

ESERCIZIO 1

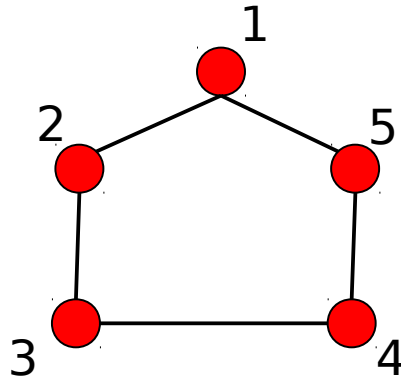
La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

	1	2	3	4	5
1	-	30	26	50	40
2	30	-	24	40	50
3	26	24	-	24	26
4	50	40	24	-	30
5	40	50	26	30	-

Calcolare un lower bound per il valore del ciclo hamiltoniano ottimo utilizzando l'algoritmo di Held e Karp.

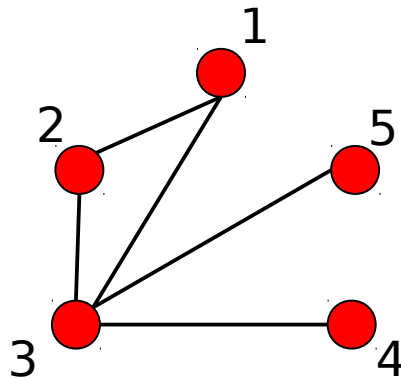
ESERCIZIO 1

Calcoliamo subito un upper bound per il valore del ciclo hamiltoniano ottimo considerando una soluzione ammissibile.



$$z_{UB} = 148$$

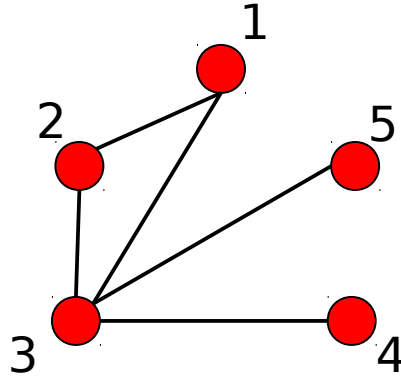
Calcoliamo l'1-albero di peso minimo (lower bound) rispetto ai costi originari.



$$z_{LB} = 130 = z_{LB}^*$$

ESERCIZIO 1

Consideriamo il numero di archi dell'1-albero incidenti su ciascun nodo.



$$d_T(2) = 2 \longrightarrow 2 - d_T(2) = 0$$

$$d_T(3) = 4 \longrightarrow 2 - d_T(3) = -2$$

$$d_T(4) = 1 \longrightarrow 2 - d_T(4) = 1$$

$$d_T(5) = 1 \longrightarrow 2 - d_T(5) = 1$$



$$\sum_{v \in V} (2 - d_T(v))^2 = 6$$

$$t^{(1)} = (148 - 130)/6 = 3$$

ESERCIZIO 1

Aggiorniamo i valori associati ai nodi

$$y_2 = 0$$

$$y_3 = -6$$

$$y_4 = 3$$

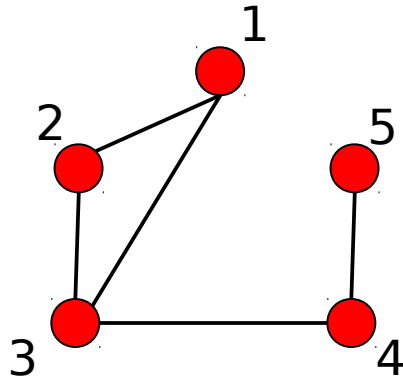
$$y_5 = 3$$



	1	2	3	4	5
1	-	30	32	47	37
2	30	-	30	37	47
3	32	30	-	27	29
4	47	37	27	-	24
5	37	47	29	24	-

ESERCIZIO 1

Calcoliamo il nuovo 1-albero di peso minimo



$$z_{LB} = 143 > z_{LB}^* \Rightarrow z_{LB}^* = 143$$

Consideriamo il numero di archi dell'1-albero incidenti su ciascun nodo.

$$d_T(2) = 2 \longrightarrow 2 - d_T(2) = 0$$

$$d_T(3) = 3 \longrightarrow 2 - d_T(3) = -1$$

$$d_T(4) = 2 \longrightarrow 2 - d_T(4) = 0$$

$$d_T(5) = 1 \longrightarrow 2 - d_T(5) = 1$$

$$\longrightarrow \sum_{v \in V} (2 - d_T(v))^2 = 2$$

$$t^{(2)} = (148 - 143)/2 = 5/2$$

ESERCIZIO 1

Aggiorniamo i valori associati ai nodi

$$y_2 = 0$$

$$y_3 = -8.5$$

$$y_4 = 3$$

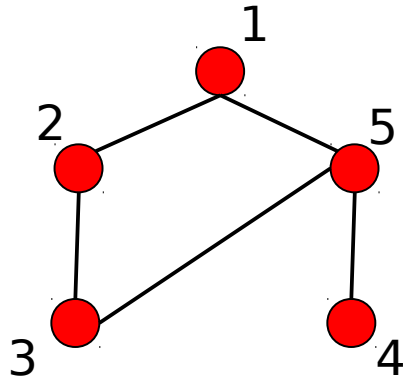
$$y_5 = 5.5$$



	1	2	3	4	5
1	-	30	34,5	47	34,5
2	30	-	32,5	37	44,5
3	34,5	32,5	-	29,5	29
4	47	37	29,5	-	21,5
5	34,5	44,5	29	21,5	-

ESERCIZIO 1

Calcoliamo il nuovo 1-albero di peso minimo



$$z_{LB} = 147.5 > z_{LB}^* \Rightarrow z_{LB}^* = 147.5$$

Ricordiamo che il valore dell'upper bound è $z_{UB} = 148$.

Poiché tutti i dati del problema sono interi e poiché il lower bound corrente è pari a $z_{LB}^* = 147.5$ possiamo arrestare la procedura di Held & Karp e concludere che il valore della soluzione ottima del TSP originario è pari a $z^* = 148$.