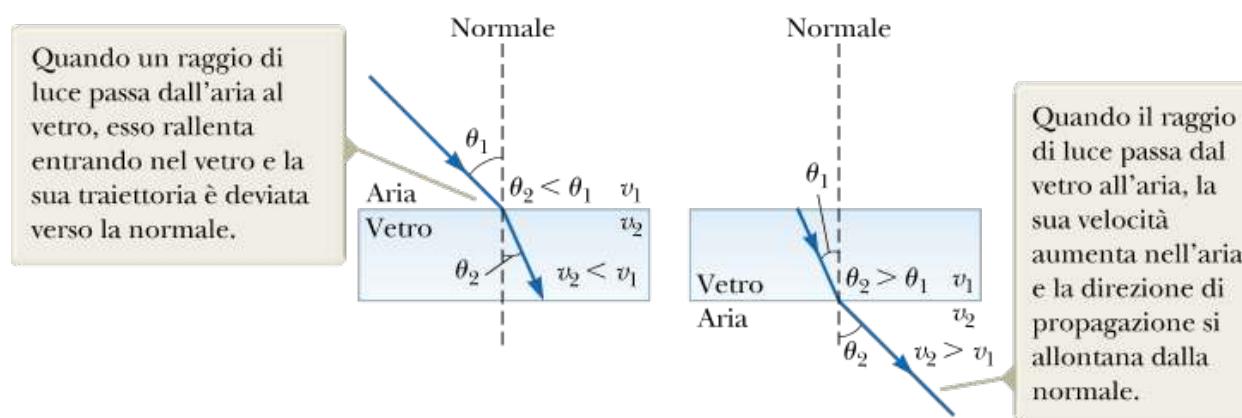


FIGURA 25.9 La rifrazione della luce quando (a) dall'aria entra nel vetro e (b) dal vetro passa nell'aria.

Il raggio luminoso che entra nel secondo mezzo subisce una variazione di direzione sulla superficie di separazione dei due mezzi e si dice che è **rifratto**. Il raggio incidente, il raggio riflesso ed il raggio rifratto giacciono sullo stesso piano. L'**angolo di rifrazione** θ_2 in Figura 25.8a dipende dalle proprietà dei due mezzi e dall'angolo d'incidenza secondo la relazione

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

dove v_1 è la velocità della luce nel mezzo 1 e v_2 è la velocità nel mezzo 2. L'Equazione 25.2 è una rappresentazione matematica dell'onda sottoposta a rifrazione, sebbene l'Equazione 25.7 sia la forma più comune.

La traiettoria di un raggio luminoso attraverso una superficie rifrangente è reversibile, come nel caso della riflessione. Per esempio, il raggio in Figura 25.8a viaggia dal punto A al punto B. Se il raggio fosse originato in B, seguirebbe la stessa traiettoria per raggiungere il punto A. Nell'ultimo caso, ovviamente, il raggio riflesso resterebbe nel vetro.



© Cengage Learning/Charles D. Winters

La matita parzialmente immersa in acqua appare spezzata poiché la luce viene rifratta quando attraversa il confine fra acqua e aria.

QUIZ RAPIDO 25.2

Se il fascio 1 della Figura 25.8b è quello entrante, quali dei rimanenti quattro fasci di luce rossa sono fasci riflessi e quali fasci rifratti?

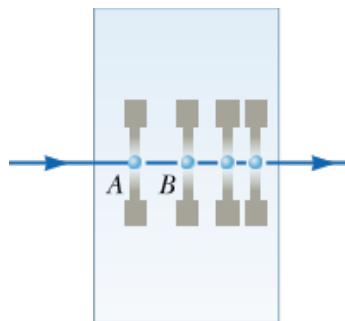


FIGURA 25.10 Luce che passa da un atomo ad un altro in un mezzo. I punti blu sono elettroni e le frecce verticali rappresentano le loro oscillazioni.

L'Equazione 25.2 mostra che quando la luce passa da un materiale in cui la sua velocità è maggiore a un materiale in cui la sua velocità è minore, l'angolo di rifrazione θ_2 è minore dell'angolo di incidenza. Il raggio rifratto quindi si avvicina alla normale, come mostrato in Figura 25.9a. Se il raggio passa da un materiale in cui viaggia più lentamente a un materiale in cui viaggia più rapidamente, θ_2 è maggiore di θ_1 e quindi il raggio si allontana dalla normale, come è mostrato in Figura 25.9b. Il comportamento della luce quando passa dall'aria ad un'altra sostanza e poi riemerge nell'aria è spesso causa di confusione per gli studenti. Perché questo comportamento è così diverso da altri eventi della nostra vita quotidiana? Quando la luce viaggia nell'aria, la sua velocità è uguale a $c = 3.0 \times 10^8$ m/s; la sua velocità si riduce a circa 2.0×10^8 m/s entrando in un blocco di vetro. Quando la luce riemerge nell'aria, la sua velocità aumenta istantaneamente al suo valore iniziale di 3.0×10^8 m/s. Ciò è molto diverso da quanto accade, per esempio, quando un proiettile è sparato attraverso un blocco di legno. In questo caso la velocità del proiettile diminuisce mentre si muove attraverso il legno poiché una parte della sua energia originale serve per piegare le fibre del legno. Quando il proiettile riemerge nell'aria ha una velocità più bassa rispetto a quella che aveva quando è entrato nel legno.

Al fine di comprendere perché la luce si comporti in tal modo, si consideri la Figura 25.10, che rappresenta un fascio di luce che entra in un pezzo di vetro da sinistra. Una volta dentro il vetro, la luce può incontrare un atomo, indicato come punto A nella figura. Supponiamo che la luce sia assorbita dall'atomo, il che causa la sua oscillazione (un dettaglio rappresentato dalla doppia freccia nel disegno). L'atomo oscillante allora irradia (emette) la luce verso un atomo che sta nel punto B e qui la luce è di nuovo assorbita. I dettagli di questi assorbimenti ed emissioni sono meglio spiegati in termini di meccanica quantistica, un argomento che studieremo nel Capitolo 28 ("Fisica Moderna"). Per ora è sufficiente pensare a un processo in cui la luce passa da un atomo all'altro attraverso il vetro (la situazione è in qualche modo analoga ad una gara di staffetta in cui il testimone viene passato da un corridore a un altro della stessa squadra).

TABELLA 25.1 | Indice di rifrazione di varie sostanze

Sostanza	Indice di rifrazione	Sostanza	Indice di rifrazione
Solidi a 20°C			
Cloruro di sodio (NaCl)	1.544	Acqua	1.333
Diamante (C)	2.419	Alcool etilico	1.361
Fluorite (CaF_2)	1.434	Benzene	1.501
Fosfuro di Gallio	3.50	Disolfuro di carbonio	1.628
Ghiaccio (H_2O)	1.309	Glicerina	1.473
Polistirene	1.49	Sciropallo di mais	2.21
Quarzo (SiO_2)	1.458	Tetracloruro di carbonio	1.461
Vetro, crown	1.52	Gas a 0°C, 1 atm	
Vetro, flint	1.66	Anidride carbonica	1.000 45
Zirconia cubica	2.20	Aria	1.000 293

Nota: valori misurati con luce di lunghezza d'onda nel vuoto di 589 nm.

¹ Analogamente, si consideri il treno di una metropolitana che entra in città ad una velocità costante v per poi eseguire numerose fermate nel centro cittadino. Sebbene il treno raggiunga istantaneamente la velocità v tra le fermate, la velocità *media* nell'attraversare la città è sempre minore di v . Non appena il treno lascia la città e smette di fare fermate torna a viaggiare con velocità costante v . L'analogia, come spesso accade, non è del tutto corretta perché il treno, tra le fermate, ha bisogno di tempo per accelerare fino alla velocità v tra le stazioni, mentre la luce raggiunge immediatamente la velocità c quando viaggia tra gli atomi.

Sebbene la luce viaggi da un atomo all'altro nello spazio vuoto con una velocità $c = 3.0 \times 10^8$ m/s, i processi di assorbimento ed emissione della luce da parte degli atomi, che richiedono del tempo per avvenire, causano la diminuzione della velocità *media* della luce attraverso il vetro. Una volta che la luce riemerge nell'aria, gli assorbimenti e le emissioni cessano e la sua velocità torna al valore originario¹. Quindi la luce può viaggiare nel vuoto o in un materiale ma la sua velocità quando si trova nel vuoto sarà sempre la stessa. La luce passando da un mezzo a un altro viene rifratta poiché la sua velocità media è diversa nei due mezzi. Infatti, *la luce viaggia con la sua massima velocità nel vuoto*. È conveniente definire l'**indice di rifrazione** n di un mezzo come il rapporto

INDICE DI RIFRAZIONE

Prevenire le insidie 25.2 Qui n NON indica un intero

Abbiamo visto n usato per indicare il numero quantico di un'orbita di Bohr nel Capitolo 11 e, nel Capitolo 14, per indicare il modo di un'onda stazionaria in una corda o in una colonna d'aria. In quei casi n rappresentava un intero mentre l'indice di rifrazione n non è un intero.

$$n \equiv \frac{\text{velocità della luce nel vuoto}}{\text{velocità della luce nel mezzo}} = \frac{c}{v}$$

25.3 ▶

Quando un'onda si muove tra due mezzi, la sua lunghezza d'onda varia ma la sua frequenza rimane costante.

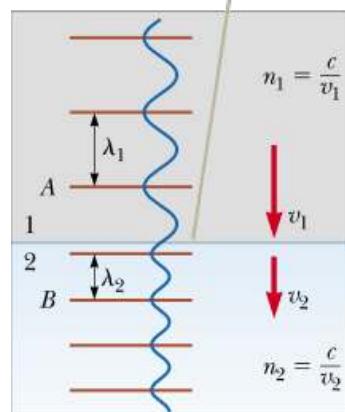


FIGURA 25.11 Un fronte d'onda si muove da un mezzo 1 a un mezzo 2, in cui si muove a velocità inferiore.

Da questa definizione vediamo che l'indice di rifrazione è una grandezza adimensionale maggiore o uguale all'unità poiché la v in un mezzo è minore di c . Inoltre, n è uguale all'unità per il vuoto. Gli indici di rifrazione per varie sostanze sono elencati in Tabella 25.1. Quando un'onda passa da un mezzo a un altro, la sua frequenza non varia. Consideriamo questo concetto per l'onda che passa da una corda leggera a una pesante. Se le frequenze delle onde incidente e trasmessa nelle due corde fossero diverse nel punto di giunzione, le corde non potrebbero rimanere legate insieme, in quanto le estremità di giunzione dei due pezzi di corda non si muoverebbero su e giù all'unisono!

Anche per un raggio di luce che passa da un mezzo a un altro, la frequenza rimane costante. Per vedere ciò, si consideri la Figura 25.11. I fronti d'onda superano un osservatore nel punto A nel mezzo 1 con una certa frequenza e incidono sulla superficie di separazione fra il mezzo 1 e il mezzo 2. La frequenza alla quale i fronti d'onda superano un osservatore nel punto B nel mezzo 2 deve essere uguale alla frequenza alla quale essi arrivano nel punto A . Se così non fosse, i fronti d'onda dovrebbero accumularsi sul confine di separazione oppure distruggersi o crearsi al confine. Poiché ciò non accade, la frequenza deve essere costante quando il raggio di luce passa da un mezzo a un altro.

Perciò, poiché la relazione $v - \lambda f$ (Eq. 13.12) deve essere valida in entrambi i mezzi e poiché $f_1 - f_2 - f$, si vede che

$$v_1 = \lambda_1 f \quad \text{e} \quad v_2 = \lambda_2 f$$

Poiché $v_1 \neq v_2$, segue che $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Una relazione tra indice di rifrazione e lunghezza d'onda può essere trovata dividendo membro a membro queste due equazioni e facendo uso della definizione di indice di rifrazione data dall'Equazione 25.3:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

25.4

il che dà

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$$

25.5

Segue dall'Equazione 25.5 che l'indice di rifrazione di qualsiasi mezzo può essere espresso come il rapporto

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n}$$

25.6

Prevenire le insidie 25.3 Una proporzionalità inversa

L'indice di rifrazione è *inversamente* proporzionale alla velocità dell'onda. Quando la velocità v dell'onda diminuisce l'indice di rifrazione n aumenta. Quindi, tanto maggiore è l'indice di rifrazione di un materiale, tanto più la velocità dell'onda *diminuisce* rispetto alla sua velocità nel vuoto. Quanto più l'onda rallenta tanto più θ_1 e θ_2 nell'Equazione 25.7 differiscono.

dove λ è la lunghezza d'onda della luce nel vuoto e λ_n è la lunghezza d'onda nel mezzo di indice di rifrazione n .

Siamo ora in grado di esprimere l'Equazione 25.2 in una forma alternativa. Se combiniamo l'Equazione 25.3 e l'Equazione 25.2, otteniamo

LEGGE DI RIFRAZIONE (LEGGE DI SNELL)

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

25.7

² La stessa legge era stata ottenuta per la teoria corpuscolare della luce nel 1637 da René Descartes (1596-1650) ed è nota come *Legge di Descartes* in Francia.

La scoperta sperimentale di questa relazione è solitamente accreditata a Willebrord Snell (1591-1626) ed è perciò nota come **legge di Snell**². La rifrazione delle onde all'interfaccia tra due mezzi è un fenomeno comune pertanto identifichiamo un modello di analisi per questa situazione: **rifrazione di un'onda**. L'Equazione 25.7 è la rappresentazione matematica di questo modello per le onde elettromagnetiche. Altre onde, quali le onde sismiche e le onde sonore, vengono rifratte secondo lo stesso modello e la rappresentazione matematica è data dall'Equazione 25.2.

QUIZ RAPIDO 25.3

La luce passa da un mezzo con indice di rifrazione 1.3 ad uno con indice di rifrazione 1.2. In confronto al raggio incidente cosa accade al raggio rifratto?
(a) Si avvicina alla normale. **(b)** Non è deviato. **(c)** Si allontana dalla normale.

QUIZ RAPIDO 25.4

Quando la luce del Sole entra nell'atmosfera, viene rifratta a causa della piccola differenza tra la velocità della luce in aria e nel vuoto. La durata ottica del giorno è definita come l'intervallo di tempo che intercorre tra l'istante in cui la sommità del Sole che sorge appare sopra l'orizzonte e l'istante di tempo in cui la sommità del Sole che tramonta scompare sotto l'orizzonte. La durata geometrica del giorno è definita come l'intervallo di tempo che intercorre tra l'istante in cui una linea retta tra l'osservatore e la sommità del Sole intercetta l'orizzonte e l'istante in cui la stessa linea finisce sotto l'orizzonte. Quale intervallo ha una durata maggiore, **(a)** la lunghezza ottica del giorno o **(b)** la lunghezza geometrica del giorno?

FISICA RAGIONATA 25.2

Visione subacquea Perché si usano le maschere per osservare in modo chiaro sott'acqua? Una maschera è fatta con un pezzo di vetro piano; in una maschera non vi sono lenti.

Ragionamento La rifrazione necessaria per mettere a fuoco con l'occhio avviene all'interfaccia aria-cornea. Il cristallino permette soltanto un piccolo aggiustamento di questa immagine, consentendo un accomodamento per gli oggetti a varie distanze. Quando si aprono gli occhi sott'acqua, l'interfaccia diventa acqua-cornea, invece di aria-cornea. Quindi, la luce proveniente dalla scena non è più a fuoco sulla retina e la scena è sfocata. La maschera subacquea fornisce semplicemente uno strato d'aria di fronte agli occhi, cosicché si ristabilisce l'interfaccia aria-cornea e la rifrazione è adatta a mettere a fuoco la luce sulla retina.

Esempio 25.2 Angolo di rifrazione nel vetro

Un raggio di luce di lunghezza d'onda pari a 589 nm che viaggia in aria incide su di una lastra liscia di vetro crown con un angolo di 30.0° rispetto alla normale.

(A) Determinare l'angolo di rifrazione.

(B) Determinare la velocità della luce nel vetro.

(C) Qual è la lunghezza d'onda di questa luce nel vetro?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 25.3 La luce attraverso una lastra

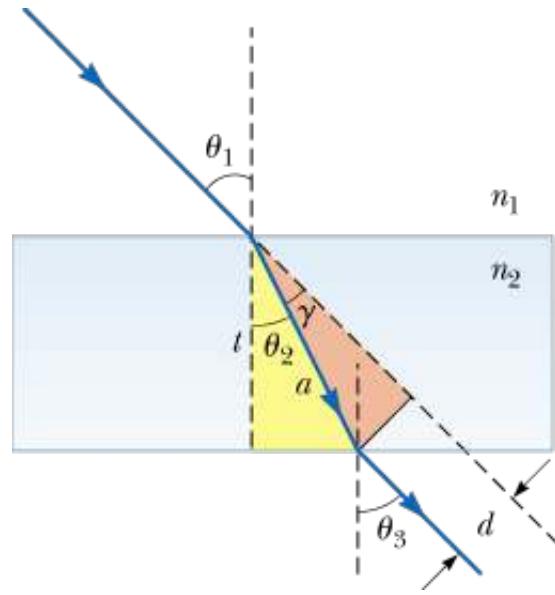


FIGURA 25.12 (Esempio 25.3) La linea tratteggiata parallela al raggio che emerge dal fondo della lastra rappresenta il cammino che la luce seguirebbe se non ci fosse la lastra.

Un fascio luminoso passa dal mezzo 1 al mezzo 2; il secondo è una lastra spessa di un materiale con indice di rifrazione n_2 (Fig. 25.12). Mostra che il fascio che torna nel mezzo 1 dal lato opposto della lastra è parallelo al fascio incidente.

E se...?

Cosa accade se lo spessore t della lastra è raddoppiato? Anche la traslazione d raddoppierà?

VISUALIZZA SOLUZIONE

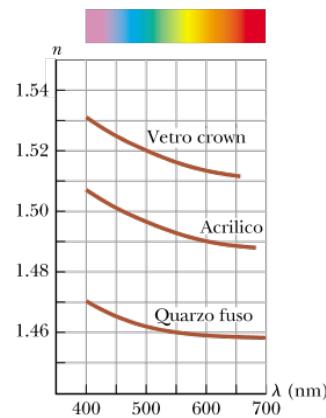


FIGURA 25.13 Variazione dell'indice di rifrazione con la lunghezza d'onda nel vuoto per tre materiali.

Dispersione e prismi

Nel paragrafo precedente, abbiamo sviluppato la legge di Snell che incorpora l'indice di rifrazione di un materiale. Nella Tabella 25.1, abbiamo presentato l'indice di rifrazione di alcuni materiali. Tuttavia, se eseguiamo misure accurate, troviamo che il valore dell'indice di rifrazione in un qualunque mezzo che non sia il vuoto dipende dalla lunghezza d'onda della luce. La dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda, la quale risulta dalla dipendenza della velocità dell'onda dalla lunghezza d'onda, si chiama **dispersione**. La Figura 25.13 è una rappresentazione grafica della variazione dell'indice di rifrazione con la lunghezza d'onda. Poiché n è una funzione della lunghezza d'onda, la legge di Snell indica che l'angolo di rifrazione, quando la luce entra in un materiale, dipende dalla lunghezza d'onda della luce. Come vediamo dalla Figura 25.13, tipicamente l'indice di rifrazione di un materiale diminuisce all'aumentare della lunghezza d'onda nel campo del visibile. Ciò significa che la luce viola ($\lambda \approx 400$ nm) viene rifratta di più della luce rossa ($\lambda \approx 650$ nm) quando passa dall'aria a un materiale.

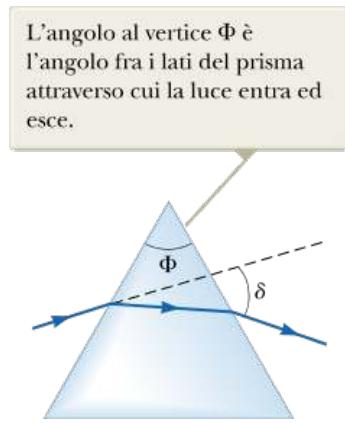


FIGURA 25.14 Un prisma rifrange la luce di una singola lunghezza d'onda e devia la luce di un angolo δ .

Per capire gli effetti della dispersione della luce, consideriamo ciò che accade quando la luce incontra un prisma, come in Figura 25.14. L'angolo al vertice, o angolo di rifrangenza Φ del prisma è definito come mostrato in figura. Un raggio di luce di una sola lunghezza d'onda che incide sul prisma da sinistra emerge deviato dalla sua originale direzione di un angolo di deviazione δ . Supponiamo ora che un fascio di luce bianca (una combinazione di tutte le lunghezze d'onda visibili) incida su di un prisma. A causa della dispersione, i diversi colori si rifrangono con angoli di deviazione diversi, e i raggi che emergono dalla seconda faccia del prisma si separano in una serie di colori nota come **spettro visibile**, come è mostrato in Figura 25.15. Questi colori, in ordine di lunghezza d'onda decrescente, sono: rosso, arancione, giallo, verde, blu, indaco e violetto³. La luce viola ha la massima deviazione, la rossa la minima e il resto dei colori dello spettro visibile cade fra questi due estremi.

La dispersione della luce in uno spettro viene dimostrata vividamente in natura nella formazione di un arcobaleno, spesso visto da un osservatore posto fra il Sole e le gocce di pioggia. Per capire come si forma un arcobaleno, consideriamo la Figura 25.16. Un raggio di luce colpisce una goccia d'acqua nell'atmosfera e subisce riflessione e rifrazione nel modo seguente. Esso viene prima rifratto dalla superficie anteriore della goccia, con la luce violetta deviata di più e la luce rossa deviata di meno.

³ Ai tempi di Newton i colori blu-verde e blu erano chiamati blu e blu indaco. I tuoi "blue jeans" sono colorati con blu indaco. Un trucco mnemonico per ricordare i colori dello spettro è l'acronimo ROYGBIV, dalle iniziali dei colori in lingua inglese: rosso, arancione, giallo, verde, blu, indaco, viola. Alcuni preferiscono pensare a questo acronimo come al nome di una persona: Roy G. Biv!

I colori nel raggio rifratto sono separati perché la dispersione prismatica fa sì che le diverse lunghezze d'onda siano rifratte secondo angoli differenti.

David Parker/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc.



FIGURA 25.15 Un fascio di luce bianca entra nel prisma a sinistra. Il fascio riflesso esce dal prisma appena al di sotto del fascio incidente. Il fascio rifratto diretto verso destra mostra diversi colori. La luce viola devia di più, la luce rossa devia di meno.

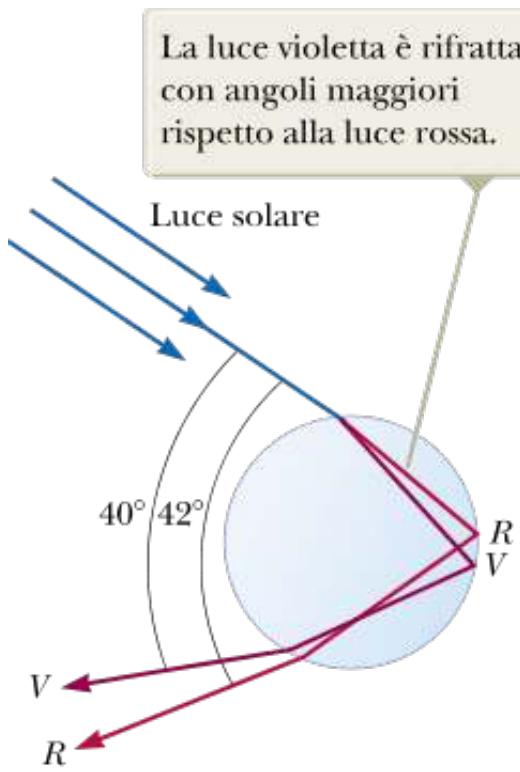


FIGURA 25.16 Rifrazione della luce solare da parte di una goccia di pioggia sferica. La luce che segue questo cammino contribuisce alla formazione dell'arcobaleno.

Sulla superficie posteriore della goccia, la luce viene riflessa e ritorna alla superficie anteriore, dove subisce ancora una rifrazione mentre si muove dall'acqua all'aria.

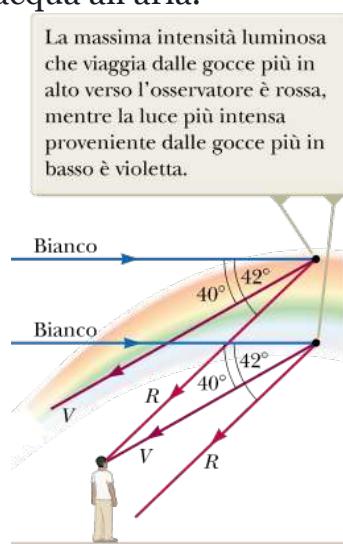


FIGURA 25.17 La formazione di un arcobaleno vista da un osservatore che abbia il Sole alle spalle.

Poiché la luce penetra la superficie anteriore della goccia in tutti i punti, vi è un intervallo di angoli di uscita per la luce che abbandona la goccia dopo essere stata riflessa dalla superficie posteriore. Una analisi attenta della forma sferica della goccia d'acqua, tuttavia, mostra che l'angolo di uscita per cui l'intensità è massima è 42° per la luce rossa e 40° per la luce violetta. Quindi, la luce proveniente da una goccia di pioggia vista da un osservatore è più brillante per questi angoli, e l'osservatore vede un arcobaleno. La Figura 25.17 mostra la geometria per l'osservatore. I colori dell'arcobaleno sono visti in un intervallo da 40° a 42° rispetto ad una direzione opposta a quella del Sole, direzione che corrisponde a 180° rispetto ai raggi del Sole. Se si vede arrivare la luce rossa da una goccia di pioggia alta nel cielo, la luce violetta proveniente da questa goccia passa al di sopra della testa dell'osservatore e non si vede. Quindi, la porzione di arcobaleno in vicinanza di questa goccia è rossa. La porzione viola dell'arcobaleno vista da un osservatore è fornita dalle gocce d'acqua più basse nel cielo, che mandano la luce violetta verso gli occhi dell'osservatore e la luce rossa al di sotto degli occhi.

La fotografia di apertura di questo capitolo mostra un *arcobaleno doppio*. L'arcobaleno secondario è più debole dell'arcobaleno primario, e i colori sono invertiti. L'arcobaleno

Prevenire le insidie

25.4 Un arcobaleno di tanti raggi di luce

Rappresentazioni pittoriche come quella della Figura 25.16 si prestano ad equivoci. La figura mostra un singolo raggio di luce che entra in una goccia di pioggia, viene riflesso e rifratto per uscire dalla goccia con un angolo compreso tra 40° e 42° rispetto alla direzione di ingresso. La figura potrebbe indurre nell'errore di considerare che *tutta* la luce in ingresso esca in questo piccolo intervallo angolare. In realtà la luce esce con angoli che coprono un intervallo ben maggiore, da 0° a 42° . Una attenta analisi della riflessione e rifrazione in una goccia sferica di pioggia mostra che l'intervallo tra 40° e 42° corrisponde a quello con la *massima intensità della luce in uscita*.

secondario nasce dalla luce che subisce due riflessioni sulla superficie interna prima di uscire dalla goccia. In laboratorio, sono stati osservati arcobaleni in cui la luce subiva fino a 30 riflessioni prima di uscire dalla goccia d'acqua. Poiché ciascuna riflessione coinvolge una certa perdita di luce dovuta alla rifrazione verso l'esterno della goccia, l'intensità di questi ordini successivi di arcobaleni è molto piccola.

QUIZ RAPIDO 25.5

Nei materiali dispersivi l'angolo di rifrazione di un raggio di luce dipende dalla lunghezza d'onda della luce. Vero o falso: l'angolo di riflessione sulla superficie del materiale dipende dalla lunghezza d'onda.

Il principio di Huygens

In questo paragrafo, svilupperemo il metodo geometrico proposto da Huygens nel 1678. Huygens assunse che la luce fosse composta da onde piuttosto che da un fascio di particelle. Non aveva alcuna conoscenza della natura della luce e del suo carattere elettromagnetico. Tuttavia, il suo modello geometrico è adeguato per comprendere molti aspetti pratici della propagazione della luce.

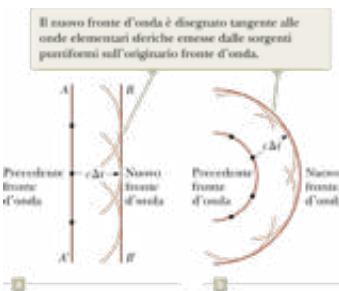


FIGURA 25.18 Costruzione di Huygens per (a) un'onda piana che si propaga verso destra e (b) un'onda sferica che si propaga verso destra.

Il **principio di Huygens** è una costruzione geometrica che consente di determinare la posizione di un nuovo fronte d'onda a partire dalla conoscenza di un fronte d'onda precedente.

Nella costruzione di Huygens, tutti i punti su un dato fronte d'onda si possono considerare come sorgenti puntiformi di *onde sferiche elementari*, che si propagano verso l'esterno con la velocità caratteristica delle onde in quel mezzo. Dopo che è trascorso un certo tempo, la posizione del nuovo fronte d'onda è la superficie tangente alle onde elementari.

La Figura 25.18 illustra due semplici esempi della costruzione di Huygens. Consideriamo, dapprima, un'onda piana che si muove attraverso lo spazio vuoto, come in Figura 25.18a. A $t = 0$, il fronte d'onda è indicato dal piano AA' . Ciascun punto su questo fronte d'onda è considerato una sorgente puntiforme di onde elementari. Mostrando tre di questi



CHRISTIAAN HUYGENS Fisico e astronomo olandese (1629-1695) Huygens è meglio conosciuto per i suoi contributi nel campo dell'ottica e della dinamica. Per Huygens la luce era un tipo di moto vibratorio, che si diffonde e produce la sensazione della visione quando colpisce gli occhi. Sulla base di questa teoria, egli dedusse le leggi della riflessione e della rifrazione e spiegò il fenomeno della doppia rifrazione.

punti, tracciamo dei cerchi ciascuno di raggio $c \Delta t$, dove c è la velocità della luce nel vuoto e Δt è il tempo di propagazione. La superficie disegnata tangente a queste onde elementari è il piano BB' , che è parallelo ad AA' . Questo piano è il fronte d'onda alla fine dell'intervallo di tempo Δt . Analogamente, la Figura 25.18b mostra la costruzione di Huygens per la propagazione di un'onda sferica.

Si ottiene una dimostrazione convincente dell'esistenza delle onde elementari di Huygens utilizzando una vasca d'acqua poco profonda (vasca delle onde) come mostrato in Figura 25.19. Onde piane prodotte a sinistra delle fenditure emergono a destra dalle fenditure come onde circolari bidimensionali che si propagano verso l'esterno. Nell'onda piana, ciascun punto del fronte d'onda agisce come una sorgente di onde circolari sulla superficie bidimensionale d'acqua. Dopo un certo tempo, la tangente ai fronti d'onda circolari rimane

una linea retta. Quando il fronte d'onda incontra la barriera, tuttavia, le onde in tutti i punti sul fronte d'onda sono riflesse eccetto quelle che incontrano le aperture. Per aperture molto piccole, possiamo schematizzare ciò come se ci fosse soltanto una sorgente di onde elementari di Huygens in ciascuna delle due aperture. Di conseguenza, le onde elementari di Huygens provenienti da queste singole sorgenti si vedono come onde circolari uscenti nella parte destra della Figura 25.19. Questo è un esempio spettacolare della diffrazione che abbiamo menzionato nel paragrafo di apertura di questo capitolo, un fenomeno che studieremo più dettagliatamente nel Capitolo 27.

Il principio di Huygens applicato alla riflessione e alla rifrazione

Ricaviamo ora le leggi della riflessione e della rifrazione a partire dal principio di Huygens. Per la legge della riflessione facciamo riferimento alla Figura 25.20. La linea AB rappresenta un fronte d'onda piano, del fascio incidente, che passa per il punto in



FIGURA 25.19 Onde sulla superficie dell'acqua che evidenziano le onde elementari di Huygens. Un'onda piana incide sulla barriera con due piccole aperture. Ciascuna apertura agisce come una sorgente di onde elementari circolari.

cui il raggio 1 colpisce la superficie. Nello stesso istante l'onda nel punto A emette un'onda elementare (mostrata ad un tempo successivo come l'arco color marrone che passa per il punto D); la luce riflessa forma un angolo γ' con la superficie. Allo stesso istante l'onda in B emette un'onda elementare di Huygens (l'arco color marrone passante per il punto C) con la luce incidente che forma un angolo γ con la superficie. La Figura 25.20 mostra queste onde elementari dopo un intervallo Δt , necessario affinché anche il raggio 2 raggiunga la superficie. Poiché i raggi 1 e 2 si muovono con la stessa velocità avremo che $AD = BC = c\Delta t$. Il resto della dimostrazione è pura geometria. Notiamo come i due triangoli ABC e ADC sono congruenti perché hanno la stessa ipotenusa AC e perché $AD = BC$. La Figura 25.20 mostra che

$$\cos \gamma = \frac{BC}{AC} \quad \text{e} \quad \cos \gamma' = \frac{AD}{AC}$$

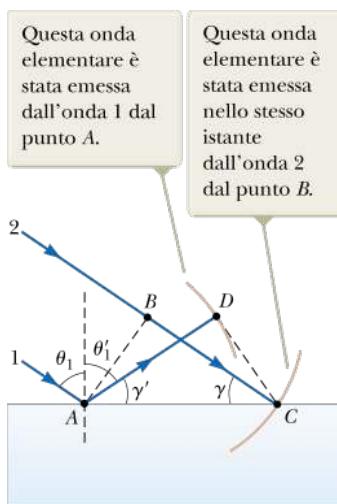


FIGURA 25.20 Costruzione di Huygens per dimostrare la legge della riflessione.

dove $\gamma = 90^\circ - \theta_1$ e $\gamma' = 90^\circ - \theta'_1$. Essendo $AD = BC$,

$$\cos \gamma = \cos \gamma'$$

Pertanto

$$\gamma = \gamma'$$

$$90^\circ - \theta_1 = 90^\circ - \theta'_1$$

e

$$\theta_1 = \theta'_1$$

che altro non è se non la legge della riflessione.

Utilizziamo ora il principio di Huygens per derivare la legge della rifrazione di Snell. Poniamo attenzione all'istante in cui il raggio 1 colpisce la superficie e al successivo intervallo di tempo fino al momento in cui anche il raggio 2 colpisce la superficie, come mostrato in Figura 25.21. Durante tale intervallo di tempo, l'onda in A genera un'onda elementare di Huygens (l'arco color marrone passante per il punto D) e la luce viene rifratta dal materiale formando un angolo θ_2 con la normale alla superficie. Nello stesso intervallo di tempo l'onda in B genera un'onda elementare di Huygens (l'arco color marrone passante per il punto C) e si continua a propagare in linea retta. Poiché le due onde elementari si propagano in mezzi diversi il raggio delle onde elementari è distinto. Il raggio di quella generata nel punto A è $AD - v_2 \Delta t$, dove v_2 è la velocità dell'onda nel secondo mezzo. Il raggio di quella generata in B è $BC - v_1 \Delta t$, dove v_1 è la velocità dell'onda nel primo mezzo. Dai triangoli ABC e ADC troviamo che

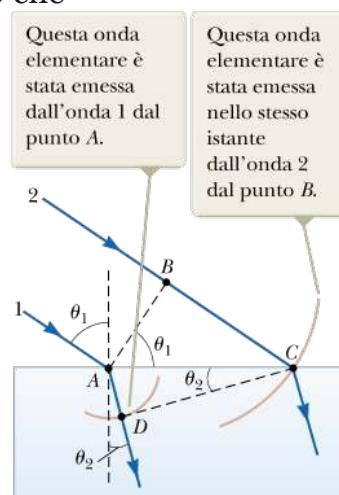


FIGURA 25.21 Costruzione di Huygens per dimostrare la legge di Snell della rifrazione.

$$\sin \theta_1 = \frac{BC}{AC} = \frac{v_1 \Delta t}{AC} \quad \text{e} \quad \sin \theta_2 = \frac{AD}{AC} = \frac{v_2 \Delta t}{AC}$$

Dividendo membro a membro le due equazioni otteniamo

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Tuttavia, sappiamo dall'Equazione 25.3 che $v_1 = c/n_1$ e $v_2 = c/n_2$. Pertanto,

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

e

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

che è la legge della rifrazione di Snell.

Riflessione interna totale

Un effetto interessante chiamato **riflessione interna totale** può verificarsi quando la luce si propaga da un mezzo di un dato indice di rifrazione ad uno con un indice di rifrazione minore. Si consideri un raggio di luce che viaggia nel mezzo 1 e che incontra la superficie che separa il mezzo 1 dal mezzo 2, dove $n_1 > n_2$ (Fig. 25.22a). Varie direzioni possibili del raggio sono indicate dai raggi da 1 a 5. I raggi rifratti si allontanano dalla normale perché $n_1 > n_2$ (si ricordi che, quando la luce si rifrange alla superficie di separazione tra due mezzi, è anche parzialmente riflessa. Questi raggi sono mostrati in Fig. 25.22a). Ad un certo angolo di incidenza, θ_c , chiamato **angolo limite**, il raggio di luce rifratto si muoverà parallelo alla superficie di separazione cosicché $\theta_2 = 90^\circ$ (raggio 4 in Fig. 25.22a e mostrato anche in Fig. 25.22b). Per angoli di incidenza maggiori di θ_c , nessun raggio è rifratto e il raggio incidente è interamente riflesso dalla superficie di separazione, come il raggio 5 in Figura 25.22a. Questo raggio è riflesso dalla superficie come se avesse colpito una superficie perfettamente riflettente. Esso obbedisce alla legge della riflessione; cioè, l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione.

