

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Domanda 1

Dati un grafo $G=(V,E)$ e un abbinamento A di G , dimostrare che se non esiste un cammino aumentante rispetto ad A a partire da un vertice u , allora esiste un abbinamento massimo che non contiene u .

Domanda 2

Disegnare due grafi $G_1=(V,E)$ e $G_2=(V,E')$ tali che

1. $|V| > 7$
2. $\alpha(G_1) = \rho(G_1)$
3. $\rho(G_2) = \rho(G_1) > \alpha(G_2)$

Domanda 3

Dato il problema di knapsack

$$\max 12x_1 - 24x_2 + 13x_3 - 15x_4 + 16x_5 + 28x_6 - 32x_7 + 27x_8 + 15x_9$$

st

$$4x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 6x_5 + 4x_6 - 5x_7 + 2x_8 - 2x_9 \leq 2$$

$$x \in \{0,1\}^8$$

descrivere un algoritmo basato sulla programmazione dinamica e risolverlo.

Esercizio 1

La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

1	2	3	4	5	6	7	
-	95	85	50	140	75	81	1
	-	15	60	229	190	292	2
		-	72	212	185	201	3
			-	160	125	159	4
				-	90	82	5
					-	120	6
						-	7

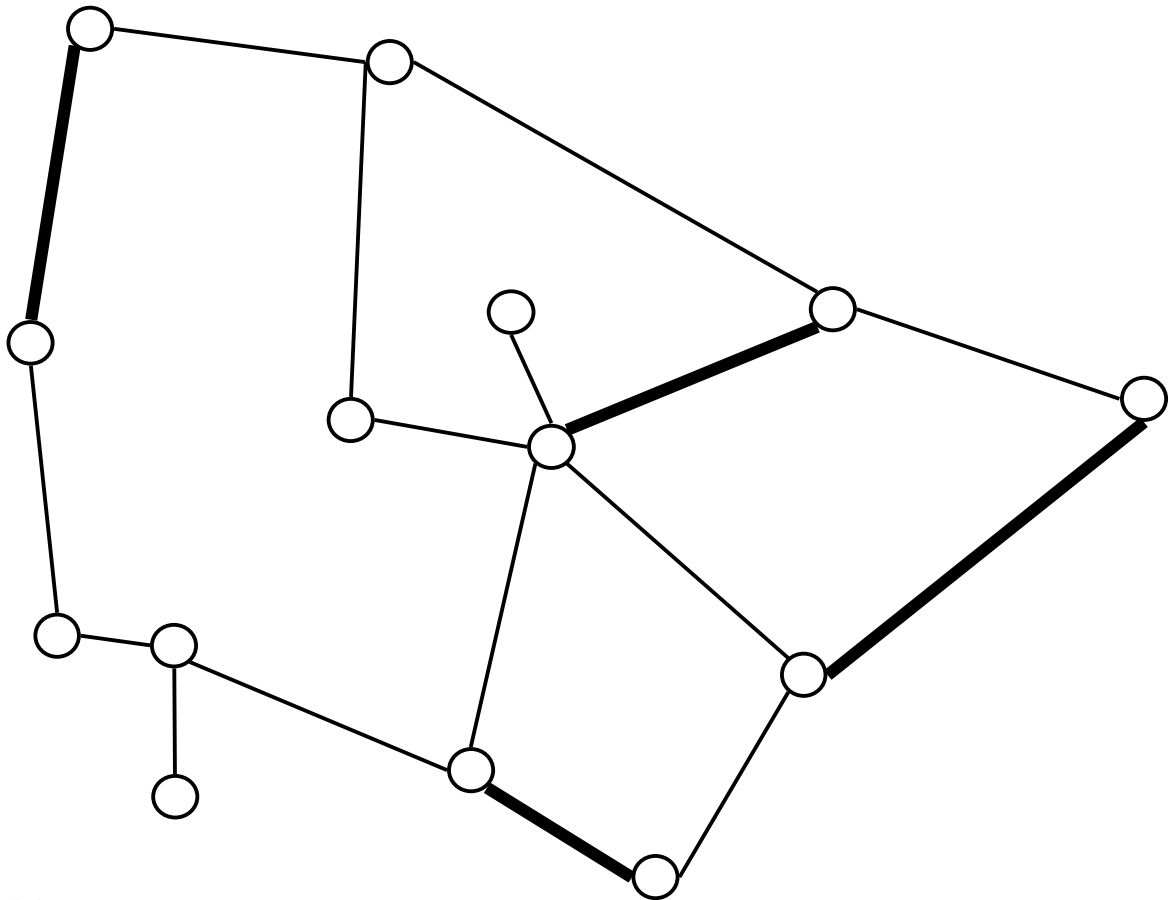
Calcolare

1. Il valore del rilassamento che si ottiene determinando l'1-albero di costo minimo.
2. Calcolare l'1-albero di costo minimo con il metodo del simplesso dinamico
3. Una soluzione euristica S ottenuta tramite l'algoritmo di Nearest Insertion

Esercizio 2

Determinare, sul grafo di figura, il massimo matching (a partire dal matching evidenziato in grassetto) e il minimo vertex cover a partire dall'abbinamento evidenziato in grassetto e spiegando nel dettaglio i passi degli algoritmi utilizzati.

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____



Esercizio 3

Un'azienda deve pianificare gli investimenti per il prossimo anno. La direzione ha selezionato i seguenti investimenti (tutti i dati sono in milioni di Euro)

- I1:** Redditività: 9 Cash flow: $\{-8, -11, -12, -21\}$
I2: Redditività: 22 Cash flow: $\{-16, -14, +5, +11\}$
I3: Redditività: 13 Cash flow: $\{-3, -4, -6, -2\}$
I4: Redditività: 8 Cash flow: $\{-12, -11, +5, +7\}$
I5: Redditività: 15 Cash flow: $\{+12, +6, -5, -13\}$
I6: Redditività: 7 Cash flow: $\{-3, -7, -9, -10\}$
I7: Redditività: 4 Cash flow: $\{+7, +5, -2, -5\}$

Sapendo che:

- Il budget trimestrale a disposizione dell'azienda è di $\{22, 15, 8, 21\}$ M€ per trimestre
 - Gli investimenti I1, I2 e I3 hanno un costo fisso di attivazione pari rispettivamente a $\{5, 13, 6\}$ M€
 - Per vincoli sulle risorse, al più uno tra gli investimenti I1, I3 e I4 può essere scelto
 - L'investimento I5 può essere attivato solo se è stato attivato anche I1
- Formulare come PL- $\{0, 1\}$ il problema di massimizzare la redditività senza violare il vincolo di budget trimestrale.
 - Rafforzare il rilassamento lineare della formulazione di cui al punto 1 con l'aggiunta di opportune disequazioni valide
 - Risolvere la formulazione di cui al punto 2 con l'algoritmo di branch-and-bound