Prova Totale di **Ottimizzazione Combinatoria**
21 Febbraio 2011

Cognome ____________________
Nome ____________________
Matricola ____________________

Domanda 1

1. Dare la definizione di cammino aumentante su un grafo e fornire un esempio.
2. Dimostrare il seguente teorema:

"Sia v un vertice esposto in un matching M. Se non esiste un cammino aumentante per M che parte da v, allora esiste un matching massimo avente v esposto."

Esercizio 1

Dire se la seguente matrice è totalmente unimodulare o meno, motivando la risposta.

$$M = \begin{pmatrix} 1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{aligned} \max\ & 8x_1 - 2x_2 \\ & -4x_1 + 4x_2 \geq -6 \\ & 14x_1 - 4x_2 \leq 28 \\ & 2x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \in Z^+ \end{aligned}$$

Calcolare la soluzione ottima del problema applicando il metodo del branch and bound.
Calcolare il rilassamento continuo per via grafica ad ogni nodo.

Esercizio 3

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max\quad & 6x_1 - 11x_2 + 7x_3 + 6x_4 + 8x_5 - 12x_6 \\ & 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 2x_5 - 2x_6 \leq 2 \\ & x \in \{0, 1\}^6 \end{aligned}$$

determinare la soluzione ottima x^* applicando l'algoritmo di programmazione dinamica.

Esercizio 4

Siano $U, A_1, \ldots, A_n$ insiemi finiti e $a_1, \ldots, a_n \in \Re^+$.
Sia $\Im = \{X \subseteq U: |X \cup A_k| \geq a_k \text{ per ogni } k=1, \ldots, n\}$.
Dire se la coppia $(U, \Im)$ soddisfa la proprietà subclusiva e la proprietà di scambio (motivando la risposta) e quindi dedurre se la coppia $(U, \Im)$ è un matroide.