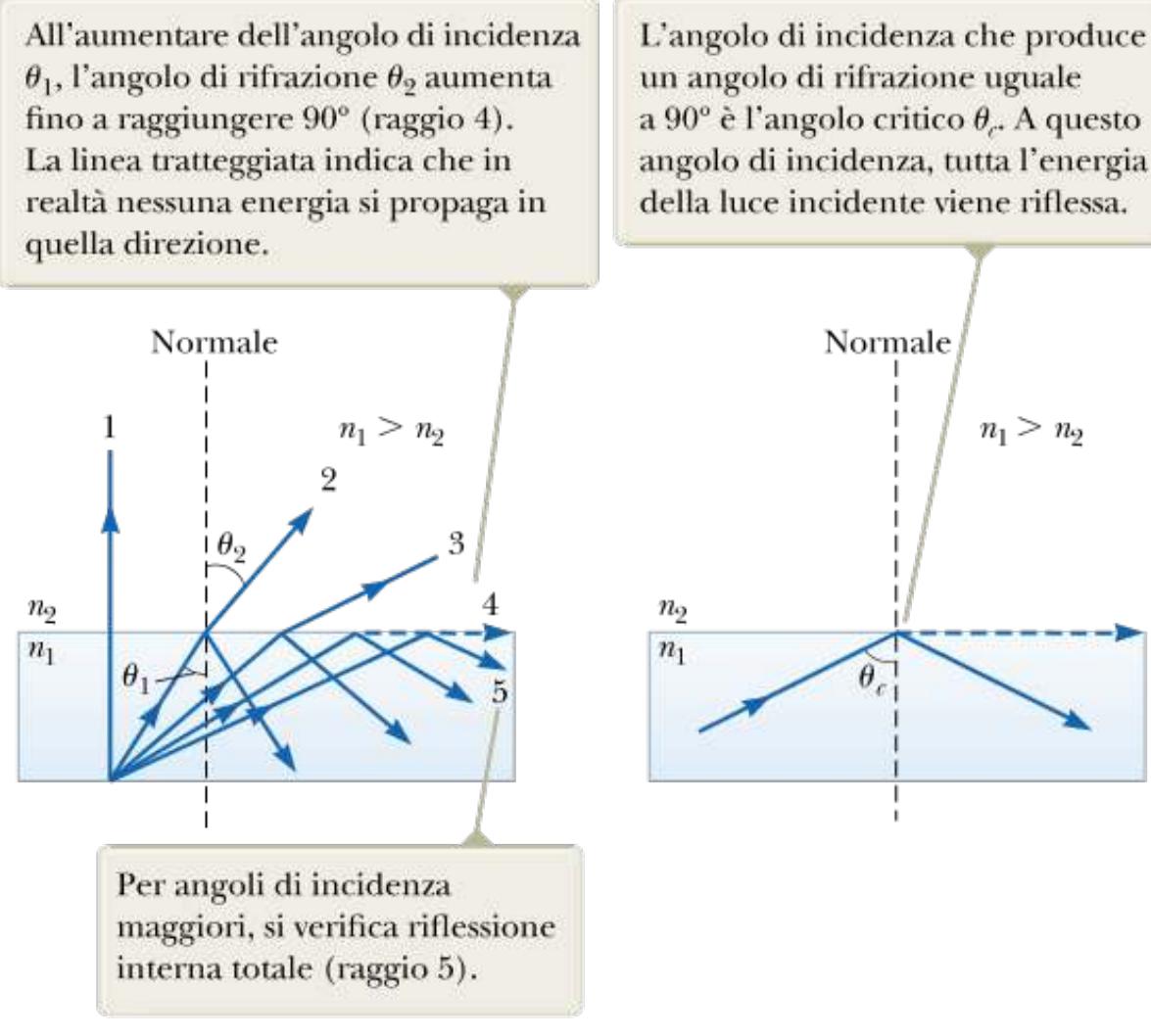


FIGURA 25.22 (a) I raggi si spostano da un mezzo di indice di rifrazione n_1 ad un mezzo di indice di rifrazione n_2 , dove $n_1 > n_2$. (b) Il raggio 4 è analizzato singolarmente.

Possiamo usare la legge di Snell per trovare l'angolo limite. Quando $\theta_1 = \theta_c$, $\theta_2 = 90^\circ$, e la legge di Snell (Eq. 25.7) dà

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{per } n_1 > n_2)$$

25.8 ▶

Si noti che questa equazione può essere utilizzata solo quando n_1 è maggiore di n_2 . Cioè, la riflessione interna totale si verifica solo quando la luce si propaga da un mezzo di un dato indice di rifrazione a un mezzo di indice di rifrazione minore. Questo è il motivo per cui il termine *interna* viene aggiunto alla definizione – la luce deve essere inizialmente *all'interno* di un materiale di indice di rifrazione più alto rispetto a quello del materiale esterno. Se n_1 fosse minore di n_2 , l'Equazione 25.8 darebbe $\sin \theta_c > 1$, il che è un risultato assurdo poiché il seno di un angolo non può mai essere maggiore di uno.

L'angolo limite per la riflessione interna totale è piccolo quando n_1 è considerevolmente maggiore di n_2 . Esempi di questa situazione sono il diamante ($n = 2.42$ e $\theta_c = 24^\circ$) e il vetro crown ($n = 1.52$ e $\theta_c = 41^\circ$), dove gli angoli dati corrispondono alla rifrazione della luce dal materiale all'aria. La riflessione interna totale combinata con la sfaccettatura fa sì che i diamanti e i cristalli scintillino quando osservati alla luce.



FIGURA 25.23 (Quiz Rapido 25.6) Cinque raggi luminosi non paralleli entrano in un prisma di vetro dal lato sinistro.

QUIZ RAPIDO 25.6

Nella Figura 25.23, cinque fasci luminosi entrano in un prisma di vetro dalla sinistra. **(i)** Quanti di questi fasci subiscono riflessione interna totale sulla superficie inclinata del prisma? (a) uno (b) due (c) tre (d) quattro (e) cinque. **(ii)** Supponiamo di poter ruotare il prisma di Figura 25.23 nel piano del foglio. Affinché *tutti e cinque* i raggi subiscano riflessione interna totale sulla superficie inclinata, dovremmo ruotare il prisma (a) in verso orario oppure (b) in verso antiorario?

QUIZ RAPIDO 25.7

Un fascio di luce bianca incide su di una interfaccia tra vetro crown e aria come mostrato nella Figura 25.22. Il fascio incidente è ruotato in senso orario così da aumentare l'angolo di incidenza θ . A causa della dispersione nel vetro, alcuni colori della luce incidente subiscono riflessione interna totale (raggio 4 in Fig. 25.22a) prima degli altri così che il fascio rifratto uscente dal vetro non è più bianco. Quale è l'ultimo colore ad essere rifratto ed uscire dalla superficie superiore? **(a)** Viola, **(b)** verde, **(c)** rosso, **(d)** impossibile rispondere.

Esempio 25.4

Il punto di vista del pesce

Determinare l'angolo critico per una interfaccia aria-acqua (assumere 1.33 per l'indice di rifrazione dell'acqua).

E se...?

Cosa accade se un pesce in un laghetto guarda in alto, verso la superficie dell'acqua, con angoli diversi rispetto alla superficie stessa come in Figura 25.24? Cosa vedrà?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Collegamento al contesto: le fibre ottiche

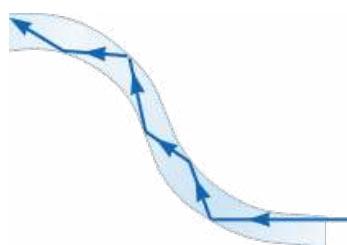


FIGURA 25.25 La luce viaggia in una bacchetta curva trasparente mediante riflessioni interne multiple.

Un’interessante applicazione della riflessione interna totale è l’uso di bacchette di vetro o di plastica trasparente per “guidare” la luce da un posto ad un altro. Nell’industria delle comunicazioni, impulsi di luce laser si muovono lungo questi tipi di guide, portando informazioni ad alta velocità. In questo Collegamento al contesto, investighiamo la fisica di questa tecnologia avanzata.

La Figura 25.25 mostra la luce che viaggia all’interno di una bacchetta stretta e trasparente. La luce è confinata a propagarsi entro la bacchetta, anche lungo curve dolci, come risultato di successive riflessioni interne. Una tale guida di luce sarà flessibile se, piuttosto che bacchette spesse, si usano fibre sottili dette **fibre ottiche**. Se si usa un fascio di fibre ottiche parallele per costruire una linea di trasmissione ottica, si possono trasferire delle immagini da un punto all’altro. Uno dei vincitori del Premio Nobel per la Fisica 2009 è stato Charles K. Kao (nato nel 1933) per aver scoperto come trasmettere segnali luminosi a grandi distanze mediante sottili fibre di vetro. Tale scoperta ha permesso lo sviluppo di un settore industriale che prende il nome di *ottica delle fibre*.

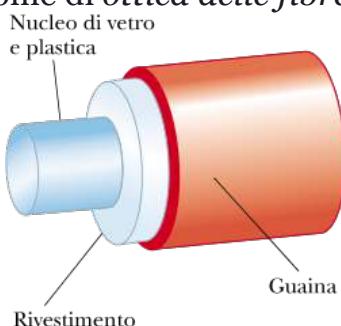


FIGURA 25.26 La struttura di una fibra ottica. La luce viaggia nel nucleo, che è circondato da un rivestimento e da una guaina protettiva.

Una fibra ottica consiste di un nucleo trasparente circondato da un *rivestimento*, un materiale che ha un basso indice di rifrazione rispetto al nucleo. L’insieme deve essere circondato da una *guaina protettiva* di plastica per prevenire danni meccanici. La Figura 25.26 mostra una sezione di questa costruzione. Poiché l’indice di rifrazione del rivestimento è minore di quello del nucleo, la luce che viaggia nel nucleo subisce la riflessione interna totale se arriva all’interfaccia fra il nucleo e il rivestimento con un angolo di incidenza che supera l’angolo limite. In questo caso, la luce “rimbalza” lungo il nucleo della fibra ottica, perdendo pochissimo della sua intensità mentre si propaga. Le perdite di intensità in una fibra ottica sono essenzialmente dovute alle riflessioni alle due estremità e all’assorbimento del materiale del nucleo.

Le fibre ottiche sono particolarmente utili per vedere un oggetto posto in un sito non direttamente accessibile. Ad esempio, i dottori spesso usano strumenti di questo tipo per controllare organi interni o per interventi chirurgici, evitando di praticare larghe incisioni al paziente. I cavi a fibra ottica stanno soppiantando i collegamenti in filo di rame e i cavi coassiali per le telecomunicazioni perché, rispetto ad un cavo

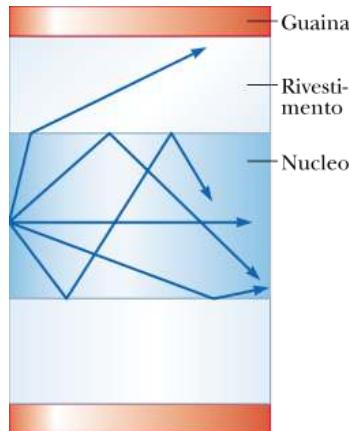


FIGURA 25.27 Una fibra ottica multimodo con indice a gradini. I raggi di luce che entrano con un largo intervallo di angoli passano attraverso il nucleo. Quelli che formano grandi angoli con l'asse aumentano la lunghezza del percorso nella fibra rispetto a quelli che formano piccoli angoli.

elettrico, le fibre possono veicolare un numero molto maggiore di chiamate telefoniche o di connessioni di altro tipo.

La Figura 25.27 mostra una sezione laterale di un tipo semplice di fibra ottica noto come una *fibra multimodo con indice a gradini*. Il termine *indice a gradini* si riferisce alla discontinuità dell'indice di rifrazione fra il nucleo e il rivestimento, e il termine *multimodo* si riferisce al fatto che viene trasmessa la luce entrante nella fibra con molti angoli di incidenza. Questo tipo di fibra è accettabile per trasmettere segnali su brevi distanze, ma non per lunghe distanze poiché un impulso digitale si allarga con la distanza. Immaginiamo di immettere un impulso di luce laser perfettamente rettangolare nel nucleo della fibra ottica. La Figura 25.28a mostra l'ideale comportamento temporale dell'intensità della luce laser per l'impulso di entrata. L'intensità della luce laser aumenta istantaneamente al suo valore massimo, rimane costante per la durata dell'impulso e poi istantaneamente cade a zero. La luce dell'impulso entrante lungo l'asse in Figura 25.27 percorrerà una distanza più breve e arriverà dall'altra parte per prima. Le altre traiettorie di luce rappresentano distanze più lunghe dovute agli angoli di rimbalzo. Di conseguenza, la luce dell'impulso arriva dall'altra parte durante un periodo più lungo – l'impulso risulta distorto come in Figura 25.28b. Se l'impulso rappresenta zeri e uno di un codice binario di segnali, ciò potrebbe causare la sovrapposizione degli impulsi o una riduzione dell'intensità del picco al di sotto della soglia di rivelazione; ambedue le situazioni risulterebbero nella cancellazione dell'informazione.



Nelle reti di comunicazione si usano fibre ottiche di vetro o di plastica per trasferire segnali acustici, video e dati numerici. Fibre tipiche hanno un diametro di 60 μm .

Un modo di migliorare la trasmissione ottica in queste circostanze è di usare una *fibra multimodo con indice graduato* (Fig. 25.29). Questa fibra ha un nucleo il cui indice di rifrazione diminuisce dal centro verso l'esterno all'aumentare del raggio, come è suggerito dall'ombreggiatura nella figura. Con un nucleo a indice graduato, i raggi di luce fuori asse subiscono una rifrazione continua e si incurvano gradualmente allontanandosi dal bordo e ritornando verso il centro, come è mostrato dalla traiettoria in Figura 25.29. Ciò riduce il tempo di transito nella fibra per raggi fuori asse e riduce pure la distorsione dell'impulso in uscita. Il tempo di transito si riduce per due ragioni: (1) la lunghezza del percorso diminuisce; (2) l'onda viaggia per la maggior parte del tempo nella regione con indice di rifrazione minore, dove la velocità della luce è più alta che al centro.

L'effetto di allargamento in Figura 25.28 si può ridurre ulteriormente e quasi eliminare progettando la fibra con due modifiche rispetto alla fibra multimodo con indice a gradini

della Figura 25.27: (1) il nucleo è reso molto piccolo cosicché tutte le traiettorie al suo interno sono circa della stessa lunghezza; (2) la differenza di indice di rifrazione fra il nucleo e il rivestimento è resa relativamente piccola, cosicché i raggi fuori asse entrano nel rivestimento e vengono assorbiti. Tali cambiamenti sono mostrati in Figura 25.30. È questa una *fibra a modo singolo con indice a gradini*. Essa può trasportare informazioni ad alta velocità poiché gli impulsi subiscono una distorsione minima.

In realtà, il materiale del nucleo non è perfettamente trasparente. Si verifica un certo assorbimento e una certa diffusione della luce che viaggia lungo la fibra. L'assorbimento trasforma l'energia della luce in energia interna della fibra. La diffusione causa l'urto della luce con l'interfaccia nucleo-rivestimento ad angoli inferiori all'angolo limite per la riflessione interna totale, dando luogo a una certa perdita nel rivestimento o nella guaina protettiva. Anche con questi problemi, le fibre ottiche possono trasmettere circa il 95% dell'energia in entrata per un chilometro. Questi problemi vengono minimizzati usando la maggiore lunghezza d'onda possibile per la quale il nucleo risulti trasparente. I centri di diffusione e di assorbimento appaiono allora i più piccoli

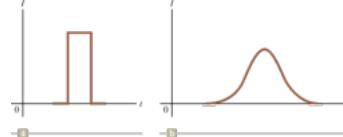


FIGURA 25.28 (a) Un impulso rettangolare di luce laser viene inviato lungo una fibra ottica. (b) L'impulso di luce in uscita, è più ampio perché la luce ha seguito percorsi diversi attraverso la fibra.

possibile rispetto alle onde e minimizzano la probabilità di interazioni. La maggior parte delle fibre ottiche per le comunicazioni funziona con luce proveniente da laser infrarossi, che hanno una lunghezza d'onda di circa 1 300 nm.

Come già detto, una comune applicazione delle fibre ottiche è l'uso nelle telecomunicazioni. Ma le fibre ottiche si usano anche nelle "costruzioni intelligenti." In questa applicazione, dei sensori sono posti in vari punti all'interno del fabbricato, e una fibra ottica trasporta la luce laser al sensore, che

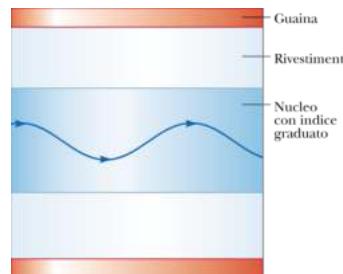


FIGURA 25.29 Una fibra ottica multimodo con indice a gradini. Poiché l'indice di rifrazione del nucleo varia rapidamente, i raggi fuori asse seguono percorsi curvilinei lungo il nucleo.

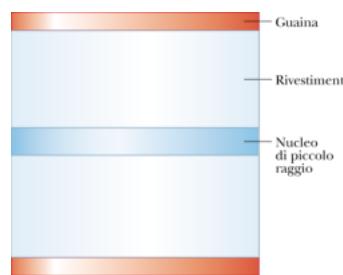


FIGURA 25.30 Una fibra ottica monomodo con indice a gradini. Il piccolo raggio del nucleo e la piccola differenza fra gli indici di rifrazione del nucleo e del rivestimento riducono l'allargamento dell'impulso di luce.

la riflette indietro al sistema di controllo. Se avviene una qualche distorsione nel fabbricato, dovuta a un terremoto o ad altre cause, l'intensità della luce riflessa dal sensore varia e il sistema di controllo localizza il punto di distorsione identificando il particolare sensore coinvolto.

Come abbiamo visto, una singola fibra ottica può portare un segnale digitale. Se si vuole trasportare un'immagine, serve un fascio di fibre ottiche. Questi fasci sono utilizzati nel *fibroscopio* in medicina. Tali apparecchi saranno descritti nel Collegamento al contesto del Capitolo 26.

In ottica geometrica usiamo l'**approssimazione dei raggi** nella quale assumiamo che un'onda viaggi, attraverso un mezzo, in linea retta nella direzione dei raggi. Trascuriamo gli effetti della diffrazione, la qual cosa è un'ottima approssimazione fintantoché la lunghezza d'onda è piccola rispetto alle dimensioni di una qualsiasi apertura.

L'**indice di rifrazione** n di un materiale è definito come

$$n = \frac{c}{v} \quad 25.3 \blacktriangleleft$$

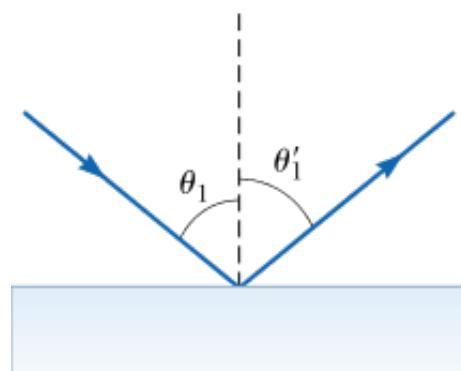
dove c è la velocità della luce nel vuoto e v è la velocità della luce nel materiale.

In generale, n varia con la lunghezza d'onda, dando luogo al fenomeno della **dispersione**. Il **principio di Huygens** afferma che tutti i punti di un fronte d'onda possono essere considerati come sorgenti puntiformi di onde sferiche elementari. In istanti successivi, la nuova posizione del fronte d'onda è la superficie tangente a queste onde elementari.

La **riflessione interna totale** avviene quando la luce passa da un mezzo di alto indice di rifrazione ad un altro di indice di rifrazione minore. L'**angolo limite** di incidenza θ_c per cui avviene la riflessione interna totale alla superficie è

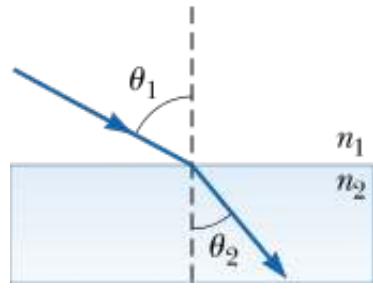
$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{per } n_1 > n_2) \quad 25.8 \blacktriangleleft$$

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi |



Riflessione dell'onda. La **legge della riflessione** stabilisce che, per un raggio luminoso (o qualunque altro tipo di onda) che incida su di una superficie liscia, l'angolo di riflessione θ'_1 è pari all'angolo di incidenza θ_1 .

$$\theta'_1 = \theta_1 \quad 25.1 \blacktriangleleft$$



Rifrazione dell'onda. Un'onda che attraversa la superficie di separazione tra il mezzo 1 e il mezzo 2 viene **rifratta**. L'angolo di rifrazione θ_2 è legato all'angolo di incidenza θ_1 dalla relazione

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

25.2 ◀

dove v_1 e v_2 sono le velocità dell'onda rispettivamente nel mezzo 1 e 2. I raggi incidente, riflesso, rifratto e la normale alla superficie giacciono tutti sullo stesso piano.

Per le onde luminose la **legge della rifrazione di Snell** stabilisce che

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

25.7 ◀

dove n_1 e n_2 sono gli indici di rifrazione dei due mezzi.

Formazione

dell'immagine da specchi e lenti



I raggi di luce provenienti dalle foglie sullo sfondo dell'immagine non hanno formato un'immagine a fuoco sulla pellicola della fotocamera e per questo le foglie appaiono poco distinguibili. I raggi di luce che hanno attraversato la goccia di pioggia, invece, sono stati alterati e hanno formato un'immagine a fuoco delle foglie sullo sfondo. In questo capitolo studieremo la formazione delle immagini quando la luce si riflette sugli specchi o si rifrange nelle lenti.

Questo capitolo tratta la formazione delle immagini quando la luce interagisce con superfici piane o sferiche. Troveremo che possono formarsi immagini per riflessione o per rifrazione, e che specchi e lenti funzionano grazie a questi fenomeni.

Le immagini formate per riflessione e rifrazione si usano in una varietà di dispositivi quotidiani quali gli specchietti retrovisori delle macchine, gli specchi per radersi e per truccarsi, le fotocamere, gli occhiali, le lenti di ingrandimento. Inoltre, molti strumenti scientifici, come i telescopi e i microscopi, utilizzano i principi discussi in questo capitolo per la formazione dell'immagine.

Useremo estensivamente i modelli geometrici sviluppati dai principi della riflessione e della rifrazione. Queste costruzioni ci permetteranno di sviluppare rappresentazioni matematiche per la localizzazione dell'immagine in vari tipi di specchi e lenti.

26.1

Immagini formate da specchi piani

¹ Stiamo supponendo che l'oggetto sia una sorgente puntiforme di luce. Questo potrebbe essere vero per una lampadina molto piccola ma più spesso si tratta di un singolo punto di un oggetto esteso che è illuminato da una sorgente di luce esterna. In questo caso i raggi di luce partono dal punto in questione come se fosse esso stesso una sorgente luminosa.

Cominceremo questa indagine considerando l'elemento ottico più semplice possibile: lo specchio piano. Consideriamo una sorgente puntiforme di luce¹ posta in O in Figura 26.1 (pag. 880), ad una distanza p davanti a uno specchio piano. La distanza p è indicata come **distanza dell'oggetto**. I raggi di luce provenienti dalla sorgente sono riflessi dallo specchio. Dopo la riflessione, i raggi continuano a divergere (cioè, si allontanano l'uno dall'altro). Le linee tratteggiate in Figura 26.1 sono prolungamenti dei raggi divergenti fino al punto d'intersezione I . I raggi divergenti appaiono all'osservatore come provenienti dal punto I dietro lo specchio. Il punto I si chiama **immagine** dell'oggetto posto in O .

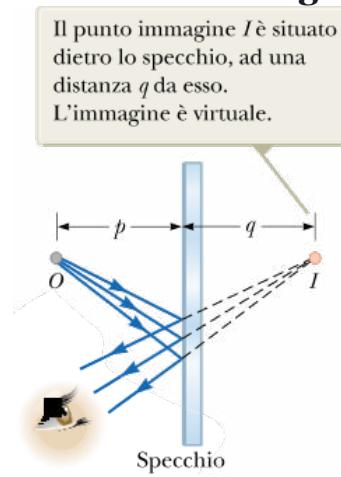


FIGURA 26.1 Un'immagine formata per riflessione da uno specchio piano.

In tutti i sistemi ottici, localizzeremo le immagini con il prolungamento dei raggi divergenti, fino al punto immagine in cui tali prolungamenti si incontrano². Le immagini sono localizzate o in un punto da cui i raggi luminosi *realmente* divergono, o in un punto da cui appaiono divergere. Poiché i raggi in Figura 26.1 appaiono originarsi da I , che è posto a una distanza q dietro lo specchio, questa è la posizione dell'immagine. La distanza q è chiamata **distanza dell'immagine**.

Le immagini sono divise in **reali** e **virtuali**. Un'**immagine reale** è quella in cui la luce passa attraverso il punto immagine e diverge; un'**immagine virtuale** è quella in cui la luce non passa attraverso il punto immagine ma appare soltanto divergere da quel punto. L'immagine formata dallo specchio in Figura 26.1 è virtuale. L'immagine di un oggetto reale visto in uno specchio piano è *sempre* virtuale. Le immagini reali possono essere esposte su uno schermo (come in una proiezione), ma un'immagine virtuale non può essere esposta su uno schermo. Vedremo un esempio di immagine reale nel Paragrafo 26.2.

La Figura 26.2 è un esempio di una particolare costruzione grafica, detta **diagramma dei raggi**, che è utilissima per lo studio di specchi e lenti. In un diagramma dei raggi, si traccia un piccolo numero della miriade di raggi che escono da una sorgente puntiforme, e la posizione dell'immagine si trova applicando le leggi della riflessione (e della rifrazione, nel caso di superfici rifrangenti e lenti) a questi raggi. Un disegno accurato del percorso dei raggi ci permette di costruire un modello geometrico in modo da poter usare la geometria e la trigonometria per risolvere matematicamente un problema.

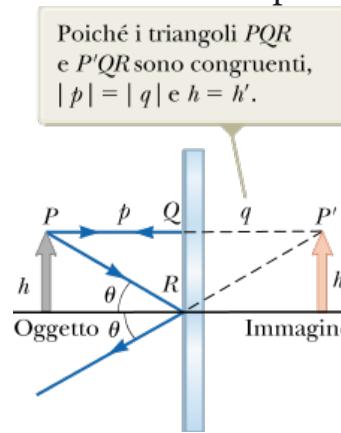


FIGURA 26.2 Costruzione geometrica usata per localizzare l'immagine di un oggetto posto davanti ad uno specchio piano.

Esamineremo le proprietà delle immagini formate da specchi piani usando la semplice geometria mostrata in Figura 26.2. Troviamo l'immagine della punta della freccia grigia. Per trovare dove si forma un'immagine, è sempre necessario seguire almeno due raggi di

luce quando si riflettono sullo specchio. Uno di questi raggi parte da P , segue una traiettoria orizzontale PQ verso lo specchio, e si riflette all'indietro su se stesso. Il secondo raggio segue la traiettoria obliqua PR e si riflette con lo stesso angolo secondo la legge della riflessione. Possiamo prolungare i due raggi riflessi all'indietro sino al punto da cui essi sembrano divergere, cioè il punto P' . Una ripetizione di questo processo per i punti dell'oggetto diversi da P darebbe come risultato un'immagine (tracciata come una freccia rosa) alla destra dello specchio. Questi raggi e i loro prolungamenti ci permettono di costruire un modello geometrico per la formazione dell'immagine basato sui triangoli PQR e $P'QR$. Poiché questi due triangoli sono uguali, $PQ = P'Q$ e $p = |q|$ (usiamo il simbolo di valore assoluto poiché, come vedremo fra breve, ai valori di p e q è associata una convenzione sui segni). Quindi, concludiamo che l'immagine che si forma al di là dello specchio e l'oggetto che sta di fronte sono equidistanti dallo specchio.

Il modello geometrico mostra anche che l'altezza dell'oggetto, h , è uguale all'altezza dell'immagine, h' . Definiamo l'**ingrandimento lineare trasversale** (o semplicemente **ingrandimento**) M di un'immagine:

INGRANDIMENTO DI UN'IMMAGINE

$$M \equiv \frac{\text{altezza immagine}}{\text{altezza oggetto}} = \frac{h'}{h}$$

26.1 ▶

che è una definizione generale dell'ingrandimento per qualsiasi tipo d'immagine formata da uno specchio o da una lente. $M = 1$ per uno specchio piano, poiché in questo caso $h' = h$. Possiamo anche notare che l'immagine è *dritta* – la freccia immagine punta nello stesso verso della freccia oggetto. Un'immagine dritta è indicata matematicamente da un valore positivo dell'ingrandimento (più avanti discuteremo la situazione in cui si formano immagini *capovolte*, con ingrandimenti negativi).

Infine, è interessante notare che uno specchio piano forma un'immagine che ha un'*apparente* inversione destra-sinistra. Si può osservare questa inversione mettendosi di fronte a uno specchio e alzando la mano destra. L'immagine che si vede alza la mano sinistra. Analogamente, i capelli appaiono avere la riga dalla parte opposta e un neo sulla guancia destra appare sulla guancia sinistra. Questa inversione non è *realmente* un'inversione destra-sinistra. Si immagini, per esempio, di giacere sul pavimento sul proprio lato sinistro, col corpo parallelo alla superficie dello specchio. Adesso, guardando lo specchio, la testa è a sinistra e i piedi a destra. Se si muove un piede, l'immagine non muove la testa! Se si alza la mano destra, tuttavia, l'immagine alza la mano sinistra. Quindi, essa appare ancora simile a un'inversione sinistra-destra, ma nella direzione alto-basso!

² I nostri occhi ed il cervello interpretano i raggi di luce divergenti come provenienti dal punto da cui i raggi divergono. Il sistema mente-occhio può rilevare i raggi solo quando essi entrano nell'occhio e non ha alcuna informazione circa quello che è loro successo in precedenza. Pertanto, anche se i raggi luminosi non hanno *realmente* avuto origine nel punto I , essi entrano nell'occhio come se li fossero stati originati, e I è il punto in cui il cervello posiziona l'oggetto.

Prevenire le insidie
26.1
Ingrandimento, in ottica, non implica necessariamente "ingrandire"

Per gli elementi ottici diversi dagli specchi piani, l'ingrandimento definito dall'Equazione 26.1 può essere un numero maggiore oppure minore di 1. Benché l'uso normale del termine *ingrandimento* implichi un *aumento di dimensioni*, l'immagine potrebbe essere più piccola dell'oggetto. Vedremo alcuni esempi di una tale situazione in questo capitolo.



FIGURA 26.3 L'immagine in uno specchio della mano destra di una persona risulta invertita fronteretro. Ciò fa apparire l'immagine nello specchio come una mano

sinistra.

L'apparente inversione sinistra-destra è in realtà un'inversione *fronte-retro* causata dai raggi di luce che arrivano allo specchio e poi sono riflessi indietro da esso. La Figura 26.3 mostra la mano destra di una persona e la sua immagine in uno specchio piano. Si noti che non si verifica alcuna inversione sinistra-destra – il pollice della mano reale e dell'immagine si trovano dalla parte sinistra. È l'inversione fronte-retro che fa apparire l'immagine della mano destra simile alla reale mano sinistra mostrata nella parte sinistra della fotografia.

Un'esperienza interessante con l'inversione fronte-retro è di stare di fronte a uno specchio mentre si tiene in alto un foglio trasparente fra sé e lo specchio cosicché si possa leggere la scrittura. Si riesce anche a leggere la scrittura sull'immagine nello specchio. Si potrebbe avere una simile esperienza ponendo una decalcomania trasparente con delle parole su di essa sul finestrino posteriore della macchina. Se la decalcomania è posta in modo tale da essere leggibile dall'esterno della macchina, la si può anche leggere, guardandola nello specchietto retrovisore, dal sedile anteriore.

QUIZ RAPIDO 26.1

Nella vista dall'alto di Figura 26.4, l'immagine della pietra vista dall'osservatore 1 si trova in C. In quale dei cinque punti A, B, C, D o E l'osservatore 2 vede l'immagine?

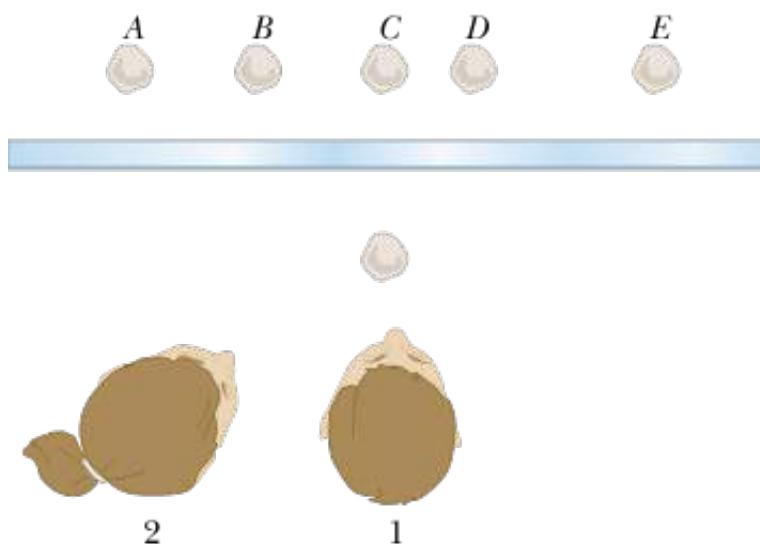


FIGURA 26.4 (Quiz Rapido 26.1) Dove vede l'immagine della pietra l'osservatore 2?

QUIZ RAPIDO 26.2

Immagina di trovarsi a 2 m da uno specchio, che presenta delle gocce d'acqua sulla superficie piana. Vero o falso: vedi, allo stesso tempo, sia le gocce d'acqua sia la tua immagine a fuoco.

FISICA RAGIONATA 26.1

La maggior parte degli specchi retrovisori delle macchine ha una posizione per il giorno e una per la notte. La posizione per la notte diminuisce notevolmente l'intensità dell'immagine cosicché le luci dei veicoli che seguono non abbaglino il conducente. Come funziona un tale specchio?

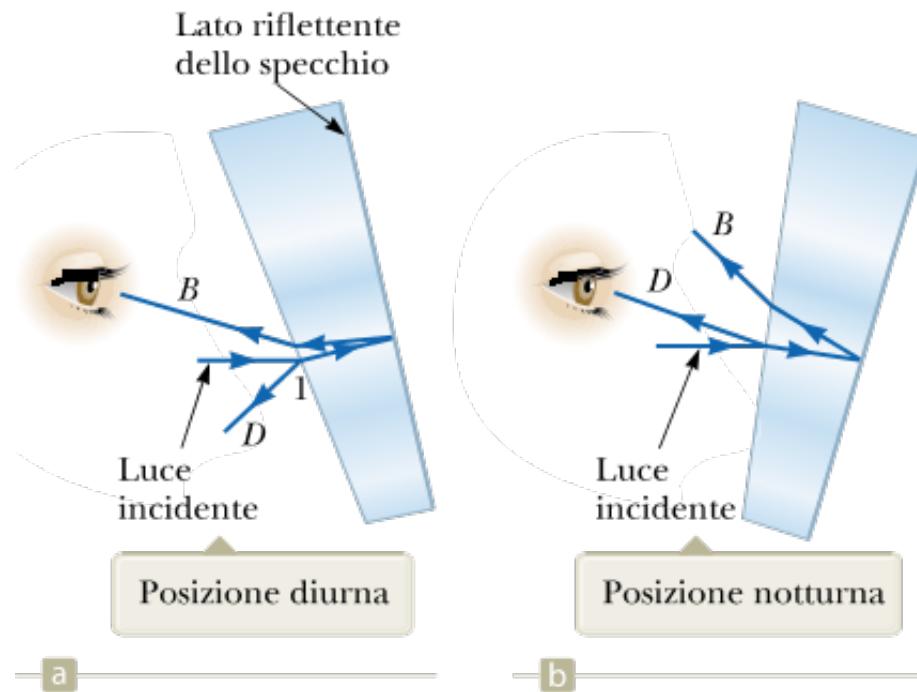


FIGURA 26.5 (Fisica Ragionata 26.1) Posizione dello specchietto retrovisore di una automobile.

SOLUZIONE Consideriamo la Figura 26.5, che rappresenta una vista in sezione dello specchio nelle due posizioni. Lo specchio è costituito da una lastra di vetro con la parte riflettente posta dietro. Quando lo specchio è posizionato per il giorno, come in Figura 26.5a, la luce proveniente da un oggetto dietro la macchina incontra lo specchio nel punto 1. La maggior parte della luce entra nella lastra, viene rifratta, riflessa dalla parte riflettente in fondo alla lastra per poi ritornare sull'aria come raggio *B* (per *brillante*). Inoltre, una piccola porzione di luce viene riflessa dalla superficie frontale, come è indicato dal raggio *D* (per *debole*). Questa luce riflessa attenuata è responsabile dell'immagine osservata quando lo specchio si trova nella posizione notturna, come in Figura 26.5b. In questo caso, la lastra è ruotata così che il percorso seguito dalla luce brillante (raggio *B*) non finisce sull'occhio. Invece, la debole luce riflessa dalla superficie frontale viaggia fino all'occhio, e la brillantezza dei fari delle macchine che seguono non diventa un pericolo. <

FISICA RAGIONATA 26.2

Due specchi piani sono fra loro perpendicolari e un oggetto è posto nel punto *O* (Fig. 26.6). In questa situazione, si formano immagini multiple. Trova la posizione di queste immagini.

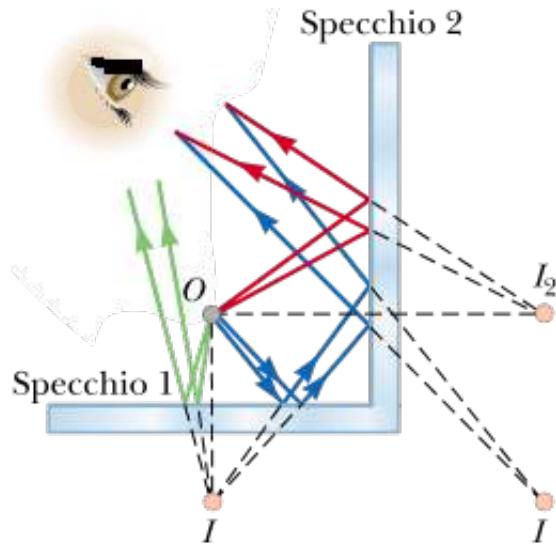


FIGURA 26.6 (Fisica Ragionata 26.2) Quando l'oggetto è posto di fronte a due specchi fra loro perpendicolari, come è mostrato, si formano tre immagini.

SOLUZIONE L'immagine dell'oggetto è in I_1 nello specchio 1 (raggi verdi) e in I_2 nello specchio 2 (raggi rossi). Inoltre, una terza immagine si forma in I_3 (raggi blu) che è l'immagine di I_1 nello specchio 2 o, equivalentemente, l'immagine di I_2 nello specchio 1. Quindi, l'immagine in I_1 (o I_2) serve come oggetto per I_3 . Si noti che per formare questa immagine in I_3 i raggi si riflettono due volte dopo aver lasciato l'oggetto in O .

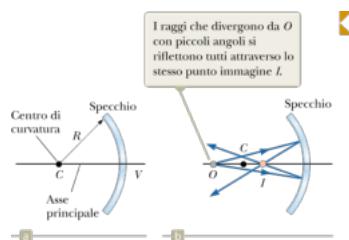


FIGURA 26.7 (a) Uno specchio concavo di raggio R . Il centro di curvatura C è posto sull'asse principale. (b) Una sorgente di luce puntiforme posta in O di fronte a uno specchio concavo di raggio R , dove O è qualsiasi punto sull'asse principale più distante di R dalla superficie dello specchio, forma un'immagine reale in I .

Immagini formate da specchi sferici

Nel Paragrafo 26.1, abbiamo studiato le immagini formate da superfici riflettenti piane. In questo paragrafo, studieremo le immagini formate da specchi curvi, con superficie concava o convessa.

Specchi concavi

Uno **specchio sferico**, come dice il nome, ha la forma di una calotta sferica. La Figura 26.7a mostra la sezione trasversale di uno specchio sferico con la superficie riflettente rappresentata dalla linea curva più interna. Un tale specchio, in cui la luce è riflessa dalla superficie interna concava, è chiamato **specchio concavo**. Lo specchio ha un raggio di curvatura R , e il suo centro di curvatura è nel punto C . Il punto V è il centro della calotta sferica, e la linea tracciata da C a V si chiama **asse principale** dello specchio.

Consideriamo una sorgente puntiforme di luce posta nel punto O , in Figura 26.7b, sull'asse principale esternamente rispetto al punto C . Sono mostrati due raggi divergenti originati in O . Dopo essere stati riflessi dallo specchio, questi raggi convergono e si incontrano in I , il punto immagine. I raggi poi continuano a divergere da I come se lì vi fosse una sorgente di luce. Quindi, se gli occhi rivelano i raggi divergenti dal punto I , ciò lo interpretiamo come una sorgente di luce posta in quel punto.

