Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati I (Gruppo I) 22/01/2010

Tempo a disposizione: 3 ore.

1. Siano f(n) e g(n) due funzioni asintoticamente positive e crescenti. Dimostrare la verità o la falsità della seguente affermazione:

$$log(f(n) \cdot g(n)) = O(max\{log f(n), log g(n)\})$$

2. Risolvere la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n \le 1 \\ 7T(n/2) + n^3 \log n & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

3. Scrivere un algoritmo ricorsivo efficiente che cancelli da un Albero Binario di Ricerca T (i cui nodi contengono solo il campo chiave, figlio destro e figlio sinistro) ogni nodo, diverso dalla radice dell'albero, che soddisfa la sequente proprietà:

"contiene una chiave pari minore di k ed è radice di un sottoalbero di altezza minore di H"

dove H è un valore fornito in ingresso. Si noti che la proprietà dei nodi da cancellare è da intendersi rispetto all'albero originario T in ingresso. Non è ammesso l'uso di variabili globali né di passaggio di parametri per riferimento.

4. Dato un grafo orientato G e un vertice s di G, scrivere un algoritmo che in tempo lineare sulla dimensione del grafo, stampi, senza ripetizioni, tutti i vertici di G che o raggiungono s o sono da s raggiungibili.