

# Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati I

## (12/02/2008)

**Tempo a disposizione: 3 ore.**

1. [7 punti] Siano  $f(n)$  e  $g(n)$  due funzioni asintoticamente positive e crescenti. Dimostrare la verità o la falsità della seguente affermazione:

$$\log(f(n) \cdot g(n)) = O(\max\{\log f(n), \log g(n)\})$$

2. [6 punti] Si consideri la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1 \\ 17T(n/2) + n^4 & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

Trovare la stima più vicina possibile a  $T(n)$ .

3. [10 punti] Si consideri un albero binario  $T$  che soddisfa la seguente proprietà: *il valore della chiave di ogni nodo è non minore del valore delle chiavi dei suoi due figli.*

Si definisca un algoritmo ricorsivo che dato (il riferimento a) l'albero  $T$  e due valori di chiave  $k_{min}$  e  $k_{max}$  (con  $k_{min} < k_{max}$ ), cancelli dall'albero  $T$  tutti i nodi con chiave compresa tra  $k_{min}$  e  $k_{max}$ , preservando la proprietà sopra riportata.

**Suggerimento:** Può risultare utile sviluppare un algoritmo ricorsivo di appoggio che esegua la cancellazione della radice di un (sotto) albero del tipo descritto sopra e ritorni l'albero risultante.

4. [7 punti] Si definisca un algoritmo che, dato in ingresso un grafo  $G$  arbitrario e un vertice qualsiasi  $v$ , trasformi il grafo in ingresso nell'albero radicato in  $v$  dei percorsi minimi che si dipartono da  $v$ .