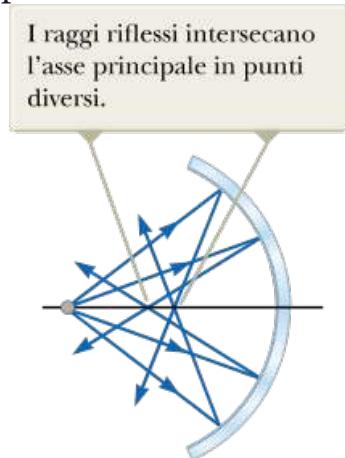


FIGURA 26.8 Uno specchio sferico concavo produce un'immagine sfocata quando i raggi formano angoli grandi con l'asse principale.

Questo finora è il secondo esempio di raggi divergenti da un punto immagine. A differenza di quanto visto nella Figura 26.2, i raggi di luce stavolta passano attraverso il punto immagine, e quindi l'immagine nella Figura 26.7b è un'immagine reale.

In ciò che segue, adotteremo un modello semplificato assumendo che tutti i raggi divergenti da un oggetto formino un piccolo angolo con l'asse principale. Tali raggi, detti **raggi parassiali**, si riflettono sempre attraverso il punto immagine, come in Figura 26.7b. I raggi che formano grandi angoli con l'asse principale, come in Figura 26.8, convergono in altri punti sull'asse principale, producendo un'immagine sfocata.

Possiamo usare un modello geometrico basato sul percorso dei raggi in Figura 26.9 per calcolare la distanza dell'immagine q dalla conoscenza della distanza dell'oggetto p e del raggio di curvatura R . Per convenzione, queste distanze sono misurate dal vertice V . La Figura 26.9 mostra due raggi di luce che provengono dalla punta dell'oggetto. Uno di questi raggi passa attraverso il centro di curvatura C dello specchio, colpisce lo specchio perpendicolarmente alla superficie speculare e si riflette all'indietro su se stesso. Il secondo raggio colpisce lo specchio nel vertice V e si riflette, come mostrato, obbedendo alla legge della riflessione. L'immagine della punta della freccia è collocata nel punto in cui questi due raggi si intersecano.

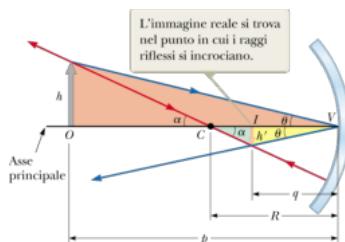


FIGURA 26.9 Immagine formata da uno specchio sferico quando l'oggetto O sta all'esterno del centro di curvatura C. Questa costruzione geometrica dell'immagine è usata per derivare l'Equazione 26.4.

Usando questi raggi identifichiamo i triangoli rettangoli color rosso e giallo in Figura 26.9. Dal triangolo rosso, vediamo che $\tan \theta = h/p$, mentre per il triangolo giallo $\tan \theta = -h'/q$. Il segno negativo indica che l'immagine è capovolta così che h' è negativo. Per cui, dall'Equazione 26.1 e da questi risultati, troviamo che l'ingrandimento dell'immagine è

$$M = \frac{h'}{h} = \frac{-q \tan \theta}{p \tan \theta} = -\frac{q}{p} \quad \text{26.2} \blacktriangleleft$$

Possiamo riconoscere altri due triangoli rettangoli in figura (quello verde e quello rosso più piccolo), con un punto comune in C , e l'angolo α . Questi triangoli ci dicono che

$$\tan \alpha = \frac{h}{p - R} \quad \text{e} \quad \tan \alpha = -\frac{h'}{R - q}$$

da cui troviamo che

$$\frac{h'}{h} = -\frac{R - q}{p - R} \quad \text{26.3} \blacktriangleleft$$

Se confrontiamo le Equazioni 26.2 e 26.3 vediamo che

$$\begin{aligned} p - R &= p \\ R - q &= q \end{aligned}$$

che con semplici passaggi algebrici si riduce a

EQUAZIONE DELLO SPECCHIO IN FUNZIONE DEL RAGGIO DI CURVATURA

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} \quad \text{26.4} \blacktriangleleft$$

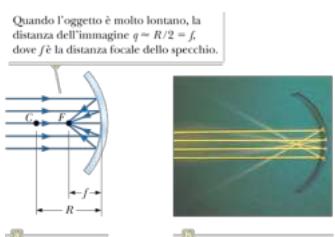


FIGURA 26.10 (a) I raggi di luce provenienti da un oggetto distante ($p \approx \infty$) sono riflessi da uno specchio concavo nel punto focale F. (b) Fotografia della riflessione di raggi paralleli in uno specchio concavo.

Questa espressione si chiama **equazione dello specchio**. Notate che questa espressione è applicabile solo al modello semplificato dei raggi parassiali.

Se l'oggetto è molto lontano dallo specchio, cioè, se la distanza dell'oggetto, p , è grande rispetto ad R , al punto che si possa dire che p tende all'infinito, allora $1/p \rightarrow 0$, e vediamo dall'Equazione 26.4 che $q \approx R/2$. Cioè, quando l'oggetto è molto lontano dallo specchio, il punto immagine è nel punto medio tra il vertice dello specchio e il centro di curvatura, come in Figura 26.10a. In questa figura i raggi sono essenzialmente paralleli poiché,

provenendo dall'oggetto lontano, soltanto quei raggi che viaggiano parallelamente all'asse incontrano lo specchio. I raggi non paralleli all'asse mancano lo specchio. La Figura 26.10b mostra un apparato sperimentale per questa situazione, che dimostra l'incrocio dei raggi di luce in un solo punto. Il punto nel quale i raggi paralleli si intersecano dopo la riflessione dello specchio si chiama **punto focale** dello specchio. Il punto focale si trova a una distanza f dallo specchio, detta **distanza focale**. La distanza focale è un parametro associato allo specchio ed è data da

$$f = \frac{R}{2}$$

26.5 ◀

L'equazione dello specchio può perciò essere espressa in funzione della distanza focale:

EQUAZIONE DELLO SPECCHIO IN FUNZIONE DELLA DISTANZA FOCALE

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

26.6 ◀

Questa è l'equazione dello specchio comunemente usata, funzione della distanza focale dello specchio piuttosto che del suo raggio di curvatura, come nell'Equazione 26.4. Vedremo come usare questa equazione negli esempi che seguiranno.

Specchi convessi

La Figura 26.11 mostra la formazione di un'immagine in uno **specchio convesso**, cioè, uno specchio argentato in modo tale che la luce sia riflessa dalla superficie esterna convessa. Lo specchio convesso è talvolta chiamato **specchio divergente** poiché i raggi che provengono da qualsiasi punto di un oggetto reale divergono dopo la riflessione, come se provenissero da un punto dietro lo specchio. Si noti che l'immagine in Figura 26.11 è virtuale piuttosto che reale, perché la posizione da cui i raggi riflessi sembrano aver origine è, come indicato dalle linee tratteggiate, oltre lo specchio. In generale, l'immagine formata dallo specchio convesso sarà sempre dritta, virtuale e più piccola dell'oggetto, come mostrato in figura.

Non ricaveremo nuove equazioni per gli specchi convessi dato che le Equazioni 26.2, 26.4 e 26.6 possono essere applicate tanto agli specchi concavi quanto a quelli convessi pur di fare attenzione alle convenzioni sui segni. Ci riferiremo alla regione da cui i raggi di luce provengono, come *lato anteriore* dello specchio (o davanti), e all'altra parte, dove si formano le immagini virtuali, come *lato posteriore* (o dietro).

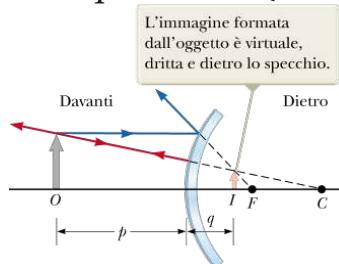


FIGURA 26.11 Formazione di un'immagine in uno specchio convesso.

Per esempio, nelle Figure 26.9 e 26.11, la parte a sinistra degli specchi è il davanti e la parte a destra degli specchi è il dietro. La Figura 26.12 riporta le convenzioni dei segni per le distanze dell'oggetto e dell'immagine mentre la Tabella 26.1 riassume le convenzioni per tutte le grandezze in gioco. Una locuzione che potrebbe apparire strana nella Tabella 26.1 è *oggetto virtuale*. Questa si userà soltanto quando si combinano insieme due o più elementi ottici, come vedremo nel Paragrafo 26.4.

Costruzione delle immagini per gli specchi

L'uso della particolare costruzione grafica detta diagramma dei raggi ci ha aiutato a posizionare le immagini per gli specchi piani e curvi. Formalizziamo ora il procedimento per costruire accuratamente le immagini



FIGURA 26.12 Segni di p e q per specchi concavi e convessi.

formate dagli specchi. Per costruire un diagramma dei raggi, dobbiamo conoscere la posizione dell'oggetto, la posizione del punto focale e del centro di curvatura dello specchio. Si costruiscono tre raggi, come mostrato dagli esempi in Figura 26.13. Solo due raggi sono necessari per localizzare l'immagine, ma includiamo un terzo per controllo. In ciascuna figura, l'inserto a destra mostra una fotografia della situazione descritta graficamente dal percorso dei raggi nella parte di sinistra. Tutti e tre i raggi partono dallo stesso punto oggetto; in questi esempi, la punta della freccia è scelta come punto di partenza. Per gli specchi concavi in Figura 26.13a-b, i raggi sono tracciati come segue:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale ed è riflesso indietro passando per il punto focale F .
- Il raggio 2 è tracciato attraverso il punto focale (come se provenisse dal punto focale se $p < f$) quindi, viene riflesso parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro di curvatura C (come se provenisse dal centro C se $p < f$) ed è riflesso all'indietro su se stesso.

TABELLA 26.1 | Convenzione sui segni per gli specchi

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto (p)	l'oggetto è davanti allo specchio (oggetto reale)	l'oggetto è dietro lo specchio (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine (q)	l'immagine è davanti allo specchio (immagine reale)	l'immagine è dietro lo specchio (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine (h')	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Distanza focale (f) e raggio (R)	lo specchio è concavo	lo specchio è convesso
Ingrandimento (M)	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta

Il punto immagine ottenuto in questo modo deve sempre concordare con il valore q calcolato con l'equazione dello specchio. Nel caso di uno specchio concavo, si noti ciò che accade quando l'oggetto si avvicina allo specchio dall'infinito. L'immagine reale e capovolta in Figura 26.13a si muove verso sinistra quando l'oggetto si avvicina allo specchio. Quando l'oggetto è nel centro di curvatura, l'oggetto e l'immagine sono alla stessa distanza dallo specchio e della stessa dimensione. Quando l'oggetto è nel punto focale, l'immagine è infinitamente lontana a sinistra (controlla queste ultime tre affermazioni con l'equazione dello specchio).



Prevenire le insidie 26.2 Attento ai segni

Trovare il risultato corretto negli esercizi con gli specchi (così come in quelli con diottri e lenti sottili) dipende molto dalle determinazioni corrette dei segni. Il miglior modo per impraticarsi è risolvere molti esercizi.

Un'antenna parabolica è un riflettore concavo per segnali televisivi provenienti da un satellite in orbita attorno alla Terra. Il segnale è costituito da microonde, che arrivano praticamente parallele all'antenna, data la grande distanza del satellite da Terra. Le onde sono riflesse dallo specchio concavo e focalizzate sul ricevitore, posto alla distanza focale della parabola.

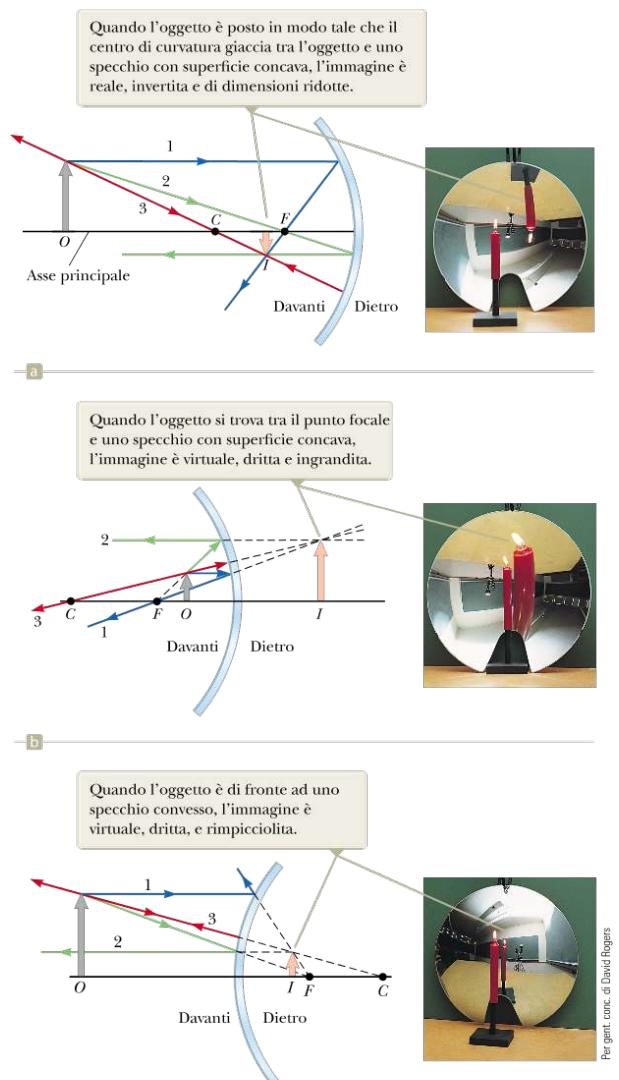


FIGURA 26.13 Costruzione grafica dei raggi per specchi sferici e corrispondenti fotografie di una candela usata come oggetto.



FIGURA 26.14 Uno specchio convesso funziona come specchietto retrovisore esterno in questa automobile, e l'autista vede un autocarro in avvicinamento. Si noti inoltre che l'immagine dell'autocarro è a fuoco, mentre la cornice dello specchio è fuori fuoco, a dimostrazione del fatto che l'immagine non si trova nella stessa posizione dello specchio.

Quando l'oggetto giace tra il punto focale e la superficie dello specchio, come in Figura 26.13b, l'immagine è virtuale, dritta, e posta dietro lo specchio. L'immagine in questo caso è anche più grande dell'oggetto. Questo è il principio che sta alla base di uno specchio usato per radersi o per truccarsi. Il viso è posto più vicino allo specchio concavo rispetto al punto focale, cosicché è visibile un'immagine ingrandita e dritta del viso. Se hai un simile specchio, guardaci dentro e muovi il viso allontanandoti dallo specchio. La testa passerà attraverso un punto in corrispondenza del quale l'immagine è indistinta, dopodiché l'immagine riapparirà capovolta quando continuerai ad allontanarti. La regione dove l'immagine è indistinta è quella in cui la testa passa per il punto focale e l'immagine è infinitamente lontana.

Si può notare che l'immagine della macchina fotografica in Figura 26.13a e 26.13b è rovesciata. Indipendentemente dalla posizione della candela, la macchina fotografica si trova ad una distanza dallo specchio maggiore della distanza focale e quindi l'immagine è invertita.

Per lo specchio convesso mostrato in Figura 26.13c, i raggi sono tracciati come segue:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale ed è riflesso come se partisse dal

Prevenire le insidie 26.3 Il punto focale non è il punto di messa a fuoco

Il punto focale *di solito non* è il punto nel quale i raggi di luce mettono a fuoco un'immagine. Il punto focale è determinato unicamente dalla curvatura dello specchio e non ha nulla a che vedere con la posizione dell'oggetto. In generale, un'immagine si forma in un punto diverso dal punto focale di uno specchio (o di una lente). La sola eccezione avviene quando l'oggetto è infinitamente distante dallo specchio.

punto focale F .

- Il raggio 2 è tracciato verso il punto focale posto sul lato posteriore dello specchio. Esso si riflette parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato puntando verso il centro di curvatura C posto sul lato posteriore dello specchio e si riflette indietro su se stesso.



FIGURA 26.15 (Quiz Rapido 26.4). Che tipo di specchio è mostrato in questa foto?

L'immagine di un oggetto reale formata da uno specchio convesso è sempre virtuale e dritta. Notare che sia l'immagine della candela che quella della macchina fotografica nella Figura 26.13c sono dritte. Quando la distanza dell'oggetto aumenta, l'immagine virtuale diventa più piccola e si avvicina al punto focale quando p tende all'infinito. Puoi costruire altri disegni per verificare come variano le posizioni dell'immagine al variare di quelle dell'oggetto.

Gli specchi convessi sono spesso usati come dispositivi di sicurezza nei negozi, dove essi sono appesi in alto sulle pareti. Il grande campo visivo del negozio è reso più piccolo per mezzo di uno specchio convesso, cosicché il personale di servizio può osservare contemporaneamente i possibili furti in corridoi diversi. Gli specchi retrovisori esterni sulle macchine sono spesso costituiti da una superficie convessa. Ciò consente al conducente di allargare il campo visivo sul retro dell'automobile (Fig. 26.14) rispetto ad uno specchio piano. Questi specchi, tuttavia, introducono una distorsione della percezione, dato che il rimpicciolimento delle macchine che vengono dietro le fa sembrare più lontane.

QUIZ RAPIDO 26.3

Vuoi accendere un fuoco riflettendo la luce solare sulla carta posta sotto una pila di legno. Qual è la miglior scelta per il tipo di specchio? (a) Piano (b) concavo (c) convesso.

QUIZ RAPIDO 26.4

Osserva l'immagine nello specchio di Figura 26.15. Cosa puoi dedurre? (a) Lo specchio è concavo e l'immagine è reale. (b) Lo specchio è concavo e l'immagine è virtuale. (c) Lo specchio è convesso e l'immagine è reale. (d) Lo specchio è convesso e l'immagine è virtuale.

Esempio 26.1 L'immagine formata da uno specchio concavo

Si supponga che un certo specchio sferico concavo abbia una distanza focale di +10.0 cm.

(A) Trova la posizione dell'immagine per un oggetto posto a 25.0 cm.

(B) Trova la posizione dell'immagine per un oggetto posto a 10.0 cm.

(C) Trova la posizione dell'immagine per un oggetto posto a 5.00 cm.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 26.2 L'immagine di uno specchio convesso

Come in Figura 26.14, lo specchietto retrovisore di un'auto mostra l'immagine di un camion distante 10.0 m dallo specchio. La lunghezza focale dello specchio è pari a -0.60 m.

(A) Trova la posizione dell'immagine del camion.

(B) Determina l'ingrandimento dell'immagine.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Immagini formate per rifrazione

In questo paragrafo descriveremo come le immagini si formano per rifrazione di raggi da una superficie sferica di un mezzo trasparente. Applicheremo la legge della rifrazione e useremo il modello semplificato in cui considereremo solo i raggi parassiali.

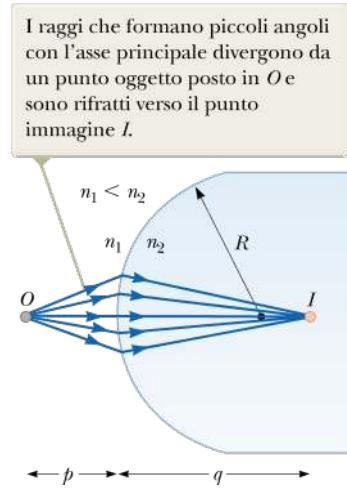


FIGURA 26.16 Immagine formata per rifrazione da una superficie sferica.

Consideriamo due mezzi trasparenti con indici di rifrazione n_1 ed n_2 , dove la superficie di separazione tra i due mezzi è una superficie sferica con raggio di curvatura R (Fig. 26.16). Assumeremo che l'oggetto nel punto O sia nel mezzo il cui indice di rifrazione è n_1 . Come vedremo, tutti i raggi parassiali saranno rifratti dalla superficie sferica e si focalizzeranno in un singolo punto I , il punto immagine.

Procediamo considerando la costruzione geometrica in Figura 26.17, che mostra un singolo raggio che esce dal punto O e passa attraverso il punto I . La legge di Snell applicata a questo raggio rifratto dà

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Poiché gli angoli θ_1 e θ_2 sono piccoli per i raggi parassiali, possiamo usare l'approssimazione $\sin \theta \approx \theta$ (angoli espressi in radianti). Perciò, la legge di Snell diviene

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

Ora facciamo uso del fatto che un angolo esterno di qualsiasi triangolo è uguale alla somma dei due angoli interni opposti. Applicando ciò ai triangoli OPC e PIC in Figura 26.17 si ha

$$\theta_1 = \alpha + \beta$$

$$\beta = \theta_2 + \gamma$$

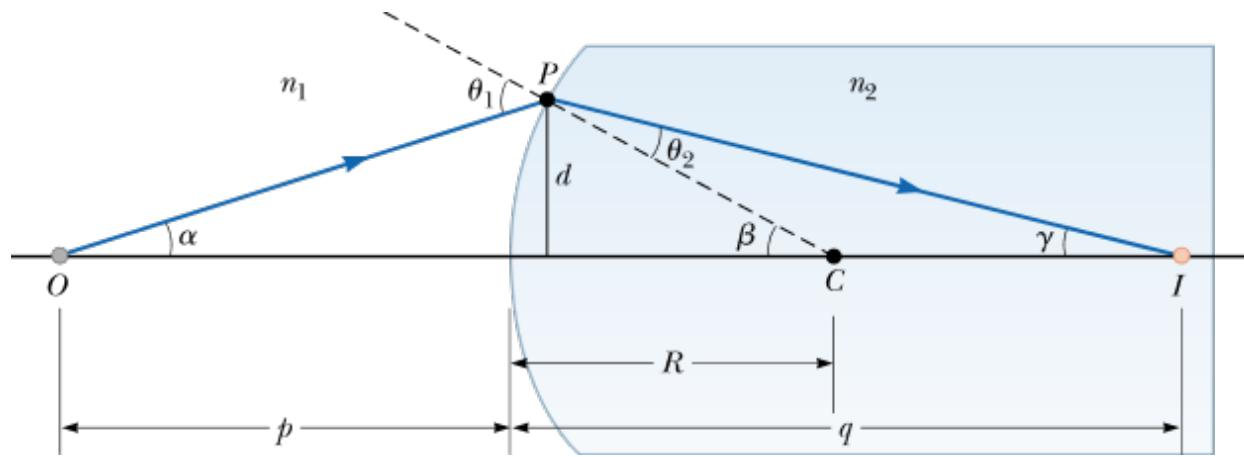


FIGURA 26.17 Geometria usata per derivare l'Equazione 26.8, assumendo $n_1 < n_2$. Il punto C è il centro di curvatura di una superficie rifrangente curva.

Se combiniamo le tre ultime relazioni, ed eliminiamo θ_1 e θ_2 , troviamo

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta \quad 26.7\blacktriangleleft$$

Di nuovo, nell'approssimazione di piccoli angoli, $\tan \theta \approx \theta$, e pertanto possiamo scrivere le relazioni approssimate

$$\tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{d}{p} \quad \tan \beta \approx \beta \approx \frac{d}{R} \quad \tan \gamma \approx \gamma \approx \frac{d}{q}$$

dove d è la distanza mostrata in Figura 26.17. Sostituendo queste nell'Equazione 26.7 e dividendo per d otteniamo:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad 26.8\blacktriangleleft$$

RELAZIONE TRA DISTANZA DELL'OGGETTO E DISTANZA DELL'IMMAGINE PER UNA SUPERFICIE RIFRANGENTE

Poiché questa relazione non contiene alcun angolo, tutti i raggi parassiali che lasciano un oggetto posto ad una distanza p davanti alla superficie rifrangente saranno focalizzati alla stessa distanza q dietro la superficie.

Creando una costruzione geometrica con un oggetto e una superficie rifrangente, possiamo mostrare che l'ingrandimento di una superficie rifrangente è

$$M = -\frac{n_1 q}{n_2 p} \quad 26.9\blacktriangleleft$$

INGRANDIMENTO DI UNA IMMAGINE FORMATA DA UNA SUPERFICIE RIFRANGENTE

Come accadeva per gli specchi, dobbiamo usare una convenzione sui segni se vogliamo applicare le Equazioni 26.8 e 26.9 a varie circostanze. Dapprima notiamo che le immagini reali sono formate dalla parte della superficie che è *opposta* alla regione da cui la luce proviene. Ciò è diverso dal caso degli specchi, dove le immagini reali sono formate dalla *stessa* parte della superficie riflettente. Perciò, la convenzione sui segni per superfici rifrangenti sferiche è simile alla convenzione per gli specchi, scambiando i lati della superficie in cui troviamo immagini reali e virtuali. Per esempio, in Figura 26.17, p , q ed R sono tutti positivi.

La convenzione sui segni per superfici sferiche rifrangenti è riassunta in Tabella 26.2 (pag. 890). La stessa convenzione sarà usata per le lenti sottili, che saranno discusse nel prossimo paragrafo. Come con gli specchi, assumiamo che la parte anteriore della superficie rifrangente sia la regione da cui la luce arriva sulla superficie.

Superfici piane rifrangenti

Se la superficie rifrangente è piana, R tende all'infinito e l'Equazione 26.8 si riduce a

$$\frac{n_1}{p} = -\frac{n_2}{q}$$

ossia

$$q = -\frac{n_2}{n_1} p \quad 26.10\blacktriangleleft$$

TABELLA 26.2 | Convenzione sui segni per superfici rifrangenti

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto (p)	l'oggetto è davanti alla superficie (oggetto reale)	l'oggetto è dietro la superficie (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine (q)	l'immagine è dietro la superficie (immagine reale)	l'immagine è davanti alla superficie (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine (h')	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Raggio (R)	il centro di curvatura è dietro la superficie	il centro di curvatura è davanti alla superficie

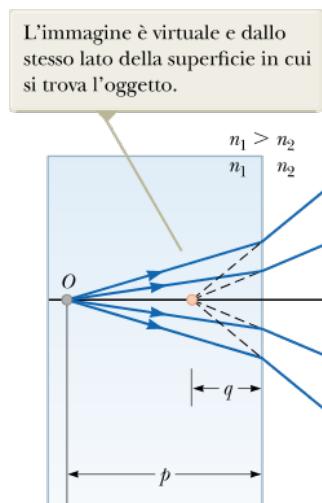


FIGURA 26.18 L'immagine formata da una superficie rifrangente piana. Tutti i raggi sono supposti parassiali.

Dall'Equazione 26.10 vediamo che il segno di q è opposto a quello di p . Quindi, l'immagine formata da una superficie rifrangente piana è dalla stessa parte della superficie in cui si trova l'oggetto. Ciò è illustrato in Figura 26.18 nel caso in cui n_1 è maggiore di n_2 , in cui si forma un'immagine virtuale tra l'oggetto e la superficie. Si noti che il raggio rifratto in questo caso si piega *allontanandosi* dalla normale, poiché $n_1 > n_2$.

Il valore di q dato dall'Equazione 26.10 è sempre più piccolo in valore assoluto di p quando $n_1 > n_2$. Ciò indica che l'immagine di un oggetto, posto all'interno del materiale con indice di rifrazione più alto rispetto a quello del materiale dal quale è visto, è sempre più vicina alla superficie piana rifrangente rispetto all'oggetto. Per questa ragione, i corpi trasparenti come i ruscelli e le piscine appaiono sempre meno profondi di quanto siano – l'immagine del fondo dell'acqua appare più vicina alla superficie di quanto sia in realtà.

Esempio 26.3 Scrutare dentro una sfera di cristallo

Una moneta è incapsulata in un fermacarte, costituito da una semisfera di plastica di raggio 3.0 cm. L'indice di rifrazione della sfera è $n_1 = 1.50$, e la moneta sta a 2.0 cm dalla superficie (Fig. 26.19). Trova la posizione dell'immagine della moneta.

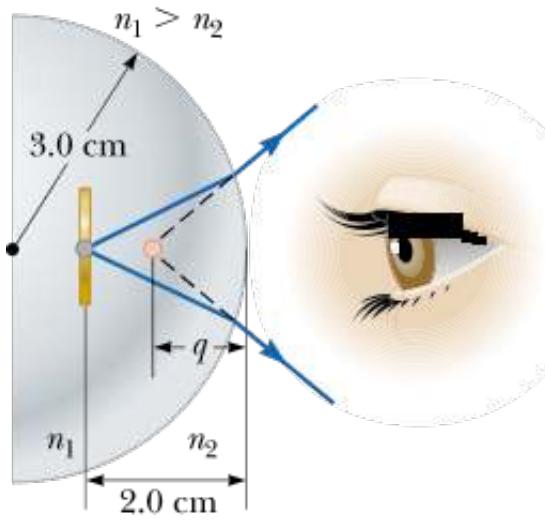


FIGURA 26.19 (Esempio 26.3) I raggi di luce da una moneta incapsulata in una sfera di vetro formano un'immagine virtuale tra la moneta e la superficie del vetro. Poiché l'oggetto è dentro la sfera, la parte frontale della superficie rifrangente è l'interno della sfera.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 26.4 Profondità apparente

Un piccolo pesce sta nuotando a una profondità d al di sotto della superficie di uno stagno (Fig. 26.20).

(A) Qual è la profondità apparente del pesce, osservato direttamente dal di sopra?

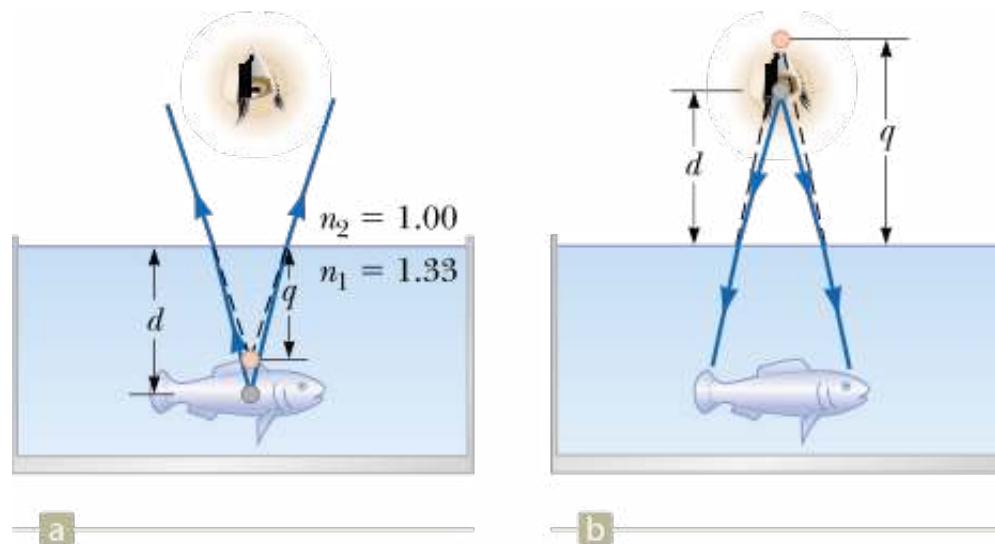


FIGURA 26.20 (Esempio 26.4) (a) La profondità apparente, q , del pesce è minore della profondità reale, d . Tutti i raggi sono supposti parassiali. (b) La tua faccia appare al pesce più in alto di quanto non sia in realtà.

(B) Se la tua faccia è ad una distanza d sopra la superficie dell'acqua, a che distanza apparente sopra la superficie la vede il pesce?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Lenti sottili

Una tipica **lente sottile** consiste di un pezzo di vetro o plastica sagomato in modo che le sue due superfici siano o porzioni di sfere o piani. Le lenti si usano comunemente negli strumenti ottici come le macchine fotografiche, i telescopi e i microscopi, per formare immagini per rifrazione.

La Figura 26.21 mostra, in sezione, alcune forme rappresentative di lenti. Abbiamo posto queste lenti in due gruppi. Quelle in Figura 26.21a sono più spesse al centro che ai bordi, e quelle in Figura 26.21b sono più sottili al centro che ai bordi. Le lenti del primo gruppo sono esempi di **lenti convergenti**, mentre quelle del secondo gruppo sono **lenti divergenti**. La ragione di questi termini sarà chiarita fra breve.

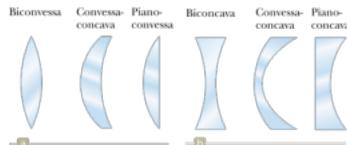


FIGURA 26.21 Sezione di varie lenti. (a) Le lenti convergenti hanno distanza focale positiva e sono più spesse al centro. (b) Le lenti divergenti hanno distanza focale negativa e sono più spesse ai bordi.

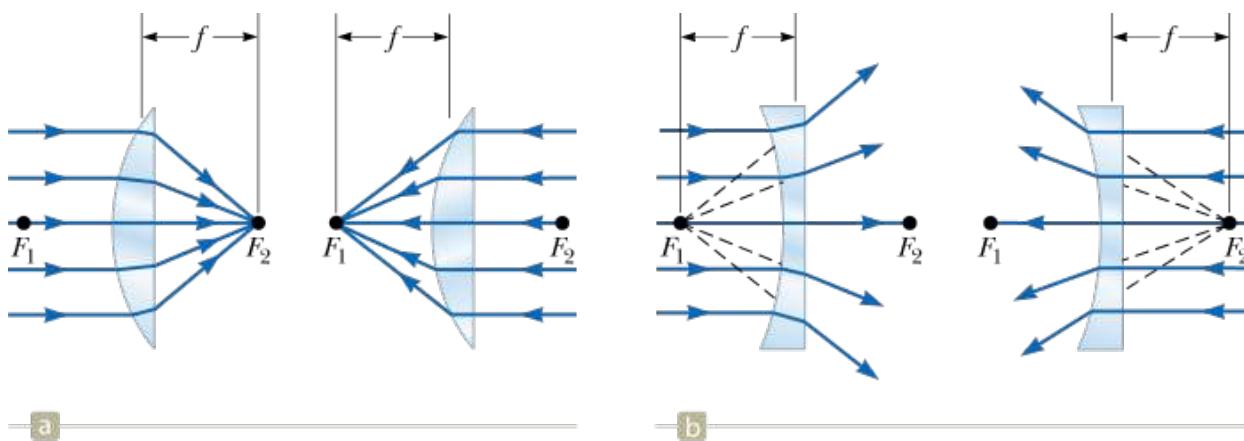


FIGURA 26.22 Raggi di luce paralleli passano attraverso (a) una lente convergente e (b) una lente divergente. La distanza focale è la stessa per raggi che attraversano una data lente in una o nell'altra direzione. Entrambi i punti focali F_1 e F_2 sono alla stessa distanza dalla lente.

Così come per gli specchi, è conveniente definire un punto chiamato **punto focale** della lente. Per esempio, in Figura 26.22a, un insieme di raggi paralleli all'asse principale passa attraverso il punto focale, dopo essere stati resi convergenti dalla lente. La distanza dal punto focale alla lente si chiama ancora **distanza focale** f . La distanza focale è la distanza dell'immagine che corrisponde a una distanza infinita dell'oggetto.

Per evitare la complicazione dovuta allo spessore della lente, adottiamo un modello semplificato chiamato **approssimazione delle lenti sottili** in cui lo spessore delle lenti si assume trascurabile. Di conseguenza, non fa alcuna differenza se prendiamo la distanza focale come la distanza dal punto focale alla superficie della lente o come la distanza dal punto focale al centro della lente, poiché la differenza fra queste due lunghezze è trascurabile (nei diagrammi disegneremo sempre le lenti sottili con uno spessore sufficiente per essere ben visualizzate). Una lente sottile ha una distanza focale e *due* punti focali, come illustrato in Figura 26.22, corrispondenti ai raggi di luce paralleli che viaggiano da sinistra o da destra.

I raggi paralleli all'asse divergono dopo aver attraversato una lente della forma mostrata in Figura 26.22b. In questo caso, il punto focale è definito come il punto dal quale i raggi divergenti appaiono essere originati, come in Figura 26.22b. Le Figure 26.22a e 26.22b

Prevenire le insidie
26.4 Le lenti hanno due punti focali ma una sola distanza focale

Una lente ha un punto focale su ciascun lato, davanti e dietro. C'è, però, una sola distanza focale per le lenti sottili. Ciascuno dei due punti focali è posto alla stessa distanza dalla lente (Fig. 26.22). Ne consegue che la lente forma l'immagine di un oggetto alla stessa distanza se viene girata. In pratica questo potrebbe non accadere in quanto le lenti reali non sono

chiariscono perché le lenti in Figura 26.21 vengano chiamate *convergenti* e *divergenti*.

infinitesimamente sottili.

Consideriamo ora il percorso dei raggi in Figura 26.23 per un oggetto posto a distanza p da una lente convergente. Il raggio rosso dalla punta dell'oggetto passa attraverso il centro della lente. Il raggio blu è parallelo all'asse principale della lente (l'asse orizzontale passante attraverso il centro della lente) e quindi, dopo la rifrazione, esso passa attraverso il punto focale F . Il punto nel quale questi due raggi s'intersecano è il punto immagine, a distanza q dalla lente.

La tangente dell'angolo α può essere calcolata usando i triangoli ombreggiati in blu e giallo in Figura 26.23:

$$\tan \alpha = \frac{h'}{p} \quad \text{e} \quad \tan \alpha = -\frac{h'}{q}$$

da cui

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \quad \text{26.11} \blacktriangleleft$$

Così, l'equazione per l'ingrandimento di un'immagine da parte di una lente è identica all'equazione per l'ingrandimento dovuto ad uno specchio (Eq. 26.2). Notiamo pure, dalla Figura 26.23, che

$$\tan \theta = \frac{d}{f} \quad \text{e} \quad \tan \theta = -\frac{h'}{q-f}$$

Inoltre, l'altezza d è uguale ad h . Quindi,

$$\frac{h}{f} = -\frac{h'}{q-f} \quad \rightarrow \quad \frac{h'}{h} = -\frac{q-f}{f}$$

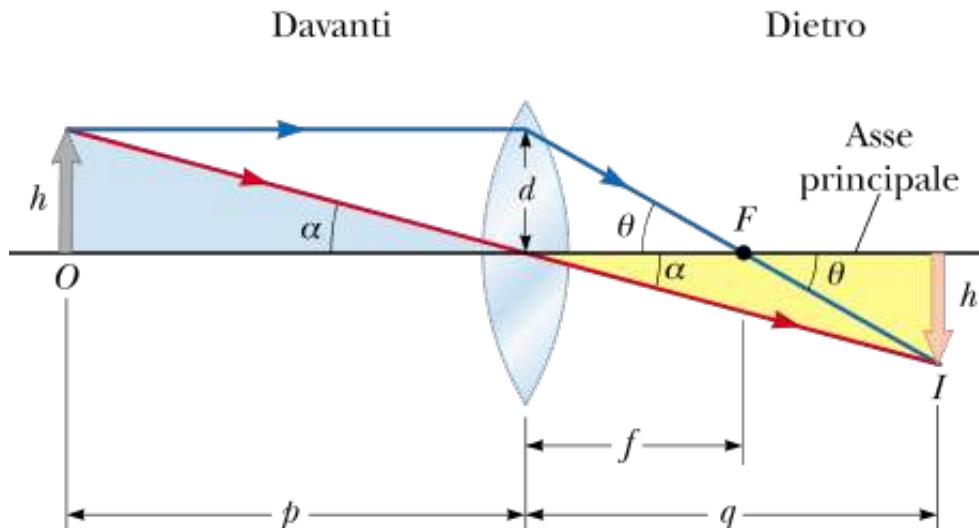


FIGURA 26.23 Costruzione geometrica per ricavare l'equazione delle lenti sottili.



FIGURA 26.24 Diagramma per ottenere i segni di p e q per una lente sottile o per una superficie rifrangente.

