Il triangolo di Tartaglia-Pascal

(i coefficienti binomiali non nulli)

$$\forall n, k \in \mathbb{N} \left(\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} \right)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 \\ 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1$$

 $k=0 \\ k=1 \\ k=2 \\ k=3 \\ n=1 - - - - - - 1 \\ k=5 \\ n=2 - - - - - 1 - 2 - 1 \\ k=6 \\ n=3 - - - - - 1 - 2 - 1 \\ k=6 \\ n=4 - - - - 1 - 4 - -6 - 4 - -1 \\ k=8 \\ n=5 - - - - - - 1 - 5 - 10 - 10 - 5 - 1 \\ k=9 \\ n=6 - - - - - 1 - 6 - 15 - 20 - 15 - 6 - -1 \\ n=8 - - - - - 1 - 8 - 28 - 56 - 70 - 56 - 28 - 8 - 1 \\ n=9 - - - - - 1 - 9 - 36 - 84 - 126 - 126 - 84 - 36 - 9 - 1 \\ n=10 - - - - 1 - 10 - 45 - 120 - 210 - 252 - 210 - 120 - 45 - 10 - 1 \\ n=11 - - - - - 1 - - 11 - 55 - 165 - 330 - 462 - 462 - 330 - 165 - 55 - 11 - 1 \\ n=12 - - - - 1 - - 12 - 66 - 220 - 495 - 792 - 924 - 792 - 495 - 220 - 66 - 12 - 1$