



Claudio Arbib
Università di L'Aquila



Ricerca Operativa

*Layout ottimo di dispositivi elettronici
ad altissima scala di integrazione*

Problema

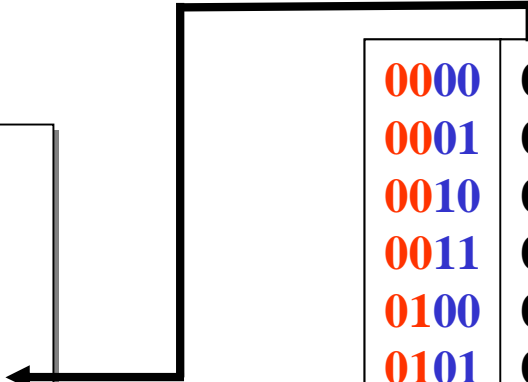
Realizzare una **funzione booleana**

$$f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^m$$

tramite una **matrice logica programmabile**
(PLA)

Esempio

$$\begin{aligned} f_3 = & (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$



0000	000
0001	001
0010	010
0011	011
0100	001
0101	010
0110	011
0111	100
1000	010
1001	011
1010	100
1011	101
1100	011
1101	100
1110	101
1111	110

Esempio

$$\begin{aligned} f_3 = & (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$

0000	000
0001	001
0010	010
0011	011
0100	001
0101	010
0110	011
0111	100
1000	010
1001	011
1010	100
1011	101
1100	011
1101	100
1110	101
1111	110

Esempio

$$\begin{aligned} f_3 = & (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$

0000	000
0001	001
0010	010
0011	011
0100	001
0101	010
0110	011
0111	100
1000	010
1001	011
1010	100
1011	101
1100	011
1101	100
1110	101
1111	110

Esempio

$$\begin{aligned} f_3 = & (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 = & (x_1 \wedge \neg y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$

0000	000
0001	001
0010	010
0011	011
0100	001
0101	010
0110	011
0111	100
1000	010
1001	011
1010	100
1011	101
1100	011
1101	100
1110	101
1111	110



Esempio

$$\begin{aligned}
 f_3 = & (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\
 & \vee (x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\
 & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\
 & \vee (x_2 \wedge y_1 \wedge y_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_1 = & (x_1 \wedge \neg y_1 \wedge \neg y_2) \\
 & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\
 & \vee (x_1 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\
 & \vee (\neg x_1 \wedge y_1 \wedge y_2)
 \end{aligned}$$

0000	000
0001	001
0010	010
0011	011
0100	001
0101	010
0110	011
0111	100
1000	010
1001	011
1010	100
1011	101
1100	011
1101	100
1110	101
1111	110

Esempio

$$\begin{aligned} f_3 = & (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$

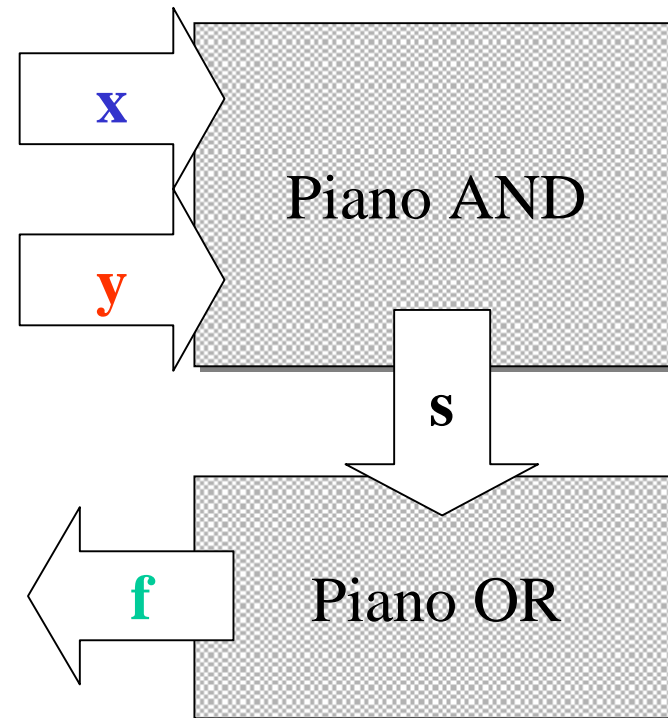
$$\begin{aligned} f_1 = & (x_1 \wedge \neg y_1) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$

0000	000
0001	001
0010	010
0011	011
0100	001
0101	010
0110	011
0111	100
1000	010
1001	011
1010	100
1011	101
1100	011
1101	100
1110	101
1111	110

Esempio

$$\begin{aligned} f_3 = & (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\ & \vee (x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$

