4

Variabili casuali: densità e distribuzioni

Nel precedente capitolo abbiamo visto come calcolare la distribuzione di frequenza di una determinata variabile e come rappresentarla graficamente. Se potessimo disporre di un numero infinito di realizzazioni (cioè se $n \to \infty$) se si considerasse un'ampiezza delle classi infinitamente piccole avremmo a disposizione la funzione di densità della variabile casuale (v.c.) sottostante. La funzione di densità $f(x)$ di una variabile casuale continua definisce la (densità di) probabilità che la variabile casuale assuma valore x. Similmente, la funzione di ripartizione $F(x)$ è la probabilità che la variabile casuale assuma valori minori o uguali a x

$$F(x) = \Pr(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

La funzione di ripartizione si ottiene facendo l'integrale della densità nell'intervallo $(-\infty;\ x]$. Spesso in statistica l'obiettivo è trovare la distribuzione teorica che ha generato la distribuzione empirica osservata. Altre volte un determinato test statistico, indipendentemente dalla distribuzione dell'universo di riferimento presenta una determinata distribuzione. L'obiettivo del presente capitolo è presentare una lista delle distribuzioni che verranno utilizzate nei capitoli successivi. Per ogni distribuzione si illustra come calcolare la funzione di densità, la funzione di ripartizione, i quantili e come generare numeri casuali da questa distribuzione.

4.1 La variabile Gaussiana o normale

La variabile aleatoria di maggiore importanza in statistica è la v.a. Gaussiana (da K. Gauss), chiamata anche v.a. normale, essendo il modello idoneo a rappresentare la categoria più vasta di distribuzioni di probabilità. Tale variabile aleatoria dovrebbe già essere nota dai corsi di statistica di base. L'obiettivo di questa sezione è quello di esaminare alcune proprietà della v.c. Gaussiana, riprendendo concetti già noti, utilizzando le funzioni di MATLAB.

Indicando la variabile casuale con una lettera maiuscola, ad esempio con X, si ricorda che l'espressione analitica della densità di una v.c. X, con legge normale, è la seguente

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right), \qquad (4.1)$$