

UNIVERSITÁ DI NAPOLI FEDERICO II
ANALISI MATEMATICA I - INFORMATICA -

1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione:

$$f(x) = \log_2 \left(\frac{x^2 - 2x - 1}{1 - x^2} \right) + \frac{1}{\sqrt{\ln(x+1)}}$$

2. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |x - 1| + \frac{x}{x + 1}.$$

3. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x) - \cos(x - 1) + 1}{\sqrt{x - 1} \sin(\sqrt{x - 1})}.$$

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

5. Studiare la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n \geq 1} \sin \left(\frac{n^2 + 3^n}{\log n + 4^n} \right)$$

Teoria: Svolgere due dei seguenti quesiti a scelta.

1. Dimostrare che una funzione derivabile è continua. Fornire un esempio di funzione continua che non sia derivabile.
2. Dimostrare che ogni successione monotona ammette limite e che non è vero il viceversa.
3. Enunciare la formula per la derivata della funzione composta e della funzione inversa. Applicarla per trovare la derivata del logaritmo naturale e dell'arcotangente.

Analisi Matematica 1-Informatica-UniNa
Foglio 1

ESERCIZIO 1: Risolvere le seguenti disequazioni algebriche su \mathbb{R} :

1. $(x-1)(x^3 - x^2 - 2x) > 0$;
2. $\frac{x^2 - 4}{x - 1} \leq 0$;
3. $2^{2x+1} < 4^{x^2}$;
4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x^2}{x-1}}$;
5. $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x^2 - 1}{x}\right) > 0$;
6. $2 \log(3x) < \log(3x + 2)$;
7. $\sqrt{x^2 + 4 - 4x} > x - 3$;
8. $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} > \sqrt{3x}$;
9. $\sqrt[3]{x^2 + x} < x$;
10. $\sqrt{x+4} < x + 3$;
11. $3^{-2x} - 4 \cdot 3^{-x} + 5 \leq 0$;
12. $|x^2 + 5x + 3| > 3$;

ESERCIZIO 2: Determinare e disegnare i domini delle seguenti funzioni:

1. $f(x) = \arccos\left(\frac{x^2 - 2}{x}\right)$;
2. $f(x) = \log(\sin(x))$;
3. $f(x) = \sqrt[4]{\frac{|x|x-1}{x}}$;
4. $f(x) = \sqrt{\log_2(x) - 2} + \frac{1}{|x-7|}$;
5. $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$;
6. $f(x) = \sqrt{\log\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$;
7. $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{2x+1}} + \log(\sqrt{x} - 1)$;

ESERCIZIO 3: Calcolare sup e inf e, se esistono, max e min dei seguenti insiemi:

$$\begin{aligned}
 A &= \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
 B &= \left\{ \frac{2n}{n^2 + 1} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
 C &= \left\{ \frac{n^2 + 1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
 D &= \left\{ 2^{-n} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
 E &= \left\{ \frac{n-3}{n^2} : n \in \mathbb{N} \right\} \cup (0, 2); \\
 F &= \left\{ \frac{n-1}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
 G &= \left\{ \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
 H &= \left\{ 2 \log(n) - \frac{1}{4} \log(n^2) : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
 I &= \left\{ -\frac{n^2}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
 L &= \left\{ \frac{n^2 + (-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \right\};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M &= \left\{ \frac{(-1)^n + 1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
N &= \left\{ \frac{n! + 1}{(n+1)!} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
O &= \left\{ \sqrt{n+1} - \sqrt{n} : n \in \mathbb{N} \right\}; \\
P &= \left\{ x \in \mathbb{R} : |2x^2 - 1| < \frac{1}{|x|} \right\}; \\
Q &= \left\{ x \in \mathbb{R} : \log_{\frac{3}{2}}(x) - \log_{\frac{1}{2}}(x) > 0 \right\}; \\
R &= \left\{ x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x - 3 \geq 0 \wedge x \leq 4 \right\}; \\
S &= \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{|x-1|} < x \right\}; \\
T &= \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{|x-2|} \leq \frac{1}{|x-3|} \right\}.
\end{aligned}$$

