

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Domanda 1

Dimostrare il seguente teorema:

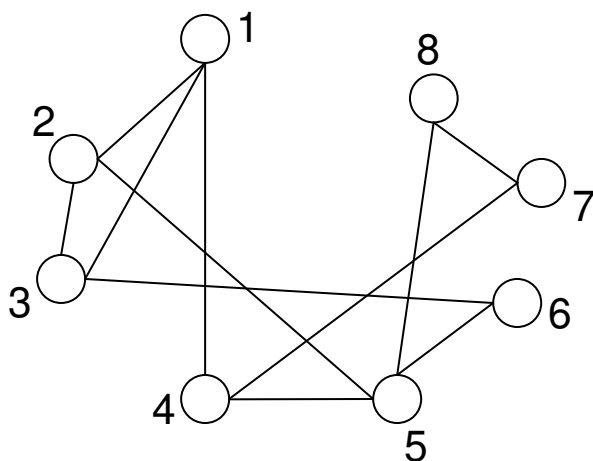
Sia M un matching di G e sia P un cammino aumentante rispetto a M . La differenza simmetrica

$$M' = (M - P) \cup (P - M) = M \oplus P$$

è un matching di cardinalità $|M| + 1$.

Esercizio 1

1. Dato il grafo in figura G , formulare il problema di determinare il minimo trasversale su G .



2. Scrivere la matrice di incidenza nodi-archi associata al grafo G e dire se è totalmente unimodulare motivando la risposta.

Esercizio 2

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

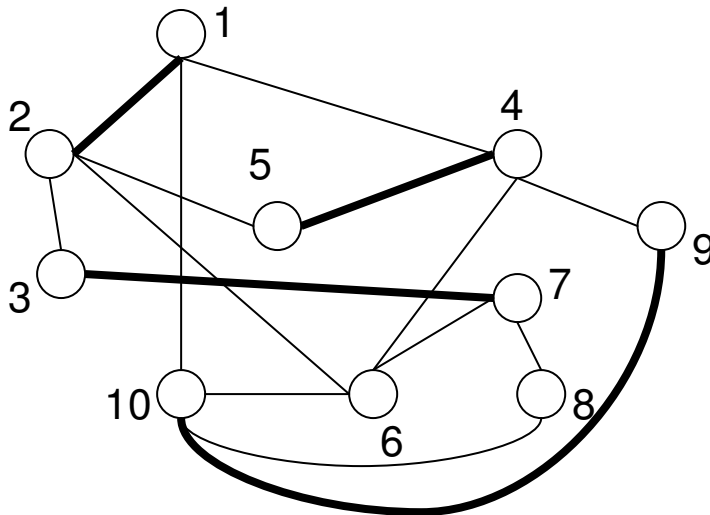
$$\begin{aligned} \max \quad & 16x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 36x_4 + 28x_5 \\ & 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 12x_4 + 10x_5 \leq 21 \\ & x \in \{0, 1\}^5 \end{aligned}$$

1. Calcolare la soluzione ottima \mathbf{x}^*_{PL} associata al rilassamento lineare.
2. Rafforzare la formulazione con l'aggiunta di una disequazione valida oppure concludere che non esiste una disequazione valida violata da \mathbf{x}^*_{PL} (**utilizzare l'algoritmo di programmazione dinamica per risolvere il problema di separazione**).
3. Determinare la soluzione ottima \mathbf{x}^* del problema di Knapsack 0-1 tramite l'algoritmo di Branch-and-Bound.

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Esercizio 3

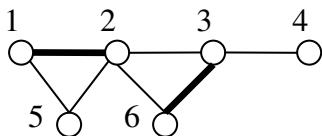
1. Dato il grafo in figura G_1 , a partire dal matching $M = \{12, 37, 45, 910\}$ determinare il massimo matching e il minimo vertex cover su G . Spiegare nel dettaglio i passi degli algoritmi utilizzati.



2. Disegnare un grafo G_2 tale che:
 - a. $\mu(G_2) = \tau(G_2) = \alpha(G_1)$;
 - b. $\alpha(G_2) = 7$;
 - c. G_2 è connesso.

Esercizio 4

Dato il grafo in figura



1. Dire se è possibile applicare su tale grafo l'algoritmo per il calcolo del massimo matching (motivando la risposta).
2. Dire se esiste un cammino aumentante rispetto al matching $M = \{12, 36\}$ e, in caso affermativo, calcolare tale cammino.