Usando questa espressione in combinazione con l'Equazione 26.11 si ottiene

$$\frac{q}{p} = \frac{q - f}{f}$$

la quale si riduce a

EQUAZIONI DELLE LENTI SOTTILI

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

26.12 ▶

Questa equazione, detta **equazione delle lenti sottili** (che è identica all'equazione degli specchi, Eq. 26.6), può essere usata sia per le lenti convergenti che per quelle divergenti se usiamo una convenzione sui segni. La Figura 26.24 è utile per ottenere i segni di p e q (come con gli specchi, chiameremo il lato dal quale la luce proviene lato *anteriore*, o il davanti, della lente). Le convenzioni complete sui segni per le lenti sono fornite in Tabella 26.3. Si noti che, con questa convenzione, una lente convergente ha una distanza focale positiva e una lente divergente ha una distanza focale negativa. Perciò, spesso queste lenti si chiamano *positive* e *negative*.

La distanza focale di una lente in aria è legata alla curvatura delle sue superfici e all'indice di rifrazione n del materiale della lente da

►

EQUAZIONE DEL COSTRUTTORE DI LENTI

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

26.13 ▶

dove R_1 è il raggio di curvatura della superficie anteriore ed R_2 è il raggio di curvatura della superficie posteriore. L'Equazione 26.13 ci consente di calcolare la distanza focale per mezzo di proprietà note della lente. Questa si chiama **equazione del costruttore di lenti**. La Tabella 26.3 include la convenzione per determinare i segni dei raggi R_1 e R_2 .

Costruzione delle immagini per le lenti sottili

La costruzione geometrica è molto utile per determinare l'immagine di una lente sottile o di un sistema di lenti. Tali costruzioni dovrebbero aiutare a chiarire le convenzioni sui segni che sono state discusse. La Figura 26.25 illustra questo metodo, con una sin-

TABELLA 26.3 | Convenzione sui segni per le lenti sottili

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto (p)	l'oggetto è davanti alla lente (oggetto reale)	l'oggetto è dietro la lente (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine (q)	l'immagine è dietro la lente (immagine reale)	l'immagine è davanti alla lente (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine (h')	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Raggi di curvatura R_1 e R_2	il centro di curvatura è dietro la lente	il centro di curvatura è davanti alla lente
Distanza focale (f)	la lente è convergente	la lente è divergente

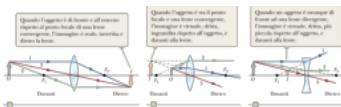


FIGURA 26.25 Costruzione delle immagini per una lente sottile.

gola lente, per tre differenti situazioni. Per localizzare l'immagine di una lente convergente (Figg. 26.25a e 26.25b), si tracciano i tre raggi seguenti dalla cima dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio passa per il punto focale sul lato posteriore della lente.
- Il raggio 2 è tracciato attraverso il punto focale sul lato anteriore della lente (o come se arrivasse dal punto focale qualora $p < f$) ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta.

La localizzazione di un'immagine per una lente *divergente* (Fig. 26.25c) si ottiene tracciando i seguenti tre raggi dalla sommità dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio emerge allontanandosi dal punto focale sul lato anteriore della lente.
- Il raggio 2 è tracciato verso il punto focale sul lato posteriore della lente ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta.

Con questa costruzione, il punto d'intersezione di una *qualsiasi coppia* di raggi può essere usato per localizzare l'immagine. Il terzo raggio serve come controllo della nostra costruzione.

Per la lente convergente in Figura 26.25a, dove l'oggetto è *esterno* al punto focale anteriore ($p > f$), l'immagine è reale e capovolta ed è localizzata dietro la lente. Il diagramma è rappresentativo di un proiettore cinematografico, per il quale la pellicola è l'oggetto, la lente è il proiettore, e l'immagine è proiettata su un grande schermo per la visione degli spettatori. La pellicola è posta nel proiettore con la scena capovolta cosicché l'immagine rovesciata risulti correttamente posizionata per gli spettatori.

D'altro canto, quando l'oggetto reale è *tra* il punto focale anteriore e la lente ($f < p < f$), come in Figura 26.25b, l'immagine è virtuale e dritta. Quando è usata in questo modo, la lente funziona come lente d'ingrandimento, fornendo un'immagine dritta e ingrandita per uno studio ravvicinato dell'oggetto. L'oggetto potrebbe essere un francobollo, un'impronta digitale, o una pagina scritta per una persona ipovedente.

Per la lente divergente di Figura 26.25c, l'immagine è virtuale e dritta per tutte le posizioni dell'oggetto. Una lente divergente si usa negli spioncini di sicurezza delle porte, per dare un grande angolo visuale. Le persone miopi usano occhiali o lenti a contatto divergenti. Un altro uso riguarda gli obiettivi panoramici delle fotocamere (sebbene una "ottica" sofisticata per una macchina fotografica sia in realtà una combinazione di diverse lenti). In tutte queste applicazioni una lente divergente crea un'immagine piccola di un grande campo visuale.

QUIZ RAPIDO 26.5

Qual è la distanza focale di un vetro da finestra? (a) Zero (b) infinito (c) lo spessore del vetro (d) impossibile da determinare

QUIZ RAPIDO 26.6

Se si copre la metà superiore della lente in Figura 26.25a con un pezzo di carta, cosa accade all'immagine dell'oggetto? (a) La metà inferiore scompare. (b) La metà superiore scompare. (c) L'intera immagine è visibile ma più scura. (d) Non c'è alcuna variazione. (e) Scompare l'intera immagine.

FISICA RAGIONATA 26.2

BIO

Lenti correttive per maschere subacquee

Per i subacquei che non hanno una vista perfetta, le maschere da sub hanno una lente al posto del vetro. Ciò consente alla persona di nuotare senza bisogno di portare gli occhiali, poiché le lenti nel vetro frontale forniscono la rifrazione necessaria per una visione chiara. Gli occhiali normali hanno delle lenti che sono curve su ambedue le superfici, anteriore e posteriore. Le lenti nel vetro frontale della maschera spesso hanno curve soltanto le superfici *all'interno* del vetro. Perché viene realizzata questa configurazione?

Ragionamento La ragione principale per incurvare soltanto le superfici interne delle lenti nelle maschere da sub è quella di permettere al sub di vedere chiaramente un oggetto di fronte mentre sta *sia sott'acqua che* in aria. Consideriamo i raggi di luce che arrivano sulla maschera lungo la normale alla superficie esterna. Se le superfici fossero incurvate sia anteriormente che dietro la lente vi sarebbero due rifrazioni. Le lenti potrebbero essere progettate in modo che queste due rifrazioni consentissero di ottenere una visione chiara mentre il sub si trova in aria. Tuttavia, quando il sub è sott'acqua, la rifrazione fra l'acqua e il vetro della prima superficie sarebbe diversa, poiché l'indice di rifrazione dell'acqua è diverso da quello dell'aria e la visione sott'acqua non sarebbe chiara.

Costruendo piana la superficie esterna della lente, non vi sarà rifrazione sulla superficie esterna, *sia in aria che in acqua*, e tutta la rifrazione avverrà sulla superficie interna vetro-aria. Quindi, vi sarà la stessa correzione di rifrazione in acqua e in aria, e il sub potrà vedere chiaramente in ambedue gli ambienti.

Esempio 26.5

Immagini formate da una lente convergente Una lente convergente ha una distanza focale 10.0 cm.

(A) Un oggetto è posto a 30.0 cm dalla lente. Costruire l'immagine, determinarne la distanza dalla lente e descrivere l'immagine.

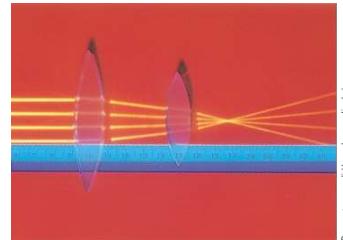
(B) L'oggetto è ora posto a 10.0 cm dalla lente. Determinarne la distanza dell'immagine dalla lente e descrivere l'immagine.

(C) L'oggetto è posto a 5.00 cm dalla lente. Costruire l'immagine, determinarne la distanza dalla lente e descriverne l'immagine.

E se...?

Cosa accade se spostiamo l'oggetto portandolo sulla superficie della lente così che $p \rightarrow 0$? Dove si sposta l'immagine?

VISUALIZZA SOLUZIONE



La luce proveniente da un oggetto distante va nel fuoco tramite due lenti convergenti.

Combinazioni di lenti sottili

Se si usano due lenti sottili per formare un'immagine, il sistema può essere trattato nel modo seguente. Prima si calcola l'immagine della prima lente come se la seconda lente non ci fosse. La luce, quindi, si avvicina alla seconda lente *come se* essa provenisse dall'immagine formata dalla prima lente. In pratica, l'immagine della prima lente viene trattata come l'oggetto della seconda lente. L'immagine della seconda lente è l'immagine finale del sistema. Se l'immagine della prima lente si forma dietro la seconda lente, allora l'immagine viene trattata come un *oggetto virtuale* per la seconda lente (cioè p è negativo). Lo stesso procedimento può essere esteso a un sistema di tre o più lenti. L'ingrandimento totale di un sistema di lenti sottili è uguale al *prodotto* degli ingrandimenti delle singole lenti.

Esempio 26.6 Dove è l'immagine finale?

Due lenti sottili convergenti di distanza focale $f_1 = 10.0$ cm e $f_2 = 20.0$ cm distano 20.0 cm, come in Figura 26.27. Un oggetto è posto 30.0 cm alla sinistra della lente 1. Trovare la posizione e l'ingrandimento dell'immagine finale.

E se...?

Supponi di voler creare un'immagine dritta con questo sistema di due lenti. Come devi spostare la seconda lente?

VISUALIZZA SOLUZIONE

L'occhio

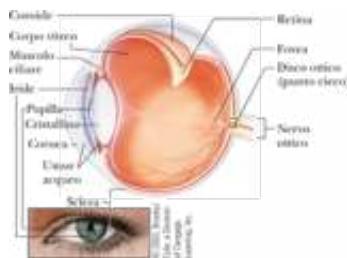


FIGURA 26.28 Parti principali dell'occhio.

Al pari di una fotocamera, un occhio sano mette a fuoco la luce per produrre immagini nitide. I meccanismi con cui l'occhio regola la quantità di luce in ingresso e la focalizza sono però molto più complessi, e allo stesso tempo efficaci, di quelli presenti nella più sofisticata delle fotocamere. Sotto tutti i punti di vista l'occhio è una meraviglia della fisiologia.

La Figura 26.28 mostra le parti principali dell'occhio umano. All'ingresso la luce attraversa una struttura trasparente chiamata *cornea* (Fig. 26.29), dietro la quale si trova un liquido trasparente (l'*umor acqueo*), un'apertura variabile (la *pupilla* che è un'apertura nell'*iride*) e la *lente del cristallino*. La principale rifrazione avviene sulla superficie esterna dell'occhio, dove la cornea è ricoperta da un sottile strato di lacrima. La rifrazione nel cristallino è relativamente piccola perché l'*umor acqueo*, con cui è a contatto, ha mediamente un indice di rifrazione simile. L'*iride*, la porzione colorata dell'occhio, è un setto muscolare che controlla la dimensione della pupilla regolando la quantità di luce in ingresso,



FIGURA 26.29 Fotografia ravvicinata della cornea dell'occhio umano.

dilatando la pupilla con poca luce e restringendola quando è abbondante.

Il sistema cornea-cristallino focalizza la luce sulla superficie del fondo dell'occhio, dove si trova la *retina*, composta di milioni di recettori fotosensibili chiamati *coni* e *bastoncelli*. Stimolati dalla luce, questi fotorecettori inviano, tramite il nervo ottico, impulsi al cervello, dove l'immagine è percepita. Attraverso questo meccanismo vediamo con nitidezza un oggetto quando la sua immagine si trova sulla retina.

L'occhio mette a fuoco gli oggetti modificando la forma del flessibile cristallino, mediante un processo denominato **accomodamento** che avviene con una rapidità tale da non essere percepito. L'accomodamento ha dei limiti che si manifestano con immagini sfocate per oggetti molto vicini all'occhio. Il **punto prossimo** è la più piccola distanza dall'occhio per cui il cristallino riesce a mettere a fuoco sulla retina. Il suo valore tipicamente aumenta con l'età ed ha un valor medio di 25 cm. A 10 anni vale tipicamente 18 cm, che diventano 25 cm a 20 anni, 50 cm a 40 anni e 500 cm o più sopra i 60 anni. Il **punto lontano** è la massima distanza di un oggetto che il cristallino di un occhio a riposo può focalizzare sulla retina. Un normovedente può vedere bene oggetti molto distanti e il punto lontano può essere approssimato all'infinito.

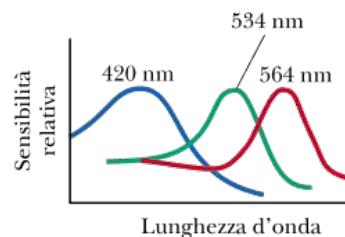


FIGURA 26.30 Sensibilità ai colori approssimata dei tre tipi di coni della retina.

Nella retina sono presenti tre tipi di cellule sensibili ai colori. Sono i coni denominati rossi, verdi e blu, a seconda della posizione del loro picco di sensibilità all'interno dell'intervallo

di colori (Fig. 26.30). Se i coni rossi e verdi sono stimolati contemporaneamente, ad esempio con luce gialla, il cervello interpreta il tutto come giallo. Se tutti e tre i tipi di coni sono stimolati da luce contenente i colori rosso, blu e verde, viene percepita della luce bianca. Se tutti e tre i tipi di coni sono stimolati da luce che contiene *tutti* i colori, come la luce del Sole, ancora una volta percepiremo il bianco.

Televisori e monitor per computer sfruttano questa illusione ottica dato che possiedono sullo schermo solo punti colorati di rosso, verde e blu. Combinando opportunamente le intensità di questi tre colori primari possiamo dare al nostro occhio l'impressione di vedere qualunque colore dell'arcobaleno. Il limone giallo che vediamo in televisione non è realmente giallo ma rosso e verde! La carta su cui è stampata questa pagina è fatta di sottili e compatte fibre traslucenti che diffondono la luce in tutte le direzioni in modo tale che il mix di colori risultante appaia bianco all'occhio. La neve, le nuvole e i capelli bianchi non sono in realtà bianchi, poiché il colore bianco non esiste. L'aspetto di questi oggetti è una conseguenza della diffusione di luce contenente tutti i colori, un fenomeno che noi interpretiamo come bianco.

Condizioni dell'occhio

IPERMETROPIA

Quando non c'è accordo tra l'intervallo di messa a fuoco del sistema cornea-cristallino e la lunghezza dell'occhio, con il risultato che i raggi provenienti da un oggetto vicino raggiungono la retina prima di convergere sull'immagine, come mostrato in Figura 26.31a, parliamo di **ipermetropia**. Una persona ipermetrope vede bene oggetti lontani ma non quelli vicini, dato che il suo punto prossimo è sensibilmente maggiore dei 25 cm della media. Le caratteristiche rifrattive di cornea e cristallino sono sufficienti per mettere a fuoco solo la luce proveniente da oggetti lontani. Per correggere il difetto si possono posizionare delle lenti convergenti davanti all'occhio, come mostrato in Figura 26.31b. La lente avvicina all'asse principale i raggi in arrivo permettendo all'occhio di farli convergere sulla retina.

MIopia

Una persona con **miopia** riesce a mettere a fuoco gli oggetti vicini ma non quelli lontani. Il punto lontano del miope non è all'infinito ma può addirittura essere inferiore a 1 m. La massima lunghezza focale del cristallino di un miope non è sufficiente a produrre immagini nitide sulla retina: i raggi provenienti da un oggetto lontano convergono in un punto davanti alla retina per poi proseguire divergendo prima di raggiungere la retina, producendo un'immagine sfocata (Fig. 26.32a.) La miopia può essere corretta con una lente divergente, come mostrato in Figura 26.32b: la lente allontana i raggi dall'asse principale permettendo all'occhio di farli convergere sulla retina.

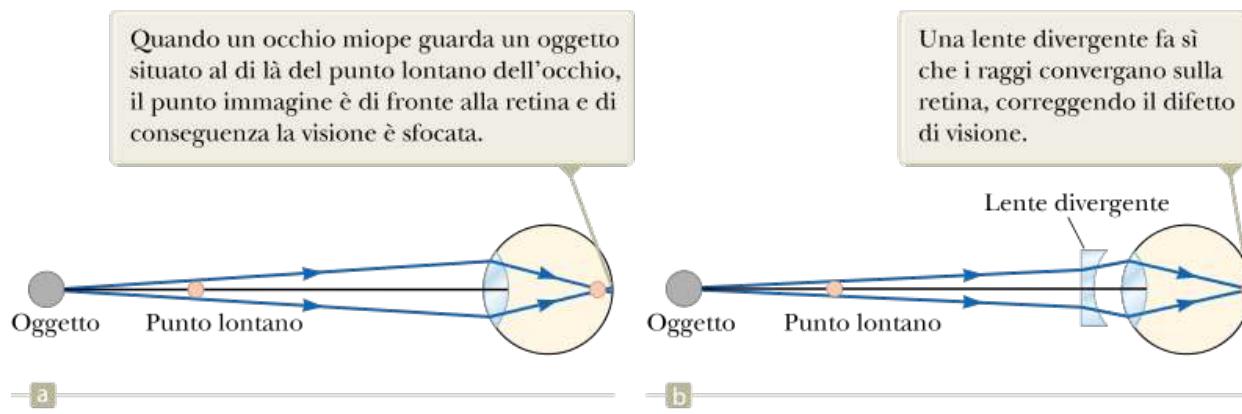
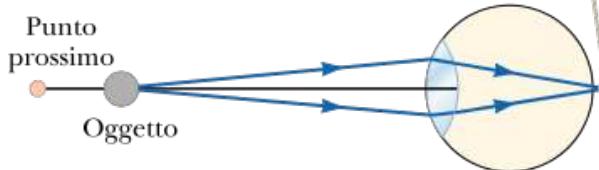


FIGURA 26.31 (a) Un occhio ipermetrope non corretto. (b) Un occhio ipermetrope corretto con una lente convergente.

Quando un occhio ipermetrope guarda un oggetto situato tra il punto prossimo e l'occhio, il punto immagine è dietro la retina, e di conseguenza la visione è sfocata.



Una lente convergente fa sì che i raggi convergano sulla retina, correggendo il difetto di visione.

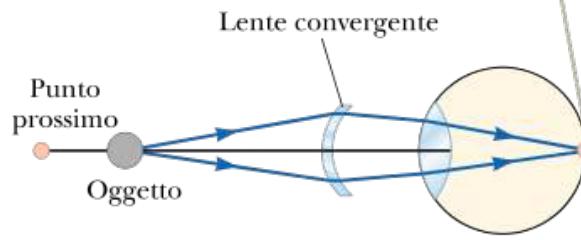


FIGURA 26.32 (a) Un occhio miope non corretto (a) Un occhio miope corretto con una lente divergente.

PRESBIOPIA

Dalla mezza età, nella maggior parte delle persone la capacità di accomodamento si riduce poiché i muscoli dell'occhio si indeboliscono e il cristallino si indurisce. A differenza dell'ipermetropia, imputabile a un mancato accordo tra potere di focalizzazione e lunghezza dell'occhio, la **presbiopia** (letteralmente “visione dell’anziano”) è legata a una riduzione della capacità di accomodamento. Cornea e cristallino non hanno sufficiente potere di focalizzazione per portare a fuoco, sulla retina, oggetti vicini. I sintomi coincidono con quelli dell'ipermetropia e possono essere eliminati con lenti convergenti.

ASTIGMATISMO

Nell'occhio con **astigmatismo** la luce da una sorgente puntiforme produce, sulla retina, un'immagine avente la forma di un segmento. Ciò accade quando la cornea, il cristallino o entrambi non sono perfettamente simmetrici ed è corretto con lenti che hanno diverso raggio di curvatura lungo due direzioni ortogonali.

Gli optometristi e gli oftalmologi solitamente prescrivono lenti misurate in **diottrie**: la **potenza** P di una lente espressa in diottrie equivale all'inverso della lunghezza focale espressa in metri $P = 1/f$. Ad esempio, una lente convergente di lunghezza focale +20 cm ha potenza di +5.0 diottrie, una lente divergente di lunghezza focale -40 cm ha potenza di -2.5 diottrie.

QUIZ RAPIDO 26.7

Due campeggiatori vogliono accendere un fuoco durante la giornata. Un campeggiatore è miope e l'altro ipermetrope. Quali occhiali dovrebbero utilizzare per focalizzare i raggi solari su della carta per accendere il fuoco? (a) vanno bene entrambi (b) quelli del miope (c) quelli dell'ipermetrope.

Collegamento al contesto: alcune applicazioni mediche

USI MEDICI DEL FIBROSCOPIO

Il primo uso delle fibre ottiche in medicina fu introdotto con l'invenzione del *fibroscopio* nel 1957. La Figura 26.33 indica come è costruito un fibroscopio. Il fibroscopio consiste di due fasci di fibre ottiche. Il *fascio per l'illuminazione* è un fascio *incoerente*,

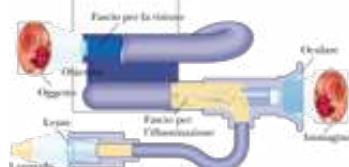


FIGURA 26.33 La costruzione di un fibroscopio per la visione dell'interno del corpo. La lente obiettivo forma un'immagine reale della scena sull'estremità di un fascio di fibre ottiche. L'immagine è trasportata all'altra estremità del fascio, dove si usa una lente oculare per ingrandire l'immagine al medico.

che vuol dire che non è necessario adattare le posizioni relative delle fibre alle due estremità. Questo adattamento non è necessario poiché il solo scopo di questo fascio è di incanalare luce per illuminare la scena. Una lente (detta *lente obiettivo*) si usa ad una estremità del fibroscopio per creare un'immagine reale della scena illuminata sull'altra estremità del fascio di fibre *per l'osservazione*. La luce proveniente dall'immagine è trasmessa lungo le fibre all'estremità di visualizzazione, dove è applicata una lente oculare per ingrandire l'immagine.

Il diametro di un tale fibroscopio può essere minore di 1 mm e fornire un'eccellente immagine ottica per la visione della scena. Pertanto i fibroscopi possono essere inseriti nella pelle attraverso aperture chirurgiche molto piccole e attraverso stretti passaggi quali le arterie.

Come ulteriore esempio, un fibroscopio può passare attraverso l'esofago fino allo stomaco per consentire al medico di cercare la presenza di ulcere. L'immagine risultante può essere vista direttamente dal medico attraverso l'oculare, ma più spesso viene mostrata su uno schermo televisivo, registrata in una pellicola, o digitalizzata per essere memorizzata e poi osservata mediante computer.

USI MEDICI DELL'ENDOSCOPIO

Gli *endoscopi* sono fibroscopi con canali addizionali oltre a quelli per l'illuminazione e la visione. Questi canali possono essere usati per prelevare o introdurre fluidi, manipolare fili, tagliare tessuti, iniezioni ed altre applicazioni chirurgiche.

IL SISTEMA CHIRURGICO DA VINCI

Il sistema chirurgico Da Vinci (vedi la foto a pag. 3) utilizza un endoscopio per fornire una immagine 3-D del sito di interesse. L'endoscopio contiene due lenti per ottenere due immagini distinte che sono combinate per formare l'immagine 3-D. Le lenti inviano queste immagini separate a ciascun occhio del chirurgo per permettergli di vedere in 3-D. L'elevata qualità delle immagini permette una visualizzazione ottimale mentre la presenza di braccia robotizzate migliora l'accuratezza e la precisione delle operazioni.

USO DEL LASER PER LA MISURA DELL'EMOGLOBINA

I laser si usano con gli endoscopi in una varietà di procedure mediche per la diagnosi e il trattamento. Ad esempio, in ambito diagnostico, la dipendenza dalla lunghezza d'onda della quantità di luce riflessa da una superficie permette di usare un fibroscopio per misurare direttamente il contenuto di ossigeno nel sangue. Si usano due sorgenti laser, nel rosso e nell'infrarosso, i cui fasci, attraverso le fibre ottiche, sono inviati nel sangue. L'emoglobina riflette una frazione nota della luce infrarossa, indipendentemente dall'ossigeno

trasportato: la misura della riflessione infrarossa fornisce la quantità totale di emoglobina. La luce rossa, invece, è riflessa molto di più dall'emoglobina che trasporta l'ossigeno che dall'emoglobina senza ossigeno: la quantità di luce laser rossa riflessa permette una misura della capacità dell'emoglobina del paziente di trasportare ossigeno.

USO DEL LASER NEL TRATTAMENTO DELL'IDROCEFALIA

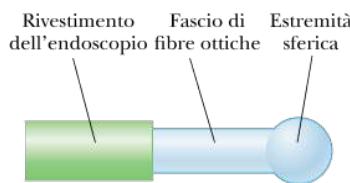


FIGURA 26.34 Una sonda endoscopica usata per aprire nuovi passaggi per il fluido cerebrospinale nel trattamento dell'idrocefalia. La luce laser aumenta la temperatura della sfera e si irradia dalla sfera per fornire energia ai tessuti per aprire il nuovo passaggio.

I laser si usano per trattare condizioni mediche come l'*idrocefalia*, che si verifica nello 0,1% circa delle nascite. Questa condizione coinvolge un aumento della pressione intracranica dovuta a una sovrapproduzione di fluido cerebrospinale (FCS), un'ostruzione del flusso di FCS, o un insufficiente assorbimento di FCS. In aggiunta all'idrocefalia congenita, la condizione può essere acquisita in seguito, a causa di un trauma alla testa, un tumore al cervello, o altri fattori.

I vecchi metodi di trattamento per l'idrocefalia ostruttiva coinvolgevano il posizionamento di una derivazione (*shunt*) fra le tasche ventricolari del cervello per permettere il passaggio del FCS. Una nuova possibilità è la *ventricolostomia laser-assistita*, nella quale un nuovo passaggio per il FCS è prodotto grazie a un fascio laser infrarosso e un endoscopio con un'estremità sferica, come mostrato in Figura 26.34. Quando il fascio laser colpisce l'estremità sferica, la rifrazione della superficie sferica causa una dispersione della luce in tutte le direzioni come se l'estremità dell'endoscopio fosse una sorgente puntiforme di radiazione. Ciò dà luogo a una rapida diminuzione dell'intensità luminosa all'aumentare della distanza dalla sfera, evitando danni alle strutture vitali del cervello che si trovano vicino all'area nella quale viene aperto il nuovo varco. La superficie dell'estremità sferica è rivestita con un materiale che assorbe la radiazione infrarossa, cosicché l'energia assorbita del fascio laser fa aumentare la temperatura della sfera. Quando la sfera è posta a contatto con il punto in cui si desidera realizzare il nuovo passaggio per il FCS, il risultato si ottiene grazie alla combinazione di alta temperatura e radiazione laser emessa dalla sfera. Questo trattamento comporta un tempo di recupero molto più breve rispetto a quello associato al posizionamento di uno shunt, così come una degenza postoperatoria di durata inferiore.

CHIRURGIA LASIK

LASIK (cheratomileusi laser assistita *in situ*) è una forma di chirurgia refrattiva dell'occhio che utilizza il laser per correggere miopia, ipermetropia e astigmatismo. L'intervento consiste in tre passaggi. Prima un anello corneale è utilizzato per immobilizzare l'occhio. Poi si incide la cornea con il bisturi o il laser per scoprire la parte più interna, detta *stroma*. Nel passo successivo si modifica la forma dello stroma utilizzando un *laser ad eccimeri* con lunghezza d'onda di 193 nm. Infine, dopo aver modificato la forma dello stroma, si riposiziona il lembo di cornea sulla parte trattata che rimarrà in posizione per adesione naturale fino alla completa guarigione.

USO DEL LASER PER LA RIMOZIONE DI TATUAGGI

I tatuaggi possono essere rimossi o modificati grazie ad uno speciale *laser impulsato* in grado di penetrare nella pelle per colpire i pigmenti scuri del tatuaggio senza danneggiare il tessuto circostante. Il laser impulsato fornisce intensi impulsi di energia luminosa della durata di nanosecondi. L'assorbimento di questa energia da parte delle molecole di pigmento ne causa la rottura in frammenti più piccoli che possono essere rimossi dal corpo dai normali processi fisiologici. La breve durata degli impulsi impedisce all'energia di diffondere nei tessuti circostanti danneggiandoli. Occorrono poi dei mesi affinché il corpo sia in grado di eliminare tutti i frammenti.

USO DEL LASER NELL'IPERPLASIA PROSTATICA BENIGNA

I pazienti con prostata ingrossata (iperplasia prostatica benigna) sono a volte trattati con una chirurgia laser denominata TURP (resezione della prostata per via transuretrale) che permette di rimuovere il tessuto prostatico che ostruisce il deflusso delle urine. Per questa procedura si utilizzano tipologie distinte di laser, spaziando dalle lunghezze d'onda del visibile all'infrarosso.

Nel Capitolo 27, investigheremo un'altra applicazione dei laser che è cresciuta enormemente negli ultimi anni. Questa è la tecnologia dell'*olografia*, nella quale immagini tridimensionali di oggetti sono registrate su pellicola.

SOMMARIO

Un'**immagine** di un oggetto è un punto dal quale la luce o diverge oppure sembra divergere dopo aver interagito con uno specchio o una lente. Se la luce attraversa il punto immagine, l'immagine è un'**immagine reale**. Se la luce sembra divergere dal punto immagine, l'immagine è un'**immagine virtuale**.

Nel modello semplificato dei **raggi parassiali**, la distanza dell'oggetto p e la distanza dell'immagine q per uno specchio sferico di raggio R sono correlate dall'**equazione dello specchio**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} \quad \text{26.4, 26.6} \blacktriangleright$$

dove $f = R/2$ è la **distanza focale** dello specchio.

L'**ingrandimento** M di uno specchio o lente è definito come il rapporto fra l'altezza dell'immagine, h' , e l'altezza dell'oggetto, h :

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \quad \text{26.2, 26.11} \blacktriangleright$$

Un'immagine si può formare per rifrazione di una superficie sferica di raggio R . Le distanze dell'oggetto e dell'immagine per rifrazione di una tale superficie sono correlate da

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \text{26.8} \blacktriangleright$$

dove la luce è incidente nel mezzo di indice di rifrazione n_1 ed è rifratta nel mezzo il cui indice di rifrazione è n_2 .

Per una lente sottile, e nell'approssimazione di raggi parassiali, le distanze dell'oggetto e dell'immagine sono correlate dall'**equazione delle lenti sottili**:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

26.12◀

La **distanza focale** f di una lente sottile in aria è correlata alla curvatura della sua superficie e all'indice di rifrazione n del materiale della lente dalla relazione

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

26.13◀

Le **lenti convergenti** hanno distanze focali positive, mentre le **lenti divergenti** hanno distanze focali negative.

Ottica ondulatoria

I COLORI DELLE PIUME DI MOLTI COLIBRÌ NON SONO DOVUTI ALLA PRESENZA DI PIGMENTI. L'IRIDESCIENZA CHE RENDE BRILLANTI I COLORI DEL PIUMAGGIO DI GOLA E ADDOME DEGLI UCCELLI È DOVUTA AD UN FENOMENO DI INTERFERENZA CAUSATO DALLA STRUTTURA DELLE PIUME. IL COLORE CAMBIA A SECONDA DELL'ANGOLO DI VISTA.



Nei Capitoli 25 e 26, abbiamo usato l'approssimazione dei raggi luminosi per esaminare che cosa avviene quando la luce è riflessa da una superficie o è rifratta in un nuovo mezzo. Per queste discussioni abbiamo usato la locuzione generale di ottica geometrica. Questo capitolo riguarda il campo dell'**ottica ondulatoria**, che studia i fenomeni ottici riguardanti l'interferenza e la diffrazione. Questi fenomeni non si possono spiegare adeguatamente con l'approssimazione dei raggi luminosi. Dobbiamo discutere la natura ondulatoria della luce per essere capaci di capire questi fenomeni. Abbiamo introdotto nel Capitolo 14 il concetto di interferenza per onde unidimensionali. Questo fenomeno dipende dal principio di sovrapposizione, il quale afferma che quando due o più onde meccaniche che viaggiano si combinano in un dato punto, lo spostamento risultante della particella del mezzo in quel punto è la somma degli spostamenti dovuti alle singole onde.

In questo capitolo studieremo pienamente la ricchezza del modello ondulatorio dell'interferenza, applicandolo alla luce. Abbiamo usato onde unidimensionali nelle corde per introdurre l'interferenza, come nelle Figure 14.1 e 14.2. Discutendo l'interferenza delle onde luminose, dobbiamo notare due principali differenze rispetto alla precedente discussione. Primo, non ci concentreremo ulteriormente sulle onde unidimensionali, così dovremo costruire i modelli geometrici per l'analisi della situazione in due o tre dimensioni. Secondo, studieremo le onde elettromagnetiche invece delle onde meccaniche. Quindi, il principio di sovrapposizione deve essere enunciato in termini di somma di campi vettoriali invece che di spostamento di particelle di un mezzo.

27.1

Condizioni per l'interferenza

Nel discutere l'interferenza delle onde meccaniche nel Capitolo 14, abbiamo visto che due onde possono sommarsi in maniera costruttiva o distruttiva. Nell'interferenza costruttiva l'ampiezza dell'onda risultante è maggiore di quella di ciascuna delle singole onde, mentre nell'interferenza distruttiva l'ampiezza risultante è minore di quella di entrambe le onde. Anche nel caso delle onde elettromagnetiche si presenta il fenomeno dell'interferenza. Fondamentalmente, ogni interferenza associata a onde elettromagnetiche deriva dalla combinazione dei campi elettrici e magnetici che costituiscono le singole onde.

Nella Figura 14.4 abbiamo descritto un dispositivo che permette di osservare l'interferenza delle onde sonore. Effetti di interferenza nelle onde elettromagnetiche nel visibile non sono facili da osservare, dato che le lunghezze d'onda coinvolte sono molto piccole (da circa 4×10^{-7} m a circa 7×10^{-7} m). Affinché si possa osservare interferenza è necessario avere due sorgenti che producano due onde di identica lunghezza d'onda. Per produrre una figura d'interferenza stabile, tuttavia, le singole onde devono mantenere una relazione di fase costante fra loro – devono cioè essere **coerenti**. Per esempio, le onde sonore emesse da due altoparlanti affiancati comandati da un solo amplificatore possono produrre interferenza poiché i due altoparlanti rispondono all'amplificatore nello stesso modo e nello stesso tempo.

Ora, se due sorgenti di luce separate sono poste di fianco, non viene osservata alcuna interferenza poiché le onde luminose provenienti da una sorgente sono emesse indipendentemente dall'altra sorgente; quindi, le emissioni delle due sorgenti non mantengono una relazione di fase costante fra loro durante il tempo dell'osservazione. Un'ordinaria sorgente di luce è sottoposta a variazioni casuali in intervalli di tempo al di sotto del nanosecondo. Perciò, le condizioni per l'interferenza costruttiva o distruttiva, o per gli stati intermedi, sono mantenute solo per brevissimi intervalli di tempo. Il risultato è che non vediamo gli effetti dell'interferenza poiché i nostri occhi non possono seguire cambiamenti tanto rapidi. Sorgenti di luce di questo tipo si dicono **incoerenti**.

L'esperimento della doppia fenditura di Young



FIGURA 27.1 (a) Se le onde luminose non diffondono in tutte le direzioni dopo aver attraversato le fessure, non si ha interferenza. (b) Le onde luminose dalle due fessure si sovrappongono quando diffondono, andando ad illuminare una regione di spazio che dovrebbe essere in ombra e producendo frange di interferenza su uno schermo alla destra delle fessure.

Un metodo comune per produrre due sorgenti di luce coerenti è di usare una sorgente monocromatica per illuminare uno schermo contenente due piccole aperture (solitamente delle fessure). La luce uscente dalle due fessure è coerente poiché una sola sorgente produce il fascio di luce originario e le due fessure hanno solo lo scopo di separare tale fascio in due parti (il che, dopo tutto, è ciò che si faceva nel caso delle onde sonore, discusso in precedenza, in cui il segnale proveniente dall'amplificatore si divide nei due diversi altoparlanti). Una variazione casuale nella luce emessa dalla sorgente si ripercuoterà nello stesso istante sui due fasci separati e, pertanto, si potranno osservare effetti d'interferenza quando la luce dalle due fessure arriva su uno schermo.

Se la luce viaggiasse solo nella sua direzione originaria dopo aver attraversato le fessure, come nella Figura 27.1a, non si avrebbe alcuna sovrapposizione delle onde e quindi nessuna interferenza. Invece, come abbiamo visto a proposito del principio di Huygens (Paragrafo 25.6), le onde diffondono dalla fessura come mostrato nella Figura 27.1b. In altre parole, la luce devia dalla propagazione rettilinea e raggiunge la regione di spazio che, in caso contrario, sarebbe in ombra. Come abbiamo già detto nel Paragrafo 25.2, questa deviazione della luce dal suo cammino originario si chiama **difrazione**. L'interferenza di onde luminose provenienti da due fessure fu dimostrata per la prima volta da Thomas Young nel 1801. Uno schema dell'apparecchiatura usata per questo esperimento è mostrato nella Figura 27.2a. Onde luminose piane raggiungono uno schermo contenente due fessure sottili e parallele, S_1 ed S_2 . Queste due fessure agiscono come una coppia di sorgenti di luce coerente, poiché le onde uscenti da esse sono originate dallo stesso fronte d'onda e quindi mantengono una relazione di fase costante. La luce proveniente dalle due fessure

produce una figura visibile sullo schermo, che consiste di una serie di bande parallele chiare e scure chiamate **frange** (Fig. 27.2b).

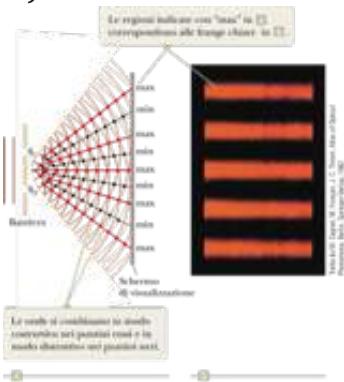


FIGURA 27.2 (a) Rappresentazione schematica dell'esperimento di Young. Le fenditure S_1 ed S_2 si comportano come sorgenti coerenti di onde luminose che producono una figura di interferenza sullo schermo di visualizzazione (il disegno non è in scala). (b) L'ingrandimento della zona centrale della figura di interferenza formata sullo schermo potrebbe apparire come questa fotografia.

Quando la luce dalle fenditure S_1 ed S_2 arriva su un punto dello schermo tale che in quella posizione si abbia interferenza costruttiva, appare una frangia chiara. Quando invece la luce proveniente dalle due fenditure si combina in modo da produrre un'interferenza distruttiva in una certa posizione sullo schermo, allora si ha una frangia scura.

¹ L'interferenza ha luogo in tutto lo spazio tra le fenditure e lo schermo e non solo su quest'ultimo (vedi Fisica Ragionata 27.1). Il modello proposto ci fornirà i risultati corretti.

La Figura 27.3 è un disegno schematico che ci permette di produrre una rappresentazione matematica che schematizza l'interferenza come combinazione di onde sullo schermo.¹ Nella Figura 27.3a, le due onde, che partono dalle due fenditure in fase, raggiungono lo schermo nel punto centrale O . Poiché queste onde percorrono distanze uguali, arrivano in O in fase e come risultato si ha in questo punto un'interferenza costruttiva e si osserva una frangia chiara. Nella Figura 27.3b, le due onde luminose partono ancora in fase, ma l'onda inferiore deve percorrere un cammino più lungo di una lunghezza d'onda per raggiungere il punto P sullo schermo. Poiché l'onda inferiore incide successivamente a quella superiore dopo esattamente una lunghezza d'onda, esse arriveranno in fase in P e così in questa posizione apparirà una seconda frangia chiara. Consideriamo ora il punto R , a metà strada fra O e P in Figura 27.3c. In questa posizione, l'onda superiore deve percorrere mezza lunghezza d'onda in meno rispetto a quella inferiore per arrivare sullo schermo. Ciò significa che le valli dell'onda inferiore si sovrappongono alle creste dell'onda superiore, causando un'interferenza distruttiva in R . Perciò in questa posizione si osserva una frangia scura.

