

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Domanda 1

Enunciare e dimostrare il teorema di Berge.

Domanda 2

Scrivere un grafo in cui ogni nodo abbia grado almeno pari a 1 e tale che

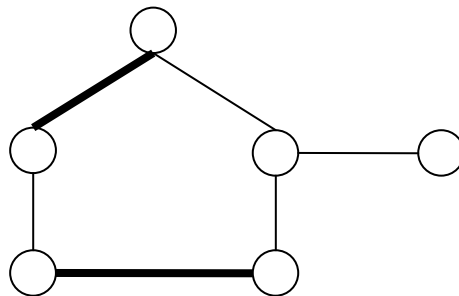
1. $\alpha = \rho$
2. $\alpha + \mu = 10$
3. $\alpha - \tau = 2$

Domanda 3

Scrivere una matrice di 6 righe e 10 colonne con almeno tre coefficienti uguali a 1 per riga e almeno un coefficiente uguale a -1 che soddisfi il criterio sufficiente per la totale unimodularità.

Domanda 4

Dato il grafo in figura G non bipartito dire se esiste un cammino aumentante rispetto al matching evidenziato.



Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Esercizio 1

La tabella che segue contiene una lista di oggetti che volete inserire in uno zaino di capacità pari a 170Kg. Ogni oggetto ha un peso a_i e un profitto (atteso) p_i . Dopo aver formulato il problema di scegliere gli oggetti da inserire nello zaino massimizzando il profitto finale e rispettando il vincolo di capacità, determinare un upper bound per il profitto massimo ottenibile.

| Oggetto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------|----|-----|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|-----|
| Peso | 11 | 21 | 40 | 30 | 21 | 35 | 12 | 11 | 35 | 40 |
| Profitto | 89 | 110 | 300 | 250 | 90 | 280 | 112 | 68 | 250 | 320 |

Esercizio 2

La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A | - | 6 | 10 | 15 | 5 | 17 | 15 | 19 |
| B | 6 | - | 4 | 9 | 11 | 23 | 9 | 13 |
| C | 10 | 4 | - | 5 | 15 | 27 | 5 | 9 |
| D | 15 | 9 | 5 | - | 20 | 32 | 10 | 14 |
| E | 5 | 11 | 15 | 20 | - | 12 | 32 | 24 |
| F | 17 | 23 | 27 | 32 | 12 | - | 32 | 36 |
| G | 15 | 9 | 5 | 10 | 32 | 32 | - | 4 |
| H | 19 | 13 | 9 | 14 | 24 | 36 | 4 | - |

Calcolare

1. Una soluzione euristica S ottenuta tramite l'algoritmo Nearest Neighbour.
2. Una soluzione euristica S ottenuta tramite l'algoritmo Double Tree.

Dimostrare, inoltre, che l'algoritmo Double Tree per il problema del Commesso Viaggiatore è un algoritmo 2-approssimato.

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Esercizio 3

Dato il grafo in figura G e il matching $M = \{cd, ge, nl, hi\}$, determinare il valore del minimo edge cover $\rho(G)$. Spiegare nel dettaglio i passi degli algoritmi utilizzati.

