

Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati I

22/09/2011

Tempo a disposizione: 3 ore.

1. Dimostrare per esteso, ricavando le costanti necessarie, le relazioni asintotiche sotto riportate:

(a) $2n = O(n - 3 \log_2 n)$;

(b) $3n^3 - 6n^2 + 8n = \Theta(n^3)$.

2. Si calcoli, mostrando per esteso il procedimento seguito, il tempo di esecuzione dell'algoritmo sotto riportato.

1 ALGO(n)

1 $i = 4$

2 $z = 0$

3 while $i < n$ do

$j = \frac{i}{2}$

4 while $j \geq 1$ do

5 $i = i + 2$

6 $z = z + 1$

7 $j = j - 2$

8 $i = 2 \cdot i$

9 return (z)

3. Sia dato un albero binario T (i cui nodi contengono esclusivamente una chiave intera, un puntatore al figlio sinistro e uno al figlio destro) che sia parzialmente ordinato, cioè tale che ogni nodo di T contiene una chiave non minore delle chiavi di entrambi i suoi figli.

Si definisca un algoritmo ricorsivo efficiente che, dati i valori interi $k_1 \leq k_2$ e un valore intero x , cancelli dall'albero T tutti i nodi che, nell'albero originale T fornito in ingresso, soddisfano la seguente proprietà:

hanno chiave k pari e tale che $k_1 \leq k \leq k_2$, e sono radici di sottoalberi contenenti almeno x nodi con chiave compresa tra k_1 e k_2 .

Nota: Non è possibile utilizzare parametri passati per riferimento né variabili globali.

4. Sia dato un grafo $G = (V, E)$ rappresentato tramite liste di adiacenza. Si definisca un **algoritmo iterativo** che verifichi se G è aciclico o no. In caso la risposta sia negativa, l'algoritmo deve fornire in output un possibile percorso contenente un ciclo. Il tempo impiegato dall'algoritmo deve essere $O(|V| + |E|)$.

