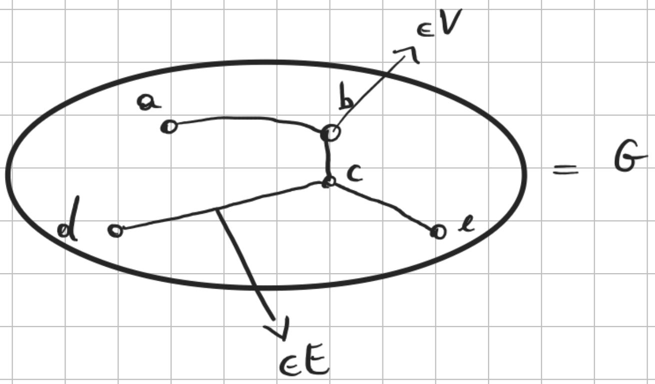
GRAFI

$G = \langle V, E \rangle$ e' un GRAFO se

V e' un insieme finito di elementi

$E \subseteq V \times V$ e' un sottoinsieme di coppie di elementi di V

In sostanza V e' l'insieme dei NODI ed E e' l'insieme degli ARCHI



$V = \{a, b, c, d, e\}$

$E = \{(a,b), (b,c), (d,c), (c,e)\}$

OSS

Ogni albero puo' essere visto come un particolare grafo

GRAFI ORIENTATI

I grafi esprimono relazioni binarie, in particolare i grafi ORIENTATI sono grafi in cui vengono scelti dei versi di percorrenza.

Paradossalmente i grafi non orientati sono un sottoinsieme dei grafi orientati in quanto la proprietà di simmetria di cui gode ($(a,b) \in E \Leftrightarrow (b,a) \in E$) rappresenta una limitazione.

OSS

Possiamo definire un grafo come

$G = \langle V, E, f \rangle$ con $f: E \rightarrow D \subseteq \mathbb{R}$ dove f rappresenta il PESO di un arco.

GRADO DI UN NODO

Per GRADO di un nodo intendiamo quanti archi può avere al massimo.

Possiamo definire anche il grado ENTRANTE o USCENTE a seconda dell'orientamento dell'arco (in grafi orientati)

SOTTOGRAFO

Sia $G=\langle V,E\rangle$ un grafo, $G'=\langle V',E'\rangle$ e' un SOTTOGRAFO di G se:

- $V'\subseteq V$
- $E'\subseteq E\cap(V'\times V')$

PROPRIETA'

Sia $G=\langle V,E\rangle$ grafo e fissato $V'\subseteq V$, esiste un unico sottografo INDOTTO da V e sarà

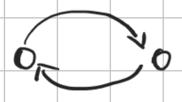
$G_I=(V',E')$ con $E'=E\cap(V'\times V')$

PERCORSO Cammino

① Sia $G=\langle V,E\rangle$ grafo, un PERCORSO (o cammino) di G è una sequenza di vertici π tale che

$\forall 1\leq i<|\pi|\in\mathbb{N}\cup\{\infty\}$ $(v_i,v_{i+1})\in E$

② A differenza degli alberi, per n numero finito di nodi la lunghezza di un percorso può' essere $>n$ oppure infinita



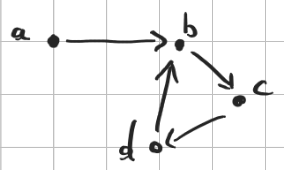
Questi due nodi fanno potenzialmente un percorso infinito (con ripetizioni)

③ Tra due nodi sono ammessi più percorsi.

④ Un percorso che non ammette ripetizioni di vertici è detto PERCORSO SEMPLICE:

$\forall\, 1 \leq i, j \leq |\pi| \quad i \neq j \iff v_i \neq v_j$

⑤ Definiamo CICLO SEMPLICE se in un percorso c'è solo una ripetizione ed è del primo nodo alla fine.



Il percorso bcdb è un ciclo semplice.

Un percorso infinito ammette almeno un ciclo semplice (perché in un percorso infinito almeno un nodo si ripete infinite volte)

⑥ Un grafo che non ammette cicli semplici (e quindi ripetizioni) è detto grafo ACICLICO e di conseguenza ammette solo percorsi finiti

OSS

Gli alberi sono particolari grafi che ammettono solo percorsi finiti, tuttavia non sono grafi aciclici

DISTANZA TRA NODI

Dati due nodi di un grafo, definiamo come DISTANZA tra questi la lunghezza del percorso minimo tra i due.
La distanza non può mai essere infinita perchè un percorso infinito prevede ripetizioni, quindi può essere troncato.

La distanza è limitata superiormente dal numero di nodi

PERCORSI SEMPLICI

Un percorso senza ripetizioni (quindi infinito) è detto PERCORSO SEMPLICE. La lunghezza di un percorso semplice è limitata superiormente dal numero di nodi.

I grafi aciclici hanno solo percorsi semplici