Esercizio 1

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\max\ 30x_1 + 36x_2 + 15x_3 + 11x_4 + 5x_5 + 3x_6$$

$$9x_1 + 12x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 17$$

$$x \in \{0,1\}^6$$

risolvere il problema tramite l’algoritmo di Branch-and-Bound.

Esercizio 1

Poiché in corrispondenza di ogni nodo dell'albero dovremo risolvere un problema di Knapsack continuo, riordiniamo gli oggetti in modo tale che

$$\frac{p_1}{a_1} \geq \frac{p_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{p_n}{a_n}$$

$p_1/a_1 = 30/9 = 3{,}333 \quad \Rightarrow \quad y_1$

$p_2/a_2 = 36/12 = 3 \quad \Rightarrow \quad y_2$

$p_3/a_3 = 15/6 = 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad y_3$

$p_4/a_4 = 11/5 = 2{,}2 \quad \Rightarrow \quad y_4$

$p_5/a_5 = 5/3 = 1{,}666 \quad \Rightarrow \quad y_5$

$p_6/a_6 = 3/2 = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad y_6$

Gli oggetti sono già ordinati $\Rightarrow$ Conserviamo la formulazione iniziale

Esercizio 1

Sia P_0 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_0 del nodo radice

$$\max\ 30x_1 + 36x_2 + 15x_3 + 11x_4 + 5x_5 + 3x_6$$
$$9x_1 + 12x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 17$$
$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 6$$

Calcoliamo la soluzione associata all'upper bound utilizzando l'algoritmo per il Knapsack continuo:

$x^0_{UB} = [1, (17 – 9)/12, 0, 0, 0, 0] = [1, 2/3, 0, 0, 0, 0] \Rightarrow z^0_{UB} = 54$

Per il lower bound, consideriamo una soluzione ammissibile data da

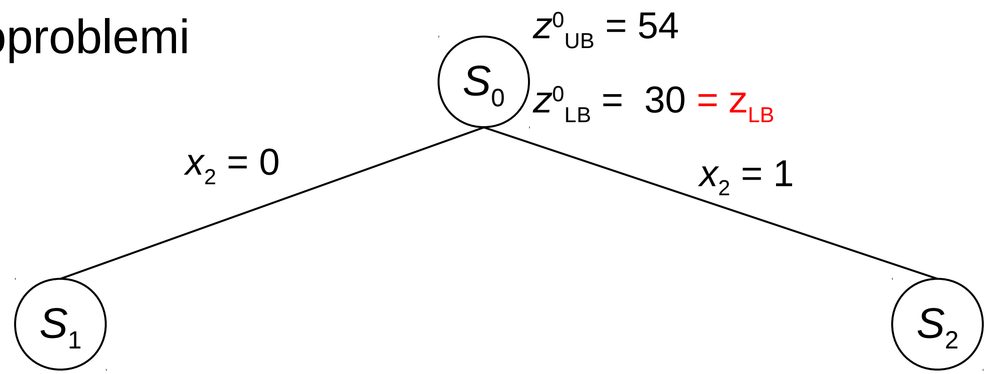
$x^0_{LB} = [1, 0, 0, 0, 0, 0] \Rightarrow z^0_{LB} = 30 = z_{LB.}$

Esercizio 1

Generiamo i due sottoproblemi

S_1 t.c. x2 = 0

S_2 t.c. x2 = 1



Sia P_1 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_1 ($x_2 = 0$)

$$\max 30x_1 + 15x_3 + 11x_4 + 5x_5 + 3x_6$$

$$9x_1 + 6x_3 + 5x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 17$$

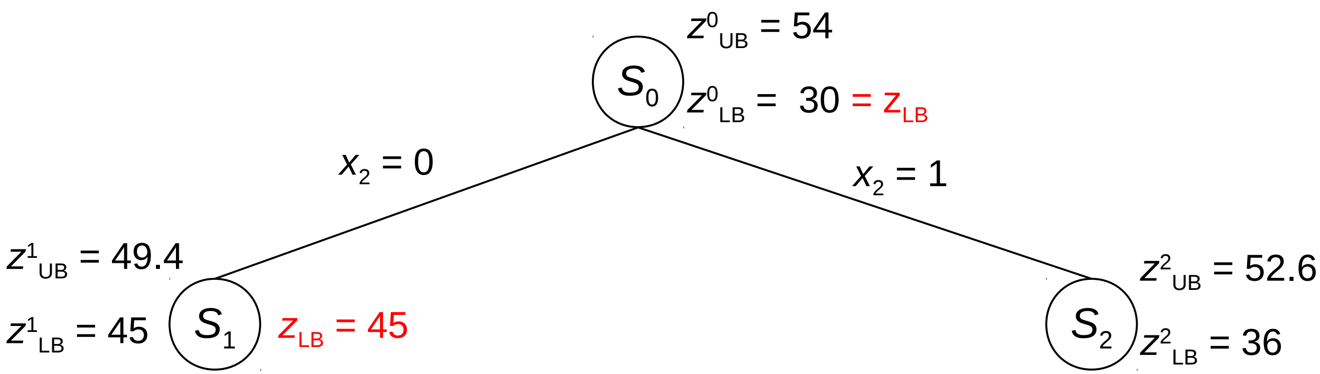
$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 6$$

$x^1_{UB} = [1, 0, 1, (17–15)/5, 0, 0] = [1, 0, 1, 2/5, 0, 0] \Rightarrow z^1_{UB} = 49{,}4$

$x^1_{LB} = [1, 0, 1, 0, 0, 0] = [1, 0, 1, 0, 0, 0] \Rightarrow z^1_{LB} = 45$.

Poiché $z^1_{LB} > z_{LB}$, aggiorniamo il valore del lower bound corrente $z_{LB} = 45$

Esercizio 1



Sia P_2 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_2 ($x_2 = 1$)

$$\max 30x_1 + 36 + 15x_3 + 11x_4 + 5x_5 + 3x_6$$

$$9x_1 + 12 + 6x_3 + 5x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 17 \Rightarrow 9x_1 + 6x_3 + 5x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 5$$

$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 6$$

$x^2_{UB} = [(17–12)/9, 1, 0, 0, 0, 0] = [5/9, 1, 0, 0, 0, 0] \Rightarrow z^2_{UB} = 52,6$

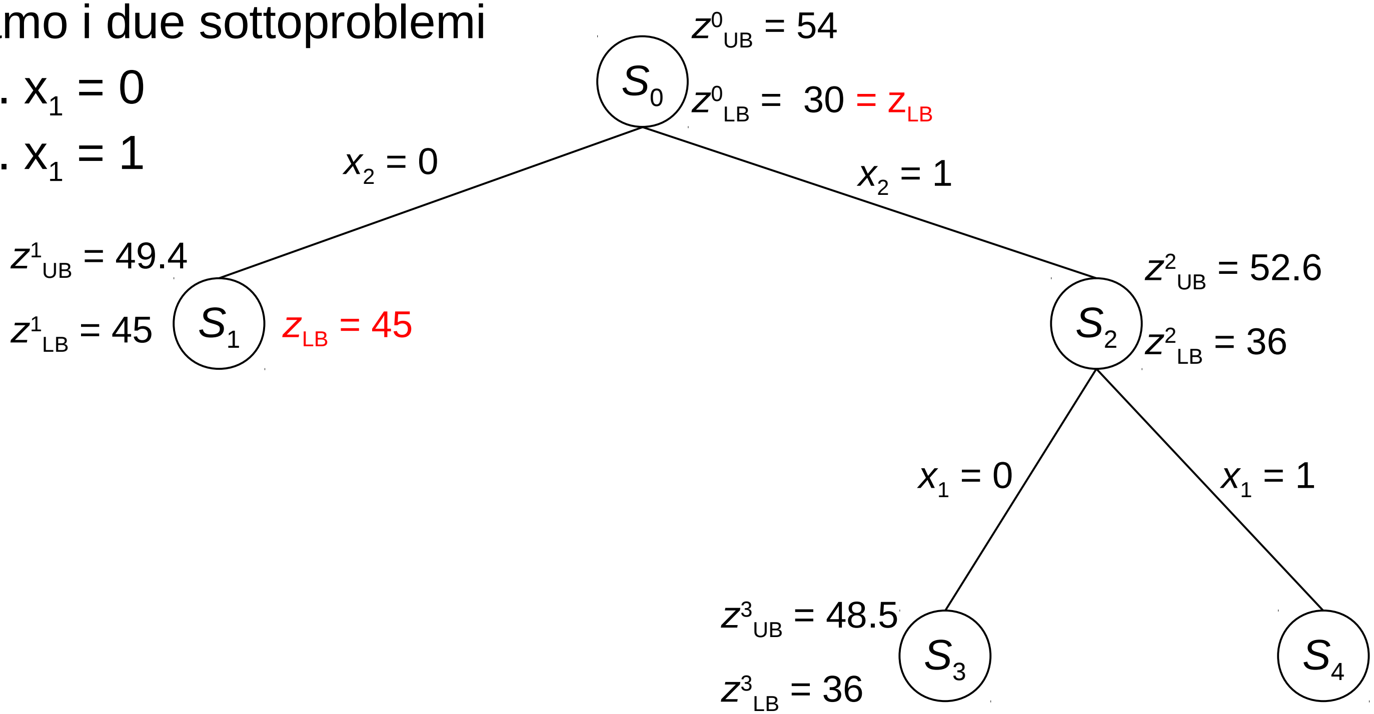
$x^2_{LB} = [0, 1, 0, 0, 0, 0] \Rightarrow z^2_{LB} = 36.$

Esercizio 1

Da S_2, generiamo i due sottoproblemi

S_3 t.c. $x_1 = 0$

S_4 t.c. $x_1 = 1$



Sia P_3 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_3 ($x_2 = 1$, $x_1=0$)

$$\max 36 + 15x_3 + 11x_4 + 5x_5 + 3x_6$$

$$6x_3 + 5x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 5$$

$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 6$$

$x^3_{UB} = [0, 1, 5/6, 0, 0, 0] \Rightarrow z^3_{UB} = 48{,}5$

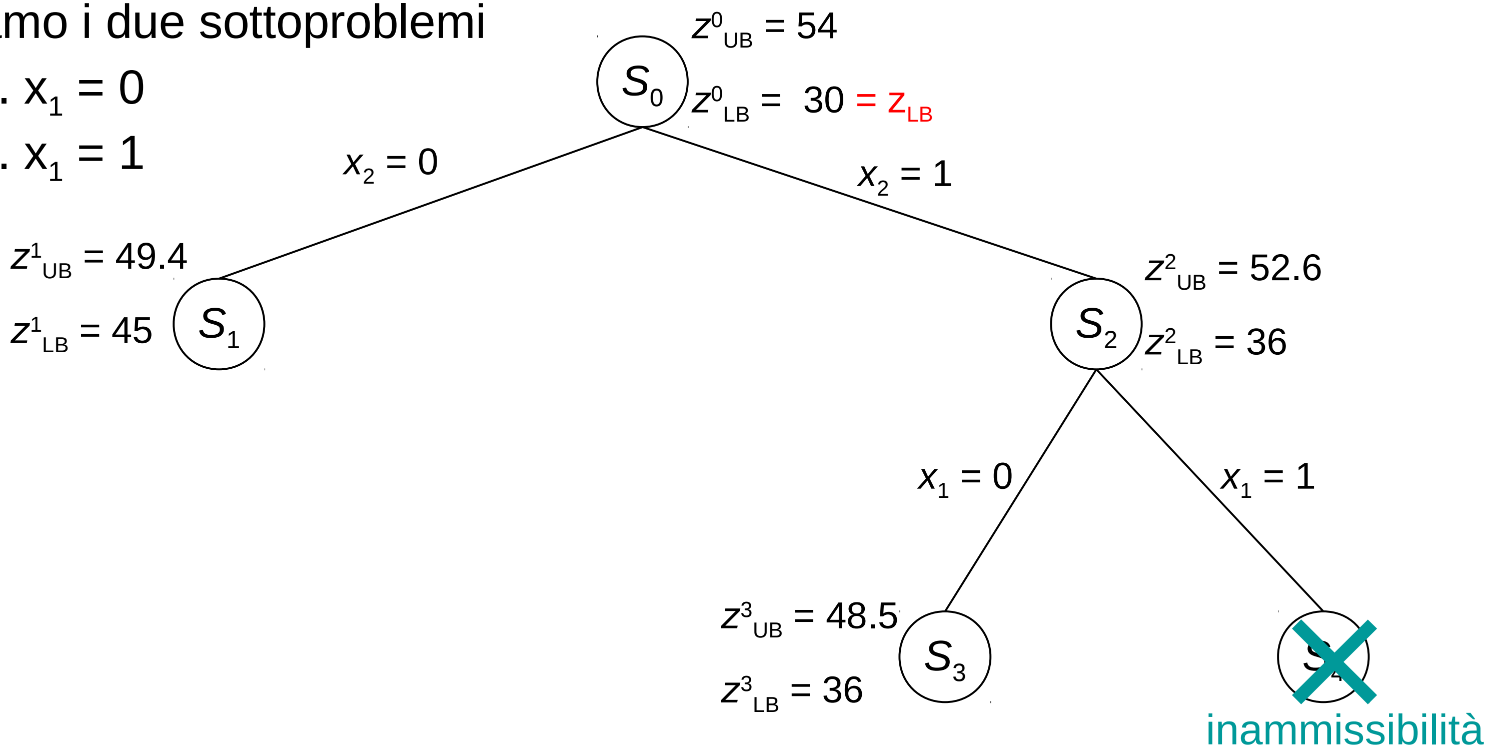
$x^3_{LB} = [0, 1, 0, 0, 0, 0] \Rightarrow z^3_{LB} = 36.$

