
Thesis Title

Subject title

Aarhus Institute of Technology

Author: *Morten Høgsberg*

Date: October 23, 2021

Del 1

Vi har fundet et lydclip af vindmølle støj med en sampling frekvens på 48kHz og et lydclip af en PC blæser med en sampling frekvens på 44.1kHz. Udvalgte 10 sekunder af disse filer er plottet i Figure 1 og Figure 2.

Det kan ses at vindmøllen svinger i lydstyrke ca. en gang hvert 1.5 sekund, mens blæseren kører med en mere konstant (og lavere) lydstyrke.

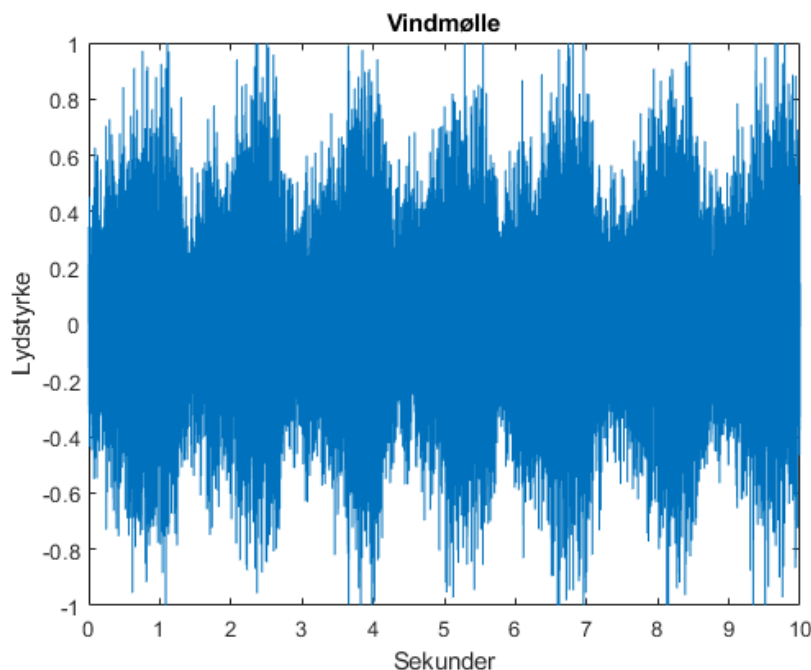


Figure 1: 10s lyd fra vindmølle

Ud fra sampling frekvenserne kan man beregne frekvensopløsningen med

$$\Delta f = \frac{f_{sample}}{N}$$

hvor N er antal samples, og derfor også antallet af frekvens bins. Da begge lydclip er 10 sekunder består de af $f_{sample} * 10$ samples, hvorfor samplefrekvensen bliver:

$$\Delta f = \frac{f_{sample}}{f_{sample} * 10} = 0.1 Hz$$

For vindmøllen, med $f_{sample} = 48000$ og $N = 480000$: $\Delta f_{wm} = \frac{48000}{480000} = 0.1 Hz$.

