LÓGICA MATEMÁTICA

Professora: Izabel Cristina

TABELA VERDADE DA NEGAÇÃO

O símbolo que representa a **negação** é uma pequena cantoneira **(¬)** ou um sinal de til **(~)**, antecedendo a frase.

p	~p
V	F
F	V

NEGAÇÃO DE UMA PROPOSIÇÃO COMPOSTA

- **Negação de uma proposição conjuntiva: ~ (p e q)**

Para negar uma proposição no formato de conjunção **(p e q)**, faremos o seguinte:

1. **Negaremos a primeira parte (~p);**
2. **Negaremos a segunda parte (~q);**
3. **Trocaremos E por OU**.

Segue exemplo:

"Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista"

1. Nega-se a primeira parte (~p) = João não é médico;

2. Nega-se a segunda parte (~q) = Pedro não é dentista;

3. Troca-se E por OU, e o resultado final será o seguinte:

JOÃO NÃO É MÉDICO OU PEDRO NÃO É DENTISTA

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

Para chegar à essa conclusão vamos fazer a comparação entre as tabelas verdade das duas proposições acima.

Primeiro vamos desenvolver a tabela verdade do **$(p \wedge q)$**.

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Em seguida construiremos a coluna que é a negativa **$\sim(p \wedge q)$**. Logo, o que é **verdadeiro** vira **falso**, e o que é **falso** vira **verdadeiro**.

p	q	p ∧ q	~(p ∧ q)
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Agora, será feita a tabela verdade das duas negativas, de **p** e de **q**.

p	q	~p	~q
V	V	F	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Passamos à coluna final: **~p v ~q**. A **disjunção** é a estrutura do **ou**. Para ser **verdadeira** basta que uma das sentenças também o seja.

p	q	~p	~q	~p V ~q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Comparando as duas colunas abaixo, resultado da estrutura **(~p ∨~q)** com a estrutura **~ (p ∧ q)**. Teremos:

~(p ∧ q)	~p V ~q
F	F
V	V
V	V
V	V

Do ponto de vista lógico, para negar **p e q**, negaremos **p**, negaremos **q**, e trocaremos **e** por **ou**.

- **Negação de uma proposição disjuntiva: ~ (p ou q)**

Para negar uma proposição no formato de disjunção **(p ou q)**, faremos o seguinte:

1. Negaremos a primeira parte **(~p)**;
2. Negaremos a segunda parte **(~q)**;
3. Trocaremos **OU** por **E**.

Segue exemplo:

"Não é verdade que Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro"

1. **Nega-se a primeira parte (~p) = Pedro não é dentista;**

2. **Nega-se a segunda parte (~q) = Paulo não é engenheiro;**

3. **Troca-se OU por E, e o resultado final será o seguinte:**

PEDRO NÃO É DENTISTA E PAULO NÃO É ENGENHEIRO

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Para chegar à essa conclusão vamos fazer a comparação entre as tabelas verdade das duas proposições acima.

Colocando a tabela verdade de **p v q**, e fazendo a negação da coluna da **disjunção**, teremos:

p	q	p V q	~(p V q)
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Construindo as colunas de negações de **p** e **q**, fazendo a conjunção **~p** e **~q**, teremos os seguintes resultados:

p	q	~p	~q	~p ∧ ~q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Comparando as duas colunas abaixo, resultado da estrutura **(~p ∧ ~q)** com a estrutura **~ (p v q)**. Teremos:

~(p V q)	~p ∧~q
F	F
F	F
F	F
V	V

Do ponto de vista lógico, para negar **"p ou q"**, negaremos **p**, negaremos **q**, e trocaremos **ou** por **e**.

- **Negação de uma proposição condicional: ~ (p → q)**

Para negar uma proposição no formato de condicional, faremos o seguinte:

1. Mantém-se a primeira parte; e

2. Nega-se a segunda parte.

Por exemplo, como seria a negativa de:

“Se chover, então levarei o guarda-chuva”?

