

Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Domanda 1

Dare la definizione di insieme stabile su un grafo. Formulare tramite la Programmazione Lineare Intera  $\{0,1\}$  il problema di determinare il massimo insieme stabile su un grafo  $G = (V, E)$ . Scrivere il rilassamento lineare del problema intero formulato. Dire quale interpretazione combinatoria ha il problema duale.

### Domanda 2

Enunciare il teorema di König. Disegnare, se è possibile, un grafo non bipartito tale che  $\mu = \tau$ .

### Domanda 3

Descrivere l'euristica di Christofides per il problema del Commesso Viaggiatore e dimostrare che è un algoritmo  $3/2$ -approssimato.

### Esercizio 1

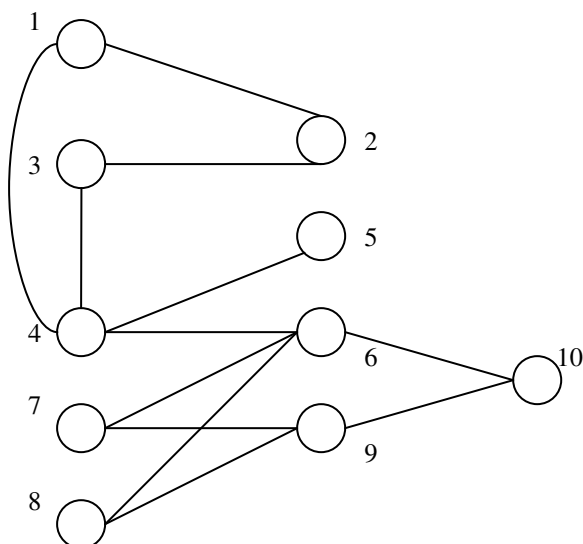
Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max \quad & 12x_1 - 18x_2 + 16x_3 + 16x_4 + 11x_5 + x_6 \\ & -3x_1 + 7x_2 + 10x_3 - 4x_4 + 6x_5 + 4x_6 \leq 3 \\ & x \in \{0, 1\}^6 \end{aligned}$$

descrivere un algoritmo basato sulla programmazione dinamica e risolvere il problema con tale algoritmo.

### Esercizio 2

Dato il grafo in figura  $G$



Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

1. Formulare come problema di PL- $\{0,1\}$  il problema del massimo matching su  $G$ .
2. Determinare il massimo matching e il minimo vertex cover su  $G$  spiegando nel dettaglio i passi degli algoritmi utilizzati.

### Esercizio 3

Un'azienda deve pianificare gli investimenti per il prossimo anno. Sono stati selezionati i seguenti investimenti (le cifre sono espresse in milioni di Euro)

$I_1$ :	Redditività: 8	Cash Flow = $\{-13, -9, +4, +8\}$
$I_2$ :	Redditività: 7	Cash Flow = $\{+10, +4, -5, -13\}$
$I_3$ :	Redditività: 5	Cash Flow = $\{-3, -7, -8, -10\}$
$I_4$ :	Redditività: 4	Cash Flow = $\{+9, +4, -1, -3\}$
$I_5$ :	Redditività: 16	Cash Flow = $\{-6, -13, -12, -20\}$
$I_6$ :	Redditività: 20	Cash Flow = $\{-15, -12, +6, +12\}$
$I_7$ :	Redditività: 11	Cash Flow = $\{-4, -4, -2, -2\}$

Sapendo che il budget trimestrale a disposizione dell'azienda è di  $B = \{18, 11, 9, 19\}$  milioni di euro per trimestre.

1. Formulare come PL- $\{0,1\}$  il problema di massimizzare la redditività rispettando il vincolo sul budget trimestrale.
2. Sapendo che la soluzione ottima del rilassamento lineare del problema al punto 1. è  $x_{PL}^* = \{0; 1; 0; 1; 23/100; 1; 1\}$ , rafforzare la formulazione con l'aggiunta di una disequazione valida calcolata rispetto al vincolo sul budget del primo trimestre ( $B(1) = 18$ ) oppure concludere che non esiste una disequazione valida violata da  $x_{PL}^*$ .

**N.B.: Risolvere il problema di separazione tramite l'algoritmo di Branch and Bound.**