L'esperimento della doppia fenditura di Young è il prototipo di molti effetti di interferenza. L'interferenza delle onde è alla base di molte applicazioni tecnologiche, per cui questo fenomeno rappresenta un importante modello da studiare. Nel prossimo paragrafo, svilupperemo la rappresentazione matematica per l'interferenza della luce.

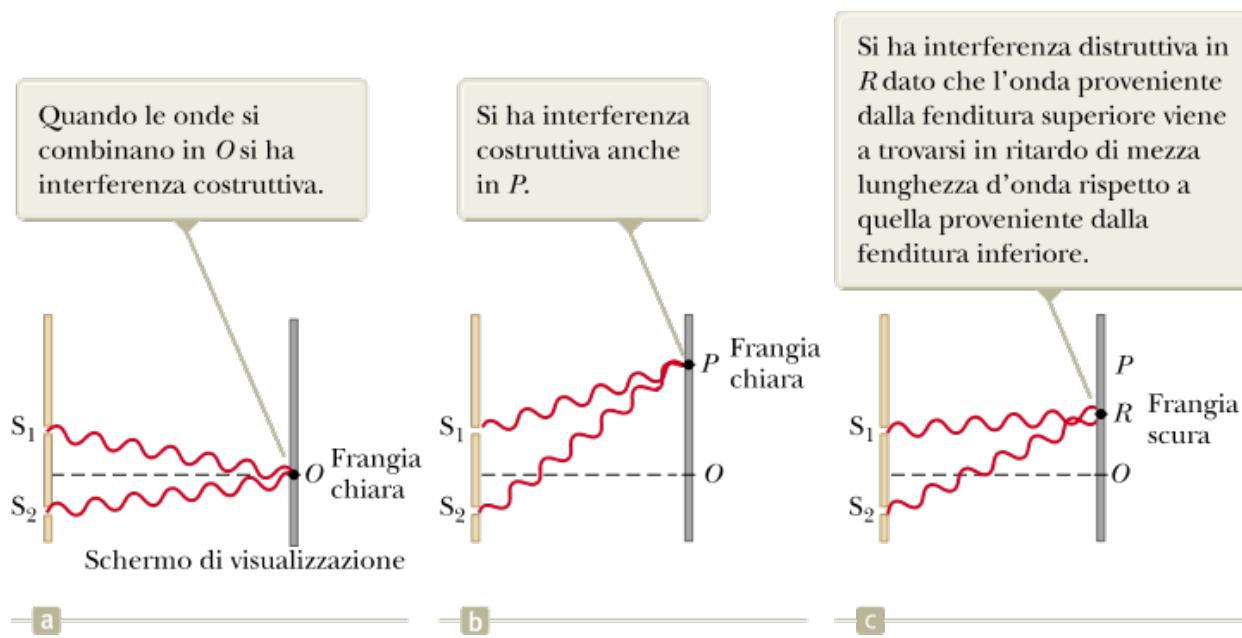


FIGURA 27.3 Le onde lasciano le fenditure e si combinano in vari punti sullo schermo di osservazione. Le figure non sono in scala.

Modello di analisi: l'interferenza delle onde

Possiamo ottenere una descrizione quantitativa dell'esperimento di Young con l'ausilio di un modello geometrico costruito con l'aiuto della Figura 27.4a. Lo schermo di osservazione è posto alla distanza L dalle due fenditure S_1 e S_2 , che sono separate da una distanza d . Si consideri un punto P sullo schermo. L'angolo θ è misurato tra la linea perpendicolare allo schermo, condotta dal punto di mezzo tra le fenditure, e la linea fra questo punto di mezzo e il punto P . Indichiamo con r_1 e r_2 le distanze che percorrono le onde dalle fenditure allo schermo. Assumiamo che la sorgente sia monocromatica. Con queste condizioni, le onde provenienti da S_1 ed S_2 hanno la stessa lunghezza d'onda, la stessa ampiezza e sono in fase. L'intensità di luce sullo schermo in P è la risultante della luce proveniente dalle due fenditure. Si noti dal triangolo giallo di Figura 27.4a che l'onda proveniente dalla fenditura più bassa percorre un cammino maggiore di una quantità pari a δ rispetto all'onda proveniente dalla fenditura più alta. Questa distanza si chiama **differenza di cammino**. Se L è molto maggiore di d , i due percorsi sono quasi paralleli. Possiamo adottare un modello semplificato in cui i due cammini siano esattamente paralleli. In questo caso, dalla Figura 27.4b, vediamo che

DIFFERENZA DI CAMMINO

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta \quad 27.1 \blacktriangleleft$$

Nella Figura 27.4a, la condizione $L \gg d$ non è soddisfatta perché la figura non è in scala; nella Figura 27.4b, i raggi partono dalle fenditure come se la condizione fosse soddisfatta. Come abbiamo notato precedentemente, il valore di questa differenza di cammino determina se le due onde sono in fase o sfasate quando arrivano in P . Se la differenza di cammino è zero oppure un multiplo intero di una lunghezza d'onda, le due onde arriveranno in fase in P e ne risulterà un'**interferenza costruttiva**. La condizione per ottenere frange chiare in P è data da

CONDIZIONI PER L'INTERFERENZA COSTRUTTIVA

$$\delta = d \sin \theta_{\text{chiaro}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad 27.2 \blacktriangleleft$$

Il numero m è un intero detto **numero d'ordine**. La frangia chiara centrale a $\theta_{\text{chiara}} = 0$ è associata con il numero d'ordine $m = 0$ e si chiama **massimo d'ordine zero**. Il primo massimo da ciascuna delle due parti, quando $m = \pm 1$, si chiama **massimo del primo ordine**, e così via.

Analogamente, quando la differenza di cammino è un multiplo dispari di $\lambda/2$, le due onde arrivano in P sfasate di 180° causando un'**interferenza distruttiva**. Quindi, la condizione per ottenere frange scure in P è data da

CONDIZIONI PER L'INTERFERENZA DISTRUTTIVA

$$\delta = d \sin \theta_{\text{scur}} = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad 27.3 \blacktriangleleft$$

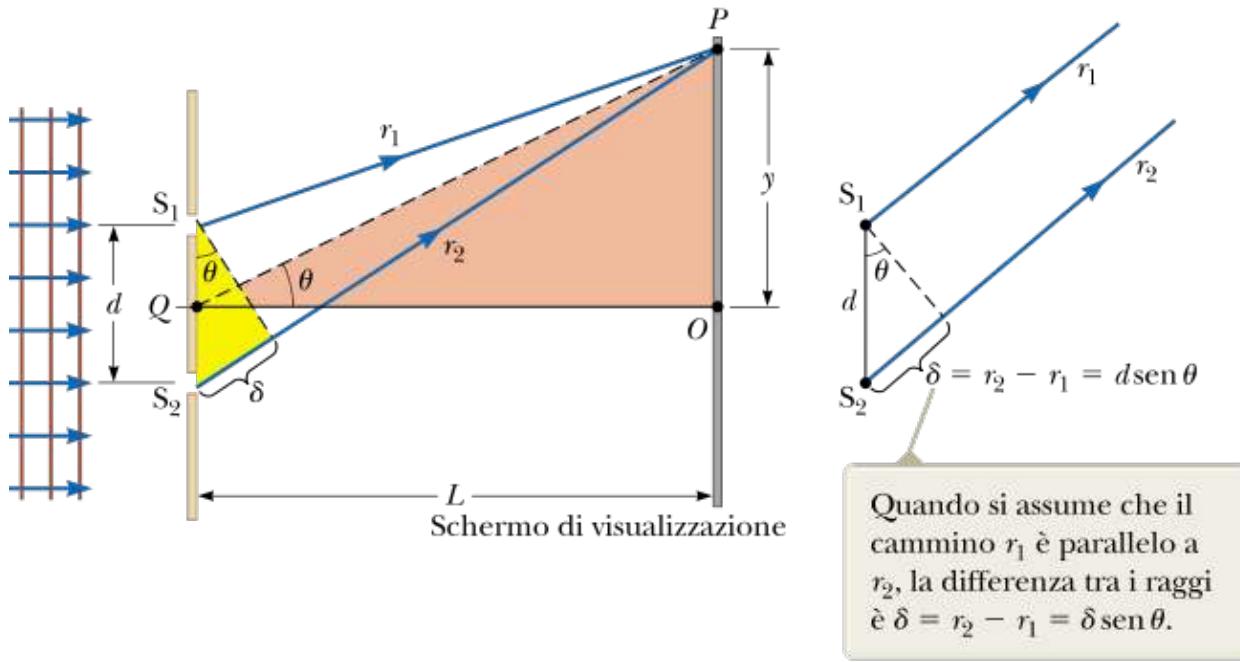


FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P. Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

Queste equazioni forniscono le posizioni *angolari* delle frange; è utile ottenere le espressioni per le posizioni *lineari* misurate lungo lo schermo da O a P . Osservando il triangolo OPQ in Figura 27.4a, si deduce che

$$\tan \theta = \frac{y}{L} \quad \text{27.4} \blacktriangleleft$$

Usando questo risultato, possiamo dimostrare che le posizioni lineari delle frange scure e chiare sono date da

$$y_{\text{chiaro}} = L \tan \theta_{\text{chiaro}} \quad \text{27.5} \blacktriangleleft$$

$$y_{\text{scuro}} = L \tan \theta_{\text{scuro}} \quad \text{27.6} \blacktriangleleft$$

dove θ_{chiaro} e θ_{scuro} sono definiti nelle Equazioni 27.2 e 27.3.

Per piccoli angoli fra le frange, le posizioni delle frange sono equispaziate attorno al centro della figura di interferenza. Per verificare questa affermazione, basta osservare che per piccoli angoli $\tan \theta \approx \sin \theta$ e l'Equazione 27.5 fornisce le posizioni delle frange chiare dato che $y_{\text{chiaro}} = L \sin \theta_{\text{chiaro}}$. Utilizzando l'Equazione 27.2 troviamo che

$$y_{\text{chiaro}} = L \left(\frac{m\lambda}{d} \right) \quad (\text{angoli piccoli}) \quad \text{27.7} \blacktriangleleft$$

che dimostra come y_{chiaro} sia proporzionale al numero d'ordine m , e quindi le frange sono equispaziate. Allo stesso modo, per le frange scure,

$$y_{\text{scuro}} = L \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{d} \quad (\text{angoli piccoli}) \quad \text{27.8} \blacktriangleleft$$

Come dimostreremo nell'Esempio 27.1, l'esperimento della doppia fenditura di Young fornisce un metodo per la misura della lunghezza d'onda della luce: infatti, Young usò questa tecnica per effettuare tale misura in modo preciso. In più, l'esperimento fornì grande credibilità al modello ondulatorio della luce. Era inconcepibile che particelle di luce, dopo

essere passate attraverso le fenditure, potessero elidersi tra loro dando luogo alle frange scure.

I principi discussi in questa sezione sono la base del modello di analisi dell'**interferenza delle onde**. Questo modello è già stato applicato alle onde meccaniche in una dimensione nel Capitolo 14. Qui vediamo in dettaglio come applicarlo alla luce in tre dimensioni.

QUIZ RAPIDO 27.1

In quale dei seguenti casi le frange di interferenza da doppia fenditura aumentano la loro distanza? **(a)** Diminuendo la lunghezza d'onda della luce, **(b)** diminuendo la distanza L , **(c)** diminuendo la distanza d , **(d)** immergendo l'intero apparato in acqua.

FISICA RAGIONATA 27.1

Consideriamo un esperimento con la doppia fenditura in cui un fascio laser passa attraverso una coppia di fenditure molto vicine, e si manifesta, su uno schermo lontano, una chiara figura d'interferenza. Supponiamo ora che si immettano delle particelle di fumo fra la doppia fenditura e lo schermo. Con la presenza delle particelle di fumo, si vedranno gli effetti dell'interferenza nello spazio fra le fenditure e lo schermo oppure l'effetto si vedrà soltanto sullo schermo?

Ragionamento Gli effetti si vedranno nell'area riempita col fumo. Vi saranno fasci luminosi diretti verso le aree chiare sullo schermo e zone buie verso le aree scure dello schermo. La costruzione geometrica in Figura 27.4a è importante per sviluppare la descrizione matematica dell'interferenza. Essa, tuttavia, si presta a una cattiva interpretazione perché potrebbe suggerire che l'interferenza non avvenga fino a quando i raggi provenienti dalle due fenditure non incontrino lo schermo nello stesso punto. Il diagramma più efficace per questa situazione è la Figura 27.2a, nella quale è chiaro che vi sono *zone* di interferenza distruttiva e costruttiva in tutto lo spazio tra le fenditure e lo schermo. Queste zone sono rese visibili dal fumo.

Esempio 27.1 | Misura della lunghezza d'onda di una sorgente di luce

Uno schermo dista 4.80 m dalla doppia fenditura. La distanza tra le due fenditure è 0.030 cm. Una luce monocromatica è diretta sulla doppia fenditura e forma una figura d'interferenza sullo schermo. La prima frangia scura si trova a 4.50 cm dal punto centrale sullo schermo.

(A) Determinare la lunghezza d'onda della luce.

(B) Calcolare la distanza tra le frange chiare adiacenti.

Distribuzione d'intensità della figura d'interferenza da doppia fenditura

Discuteremo ora brevemente la distribuzione d'intensità della luce I (l'energia fornita dalla luce per unità di area e di tempo) associata alla figura d'interferenza prodotta da due fenditure. Di nuovo, supponiamo che le due fenditure rappresentino sorgenti coerenti di onde sinusoidali. In questo caso, esse hanno la stessa frequenza angolare ω e una differenza di fase costante Φ . Sebbene le onde abbiano uguale fase nelle fenditure, la loro differenza di fase Φ in P dipende dalla differenza di cammino $\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$. Poiché una differenza di cammino pari a λ corrisponde a una differenza di fase di 2π rad, possiamo stabilire l'uguaglianza dei rapporti:

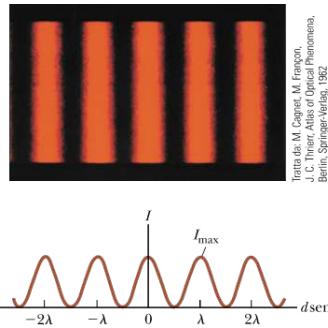


FIGURA 27.5 Distribuzione della intensità di luce in funzione di $\delta \sin \theta$ per una figura di interferenza prodotta da due fenditure quando lo schermo è lontano dalle due fenditure ($L \gg d$).

$$\frac{\delta}{\phi} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad \text{27.9} \blacktriangleleft$$

Questa equazione ci dice come la differenza di fase Φ dipende dall'angolo θ . Sebbene non lo dimostreremo qui, un'analisi attenta dei campi elettrici che arrivano sullo schermo provenienti dalle due strette fenditure mostra che **l'intensità della luce mediata nel tempo** per un dato angolo θ è

$$I = I_{\max} \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \quad \text{27.10} \blacktriangleleft$$

dove I_{\max} è l'intensità nel punto O di Figura 27.4a, direttamente dietro il punto di mezzo tra le fenditure. Il grafico dell'intensità in funzione di $d \sin \theta$ è disegnato in Figura 27.5.

Cambiamento di fase dovuto alla riflessione

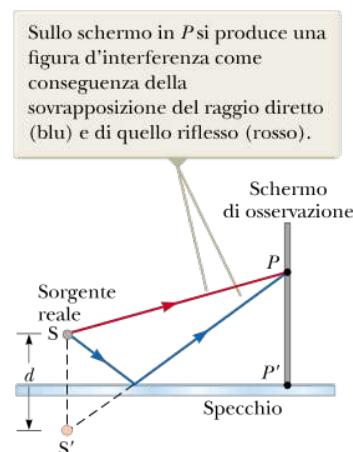


FIGURA 27.6 Specchio di Lloyd. Il raggio riflesso subisce un cambiamento di fase di 180° .

Il metodo di Young per produrre due sorgenti coerenti di luce consiste nell'illuminare una coppia di fenditure con un'unica sorgente. Un'altra semplice disposizione per produrre una figura d'interferenza con una sola sorgente è nota come *specchio di Lloyd*. Una sorgente di luce S è posta vicino a uno specchio, come illustrato in Figura 27.6. Le onde possono raggiungere il punto d'osservazione P o direttamente lungo il percorso da S a P oppure lungo il percorso indiretto che coinvolge la riflessione nello specchio. Il raggio riflesso colpisce lo schermo come se avesse origine dalla sorgente S' posta dietro lo specchio.

In punti lontani dalla sorgente, ci si potrebbe aspettare una figura d'interferenza dovuta alle onde emesse da S ed S', proprio come si osserva per due sorgenti coerenti reali. Infatti, si osserva una figura d'interferenza. Tuttavia, le posizioni delle frange chiare e scure sono *invertite* rispetto a quelle della figura d'interferenza di due sorgenti coerenti reali (esperimento di Young). La causa di ciò è che le sorgenti S ed S' hanno una differenza di fase di 180° . Questo cambiamento di fase di 180° si produce nella riflessione. In generale, un'onda elettromagnetica subisce uno sfasamento di 180° in seguito alla riflessione da un mezzo con indice di rifrazione maggiore di quello del mezzo in cui stava viaggiando.

È utile tracciare un'analogia tra la riflessione di onde luminose e la riflessione di un'onda trasversale in una corda tesa quando l'onda incontra un'interfaccia (Paragrafo 13.4), come in Figura 27.7. L'impulso riflesso in una corda subisce uno sfasamento di 180° quando è riflesso da una estremità rigida e nessuno sfasamento quando è riflesso da una estremità libera, come mostrato nelle Figure 13.12 e 13.13. Se l'interfaccia è tra due corde, l'onda trasmessa non subisce nessuno sfasamento. Similmente, un'onda elettromagnetica subisce uno sfasamento di 180° quando viene riflessa da un mezzo con indice di rifrazione maggiore di quello del mezzo in cui stava viaggiando. Non vi è alcuno sfasamento per il raggio riflesso quando l'onda incide sull'interfaccia di un mezzo con indice di rifrazione minore. In ogni caso l'onda trasmessa non subisce sfasamenti.

Interferenza nelle lame sottili

Effetti di interferenza si osservano comunemente in molte situazioni in cui un fascio di luce si divide e poi si ricombina. Una cosa che avviene ordinariamente è la comparsa di bande colorate in una lamina di olio sull'acqua o nelle bolle di sapone illuminate con luce bianca. I colori in queste situazioni risultano dall'interferenza di onde riflesse dalle superfici opposte della lamina.

Consideriamo una lamina di spessore uniforme t ed indice di rifrazione n , come in Figura 27.8. Adottiamo un modello semplificato in cui i raggi di luce siano incidenti sulla lamina da sopra e quasi normali alla superficie della lamina. La lamina riflette due raggi, uno dalla superficie superiore e uno dalla superficie inferiore dopo che il raggio rifratto ha attraversato la lamina.

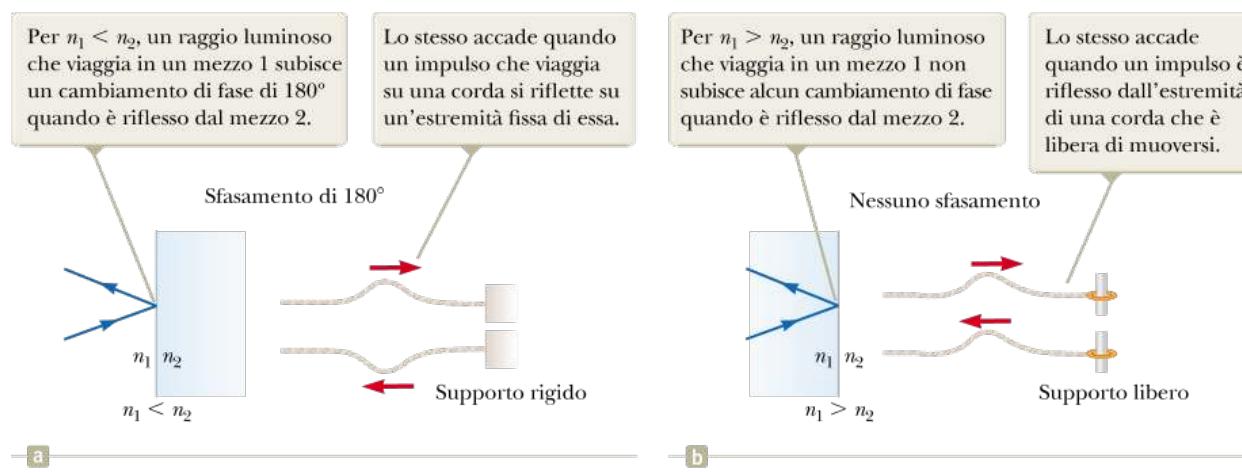


FIGURA 27.7 Confronto tra la riflessione della luce e quella delle onde su una corda.

Poiché la lamina è sottile e ha le facce parallele, i raggi riflessi sono paralleli. Quindi, il raggio riflesso dalla superficie superiore può interferire col raggio riflesso dalla superficie inferiore. Per determinare se i raggi riflessi interferiscono costruttivamente o distruttivamente, bisogna anzitutto notare i seguenti fatti:

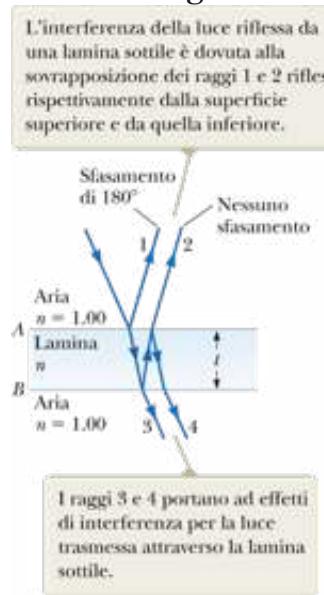


FIGURA 27.8 Cammino della luce attraverso una lamina sottile.

- Un'onda elettromagnetica che si propaga da un mezzo con indice di rifrazione n_1 a un mezzo con indice di rifrazione n_2 , subisce uno sfasamento di 180° nella riflessione quando $n_2 > n_1$. Non vi sarà alcuno sfasamento se $n_2 < n_1$.
- La lunghezza d'onda della luce λ_n in un mezzo il cui indice di rifrazione è n è data da

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

27.11

dove λ è la lunghezza d'onda della luce nel vuoto.

Applichiamo queste regole alla lamina mostrata in Figura 27.8. Secondo la prima regola, il raggio 1, che è riflesso dalla superficie superiore (*A*), subisce uno sfasamento di 180° rispetto all'onda incidente. D'altra parte, il raggio 2, che è riflesso dalla superficie inferiore (*B*), non subisce alcuno sfasamento. Perciò, trascurando per il momento la differenza di cammino, il raggio 1 è sfasato di 180° rispetto al raggio 2, il che equivale a una differenza di cammino pari a $\lambda_n/2$. Però, dobbiamo anche considerare che il raggio 2 percorre una distanza in più pari a $2t$ prima che le onde si ricombinino. La differenza di fase *totale* proviene dalla combinazione della differenza di cammino e dello sfasamento di 180° per la riflessione. Per esempio, se $2t = \lambda_n/2$, i raggi 1 e 2 si ricombineranno in fase e ne risulterà una interferenza costruttiva. In generale, le condizioni per l'interferenza costruttiva possono esprimersi nel seguente modo

$$2t = (m + \frac{1}{2})\lambda_n \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

27.12◀

Si noti che questa condizione tiene conto di due fattori: (a) la differenza nei cammini dei due raggi (il termine $m\lambda_n$) e (b) lo sfasamento di 180° dovuto alla riflessione (il termine $\lambda_n/2$). Poiché $\lambda_n = \lambda/n$, possiamo scrivere l'Equazione 27.12 nella forma

CONDIZIONE PER L'INTERFERENZA COSTRUTTIVA DA LAMINE SOTTILI

$$2nt = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

27.13◀

Se $2t$, la distanza in più percorsa dal raggio 2, corrisponde ad un multiplo di λ_n , le due onde si ricombineranno in opposizione di fase e ne risulterà un'interferenza distruttiva. L'equazione generale per l'interferenza distruttiva è

CONDIZIONE PER L'INTERFERENZA DISTRUTTIVA DA LAMINE SOTTILI

$$2nt = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

27.14◀

Le condizioni ricavate per l'interferenza costruttiva e distruttiva sono valide solo quando il mezzo sopra la lamina è lo stesso di quello sotto la lamina. Tale mezzo può avere un indice di rifrazione minore o maggiore di quello della lamina. In entrambi i casi, i raggi riflessi dalle due superfici saranno sfasati di 180° . Le condizioni sono valide anche se sopra e sotto la lamina ci sono mezzi diversi ed entrambi hanno n minore o maggiore rispetto a quello della lamina.

D'altra parte, se la lamina è posta tra due mezzi diversi, uno con $n < n_{\text{lamina}}$ e l'altro con $n > n_{\text{lamina}}$, le condizioni per l'interferenza costruttiva e distruttiva sono invertite. In questo caso, o c'è uno sfasamento di 180° sia per il raggio 1, riflesso dalla superficie *A*, che per il raggio 2, riflesso dalla superficie *B*, oppure non c'è sfasamento per nessuno dei due; quindi la variazione complessiva della fase in seguito alle riflessioni è zero.

I raggi 3 e 4 in Figura 27.8 provocano interferenza nella luce trasmessa attraverso la lamina. L'analisi di questi effetti è simile a quella svolta per la luce riflessa.

QUIZ RAPIDO 27.2

In un incidente di laboratorio, spargi due liquidi che non si mescolano con l'acqua. Ambedue formano lame sottili sulla superficie dell'acqua. Guardando la luce riflessa noti che, quando le lame allargandosi diventano molto sottili, una lama diventa chiara e l'altra scura. La lama scura ha indice di rifrazione **(a)** maggiore dell'acqua, **(b)** minore dell'acqua, **(c)** uguale all'acqua o **(d)** minore di quello della lama chiara.

QUIZ RAPIDO 27.3

Un cappello è messo fra due vetrini per microscopio in modo che i vetrini si tocchino sul lato sinistro mentre restano sollevati su quello destro: a causa dell'inserimento del cappello, si crea un sottile cuneo d'aria fra i vetrini. La luce monocromatica incidente genera una figura di interferenza. Sul bordo sinistro dei vetrini, la frangia di interferenza sarà (a) scura, (b) chiara, (c) non è possibile rispondere.

STRATEGIA GENERALE PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Interferenza nelle lame sottili

Si dovrebbero tenere a mente i seguenti aspetti quando si ha a che fare con i problemi sull'interferenza nelle lame sottili:

1. **Concettualizzazione.** Cerca di pensare alla fisica del problema. Identifica la sorgente di luce e la posizione dell'osservatore.
2. **Classificazione.** Assicurati di dover usare le tecniche dell'interferenza da lamina sottile, identificando la lamina che genera l'interferenza.
3. **Analisi.** Il tipo di interferenza prodotta dipende dalla relazione di fase fra le porzioni di onda riflesse sulla superficie superiore e inferiore della lamina. Le differenze di fase hanno due cause: (a) differenza nelle distanze percorse dalle due onde e (b) cambiamenti di fase che avvengono alla riflessione. *Entrambe* le cause vanno considerate per determinare il tipo di interferenza. Se entrambi i mezzi, sopra e sotto la lamina, hanno indice di rifrazione maggiore o minore del film, usa l'Equazione 27.13 per l'interferenza costruttiva e l'Equazione 27.14 per quella distruttiva. Se la lamina si trova fra due mezzi diversi, uno con $n < n_{\text{lamina}}$ e l'altro con $n > n_{\text{lamina}}$, inverti queste due equazioni per l'interferenza costruttiva e distruttiva.
4. **Conclusioni.** Controlla i tuoi risultati finali per verificare che abbiano senso fisico ed abbiano le dimensioni corrette.

Esempio 27.2 | Interferenza in una pellicola di sapone

Calcolare lo spessore minimo della pellicola di una bolla di sapone (indice di rifrazione $n = 1.33$) tale che si abbia interferenza costruttiva nella luce riflessa quando la pellicola è illuminata con luce di lunghezza d'onda nel vuoto pari a $\lambda = 600 \text{ nm}$.

E se...? Cosa accade se la pellicola ha spessore doppio? Questa condizione dà luogo a interruzione costruttiva?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Esempio 27.3 | Strati antiriflettenti per le celle solari

Le celle solari, dispositivi in grado di generare elettricità quando esposti alla luce solare, sono spesso ricoperte con un sottile strato trasparente di monossido di silicio (SiO , $n = 1.45$), per rendere minime le perdite per riflessione dalla superficie. Supponiamo che una cella solare di silicio ($n = 3.5$) sia ricoperta con un sottile strato di monossido di silicio (Fig. 27.9a). Determina lo spessore minimo dello strato in grado di produrre minima riflessione a una lunghezza d'onda di 550 nm, cioè nel centro dello spettro visibile.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Figure di diffrazione

Nei Paragrafi 25.2 e 27.2, abbiamo discusso brevemente il fenomeno della **diffrazione**, che andiamo ora a descrivere più in dettaglio per le onde luminose. In generale, si ha diffrazione quando le onde passano attraverso piccole aperture, intorno ad ostacoli o nei pressi di spigoli vivi.

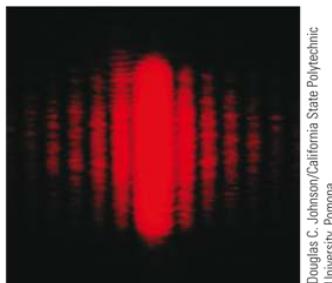
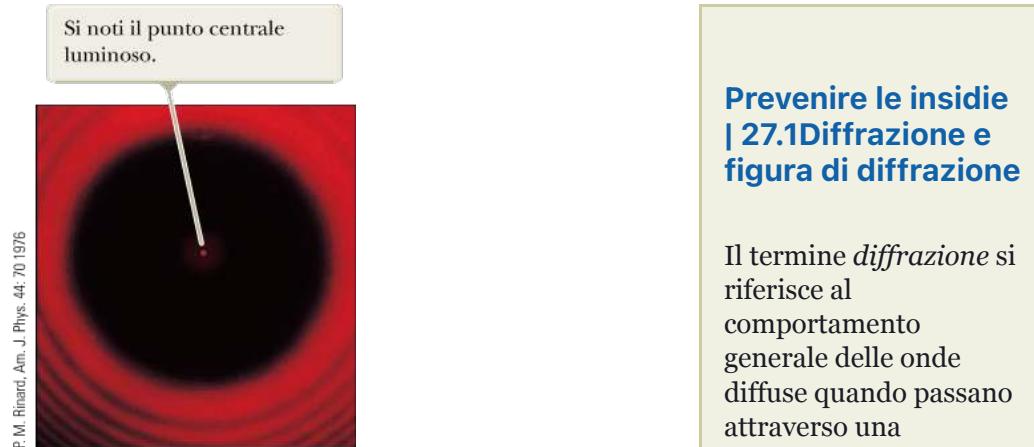


FIGURA 27.10 La figura di diffrazione che appare sullo schermo quando la luce passa attraverso una sottile fenditura verticale. La figura consiste di una banda larga centrale e di una serie di bande laterali meno intense e più strette.

Ci potremmo aspettare che la luce, passando attraverso una tale piccola apertura, desse luogo semplicemente a una larga regione di luce sullo schermo, dovuta alla diffusione della luce quando passa attraverso l'apertura. Troviamo, tuttavia, qualcosa di più interessante. Si osserva una **figura di diffrazione** consistente in aree chiare e scure, in qualche modo simile alle figure d'interferenza discusse in precedenza. Per esempio, quando una stretta fenditura è posta tra una lontana sorgente puntiforme di luce (o un fascio laser) e uno schermo, la luce produce una figura di diffrazione come quella mostrata in Figura 27.10. La figura consiste di una banda centrale larga e intensa, (detta **massimo centrale**), affiancata da una serie di bande secondarie più strette e meno intense (chiamate **massimi secondari**) e da una serie di bande oscure (o **minimi**).

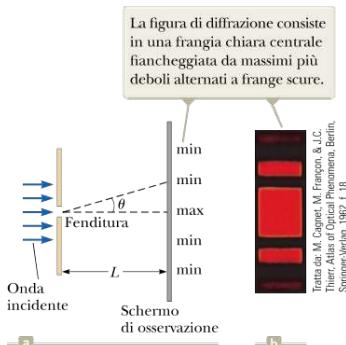
La Figura 27.11 (pag. 920) mostra l'ombra di una moneta, che presenta gli anelli chiari e scuri di una figura di diffrazione. Il punto luminoso al centro (chiamato *punto luminoso di Arago* dal nome del suo scopritore, Dominique Arago) può essere spiegato utilizzando la teoria ondulatoria della luce. Le onde diffratte da tutti i punti sul bordo della moneta percorrono la stessa distanza fino al punto centrale dello schermo. Quindi, il punto centrale è una regione di interferenza costruttiva e appare un punto luminoso. Diversamente, dal punto di vista dell'ottica geometrica, il centro della figura dovrebbe essere schermato dall'oggetto, e quindi un approccio che non include la natura ondulatoria della luce non prevede un punto centrale luminoso.



Prevenire le insidie | 27.1 Diffrazione e figura di diffrazione

Il termine *diffrazione* si riferisce al comportamento generale delle onde diffuse quando passano attraverso una fenditura. Abbiamo usato la diffrazione per spiegare l'esistenza di una figura di interferenza. Una *figura di diffrazione* è in realtà un termine sbagliato, ma è profondamente radicato nel linguaggio della fisica. La figura di diffrazione, visibile sullo schermo quando è illuminata una singola fenditura, è, in realtà, una figura di

FIGURA 27.11 La figura di diffrazione di una moneta, ripresa con la moneta a metà strada tra lo schermo e la sorgente.



interferenza.
L'interferenza è il
risultato della
sovraposizione di parti
della luce incidente che
illumina regioni distinte
della fenditura.

FIGURA 27.12 (a) Geometria per l'analisi della figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura. Il disegno non è in scala. (b) Fotografia della figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura.

Consideriamo una situazione comune, in cui la luce passa attraverso una stretta apertura, assimilabile a una fenditura, ed è proiettata su uno schermo. Come modello semplificato assumiamo che lo schermo di osservazione sia lontano dalla fenditura, cosicché i raggi che raggiungono lo schermo siano approssimativamente paralleli. Ciò può anche essere ottenuto sperimentalmente usando una lente convergente per focalizzare i raggi paralleli su uno schermo vicino. In questo modello, la figura sullo schermo si chiama **figura di diffrazione di Fraunhofer**.² La Figura 27.12a mostra la luce che entra in una singola fenditura da sinistra e si diffrange propagandosi verso uno schermo. La Figura 27.12b è una fotografia di una figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura. Una frangia chiara si osserva lungo l'asse per $\theta = 0$, con frange alternate chiare e scure su ciascun lato della frangia centrale chiara.

Abbiamo finora assunto che le fenditure agiscano come sorgenti puntiformi di luce. In questo paragrafo determineremo come la loro larghezza finita sia la base per comprendere la natura della figura di diffrazione di Fraunhofer prodotta da una singola fenditura. Possiamo dedurre alcune caratteristiche importanti di questo fenomeno esaminando le onde provenienti da varie parti della fenditura, come mostrato in Figura 27.13. Secondo il principio di Huygens, ogni porzione della fenditura si comporta come una sorgente di onde. Quindi, la luce proveniente da una porzione della fenditura può interferire con quella proveniente da un'altra, e l'intensità risultante sullo schermo dipenderà dalla direzione θ .

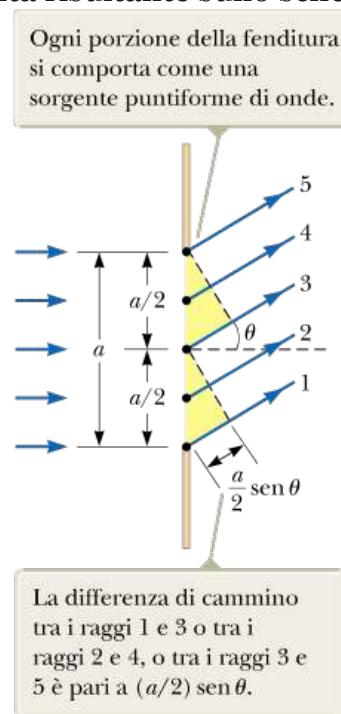


FIGURA 27.13 Cammino dei raggi luminosi che incontrano una fenditura sottile di larghezza a e diffraggono verso lo schermo nella direzione descritta dall'angolo θ .

Per analizzare la figura di diffrazione, è conveniente dividere la fenditura in due parti uguali, come in Figura 27.13. Tutte le onde originate dalla fenditura sono in fase tra loro. Consideriamo le onde 1 e 3 che sono originate rispettivamente dal fondo e dal centro della fenditura. Per raggiungere lo stesso punto sullo schermo di osservazione, l'onda 1 deve percorrere rispetto all'onda 3 un tratto in più pari alla differenza di cammino ($a/2$) $\sin \theta$, dove a è la larghezza della fenditura. Allo stesso modo, anche la differenza di cammino tra le onde 3 e 5 è $(a/2) \sin \theta$. Se questa differenza di cammino è esattamente pari a mezza lunghezza d'onda (corrispondente ad una differenza di fase di 180°), le due onde si annullano l'un l'altra e ne risulta interferenza distruttiva. Questo è vero, in realtà, per ogni

coppia di onde originate in punti distanti metà della larghezza della fenditura, in quanto la differenza di fase tra tali punti è 180° .

² Se lo schermo fosse avvicinato alla fenditura (e nessuna lente utilizzata) la figura risultante prenderebbe il nome di figura di diffrazione di *Fresnel*. La figura di Fresnel è più difficile da analizzare per cui ci limiteremo, nella discussione, alla diffrazione di Fraunhofer.

Perciò, le onde provenienti dalla metà superiore della fenditura interferiscono in modo *distruttivo* con quelle provenienti dalla metà inferiore quando

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2}$$

ovvero quando

$$\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{a}$$

Se dividiamo la fenditura in quattro parti anziché in due ed usiamo un ragionamento simile, troviamo che lo schermo è scuro anche quando

$$\sin \theta = \pm \frac{2\lambda}{a}$$

Parimenti, possiamo dividere la fenditura in sei parti e mostrare che si ha oscurità sullo schermo quando

$$\sin \theta = \pm \frac{3\lambda}{a}$$

Perciò, la condizione generale per l'interferenza distruttiva è

CONDIZIONI PER L'INTERFERENZA DISTRUTTIVA IN UNA FIGURA DI DIFFRAZIONE

Prevenire le insidie | 27.2 Equazioni simili

L'Equazione 27.15 ha esattamente la stessa forma dell'Equazione 27.2, con d , la distanza fra le fenditure, usata nell'Equazione 27.2 e a , la larghezza della fenditura, nell'Equazione 27.15. Ricordati, tuttavia, che l'Equazione 27.2 descrive le regioni chiare in una figura d'interferenza da una doppia fenditura, mentre l'Equazione 27.15 descrive le regioni scure della figura di diffrazione da una singola fenditura. Inoltre, $m = 0$ non rappresenta una frangia scura nella figura di diffrazione.

$$\sin \theta_{\text{scura}} = m \frac{\lambda}{a} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

27.15 ◀

L'Equazione 27.15 fornisce i valori di θ per i quali la figura di diffrazione ha intensità nulla, cioè, dove si forma una frangia scura. Tuttavia, nulla dice circa la variazione dell'intensità sullo schermo. Le caratteristiche generali della distribuzione d'intensità sullo schermo sono mostrate in Figura 27.14: si osserva una larga frangia centrale chiara, con ai lati un alternarsi di frange chiare molto meno intense. Le varie frange scure (punti di intensità nulla) si trovano per valori di θ che soddisfano l'Equazione 27.15. Le posizioni dei punti di interferenza costruttiva sono circa a metà strada tra le frange scure. Si noti che la larghezza della frangia centrale chiara è il doppio di quella dei massimi meno intensi.

