

Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati I

23/02/2012

Tempo a disposizione: 3 ore.

1. Dimostrare per esteso la verità o la falsità delle seguenti affermazioni:

(a) $n^2 = \Omega\left(n^{\log_2 4/5} \cdot 5^{\log_2 n}\right)$;

(b) Si assuma che f e g siano funzioni asintoticamente crescenti e positive. Allora:

$$\log(f(n)) = \Theta(g(n)) \text{ implica } f(n) = \Theta\left(2^{g(n)}\right).$$

2. Si calcoli, mostrando per esteso il procedimento seguito, il tempo di esecuzione dell'algoritmo sotto riportato.

```
1 ALGO( $n$ )
1   $y = 2^n$ 
2   $i = n$ 
3   $x = \log_2 y$ 
4  while  $x > 1$  do
     $y = y * 2^x$ 
5    while  $y > 2^x$  do
6       $i = i + 2$ 
7       $y = y/2$ 
8     $x = x/2$ 
9  return  $i$ 
```

3. Si definisca un algoritmo ricorsivo efficiente che, dati un albero binario di ricerca T (i cui nodi contengono esclusivamente un campo chiave, un campo figlio sinistro e un campo figlio destro), un intero positivo $x > 0$ e un valore k , cancelli da T il nodo che soddisfa la seguente proprietà:

contiene la più grande chiave minore di k che si trova in T a profondità non minore di x .

Nota: non è ammesso l'utilizzo del passaggio di parametri per riferimento né l'impiego di variabili globali.

4. Si consideri un grafo $G = (V, E)$ e un sottoinsieme $A \subseteq V$ di vertici e si definisca distanza $\delta(v, A)$ di un vertice v dall'insieme A come la minima tra le distanze del vertice v da un vertice di A . Formalmente, $\delta(v, A) = \min\{\delta(v, a) \mid a \in A\}$.

Dato un grafo $G = (V, E)$ rappresentato tramite liste di adiacenza, un insieme A di vertici di G rappresentato come una lista puntata e due vertici u e v , si scriva lo pseudocodice di un algoritmo che, in tempo lineare sulla dimensione di G (quindi indipendentemente dalla dimensione del sottoinsieme A) verifichi se i due vertici u e v sono alla stessa distanza da A .