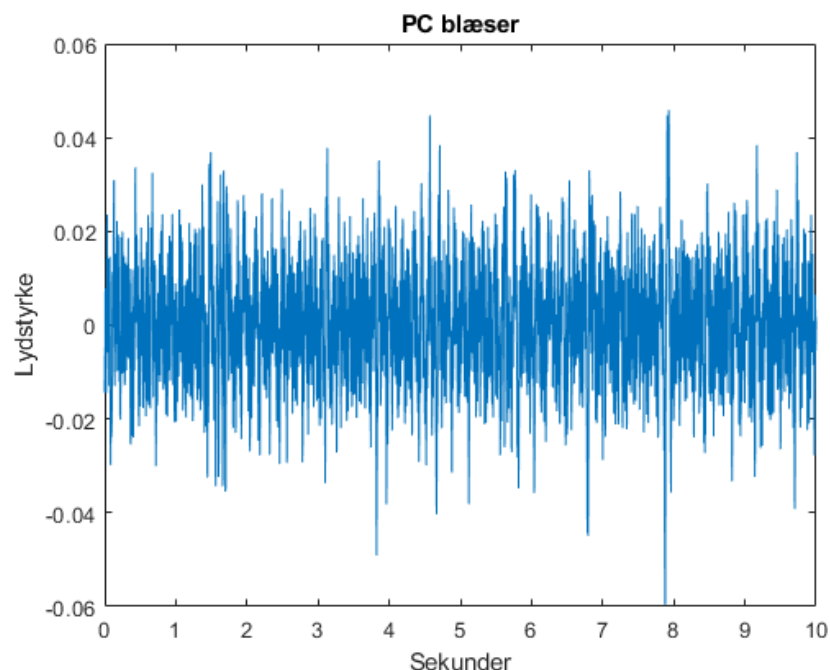


Figure 2: 10s lyd fra PC blæser

Del 2

Figure 3 og Figure 4 viser frekvensspektret for de to lydclip. Det ses at begge spektre har samme bue form, dog med forskellige toppunkter (vindmøllen topper ved ca. 200 Hz, mens blæseren topper ved 10Hz), og at vindmøllens spektrum topper ved en højere frekvens end PC blæserens spektrum. Der er også adskillige peaks i de to spektre. Vindmøllen har to kraftige bredde peaks ved ca. 10 og 100 Hz, samt flere mindre og smallere peaks, mens blæseren har en enkelt kraftig, men tynd peak ved ca 40Hz.

Del 3

Til at udregne lavfrekvens- og højfrekvens-energi bruges ligningerne:

$$E_{low} = \frac{2}{N} \sum_{f=0}^{80Hz} |X(f)|^2$$

$$E_{high} = \frac{2}{N} \sum_{f=80Hz}^{max} |X(f)|^2$$

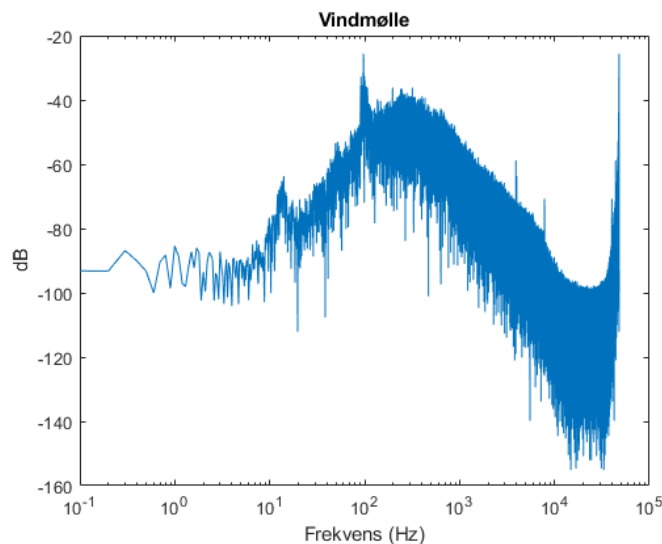


Figure 3: Frekvens spektrum af vindmølle

For vindmøllen giver det: $E_{low} = 129.6$ og $E_{high} = 66934$, mens de for blæseren giver $E_{low} = 59.04$ og $E_{high} = 65.81$.

For vindmøllen fås $\frac{E_{low}}{E_{high}} = 0.0019$ og for PC blæseren $\frac{E_{low}}{E_{high}} = 0.8972$.

I begge tilfælde ses det at der er mere energi i de høje frekvenser, end i de lave, og at der for vindmøllen er meget mere energi ved høje frekvenser. Dette ses ved at frekvens spektret topes over 80Hz, mens PC blæseren har energien mere ligeligt fordelt.

Del 4

Hvis signalet forkortes vil de laveste frekvenser ikke kunne medregnes, da de ville blive mindre end frekvens opløsningen. Dette forventes at forskyde energiforholdet mod mere højfrekvent energi. Tilsvarende kan en forlængelse af signalet forventes at ændre forholdet til fordel for den lavfrekvente energi, da lavere frekvenser nu kan medregnes. Det er dog usandsynligt at en ændring vil kunne måles, da energien i de lave frekvenser er lille.

For vindmøllen viser det målte energi forhold at det meste energi er i frekvenser over 80Hz, så med mindre der er en enorm mængde energi med frekvenser under 0.1 Hz vil det ikke forventes en betydelig ændring.

