

Cognome \_\_\_\_\_  
 Nome \_\_\_\_\_  
 Matricola \_\_\_\_\_

### Domanda 1

Descrivere un algoritmo per il calcolo della soluzione del Knapsack continuo

$$\max\{\sum_{j=1,\dots,n} c_j x_j : \sum_{j=1,\dots,n} a_j x_j \leq b, 0 \leq x_j \leq 1, j = 1, \dots, n\}$$

e dimostrarne la correttezza.

### Domanda 2

Disegnare due grafi  $G_1 = (V_1, E_1)$  e  $G_2 = (V_2, E_2)$  tali che

1.  $9 \leq |V_1| = |V_2|$ ;
2.  $\mu(G_1) = \tau(G_1)$ ;
3.  $\mu(G_2) = \alpha(G_1) < \tau(G_2)$ .

### Esercizio 1

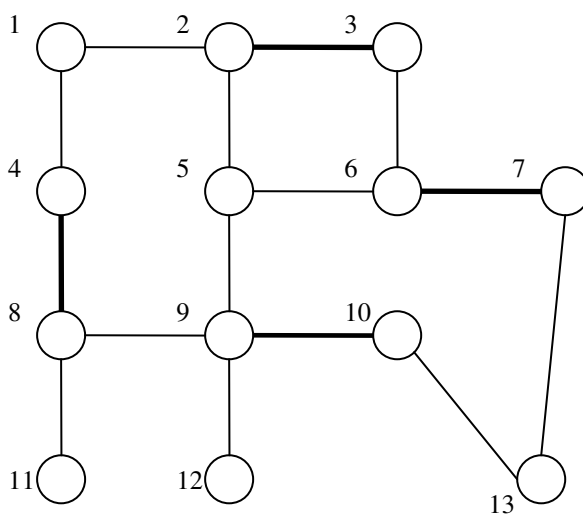
Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max \quad & 20x_1 + 8x_2 + 30x_3 + 22x_4 \\ & 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 16 \\ & x \in \{0, 1\}^4 \end{aligned}$$

descrivere l'algoritmo di Branch & Bound e risolvere il problema con tale algoritmo.

### Esercizio 2

Dato il grafo in figura  $G$ , a partire dal matching  $M = \{23, 48, 67, 910\}$  determinare il massimo matching e il minimo vertex cover su  $G$ . Spiegare nel dettaglio i passi degli algoritmi utilizzati.



Cognome \_\_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_  
Matricola \_\_\_\_\_

### Esercizio 3

Un'azienda deve pianificare gli investimenti per il prossimo anno. Sono stati selezionati i seguenti investimenti (le cifre sono espresse in milioni di Euro)

$I_1$ :	Redditività: 10	Cash Flow = $\{+12, +6, -5, -13\}$
$I_2$ :	Redditività: 8	Cash Flow = $\{-12, -11, +5, +7\}$
$I_3$ :	Redditività: 16	Cash Flow = $\{-3, -4, -6, -2\}$
$I_4$ :	Redditività: 9	Cash Flow = $\{-8, -11, -12, -21\}$
$I_5$ :	Redditività: 4	Cash Flow = $\{+7, +5, -2, -5\}$
$I_6$ :	Redditività: 7	Cash Flow = $\{-3, -7, -9, -10\}$

Sapendo che:

- Il budget trimestrale a disposizione dell'azienda è di  $B = \{20, 23, 12, 22\}$  milioni di euro per trimestre.
  - L'investimento  $I_5$  può essere attivato solo se è stato attivato l'investimento  $I_4$ .
  - Al più uno tra gli investimenti  $I_2, I_3, I_6$  può essere attivato.
- Formulare come PL- $\{0,1\}$  il problema di massimizzare la redditività rispettando il vincolo sul budget trimestrale.
  - Sapendo che la soluzione ottima del rilassamento lineare del problema al punto 1. è  $x_{PL}^* = \{1; 0; 1; 0.428; 0.428; 0\}$ , rafforzare la formulazione con l'aggiunta di una disequazione valida calcolata rispetto al vincolo sul budget del terzo trimestre ( $B(3) = 12$ ) oppure concludere che non esiste una disequazione valida violata da  $x_{PL}^*$ .

**N.B.: Risolvere il problema di separazione tramite l'algoritmo di Programmazione Dinamica.**