

Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Domanda 1

Enunciare e dimostrare il teorema che definisce le disuguaglianze duali deboli su un generico grafo  $G$ .

### Domanda 2

Dare la definizione di matrice totalmente unimodulare. Enunciare il criterio di sufficienza che permette di stabilire se una matrice è totalmente unimodulare. Scrivere una matrice di 8 righe e 5 colonne con almeno tre coefficienti diversi da zero per colonna, con tutte le colonne diverse tra loro e che sia totalmente unimodulare.

### Esercizio 1

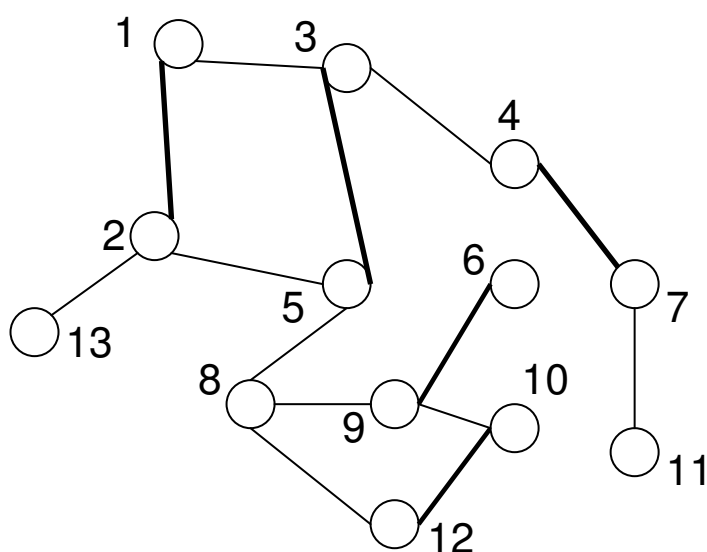
Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max \quad & 17x_1 + 23x_2 + 9x_3 + 13x_4 \\ & 6x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 15 \\ & x \in \{0, 1\}^4 \end{aligned}$$

applicare l'algoritmo di Branch & Bound per determinare la soluzione ottima.

### Esercizio 2

Dato il grafo in figura  $G$ , a partire dal matching  $M = \{12, 35, 47, 69, 1012\}$  determinare il massimo matching e il minimo vertex cover su  $G$ . Spiegare nel dettaglio i passi degli algoritmi utilizzati.



Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Esercizio 3

Un'azienda deve pianificare gli investimenti per il prossimo anno. Sono stati selezionati i seguenti investimenti (le cifre sono espresse in milioni di Euro)

$I_1$ :	Redditività: 8	Cash Flow = {+4, -14, -9, +6}
$I_2$ :	Redditività: 10	Cash Flow = {-6, -7, -3, +5}
$I_3$ :	Redditività: 15	Cash Flow = {-5, -13, +5, -3}
$I_4$ :	Redditività: 6	Cash Flow = {-4, -3, +3, -2}
$I_5$ :	Redditività: 3	Cash Flow = {+3, -1, +6, -5}

Sapendo che il budget trimestrale a disposizione dell'azienda è di  $B = \{1, 20, 7, 10\}$  milioni di euro per trimestre.

1. Formulare come PL- $\{0,1\}$  il problema di massimizzare la redditività rispettando il vincolo sul budget trimestrale.
2. Sapendo che la soluzione ottima del rilassamento lineare del problema al punto 1. è  $x_{PL}^* = \{0.65; 0; 0.52; 1; 1\}$ , rafforzare la formulazione con l'aggiunta di una disequazione valida calcolata rispetto al vincolo sul budget del primo trimestre ( $B(1) = 1$ ) oppure concludere che non esiste una disequazione valida violata da  $x_{PL}^*$  rispetto a questo vincolo.