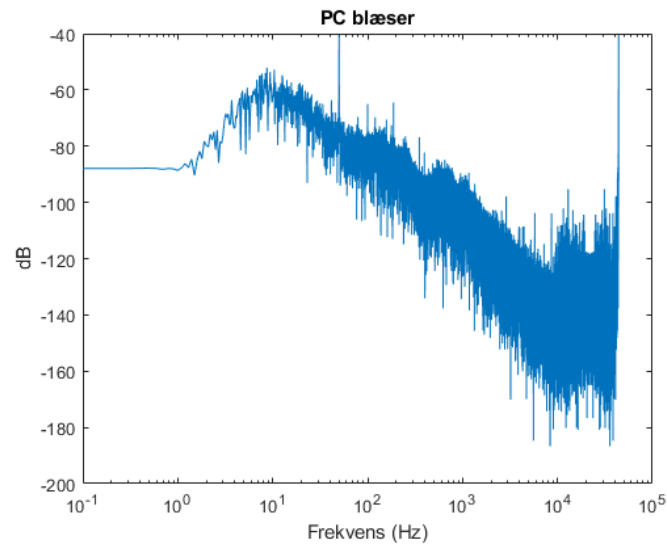


Figure 4: Frekvens spektrum af PC blæser

Opgave 5

Vi har hentet et lydclip af en DTMF telefon hvor taste styk giver forskellige lyde alt efter hvad for en tast man tyrkker på, DFT plottet og det udglattede plot ses i figur Figure 5.

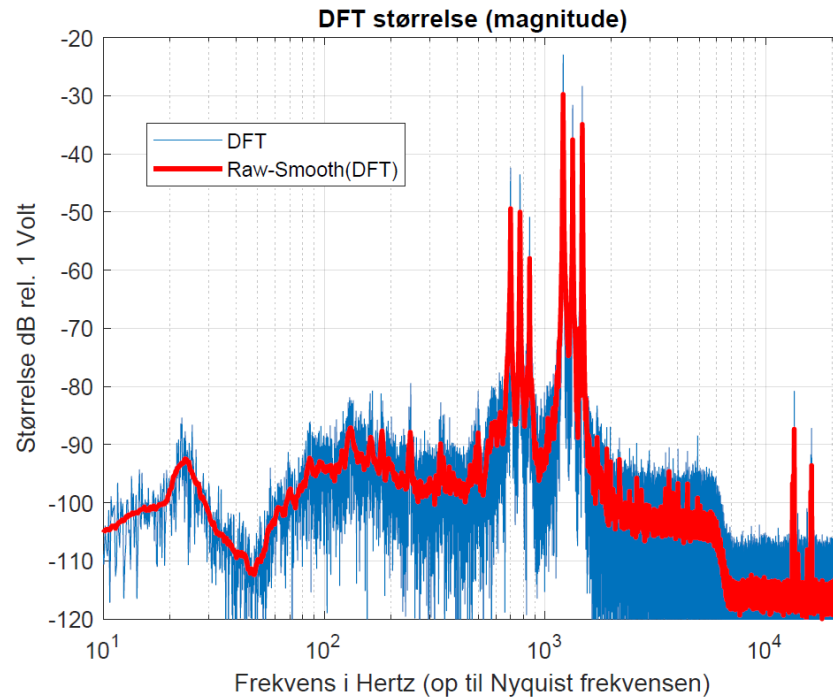


Figure 5: DFT i blå og et udglatning (raw smooth) af DFT i rød

Hertil har vi googlet os frem til at DTFM lyd tonerne er lavet ud af en blanding af to fundamentale toner, på figur Figure 6 ses blandings matricen for DTFM toner.

	1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz	1633 Hz
697 Hz	1	2	3	(A)
770 Hz	4	5	6	(B)
852 Hz	7	8	9	(C)
941 Hz	*	0	#	(D)

Figure 6: Blandings matricen for DTMF toner (kilde:<https://da.wikipedia.org/wiki/DTMF>)

Vi kan nu indetifiser de 6 fundamentale toner i telefon lydklippet. På figur Figure 7 ses det område på DFT plottet hvor de 6 fundamentale toner er fundet.

