

Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati I

15/07/2011

Tempo a disposizione: 3 ore.

1. Dimostrare per esteso, ricavando le costanti necessarie, le relazioni asintotiche sotto riportate:

(a) $n \cdot \log n - 10 \cdot n + 4 = \Omega(2 \cdot n \cdot \log n)$

(b) $2 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 3 = O(n^2 - n + 7)$.

2. Si calcoli, svolgendo per esteso il ragionamento seguito, il tempo di esecuzione dell'algoritmo sotto riportato.

1 ALGORITMO(n)

1 $k = 1$

2 $t = 0$

3 $s = 1$

4 **while** $k \leq n$ **do**

5 $j = k$

6 **while** $j \leq n$ **do**

7 $s = j + k$

8 $j = 2 \cdot j$

9 $t = t + 1$

10 $k = 2 \cdot k$

11 **return** $s + t$

3. Sia dato un albero binario di ricerca T , i cui nodi contengano esclusivamente una chiave intera, un puntatore al figlio sinistro e uno al figlio destro. Sia dato, inoltre, un array A contenente possibili chiavi intere ordinate in modo crescente.

Si definisca un algoritmo ricorsivo efficiente che cancelli dall'albero T tutti i nodi che sono a distanza $h \geq 1$ dalla radice dell'albero fornito in ingresso e che contengono una chiave presente nell'array A .

Nota: Non è possibile utilizzare parametri passati per riferimento né variabili globali.

4. Sia dato un grafo orientato $G = (V, E)$ e un insieme $A \subseteq V$. Si definisca la distanza di $v \in V$ da A quel valore k tale che:

- $\delta(x, v) = k$ per qualche $x \in A$ e
- $\delta(y, v) \geq k$ per ogni $y \in A$.

dove $\delta(x, y)$ denota l'usuale funzione di distanza tra i vertici x e y nel grafo G . Si definisca un algoritmo che, in tempo $O(|V| + |E|)$, calcoli la distanza di un vertice $v \in V$ dall'insieme A .