

Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Esercizio 1

Sia dato un insieme discreto e finito di elementi  $N = \{1, 2, \dots, q, \dots, n\}$ . Sia  $U = \{S: S \text{ è un sottoinsieme di } N\}$  e sia  $\mathcal{S} = \{X \subseteq U: X \text{ è un sottoinsieme discreto, contiene l'elemento } q \text{ e } |X| \leq k\}$  con  $k \geq 0$ .

1. La coppia  $(U, \mathcal{S})$  è subclusiva?
2. La coppia  $(U, \mathcal{S})$  soddisfa la proprietà di scambio?
3. Supponendo di associare un peso a ciascun elemento in  $N$  e di considerare il problema di determinare il sottoinsieme  $X \subseteq \mathcal{S}$  di peso massimo, come si comporta l'algoritmo Greedy sulla coppia  $(U, \mathcal{S})$ ?

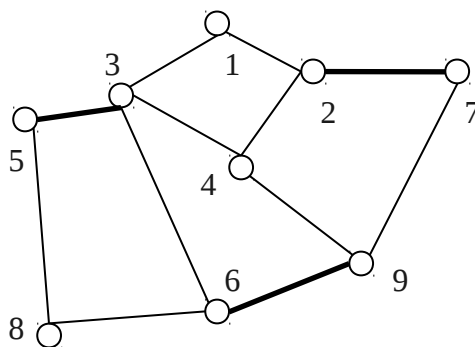
### Esercizio 2

1. Disegnare un grafo connesso con  $n$  nodi tale che
  - $n$  sia dispari e  $n > 5$
  - $\alpha < \rho$
  - $\mu = 4$
2. Quanto valgono  $\alpha$  e  $\rho$ ?

Indicare esplicitamente sul grafo disegnato gli archi che compongono il massimo matching ed il minimo edge cover ed i nodi che compongono il massimo insieme stabile e il minimo trasversale.

### Esercizio 3

Dato il grafo in figura  $G = (V, E)$  e il matching iniziale  $M = \{27, 35, 69\}$



1. Calcolare, se possibile, il massimo matching ed il minimo trasversale su  $G$  (spiegando nel dettaglio i passi dell'algoritmo utilizzato).
2. Determinare il massimo insieme stabile  $S$  su  $G$  ed il suo valore  $\alpha(G)$ .

### Esercizio 4

La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

	1	2	3	4	5	6
1	-	12	14	10	9	11
2	12	-	11	13	14	11
3	14	11	-	11	10	12
4	10	13	11	-	12	19
5	9	14	10	12	-	10
6	11	11	12	19	10	-

Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

1. Calcolare il valore del rilassamento che si ottiene determinando l'1-albero di costo minimo (spiegando nel dettaglio i passi dell'algoritmo utilizzato). Che tipo di bound rappresenta il valore della soluzione trovata rispetto al valore della soluzione ottima?
2. Calcolare il valore di una soluzione euristica tramite l'algoritmo di Christofides (spiegando nel dettaglio i passi dell'algoritmo). Che tipo di bound rappresenta il valore della soluzione trovata rispetto al valore della soluzione ottima?

### Esercizio 5

La tabella che segue contiene una lista di oggetti da inserire in uno zaino di capacità pari a 45Kg. Ogni oggetto ha un peso  $a_i$  e un profitto (atteso)  $p_i$ .

Oggetto	1	2	3	4	5
Peso	8	6	17	8	26
Profitto	26	16	125	47	245

1. Formulare il problema di scegliere gli oggetti da inserire nello zaino massimizzando il profitto finale e rispettando il vincolo di capacità.
2. Determinare un upper bound per il profitto massimo ottenibile.
3. Determinare un lower bound per il profitto massimo ottenibile.