

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Domanda 1

Dimostrare il seguente teorema:

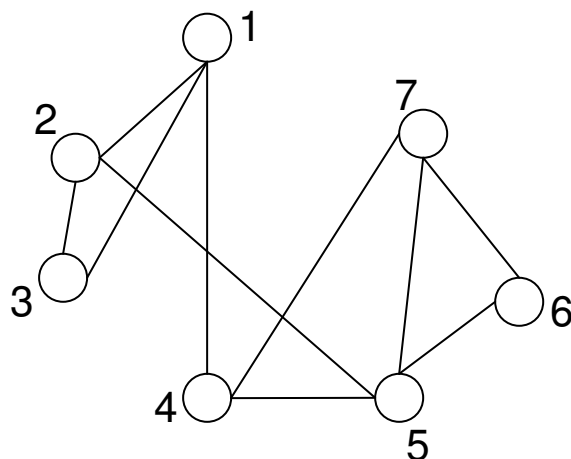
A è totalmente unimodulare se

- i) $a_{ij} \in \{-1, 0, 1\}$
- ii) Ogni colonna ha al più due coefficienti non nulli
- iii) Esiste una partizione (M_1, M_2) dell'insieme delle righe M tale che ogni colonna j contenente due coefficienti non nulli soddisfa

$$\sum_{i \in M_1} a_{ij} = \sum_{i \in M_2} a_{ij}$$

Esercizio 1

1. Dato il grafo in figura G , formulare il problema di determinare il massimo matching su G .



2. Scrivere la matrice di incidenza nodi-archi associata al grafo G e dire se è totalmente unimodulare motivando la risposta.

Esercizio 2

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

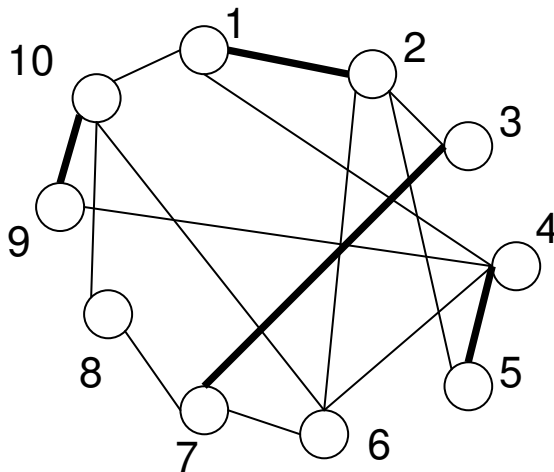
$$\begin{aligned} \max \quad & 13x_1 + 15x_2 + 2x_3 + 9x_4 + 9x_5 \\ & 10x_1 + 12x_2 + 2x_3 + 7x_4 + 3x_5 \leq 21 \\ & x \in \{0, 1\}^5 \end{aligned}$$

1. Calcolare la soluzione ottima \mathbf{x}^*_{PL} associata al rilassamento lineare.
2. Rafforzare la formulazione con l'aggiunta di una disequazione valida oppure concludere che non esiste una disequazione valida violata da \mathbf{x}^*_{PL} (**utilizzare l'algoritmo di programmazione dinamica per risolvere il problema di separazione**).
3. Determinare la soluzione ottima \mathbf{x}^* del problema di Knapsack 0-1 tramite l'algoritmo di Branch-and-Bound.

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Esercizio 3

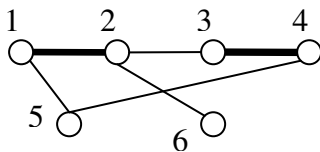
1. Dato il grafo in figura G_1 , a partire dal matching $M = \{12, 37, 45, 910\}$ determinare il massimo matching e il minimo vertex cover su G . Spiegare nel dettaglio i passi degli algoritmi utilizzati.



2. Disegnare un grafo G_2 tale che:
 - a. $\mu(G_2) = \alpha(G_1)$;
 - b. G_2 soddisfa il teorema di König
 - c. $\alpha(G_2) = 7$;
 - d. G_2 è connesso.

Esercizio 4

Dato il grafo in figura



1. Dire se è possibile applicare su tale grafo l'algoritmo per il calcolo del massimo matching (motivando la risposta).
2. Dire se esiste un cammino aumentante rispetto al matching $M = \{12, 34\}$ e, in caso affermativo, calcolare tale cammino.