Analisi Matematica 1-Informatica-UniNa
Foglio 2

ESERCIZIO: Calcolare i seguenti limiti:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + n^2 + 1}{5n^3 + n};$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \sqrt{n^4} + n}{e^{2 \log(n)} + 4n};$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + \left(\frac{1}{4}\right)^n + 3 \cdot 2^{2n}}{\left(\frac{1}{9}\right)^n + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{n}{2}} + 16^{\frac{n}{2}}};$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}} + \left(\frac{1}{n}\right)^2 + n^{-3}}{3\sqrt[n]{n} + n^{-4}};$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n^3) + 2n^2 + n}{e^{2 \log(n)} + \frac{3}{n-2} + 1};$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin\left(\frac{3}{n^2}\right)}{e^{-2 \log(n)}};$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{n \log(n)} + n!}{4^n + \sqrt[n]{n^{2n}} + 1};$
8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log(n) \sin\left(\frac{1}{n}\right)};$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n^3 - 1}\right) \sqrt{n^3};$
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \cos^2\left(\frac{1}{n}\right)\right) \frac{n^3 + 1}{n};$
11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log\left(\frac{n+1}{n}\right)}{\sin\left(\frac{1}{n}\right)};$
12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! e^n n}{n^{n+1} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)};$
13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + e^n)}{\sqrt{2n^2 + n + 1}};$
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{2n};$
15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n;$
16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n^2};$
17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \log(\sqrt{n} + 5^n) \frac{n^n}{(n+1)^{n+1}};$
18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n}{n^2 - 2n - 1}\right)^n;$
19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n!) - 4e^{n \log(n+3)}}{n^n};$
20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 3n + 2} - \sqrt{n^2 + 1};$

ESERCIZIO 1: Partendo dai grafici delle funzioni elementari, tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

1. $f(x) = e^{-|x|} + 1$
2. $f(x) = |\arctan(x+1)|$;
3. $f(x) = |\sin(x) - 1|$;
4. $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$;
5. $f(x) = \log(x+1) - 1$;
6. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$.

ESERCIZIO 2: Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 3x^3 + x}{4x^4 + 2x^2 + 7x}$;
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x}{x^2 + 3x}$;
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 2x}{x^4 + 2x^3}$;
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8 - 6x^2 + 12x}{2x^2 - 8x + 8}$;
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x) + e^{x-1} + (x-1)^2}{(x-1)^2 + 4e^x}$;
6. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin(e^x)$;
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(x)(e^{\frac{6}{x+1}} + 2)$;
8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x) \sin(x^{-1})$;
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos(x) \left(\frac{x^2 + 2x}{2x^2 - 1} - \frac{1}{2} \right)$;
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) \log(1+x)}{\sin^2(3x)}$;
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^x(1+x)}{\sin^2(x)(2e^{\frac{6}{x+1}} - 2)}$;
12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan^2(x-1)}{(x+1)(1 - \cos(x-1))}$;
13. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2x^3 + x^2 + x}{2x^2 + x} \right)^{\frac{1}{x}}$;
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \left(\frac{1}{x} \right) \right)^{7(x+1)}$;
15. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sin(1-x^2)(e^{x^2-1} - 1)}{(x^2 - 1)^3}$.

ESERCIZIO 3: Trovare $a, b \in \mathbb{R}$ tali per cui le seguenti funzioni siano continue:

1)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-1} - 1}{x^2 - 1}, & -1 < x < 1, \\ ax^2, & x \geq 1. \end{cases}$$

Se $a = 5$, f che tipo di discontinuità presenta in $x = 1$?

2)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b(x^2 + x)}{(x-1)^2 - 1}, & x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ \frac{a(\log(1+x) \sin(x))}{1 - \cos(x)}, & x > 0. \end{cases}$$

ESERCIZIO 4: Determinare dominio e studiare gli asintoti delle seguenti funzioni:

1. $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x+1}$
2. $f(x) = \frac{e^x + \log(x)}{x^2 + 6e^x}$;
3. $f(x) = \sqrt{x^2 + x} - x^2$;
4. $f(x) = x + \frac{\cos(x)}{x}$;
5. $f(x) = xe^{\frac{e^2}{x^2+1}} + \frac{1}{x}$;
6. $f(x) = \arctan\left(\frac{x+1}{x+2}\right) - \log\left(\frac{x+2}{x}\right)$.

