Prova Parziale di **Ottimizzazione Combinatoria**
23 Giugno 2011

Cognome ____________________
Nome ____________________
Matricola ____________________

Esercizio 1
Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{aligned} \max\ & 3x_1 + 2x_2 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 12 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \in Z^+ \end{aligned}$$

1. Calcolare la soluzione ottima ed il valore ottimo del problema applicando il metodo di branch-and-bound.
2. Quali sono le possibili condizioni di chiusura di un nodo nell'algoritmo di branch-and-bound?

Esercizio 2
Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max\ & 16x_1 + 10x_2 - 9x_3 + 10x_4 \\ & 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 7x_4 <= 3 \\ & x \in \{0, 1\}^4 \end{aligned}$$

1. Applicare l'algoritmo di Programmazione Dinamica per determinare la soluzione ottima e il valore ottimo del problema.
2. Scrivere la formula generale di programmazione dinamica per il problema di Knapsack 0-1.

Esercizio 3
1. Dare la definizione di matrice totalmente unimodulare.
2. Enunciare il criterio di sufficienza per le matrici totalmente unimodulari.
3. Scrivere una matrice *M* che sia totalmente unimodulare e tale che:

- *M* abbia 4 righe e 6 colonne
- ci siano almeno 3 elementi diversi da zero per riga
- tutte le colonne siano diverse tra loro

Spiegare perché *M* è totalmente unimodulare.

Esercizio 4
La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
A	-	2	10	3	4
B	2	-	7	15	20
C	10	7	-	5	8
D	3	15	5	-	6
E	4	20	8	6	-

1. Calcolare un lower bound per il valore del ciclo hamiltoniano ottimo fornito dal rilassamento lagrangiano del problema (applicare una sola iterazione dell'algoritmo di subgradiente).
2. E' possibile trarre qualche conclusione sul valore del ciclo hamiltoniano ottimo?