

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

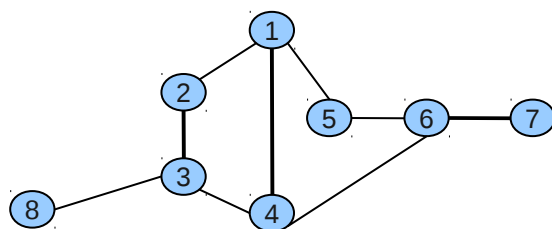
Esercizio 1

Dato un grafo non orientato $G = (V, E)$, $|V|=n$, sia $U = \{c_1, \dots, c_n\}$ l'insieme di n colori e sia \mathfrak{S} la famiglia dei sottoinsiemi X di U tale che X è una colorazione ammissibile per i nodi di G (una colorazione è ammissibile se essa permette di colorare i nodi del grafo in modo tale che nodi adiacenti abbiano colori diversi).

- La coppia (U, \mathfrak{S}) è subclusiva? Giustificare la risposta oppure fornire un controesempio.
- La coppia (U, \mathfrak{S}) soddisfa la proprietà di scambio? Giustificare la risposta oppure fornire un controesempio.
- Supponendo di associare un costo a ciascun colore, come si comporta l'algoritmo Greedy sul problema di determinare la colorazione ammissibile di costo minimo per G ?

Esercizio 2

Si consideri il grafo in figura ed il matching corrente $M = \{(1,4), (2,3), (6,7)\}$.



- Dire se M è un matching massimale o massimo, motivando la risposta.
- Nel caso non sia massimo, se possibile, applicare l'algoritmo per il calcolo del matching ottimo (spiegare nel dettaglio i passi dell'algoritmo utilizzato).
- Se possibile, calcolare il minimo insieme trasversale (spiegare nel dettaglio i passi dell'algoritmo utilizzato).

Esercizio 3

Dato il seguente problema di Knapsack 0-1

$$\begin{aligned} \max \quad & 36x_1 + 15x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 11x_5 - 30x_6 \\ & 12x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 - 9x_6 \leq 8 \\ & x_i \in \{0, 1\}^6 \end{aligned}$$

applicare l'algoritmo di Branch-and-bound per determinare il vettore soluzione ottimo ed il suo valore.

Esercizio 4

Dire se la seguente matrice è totalmente unimodulare motivando la risposta.

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cognome _____
Nome _____
Matricola _____

Esercizio 5

La seguente matrice è una matrice delle distanze di un'istanza del problema del Commesso Viaggiatore.

	A	B	C	D	E
A	-	6	5,2	10	8
B	6	-	4,8	8	10
C	5,2	4,8	-	4,8	5,2
D	10	8	4,8	-	6
E	8	10	5,2	6	-

Calcolare un lower bound per il valore del ciclo hamiltoniano ottimo applicando l'algoritmo di Held e Karp per un massimo di due iterazioni.

Domanda

1. Dare la definizione di matching su un grafo e fornire un esempio grafico.
2. Formulare tramite la Programmazione Lineare Intera $\{0,1\}$ il problema di determinare il massimo matching su un grafo $G = (V, E)$.
3. Scrivere il duale del rilassamento lineare del problema intero formulato. Quale interpretazione combinatoria ha il problema duale?