ESERCIZIO 1: Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

1. $f(x) = \frac{x^3 e^x}{x+1}$
2. $f(x) = \log\left(\frac{x^2}{x+1}\right);$
3. $f(x) = \sqrt{e^{x^2} - 1};$
4. $f(x) = 2^x \log(x^2);$
5. $f(x) = \arccos(x^2 + x);$
6. $f(x) = \arctan\left(\frac{4}{x^2}\right);$
7. $f(x) = \sin(\cos(x^2));$
8. $f(x) = \cos(x)^{\sin(x)};$
9. $f(x) = \tan(x^2 + 1);$
10. $f(x) = e^{\sin^2(x)+x};$
11. $f(x) = \arccos^3(x^2);$
12. $f(x) = \log(\cos^2(x^2)).$

ESERCIZIO 2: Determinare, se esiste, la retta tangente al grafico di $f(x)$ nel punto x_0 :

1. $f(x) = \log(x^2) + 1, \quad x_0 = e;$
2. $f(x) = (x+1)^{\frac{4}{3}} + 1, \quad x_0 = -1;$
3. $f(x) = \arctan(x^2 + 1) + 3x, \quad x_0 = 0;$
4. $f(x) = |x|^3, \quad x_0 = 0.$

ESERCIZIO 3: Determinare, se esistono, minimo e massimo assoluto di $f(x)$:

1. $f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad x \in [-2, 3];$
2. $f(x) = \log(x^2 - 2x + 3), \quad x \in [-1, 2];$
3. $f(x) = |x^2 - x - 2|, \quad x \in \left[0, \frac{5}{2}\right];$
4. $f(x) = \begin{cases} \sin(x), & -\pi \leq x < 0, \\ -x + 1, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

ESERCIZIO 4: Determinare la derivata di $f(x)$ stabilendo la natura degli eventuali punti di non derivabilità (punto angoloso, a tangente verticale o cuspidi):

1)

$$f(x) = |x^2 - 1|e^x;$$

2)

$$f(x) = |\log(x)| + (x-2)^{\frac{4}{3}} + x^2;$$

3)

$$f(x) = \begin{cases} \log(x^2 + 1), & 0 \leq x < 1, \\ x^2 + 1, & 1 \leq x < 2, \\ 2e^{2x-4} + 3, & 2 \leq x < 3; \end{cases}$$

ESERCIZIO 5: Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ tali che $f(x)$ sia derivabile:

1)

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{x^2-1}, & 0 < x < 1, \\ 2, & x = 1, \\ a \log(x^2) + b, & 1 \leq x < 2; \end{cases}$$

2)

$$f(x) = \begin{cases} e^{x^2} + \log^2(x), & 0 < x < 1, \\ ax^2 + b, & 1 \leq x < 2. \end{cases}$$

ESERCIZIO 1: Studiare le seguenti funzioni:

1. $f(x) = x \log(|x|)$
2. $f(x) = \arccos(e^x)$
3. $f(x) = \arctan(x^2 - 1)$
4. $f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x^2 - 1}$
5. $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 4}$
6. $f(x) = \log\left(\frac{x}{x+1}\right) - x$
7. $f(x) = \left| \frac{x^2}{x^2 - 1} \right|$
8. $f(x) = e^{-|x|}|x - 1|$
9. $f(x) = \sqrt{(x-1)|x-2|}$

ESERCIZIO 2: Determinare dominio, asintoti, continuità, derivabilità, monotonia e natura degli eventuali punti stazionari delle seguenti funzioni:

1. $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 4}{x + 3}\right)$
2. $f(x) = e^{-|x|\sqrt{x+1}}$
3. $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + 3x - 4}{x + 2}\right)$
4. $f(x) = \arccos(x^2 - 1)$
5. $f(x) = \log\left(\frac{1}{3}x^3 - x\right)$
6. $f(x) = \sqrt{\log\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)}$

ESERCIZIO 3: Determinare dominio, asintoti, continuità, derivabilità, monotonia e natura degli eventuali punti stazionari delle seguenti funzioni:

1)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2x}, & x \geq 1, \\ e^{\frac{x^2}{2x^2+1}}, & 0 \leq x < 1, \\ \log(1+x) + 1, & x < 0; \end{cases}$$

2)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-1}-1}{x^2-1}, & x > 1, \\ \frac{1}{2x}, & -1 \leq x \leq 1, \\ \frac{3}{2} \log(2-x) + \frac{3}{2}, & x < -1; \end{cases}$$

Analisi Matematica 1-Informatica-UniNa
Foglio 6

(1) Calcolare i seguenti integrali indefiniti.