Esercizio 1

Da S_2, generiamo i due sottoproblemi

S_3 t.c. $x_1 = 0$

S_4 t.c. $x_1 = 1$



Sia P_4 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_4 ($x_2 = x_1 = 1$)

$$\max 30 + 36 + 15x_3 + 11x_4 + 5x_5 + 3x_6$$

$$9 + 12 + 6x_3 + 5x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 17 \Rightarrow 6x_3+5x_4+3x_5+2x_6 \leq 17 - 21$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \; i = 1, \ldots, 6$$

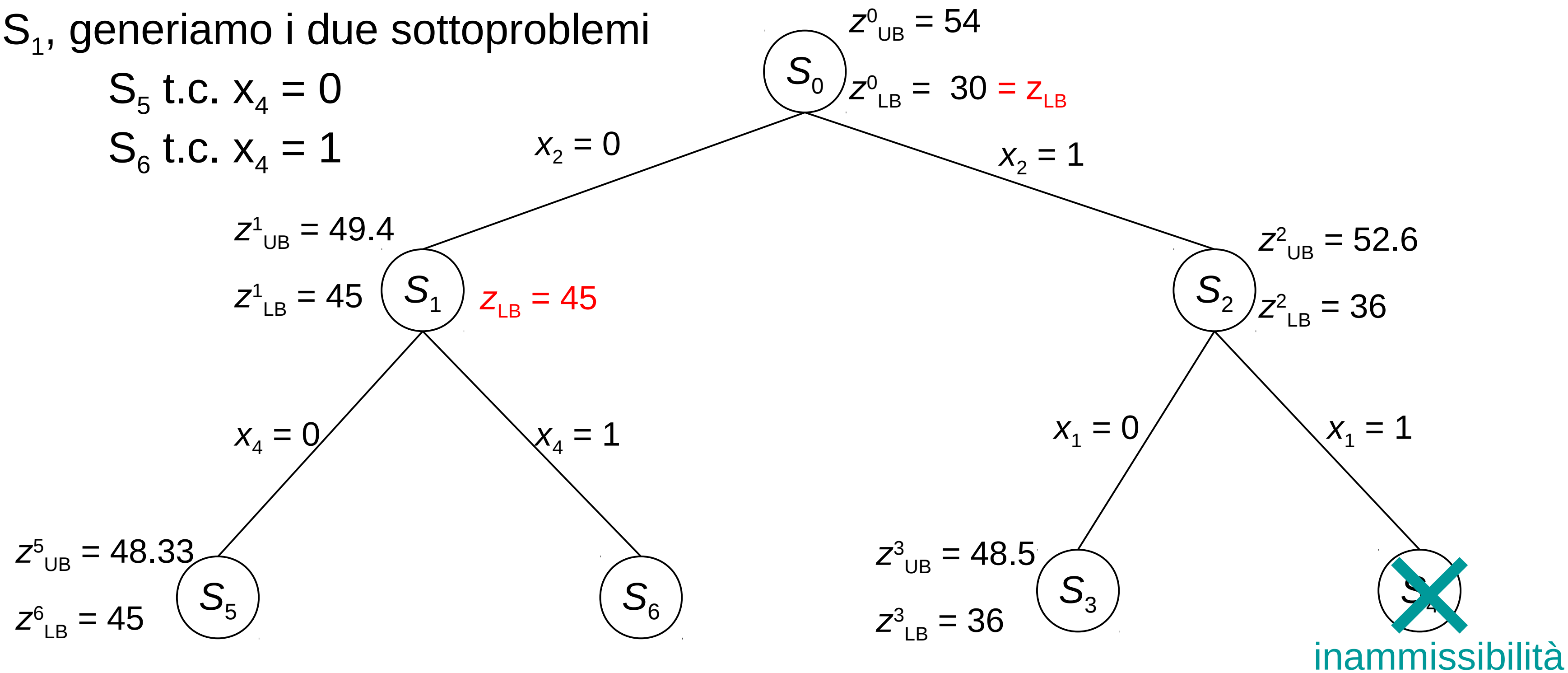
Poiché P_4 è inammissibile, il nodo S_4 può essere chiuso per inammissibilità.

Esercizio 1

Da S_1, generiamo i due sottoproblemi

S_5 t.c. $x_4 = 0$

S_6 t.c. $x_4 = 1$



Sia P_5 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_1 ($x_2 = x_4 = 0$)

$$\max 30x_1 + 15x_3 + 5x_5 + 3x_6$$

$$9x_1 + 6x_3 + 3x_5 + 2x_6 \leq 17$$

$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 6$$

$x^5_{UB} = [1, 0, 1, 0, (17–15)/3, 0] = [1, 0, 1, 0, 2/3, 0] \Rightarrow z^5_{UB} = 48,33$

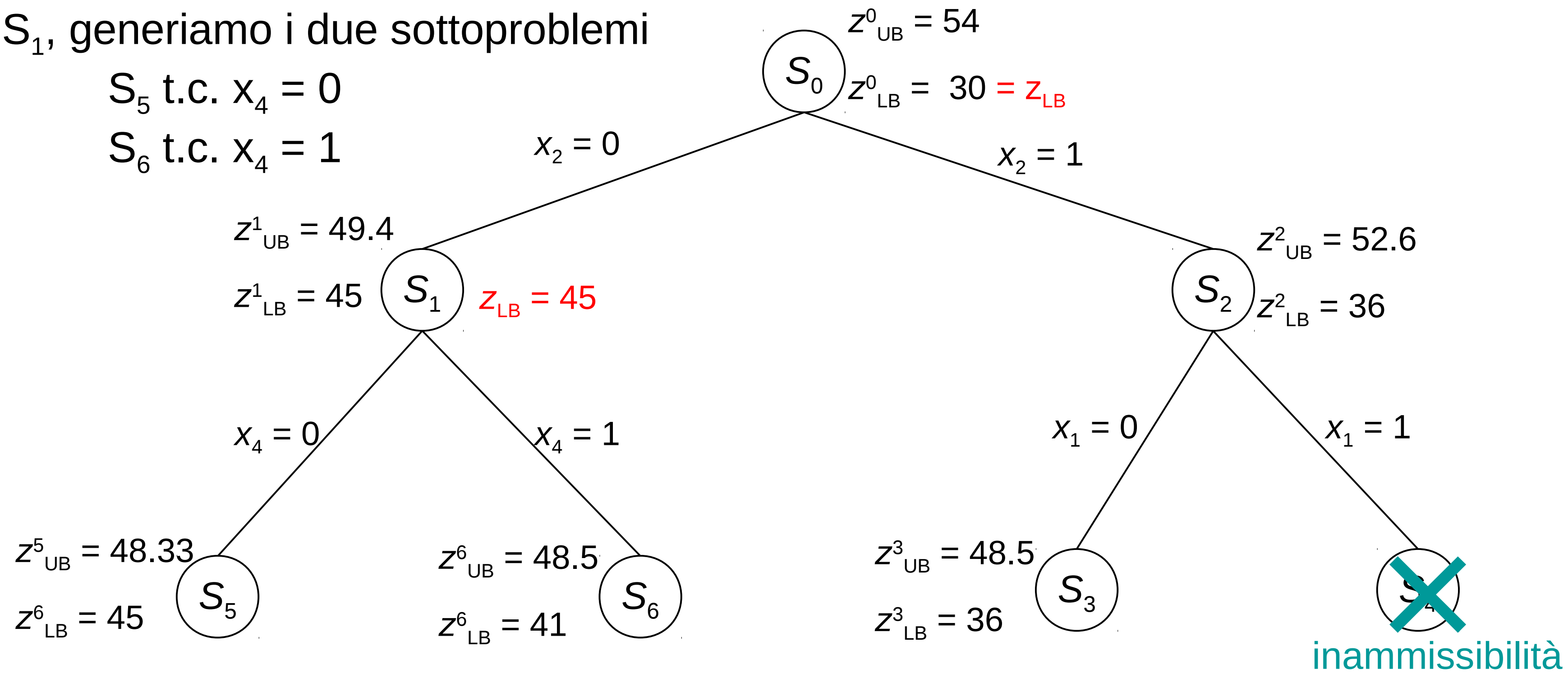
$x^5_{LB} = [1, 0, 1, 0, 0, 0] \Rightarrow z^5_{LB} = 45.$

Esercizio 1

Da S_1, generiamo i due sottoproblemi

S_5 t.c. $x_4 = 0$

S_6 t.c. $x_4 = 1$



Sia P_6 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_6 ($x_2 = 0$, $x_4=1$)

$$\max 30\,x_1 + 15x_3 + 11 + 5x_5 + 3x_6$$

$$9x_1 + 6x_3 + 5 + 3x_5 + 2x_6 \leq 17 \Rightarrow 9x_1 + 6x_3 + 3x_5 + 2x_6 \leq 12$$

$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 6$$

$x^6_{UB} = [1, 0, (12–9)/6 , 1, 0, 0] = [1, 0, 1/2, 1, 0, 0] \Rightarrow z^6_{UB} = 48,5$

