

### Coefficiente binomiale e fattoriali

**Esercizio 1.** Verificare le seguenti identità:

$$1. \binom{n}{5} \cdot \binom{n-5}{7} = \binom{n}{7} \cdot \binom{n-7}{5} \quad n \geq 12$$

$$2. \binom{n}{k} = \binom{n}{k-1} \cdot \frac{n-k+1}{k} \quad n \geq k > 0$$

$$3. \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} \quad n > k > 0$$

**Esercizio 2.** Sia  $n \in \mathbb{N}$ . Risolvere le seguenti equazioni:

$$1. \binom{n}{6} = \binom{n}{8}$$

$$2. \binom{n}{2} = 10$$

$$3. \binom{n}{4} - \binom{n}{3} = n^3 - 3n^2 + 2n$$

**Esercizio 3.** Dimostrare che

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

**Esercizio 4.** Sia  $x \in \mathbb{N}$ , risolvere l'equazione

$$\binom{x}{3} - \binom{x}{5} = 0$$

### Disposizioni e Combinazioni

**Esercizio 1.** A un concorso per 4 posti partecipano 12 concorrenti. Quante sono le possibili graduatorie di vincitori?

**Esercizio 2.** In quanti modi diversi 4 persone possono occupare 4 di 5 posti numerati?

**Esercizio 3.** Si considerino i numeri da 1 a 9. Rispondere alle seguenti domande:

1. Quanti numeri di tre cifre, distinte, si possono formare con i suddetti numeri?
2. Quanti di questi sono dispari?
3. Quanti di questi sono pari?
4. Quanti di questi terminano con 9?
5. Quanti sono maggiori di 700?

**Esercizio 4.** Determinare in quanti modi in un mazzo di 32 carte si possono scegliere 6 carte contententi:

1. esattamente un asso.
2. esattamente un asso e due re.

**Esercizio 5.** Quanti sono gli anagrammi della parola ‘derivato’? Quanti di questi anagrammi finiscono con ‘ato’?

**Esercizio 6.** Si consideri la parola ‘fortuna’. In particolare:

1. Quanti sono gli anagrammi?
2. Quanti di questi finiscono per vocale?
3. Quante iniziano per ‘for’?
4. Quanti parole di cinque lettere contengono due vocali e tre consonanti?

**Esercizio 7.** Quante partite di scacchi diverse possono essere giocate da sei giocatori?

**Esercizio 8.** Ad un convegno partecipano 21 persone. Ciascuno dei partecipanti stringe la mano a ciascuno degli altri. Quante sono state complessivamente le strette di mano?

**Esercizio 9.** In un torneo di tennis, 8 persone decidono di giocare degli incontri di doppio (cioè due contro due) in tutti i modi possibili. Quanti incontri ci sono nell’intero torneo?

**Esercizio 10.** Nell’ippica è denominata ‘corsa Tris’ una corsa in cui gli scommettitori devono indovinare i cavalli che arriveranno al primo, secondo e terzo posto. Supponendo che partano 10 cavalli, quanti sono i possibili ordini d’arrivo nelle prime tre posizioni?

**Esercizio 11.** In quanti modi diversi possono essere sistemati su una libreria 7 libri scelti da 20 di cui si dispone? E se si decidesse di non dare importanza all’ordine?

**Esercizio 12.** Si consideri il lancio di due monete. Determinare:

- Spazio campionario  $\Omega$ .
- Spazio degli eventi  $A$ .

**Esercizio 13.** Si considerino due urne  $U_1$  e  $U_2$ . Nell’urna  $U_1$  ci sono una pallina nera ed una dorata; nell’urna  $U_2$  ci sono una pallina verde ed una rossa. Determinare:

- Spazio campionario  $\Omega$ .
- Spazio degli eventi  $A$ .

**Esercizio 14.** Si lancino tre monete. Determinare:

- Spazio campionario  $\Omega$ .
- Cardinalità dello spazio degli eventi  $A$ .