

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Esercizio 1

Dato un grafo $G = (V, E)$ definiamo l'insieme universo $U = V$ e la famiglia di insiemi ammissibili $\mathfrak{S} = \{X \subseteq V: \text{ogni coppia di vertici in } X \text{ è connessa tramite un arco}\}$.

1. La coppia (U, \mathfrak{S}) è subclusiva?
2. La coppia (U, \mathfrak{S}) soddisfa la proprietà di scambio?
3. Supponendo di associare un peso a ciascun nodo del grafo e di considerare il problema di determinare il sottoinsieme $X \subseteq V$ di peso massimo, come si comporta l'algoritmo Greedy sulla coppia (U, \mathfrak{S}) ?

Esercizio 2

1. Disegnare un grafo connesso con 7 nodi che soddisfi il teorema di König ed in cui ogni nodo abbia grado almeno pari a 2.
2. Sul grafo disegnato calcolare il massimo matching ed il minimo trasversale spiegando nel dettaglio i passi dell'algoritmo utilizzato.
3. Sfruttando i risultati ottenuti ai passi precedenti determinare il massimo insieme stabile S su G , il suo valore $\alpha(G)$ ed il valore del minimo edge cover $\rho(G)$.

Esercizio 3

La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

	1	2	3	4	5	6
1	-	6	12	18	27	24
2	6	-	9	15	24	21
3	12	9	-	21	18	24
4	18	15	21	-	12	9
5	27	24	18	12	-	9
6	24	21	24	9	9	-

1. Calcolare il valore del rilassamento che si ottiene determinando l'1-albero di costo minimo (spiegando nel dettaglio i passi dell'algoritmo utilizzato). Che tipo di bound rappresenta il valore della soluzione trovata rispetto al valore della soluzione ottima?
2. Calcolare il valore di una soluzione euristica tramite l'algoritmo Double Tree (spiegando nel dettaglio i passi dell'algoritmo). Che tipo di bound rappresenta il valore della soluzione trovata rispetto al valore della soluzione ottima?
3. Calcolare il valore di una soluzione euristica tramite l'algoritmo di Christofides (spiegando nel dettaglio i passi dell'algoritmo). Che tipo di bound rappresenta il valore della soluzione trovata rispetto al valore della soluzione ottima?

Esercizio 4

La tabella che segue contiene una lista di oggetti che volete inserire in uno zaino di capacità pari a 90Kg. Ogni oggetto ha un peso a_i e un profitto (atteso) p_i . Dopo aver formulato il problema di scegliere gli oggetti da inserire nello zaino massimizzando il profitto finale e rispettando il vincolo di capacità, determinare un upper bound ed un lower bound per il profitto massimo ottenibile.

Progetto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Costo	7	8	17	6	20	24	16	12	19	11
Guadagno	73	64	89	80	74	37	27	116	53	49