1. Mantendo a primeira parte: "Chove" E

2. Negando a segunda parte: "eu não levo o guarda-chuva"

Resultado final:

"Chove e eu não levo o guarda-chuva".

Na linguagem apropriada, concluímos que:

$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

Estrutura Lógica	***É verdade quando***	***É falso quando***
p $\wedge$ **q**	**p** e **q** são, ambos, verdade	um dos dois for falso
p V q	um dos dois for verdade	**p** e **q**, ambos, são falsos
p → q	Nos demais casos	**p** é verdade e **q** é falso
p↔q	**p** e **q** tiverem valores lógicos iguais	**p** e **q** tiverem valores lógicos diferentes
~p	**p** é falso	**p** é verdade

Negativa de (p e q)	**~p ou ~q**
Negativa de (p ou q)	**~p e ~q**
Negativa de (p → q)	**p e ~q**
Negativa de (p↔q)	**[(p e ~q) ou (q e ~p)]**

TABELA VERDADE

Na **tabela verdade** são colocados os valores lógicos possíveis (**verdadeiro ou falso**) para cada uma das proposições simples que formam a proposição composta e a combinação destes.

O **número de linhas** da tabela dependerá da quantidade de sentenças que compõem a proposição. A tabela verdade de uma proposição formada por **n** proposições simples terá **2^n linhas**.

Com o objetivo de colocarmos todas as possibilidades possíveis de valores lógicos na tabela, devemos preencher cada coluna com **2^{n-k}** valores **verdadeiros** seguidos de **2^{n-k}** valores **falsos**, com **k** variando de **1** até **n**.

3 proposições simples → n = 3
$2^3 = 8$ → tabela com 8 linhas

Conectivo "e" → verdadeiro apenas quando todas forem verdadeiras

p	q	r	p^q^r
V			
V			
V			
V			
F			
F			
F			
F			

p	q	r	p^q^r
V	V		
V	V		
V	F		
V	F		
F	V		
F	V		
F	F		
F	F		

p	q	r	p^q^r
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

p	q	r	p^q^r
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

1ª coluna terá 4 verdadeiros seguidos e 4 falsos seguidos
($k = 1 \rightarrow 2^{3-1} = 2^2 = 4$)

2ª coluna terá 2 verdadeiros seguidos e 2 falsos seguidos
($k = 2 \rightarrow 2^{3-2} = 2^1 = 2$)

3ª coluna terá verdadeiro e falso alternadamente
($k = 3 \rightarrow 2^{3-3} = 2^0 = 1$)

Para construirmos a **tabela verdade** de uma **proposição composta** qualquer, teremos que seguir uma certa ordem de precedência dos conectivos.

Começaremos sempre trabalhando com o que houver dentro dos parênteses. Só depois, passaremos ao que houver fora deles. Em ambos os casos, sempre obedecendo à seguinte ordem:

1. Faremos as negações (~);

2. Faremos as conjunções ou disjunções, na ordem em que aparecerem;

3. Faremos a condicional;

4. Faremos o bicondicional.

Para construir a tabela-verdade da seguinte proposição composta:

$P(p, q) = (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

1º passo: negação de q

p	q	~q
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

2º passo: conjunção

p	q	~q	p∧~q
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

3º passo: negação de p

p	q	~p
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

4º passo: conjunção

p	q	~p	q∧~p
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

5º passo: uma vez trabalhados os dois parênteses, faremos a disjunção que os une

p∧~q	q∧~p	(p∧~q)V(q∧~p)
F	F	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

EXERCÍCIO

- Construir a tabela-verdade da seguinte proposição composta:

$$\mathbf{P\,(p,\,q,\,r) = (p \wedge {\sim}q) \rightarrow (q \vee {\sim}r)}$$

<u>Observações:</u>

1. *A leitura dessa proposição é a seguinte: **Se p e não q, então q ou não r**.*
2. *A condicional só será **falsa** se tivermos **VERDADEIRO na primeira parte** e **FALSO na segunda**.*
3. *Lembrar que existe uma ordem de precedência a ser observada, de modo que devem iniciar pelos parênteses.*

OBRIGADO!