

Esercizi di probabilità

Esercizio 1. Siano A e B due eventi tali che:

- $P(A) = 3/8$;
- $P(B) = 5/8$;
- $P(A \cup B) = 3/4$.

Determinare $P(A|B)$ e $P(B|A)$.

Esercizio 2. Determinare $P(A|B)$ se:

- A e B sono incompatibili;
- A è un sottoinsieme di B .

Esercizio 3. Siano A e B due eventi tali che:

- $P(A) = 1/4$;
- $P(B) = p$;
- $P(A \cup B) = 1/3$.

Determinare $P(B)$ se: A e B sono incompatibili; A e B sono indipendenti; A è un sottoinsieme di B .

Esercizio 4. Un'azienda possiede 3 stabilimenti A , B e C che producono rispettivamente il 10%, 30%, 60% della produzione totale. E' noto che dai 3 stabilimenti provengono dei pezzi difettosi in percentuale rispettivamente del 10%, 5%, 5%. Qual è la probabilità che un pezzo preso a caso sia difettoso? Viene estratto un pezzo e sappiamo che è difettoso. Qual è la probabilità che provenga dallo stabilimento A ?

Esercizio 5. Si considerino 3 urne, aventi tutte la stessa probabilità di essere selezionate. In particolare abbiamo:

1. Urna 1: 5 verdi, 4 rosse, 1 nera;
2. Urna 2: 3 verdi, 2 rosse;
3. Urna 3: 2 verdi, 6 rosse, 9 nere.

Si prende a caso una pallina, è nera. Qual è la probabilità che venga dalla prima urna? E dalla seconda?

Esercizio 6. Due carte sono colore di rosso, una da una sola parte e l'altra da entrambi i lati. Si estrae una carta a caso ed il solo lato visibile è rosso. Qual è la probabilità che anche l'altro sia rosso?

Esercizio 7. Una popolazione si compone del 40% di fumatori e del 60% di non fumatori. Si sa che il 25% dei fumatori ed il 7% dei non fumatori sono affetti da una malattia respiratoria. Si seleziona una persona scelta a caso e risulta malata. Qual è la probabilità che sia un fumatore?

Esercizio 8. Tre mobili, tra loro uguali, contengono due cassetti. In particolare:

1. Il primo ha una moneta d'oro in entrambi i cassetti;
2. Il secondo ha moneta d'argento nel primo ed una d'oro nel secondo;
3. Il terzo una moneta d'argento in entrambi i cassetti.

Si apre a caso un cassetto e si trova una moneta d'oro. Qual è la probabilità che anche l'altro contenga una moneta d'oro?

Esercizio 9. Ci sono 3 porte A , B , C ed una sola contiene un premio. Il conduttore del gioco chiede al concorrente di selezionare una porta. Dopo il conduttore apre una delle altre due porte (aprendo sempre quella senza premio). A questo punto dà al concorrente la possibilità di cambiare porta. Cosa dovrebbe fare?

Esercizio 10. Si hanno due urne:

1. Urna 1: 3 palline rosse e 2 verdi;
2. Urna 2: 2 palline rosse e 5 verdi.

Si prende un'urna a caso, si estrae una pallina e la si mette nell'altra urna. Quindi si estrae una pallina dalla seconda urna. Determinare la probabilità che entrambe le palline siano dello stesso colore.

Esercizio 11. L'urna A contiene due palle bianche e due nere; l'urna B contiene tre palle bianche e due nere. Si trasferisce una palla da A a B e poi si estrae da B una palla che risulta essere bianca. Qual è la probabilità che fosse bianca la palla trasferita?

Esercizio 12. I tre moschettieri (dunque quattro persone) hanno mischiato i loro stivali nel corridoio dell'albergo nel quale sono ospitati. D'Artagnan si alza per primo e prende due stivali a caso. Calcolare la probabilità che:

- i due stivali siano proprio i suoi;
- i due stivali siano una coppia ben assortita.

Esercizio 13. La duchessa d'Aquitania e la duchessa di Borgogna aspettano entrambe un erede dai rispettivi consorti. Dimostrare che i seguenti eventi sono indipendenti, due a due, ma non tre a tre:

- A =L'erede d'Aquitania è maschio;
- B =L'erede di Borgogna è maschio;
- C =I due eredi hanno lo stesso sesso.

Esercizio 14. Si hanno a disposizione 7 palle che possono essere lanciate in 10 buche differenti. Si supponga che ciascuna palla possa cadere in modo del tutto casuale in ciascuna delle 10 buche ed in maniera indipendente l'una dall'altra. Qual è la probabilità che tutte le palle cadano in buche diverse tra loro?

Esercizio 15. Un'urna contiene 50 palle di cui una sola è rossa e le altre nere. Antonio e Cesare estraggono a sorte chi gioca per primo e poi, alternativamente, estraggono una palla per volta (senza reimmissione). Vince il gioco chi estrae la palla rossa. Chi è favorito in questo gioco e .

. perché?

Esercizio 16. Biancaneve sta pulendo la cucina quando entra la Strega cattiva sotto le spoglie di una mite vecchina, offrendole un cesto con cinque mele. Due mele sono buone, due bacate ed una avvelenata. Biancaneve, grata ed ignara, comincia a mangiarle prendendole a caso, una per volta, dal cesto. Quando, però, si avvede che quella presa è bacata, la getta insieme a tutte quelle rimaste nel cesto ad un porcellino affamato che subito le trangugia. E' più probabile che resti avvelenata Biancaneve oppure il porcellino?

Esercizio 17. Un dado non equo ha la peculiarità di avere la probabilità, per ciascuna faccia, proporzionale al doppio del numero impresso sulla stessa. Definire X la v.c. corrispondente al risultato del lancio del dado.

Esercizio 18. Si lancino due dadi. Definire le variabile aleatorie:

- X : somma dei due punteggi
- Y : massimo dei suoi valori

Esercizio 19. Una moneta viene truccata in modo che la probabilità di testa sia $2/3$. La moneta viene lanciata 3 volte. Rappresentare la v.a. X riguardante il numero di teste consecutive.

Esercizio 20. Un'urna contiene tre palle numerate con 1,2 e 3. Vengono estratte due palle, senza reimmissione dall'urna. Definire X la v.c. relativa al primo numero estratto ed Y la v.c. relativa al più piccolo dei due numeri estratti.

Esercizio 21. Un'urna contiene quattro palle blu e quattro rosse. Da questa vengono estratte, senza reimmissione, due (2) palle. Si indichi con X la v.c. relativa al numero di palle rosse estratte.