

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Domanda 1

Enunciare e dimostrare il teorema di Konig.

Domanda 2

Dato un grafo $G=(V,E)$ si consideri la coppia (U,F) in cui $U=E$ e $F=\{X \subseteq U: X \text{ è un matching su } G\}$.

1. La coppia (U, F) è subclusiva?
2. La coppia (U, F) soddisfa la proprietà di scambio?
3. Cosa cambia se definiamo $F=\{X \subseteq U: X \text{ è un matching perfetto su } G\}$?

Esercizio 1

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

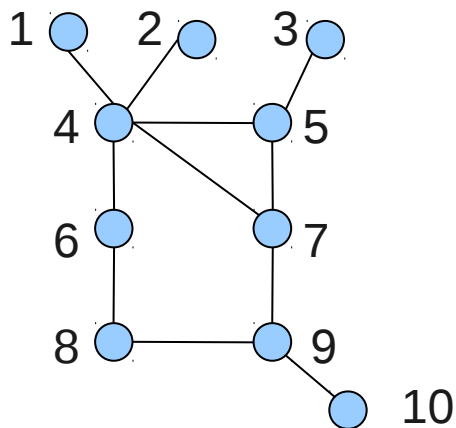
$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 12 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned}$$

1. Calcolare la soluzione ottima ed il valore ottimo del problema applicando il metodo di branch-and-bound.
2. Quali sono le possibili condizioni di chiusura di un nodo nell'algoritmo di branch-and-bound?

Esercizio 2

Dato il grafo in figura G

1. Determinare, se possibile, il massimo matching su G ed il suo valore $\mu(G)$.
2. Dato l'insieme di nodi $T=\{3, 4, 8, 9, 10\}$, dire se T è un trasversale di G e, in caso affermativo, dire se è un trasversale minimale.



Esercizio 3

1. Dare la definizione di matrice totalmente unimodulare.
2. Enunciare il criterio di sufficienza per le matrici totalmente unimodulari.
3. Scrivere una matrice M che sia totalmente unimodulare e tale che:
 - M abbia 4 righe e 6 colonne
 - ci siano almeno 3 elementi diversi da zero per riga
 - tutte le colonne siano diverse tra loroSpiegare perché M è totalmente unimodulare.

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Esercizio 4

La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

	A	B	C	D	E
A	-	2	10	3	4
B	2	-	7	15	20
C	10	7	-	5	8
D	3	15	5	-	6
E	4	20	8	6	-

4. Calcolare un lower bound per il valore del ciclo hamiltoniano ottimo fornito dal rilassamento lagrangiano del problema (applicare una sola iterazione dell'algoritmo di subgradiente).
5. E' possibile trarre qualche conclusione sul valore del ciclo hamiltoniano ottimo?