

Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Domanda 1

Dare la definizione di trasversale su un grafo. Formulare tramite la Programmazione Lineare Intera  $\{0,1\}$  il problema di determinare il minimo trasversale su un grafo  $G = (V, E)$ . Scrivere il rilassamento lineare del problema intero formulato. Dire quale interpretazione combinatoria ha il problema duale.

### Domanda 2

Disegnare, se è possibile, un grafo connesso con almeno 6 nodi che NON soddisfi il teorema di König e tale che

1.  $\alpha = 4$
2.  $\mu = \tau$ .

### Esercizio 1

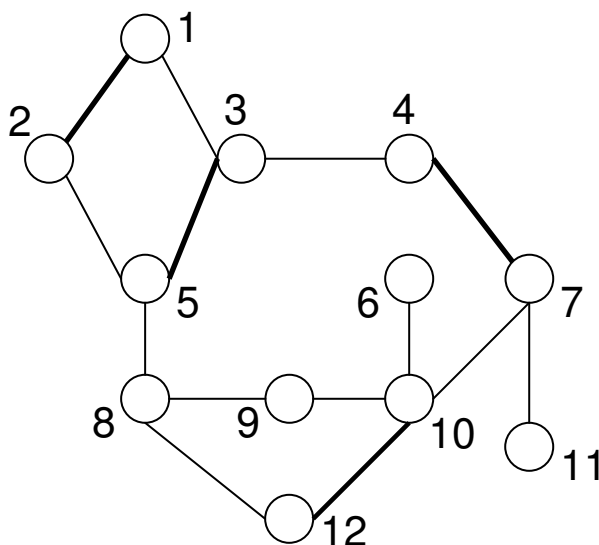
Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max \quad & 12x_1 - 20x_2 + 16x_3 + 14x_4 \\ & 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 4x_4 \leq 13 \\ & x \in \{0, 1\}^6 \end{aligned}$$

descrivere l'algoritmo di Branch & Bound e risolvere il problema con tale algoritmo.

### Esercizio 2

Dato il grafo in figura  $G$ , a partire dal matching  $M = \{12, 35, 47, 1012\}$  determinare il massimo matching e il minimo vertex cover su  $G$ . Spiegare nel dettaglio i passi degli algoritmi utilizzati.



Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Esercizio 3

Un'azienda deve pianificare gli investimenti per il prossimo anno. Sono stati selezionati i seguenti investimenti (le cifre sono espresse in milioni di Euro)

$I_1$ :	Redditività: 8	Cash Flow = $\{-10, -6, -9, -20\}$
$I_2$ :	Redditività: 11	Cash Flow = $\{+11, +5, -3, -6\}$
$I_3$ :	Redditività: 20	Cash Flow = $\{+2, +4, +5, +3\}$
$I_4$ :	Redditività: 6	Cash Flow = $\{+10, +8, -4, -5\}$
$I_5$ :	Redditività: 13	Cash Flow = $\{-5, -7, +3, +2\}$
$I_6$ :	Redditività: 5	Cash Flow = $\{+2, +4, +6, +5\}$

Sapendo che:

- Il budget trimestrale a disposizione dell'azienda è di  $B = \{15, 20, 7, 10\}$  milioni di euro per trimestre.
  - L'investimento  $I_1$  può essere attivato solo se è stato attivato l'investimento  $I_3$ .
  - Al più uno tra gli investimenti  $I_2, I_4, I_6$  può essere attivato.
- Formulare come PL- $\{0,1\}$  il problema di massimizzare la redditività rispettando il vincolo sul budget trimestrale
  - Sapendo che la soluzione ottima del rilassamento lineare del problema al punto 1. è  $x_{PL}^* = \{9/20, 1, 1, 0, 1, 0\}$ , rafforzare la formulazione con l'aggiunta di una disequazione valida calcolata rispetto al vincolo sul budget del quarto trimestre ( $B(4) = 10$ ) oppure concludere che non esiste una disequazione valida violata da  $x_{PL}^*$ .