- | | | |
|---|--|--|
| 1. $\int x\sqrt{x^2-1} \, dx$ | 2. $\int x(\cos x + \sin x) \, dx$ | 3. $\int (x^3+1)^3 x^2 \, dx$ |
| 4. $\int x e^{x^2} \, dx$ | 5. $\int \cos(x^2)x \, dx$ | 6. $\int \frac{e^x}{e^x+1} \, dx$ |
| 7. $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}} \, dx$ | 8. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} \, dx$ | 9. $\int \frac{1}{(2x+1)^2+2} \, dx$ |
| 10. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \, dx$ | 11. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} \, dx$ | 12. $\int \frac{1}{x \log(x)} \, dx$ |
| 13. $\int \frac{\log(x)}{(x+1)^2} \, dx$ | 14. $\int \tan^2(x) \, dx$ | 15. $\int \frac{x+3}{x+1} \, dx$ |
| 16. $\int 3 \sin^2(x) \, dx$ | 17. $\int \frac{\sin^2(x) \cos(x)}{3 \sin(x) + 1} \, dx$ | 18. $\int \frac{\cos^3(x)}{\sin(x) + 1} \, dx$ |
| 19. $\int \frac{\cos^2(x)}{1 + \sin(x)} \, dx$ | 20. $\int \frac{x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \, dx$ | 21. $\int \frac{x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 2} \, dx$ |
| 22. $\int \frac{x^4}{x-1} \, dx$ | 23. $\int \frac{2x-1}{2+x} \, dx$ | 24. $\int \frac{2}{4x^2+2} \, dx$ |
| 25. $\int \frac{3x+1}{3x^2+2x+4} \, dx$ | 26. $\int \frac{13x+1}{x^2-2x+1} \, dx$ | 27. $\int \frac{x}{x^2+2x+3} \, dx$ |
| 28. $\int \log\left(\frac{x^2+1}{x}\right) \, dx$ | 29. $\int (x^2+1)e^x \, dx$ | 30. $\int \frac{x+1}{4x^2+4x+5} \, dx$ |
| 31. $\int e^x \sin(x) \, dx$ | 32. $\int x \tan^2(x) \, dx$ | 33. $\int x^3 \cos(x) \, dx$ |
| 34. $\int \cos(x) \log(\cos(x)) \, dx$ | 35. $\int \log(1 + \cos(x)) \cos(x) \sin(x) \, dx$ | 36. $\int x \log^2(x) \, dx$ |
| 37. $\int \frac{1}{\arcsin(x)\sqrt{1-x^2}} \, dx$ | 38. $\int \frac{1}{\cos(x)} \, dx$ | 39. $\int \frac{1}{\sin(x) \cos(x)} \, dx$ |
| 40. $\int \sqrt{3-x^2} \, dx$ | 41. $\int \frac{\sqrt{x}+1}{x+3} \, dx$ | 42. $\int \frac{1}{1+\sqrt{x+2}} \, dx$ |
| 43. $\int e^{\sqrt{x}} \sqrt{x} \, dx$ | 44. $\int (x+1) \arctan(x) \, dx$ | 45. $\int \arcsin(x) \, dx$ |

46. $\int \frac{5x-12}{x^2-5x+6} dx$ 47. $\int \frac{3e^x}{e^{2x}-4e^x+3} dx$ 48. $\int \frac{2x}{x^2+4x+4} dx$
49. $\int \frac{x}{x^2+4x+6} dx$ 50. $\int \frac{5x-1}{x^2-1} dx$ 51. $\int \frac{x+3}{2x^2+4x+6} dx$
52. $\int \frac{2x-8}{(x-2)^2} dx$ 53. $\int \frac{x \tan(x)}{\sin^2(x) \cot(x)} dx$ 54. $\int \frac{1}{\tan^2(x)+1} dx$
55. $\int \frac{2-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ 56. $\int \frac{\cos(x) \sin(x)}{2 \sin(x) + \sin^2(x) + 1} dx$ 57. $\int \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx$
58. $\int \frac{1}{\sqrt{x+x^3}} dx$ 59. $\int \frac{\sqrt{x}(x-1)}{x+2} dx$ 60. $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}-2e^x+2} dx$
61. $\int \frac{3x^3+8x^2+15x+8}{x^2+2x+3} dx$ 62. $\int \frac{1}{x^2-4x+6} dx$ 63. $\int \arccos(x) dx$