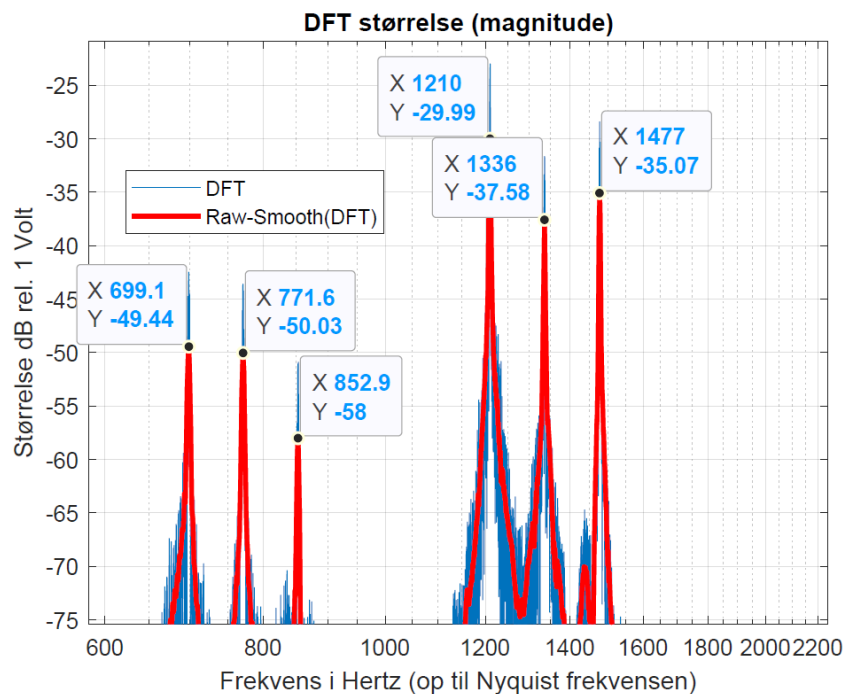


Figure 7: Zoom af det specifikke område hvor de 6 fundamentale DTMF blandings toner er identificeret. DFT i blå og et udglatning (raw-smooth) af DFT i rød

Vi aflæser at de 6 peaks på figur Figure 7 svare til følgende frekvenser: ca. 699 , 771, 852, 1210, 1336, 1477. Dette passer meget godt med de angivene fundamentale blandingsfrekvenser.

Opgave 6

Her undersøger vi tre forskellige lydclip, vinglas knipset, kompressor og musik clip.

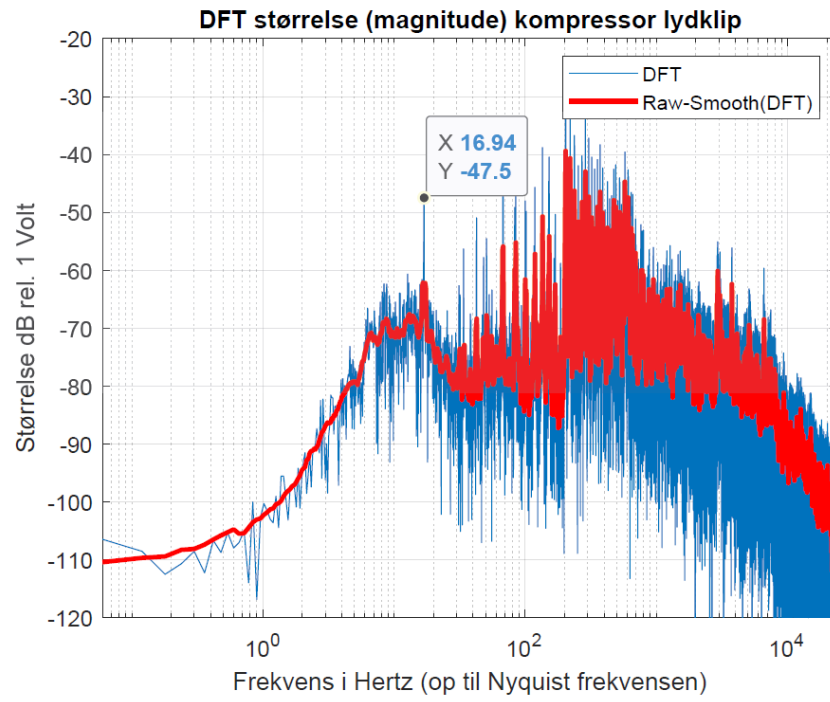


Figure 8: DFT i blå og et udglatning (raw smooth) af DFT i rød, hvor kompressor pumpen hadstigheden på 16Hz