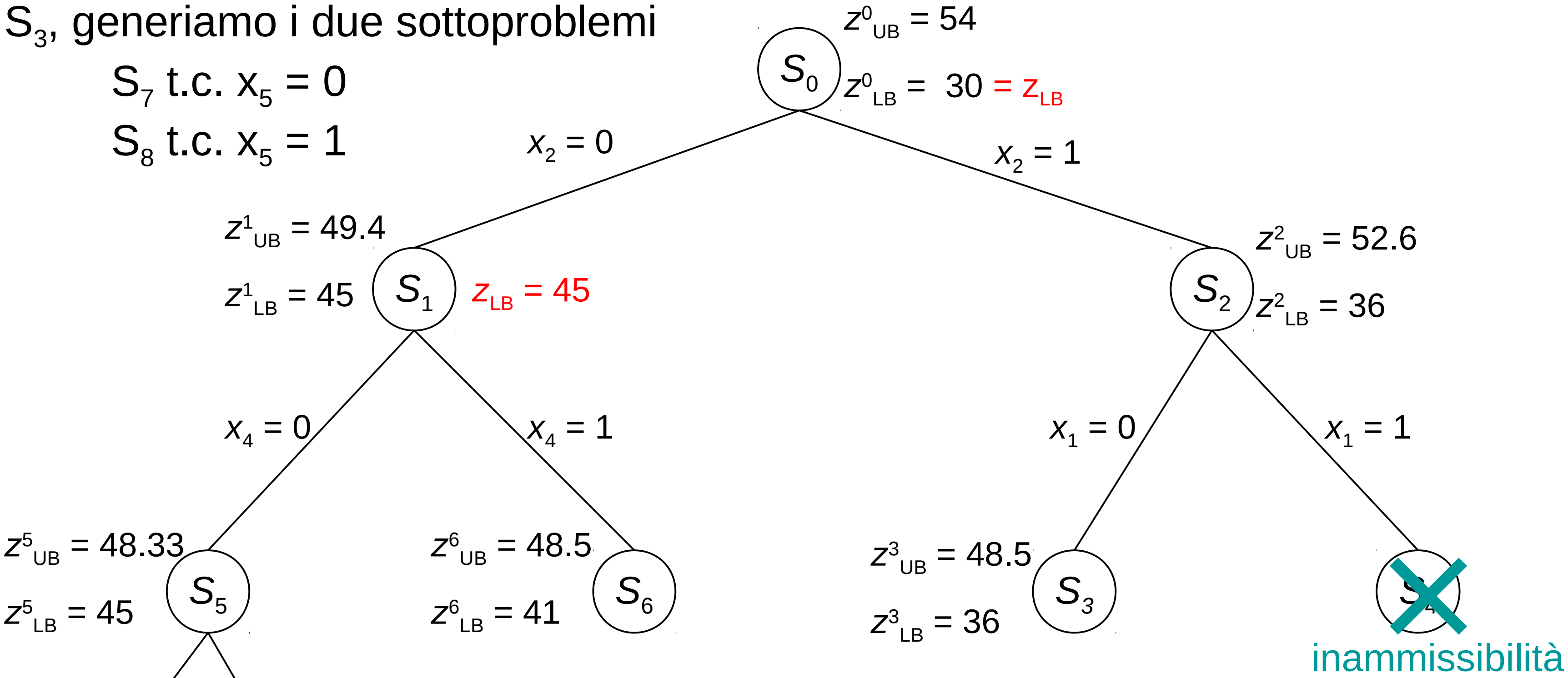
$x^6_{LB} = [1, 0, 0, 1, 0, 0] \Rightarrow z^6_{LB} = 41.$

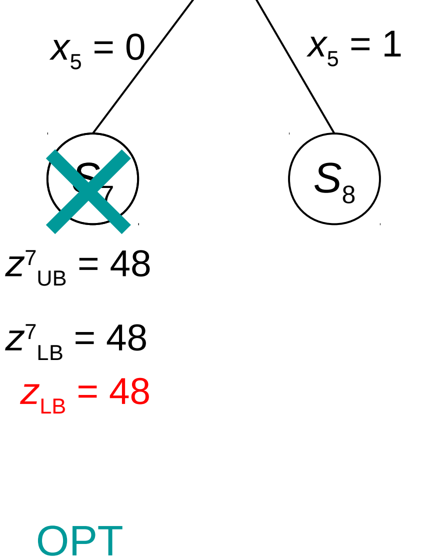
Esercizio 1

Da S_3, generiamo i due sottoproblemi

S_7 t.c. $x_5 = 0$

S_8 t.c. $x_5 = 1$





Sia P_7 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_7 (x_2=x_4=x_5=0)

$$\max 30x_1 + 15x_3 + 3x_6$$

$$9x_1 + 6x_3 + 2x_6 \leq 17$$

$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1, \dots, 6$$

$x^7_{UB} = [1, 0, 1, 0, 0, 1] \Rightarrow z^7_{UB} = 48$

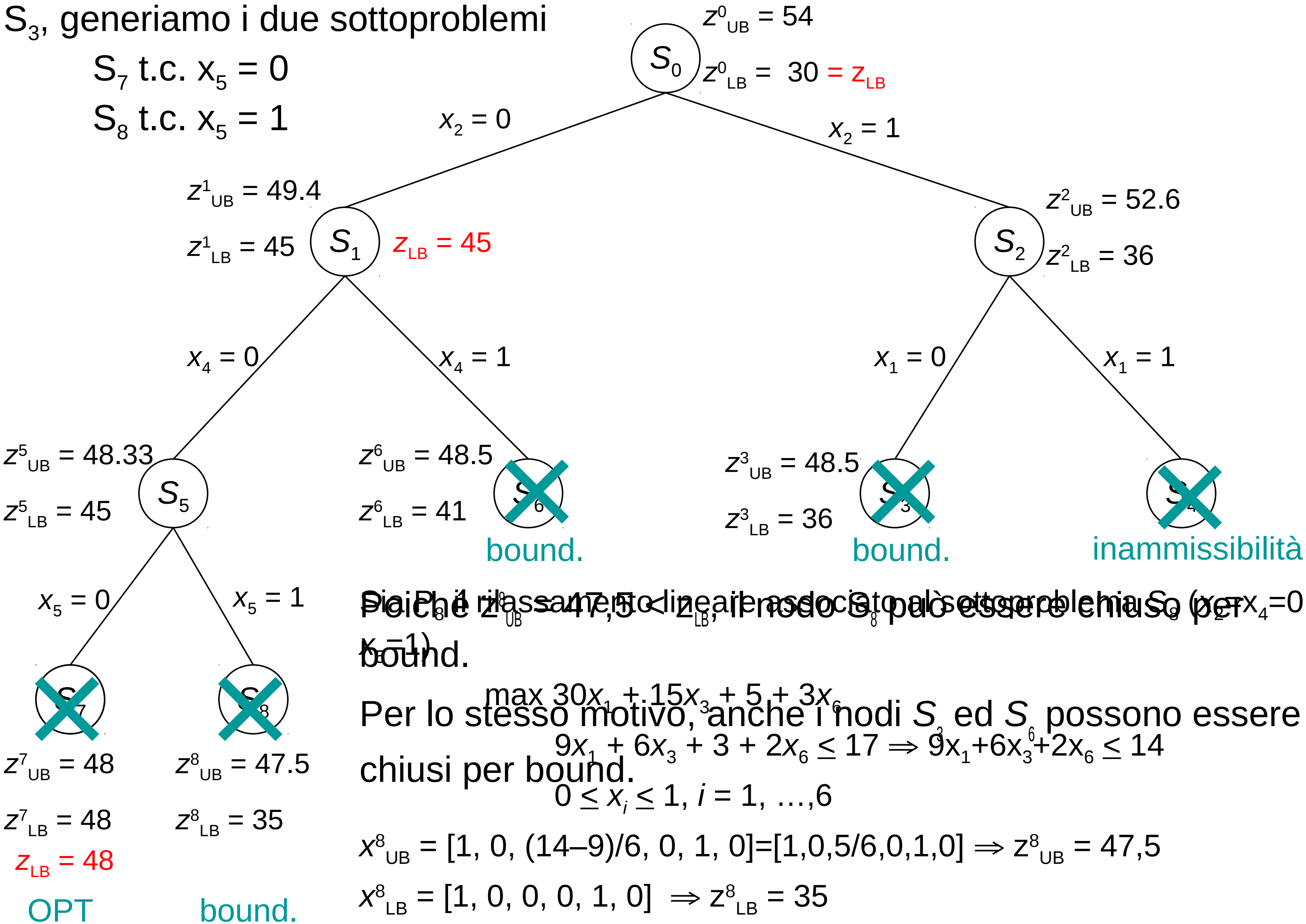
$x^7_{LB} = [1, 0, 1, 0, 0, 1] \Rightarrow z^7_{LB} = 48 \Rightarrow z_{LB} = 48.$

Esercizio 1

Da S_3, generiamo i due sottoproblemi

S_7 t.c. $x_5 = 0$

S_8 t.c. $x_5 = 1$



Sia P_8 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_8 ($x_2=x_4=0$, $x_5=1$)

Poiché $z^8_{UB} = 47,5 < z_{LB}$, il nodo S_8 può essere chiuso per bound.

$$\max 30x_1 + 15x_3 + 5 + 3x_6$$

$$9x_1 + 6x_3 + 3 + 2x_6 \leq 17 \Rightarrow 9x_1+6x_3+2x_6 \leq 14$$

$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 6$$

Per lo stesso motivo, anche i nodi S_3 ed S_6 possono essere chiusi per bound.

$x^8_{UB} = [1, 0, (14–9)/6, 0, 1, 0]=[1,0,5/6,0,1,0] \Rightarrow z^8_{UB} = 47,5$

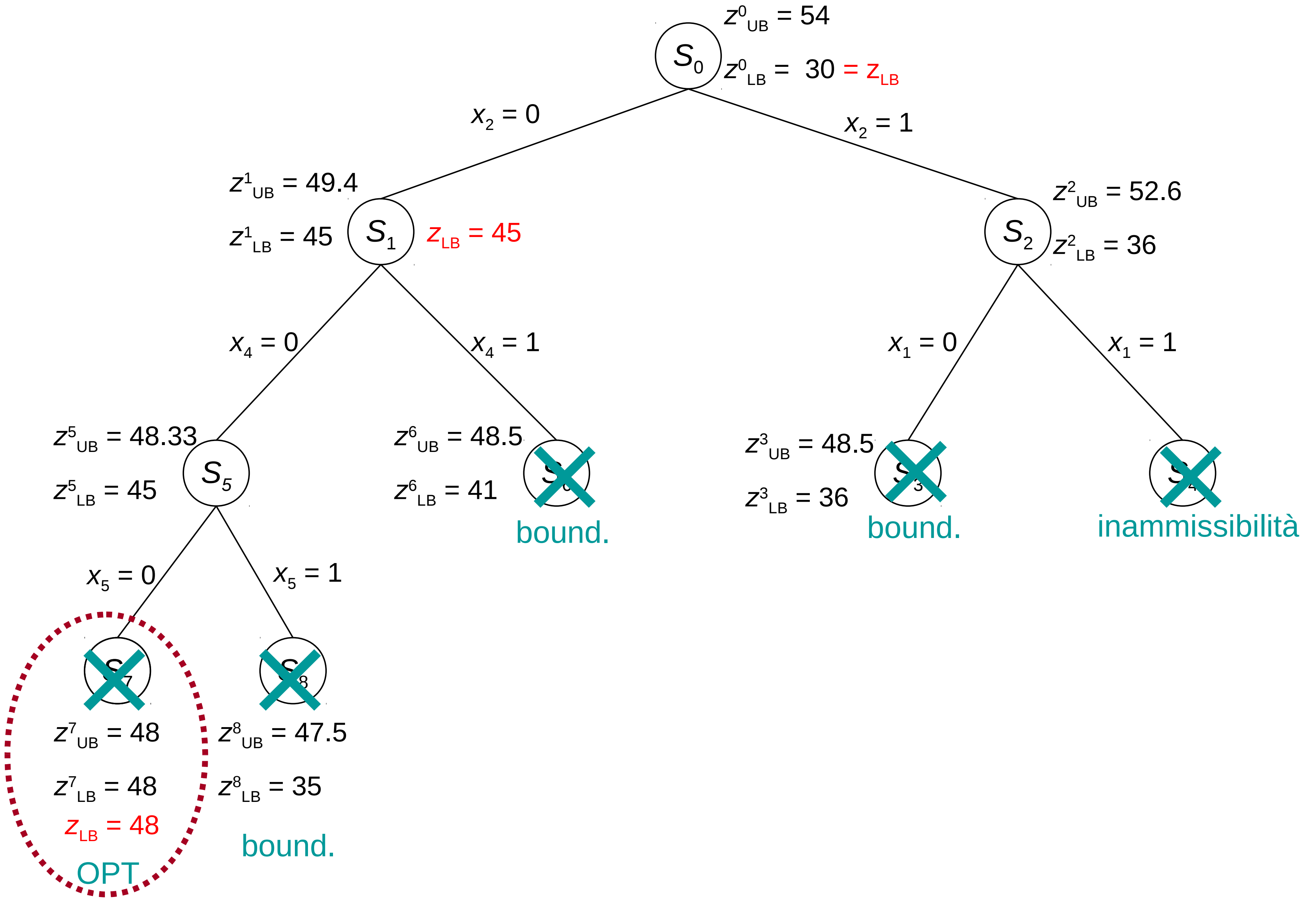
$x^8_{LB} = [1, 0, 0, 0, 1, 0] \Rightarrow z^8_{LB} = 35$

Esercizio 1

Per determinare il valore finale ottimo del problema, consideriamo tutti i nodi che sono stati chiusi per ottimalità e prendiamo la soluzione che da’ il massimo valore della funzione obiettivo.

