Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati I
20/06/2008

Tempo a disposizione: 3 ore.

1. [6 punti] Si domostri la verità o la falsità della seguente affermazione:

   se $2^{f(n)} = \Theta(g(n))$ e $g(n) = \Theta(h(n)^k)$ per una qualche costante $k > 0$, allora
   $$f(n) = \Theta(log\, h(n))$$

2. [5 punti] Sia data la seguente equazione di ricorrenza:

   $$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1 \\ 4\,T(n/4) + \sqrt{n} & \text{se } n > 2 \end{cases}$$

   Trovare la stima asintotica più vicina possibile a $T(n)$.

3. [10 punti] Sia dato un albero binario di ricerca T in cui ogni nodo contiene esclusivamente un campo per la chiave, uno per il puntatore al figlio destro e uno per il figlio sinistro. Siano inoltre dati in ingresso un possibile valore di chiave k e due valori l_1 e l_2 (con $l_1 \leq l_2$). Scrivere un algoritmo ricorsivo efficiente che cerchi e stacchi, se esiste, quel "**nodo dell'albero T che, tra i nodi che si trovano ad un livello di profondità esterno all'intervallo $[l_1, l_2]$ e che sono diversi dalla radice di T, contiene la chiave più vicina possibile a k ma maggiore di k**".

   L'algoritmo dovrà ritornare il riferimento al nodo cercato, se esso esiste. Non è ammesso l'uso di passaggio di parametri per riferimento né l'impiego di variabili globali.

4. [9 punti] Sia dato un grafo orientato $G = \langle V, E\rangle$, rappresentato tramite liste di adiacenza. Si definisca un algoritmo che verifichi in tempo lineare sulla dimensione del grafo se è vero che esiste un vertice $v \in V$ tale che:

   - se $u \in V$ allora $u \overset{\pi}{\rightsquigarrow} v$ per qualche percorso π;
   - per ogni $z \in V$, $v \overset{\lambda}{\rightsquigarrow} z$ per qualche percorso λ;