Una compagnia petrolifera possiede tre depositi. Ciascun deposito è riempito con un tipo di greggio che può essere venduto rispettivamente a \$ 15, \$ 17, \$ 20 al barile. I depositi hanno la capacità di 4000, 3000 e 5000 barili rispettivamente. La qualità dei tre tipi di greggio è misurata dai numeri 6.8, 7.4 e 8.1.

La compagnia deve soddisfare i seguenti 4 ordini utilizzando il greggio nei depositi:

Ordine	Barili	Qualità della miscela
1	2000	almeno 7
2	1500	al più 7.8
3	2500	tra 7.0 e 8.0
4	3000	7.4

Formulare il problema di PL che permette di massimizzare la seguente funzione obiettivo

$$Z = R - P[Q3 - 7.5]$$

dove R è il ricavo totale, P una costante positiva assegnata e Q3 è la qualità della miscela destinata all'ordine 3. (Si supponga che la qualità di una miscela sia funzione lineare delle percentuali dei componenti).

Variabili

 x_{ij} barili di greggio di tipo i destinati all'ordine j per ogni deposito i = A, B, C e ordine j = 1, 2, 3, 4.

$$R = 15(x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4}) + 17(x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4}) + 20(x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} + x_{C4})$$

$$Q3 = \frac{6.8x_{A3} + 7.4x_{B3} + 8.1x_{C3}}{x_{A3} + x_{B3} + x_{C3}}$$

Funzione obiettivo

$$\max 15(x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4}) + 17(x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4}) +$$

$$+20(x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} + x_{C4}) - P \left| \frac{6.8x_{A3} + 7.4x_{B3} + 8.1x_{C3}}{x_{A3} + x_{B3} + x_{C3}} - 7.5 \right|$$

Vincoli

capacità depositi

$$x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} \le 4000$$

$$x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} \le 3000$$

$$x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} \le 5000$$

domanda

$$x_{A1} + x_{B1} + x_{C1} = 2000$$

$$x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} = 1500$$

$$x_{A3} + x_{B3} + x_{C3} = 2500$$

$$x_{A4} + x_{B4} + x_{C4} = 3000$$

Vincoli

qualità miscela

$$\frac{6.8x_{A1} + 7.4x_{B1} + 8.1x_{C1}}{x_{A1} + x_{B1} + x_{C1}} \ge 7$$

$$\frac{6.8x_{A2} + 7.4x_{B2} + 8.1x_{C2}}{x_{A2} + x_{B2} + x_{C2}} \le 7.8$$

$$7 \le \frac{6.8x_{A3} + 7.4x_{B3} + 8.1x_{C3}}{x_{A3} + x_{B3} + x_{C3}} \le 8$$

$$\frac{6.8x_{A4} + 7.4x_{B4} + 8.1x_{C4}}{x_{A4} + x_{B4} + x_{C4}} = 7.4$$

$$x_{ij} \ge 0$$

$$i = A, B, C; j = 1,...,4$$

$$j = 1, ..., 4$$

Riscrivendo la funzione obiettivo nel seguente modo

$$\min -15(x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4}) - 17(x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4}) +
-20(x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} + x_{C4}) + P|y|
y = \frac{6.8x_{A3} + 7.4x_{B3} + 8.1x_{C3}}{x_{A3} + x_{B3} + x_{C3}} - 7.5$$

ed essendo P una costante positiva si può considerare

$$\min -15(x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4}) - 17(x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4}) +
-20(x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} + x_{C4}) + Pz$$

$$y = \frac{6.8x_{A3} + 7.4x_{B3} + 8.1x_{C3}}{x_{A3} + x_{B3} + x_{C3}} - 7.5 \qquad z \ge y$$

$$z \ge y$$