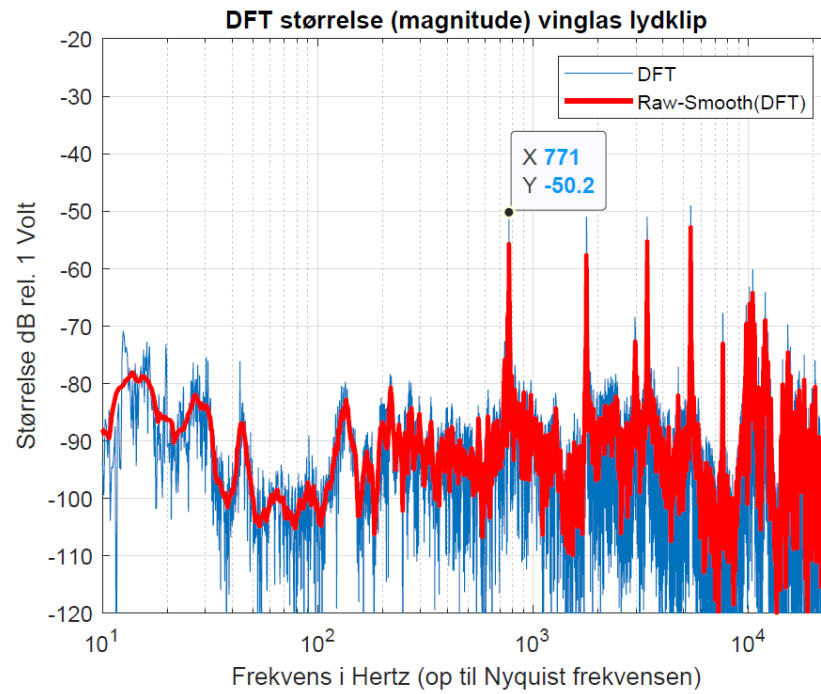


Figure 9: DFT i blå og et udglatning (raw smooth) af DFT i rød, hvor vinglas egenfrekvensen på 771Hz

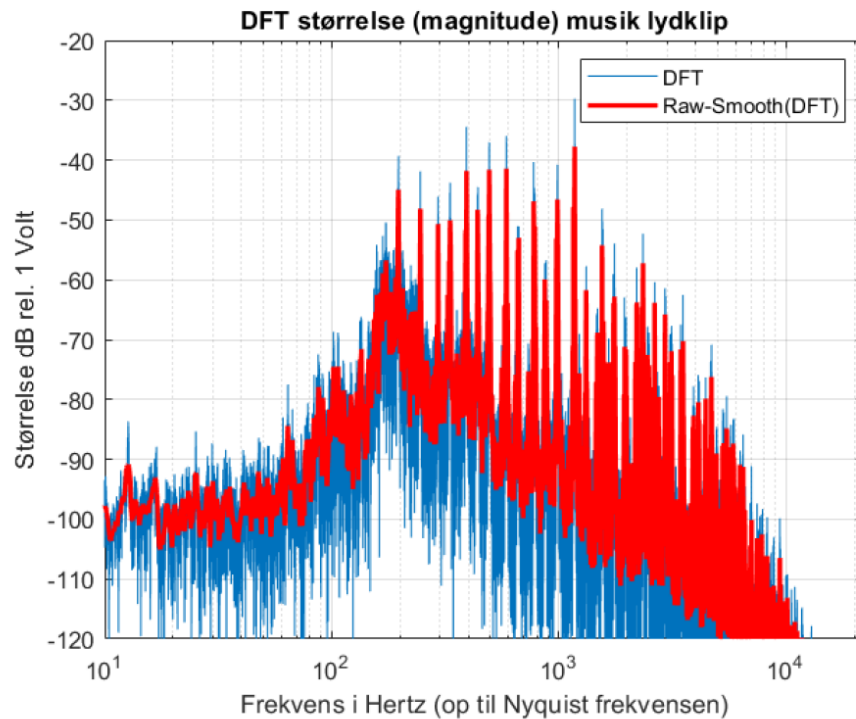


Figure 10: DFT i blå og et udglatning (raw smooth) af DFT i rød

Lyons p. 3.12

Lad $(x(n) : 0 < n \leq N, N \in \mathbb{N})$ være en tidsserie af størrelse N , for hvilket det gælder at $(\mathcal{X}(m) : 0 \leq m \leq N-1)$ repræsenterer den diskrete fourier transformation af $x(n)$ som beskrevet af ligning (1).