(2) Calcolare i seguenti integrali definiti

1. $\int_0^1 \sqrt{2-x^2} dx$ 2. $\int_1^{16} e^{-\sqrt{x}} dx$ 3. $\int_1^e \frac{\log(x)}{(\log(x)+2)x} dx$
4. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\frac{1-x^2}{x^4}} dx$ 5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\sqrt{\cos(x)+1}} dx$ 6. $\int_0^1 3x\sqrt{1-x^2} dx$
7. $\int_1^e \log(x) dx$ 8. $\int_0^1 e^x \log(e^x+1) dx$ 9. $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$
10. $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}+1}{x+3} dx$ 11. $\int_0^2 \frac{1}{1+\sqrt{x+2}} dx$ 12. $\int_1^e x^2 \log(x) dx$

(3) Calcolare le seguenti aree tramite calcolo integrale

- i) L'area della zona compresa tra il grafico di $\cos(x)$ e l'asse x dove x varia tra 0 e π .
- ii) L'area del triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,1)$ e $(2,0)$.
- iii) L'area del triangolo di vertici $(0,1)$, $(1,2)$ e $(2,1)$.
- iv) L'area della zona che si trova al di sotto della bisettrice del primo e del terzo quadrante e sopra la parabola $y = x^2$.
- v) L'area del triangolo di vertici $(0,0)$, $(2,2)$ e $(1,2)$.
- vi) L'area del quadrilatero di vertici $(0,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$ e $(2,1)$.
- vii) L'area della zona compresa tra il grafico di

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 2, \\ -x+3, & x > 2. \end{cases}$$

dove x varia tra 0 e 4.

- viii) L'area della zona compresa tra il grafico di $f(x) = x^2+1$ e $g(x) = e^{-\sqrt{x}}$.

ESERCIZIO: Studiare le seguenti serie. In particolare stabilire il carattere per le serie a termini non negativi e convergenza assoluta e semplice per serie a segno variabile:

$$1. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\log(2)3^k k!}{k^k};$$

$$2. \sum_{k=1}^{\infty} \left(e^{\frac{2k^2+1}{2k^2+k+2}} - e \right);$$

$$3. \sum_{k=1}^{\infty} \log \left(\frac{k^2+k}{k^2+k-1} \right)^{\frac{1}{k}};$$

$$4. \sum_{k=1}^{\infty} \log(k) \sin \left(\frac{1}{k} \right) \log \left(\frac{k^2+k}{k^2+1} \right);$$

$$5. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k k}{k^2+1};$$

$$6. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{(k^2+k) \log^k(k+1)};$$

$$7. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos(k\pi)}{k^2+k};$$

$$8. \sum_{k=1}^{\infty} \sin(k) \log \left(\frac{1+k^2}{k^2} \right) (e^{\frac{1}{k}} - 1);$$

$$9. \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{k^2}} - 1 \right) (k+2);$$

$$10. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{4^{k+2}}{5^k};$$

Esercizio 1

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int (x^3 + 1)^3 x^2 dx$$

Esercizio 2

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1}{(2x + 1)^2 + 2} dx$$

Esercizio 3

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\log x}{(x + 1)^2} dx$$

Esercizio 4

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \tan^2 x dx$$

Esercizio 5

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\cos^3 x}{\sin x + 1} dx$$

Esercizio 6

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{2}{4x^2 + 2} dx$$

Esercizio 7

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{3x+1}{3x^2+2x+4} dx$$

Esercizio 8

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{13x+1}{x^2-2x+1} dx$$

Esercizio 9

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x}{x^2+2x+3} dx$$

Esercizio 10

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int x \tan^2 x dx$$

Esercizio 11

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \log(1+\cos x) \cos x \sin x$$

Esercizio 12

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1}{\cos x} dx$$

Esercizio 13

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \sqrt{3-x^2} dx$$

Esercizio 14

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\sqrt{x+1}}{x+3} dx$$

Esercizio 15

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int (x+1) \arctan x dx$$

Esercizio 16

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{3e^x}{e^{2x} - 4e^x + 3} dx$$

Esercizio 17

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x \tan x}{\sin^2 x \cot x} dx$$

Esercizio 18

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1}{\tan^2 x + 1} dx$$

Esercizio 19

Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 \sqrt{2-x^2} dx$$

Esercizio 20

Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_1^{16} e^{-\sqrt{x}} dx$$