

LÓGICA MATEMÁTICA

Professora: Izabel Cristina



TABELA VERDADE DA NEGAÇÃO

O símbolo que representa a **negação** é uma pequena cantoneira (**¬**) ou um sinal de til (**~**), antecedendo a frase.

p	~p
V	F
F	V

NEGAÇÃO DE UMA PROPOSIÇÃO COMPOSTA

- **Negação de uma proposição conjuntiva: $\sim (p \text{ e } q)$**

Para negar uma proposição no formato de conjunção **(p e q)**, faremos o seguinte:

- 1. Negaremos a primeira parte ($\sim p$);**
- 2. Negaremos a segunda parte ($\sim q$);**
- 3. Trocaremos E por OU.**

Segue exemplo:

“Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista”

1. Nega-se a primeira parte ($\sim p$) = **João não é médico;**
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = **Pedro não é dentista;**
3. Troca-se E por OU, e o resultado final será o seguinte:

JOÃO NÃO É MÉDICO OU PEDRO NÃO É DENTISTA

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim (p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

Para chegar à essa conclusão vamos fazer a comparação entre as tabelas verdade das duas proposições acima.

Primeiro vamos desenvolver a tabela verdade do $(p \wedge q)$.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Em seguida construiremos a coluna que é a negativa $\sim (p \wedge q)$. Logo, o que é **verdadeiro** vira **falso**, e o que é **falso** vira **verdadeiro**.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Agora, será feita a tabela verdade das duas negativas, de **p** e de **q**.

p	q	~p	~q
V	V	F	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Passamos à coluna final: **~p v ~q**. A **disjunção** é a estrutura do **ou**. Para ser **verdadeira** basta que uma das sentenças também o seja.

p	q	~p	~q	~p V ~q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Comparando as duas colunas abaixo, resultado da estrutura $(\sim p \vee \sim q)$ com a estrutura $\sim (p \wedge q)$. Teremos:

$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
F	F
V	V
V	V
V	V

Do ponto de vista lógico, para negar **p e q**, negaremos **p**, negaremos **q**, e trocaremos **e** por **ou**.

- **Negação de uma proposição disjuntiva: $\sim (p \text{ ou } q)$**

Para negar uma proposição no formato de disjunção **(p ou q)**, faremos o seguinte:

1. Negaremos a primeira parte (**$\sim p$**);
2. Negaremos a segunda parte (**$\sim q$**);
3. Trocaremos **OU** por **E**.

Segue exemplo:

“Não é verdade que Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro”

1. Nega-se a primeira parte ($\sim p$) = **Pedro não é dentista;**
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = **Paulo não é engenheiro;**
3. Troca-se OU por E, e o resultado final será o seguinte:

PEDRO NÃO É DENTISTA E PAULO NÃO É ENGENHEIRO

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim (p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Para chegar à essa conclusão vamos fazer a comparação entre as tabelas verdade das duas proposições acima.

Colocando a tabela verdade de $p \vee q$, e fazendo a negação da coluna da **disjunção**, teremos:

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Construindo as colunas de negações de p e q , fazendo a conjunção $\sim p$ e $\sim q$, teremos os seguintes resultados:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Comparando as duas colunas abaixo, resultado da estrutura $(\sim p \wedge \sim q)$ com a estrutura $\sim (p \vee q)$. Teremos:

$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
F	F
F	F
F	F
V	V

Do ponto de vista lógico, para negar "**p ou q**", negaremos **p**, negaremos **q**, e trocaremos **ou** por **e**.

- **Negação de uma proposição condicional: $\sim (p \rightarrow q)$**

Para negar uma proposição no formato de condicional, faremos o seguinte:

- 1. Mantém-se a primeira parte; e**
- 2. Nega-se a segunda parte.**

Por exemplo, como seria a negativa de:

“Se chover, então levarei o guarda-chuva”?

1. Mantendo a primeira parte: **"Chove"** E

2. Negando a segunda parte: **"eu não levo o guarda-chuva"**

Resultado final:

"Chove e eu não levo o guarda-chuva".