Nel nostro caso il valore ottimo è dato da $z^*=48$ e corrisponde alla soluzione $x^* = [1,0,1,0,0,1]$ associata al nodo S_7.

Esercizio 1


S_0
$z^0_{UB} = 54$
$z^0_{LB} = 30 = z_{LB}$
$x_2 = 0$
$x_2 = 1$
$z^1_{UB} = 49.4$
$z^1_{LB} = 45$
S_1
$z_{LB} = 45$
S_2
$z^2_{UB} = 52.6$
$z^2_{LB} = 36$
$x_4 = 0$
$x_4 = 1$
$x_1 = 0$
$x_1 = 1$
$z^5_{UB} = 48.33$
$z^5_{LB} = 45$
S_5
$z^6_{UB} = 48.5$
$z^6_{LB} = 41$
S_6
bound.
$z^3_{UB} = 48.5$
$z^3_{LB} = 36$
S_3
bound.
S_4
inammissibilità
$x_5 = 0$
$x_5 = 1$
S_7
S_8
$z^7_{UB} = 48$
$z^7_{LB} = 48$
$z_{LB} = 48$
OPT
$z^8_{UB} = 47.5$
$z^8_{LB} = 35$
bound.

Esercizio 2

Dato il seguente problema di Knapsack

$$\max 6\,x_1 + 10\,x_2 + 12\,x_3$$

$$x_1 + 2x_2 + 3\,x_3 \leq 5 \qquad \text{(KP)}$$

$$x \in \{0,1\}^3$$

risolvere il problema tramite l'algoritmo di programmazione dinamica.

Esercizio 2

$$\max\ 6\,x_1 + 10\,x_2 + 12\,x_3$$
$$x_1 + 2x_2 + 3\,x_3 \le 5 \qquad \text{(KP)}$$
$$x \in \{0,1\}^3$$

Calcoliamo la formula di ricorsione per $r = 1$:

$z_1(0) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$z_1(1) = 6 \Rightarrow x_1 = 1$

$z_1(2) = 6 \Rightarrow x_1 = 1$

$z_1(3) = 6 \Rightarrow x_1 = 1$

$z_1(4) = 6 \Rightarrow x_1 = 1$

$z_1(5) = 6 \Rightarrow x_1 = 1$

Esercizio 2

Rappresentiamo questi valori in una tabella di dimensione $n \times b = 3 \times 5$, in cui ogni elemento contiene $z_r(d)$.

Il simbolo * nella soluzione indica che la variabile non è stata ancora fissata

r \ d	0	1	2	3	4	5
1	(0,*,*) 0	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6
2	$z_2(0)$	$z_2(1)$	$z_2(2)$	$z_2(3)$	$z_2(4)$	$z_2(5)$
3	$z_3(0)$	$z_3(1)$	$z_3(2)$	$z_3(3)$	$z_3(4)$	$z_3(5)$

Esercizio 2

Calcoliamo ora $z_2(d)$:

Per $d = \{0, 1\}$

$z_2(0) = z_1(0) = 0 \Rightarrow x_2 = 0$

$z_2(1) = z_1(1) = 6 \Rightarrow x_2 = 0$

Per $d = \{2, 3, 4, 5\}$

$z_2(2) = \max \{z_1(2), z_1(0) + c_2\} = \max \{6, 10\} = 10 \Rightarrow x_2 = 1$

$z_2(3) = \max \{z_1(3), z_1(1) + c_2\} = \max \{6, 16\} = 16 \Rightarrow x_2 = 1$

$z_2(4) = \max \{z_1(4), z_1(2) + c_2\} = \max \{6, 16\} = 16 \Rightarrow x_2 = 1$

$z_2(5) = \max \{z_1(5), z_1(3) + c_2\} = \max \{6, 16\} = 16 \Rightarrow x_2 = 1$

Riportando questi valori in tabella si ha:

Esercizio 2

r \ d	0	1	2	3	4	5
1	(0,*,*) 0	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6
2	(0,0,*) 0	(1,0,*) 6	(0,1,*) 10	(1,1,*) 16	(1,1,*) 16	(1,1,*) 16
3	$z_3(0)$	$z_3(1)$	$z_3(2)$	$z_3(3)$	$z_3(4)$	$z_3(5)$

Esercizio 2

Calcoliamo ora z_3(d):

Per d = {0, 1, 2}

$z_3(0) = z_2(0) \Rightarrow x_3 = 0$

$z_3(1) = z_2(1) \Rightarrow x_3 = 0$

$z_3(2) = z_2(2) \Rightarrow x_3 = 0$

Per d = {3, 4, 5}

$z_3(3) = \max\{z_2(3), z_2(0) + c_3\} = \max\{16, 12\} = 16 \Rightarrow x_3 = 0$

$z_3(4) = \max\{z_2(4), z_2(1) + c_3\} = \max\{16, 18\} = 18 \Rightarrow x_3 = 1$

$z_3(5) = \max\{z_2(5), z_2(2) + c_3\} = \max\{16, 22\} = 22 \Rightarrow x_3 = 1$

Riportando questi valori in tabella si ha:

Esercizio 2

r \ *d*	0	1	2	3	4	5
1	(0,*,*) 0	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6	(1,*,*) 6
2	(0,0,*) 0	(1,0,*) 6	(0,1,*) 10	(1,1,*) 16	(1,1,*) 16	(1,1,*) 16
3	(0,0,0) 0	(1,0,0) 6	(0,1,0) 10	(1,1,0) 16	(1,0,1) 18	(0,1,1) 22

Pertanto, la soluzione ottima è $x^* = (0, 1, 1)$ di valore 22.

Esercizio 3

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\max\ 22x_1 + 8x_2 - 12x_3 + 16x_4$$
$$7x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 \leq 10$$
$$x \in \{0,1\}^4$$

risolvere il problema tramite l'algoritmo di Branch-and-Bound.

Esercizio 3

Poiché la variabile x_3 ha coefficiente negativo, applichiamo il seguente cambio di variabile $x'_3 = 1 - x_3$ per ricondurci ad un problema di Knapsack 0-1 in cui i coefficienti del vincolo e della funzione obiettivo sono tutti non negativi.

Il problema diventa

$$-12 + \max 22x_1 + 8x_2 + \overset{12}{x'_3} + 16x_4$$

$$7x_1 + 3x_2 + 4x'_3 + 5x_4 \leq 14$$

$$x \in \{0,1\}^4$$

Possiamo momentaneamente trascurare la costante –12 ricordandoci di aggiungerla al valore finale della soluzione di branch & bound.

Esercizio 3

Riordiniamo ora gli oggetti in modo tale che

$$\frac{p_1}{a_1} \geq \frac{p_2}{a_2} \geq \ldots \geq \frac{p_n}{a_n}$$

$p_1/a_1 = 22/7 = 3{,}14 \quad \Rightarrow \quad y_2$

$p_2/a_2 = 8/3 = 2{,}66 \quad \Rightarrow \quad y_4$

$p_3/a_3 = 12/4 = 3 \quad \Rightarrow \quad y_3$

$p_4/a_4 = 16/5 = 3{,}2 \quad \Rightarrow \quad y_1$

Riscriviamo ora il problema nelle nuove variabili y_i

$$\begin{aligned} \max\ & 16y_1 + 22y_2 + 12y_3 + 8y_4 \\ & 5y_1 + 7y_2 + 4y_3 + 3y_4 \leq 14 \\ & y \in \{0,1\}^4 \end{aligned}$$

Esercizio 3

Sia P_0 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_0 del nodo radice

$$\max 16y_1 + 22y_2 + 12y_3 + 8y_4$$
$$5y_1 + 7y_2 + 4y_3 + 3y_4 \leq 14$$
$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 4$$

Calcoliamo la soluzione associata all'upper bound utilizzando l'algoritmo per il Knapsack continuo:

$y^0_{UB} = [1, 1, 1/2, 0] \Rightarrow z^0_{UB} = 44$

Per il lower bound, consideriamo una soluzione ammissibile data da

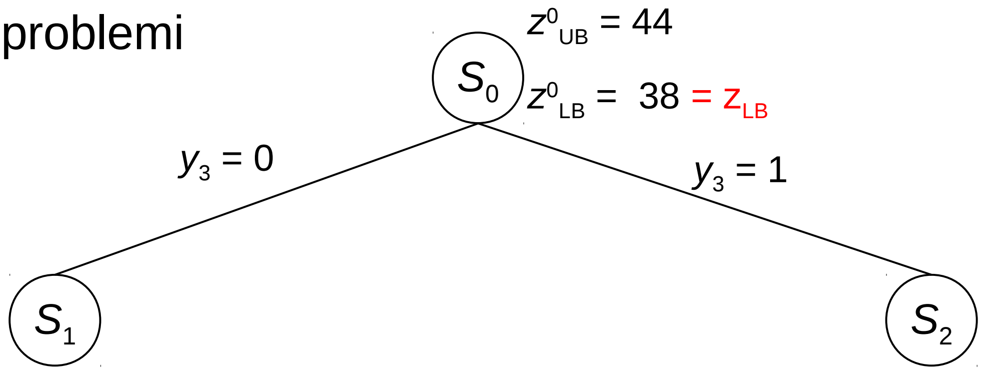
$x^0_{LB} = [1, 1, 0, 0] \Rightarrow z^0_{LB} = 38 = z_{LB.}$

Esercizio 3

Generiamo i due sottoproblemi

S_1 t.c. $y_3 = 0$

S_2 t.c. $y_3 = 1$



Sia P_1 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_1 ($y_3 = 0$)

$$\max 16y_1 + 22y_2 + 8x_4$$

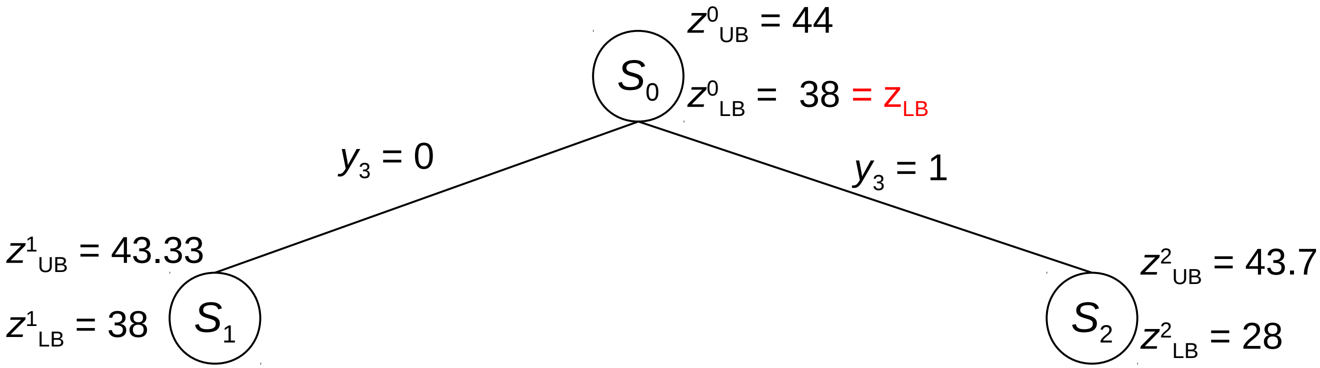
$$5y_1 + 7y_2 + 3y_4 \leq 14$$

$$0 \leq y_i \leq 1, \; i = 1, \ldots, 4$$

$y^1_{UB} = [1, 1, 0, 2/3] \Rightarrow z^1_{UB} = 43{,}33$

$z^1_{LB} = [1, 1, 0, 0] \Rightarrow z^1_{LB} = 38.$

Esercizio 3



Sia P_2 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_2 ($y_3 = 1$)

$$\max 16y_1 + 22y_2 + 12 + 8y_4$$
$$5y_1 + 7y_2 + 3y_4 \leq 10$$
$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 4$$