$$\mathcal{X}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp \left\{ -\frac{j2\pi nm}{N} \right\}. \quad (1)$$

Tag i betragtning påstanden fra ligning (2) og hvis hvorvidt denne påstand er sand eller falsk.

$$\sum_{m=0}^{N-1} \mathcal{X}(m) = Nx(n), \quad n = 0. \quad (2)$$

Proof. Tag i betragtning den inverse fourier transformation, givet ved ligning (3).

$$\begin{aligned}
 x(n) &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \mathcal{X}(m) \exp \left\{ \frac{j2\pi nm}{N} \right\}, \\
 &\Downarrow (n=0) \\
 x(0) &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \mathcal{X}(m), \\
 &\Downarrow \\
 Nx(0) &= \sum_{m=0}^{N-1} \mathcal{X}(m)
 \end{aligned} \tag{3}$$

Q.E.D

Det er dermed vist at påstanden, fremført i ligning (2), er sand.

Lyons p. 3.15

Tag i betragtning et datasæt, $N = 902$, for en tidsserie $x(n)$. Datasættet er samlet med frekvens $f_s = 22.225 \text{ kHz}$. Figure 11 viser den discrete fourier transformation af $x(n)$ over frekvens indekset $0 \leq m \leq 59$.

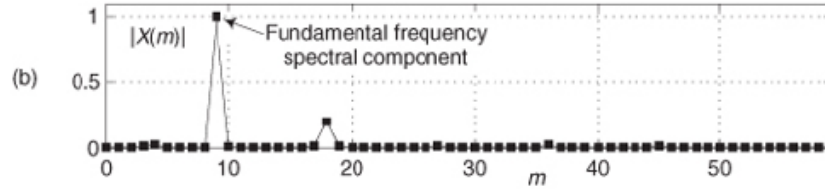


Figure 11: Spectral Magnitude Sample

Baset på $X(m)$ samples hvad er grundfrekvensen, i Hertz? Dette er givet ved brug af ligningen (4)

$$f_{analysis} = \frac{mf_s}{N}. \quad (4)$$

Det kan aflæses på Figure 11 grundfrekvensen til hører bin $m = 9$. Grundfrekvensen er da givet som

$$\begin{aligned} f_9 &= \frac{9f_s}{N} \\ &= \frac{9 \cdot 22.255 \text{ kHz}}{902} \\ &= 222.057 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Givet, istedet, en logaritmisk scaling, se Figure 12, hvad er frekvensen for det højste Spectral komponent, forskelligt fra 0?

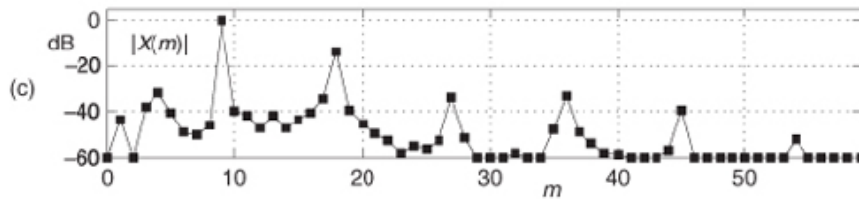


Figure 12: Spectral Magnitude Sample

Her benyttes igen ligning (4) hvor med $m = 18$ aflest fra Figure 12, hvorved der fås at

$$\begin{aligned}f_{18} &= \frac{18f_s}{N} \\&= \frac{18 \cdot 22.255 kHz}{902} \\&= 444.113 Hz\end{aligned}$$

Lyons p. 4.1

Givet et datasæt, af størrelse N samples, Hvilket forskelle er der på resultat af DFT og FFT?

Der er ingen forskell på DFT og FFT iforhold til hvor præcise de er i deres udregninger. Den store forskell på de to “algoritmer” er at tidskompleksiteten for DFT og FFT er $\mathcal{O}(n^2)$ hvorimod for FFT er den $\mathcal{O}(n \log n)$. Dette betyder at FFT på store datasæt kan udføres utroligt hurtigt. På små datasæt er der ikke den store forskell tidsmæssigt på udførelsen af de to algoritmer.

FFT har en restriktion dog. Den antager at sample size er et multiplum af 2. Altså at $N = k^2, k \in \mathbb{N}$.