

Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Esercizio 1

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max \quad & 14x_1 + 16x_2 - 20x_3 + 12x_4 \\ & 4x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 13 \\ & x \in \{0, 1\}^6 \end{aligned}$$

descrivere l'algoritmo di Branch & Bound e risolvere il problema con tale algoritmo.

### Esercizio 2

Un'azienda deve pianificare gli investimenti per il prossimo anno. Sono stati selezionati i seguenti investimenti (le cifre sono espresse in milioni di Euro)

I <sub>1</sub> :	Redditività: 20	Cash Flow = {+2, +4, +5, +3}
I <sub>2</sub> :	Redditività: 5	Cash Flow = {+2, +4, +6, +5}
I <sub>3</sub> :	Redditività: 8	Cash Flow = {-10, -6, -9, -20}
I <sub>4</sub> :	Redditività: 6	Cash Flow = {+10, +8, -4, -5}
I <sub>5</sub> :	Redditività: 13	Cash Flow = {-5, -7, +3, +2}
I <sub>6</sub> :	Redditività: 11	Cash Flow = {+11, +5, -3, -6}

Sapendo che:

- Il budget trimestrale a disposizione dell'azienda è di  $B = \{15, 20, 7, 10\}$  milioni di euro per trimestre.
  - L'investimento I<sub>1</sub> può essere attivato solo se è stato attivato l'investimento I<sub>2</sub>.
  - Al più uno tra gli investimenti I<sub>1</sub>, I<sub>3</sub>, I<sub>5</sub> può essere attivato.
- Formulare come PL- $\{0,1\}$  il problema di massimizzare la redditività rispettando il vincolo sul budget trimestrale
  - Sapendo che la soluzione ottima del rilassamento lineare del problema al punto 1. è  $x_{PL}^* = \{1/2, 1/2, 0, 1, 1, 1\}$ , rafforzare la formulazione con l'aggiunta di una disequazione valida calcolata rispetto al vincolo sul budget del quarto trimestre ( $B(4) = 10$ ) oppure concludere che non esiste una disequazione valida violata da  $x_{PL}^*$ .

### Esercizio 3

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max \quad & -18x_1 + 16x_2 + 11x_3 + 12x_4 + 15x_5 + 20x_6 \\ & 7x_1 + 6x_2 + 10x_3 - 4x_4 + 4x_5 - 3x_6 \leq 3 \\ & x \in \{0, 1\}^6 \end{aligned}$$

descrivere la formula ricorsiva dell'algoritmo di Programmazione Dinamica e risolvere il problema con tale algoritmo.

Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

**Domanda 1**

Dare la definizione di  $(s,t)$ -taglio su un grafo  $G = (V, E)$ .

Per ogni arco  $ij \in E$ , sia  $c_{ij}$  il peso dell'arco. Formulare tramite la Programmazione Lineare Intera  $\{0,1\}$  il problema di determinare un albero ricoprente di peso minimo su  $G$ . Che cosa si può dire del rilassamento lineare del problema?