$y^2_{UB} = [1, 5/7, 1, 0] \Rightarrow z^2_{UB} = 43{,}7$

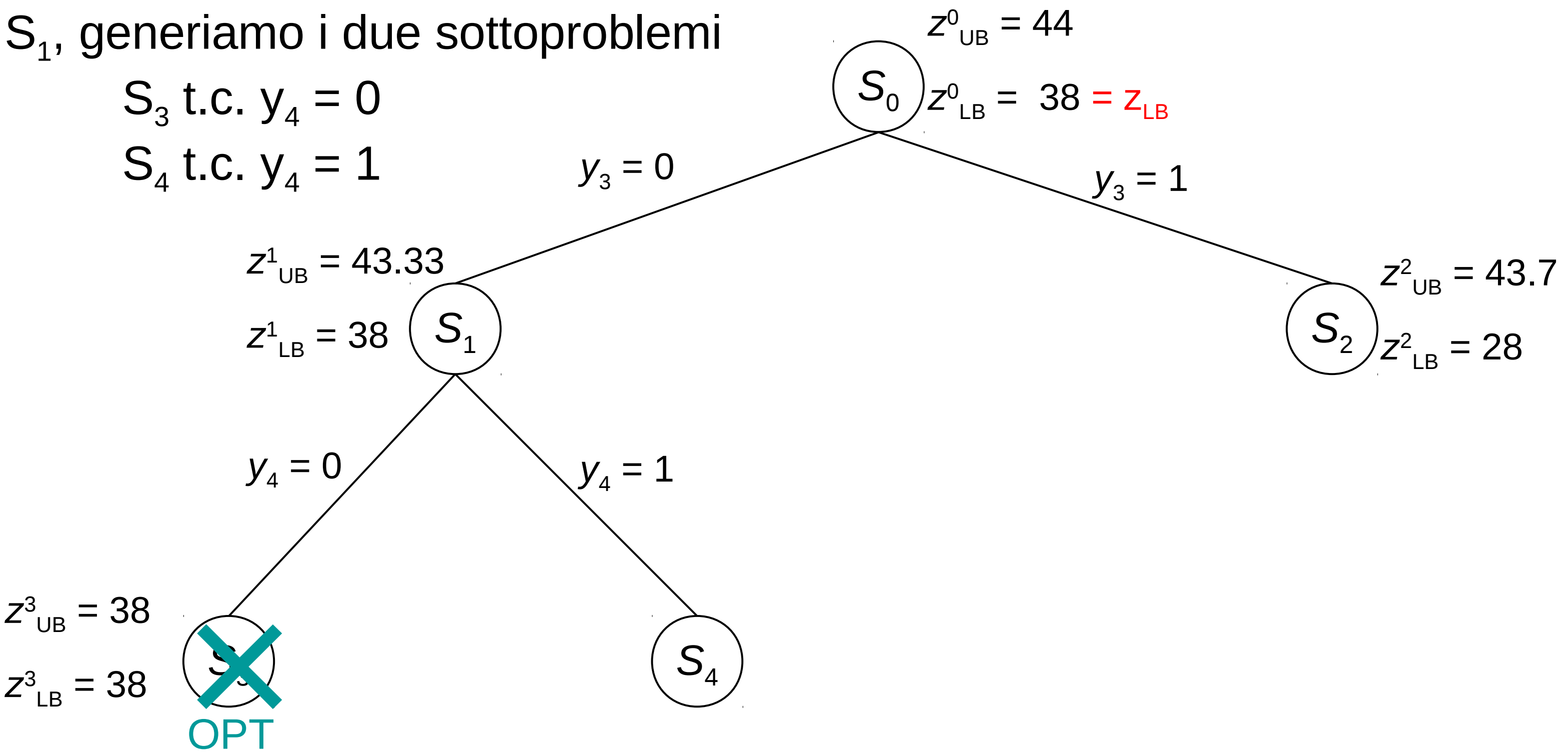
$y^2_{LB} = [1, 0, 1, 0] \Rightarrow z^2_{LB} = 28.$

Esercizio 3

Da S_1, generiamo i due sottoproblemi

S_3 t.c. $y_4 = 0$

S_4 t.c. $y_4 = 1$



Sia P_3 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_3 ($y_3 = y_4 = 0$)

$$\max 16y_1 + 22y_2$$

$$5y_1 + 7y_2 \leq 14$$

$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 4$$

$\Rightarrow$ Chiudiamo il nodo per ottimalità.

$y^3_{UB} = [1, 1, 0, 0] \Rightarrow z^3_{UB} = 38$

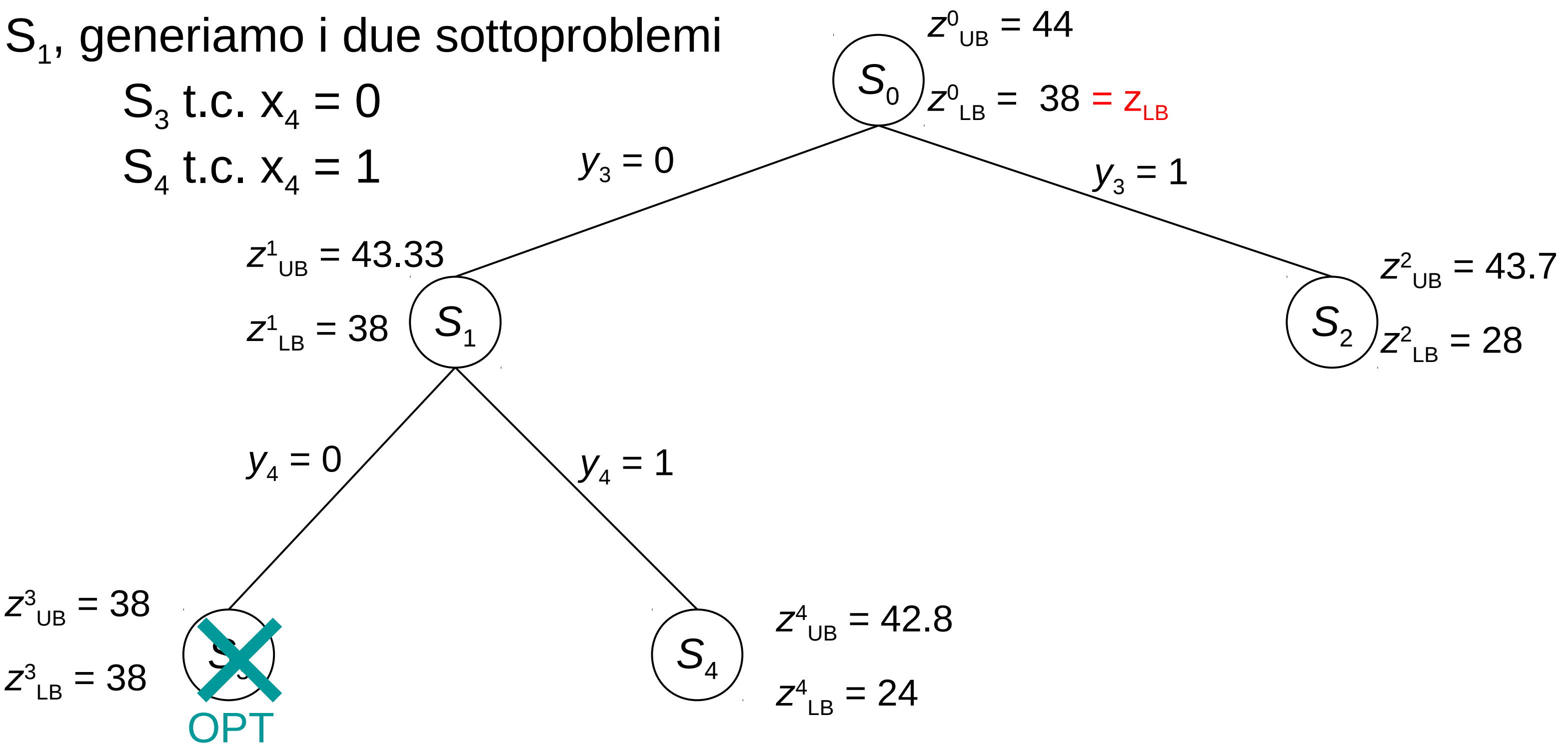
$x^3_{LB} = [1, 1, 0, 0] \Rightarrow z^3_{LB} = 38.$

Esercizio 3

Da S_1, generiamo i due sottoproblemi

S_3 t.c. $x_4 = 0$

S_4 t.c. $x_4 = 1$



Sia P_4 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_4 ($y_3 = 0$, $y_4=1$)

$$\max 16y_1 + 22y_2 + 8$$

$$5y_1 + 7y_2 \leq 11$$

$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 5$$

$y^4_{UB} = [1, 6/7, 0, 1] \Rightarrow z^4_{UB} = 42,8$

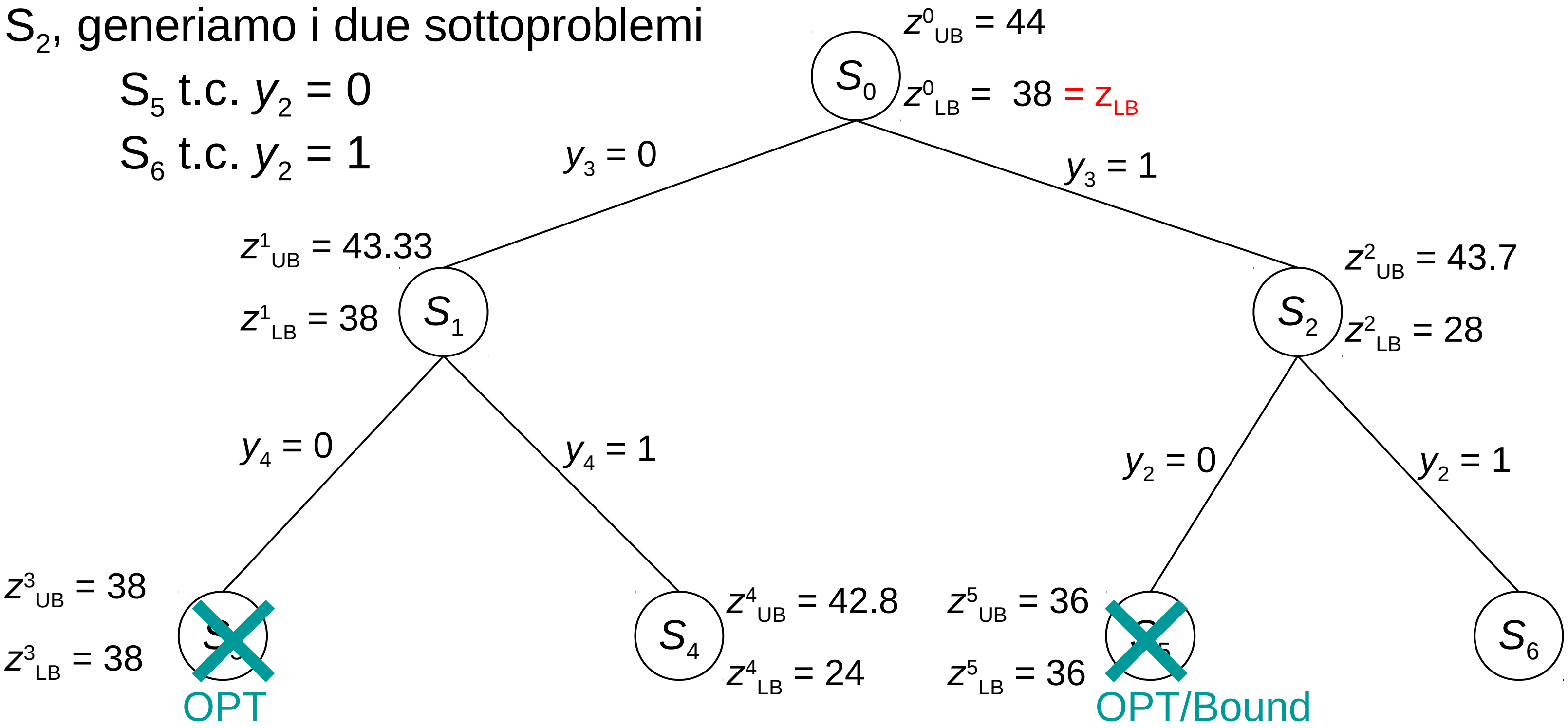
$y^4_{LB} = [1, 0, 0, 1] \Rightarrow z^4_{LB} = 24.$

Esercizio 3

Da S_2, generiamo i due sottoproblemi

S_5 t.c. $y_2 = 0$

S_6 t.c. $y_2 = 1$



Sia P_5 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_5 ($y_3 = 1$, $y_2=0$)

$$\max 16y_1 + 12 + 8y_4$$

$$5y_1 + 3y_4 \leq 10$$

$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 4$$

$\Rightarrow$ Chiudiamo il nodo per ottimalità o per bound.

