

Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Domanda 1

1. Dare la definizione di insieme trasversale su un grafo.
2. Formulare tramite la Programmazione Lineare Intera  $\{0,1\}$  il problema di determinare il minimo insieme trasversale su un grafo  $G = (V, E)$ .
3. Scrivere il duale del rilassamento lineare del problema intero formulato. Quale interpretazione combinatoria ha il problema duale?

### Esercizio 1

Dire se la seguente matrice è totalmente unimodulare motivando la risposta:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

### Esercizio 2

Siano  $n$  ed  $m$  due interi non negativi tali che  $n \leq m$ . Sia  $U$  un insieme finito di  $m$  elementi e definiamo la famiglia  $\mathfrak{S} = \{X \subseteq U : |X| \leq n\}$ . Dire se la coppia  $(U, \mathfrak{S})$  è subclusiva e se soddisfa la proprietà di scambio.

### Esercizio 3

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max \quad & -11x_1 + 9x_2 + 15x_3 + 21x_4 \\ & -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 4 \\ & x \in \{0, 1\}^4 \end{aligned}$$

applicare l'algoritmo di branch-and-bound per determinare il vettore soluzione ottimo ed il suo valore.

### Esercizio 4

La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

	1	2	3	4	5
1	-	9	8	15	12
2	9	-	7	12	15
3	8	7	-	7	8
4	15	12	7	-	9
5	12	15	8	9	-

Calcolare

1. Il valore del rilassamento che si ottiene determinando l'1-albero di costo minimo. Il valore ottenuto che tipo di bound rappresenta per il problema iniziale?
2. Una soluzione euristica  $S$  ottenuta tramite l'algoritmo di Christofides. La soluzione ottenuta che tipo di bound rappresenta per il problema iniziale?