Na linguagem apropriada, concluimos que:

$$\sim (p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

<i>Estrutura Lógica</i>	<i>É verdade quando</i>	<i>É falso quando</i>
$p \wedge q$	p e q são, ambos, verdade	um dos dois for falso
$p \vee q$	um dos dois for verdade	p e q, ambos, são falsos
$p \rightarrow q$	Nos demais casos	p é verdade e q é falso
$p \leftrightarrow q$	p e q tiverem valores lógicos iguais	p e q tiverem valores lógicos diferentes
$\sim p$	p é falso	p é verdade

Negativa de (p e q)	$\sim p$ ou $\sim q$
Negativa de (p ou q)	$\sim p$ e $\sim q$
Negativa de (p \rightarrow q)	p e $\sim q$
Negativa de (p \leftrightarrow q)	[(p e $\sim q$) ou (q e $\sim p$)]

TABELA VERDADE

Na **tabela verdade** são colocados os valores lógicos possíveis (**verdadeiro ou falso**) para cada uma das proposições simples que formam a proposição composta e a combinação destes.

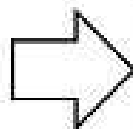
O **número de linhas** da tabela dependerá da quantidade de sentenças que compõem a proposição. A tabela verdade de uma proposição formada por **n** proposições simples terá **2^n linhas**.

Com o objetivo de colocarmos todas as possibilidades possíveis de valores lógicos na tabela, devemos preencher cada coluna com **2^{n-k} valores verdadeiros** seguidos de **2^{n-k} valores falsos**, com **k** variando de **1** até **n**.

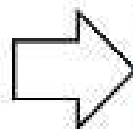
3 proposições simples $\rightarrow n = 3$
 $2^3 = 8 \rightarrow$ tabela com 8 linhas

Conectivo "e" \rightarrow verdadeiro apenas quando todas forem verdadeiras

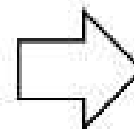
p	q	r	$p \wedge q \wedge r$
V			
V			
V			
V			
F			
F			
F			
F			



p	q	r	$p \wedge q \wedge r$
V	V		
V	V		
V	F		
V	F		
F	V		
F	V		
F	F		
F	F		



p	q	r	$p \wedge q \wedge r$
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	



p	q	r	$p \wedge q \wedge r$
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

1ª coluna terá 4 verdadeiros seguidos e 4 falsos seguidos
 $(k = 1 \rightarrow 2^{3-1} = 2^2 = 4)$

2ª coluna terá 2 verdadeiros seguidos e 2 falsos seguidos
 $(k = 2 \rightarrow 2^{3-2} = 2^1 = 2)$

3ª coluna terá verdadeiro e falso alternadamente
 $(k = 3 \rightarrow 2^{3-3} = 2^0 = 1)$

Para construirmos a **tabela verdade** de uma **proposição composta** qualquer, teremos que seguir uma certa ordem de precedência dos conectivos.

Começaremos sempre trabalhando com o que houver dentro dos parênteses. Só depois, passaremos ao que houver fora deles. Em ambos os casos, sempre obedecendo à seguinte ordem:

1. Faremos as negações (\sim);
2. Faremos as conjunções ou disjunções, na ordem em que aparecerem;
3. Faremos a condicional;
4. Faremos o bicondicional.

Para construir a tabela-verdade da seguinte proposição composta:

$$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

1º passo: negação de q

p	q	$\sim q$
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

2º passo: conjunção

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

3º passo: negação de p

p	q	$\sim p$
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

4º passo: conjunção

p	q	~p	$q \wedge \sim p$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

5º passo: uma vez trabalhados os dois parênteses, faremos a disjunção que os une

$p \wedge \sim q$	$q \wedge \sim p$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
F	F	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

EXERCÍCIO

- Construir a tabela-verdade da seguinte proposição composta:

$$P(p, q, r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$$

Observações:

1. A leitura dessa proposição é a seguinte: **Se p e não q , então q ou não r .**
2. A condicional só será **falsa** se tivermos **VERDADEIRO na primeira parte e FALSO na segunda.**
3. Lembrar que existe uma ordem de precedência a ser observada, de modo que devem iniciar pelos parênteses.



+

OBRIGADO!

+

