

# Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati I

11/09/2012

1. Siano  $f$ ,  $g$ ,  $h$  e  $t$  funzioni asintoticamente positive e crescenti. Dimostrare la verità o la falsità della seguente affermazione:

$$\text{se } \log \left( \frac{f(n)}{t(n)} \right) = \Theta(\log g(n)) \text{ e } \frac{h(n)}{f(n)} = \Theta \left( \frac{t(n)}{g(n)} \right), \text{ allora } h(n) = \Theta(t^2(n)).$$

2. Sia dato il seguente algoritmo:

```
ALGORITMO(n)
  x = 2
  while x < n3 do
    y = x/2
    while y < x do
      y = y + 2
      x = x + 1
    x = x * 2
  return(x)
```

Si calcoli la stima asintotica *più vicina possibile* alla funzione  $T(n)$  che descrive il tempo di esecuzione dell'algoritmo.

3. Sia dato un albero binario di ricerca  $T$ , i cui nodi contengano esclusivamente una chiave intera, un puntatore al figlio sinistro e uno al figlio destro. Si definisca un algoritmo ricorsivo efficiente che, dati cinque valori interi  $h_1 \geq 1$ ,  $h_2 \geq 1$ ,  $n_1 \geq 0$ ,  $n_2 \geq 0$  e  $k$ , cancelli dall'albero  $T$  tutti i nodi che, nell'albero in ingresso, soddisfano la seguente proprietà:

*ha chiave pari minore di  $k$ , la sua distanza dalla radice è compresa tra i valori  $h_1$  e  $h_2$  ed è radice di un sottoalbero i cui nodi con chiave minore di  $k$  sono in numero compreso tra  $n_1$  e  $n_2$ .*

**Nota:** Non è possibile utilizzare parametri passati per riferimento nè variabili globali.

4. Sia dato un grafo orientato  $G$ . Sia  $VAL[\cdot]$  un array che associa ad ogni vertice  $v$  un *valore* intero  $VAL[v]$ . Si definisca un algoritmo che, in tempo **lineare** sulla dimensione del grafo  $G$ , verifichi se esistono due vertici  $u$  e  $z$  tali che:  $VAL[u]$  sia pari,  $VAL[z]$  sia dispari e che siano tra loro reciprocamente raggiungibili.