$y^5_{UB} = [1, 0, 1, 1] \Rightarrow z^5_{UB} = 36$

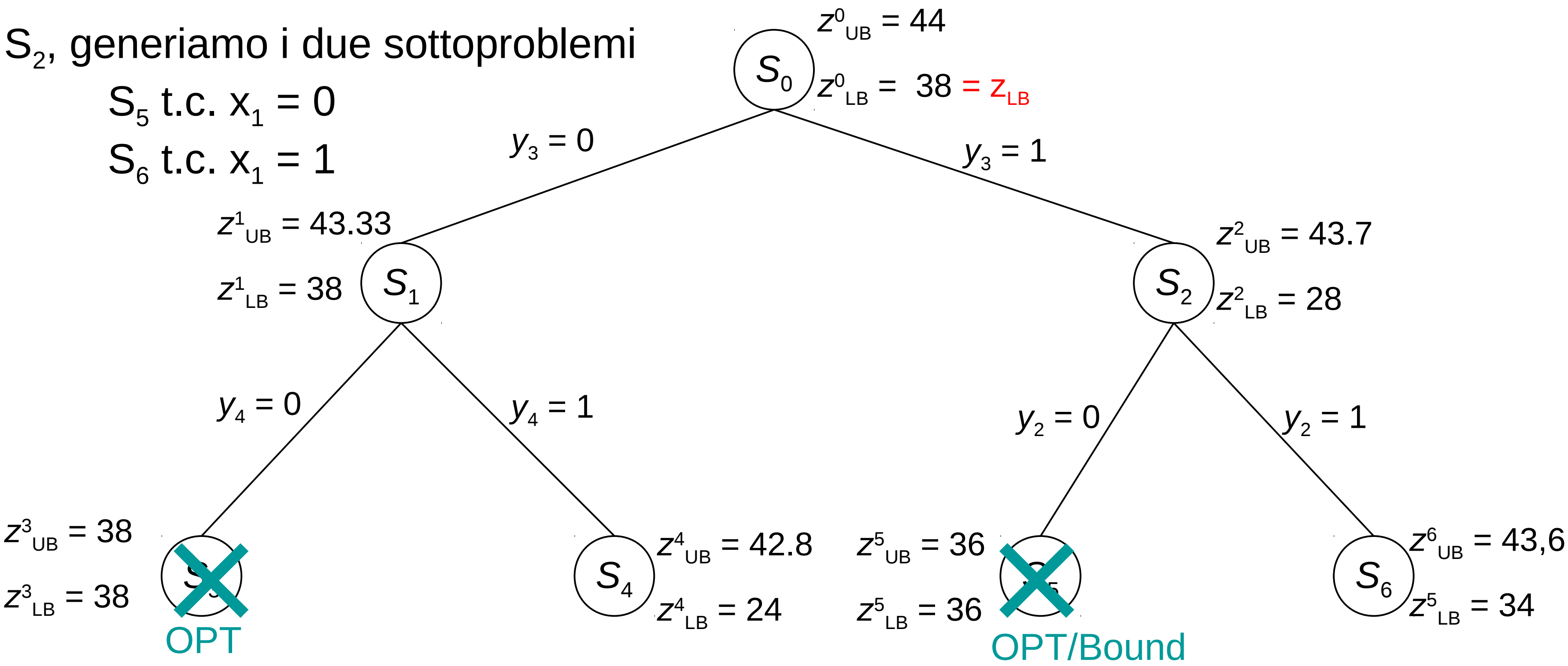
$y^5_{LB} = [1, 0, 1, 1] \Rightarrow z^5_{LB} = 36.$

Esercizio 3

Da S_2, generiamo i due sottoproblemi

S_5 t.c. $x_1 = 0$

S_6 t.c. $x_1 = 1$



Sia P_6 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_6 ($y_3 = 0$, $y_2=1$)

$$\max 16y_1 + 22 + 12 + 8y_4$$

$$5y_1+3y_4 \leq 3$$

$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 4$$

$y^6_{UB} = [3/5, 1, 1, 0] \Rightarrow z^6_{UB} = 43,6$

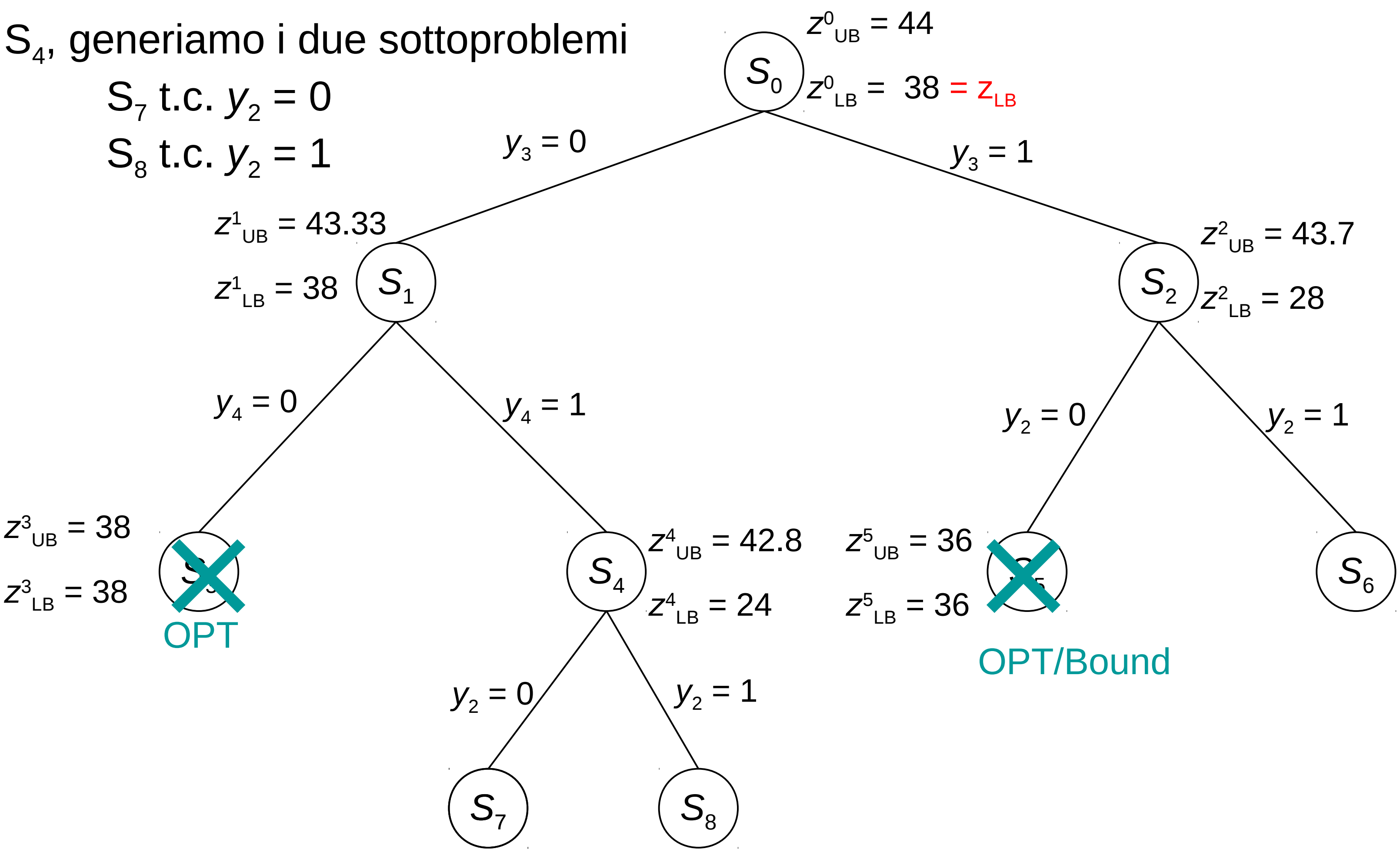
$y^6_{LB} = [0, 1, 1, 1] \Rightarrow z^6_{LB} = 34.$

Esercizio 3

Da S_4, generiamo i due sottoproblemi

S_7 t.c. $y_2 = 0$

S_8 t.c. $y_2 = 1$



Esercizio 3

Sia P_7 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_7 (y_3=y_2=0,y_4=1)

$$\max 16y_1 + 8$$
$$5y_1 \leq 11$$
$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 4$$

$y^7_{UB} = [1, 0,0, 1] \Rightarrow z^7_{UB} = 20$

$y^7_{LB} = [1, 0, 0, 1] \Rightarrow z^7_{LB} = 20$

Poiché y^7_{UB} è intera il nodo S_7 può essere chiuso per ottimalità.

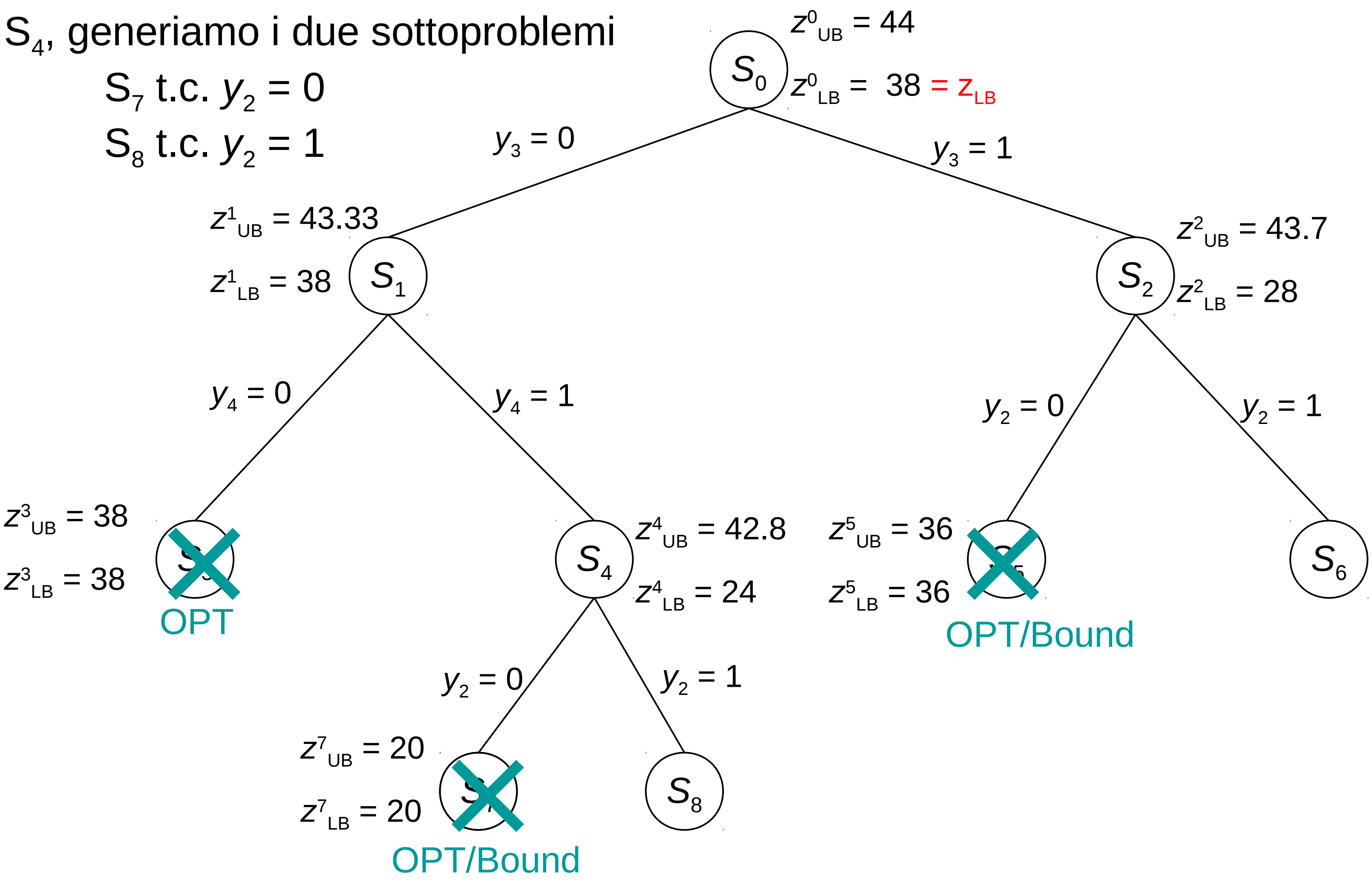
Osserviamo che questo nodo potrebbe anche essere chiuso per bound in quanto $z^7_{UB} < z_{LB}$.

