

Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati I

22/06/2011

Tempo a disposizione: 3 ore.

1. Dimostrare per esteso, ricavando le costanti necessarie, le relazioni asintotiche sotto riportate:

(a) $n \log_2 n - 3n - 18 = \Omega(n)$;

(b) $3n^2 + 2n + 3 = \Theta(n^2 - 7)$.

2. Si derivi, mostrando per esteso il procedimento seguito, l'equazione di ricorrenza per la funzione $T(n)$ che descrive il tempo di esecuzione dell'algoritmo sotto riportato. Si risolva, poi, l'equazione, individuando la stima asintotica più vicina possibile a $T(n)$.

```
1 ALGO(n)
2 if n ≤ 2 then return(0)
3 else
4   y = ALGO(n/3)
5   i = 2^n
6   while i ≥ 2 do
7     j = ⌊½ log₂ i⌋
8     while j > 0 do
9       i = i/2
10      j = j-1
11   z = ALGO(n/2)
12   return (z+y)
```

3. Sia dato un albero binario di ricerca T , i cui nodi contengano esclusivamente una chiave intera, un puntatore al figlio sinistro e uno al figlio destro.

Si definisca un algoritmo ricorsivo efficiente che, dati i valori interi $h_1 \geq 1, h_2 \geq 1, k_1 \geq 0, k_2 \geq 0$, cancelli dall'albero T tutti i nodi che, nell'albero originale fornito in ingresso, soddisfano la seguente proprietà:

hanno chiave k pari tale che $k_1 \leq k \leq k_2$ e sono radici di sottoalberi il cui percorso esterno ha lunghezza h che soddisfa $h_1 \leq h \leq h_2$.

Si ricorda che la *lunghezza del percorso esterno* in un albero radicato nel nodo x è la somma delle lunghezze dei percorsi da x ad una foglia.

Nota: Non è possibile utilizzare parametri passati per riferimento né variabili globali.

4. Si supponga di voler disporre in una fila indiana n persone. Si ha a disposizione un insieme A di m affermazioni del tipo *la persona i detesta la persona j* . Se i detesta j , allora si vuole evitare di mettere i dietro a j . Definire un algoritmo che verifichi se è possibile disporre le persone in fila in modo che *nessuna persona stia davanti ad una persona che le detesta* e, in caso affermativo, produca una tale disposizione. L'algoritmo deve avere complessità $O(n + m)$.