Prova Totale di **Ottimizzazione Combinatoria**
21 Luglio 2010

Cognome ____________________
Nome ____________________
Matricola ____________________

Domanda 1
Dare la definizione di matrice unimodulare e matrice totalmente unimodulare.
Dimostrare il seguente teorema:
A è totalmente unimodulare se

i) $a_{ij} \in \{-1, 0, 1\}$
ii) Ogni colonna ha al più due coefficienti non nulli
iii) Esiste una partizione (M_1, M_2) dell'insieme delle righe M tale che ogni colonna j contenente due coefficienti non nulli soddisfa

$$\sum_{i\in M_1} a_{ij} = \sum_{i\in M_2} a_{ij}$$

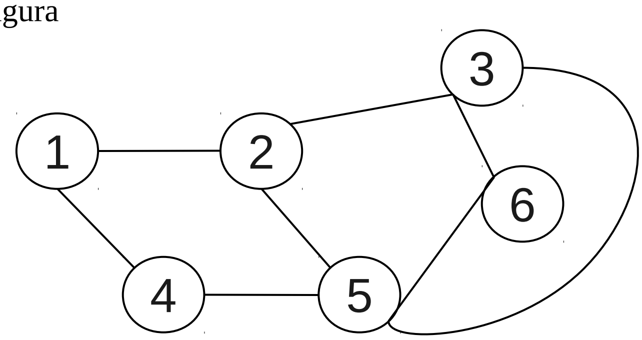
Esercizio 1
Dato un grafo $G = (V, E)$ definiamo l'insieme universo $U = E$ e la famiglia di insiemi ammissibili $\Im=\{X \subseteq E$: gli archi in X sono a due a due non adiacenti e toccano tutti i nodi del grafo $G\}$.
Dire se la coppia $(U, \Im)$ è subclusiva e se soddisfa la proprietà di scambio.

Esercizio 2
Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{aligned} \max\ & 4x_1 - x_2 \\ & 4x_1 + 2x_2 \geq 19 \\ & 10x_1 - 4x_2 \leq 25 \\ & 9x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \in Z^+ \end{aligned}$$

Calcolare la soluzione ottima del problema appilcando il metodo del branch and bound.
Calcolare il rilassamento continuo per via grafica ad ogni nodo.

Esercizio 3
Dato il grafo in figura



formulare il problema di massimo insieme stabile su tale grafo.
Il rilassamento lineare del problema formulato è intero? Motivare la risposta.

Esercizio 4
Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max\ & 17x_1 + 23x_2 + 9x_3 + 13x_4 \\ & 6x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 5x_4 <= 15 \\ & x \in \{0, 1\}^4 \end{aligned}$$

applicare l'algoritmo di Programmazione Dinamica per determinare la soluzione ottima.

Prova Totale di **Ottimizzazione Combinatoria**
21 Luglio 2010

Cognome ____________________
Nome ____________________
Matricola ____________________

Esercizio 5

Dire se il grafo in figura G è bipartito. Inoltre dire se esiste un cammino aumentante rispetto al matching evidenziato M = {(1,2), (4,5), (6,7)} ed, in caso affermativo, individuare tale cammino.