Esercizio 3

Da S_4, generiamo i due sottoproblemi

S_7 t.c. $y_2 = 0$

S_8 t.c. $y_2 = 1$



Esercizio 3

Sia P_8 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_8 ($y_3=0, y_4=y_2=1$)

$$\max\ 16y_1 + 30$$
$$5y_1 \leq 4$$
$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 4$$

$y^8_{UB} = [4/5, 1, 0, 1] \Rightarrow z^8_{UB} = 42{,}8$

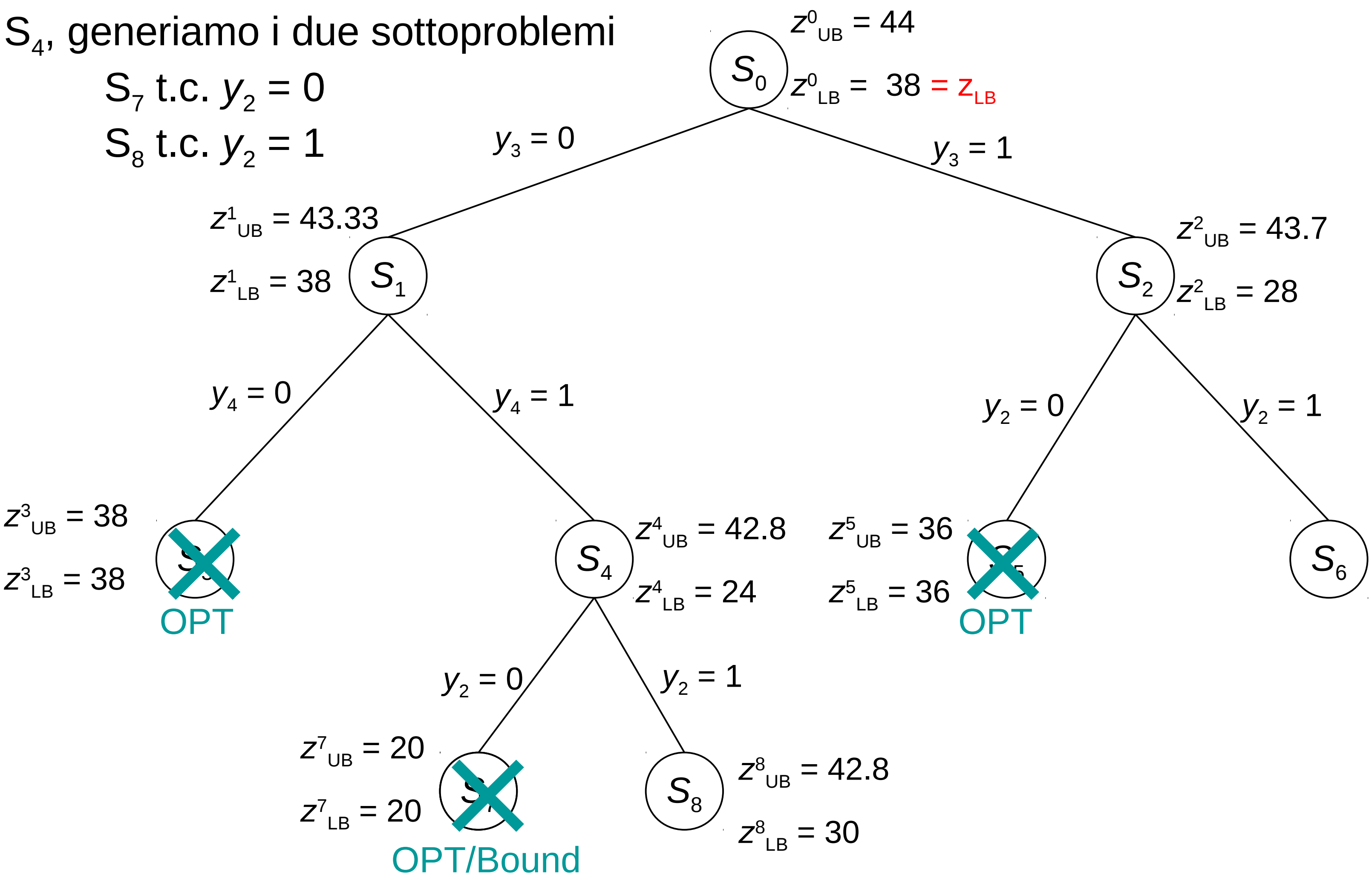
$y^8_{LB} = [0, 0, 1, 1] \Rightarrow z^8_{LB} = 30$

Esercizio 3

Da S_4, generiamo i due sottoproblemi

S_7 t.c. $y_2 = 0$

S_8 t.c. $y_2 = 1$

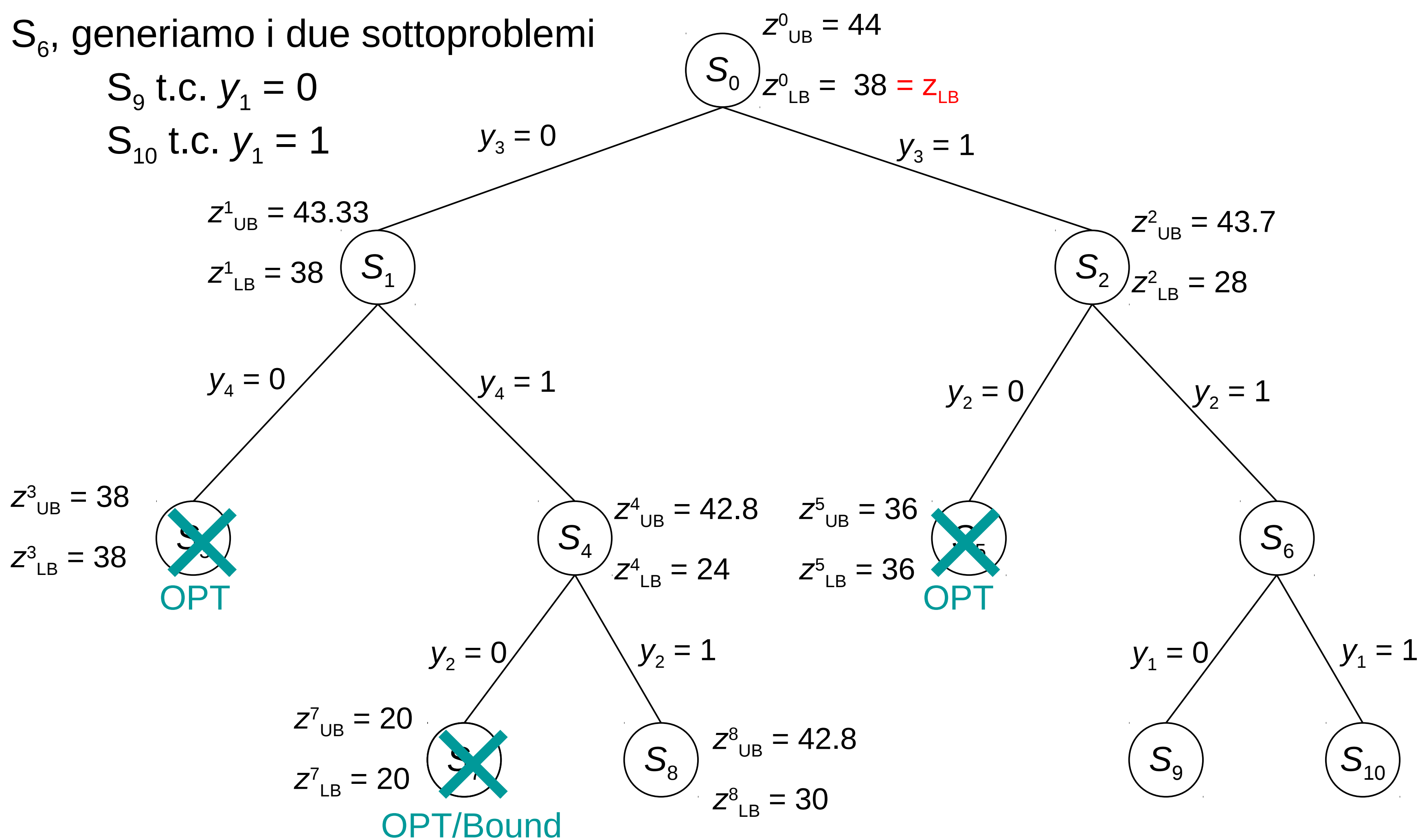


Esercizio 3

Da S_6, generiamo i due sottoproblemi

S_9 t.c. $y_1 = 0$

S_{10} t.c. $y_1 = 1$



Esercizio 3

Sia P_9 il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_9 (y_3=y_2=1, y_1=0)

$$\max 22 + 12 + 8y_4$$
$$3y_4 \leq 3$$
$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \dots, 4$$

y^9_{UB} = [0, 1,1, 1] $\Rightarrow$ z^8_{UB} = 42

y^8_{LB} = [0, 1, 1, 1] $\Rightarrow$ z^8_{LB} = 42

Poiché y^9_{UB} è intera, il nodo S_9 può essere chiuso per ottimalità.