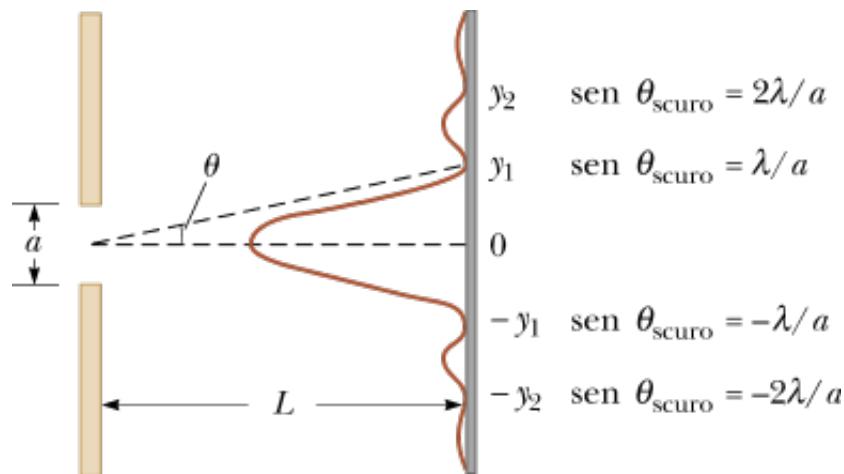
QUIZ RAPIDO 27.4

Supponiamo di dimezzare la larghezza della fenditura nella Figura 27.14. La frangia centrale chiara (a) diventa più larga, (b) resta uguale, o (c) diventa più stretta?

FISICA RAGIONATA 27.2

Se la porta di un'aula è appena socchiusa, si possono udire i suoni che provengono dal corridoio, ma non è possibile vedere ciò che succede nel corridoio. Perché c'è questa differenza?

Ragionamento Lo spazio fra la porta appena socchiusa e la parete agisce come una singola fenditura per le onde. Le onde sonore hanno una lunghezza d'onda maggiore della larghezza della fenditura, per cui il suono viene efficacemente diffratto dall'apertura e diffuso all'interno dell'aula. Il suono è poi riflesso da muri, pavimento e soffitto che contribuiscono a distribuirlo nella stanza. Le lunghezze d'onda della luce sono molto più piccole della larghezza della fenditura, per cui in sostanza non c'è diffrazione per la luce. Bisogna avere una linea di vista diretta per captare le onde luminose.



Schermo di osservazione

FIGURA 27.14 Distribuzione dell'intensità luminosa per la figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura di larghezza a . Sono indicate le posizioni di due minimi su ciascun lato del massimo centrale (disegno non in scala).

Esempio 27.4 | Dove sono le frange scure?

Una luce di lunghezza d'onda 580 nm incide su una fenditura di larghezza 0.300 mm. Lo schermo d'osservazione è posto a 2.00 m dalla fenditura. Trovare la larghezza della frangia centrale chiara.

E se...? Cosa accade se la larghezza della fenditura è aumentata di un'ordine di grandezza e vale 3.00 mm? Cosa accade alla figura di diffrazione?

VISUALIZZA SOLUZIONE

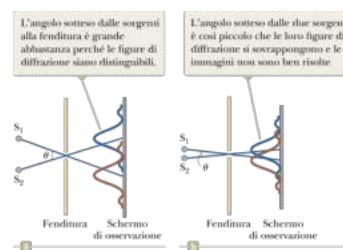


FIGURA 27.15 Due sorgenti puntiformi distanti da una piccola apertura producono ciascuna una figura di diffrazione. (a) Le sorgenti sono separate da un ampio angolo. (b) Le sorgenti sono separate da un piccolo angolo. Si noti che gli angoli sono notevolmente esagerati. I disegni non sono in scala.

Risoluzione della singola fenditura e di aperture circolari

Immagina di guidare, di notte, nel mezzo di un deserto buio, lungo una strada perfettamente dritta e piana lunga molti chilometri. Vedi un altro veicolo venirti incontro da una grande distanza. Quando il veicolo è lontano, potresti non essere in grado di determinare se si tratta di un'automobile con due fari oppure di una motocicletta con un faro solo. Mentre si avvicina, a un certo punto riesci a distinguere i due fari e a determinare che si tratta di un'automobile. Una volta che sei capace di vedere i fari distinti, descrivi le sorgenti luminose come **risolte**.

La capacità di sistemi ottici di distinguere tra oggetti vicini fra loro è limitata dalla natura ondulatoria della luce. Per comprendere questa difficoltà, consideriamo la Figura 27.15, che mostra due sorgenti di luce poste lontane da una fenditura sottile. Le sorgenti possono essere considerate come due sorgenti puntiformi, S_1 ed S_2 , non coerenti. Per esempio, potrebbero essere due stelle lontane osservate attraverso l'apertura di un telescopio.

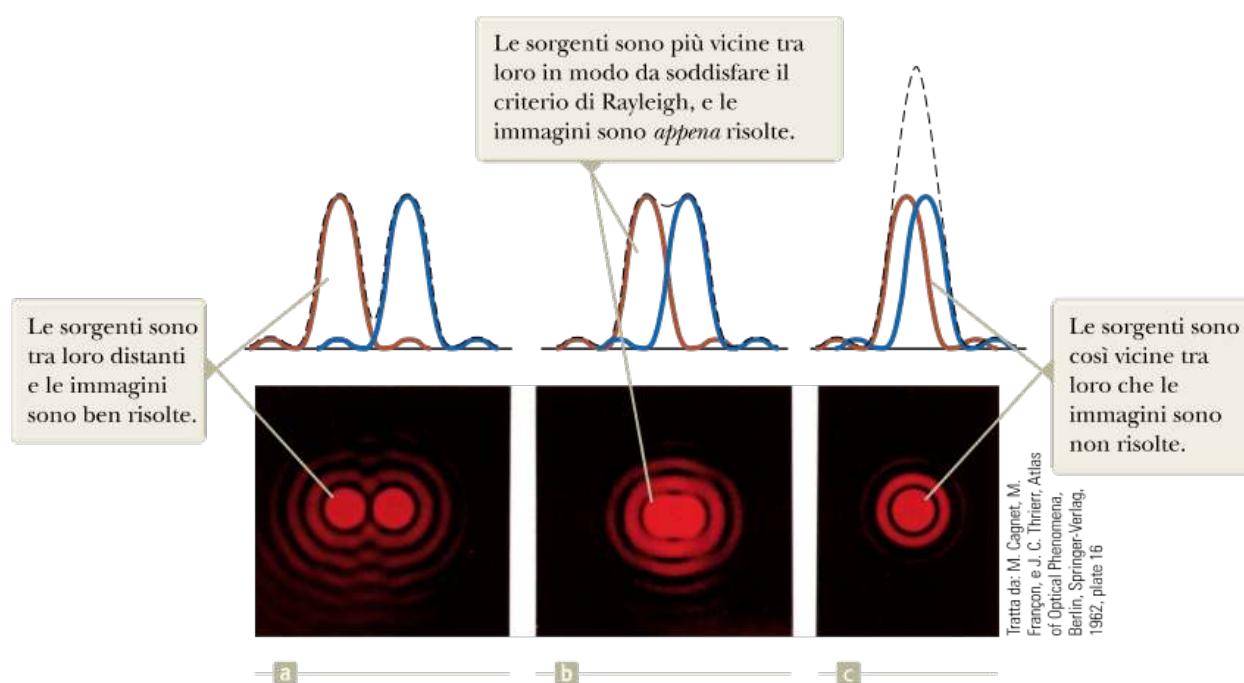


FIGURA 27.16 Figure di diffrazione di due sorgenti puntiformi (curve piene) e la figura risultante (curve tratteggiate), per varie separazioni angolari delle sorgenti quando la luce passa da un'apertura circolare. In ogni caso, la curva tratteggiata è la somma delle due curve piene.

Se non ci fosse diffrazione, sullo schermo a destra in figura si osserverebbero due macchie luminose distinte (o immagini). Tuttavia, a causa della diffrazione, l'immagine di ogni sorgente consiste in una regione centrale luminosa fiancheggiata da bande scure e chiare meno intense. Ciò che si osserva sullo schermo è la somma delle due figure di diffrazione, una da S_1 e l'altra da S_2 .

Se le due sorgenti sono separate in modo tale che i loro massimi centrali non si sovrappongono, come in Figura 27.15a, le loro immagini possono essere distinte e si dice che le due sorgenti sono risolte. Però, se le sorgenti sono vicine l'una all'altra, come in Figura 27.15b, i due massimi centrali possono sovrapporsi e le sorgenti non sono risolte. Per decidere quando due immagini sono risolte, si usa spesso il seguente criterio:

CRITERIO DI RAYLEIGH

Si dice che le immagini sono appena risolte quando il massimo centrale della figura di diffrazione di una sorgente cade sul primo minimo della figura di diffrazione dell'altra sorgente. Questa condizione limite per la risoluzione è nota come **criterio di Rayleigh**.

La Figura 27.16 mostra le figure di diffrazione da aperture circolari per tre situazioni. Quando gli oggetti sono distanti tra loro, le loro immagini sono ben risolte (Fig. 27.16a). Le sorgenti sono appena risolte quando la loro separazione angolare soddisfa il criterio di Rayleigh (Fig. 27.16b). Infine, in Figura 27.16c le sorgenti sono non risolte.

Usando il criterio di Rayleigh, possiamo determinare la minima separazione angolare θ_{\min} , sottesa dalle sorgenti rispetto alla fenditura (angolo visivo), tale che siano appena risolte.

Nel Paragrafo 27.6, abbiamo trovato che nella figura di diffrazione prodotta da una singola fenditura il primo minimo si ha per un angolo che soddisfa la relazione

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

dove a è la larghezza della fenditura. Secondo il criterio di Rayleigh, questa espressione fornisce la più piccola separazione angolare per cui le due sorgenti saranno risolte. Poiché in gran parte dei casi $\lambda \ll a$, $\sin \theta$ è piccolo e possiamo usare l'approssimazione $\sin \theta \approx \theta$. Perciò, l'angolo limite di risoluzione per una fenditura di larghezza a è

ANGOLO LIMITE PER LA RISOLUZIONE DA UNA FENDITURA

$$\theta_{\min} = \frac{\lambda}{a} \quad \text{27.16} \blacktriangleleft$$

dove θ_{\min} è espresso in radianti. Perciò, l'angolo sotteso dalle sorgenti rispetto alla fenditura (angolo visivo) deve essere *maggior*e di λ/a se si vuole che le sorgenti siano risolte. Molti strumenti ottici utilizzano aperture circolari piuttosto che fenditure. La figura di diffrazione di un'apertura circolare, illustrata in Figura 27.16, consiste in un disco circolare chiaro al centro circondato da anelli via via più deboli. Un'analisi completa mostra che l'angolo limite di risoluzione per l'apertura circolare è

ANGOLO LIMITE DI RISOLUZIONE PER UNA APERTURA CIRCOLARE

$$\theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad \text{27.17} \blacktriangleleft$$

dove D è il diametro dell'apertura. Si noti che l'Equazione 27.17 è simile all'Equazione 27.16 tranne che per il fattore 1.22, che deriva da un'analisi matematica della diffrazione da aperture circolari. Questa equazione è correlata alla difficoltà che abbiamo incontrato nel vedere i due fari all'inizio di questo paragrafo. Quando osserviamo con l'occhio, D nell'Equazione 27.17 è il diametro della pupilla. La figura di diffrazione che si forma quando la luce passa attraverso la pupilla causa la difficoltà nel risolvere i fari.

Un altro esempio degli effetti della diffrazione sulla risoluzione delle aperture circolari è il telescopio astronomico. L'estremità del tubo attraverso il quale passa la luce è circolare, cosicché la possibilità del telescopio di risolvere la luce di stelle molto vicine tra loro è limitata dal diametro di questa apertura.

QUIZ RAPIDO 27.5

Supponiamo di osservare una stella binaria con un telescopio e di avere difficoltà nel risolvere le due stelle. Decidiamo allora di usare un filtro colorato per aumentare la risoluzione, sfruttando il fatto che un filtro di un certo colore trasmette solo quel colore della luce incidente. Di quale colore sceglieremo il filtro? (a) Blu, (b) verde, (c) giallo, (d) rosso.

FISICA RAGIONATA 27.3

Gli occhi dei gatti hanno una pupilla che può essere assimilata ad una fenditura verticale. I gatti cosa risolverebbero meglio di notte, i fari di una macchina lontana o le luci disposte verticalmente sull'albero di un battello lontano?

Ragionamento La larghezza effettiva della fenditura degli occhi di un gatto è maggiore nella direzione verticale che in quella orizzontale. Quindi, il gatto ha un maggiore potere risolutivo per le luci disposte nella direzione verticale e dovrebbe essere più efficace nel risolvere le luci dell'albero del battello.

Esempio 27.5 | Risoluzione dell'occhio

Luce di lunghezza d'onda di 500 nm, al centro dello spettro visibile, entra in un occhio umano. Sebbene il diametro della pupilla dipenda dai soggetti, stimiamo un'apertura di 2 mm durante il giorno.

(A) Stimare il potere risolutivo dell'occhio assumendo che la diffrazione sia l'unico effetto rilevante.

(B) Determinare la minima separazione lineare d tra due sorgenti puntiformi che permetta all'occhio di distinguerle. Assumere che le sorgenti siano a $L = 25$ cm dall'osservatore (Fig. 27.17).

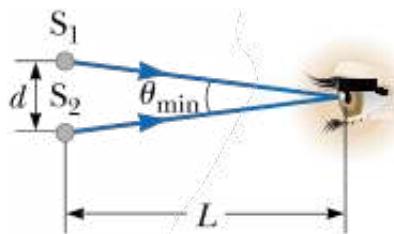


FIGURA 27.17 (Esempio 27.5) Due sorgenti puntiformi, separate da una distanza d , osservate da un occhio.

VISUALIZZA SOLUZIONE

Il reticolo di diffrazione

Il **reticolo di diffrazione**, uno strumento molto utile nell'analisi di sorgenti di luce, consiste in un gran numero di fenditure parallele e quiespaziate. Si può costruire un reticolo incidendo delle righe parallele su una lastra di vetro con una tecnica di lavorazione di precisione. In un *reticolo a trasmissione*, gli spazi tra le righe sono trasparenti alla luce e quindi funzionano come fenditure equispaziate. In un *reticolo a riflessione*, gli spazi tra le righe sono altamente riflettenti. Reticoli con molte linee estremamente vicine l'una all'altra possono avere una piccolissima separazione tra le fenditure. Per esempio, un reticolo contenente 5 000 righe/cm ha una spaziatura tra le fenditure $d = (1/5\ 000) \text{ cm} = 2 \times 10^{-4} \text{ cm}$.

La Figura 27.18 mostra un disegno della sezione di un reticolo di diffrazione piano. Un'onda piana incide da sinistra perpendicolarmente al piano del reticolo. L'intensità della figura che si osserva sullo schermo, a destra nella Figura 27.18, è il risultato degli effetti combinati dell'interferenza e della diffrazione. Ogni fenditura produce diffrazione; a loro volta, i fasci diffratti interferiscono tra loro producendo la figura finale. Inoltre, ogni fenditura si comporta come una sorgente di onde, che partono tutte in fase dalle fenditure. Tuttavia, per una direzione arbitraria θ misurata dalla direzione orizzontale, le onde devono percorrere cammini diversi prima di arrivare a un particolare punto sullo schermo. Dalla Figura 27.18, si nota che la differenza di cammino tra onde provenienti da fenditure adiacenti è pari a $d \sin \theta$ (assumiamo ancora una volta che la distanza L dello schermo sia molto maggiore di d). Se questa differenza è pari a una lunghezza d'onda, o un suo multiplo intero, le onde provenienti da tutte le fenditure saranno in fase sullo schermo e si osserverà una linea chiara. Quando la luce incide normalmente sul piano del reticolo, la condizione per i *massimi* nella figura d'interferenza per un angolo θ è quindi³

$$d \sin \theta_{\text{chiaro}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

27.18◀

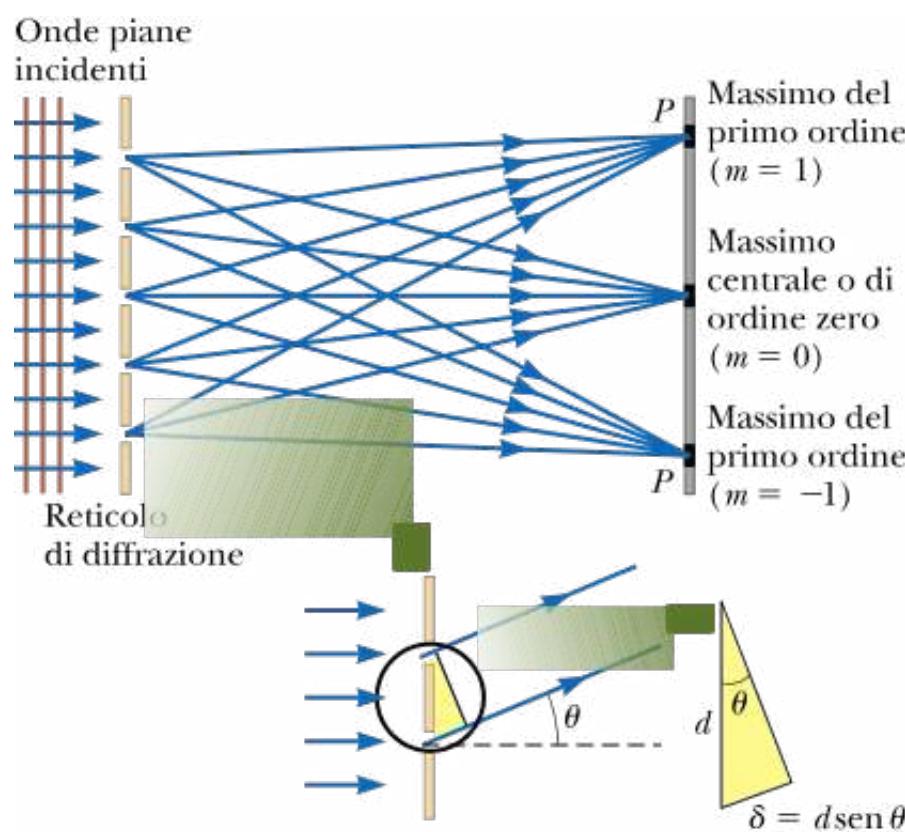


FIGURA 27.18 Sezione laterale di un reticolo di diffrazione. La distanza tra le fenditure è d e la differenza di cammino tra fenditure adiacenti è $d \sin \theta$.

Prevenire le insidie
| 27.3 Un reticolo di diffrazione è un reticolo di interferenza

Sebbene le locuzioni "figura di diffrazione" e "reticolo di diffrazione" siano inaccurate, esse sono ormai profondamente radicate nella fisica. Il reticolo di diffrazione dipende dalla diffrazione allo stesso modo della doppia fenditura – diffondendo la luce in modo che la luce proveniente da diverse fenditure possa interferire. Sarebbe quindi molto più corretto chiamarlo un reticolo d'interferenza.

³ Nota che questa equazione è identica all'Equazione 27.2 e può essere utilizzata per un numero di fenditure che va da 2 ad N , con N arbitrario. La distribuzione dell'intensità dipenderà dal numero di

fenditure ma la posizione dei massimi rimane la stessa.

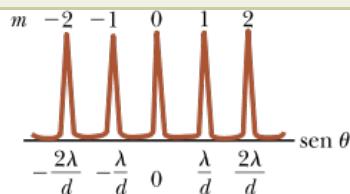


FIGURA 27.19 Intensità in funzione di $\sin \theta$ per un reticolo di diffrazione. Sono mostrati i massimi di ordine zero, primo e secondo.

Questa espressione può essere usata per calcolare la lunghezza d'onda, quando siano noti la spaziatura nel reticolo (detta passo reticolare) d e l'angolo di deviazione θ . Se la radiazione incidente contiene diverse lunghezze d'onda, per ognuna di esse il massimo di ordine m si trova a un angolo determinato dall'Equazione 27.18. A $\theta = 0$ si mescolano tutte le lunghezze d'onda, corrispondenti a $m = 0$.

La distribuzione d'intensità per il reticolo di diffrazione è rappresentata schematicamente in Figura 27.19. Si noti come sono stretti i massimi principali e larghi gli intervalli di zone scure. Ciò è in contrasto con le larghe frange chiare caratteristiche della figura di interferenza prodotta da due fenditure (vedi Fig. 27.5).

Una semplice apparecchiatura che si può usare per misurare i vari ordini della figura di diffrazione viene mostrata in Figura 27.20. Si tratta di un tipo di *spettroscopio con reticolo di diffrazione*. La luce da analizzare passa attraverso una fenditura⁴, e dal collimatore si forma un fascio parallelo di luce perpendicolare al reticolo. La luce

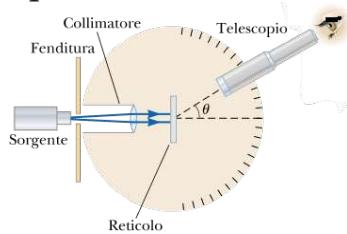


FIGURA 27.20 Schema di uno spettroscopio con reticolo di diffrazione. Il fascio collimato incide su un reticolo ed è diviso nelle sue varie lunghezze d'onda dalla interferenza costruttiva che, per ogni lunghezza d'onda, avviene agli angoli θ_{chiaro} che soddisfano l'equazione $\sin \theta_{\text{chiaro}} = m\lambda$, dove $m = 0, 1, 2, \dots$.

diffraetta esce dal reticolo e presenta interferenza costruttiva ad angoli che soddisfano l'Equazione 27.18. Per vedere l'immagine della fenditura si usa un telescopio. La lunghezza d'onda può essere determinata misurando precisamente gli angoli per cui appare l'immagine della fenditura per i vari ordini.

Lo spettrometro è uno strumento utile in *spettroscopia atomica*, nella quale si analizza la luce da un atomo per trovarne le lunghezze d'onda componenti. Queste lunghezze d'onda possono essere usate per identificare l'atomo, come discusso nel Paragrafo 11.5. Discuteremo ancora gli spettri atomici nel Capitolo 29 (“Fisica Moderna”).

Un'altra applicazione dei reticolari di diffrazione è la nuova tecnologia del *reticolo di valvole luminose* (*grating light valve*, GLV), destinata a competere con i congegni digitali a microspecchi (*digital micromirror device*, DMD), discussi nel Paragrafo 25.3, nel campo della videoproiezione. Un dispositivo GLV consiste di un microchip al silicio equipaggiato con una serie di strisce parallele in nitruro di silicio ricoperte con un sottile strato di alluminio (Fig. 27.21). Ogni striscia è larga circa $5 \mu\text{m}$ e lunga circa $20 \mu\text{m}$, ed è separata dal substrato in silicio da soli 100 nm di aria. Senza tensione applicata, tutte le strisce sono allo stesso livello e il dispositivo funziona come una superficie piana riflettente.

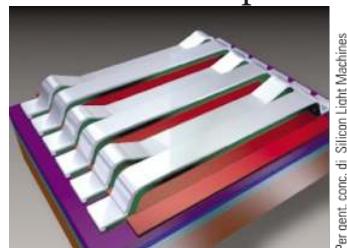


FIGURA 27.22 Una piccola parte di un dispositivo GLV. Le strisce riflettenti alternate a diverse altezze funzionano come un reticolo di diffrazione, consentendo altissima velocità nel controllo della direzione della luce verso lo schermo digitale.

Quando è applicata una differenza di potenziale fra una striscia e l'elettrodo corrispondente sul substrato in silicio, si sviluppa una forza che attrae la striscia verso la base. Possono essere abbassate le strisce in modo alternato, lasciando nella configurazione piana quelle in mezzo. In tal modo, l'insieme di strisce funziona come un reticolo di diffrazione, in grado di indirizzare l'interferenza costruttiva di una particolare lunghezza d'onda luminosa verso uno schermo o un altro sistema ottico di esposizione. Usando tre congegni, uno ciascuno per la luce rossa, blu e verde, è possibile mostrare tutti i colori.

I GLV tendono ad essere di fabbricazione più semplice e risoluzione maggiore dei DMD. D'altra parte, i DMD sono già largamente presenti nel mercato. Sarà molto interessante vedere la competizione fra queste tecnologie nei prossimi anni.

QUIZ RAPIDO 27.6

Luce ultravioletta di lunghezza d'onda 350 nm incide su di un reticolo di diffrazione con spaziature d fra le fenditure, e forma una figura di interferenza su di uno schermo posto ad una distanza L . I massimi di interferenza si trovano a grandi angoli θ_{chiaro} . Si segnano sullo schermo le posizioni delle frange luminose. Si passa a luce rossa (lunghezza d'onda 700 nm) per formare un'altra figura di diffrazione. Le nuove frange luminose si sovrappongono ai segni sullo schermo se **(a)** lo schermo è allontanato a distanza $2L$ dal reticolo di diffrazione, **(b)** lo schermo è avvicinato, a distanza $L/2$ dal reticolo, **(c)** il reticolo è sostituito con un altro di spaziatura $2d$, **(d)** il reticolo è sostituito con un altro di spaziatura $d/2$, o **(e)** non si cambia nulla?

⁴ Una fenditura lunga e sottile ci permette, come discusso nel Capitolo 11, di osservare le *linee spettrali* della luce emessa da sistemi atomici e molecolari.



FIGURA 27.22 (Fisica Ragionata 27.4). Un CD illuminato con luce bianca. I colori osservati e la loro intensità dipendono dall'orientazione del disco rispetto all'occhio ed alla sorgente luminosa.

FISICA RAGIONATA 27.4

La luce bianca riflessa dalla superficie di un compact disc appare variamente colorata, come è mostrato nella Figura 27.22. Inoltre, l'osservazione dipende dall'orientazione del disco rispetto all'occhio e dalla posizione della sorgente di luce. Spiegare come funziona ciò.

Ragionamento La superficie di un compact disc è costituita da una traccia a spirale con una spaziatura di circa $1 \mu\text{m}$ che agisce come un reticolo per la riflessione. La luce diffusa da questi ravvicinati incavi interfiere costruttivamente soltanto in certe direzioni che dipendono dalla lunghezza

d'onda e dalla direzione della luce incidente. Ogni parte del disco funziona, per la luce bianca, come reticolo di diffrazione, con differenti direzioni di interferenza costruttiva per diversi colori. I colori che si vedono quando si guarda una parte del disco variano quando la sorgente luminosa, il disco o chi guarda si muovono variando così l'angolo di incidenza o di diffrazione.

Esempio 27.6 | Ordini di un reticolo di diffrazione

La luce monocromatica di un laser elio-neon ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) incide perpendicolarmente su un reticolo di diffrazione con 6 000 righe/cm. Trovare gli angoli per cui si osservano i massimi del primo e secondo ordine.

E se...? E se volessimo calcolare il massimo del terzo ordine? Potremmo determinarlo?

VISUALIZZA SOLUZIONE

Difrazione di raggi X da cristalli

In linea di principio si può determinare la lunghezza d'onda di ogni onda elettromagnetica se è disponibile un reticolo con il passo opportuno (dell'ordine di λ). I **raggi X**, scoperti nel 1895 da Wilhelm Roentgen (1845-1923), sono onde elettromagnetiche con lunghezza d'onda molto piccola (dell'ordine di 10^{-10} m = 0.1 nm). Nel 1913, Max von Laue (1879-1960) suggerì che le file regolari di atomi in un cristallo, il cui passo è noto essere dell'ordine di 10^{-10} m, potessero funzionare come un reticolo di diffrazione tridimensionale per i raggi X. Esperimenti successivi confermarono questa previsione. Le figure di diffrazione che si osservano sono piuttosto complicate a causa della natura tridimensionale del cristallo. Nonostante ciò, la diffrazione dei raggi X si è dimostrata una tecnica senza pari per studiare le strutture cristalline e per comprendere la struttura della materia.

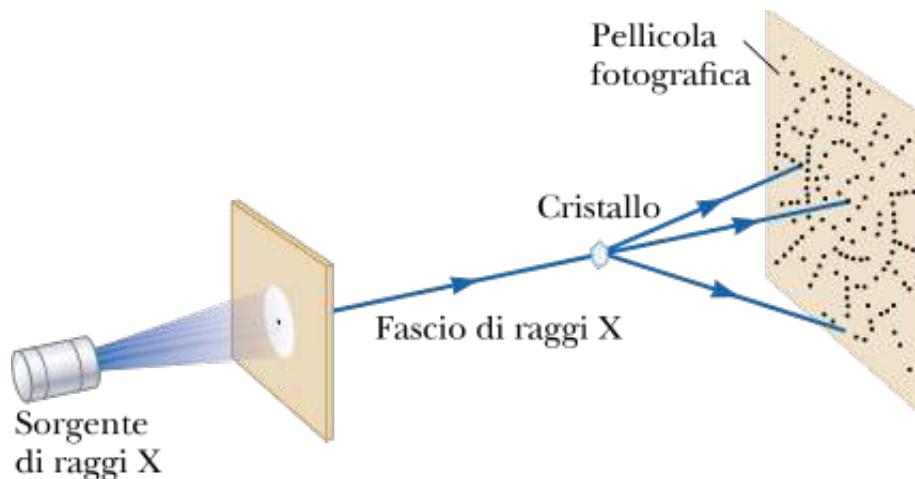
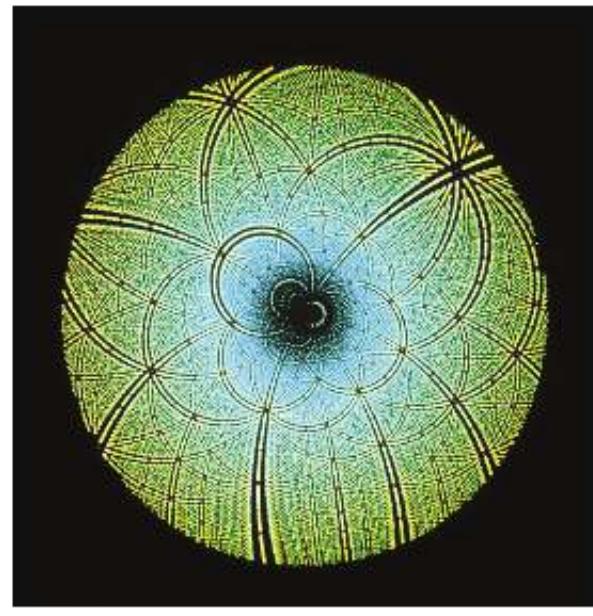
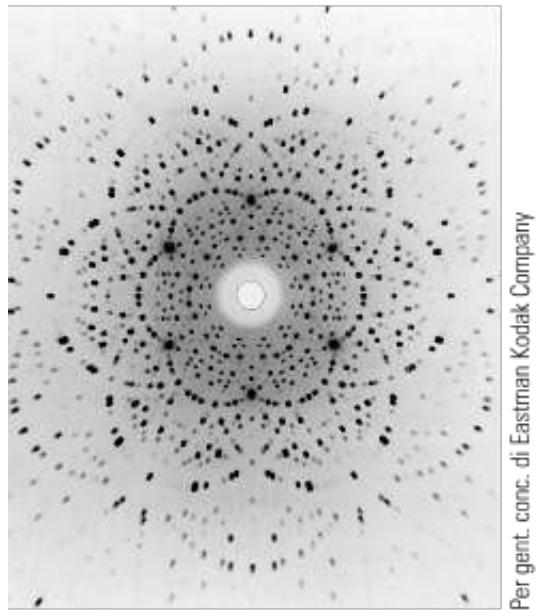


FIGURA 27.23 Schema della tecnica usata per osservare la diffrazione di raggi X da un cristallo. La serie di macchie formate sulla pellicola dai fasci fortemente diffratti è chiamata figura di Laue.



© I. Andersson Oxford Molecular Biophysics Laboratory/ Science Photo Library/Photo Researchers, Inc.

FIGURA 27.24 (a) Figura di Laue da un singolo cristallo del minerale berillo (silicato di alluminio berillio). (b) Figura di Laue dell'enzima Rubisco, prodotto con raggi X a banda larga. L'enzima, presente nelle piante, è coinvolto nella fotosintesi. La figura di Laue è usata per determinare la struttura del Rubisco.

Le sfere blu rappresentano gli ioni Cl^- e quelle rosse rappresentano gli ioni Na^+ .

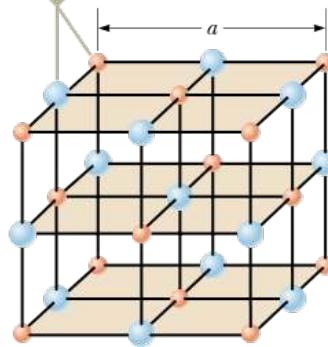


FIGURA 27.25 Struttura cristallina del cloruro di sodio (NaCl). La lunghezza dello spigolo del cubo è $a = 0.564 \text{ nm}$.

La Figura 27.23 mostra un apparato sperimentale per osservare la diffrazione di raggi X da parte di un cristallo. Un fascio collimato di raggi X, con un intervallo continuo di lunghezze d'onda, incide su un cristallo. I fasci diffratti sono molto intensi in alcune direzioni, corrispondenti all'interferenza costruttiva di onde riflesse dagli strati di atomi nel cristallo. I fasci diffratti possono essere rivelati da una pellicola fotografica e formano un insieme di macchie note come *figura di Laue* (Fig. 27.24a). Analizzando le posizioni e le intensità delle varie macchie nella figura si può dedurre la struttura cristallina. La Figura 27.24b mostra le macchie di Laue da un enzima cristallino, utilizzando un ampio spettro di lunghezze d'onda ottenendo un aspetto a spirale.

La disposizione degli atomi in un cristallo di NaCl è mostrata in Figura 27.25. Le sfere rosse rappresentano ioni Na^+ e quelle blu ioni Cl^- . Ciascuna cella unitaria (la forma geometrica elementare che si ripete periodicamente in tutto il cristallo) contiene quattro ioni Na^+ e quattro ioni Cl^- . La cella unitaria è un cubo il cui lato ha lunghezza a .

Gli ioni in un cristallo giacciono su vari piani, come è mostrato in Figura 27.26. Supponiamo che un fascio di raggi X incida con un angolo θ su uno dei piani, come in Figura 27.26 (si osservi che l'angolo θ si misura convenzionalmente dalla superficie riflettente invece che dalla normale, come nel caso della legge della rifrazione nel Capitolo 25). Il fascio può essere riflesso sia dal piano di atomi superiore che da quello inferiore. La costruzione geometrica di Figura 27.26 mostra però che il fascio riflesso dalla superficie inferiore fa un percorso più lungo di quello del raggio riflesso dalla superficie superiore. La differenza di cammino tra i due raggi è $2d \sin \theta$, essendo d la distanza fra i piani. I due raggi si rinforzano reciprocamente (interferenza costruttiva) quando la differenza di cammino è pari a un multiplo intero della lunghezza d'onda λ . Lo stesso vale per la riflessione dall'intera famiglia di piani paralleli. Quindi, la condizione per l'interferenza costruttiva (massimi nell'onda riflessa) è data da

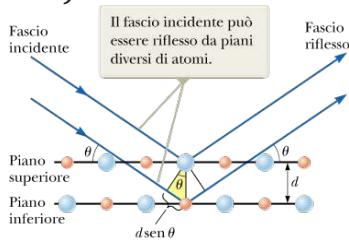


FIGURA 27.26 Descrizione bidimensionale della riflessione di un fascio di raggi X da due piani cristallini paralleli distanti d . Il fascio riflesso dal piano inferiore percorre un tratto in più, pari a $2d \sin \theta$, rispetto a quello riflesso dal piano superiore.

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

27.19

Questa condizione è nota come **legge di Bragg**, dal nome di W. Lawrence Bragg (1890-1971), che derivò questa relazione per primo. Se si misurano la lunghezza d'onda e l'angolo di diffrazione, l'Equazione 27.19 può essere usata per calcolare la distanza fra i piani atomici.

Collegamento al contesto: olografia

Un'interessante applicazione del laser è l'**olografia**, la produzione di immagini tridimensionali di oggetti. La fisica dell'olografia fu sviluppata da Dennis Gabor (1900-1979) nel 1948 e per questa scoperta fu insignito del Premio Nobel per la Fisica nel 1971. A partire dal lavoro di Gabor, la necessità di utilizzare luce coerente in olografia ha, però, ritardato la realizzazione delle immagini olografiche fino allo sviluppo dei laser negli anni 1960. La Figura 27.27 mostra un ologramma ed il carattere tridimensionale della sua immagine.

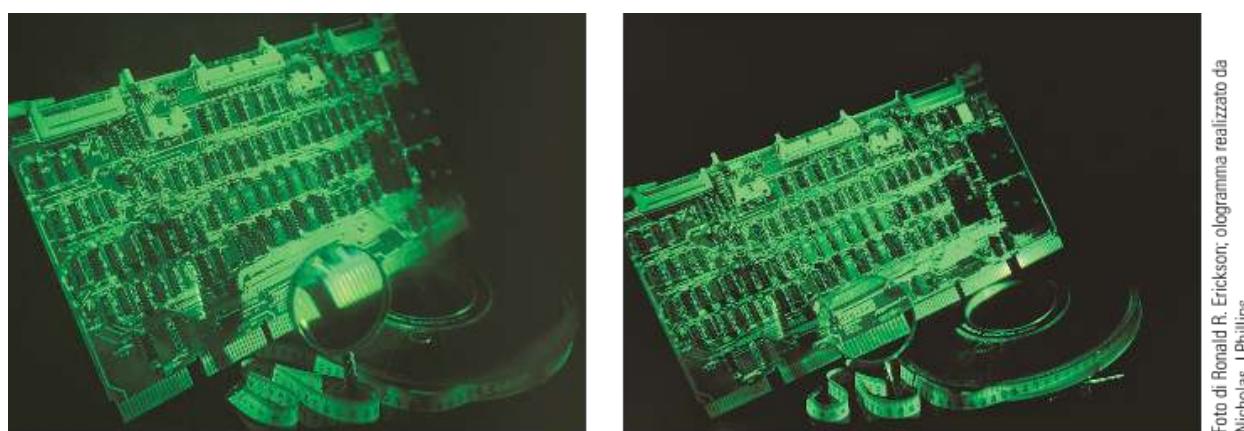


Foto di Ronald R. Erickson; ologramma realizzato da Nicholas J Phillips

FIGURA 27.27 In questo ologramma è mostrata una scheda circuitale con due viste diverse. Confrontando (a) e (b), si noti la differenza di aspetto del metro a nastro e dell'immagine attraverso la lente di ingrandimento.

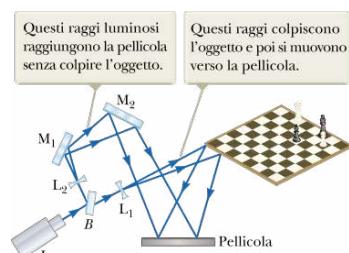


FIGURA 27.28 Apparato sperimentale per produrre un ologramma.