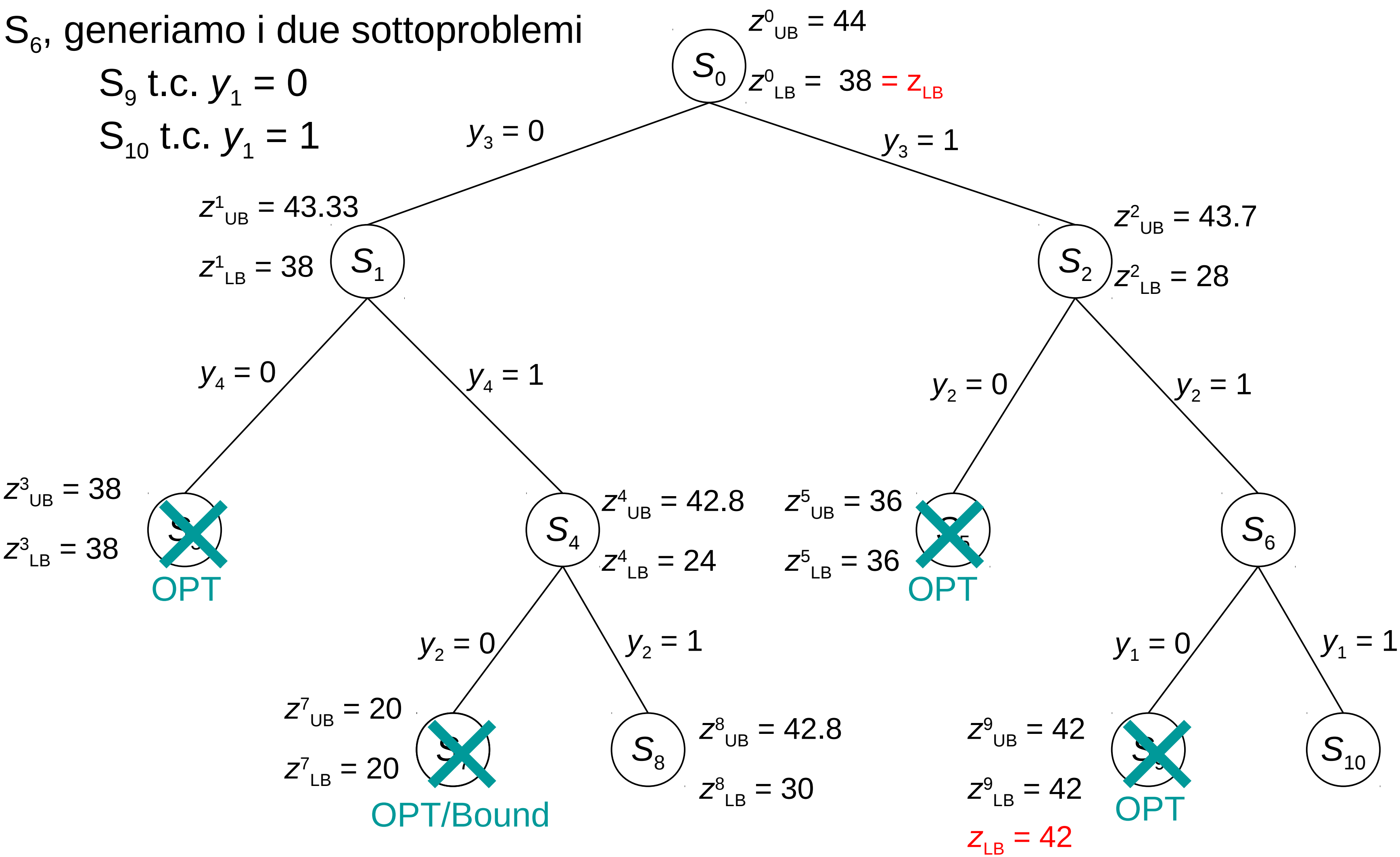
Aggiorniamo il valore del lower bound globale: z_{LB} = 42.

Esercizio 3

Da S_6, generiamo i due sottoproblemi

S_9 t.c. $y_1 = 0$

S_{10} t.c. $y_1 = 1$



Esercizio 3

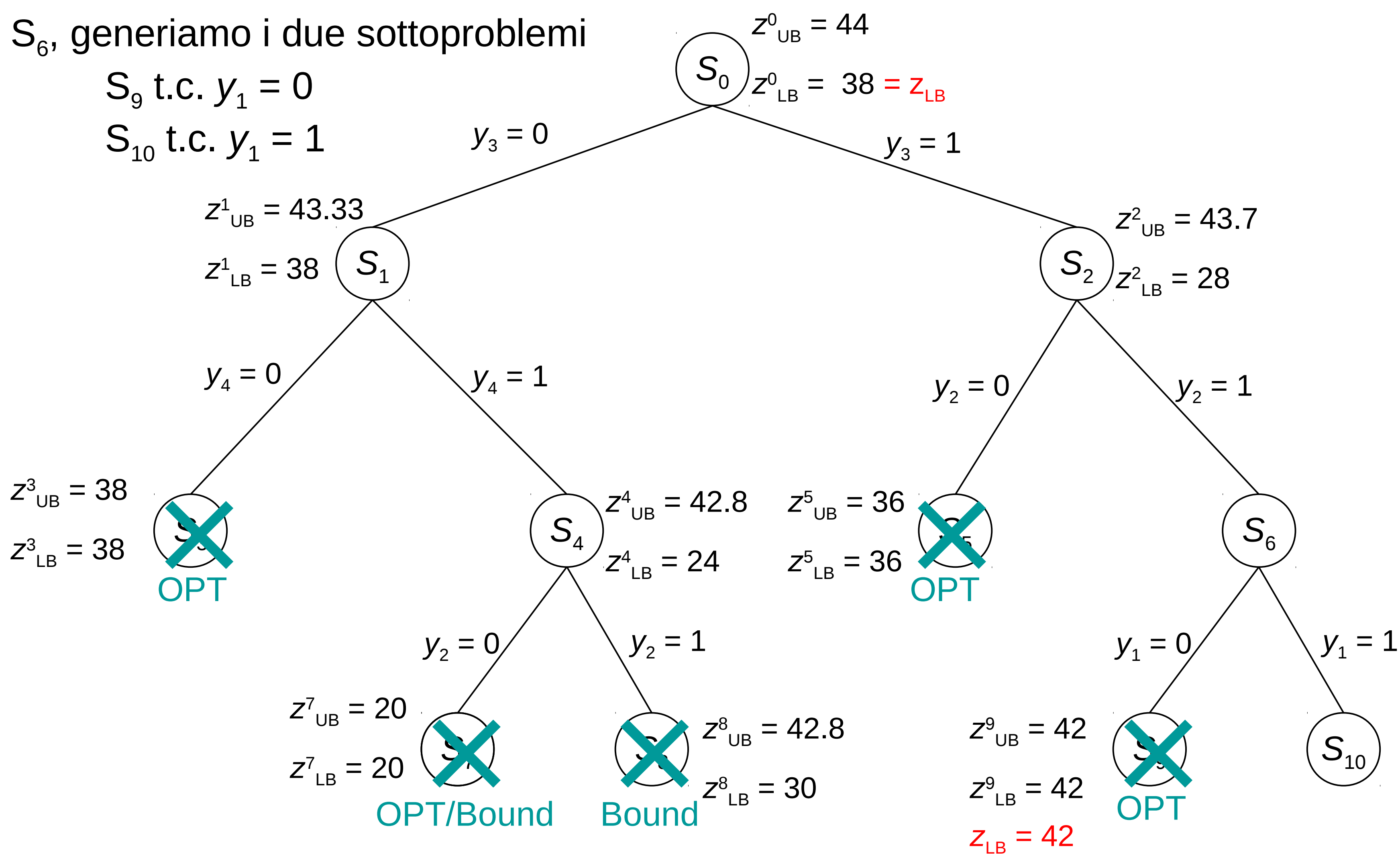
Poiché il lower bound globale è stato aggiornato al valore z_{LB} = 42, anche il nodo S_8 può essere chiuso per bound.

Esercizio 3

Da S_6, generiamo i due sottoproblemi

S_9 t.c. $y_1 = 0$

S_{10} t.c. $y_1 = 1$



Esercizio 3

Sia P_{10} il rilassamento lineare associato al sottoproblema S_{10} (y_3=y_2= y_1=1)

$$\max\ 16 + 22 + 12 + 8y_4$$

$$5 + 3y_4 \leq 3$$

$$0 \leq y_i \leq 1,\ i = 1, \ldots, 4$$

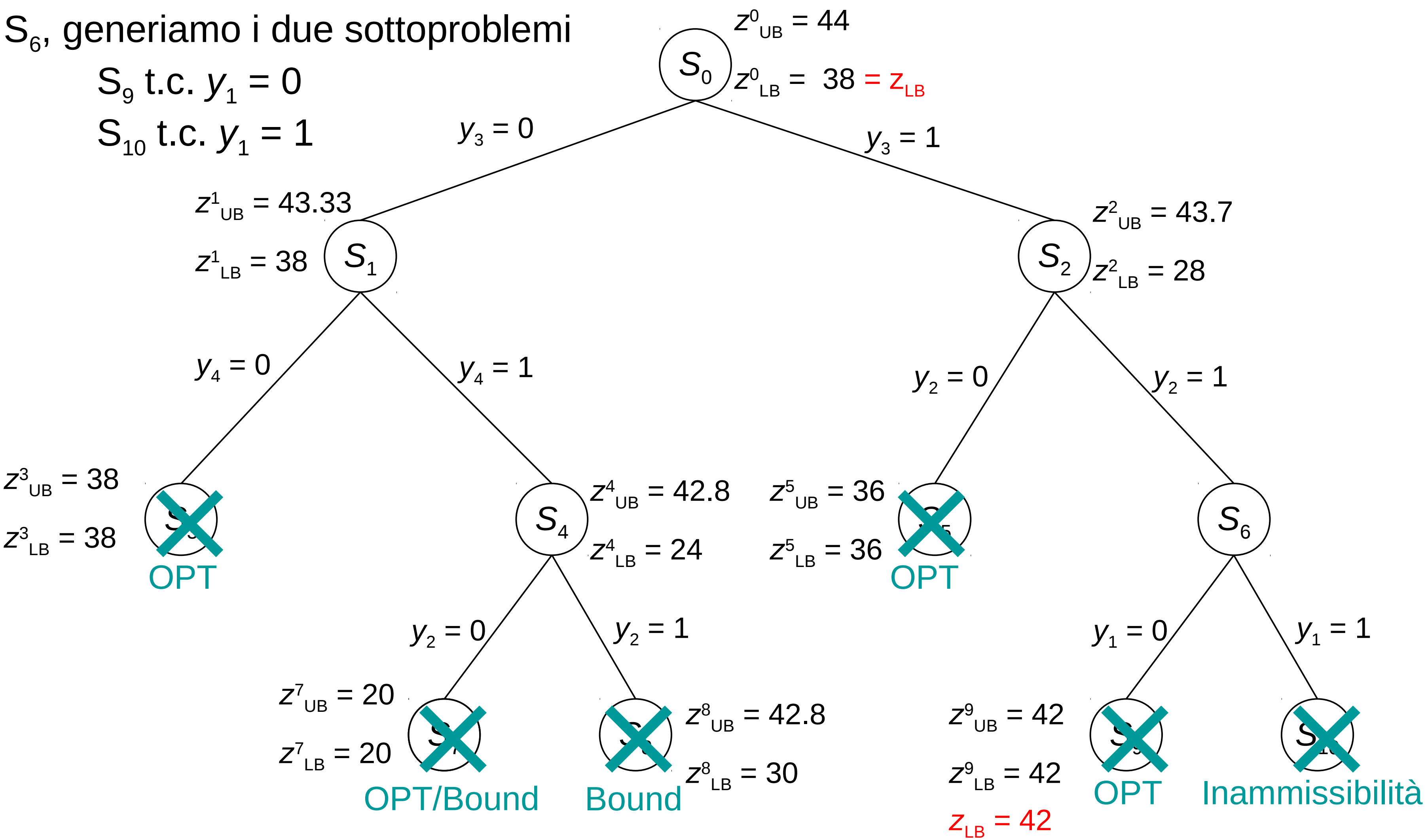
Poiché P_{10} è inammissibile, il nodo S_{10} può essere chiuso per inammissibilità.

Esercizio 3

Da S_6, generiamo i due sottoproblemi

S_9 t.c. $y_1 = 0$

S_{10} t.c. $y_1 = 1$



Esercizio 3

La soluzione ottima del problema è quella associata al nodo S_9 e data da y^* = [0, 1,1, 1] di valore z* = 42. Ricordandoci di aggiungere la costante –12 al valore finale, otteniamo che la soluzione ottima ha valore z* = 30.

Ricordiamo che y* è la soluzione del problema in cui gli oggetti sono stati riordinati e la variabile x_3 è stata complementata.

La soluzione ottenuta riordinando gli oggetti è data da:

$$(x^*)' = [1, 1, 1, 0]$$

La soluzione ottenuta ricomplementando la variabile x_3 è data da:

$$x^* = [1, 1, 0, 0]$$