La Figura 27.28 mostra come si produce un ologramma. La luce del laser è divisa in due parti da uno specchio semitrasparente posto in B . Una parte del fascio è riflesso dall'oggetto da fotografare e raggiunge una ordinaria pellicola fotografica. L'altra metà del fascio diverge dalla lente L_2 , è riflessa dagli specchi M_1 e M_2 , e infine raggiunge la pellicola. I due fasci si sovrappongono formando sulla pellicola una figura d'interferenza estremamente complicata. Una tale figura d'interferenza si può produrre solo se la relazione di fase delle due onde è costante durante l'esposizione della pellicola. Questa condizione viene ottenuta illuminando la scena con luce che passa attraverso un foro o con una radiazione laser coerente. L'ologramma registra non solo l'intensità della luce diffusa dall'oggetto (come in una fotografia convenzionale), ma anche la differenza di fase tra il fascio di riferimento e il fascio diffuso dall'oggetto. A causa di questa differenza di fase, si forma una figura d'interferenza che produce un'immagine con una prospettiva totalmente tridimensionale.

In una normale immagine fotografica, si usa una lente per mettere a fuoco l'immagine cosicché ciascun punto sull'oggetto corrisponde a un singolo punto sulla pellicola. Si noti che non si usa alcuna lente in Figura 27.28 per mettere a fuoco la luce sulla pellicola. Quindi, la luce proveniente da ciascun punto dell'oggetto raggiunge *tutti* i punti della pellicola. La conseguenza è che la regione della pellicola fotografica sulla quale è registrato l'ologramma contiene informazioni su tutti i punti illuminati dell'oggetto. Ciò conduce a un notevole risultato: se una piccola porzione dell'ologramma è tagliata dalla pellicola, l'immagine completa può essere ricostruita dal piccolo pezzo!

Il modo migliore di visualizzare un ologramma è permettendo a una luce coerente di attraversare la pellicola sviluppata mentre la si osserva nella direzione da cui proviene il fascio. La figura d'interferenza sulla pellicola agisce come un reticolo di diffrazione. La Figura 27.29 mostra due raggi di luce che colpiscono la pellicola e l'attraversano. Per ciascun raggio, sono mostrati i raggi con $m = 0$ e $m = \pm 1$ nella figura di diffrazione, che

emergono dalla parte destra della pellicola. Si noti che i raggi con $m = +1$ convergono per formare un'immagine reale della scena, che non è l'immagine vista normalmente.

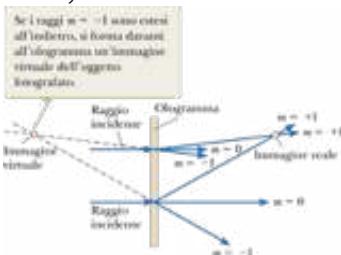


FIGURA 27.29 Due raggi di luce colpiscono un ologramma con incidenza normale. Per ciascun raggio, è mostrato il raggio uscente corrispondente a $m = 0$ e $m = \pm 1$.

Estendendo all'indietro i raggi di luce corrispondenti a $m = -1$, vediamo che formano un'immagine virtuale localizzata nella parte posteriore della pellicola, in cui la luce proviene dall'immagine virtuale esattamente con lo stesso percorso seguito dalla luce proveniente dall'oggetto reale quando la pellicola è stata esposta. Questa è l'immagine che vediamo guardando attraverso la pellicola olografica.

Gli ologrammi trovano un grande numero di applicazioni nei visualizzatori e in misure di precisione. Potresti avere un ologramma sulla tua carta di credito. Questo tipo speciale di ologramma è detto *ologramma ad arcobaleno*, progettato per essere osservato in luce bianca riflessa.

Gli ologrammi rappresentano un mezzo per immagazzinare informazioni visive usando il laser. Nelle Conclusioni al Contesto, investigheremo i modi di utilizzo del laser per immagazzinare informazioni digitali che si possono poi convertire in onde sonore o in video.

SOMMARIO I

L'interferenza di onde luminose è il risultato della sovrapposizione lineare di due o più onde in un dato punto. Si osserva una figura d'interferenza persistente se (1) le sorgenti hanno la stessa lunghezza d'onda, (2) le sorgenti sono coerenti.

L'**intensità media** della figura di interferenza prodotta da due fenditure è data da

$$I = I_{\max} \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \quad 27.8 \blacktriangleleft$$

dove I_{\max} è l'intensità massima sullo schermo.

Un'onda elettromagnetica che si propaga da un mezzo di indice di rifrazione n_1 a un mezzo di indice di rifrazione n_2 subisce uno sfasamento di 180° in seguito alla riflessione quando $n_2 > n_1$. Non vi è alcuno sfasamento nell'onda riflessa se $n_2 < n_1$.

La condizione per l'interferenza costruttiva, in una lamina di spessore t e indice di rifrazione n con lo stesso mezzo da entrambi i lati della lamina, è data da

$$2nt = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 27.13 \blacktriangleleft$$

In modo simile, la condizione per l'interferenza distruttiva è

$$2nt = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 27.14 \blacktriangleleft$$

La **difrazione** è la diffusione di luce attorno a un percorso rettilineo quando la luce passa attraverso un'apertura oppure attorno a un ostacolo. Una **figura di diffrazione** si può analizzare come l'interferenza di un gran numero di sorgenti coerenti di Huygens attraverso tutta l'apertura.

La figura di diffrazione prodotta da una singola fenditura di larghezza a su uno schermo lontano consiste in un massimo centrale luminoso e un alternarsi di zone chiare e scure di intensità molto minore. Gli angoli θ per cui si ha intensità zero nella figura di diffrazione sono dati da

$$\sin \theta_{\text{scuro}} = m \frac{\lambda}{a} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad 27.15 \blacktriangleleft$$

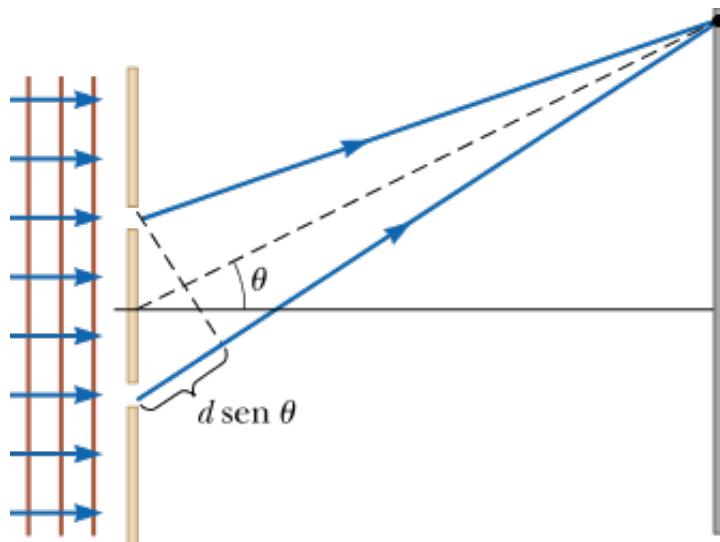
Il **criterio di Rayleigh**, che fornisce una condizione limite per la risoluzione, afferma che due immagini formate da un'apertura sono appena distinguibili se il massimo centrale della figura di diffrazione di un'immagine coincide con il primo minimo dell'altra immagine. L'angolo limite di risoluzione per una fenditura di larghezza a è dato da $\theta_{\min} = \lambda/a$, e l'angolo limite di risoluzione per una apertura circolare di diametro D è dato da $\theta_{\min} = 1.22 \lambda/D$.

Un **reticolo di diffrazione** consiste in un gran numero di fenditure identiche equispaziate. La condizione per i massimi d'intensità nella figura d'interferenza di un reticolo di diffrazione per incidenza normale è data da

$$d \sin \theta_{\text{chiaro}} = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad 27.18 \blacktriangleleft$$

dove d è il passo reticolare (spaziatura tra due fenditure adiacenti) ed m è il numero d'ordine del massimo di diffrazione.

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Interferenza delle onde. L'esperimento di Young della doppia fenditura è il prototipo dei fenomeni di interferenza per la radiazione elettromagnetica. In questo esperimento due fenditure, separate da una distanza d , sono investite da luce monocromatica. La condizione per frange chiare (**interferenza costruttiva**) è:

$$d \sin \theta_{\text{chiaro}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{27.2} \blacktriangleleft$$

La condizione per frange scure (**interferenza distruttiva**) è:

$$d \sin \theta_{\text{scuro}} = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{27.3} \blacktriangleleft$$

Il numero m prende il nome di **numero d'ordine** della frangia.

Appendice A

Tabelle

TABELLA A.1 | Fattori di conversione

Lunghezza

	m	cm	km	in	ft	mi
1 metro	1	10^2	10^{-3}	39.37	3.281	6.214×10^{-4}
1 centimetro	10^{-2}	1	10^{-5}	0.393 7	3.281×10^{-2}	6.214×10^{-6}
1 chilometro	10^3	10^5	1	3.937×10^4	3.281×10^3	0.621 4
1 pollice (in)	2.540×10^{-2}	2.540	2.540×10^{-5}	1	8.333×10^{-2}	1.578×10^{-5}
1 piede (ft)	0.304 8	30.48	3.048×10^{-4}	12	1	1.894×10^{-4}
1 miglio	1 609	1.609×10^5	1.609	6.336×10^4	5 280	1

Massa

	kg	g	slug	u
1 chilogrammo	1	10^3	6.852×10^{-2}	6.024×10^{26}
1 grammo	10^{-3}	1	6.852×10^{-5}	6.024×10^{23}
1 slug	14.59	1.459×10^4	1	8.789×10^{27}
1 unità di massa atomica	1.660×10^{-27}	1.660×10^{-24}	1.137×10^{-28}	1

Nota: 1 tonnellata = 1 000 kg.

Tempo

	s	min	h	giorno	anno
1 secondo	1	1.667×10^{-2}	2.778×10^{-4}	1.157×10^{-5}	3.169×10^{-8}
1 minuto	60	1	1.667×10^{-2}	6.994×10^{-4}	1.901×10^{-6}
1 ora	3 600	60	1	4.167×10^{-2}	1.141×10^{-4}
1 giorno	8.640×10^4	1 440	24	1	2.738×10^{-5}
1 anno	3.156×10^7	5.259×10^5	8.766×10^3	365.2	1

Velocità

	m/s	cm/s	ft/s	mi/h
1 metro al secondo	1	10^2	3.281	2.237
1 centimetro al secondo	10^{-2}	1	3.281×10^{-2}	2.237×10^{-2}
1 piede al secondo	0.304 8	30.48	1	0.681 8
1 miglio all'ora	0.447 0	44.70	1.467	1

Nota: 1 mi/min = 60 mi/h = 88 ft/s.

Forza

	N	lb
1 newton	1	0.224 8
1 libbra	4.448	1

Energia, energia trasferita

	J	ft · lb	eV
1 joule	1	0.737 6	6.242×10^{18}
1 libbra per piede	1.356	1	8.464×10^{18}
1 elettronvolt	1.602×10^{-19}	1.182×10^{-19}	1
1 caloria	4.186	3.087	2.613×10^{19}
1 Unità termica britannica (Btu)	1.055×10^3	7.779×10^2	6.585×10^{21}
1 chilowattora	3.600×10^6	2.655×10^6	2.247×10^{25}
	cal	Btu	kWh
1 joule	0.238 9	9.481×10^{-4}	2.778×10^{-7}
1 libbra per piede	0.323 9	1.285×10^{-3}	3.766×10^{-7}
1 elettronvolt	3.827×10^{-20}	1.519×10^{-22}	4.450×10^{-26}
1 caloria	1	3.968×10^{-3}	1.163×10^{-6}
1 Unità termica britannica (Btu)	2.520×10^2	1	2.930×10^{-4}
1 chilowattora	8.601×10^5	3.413×10^2	1

Pressione

	Pa	atm	
1 pascal	1	9.869×10^{-6}	
1 atmosfera	1.013×10^5	1	
1 centimetro di mercurio ^a	1.333×10^3	1.316×10^{-2}	
1 libbra per pollice quadro	6.895×10^3	6.805×10^{-2}	
1 libbra per piede quadro	47.88	4.725×10^{-4}	
	cm Hg	lb/in²	lb/ft²
1 pascal	7.501×10^{-4}	1.450×10^{-4}	2.089×10^{-2}
1 atmosfera	76	14.70	2.116×10^3
1 centimetro di mercurio ^a	1	0.194 3	27.85
1 libbra per pollice quadro	5.171	1	144
1 libbra per piede quadro	3.591×10^{-2}	6.944×10^{-3}	1

^aA 0°C e dove l'accelerazione in caduta libera ha il valore 9.806 65 m/s².

TABELLA A.2 | Simboli, dimensioni e unità delle grandezze fisiche

Grandezza	Simbolo	Unità^a	Dimensioni^b	Unità in termini delle Unità del SI
Accelerazione	\vec{a}	m/s ²	L/T ²	m/s ²
Accelerazione angolare	$\vec{\alpha}$	rad/s ²	T ⁻²	s ⁻²
Angolo	θ, ϕ	radiane (rad)	1	
Area	A	m ²	L ²	m ²
Calore	Q	joule (J)	ML ² /T ²	kg · m ² /s ²
Calore specifico	c	J/kg · K	L ² /T ² K	m ² /s ² · K
Calore specifico molare	C	J/mol · K		kg · m ² /s ² · mol · K
Campo elettrico	\vec{E}	V/m	ML/QT ²	kg · m/A · s ³
Campo magnetico	\vec{B}	tesla (T) (= Wb/m ²)	M/QT	kg/A · s ²
Capacità	C	farad (F)	Q ² T ² /ML ²	A ² · s ⁴ /kg · m ²
Carica	q, Q, e	coulomb (C)	Q	A · s

Grandezza	Simbolo	Unità*	Dimensioni ^b	Unità in termini delle Unità del SI
Conducibilità	σ	$1/\Omega \cdot m$	$Q^2 T / ML^3$	$A^2 \cdot s^3 / kg \cdot m^3$
Corrente	I	AMPERE	Q/T	A
Costante dielettrica	κ			
Densità	ρ	kg/m^3	M/L^3	kg/m^3
Densità di carica				
Lineare	λ	C/m	Q/L	$A \cdot s/m$
Superficiale	σ	C/m^2	Q/L^2	$A \cdot s/m^2$
Volumetrica	ρ	C/m^3	Q/L^3	$A \cdot s/m^3$
Densità di corrente	J	A/m^2	Q/TL^2	A/m^2
Energia	E, U, K	joule (J)	ML^2/T^2	$kg \cdot m^2/s^2$
Entropia	S	J/K	$ML^2/T^2 K$	$kg \cdot m^2/s^2 \cdot K$
Flusso elettrico	Φ_E	$V \cdot m$	ML^2/QT^2	$kg \cdot m^2/A \cdot s^3$
Flusso magnetico	Φ_B	weber (Wb)	ML^2/QT	$kg \cdot m^2/A \cdot s^2$
Forza	\vec{F}	newton (N)	ML/T^2	$kg \cdot m/s^2$
Forza elettromotrice	\mathcal{E}	volt (V)	ML^2/QT^2	$kg \cdot m^2/A \cdot s^3$
Frequenza	f	hertz (Hz)	T^{-1}	s^{-1}
Frequenza angolare	ω	rad/s	T^{-1}	s^{-1}
Induttanza	L	henry (H)	ML^2/Q^2	$kg \cdot m^2/A^2 \cdot s^2$
Lavoro	W	joule (J) (= N · m)	ML^2/T^2	$kg \cdot m^2/s^2$
Lunghezza	ℓ, L	METRO	L	m
Distanza	d, h			
Posizione	x, y, z, \vec{r}			
Spostamento	$\Delta x, \Delta \vec{r}$			
Lunghezza d'onda	λ	m	L	m
Massa	m, M	CHILOGRAMMO	M	kg
Momento angolare	\vec{L}	$kg \cdot m^2/s$	ML^2/T	$kg \cdot m^2/s$
Momento d'inerzia	I	$kg \cdot m^2$	ML^2	$kg \cdot m^2$
Momento di dipolo elettrico	\vec{p}	$C \cdot m$	QL	$A \cdot s \cdot m$
Momento di dipolo magnetico	$\vec{\mu}$	$N \cdot m/T$	QL^2/T	$A \cdot m^2$
Momento di una forza	\vec{r}	$N \cdot m$	ML^2/T^2	$kg \cdot m^2/s^2$
Numero atomico	Z			
Periodo	T	s	T	s
Permeabilità del vuoto	μ_0	$N/A^2 (= H/m)$	ML/Q^2	$kg \cdot m/A^2 \cdot s^2$
Permittività del vuoto	ϵ_0	$C^2/N \cdot m^2 (= F/m)$	$Q^2 T^2 / ML^3$	$A^2 \cdot s^4/kg \cdot m^3$
Potenza	P	watt (W) (= J/s)	ML^2/T^3	$kg \cdot m^2/s^3$
Potenziale	V	volt (V) (= J/C)	ML^2/QT^2	$kg \cdot m^2/A \cdot s^3$
Pressione	P	pascal (Pa) (= N/m ²)	M/LT^2	$kg/m \cdot s^2$
Quantità di moto	\vec{p}	$kg \cdot m/s$	ML/T	$kg \cdot m/s$
Quantità di sostanza	n	MOLE		mol
Resistenza	R	ohm (Ω) (= V/A)	ML^2/QT^2	$kg \cdot m^2/A^2 \cdot s^3$
Temperatura	T	KELVIN	K	K
Tempo	t	SECONDO	T	s
Velocità	\vec{v}	m/s	L/T	m/s
Velocità angolare	$\vec{\omega}$	rad/s	T^{-1}	s^{-1}
Velocità scalare	v	m/s	L/T	m/s
Volume	V	m^3	L^3	m^3

*Le unità fondamentali del SI sono indicate in lettere maiuscole.

^bI simboli M, L, T, K e Q indicano rispettivamente massa, lunghezza, tempo, temperatura e carica.

TABELLA A.3 | Informazioni chimiche e nucleari di alcuni isotopi

Numero atomico Z	Elemento	Simbolo	Numero di massa A (* indica radioattivo)	Massa atomica (u) dell'elemento neutro	Abbondanza percentuale	Emittiva se radioattivo $T_{1/2}$
-1	elettrone	e^-	0	0.000 549		
0	neutrone	n	1*	1.008 665		614 s
1	idrogeno	$^1H = p$	1	1.007 825	99.988 5	
	[deuterio]	$^2H = D$	2	2.014 102	0.011 5	
	[tritio]	$^3H = T$	3*	3.016 049		12.33 anni
2	elio	He	3	3.016 029	0.000 137	
	[particella alfa]	$\alpha = ^4He$	4	4.002 603	99.999 863	
			6*	6.018 889		0.81 s
3	litio	Li	6	6.015 123	7.5	
			7	7.016 005	92.5	
4	berillio	Be	7*	7.016 930		53.3 giorni
			8*	8.005 305		$10^{-17} s$
			9	9.012 182	100	
5	boro	B	10	10.012 937	19.9	
			11	11.009 305	80.1	
6	carbonio	C	11*	11.011 434		20.4 min
			12	12.000 000	98.93	
			13	13.003 355	1.07	
			14*	14.003 242		5 730 anni
7	azoto	N	13*	13.005 739		9.96 min
			14	14.003 074	99.632	
			15	15.000 109	0.368	
8	ossigeno	O	14*	14.008 596		70.6 s
			15*	15.003 066		122 s
			16	15.994 915	99.757	
			17	16.999 132	0.038	
			18	17.999 161	0.205	
9	fluoro	F	18*	18.000 938		109.8 min
			19	18.998 403	100	
10	neon	Ne	20	19.992 440	90.48	
11	sodio	Na	23	22.989 769	100	
12	magnesio	Mg	23*	22.994 124		11.3 s
			24	23.985 042	78.99	
13	aluminio	Al	27	26.981 539	100	
14	silicio	Si	27*	26.986 705		4.2 s
15	fosforo	P	30*	29.978 314		2.50 min
			31	30.973 762	100	
			32*	31.973 907		14.26 giorni
16	zolfo	S	32	31.972 071	94.93	
19	potassio	K	39	38.963 707	93.258 1	
			40*	39.963 998	0.011 7	1.28 $\times 10^6$ anni
20	calcio	Ca	40	39.962 591	96.941	
			42	41.958 618	0.647	
			43	42.958 767	0.135	
25	manganese	Mn	55	54.938 045	100	
26	ferro	Fe	56	55.934 938	91.754	
			57	56.935 394	2.119	

Numero atomico Z	Elemento	Simbolo	Numero di massa A (* indica radioattivo)	Massa atomica (u) dell'elemento neutro	Abbondanza percentuale	Emivita se radioattivo $T_{1/2}$
27	cobalto	Co	57*	56.936 291		272 giorni
			59	58.933 195	100	5.27 anni
			60*	59.933 817		
28	nickel	Ni	58	57.935 343	68.076 9	
			60	59.930 786	26.223 1	
29	rame	Cu	63	62.929 598	69.17	
			64*	63.929 764		12.7 ore
30	zinco	Zn	64	63.929 142	48.63	
			87*	86.909 181	27.83	
37	rubidio	Rb	87	86.908 877	7.00	
			88	87.905 612	82.58	
38	stronzio	Sr	90*	89.907 738		29.1 anni
			93	92.906 378	100	
41	niobio	Nb	94	93.905 088	9.25	
42	molibdeno	Mo	98	97.905 287	1.87	
54	xenon	Xe	136*	135.907 219		2.4×10^{21} anni
55	cesio	Cs	137*	136.907 090		30 anni
56	bario	Ba	137	136.905 827	11.232	
58	cerio	Ce	140	139.905 439	88.450	
59	praseodimio	Pr	141	140.907 653	100	
60	neodimio	Nd	144*	143.910 087	23.8	2.3×10^{15} anni
61	promezio	Pm	145*	144.912 749		17.7 anni
79	oro	Au	197	196.966 569	100	
80	mercurio	Hg	198	197.966 769	9.97	
			202	201.970 643	29.86	
82	piombo	Pb	206	205.974 465	24.1	
			207	206.975 897	22.1	
83	bismuto	Bi	208	207.976 652	52.4	
			214*	213.999 805		26.8 min
84	polonio	Po	209	208.980 399	100	
			210*	209.982 874		138.38 giorni
86	radon	Rn	216*	216.001 915	0.145 s	
			218*	218.008 973		3.10 min
88	radio	Ra	220*	220.011 394	55.6 s	
			222*	222.017 578		3.823 giorni
90	thorio	Th	226*	226.025 410	1 600 anni	
			232*	232.038 055	100	1.40×10^{10} anni
92	uranio	U	234*	234.043 601		24.1 giorni
			234*	234.040 952	2.45 $\times 10^5$ anni	
93	neptunio	Np	235*	235.043 930	0.720 0	7.04×10^6 anni
			236*	236.045 568		2.34×10^7 anni
94	plutonio	Pu	238*	238.050 788	99.274 5	4.47×10^6 anni
			237*	237.048 173		1.15×10^5 anni
			239*	239.052 163		2.14×10^6 anni
						24 120 anni

Fonte: G. Audi, A. H. Wapstra, and C. Thibault, "The AME2003 Atomic Mass Evaluation," *Nuclear Physics A* **729**: 337–676, 2003.

Appendice B

Richiami di analisi

Queste appendici sono un sommario di operazioni e metodi di analisi matematica. All'inizio del corso lo studente deve essere capace di utilizzare il calcolo algebrico, la geometria analitica e la trigonometria. Le appendici sul calcolo differenziale ed integrale sono più approfondite e indirizzate agli studenti che abbiano difficoltà ad applicare questi strumenti di calcolo alle situazioni che si presentano in fisica.

B.1

Notazione scientifica

Molte grandezze con cui gli scienziati hanno a che fare presentano spesso valori molto grandi o molto piccoli. Per esempio, la velocità della luce è circa 300 000 000 m/s e l'inchiostro necessario per stampare il punto sopra la lettera di questo libro ha una massa di circa 0.000 000 001 kg. Ovviamente, ci troveremmo in difficoltà a leggere, a scrivere o semplicemente a ricordare tali numeri. Si può superare questa difficoltà con l'uso del metodo delle potenze del 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$$

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$$

e così via. Il numero degli zero corrisponde alla potenza a cui è elevato in numero 10 ed è chiamato **esponente** del 10. Per esempio, la velocità della luce, 300 000 000 m/s può essere espressa come 3.00×10^8 m/s.

Con questo metodo, alcuni numeri più significativi minori dell'unità si rappresentano come segue:

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10 \times 10} = 0.01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 0.001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = 0.000\,1$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 0.000\,01$$

In questi casi, il numero di cifre decimali a sinistra del numero 1 è uguale al valore dell'esponente (negativo). I numeri espressi con una potenza qualunque di 10 moltiplicati per un altro numero fra 1 e 10, sono espressi in **notazione scientifica**. Per esempio, la notazione scientifica per 5 943 000 000 è 5.943×10^9 e per 0.000 083 2 è 8.32×10^{-5} . Quando si devono moltiplicare fra loro numeri espressi in notazione scientifica, è utile seguire la regola seguente:

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$$

B.1 ◀

dove n e m possono essere numeri *qualunque* (non necessariamente interi). Per esempio, $10^2 \times 10^5 = 10^7$. La regola si applica anche agli esponenti negativi: $10^3 \times 10^{-8} = 10^{-5}$. Nel dividere numeri espressi in notazione scientifica, si osservi che

$$\frac{10^n}{10^m} = 10^n \times 10^{-m} = 10^{n-m}$$

B.2 ◀

Esercizi

Autandosi con le regole precedenti, si verifichino le seguenti identità:

1. $86\,400 = 8.64 \times 10^4$
2. $9\,816\,762.5 = 9.816\,762\,5 \times 10^6$
3. $0.000\,000\,039\,8 = 3.98 \times 10^{-8}$
4. $(4.0 \times 10^8)(9.0 \times 10^9) = 3.6 \times 10^{18}$
5. $(3.0 \times 10^7)(6.0 \times 10^{-12}) = 1.8 \times 10^{-4}$
6. $\frac{75 \times 10^{-11}}{5.0 \times 10^{-3}} = 1.5 \times 10^{-7}$
7. $\frac{(3 \times 10^6)(8 \times 10^{-2})}{(2 \times 10^{17})(6 \times 10^5)} = 2 \times 10^{-18}$

Algebra

Alcune regole fondamentali

Quando si eseguono operazioni algebriche, si applicano le leggi dell'aritmetica. I simboli x , y , e z abitualmente rappresentano quantità che non sono numericamente definite e che sono chiamate **incognite**.

Consideriamo l'equazione

$$8x = 32$$

Se si vuole trovare x , si può dividere (o moltiplicare) entrambi i membri dell'equazione per lo stesso fattore senza distruggere l'uguaglianza. In questo caso, se dividiamo entrambi i membri per 8, otteniamo

$$\frac{8x}{8} = \frac{32}{8}$$

$$x = 4$$

Consideriamo adesso l'equazione

$$x + 2 = 8$$

In questo tipo di espressione, possiamo aggiungere o sottrarre la stessa quantità da entrambi i membri. Se sottraiamo 2 da ciascun membro, otteniamo

$$x + 2 - 2 = 8 - 2$$

$$x = 6$$

In generale, se $x + a = b$, allora $x = b - a$.

Consideriamo adesso l'equazione

$$\frac{x}{5} = 9$$

Se moltiplichiamo ciascun membro per 5, a sinistra rimane la sola x e a destra 45:

$$\left(\frac{x}{5}\right)(5) = 9 \times 5$$

$$x = 45$$

In tutti i casi, qualunque essa sia, *l'operazione eseguita a sinistra, deve essere eseguita anche a destra dell'uguaglianza*.

Dobbiamo ricordare le seguenti regole di moltiplicazione, divisione, addizione e sottrazione di frazioni: se a , b , e c sono tre numeri:

	Regola	Esempio
Moltiplicazione	$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$	$\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{8}{15}$
Divisione	$\frac{(a/b)}{(c/d)} = \frac{ad}{bc}$	$\frac{2/3}{4/5} = \frac{(2)(5)}{(4)(3)} = \frac{10}{12}$
Addizione	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{(2)(5) - (4)(3)}{(3)(5)} = -\frac{2}{15}$

Esercizi

Si determini l'incognita x nei seguenti esercizi.

Risposte

1. $a = \frac{1}{1+x}$
2. $3x - 5 = 13$
3. $ax - 5 = bx + 2$
4. $\frac{5}{2x+6} = \frac{3}{4x+8}$

$$\begin{aligned}x &= \frac{1-a}{a} \\x &= 6 \\x &= \frac{7}{a-b} \\x &= -\frac{11}{7}\end{aligned}$$

Potenze

Quando si moltiplicano fra loro potenze di una quantità x , si applica la regola

$$x^n x^m = x^{n+m}$$

B.3 

Per esempio, $x^2 x^4 = x^{2+4} = x^6$.

Quando si dividono fra loro potenze di una stessa quantità, si applica la regola

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

B.4 

Per esempio, $x^8/x^2 = x^{8-2} = x^6$.

Una potenza frazionaria, per esempio $\frac{1}{3}$, corrisponde ad una radice:

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$$

B.5 

Per esempio, $4^{1/3} = \sqrt[3]{4} = 1.5874$. (Per eseguire i calcoli di questo tipo è utile una calcolatrice scientifica.)

Infine, qualunque quantità x^n elevata alla m -esima potenza è uguale a

$$(x^n)^m = x^{nm}$$

B.6 

La Tabella B.1 riassume le regole per gli esponenti.

TABELLA B.1 | Regole per gli esponenti

$$x^0 = 1$$

$$x^1 = x$$

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

$$x^n / x^m = x^{n-m}$$

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$$

$$(x^n)^m = x^{nm}$$

Esercizi

Si verifichino le seguenti uguaglianze:

1. $3^2 \times 3^3 = 243$
2. $x^5 x^{-8} = x^{-3}$
3. $x^{10} / x^{-5} = x^{15}$
4. $5^{1/3} = 1.709\ 976$ (Si usi la calcolatrice.)
5. $60^{1/4} = 2.783\ 158$ (Si usi la calcolatrice.)
6. $(x^4)^3 = x^{12}$

Scomposizione in fattori

Alcune formule utili per la scomposizione in fattori di un'equazione:

$$ax + ay + az = a(x + y + z) \quad \text{fattore a comune}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad \text{quadrato perfetto}$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \quad \text{differenza di quadrati}$$

Equazioni di secondo grado

La forma generale di una equazione di secondo grado è

$$ax^2 + bx + c = 0$$

B.7 

dove x è l'incognita e a , b , e c sono fattori numerici detti **coefficienti** dell'equazione. L'equazione ha due radici date da

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

B.8 

Se $b^2 \geq 4ac$, le radici sono reali.

Esempio B.1

Le due soluzioni dell'equazione $x^2 + 5x + 4 = 0$ si ricavano considerando entrambi i segni del termine sotto radice quadrata:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - (4)(1)(4)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$$x_+ = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \quad x_- = \frac{-5 - 3}{2} = -4$$

dove con x_+ si indica la soluzione che corrisponde al segno positivo e con x_- si indica la soluzione che corrisponde al segno negativo.

Esercizi

Si risolvano le seguenti equazioni di secondo grado:

Risposte

- | | | |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. $x^2 + 2x - 3 = 0$ | $x_+ = 1$ | $x_- = -3$ |
| 2. $2x^2 - 5x + 2 = 0$ | $x_+ = 2$ | $x_- = \frac{1}{2}$ |
| 3. $2x^2 - 4x - 9 = 0$ | $x_+ = 1 + \sqrt{22}/2$ | $x_- = 1 - \sqrt{22}/2$ |

Equazioni lineari

La forma generale di un'equazione lineare è

$$y = mx + b$$

B.9◀

dove m e b sono costanti. Questa equazione è detta lineare perché il grafico di y in funzione di x è, come mostrato in Figura B.1, una linea retta. La costante b , chiamata **intercetta con l'asse y** , rappresenta il valore di y là dove la retta intercetta l'asse y . La costante m è uguale alla **pendenza** della retta ed è anche uguale alla tangente dell'angolo che la retta forma con l'asse x . Se, come in Figura B.1, si conoscono le coordinate (x_1, y_1) e (x_2, y_2) di due punti qualunque della retta, la sua pendenza può essere espressa da

$$\text{Pendenza} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

B.10◀

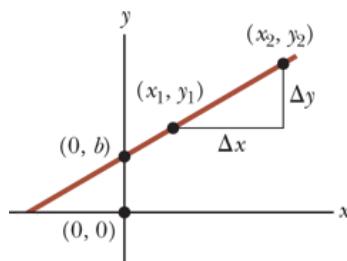


FIGURA B.1 Una retta disegnata su un sistema di coordinate xy . La pendenza della retta è il rapporto fra Δy e Δx .

Si noti che m e b possono essere sia positivi che negativi. Se $m > 0$, la retta ha una pendenza *positiva*, come in Figura B.1. Se $m < 0$, la retta ha pendenza *negativa*. In Figura B.1 sia m sia b sono positive. Tre altre situazioni possibili sono illustrate in Figura B.2.

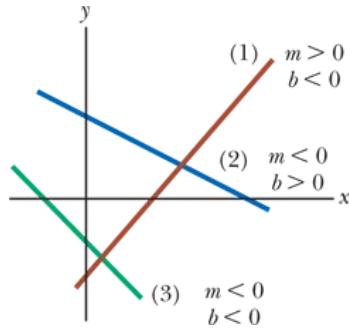


FIGURA B.2 La retta marrone ha una pendenza positiva e un'intercetta con l'asse y negativa. La retta blu ha una pendenza negativa e un'intercetta con l'asse y positiva. La retta verde ha una pendenza negativa e un'intercetta con l'asse y negativa.

Esercizi

1. Si disegnino i grafici delle seguenti rette: (a) $y = 5x + 3$ (b) $y = -2x + 4$ (c) $y = -3x - 6$
2. Si trovino le pendenze delle rette descritte nell'Esercizio 1.
Risposte (a) 5 (b) -2 (c) -3
3. Si trovino le pendenze delle rette che passano per le coppie di punti: (a) (0, -4) e (4, 2)
(b) (0, 0) e (2, -5) (c) (-5, 2) e (4, -2)
Risposte (a) $\frac{3}{2}$ (b) $-\frac{5}{2}$ (c) $-\frac{4}{9}$

Risoluzione di sistemi di equazioni lineari

Consideriamo l'equazione $3x + 5y = 15$, che ha due incognite x e y . L'equazione non ha una soluzione unica. Per esempio, si noti che $(x = 0, y = 3)$, $(x = 5, y = 0)$, e $(x = 2, y = \frac{9}{5})$ sono tutte soluzioni dell'equazione.

Se un problema ha due incognite, un'unica soluzione è possibile solo se si hanno *due* informazioni. In molti casi queste informazioni sono due equazioni. In generale, se un problema ha n incognite, la sua risoluzione richiede n equazioni. Per risolvere un sistema di due equazioni nelle due incognite x e y , si deve determinare, in una equazione, x in funzione di y e sostituire quest'ultima nell'altra equazione.

In molti casi le due informazioni possono essere (1) una equazione e (2) una condizione per una soluzione. Per esempio facciamo l'ipotesi che si abbia l'equazione $m = 3n$ e la condizione che m e n devono essere due numeri interi positivi più piccoli possibile. Nonostante che l'unica equazione non permetta una unica soluzione, con la seconda ipotesi si ricava $n = 1$ e $m = 3$.

Esempio B.2

Si risolva il sistema di due equazioni.

$$(1) \quad 5x + y = -8$$

$$(2) \quad 2x - 2y = 4$$

VISUALIZZA SOLUZIONE

Le due equazioni lineari che contengono due incognite possono essere risolte anche utilizzando un metodo grafico. Se le due rette che corrispondono alle due equazioni lineari sono disegnate in un sistema di coordinate ortogonali, il punto di intersezione delle due rette è la soluzione del sistema. Consideriamo per esempio le due equazioni

$$x - y = 2$$

$$x - 2y = -1$$

Queste equazioni sono disegnate in Figura B.3. L'intersezione fra le due linee che ha coordinate $x = 5$ e $y = 3$, è la soluzione del sistema delle due equazioni. Si verifichi la soluzione con l'uso della tecnica analitica discussa in precedenza.

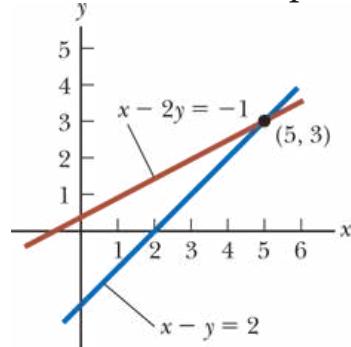


FIGURA B.3 Soluzione grafica per un sistema di due equazioni lineari.

Esercizi

Si risolvano le seguenti coppie di equazioni in due incognite:

Risposte

1. $x + y = 8$ $x = 5, y = 3$
 $x - y = 2$

2. $98 - T = 10a$ $T = 65, a = 3.27$
 $T - 49 = 5a$

3. $6x + 2y = 6$ $x = 2, y = -3$
 $8x - 4y = 28$

Logaritmi

Si faccia l'ipotesi che una quantità x possa essere espressa con una potenza di un'altra quantità a :

$$x = a^y$$

B.11◀

Il numero a è chiamato **base**. Il **logaritmo** di x rispetto alla base a è l'esponente al quale la base a deve essere elevata per soddisfare l'espressione $x = a^y$:

$$y = \log_a x$$

B.12◀

Di conseguenza, l'**antilogaritmo** di y è il numero x :

$$x = \text{antilog}_a y$$

B.13◀

In pratica, due sono le basi più utilizzate: la base 10 e il logaritmo è detto logaritmo in base *comune* e la base $e = 2.718\ 282$, chiamato numero di Eulero, ed il logaritmo è detto logaritmo naturale. Quando si utilizzano i logaritmi in base comune si ha,

$$y = \log_{10} x \quad (\text{o } x = 10^y)$$

B.14◀

Quando si usano i logaritmi naturali si ha,

$$y = \ln x \quad (\text{o } x = e^y)$$

B.15◀

Per esempio, $\log_{10} 52 = 1.716$, quindi $\text{antilog}_{10} 1.716 = 10^{1.716} = 52$. Allo stesso modo, $\ln 52 = 3.951$, quindi $\text{antiln } 3.951 = e^{3.951} = 52$.

In generale, si noti che si può passare da base 10 a base e utilizzando l'uguaglianza

$$\ln x = (2.302\ 585) \log_{10} x$$

B.16◀

Per concludere, elenchiamo alcune proprietà utili dei logaritmi:

$$\left. \begin{array}{l} \log(ab) = \log a + \log b \\ \log(a/b) = \log a - \log b \\ \log(a^n) = n \log a \end{array} \right\} \text{qualsiasi base}$$
$$\begin{aligned} \ln e &= 1 \\ \ln e^a &= a \\ \ln \left(\frac{1}{a} \right) &= -\ln a \end{aligned}$$

Geometria

La distanza d fra due punti che hanno coordinate (x_1, y_1) e (x_2, y_2) è

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

B.17◀

Due angoli sono uguali quando i lati sono fra loro perpendicolari: cioè il lato destro è perpendicolare al lato destro così come lo sono i lati sinistri. Per esempio, i due angoli di apertura θ in Figura B.4 sono uguali perché i loro lati sono perpendicolari. Per distinguere il lato sinistro dell'angolo da quello destro si immagini si trovarsi al vertice e si guardi verso l'interno dell'angolo.

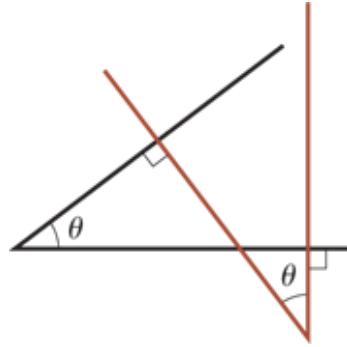


FIGURA B.4 Gli angoli sono uguali perché i loro lati sono perpendicolari.

Misura in radianti: Per un valore fissato dell'angolo θ (in radianti) la lunghezza s dell'arco (Fig. B.5) è proporzionale al raggio r :

$$s = r\theta$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

B.18◀

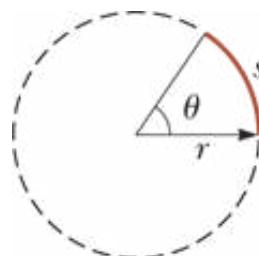


FIGURA B.5 L'angolo θ in radianti è il rapporto fra la lunghezza s dell'arco e il raggio r del cerchio.

La Tabella B.2 elenca le **aree** e i **volumi** di alcune figure geometriche utilizzate in questo testo.

L'equazione di una **retta** (Fig. B.6) è

$$y = mx + b$$

B.19◀

ove b è l'intercetta con l'asse y e m è la pendenza della retta.

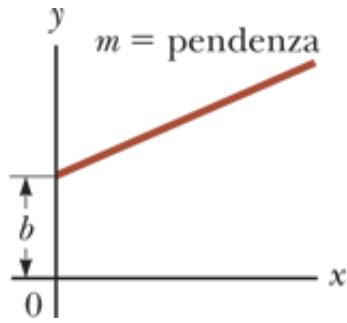


FIGURA B.6 Una retta con una pendenza m e un'intercetta con l'asse y di valore b .

L'equazione di una **circonferenza** di raggio R centrata nell'origine degli assi è

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad \text{B.20} \blacktriangleleft$$

L'equazione di un'**ellisse** centrata nell'origine degli assi (Fig. B.7) è

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{B.21} \blacktriangleleft$$

dove a è la lunghezza del semi-asse maggiore (il più lungo) e b è la lunghezza del semiasse minore (il più corto).

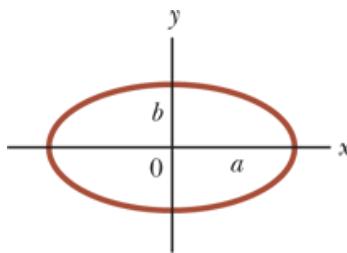


FIGURA B.7 Un'ellisse con il semiasse maggiore uguale ad a e l'asse minore uguale a b .

L'equazione di una **parabola** che ha il vertice in $y = b$ (Fig. B.8) è

$$y = ax^2 + b \quad \text{B.22} \blacktriangleleft$$

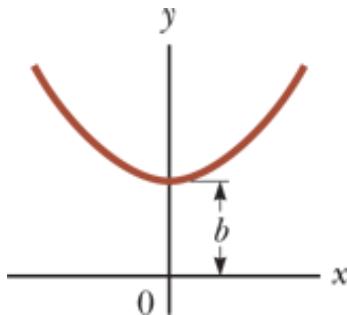


FIGURA B.8 Una parabola con il vertice $y = b$.

L'equazione di una **iperbole equilatera** (Fig. B.9) è

$$xy = \text{costante} \quad \text{B.23} \blacktriangleleft$$

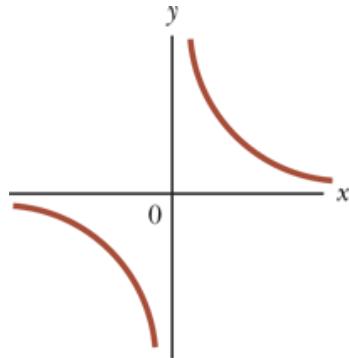
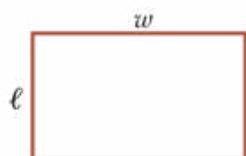


FIGURA B.9 Un'iperbole.

TABELLA B.2 | Utili informazioni di geometria

Forma



Rettangolo

Area o volume

$$\text{Area} = \ell w$$

Forma



Sfera

Area o volume

$$\begin{aligned}\text{Superficie} &= 4\pi r^2 \\ \text{Volume} &= \frac{4\pi r^3}{3}\end{aligned}$$



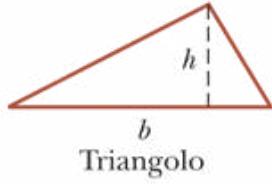
Cerchio

$$\begin{aligned}\text{Area} &= \pi r^2 \\ \text{Circonferenza} &= 2\pi r\end{aligned}$$



Cilindro

$$\begin{aligned}\text{Superficie laterale} \\ \text{area} &= 2\pi r\ell \\ \text{Volume} &= \pi r^2\ell\end{aligned}$$



Triangolo

$$\text{Area} = \frac{1}{2}bh$$



Parallelepipedo

$$\begin{aligned}\text{Superficie} &= \\ 2(\ell h + \ell w + hw) & \\ \text{Volume} &= \ell wh\end{aligned}$$

Trigonometria

Viene chiamata trigonometria quella parte di matematica basata sulle proprietà speciali di un triangolo rettangolo. Per definizione, un triangolo rettangolo ha un angolo di 90° . Consideriamo il triangolo mostrato in Figura B.10 dove il lato a è opposto all'angolo θ , il lato b è adiacente all'angolo θ , ed il lato c è l'ipotenusa del triangolo. Le tre funzioni trigonometriche di base, definite a partire dal triangolo, sono le funzioni seno (sen), coseno (cos) e tangente (tan). In funzione dell'angolo θ sono così definite:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{lato opposto a } \theta}{\text{ipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

B.24◀

$$\cos \theta = \frac{\text{lato adiacente a } \theta}{\text{ipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

B.25◀

$$\tan \theta = \frac{\text{lato opposto a } \theta}{\text{lato adiacente a } \theta} = \frac{a}{b}$$

B.26◀

a = lato opposto
 b = lato adiacente
 c = ipotenusa

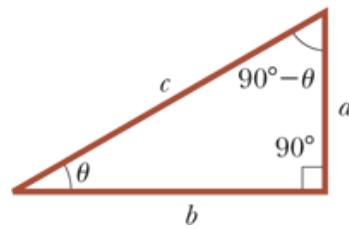


FIGURA B.10 Un triangolo rettangolo, usato per definire la funzioni base della trigonometria.

Dal teorema di Pitagora si ricava la seguente relazione fra i lati di un triangolo rettangolo:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

B.27◀

Dalle definizioni precedenti e dal teorema di Pitagora, segue che

$$\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta}$$

Le funzioni cosecante, secante e cotangente sono definite rispettivamente

$$\csc \theta = \frac{1}{\text{sen } \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

Le relazioni seguenti sono derivate dal triangolo rettangolo di Figura B.10:

$$\sin \theta = \cos (90^\circ - \theta)$$

$$\cos \theta = \sin (90^\circ - \theta)$$

$$\cot \theta = \tan (90^\circ - \theta)$$

Alcune proprietà delle funzioni trigonometriche sono le seguenti:

$$\sin (-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos (-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan (-\theta) = -\tan \theta$$

Le relazioni seguenti sono valide per il triangolo *qualunque* illustrato in Figura B.11:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Legge dei coseni $\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \end{cases}$

Legge dei seni $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

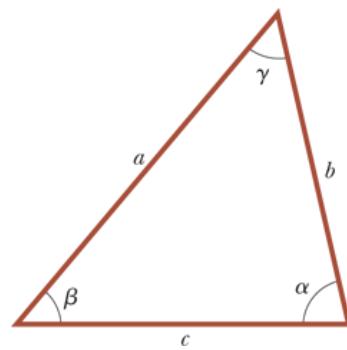


FIGURA B.11 Un triangolo qualunque non rettangolo.

La Tabella B.3 elenca una serie di utili uguaglianze trigonometriche.

TABELLA B.3 | Alcune identità trigonometriche

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\csc^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$$

$$\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\sin A \pm \sin B = 2 \sin \left[\frac{1}{2}(A \pm B) \right] \cos \left[\frac{1}{2}(A \mp B) \right]$$

$$\cos A \pm \cos B = 2 \cos \left[\frac{1}{2}(A \pm B) \right] \cos \left[\frac{1}{2}(A \mp B) \right]$$

$$\cos A - \cos B = 2 \sin \left[\frac{1}{2}(A + B) \right] \sin \left[\frac{1}{2}(B - A) \right]$$

Esempio B.3

Si consideri il triangolo rettangolo di Figura B.12 nel quale $a = 2.00$, $b = 5.00$, e c incognito. Dal teorema di Pitagora si ha:

$$c^2 = a^2 + b^2 = 2.00^2 + 5.00^2 = 4.00 + 25.0 = 29.0$$

$$c = \sqrt{29.0} = 5.39$$

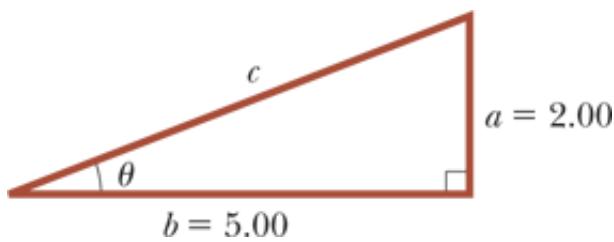


FIGURA B.12 (Esempio B.3)

Per trovare l'angolo θ , si noti che

$$\tan \theta = \frac{a}{b} = \frac{2.00}{5.00} = 0.400$$

Con un calcolatore si ricava che

$$\theta = \tan^{-1}(0.400) = 21.8^\circ$$

dove $\tan^{-1}(0.400)$ è la notazione che identifica “un angolo la cui tangente è 0.400”, spesso scritto come $\arctan(0.400)$.

Esercizi

1. In Figura B.13, si identifichi (a) il lato opposto a θ e (b) il lato adiacente a φ . Si determini poi (c) $\cos \theta$, (d) $\sin \varphi$, e (e) $\tan \varphi$.

Risposte (a) 3 (b) 4 (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$ (e) $\frac{3}{4}$

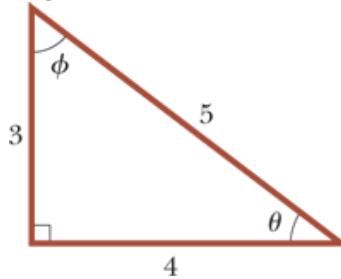


FIGURA B.13 (Esercizio 1)

2. In un triangolo rettangolo, i lati perpendicolari sono lunghi 5.00 m e 7.00 m. Qual è la lunghezza del terzo lato?

Risposta 8.60 m

3. In un triangolo rettangolo l'ipotenusa è lunga 3.0 m ed uno dei suoi angoli è 30° . (a) Qual è la lunghezza del lato opposto all'angolo di 30° ? (b) Qual è il lato adiacente all'angolo di 30° ?

Risposte (a) 1.5 m (b) 2.6 m

Sviluppo in serie

$$(a + b)^n = a^n + \frac{n}{1!} a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} b^2 + \dots$$

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\ln(1 \pm x) = \pm x - \frac{1}{2}x^2 \pm \frac{1}{3}x^3 - \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots \quad |x| < \frac{\pi}{2}$$

x in radianti

Per $x \ll 1$, si possono usare le seguenti approssimazioni:¹

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx \qquad \sin x \approx x$$

$$e^x \approx 1 + x \qquad \cos x \approx 1$$

$$\ln(1 \pm x) \approx \pm x \qquad \tan x \approx x$$

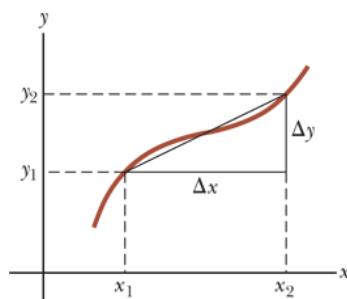


FIGURA B.14 Le lunghezze Δx e Δy vengono utilizzate per definire la derivata di questa funzione in un punto.

¹ Le approssimazioni per le funzioni $\sin x$, $\cos x$ e $\tan x$ sono valide per $x \leq 0.1$ rad.

Calcolo differenziale

In molte branche della scienza è spesso necessario utilizzare il calcolo differenziale, inventato da Newton per descrivere i fenomeni fisici. L'uso del calcolo differenziale è fondamentale nell'analisi dei problemi di meccanica Newtoniana, di elettricità e di magnetismo. In questa sezione, discuteremo alcune proprietà di base e "le regole fondamentali" che per lo studente saranno un'utile ripasso.

Per prima cosa deve essere chiaro cosa significa una **funzione** che lega una variabile con un'altra (per esempio una coordinata in funzione del tempo). Si supponga che una delle variabili sia chiamata y (la variabile dipendente), l'altra sia chiamata x (la variabile indipendente). Potremmo avere, per esempio, la relazione funzionale

$$y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Se a , b , c , e d sono costanti note, allora si può calcolare y per qualunque valore di x . Di solito abbiamo a che fare con funzioni continue, cioè, con funzioni in cui y varia "senza salti" al variare di x .

La **derivata** di y rispetto ad x è definita come il limite, per Δx tendente a zero, della pendenza della corda che connette due punti appartenenti alla curva y in funzione di x . Matematicamente, possiamo scrivere questa definizione come

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x} \quad \text{B.28} \blacktriangleleft$$

dove Δy e Δx sono definiti come $\Delta x = x_2 - x_1$ e $\Delta y = y_2 - y_1$ (Fig. B.14). È importante notare che dy/dx non significa dy diviso dx , ma è semplicemente una notazione che sintetizza l'operazione di limite che definisce la derivata nell'Equazione B.28.

Una espressione utile da ricordare quando $y(x) = ax^n$, dove a è una *costante* e n è qualunque numero positivo o negativo (intero o frazione), è

$$\frac{dy}{dx} = nax^{n-1} \quad \text{B.29} \blacktriangleleft$$

Se $y(x)$ è un polinomio o una funzione algebrica di x , dobbiamo applicare l'Equazione B.29 ad *ogni* termine del polinomio e considerare che $d[\text{costante}]/dx = 0$. Negli Esempi B.4-B.7 calcoleremo le derivate di alcune funzioni.

Proprietà delle derivate

A. Derivata del prodotto di due funzioni Se una funzione $f(x)$ è il prodotto di due funzioni $g(x)$ e $h(x)$ la derivata della funzione $f(x)$ è

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} [g(x)h(x)] = g \frac{dh}{dx} + h \frac{dg}{dx} \quad \text{B.30} \blacktriangleleft$$

B. Derivata della somma di due funzioni Se una funzione $f(x)$ è la somma di due funzioni $g(x)$ e $h(x)$, la derivata della somma è uguale alla somma delle derivate:

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} [g(x) + h(x)] = \frac{dg}{dx} + \frac{dh}{dx} \quad \text{B.31} \blacktriangleleft$$

C. Derivata di funzione di funzione Se $y = f(x)$ e $x = g(z)$, allora dy/dz è il prodotto di due derivate:

$$\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dz}$$

B.32 ◀

D. Derivata seconda La derivata seconda di y rispetto a x è la derivata della funzione dy/dx (la derivata della derivata). Di solito si scrive con la notazione

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)$$

B.33 ◀

Le derivate di alcune delle funzioni più comuni che vengono usate sono elencate in Tabella B.4.

◀ **TABELLA B.4 | Derivate di alcune funzioni**

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(a) &= 0 \\ \frac{d}{dx}(ax^n) &= nax^{n-1} \\ \frac{d}{dx}(e^{ax}) &= ae^{ax} \\ \frac{d}{dx}(\sin ax) &= a \cos ax \\ \frac{d}{dx}(\cos ax) &= -a \sin ax \\ \frac{d}{dx}(\tan ax) &= a \sec^2 ax \\ \frac{d}{dx}(\cot ax) &= -a \csc^2 ax \\ \frac{d}{dx}(\sec x) &= \tan x \sec x \\ \frac{d}{dx}(\csc x) &= -\cot x \csc x \\ \frac{d}{dx}(\ln ax) &= \frac{1}{x} \\ \frac{d}{dx}(\sin^{-1} ax) &= \frac{a}{\sqrt{1-a^2x^2}} \\ \frac{d}{dx}(\cos^{-1} ax) &= \frac{-a}{\sqrt{1-a^2x^2}} \\ \frac{d}{dx}(\tan^{-1} ax) &= \frac{a}{\sqrt{1+a^2x^2}}\end{aligned}$$

Nota: i simboli a e n sono delle costanti.

Esempio B.4

Si consideri $y(x)$ (cioè y è funzione di x) data da

$$y(x) = ax^3 + bx + c$$

dove a e b sono costanti. Allora si ha

$$\begin{aligned}
 y(x + \Delta x) &= a(x + \Delta x)^3 + b(x + \Delta x) + c \\
 &= a(x^3 + 3x^2 \Delta x + 3x \Delta x^2 + \Delta x^3) + b(x + \Delta x) + c
 \end{aligned}$$

ed anche

$$\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x) = a(3x^2 \Delta x + 3x \Delta x^2 + \Delta x^3) + b \Delta x$$

Sostituendo nell'Equazione B.28 si ha:

$$\begin{aligned}
 \frac{dy}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} [3ax^2 + 3ax \Delta x + a \Delta x^2] + b \\
 \frac{dy}{dx} &= 3ax^2 + b
 \end{aligned}$$

Esempio B.5

Si trovi la derivata di

$$y(x) = 8x^5 + 4x^3 + 2x + 7$$

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio B.6

Si calcoli la derivata di $y(x) = x^3/(x + 1)^2$ rispetto ad x .

[VISUALIZZA SOLUZIONE](#)

Esempio B.7

Un'utile formula che segue dall'Equazione B.30 è la derivata del quoziente fra due funzioni. Si dimostri che

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{g(x)}{h(x)} \right] = \frac{h \frac{dg}{dx} - g \frac{dh}{dx}}{h^2}$$

VISUALIZZA SOLUZIONE

Calcolo integrale

Pensiamo all'integrazione come all'inverso della derivazione. Come esempio, consideriamo l'espressione

$$f(x) = \frac{dy}{dx} = 3ax^2 + b$$

B.34◀

che è la derivata della funzione

$$y(x) = ax^3 + bx + c$$

dell'Esempio B.4. Possiamo scrivere l'Equazione B.34 come $dy = f(x) dx = (3ax^2 + b) dx$ e poi calcolare $y(x)$ "sommando" su tutti i valori di x . Matematicamente, scriviamo l'operazione inversa come

$$y(x) = \int f(x) dx$$

Per la funzione $f(x)$ data dall'Equazione B.34, si ha

$$y(x) = \int (3ax^2 + b) dx = ax^3 + bx + c$$

dove c è una costante di integrazione. Questo tipo di integrale è detto *integrale indefinito* poiché il suo valore dipende dalla scelta di c .

In generale l'**integrale indefinito** $I(x)$ è definito come

$$I(x) = \int f(x) dx$$

B.35◀

dove $f(x)$ è detta funzione *integranda* e $f(x) = dI(x)/dx$.

Come illustrato in Figura B.15, per una *funzione continua* qualunque $f(x)$, l'integrale può essere interpretato geometricamente come l'area sotto la curva delimitata da $f(x)$ e dall'asse x , fra due valori specificati di x , x_1 e x_2 .

L'area dell'elemento in blu in Figura B.15 è, approssimativamente, $f(x_i) \Delta x_i$. Se sommiamo tutte queste aree elementari fra x_1 e x_2 e facciamo il limite di questa somma per $\Delta x_i \rightarrow 0$, otteniamo l'area sotto la curva delimitata dalla $f(x)$ e dall'asse x , fra gli estremi x_1 e x_2 :

$$\text{Area} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_i f(x_i) \Delta x_i = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

B.36◀

Gli integrali del tipo definito dall'Equazione B.36 sono detti **integrali definiti**. L'integrale più comune che si incontra in moltissime situazioni è del tipo

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

B.37◀

Il risultato è ovvio, essendo $f(x) = x^n$ la derivata rispetto a x del *membro a destra* del segno di uguaglianza. Se i limiti dell'integrazione sono conosciuti, questo integrale è l'*integrale definito*:

$$\int_{x_1}^{x_2} x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{x_2^{n+1} - x_1^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1) \quad \text{B.38} \blacktriangleleft$$

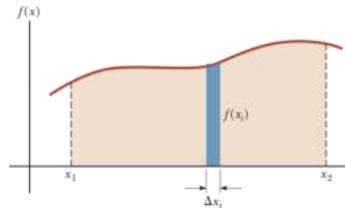


FIGURA B.15 L'integrale definito di una funzione è l'area sotto la curva individuata dalla funzione fra gli estremi x_1 e x_2 .

Esempi

$$1. \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^3}{3}$$

$$2. \int_0^b x^{3/2} dx = \frac{x^{5/2}}{5/2} \Big|_0^b = \frac{2}{5} b^{5/2}$$

$$3. \int_3^5 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_3^5 = \frac{5^2 - 3^2}{2} = 8$$

Integrazione per parti

Spesso, per alcuni integrali, è utile applicare il metodo dell'*integrazione per parti*. Il metodo si basa sulla seguente proprietà

$$\int u dv = uv - \int v du \quad \text{B.39} \blacktriangleleft$$

dove u e v devono essere scelte *opportunamente* in modo da ridurre l'integrale complesso ad un integrale più semplice. In molti casi, sono necessari più passi di integrazione. Consideriamo la funzione

$$I(x) = \int x^2 e^x dx$$

l'integrale può essere valutato integrando due volte per parti. Per iniziare, se scegliamo $u = x^2$, $v = e^x$, otteniamo

$$\int x^2 e^x \, dx = \int x^2 \, d(e^x) = x^2 e^x - 2 \int e^x x \, dx + c_1$$

Ora, nel secondo termine, scegliamo $u = x$, $v = e^x$, che dà

$$\int x^2 e^x \, dx = x^2 e^x - 2x e^x + 2 \int e^x \, dx + c_1$$

oppure

$$\int x^2 e^x \, dx = x^2 e^x - 2xe^x + 2e^x + c_2$$

Il differenziale esatto

Un altro metodo utile da ricordare è l'uso del *differenziale esatto* nel caso in cui si esegue un cambiamento di variabili per il quale il differenziale della funzione è il differenziale della variabile indipendente che appare nell'integrando. Per esempio, consideriamo l'integrale

$$I(x) = \int \cos^2 x \sin x \, dx$$

Questo integrale è facile da calcolare se noi scriviamo il differenziale come $d(\cos x) = -\sin x \, dx$. L'integrale allora diviene

$$\int \cos^2 x \sin x \, dx = - \int \cos^2 x \, d(\cos x)$$

Se ora cambiamo variabili, chiamando $y = \cos x$, otteniamo

$$\int \cos^2 x \sin x \, dx = - \int y^2 \, dy = -\frac{y^3}{3} + c = -\frac{\cos^3 x}{3} + c$$

La Tabella B.5 elenca alcuni integrali indefiniti utili. La Tabella B.6 fornisce l'integrale della distribuzione di probabilità di Gauss ed alcuni altri integrali definiti. Una lista più completa può essere trovata in vari manuali, per esempio *The Handbook of Chemistry and Physics* (Boca Raton, FL: CRC Press, pubblicato annualmente).

TABELLA B.5 | Alcuni integrali indefiniti (una costante arbitraria deve essere aggiunta ad ogni integrale)

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ (purché $n \neq 1$)	$\int \ln ax dx = (x \ln ax) - x$
$\int \frac{dx}{x} = \int x^{-1} dx = \ln x$	$\int xe^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$
$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln (a+bx)$	$\int \frac{dx}{a+be^{ax}} = \frac{x}{a} - \frac{1}{ac} \ln (a+be^{ax})$
$\int \frac{x dx}{a+bx} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b^2} \ln (a+bx)$	$\int \operatorname{sen} ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax$
$\int \frac{dx}{x(x+a)} = -\frac{1}{a} \ln \frac{x+a}{x}$	$\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \operatorname{sen} ax$
$\int \frac{dx}{(a+bx)^2} = -\frac{1}{b(a+bx)}$	$\int \tan ax dx = -\frac{1}{a} \ln (\cos ax) = \frac{1}{a} \ln (\sec ax)$
$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$	$\int \cot ax dx = \frac{1}{a} \ln (\operatorname{sen} ax)$
$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x} (a^2-x^2 > 0)$	$\int \sec ax dx = \frac{1}{a} \ln (\sec ax + \tan ax) = \frac{1}{a} \ln \left[\tan \left(\frac{ax}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right]$
$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a} (x^2-a^2 > 0)$	$\int \csc ax dx = \frac{1}{a} \ln (\csc ax - \cot ax) = \frac{1}{a} \ln \left(\tan \frac{ax}{2} \right)$
$\int \frac{x dx}{a^2 \pm x^2} = \pm \frac{1}{2} \ln (a^2 \pm x^2)$	$\int \operatorname{sen}^2 ax dx = \frac{x}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2ax}{4a}$
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a} = -\cos^{-1} \frac{x}{a} (a^2-x^2 > 0)$	$\int \cos^2 ax dx = \frac{x}{2} + \frac{\operatorname{sen} 2ax}{4a}$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln (x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$	$\int \frac{dx}{\operatorname{sen}^2 ax} = -\frac{1}{a} \cot ax$
$\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\sqrt{a^2-x^2}$	$\int \frac{dx}{\cos^2 ax} = \frac{1}{a} \tan ax$
$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2}$	$\int \tan^2 ax dx = \frac{1}{a} (\operatorname{tan} ax) - x$
$\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2} \left(x \sqrt{a^2-x^2} + a^2 \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a} \right)$	$\int \cot^2 ax dx = -\frac{1}{a} (\cot ax) - x$
$\int x \sqrt{a^2-x^2} dx = -\frac{1}{3} (a^2-x^2)^{3/2}$	$\int \operatorname{sen}^{-1} ax dx = x(\operatorname{sen}^{-1} ax) + \frac{\sqrt{1-a^2x^2}}{a}$
$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln (x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) \right]$	$\int \cos^{-1} ax dx = x(\cos^{-1} ax) - \frac{\sqrt{1-a^2x^2}}{a}$
$\int x(\sqrt{x^2 \pm a^2}) dx = \frac{1}{3} (x^2 \pm a^2)^{3/2}$	$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2+a^2}}$
$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$	$\int \frac{x dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$

TABELLA B.6 | La probabilità integrale di Gauss e altri integrali definiti

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$I_0 = \int_0^\infty e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{probabilità integrale di Gauss})$$

$$I_1 = \int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$I_2 = \int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = -\frac{dI_0}{da} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

$$I_3 = \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = -\frac{dI_1}{da} = \frac{1}{2a^2}$$

$$I_4 = \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{d^2 I_0}{da^2} = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$$

$$I_5 = \int_0^\infty x^5 e^{-ax^2} dx = \frac{d^2 I_1}{da^2} = \frac{1}{a^3}$$

⋮

$$I_{2n} = (-1)^n \frac{d^n}{da^n} I_0$$

$$I_{2n+1} = (-1)^n \frac{d^n}{da^n} I_1$$

Propagazione degli errori

Nell'attività di ricerca è comune acquisire un insieme di misure sperimentali. Queste misure possono essere di vario tipo – lunghezze, intervalli di tempo, temperature, tensioni e così via e vengono acquisite con vari strumenti. **C'è sempre un errore di misura associato ad ogni misura sperimentale** sia a causa dell'operazione di misura sia a causa della qualità della strumentazione utilizzata. Questo errore è una combinazione dell'incertezze associate alla strumentazione e a quelle relativa al sistema che viene misurato. L'impossibilità di determinare, durante la misura di una lunghezza, le posizioni delle tacche in un metro a stecca è un esempio del primo tipo di errore. L'errore che si fa nel misurare un qualche sistema, è per esempio quello che si fa misurando una sola volta la variazione di temperatura di un certo campione d'acqua; con una singola misura è, infatti, difficile determinare la temperatura del campione.

Gli errori sono di due tipi. L'**errore assoluto** si riferisce all'errore espresso nelle stesse unità di misura della quantità misurata. La lunghezza dell'etichetta del disco di un computer può essere espressa come (5.5 ± 0.1) cm. Un errore di ± 0.1 cm può, in certi casi, non essere sufficientemente descrittivo per i nostri scopi. Infatti, se il risultato della misura è 1.0 cm questo errore è grande, se invece la misura è 100 cm l'errore è piccolo. Per migliorare l'informazione associata all'errore, si usa l'**errore frazionario** o l'**errore percentuale**, uguale al rapporto fra l'errore di misura e il valore della misura. La lunghezza dell'etichetta del disco di un computer potrebbe allora essere espressa come

$$\ell = 5.5 \text{ cm} \pm \frac{0.1 \text{ cm}}{5.5 \text{ cm}} = 5.5 \text{ cm} \pm 0.018 \text{ (errore frazionario)}$$

o come

$$\ell = 5.5 \text{ cm} \pm 1.8\% \text{ (errore percentuale)}$$

Quando in un calcolo vengono combinate più misure, l'errore percentuale è in generale maggiore degli errori fatti nelle singole misure. Questo è chiamato **propagazione degli errori** che nella fisica sperimentale è sempre un problema difficile da affrontare.

Alcune regole semplici ci permettono una ragionevole stima dell'errore fatto durante il calcolo.

Moltiplicazione e divisione: Quando vengono moltiplicate o divise più misure, si devono sommare gli *errori percentuali* per ottenere l'errore percentuale del risultato.
Esempio. l'area di una lastra rettangolare

$$\begin{aligned} A &= \ell w = (5.5 \text{ cm} \pm 1.8\%) \times (6.4 \text{ cm} \pm 1.6\%) = 35 \text{ cm}^2 \pm 3.4\% \\ &= (35 \pm 1) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Addizione e sottrazione: Quando vengono addizionate o sottratte più misure, si devono sommare gli *errori assoluti* per ottenere l'errore assoluto del risultato.
Esempio. Una variazione di temperatura

$$\begin{aligned} \Delta T &= T_2 - T_1 = (99.2 \pm 1.5)^\circ\text{C} - (27.6 \pm 1.5)^\circ\text{C} = (71.6 \pm 3.0)^\circ\text{C} \\ &= 71.6^\circ\text{C} \pm 4.2\% \end{aligned}$$

Potenze: Quando una misura è espressa attraverso una potenza, l'errore percentuale deve essere moltiplicato per la potenza per ottenere l'errore percentuale del risultato.
Esempio. Il volume di una sfera

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (6.20 \text{ cm} \pm 2.0\%)^3 = 998 \text{ cm}^3 \pm 6.0\% \\ &= (998 \pm 60) \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Per calcoli più complicati, vanno sommati molti errori che possono produrre nel risultato finale un errore talmente elevato da non essere accettabile. Gli esperimenti vanno progettati in modo da rendere tali calcoli più semplici possibile.

Si noti che gli errori nei calcoli vanno sempre sommati. Inoltre, devono essere, se possibile, evitati gli esperimenti che coinvolgono sottrazioni specialmente quando le misure da sottrarre sono molto vicine fra loro. Il risultato di una tale misura può essere una differenza di valore assai piccolo e comunque, anche in questo caso, gli errori si sommano. È possibile che l'errore sul risultato sia maggiore del risultato stesso!

Appendice C

Tavola periodica

Gruppo I	Gruppo II	Elementi di transizione									
H 1 1.007 9 1s											
Li 3 6.941 2s ¹	Be 4 9.0122 2s ²										
Na 11 22.990 3s ¹	Mg 12 24.305 3s ²										
K 19 39.098 4s ¹	Ca 20 40.078 4s ²	Sc 21 44.956 3d ¹ 4s ²	Ti 22 47.867 3d ² 4s ²	V 23 50.942 3d ³ 4s ²	Cr 24 51.996 3d ⁵ 4s ¹	Mn 25 54.938 3d ⁵ 4s ²	Fe 26 55.845 3d ⁶ 4s ²	Co 27 58.933 3d ⁷ 4s ²			
Rb 37 85.468 5s ¹	Sr 38 87.62 5s ²	Y 39 88.906 4d ¹ 5s ²	Zr 40 91.224 4d ² 5s ²	Nb 41 92.906 4d ⁴ 5s ¹	Mo 42 95.94 4d ⁵ 5s ¹	Tc 43 (98) 4d ⁵ 5s ²	Ru 44 101.07 4d ⁷ 5s ¹	Rh 45 102.91 4d ⁸ 5s ¹			
Cs 55 132.91 6s ¹	Ba 56 137.33 6s ²	57–71* 178.49 5d ² 6s ²	Hf 72 180.95 5d ³ 6s ²	Ta 73 183.84 5d ⁴ 6s ²	W 74 186.21 5d ⁵ 6s ²	Re 75 190.23 5d ⁶ 6s ²	Os 76 192.2 5d ⁷ 6s ²	Ir 77			
Fr 87 (223)	Ra 88 (226)	89–103** (261)	Rf 104 (262)	Db 105 (266)	Sg 106 (264)	Bh 107 (264)	Hs 108 (277)	Mt 109 (268)			
		6s ¹	7s ²	6d ² 7s ²	6d ³ 7s ²						

*Serie dei lantanidi

**Serie degli attinidi

La 57 138.91 5d ¹ 6s ²	Ce 58 140.12 5d ¹ 4f ¹ 6s ²	Pr 59 140.91 4f ³ 6s ²	Nd 60 144.24 4f ⁴ 6s ²	Pm 61 (145) 4f ⁵ 6s ²	Sm 62 150.36 4f ⁶ 6s ²
Ac 89 (227)	Th 90 232.04 6d ² 7s ²	Pa 91 231.04 5f ² 6d ¹ 7s ²	U 92 238.03 5f ³ 6d ¹ 7s ²	Np 93 (237) 5f ⁴ 6d ¹ 7s ²	Pu 94 (244) 5f ⁶ 7s ²

Nota: I valori della massa atomica sono mediati sugli isotopi nelle percentuali in cui esistono in natura.

[†] Per un elemento instabile è data in parentesi la massa atomica del più stabile fra gli isotopi conosciuti.

Gruppo III	Gruppo IV	Gruppo V	Gruppo VI	Gruppo VII	Gruppo 0
				H 1	He 2
				1.007 9	4.002 6
				1s ¹	1s ²
B 5 10.811 2p ¹	C 6 12.011 2p ²	N 7 14.007 2p ³	O 8 15.999 2p ⁴	F 9 18.998 2p ⁵	Ne 10 20.180 2p ⁶
Al 13 26.982 3p ¹	Si 14 28.086 3p ²	P 15 30.974 3p ³	S 16 32.066 3p ⁴	Cl 17 35.453 3p ⁵	Ar 18 39.948 3p ⁶
Ni 28 58.693 3d ⁸ 4s ²	Cu 29 63.546 3d ¹⁰ 4s ¹	Zn 30 65.41 3d ¹⁰ 4s ²	Ga 31 69.723 4p ¹	Ge 32 72.64 4p ²	As 33 74.922 4p ³
Pd 46 106.42 4d ¹⁰	Ag 47 107.87 4d ¹⁰ 5s ¹	Cd 48 112.41 4d ¹⁰ 5s ²	In 49 114.82 5p ¹	Sn 50 118.71 5p ²	Sb 51 121.76 5p ³
Pt 78 195.08 5d ⁹ 6s ¹	Au 79 196.97 5d ¹⁰ 6s ¹	Hg 80 200.59 5d ¹⁰ 6s ²	Tl 81 204.38 6p ¹	Pb 82 207.2 6p ²	Bi 83 208.98 6p ³
Ds 110 (271)	Rg 111 (272)	Cn 112 (285)	113 ^{††}	Fl 114 (284)	115 ^{††}
				Lv 116 (289)	117 ^{††}
					118 ^{††}
					(294)

Eu 63	Gd 64	Tb 65	Dy 66	Ho 67	Er 68	Tm 69	Yb 70	Lu 71
151.96 4f ⁷ 6s ²	157.25 4f ⁷ 5d ¹ 6s ²	158.93 4f ⁸ 5d ¹ 6s ²	162.50 4f ¹⁰ 6s ²	164.93 4f ¹¹ 6s ²	167.26 4f ¹² 6s ²	168.93 4f ¹³ 6s ²	173.04 4f ¹⁴ 6s ²	174.97 4f ¹⁴ 5d ¹ 6s ²
Am 95 (243)	Cm 96 (247)	Bk 97 (247)	Cf 98 (251)	Es 99 (252)	Fm 100 (257)	Md 101 (258)	No 102 (259)	Lr 103 (262)

^{††}Gli elementi 113, 115, 117 e 118 non hanno ancora un nome. Solo un piccolo numero di atomi di questi elementi è stato osservato.
Nota: Per una descrizione dei dati atomici si vada al sito web physics.nist.gov/PhysRefData/Elements/per_text.html.

Appendice D

Unità SI

 TABELLA D.1 | Unità SI fondamentali

Grandezza fondamentale	Unità fondamentale SI	
	Nome	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	chilogrammo	kg
Tempo	secondo	s
Corrente elettrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Quantità di sostanza	mole	mol
Intensità luminosa	candela	cd

 TABELLA D.2 | Unità SI derivate

Grandezza	Nome	Simbolo	Espressione in termini delle unità fondamentali	Espressione in termini di altre unità SI
Angolo	radiane	rad	m/m	
Frequenza	hertz	Hz	s^{-1}	
Forza	newton	N	$kg \cdot m/s^2$	J/m
Pressione	pascal	Pa	$kg/m \cdot s^2$	N/m^2
Energia	joule	J	$kg \cdot m^2/s^2$	$N \cdot m$
Potenza	watt	W	$kg \cdot m^2/s^3$	J/s
Carica elettrica	coulomb	C	$A \cdot s$	
Potenziale elettrico	volt	V	$kg \cdot m^2/A \cdot s^3$	W/A
Capacità	farad	F	$A^2 \cdot s^4/kg \cdot m^2$	C/V
Resistenza elettrica	ohm	Ω	$kg \cdot m^2/A^2 \cdot s^3$	V/A
Flusso magnetico	weber	Wb	$kg \cdot m^2/A \cdot s^2$	$V \cdot s$
Intensità del campo magnetico	tesla	T	$kg/A \cdot s^2$	
Induttanza	henry	H	$kg \cdot m^2/A^2 \cdot s^2$	$T \cdot m^2/A$

undefined

Carta dei colori

Meccanica e termodinamica

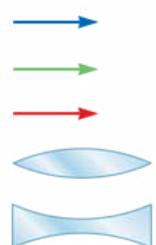
Vettori spostamento e posizione		Vettori quantità di moto (\vec{p}) e momento angolare (\vec{L})	
Vettori componenti di spostamento e posizione		Vettori componenti di quantità di moto e momento angolare	
Vettori velocità (\vec{v}) e velocità angolari ($\vec{\omega}$)		Vettori momento di forza ($\vec{\tau}$)	
Vettori componenti la velocità		Vettori componenti del momento di forza	
Vettori forza (\vec{F})		Direzioni schematiche di moto lineare e rotazionale	
Vettori componenti della forza		Freccia di moto rotazionale	
Vettori accelerazione (\vec{a})		Freccia di ingrandimento	
Vettori componenti dell'accelerazione		Molle	
Frecce di trasferimento di energia		Pulegge	
Freccia di processo			

Elettricità e magnetismo

Campi elettrici		Condensatori	
Vettori campo elettrico		Induttori (bobine)	
Vettori componenti del campo elettrico		Voltmetri	
Campi magnetici		Amperometri	
Vettori campo magnetico		Generatori di c.a.	
Vettori componenti del campo magnetico		Lampadine	
Cariche positive		Simbolo di messa a terra	
Cariche negative		Corrente	
Resistori			
Batterie e altri alimentatori c.c.			
Interruttori			

Luce e ottica

Raggio luminoso
Raggio luminoso focale
Raggio luminoso centrale
Lente convergente
Lente divergente



Specchio
Specchio curvo
Oggetti
Immagini