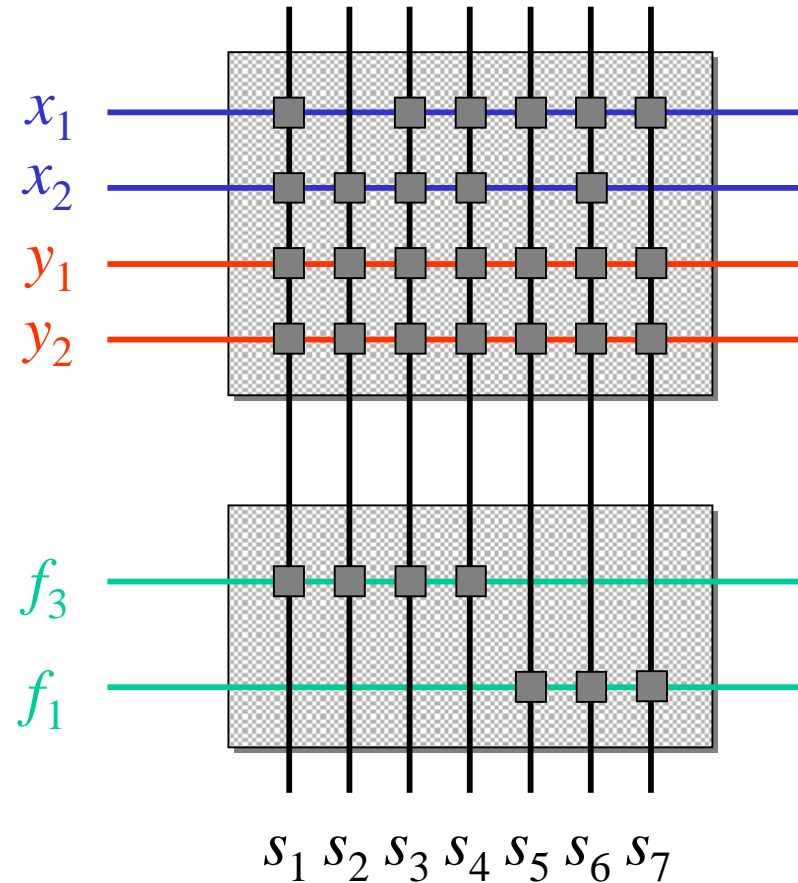
$$\begin{aligned} f_1 = & (x_1 \wedge \neg y_1) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge y_1 \wedge y_2) \end{aligned}$$



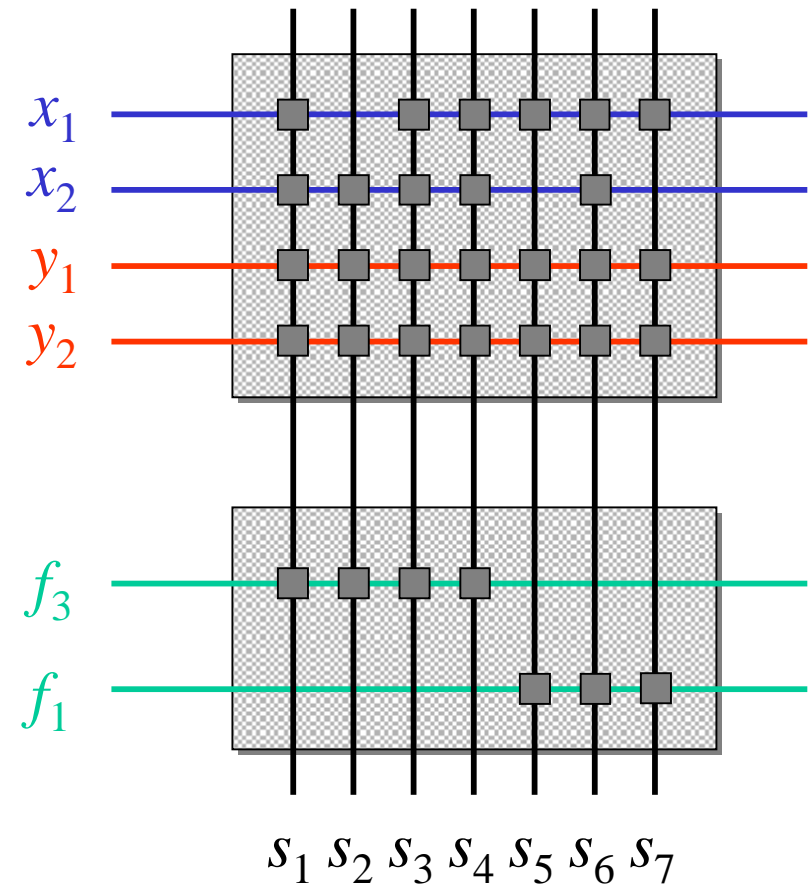
Esempio

$$\begin{aligned}
 f_3 &= (x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\
 &\vee (x_2 \wedge \neg y_1 \wedge y_2) \\
 &\vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \\
 &\vee (x_2 \wedge y_1 \wedge y_2)
 \end{aligned}$$

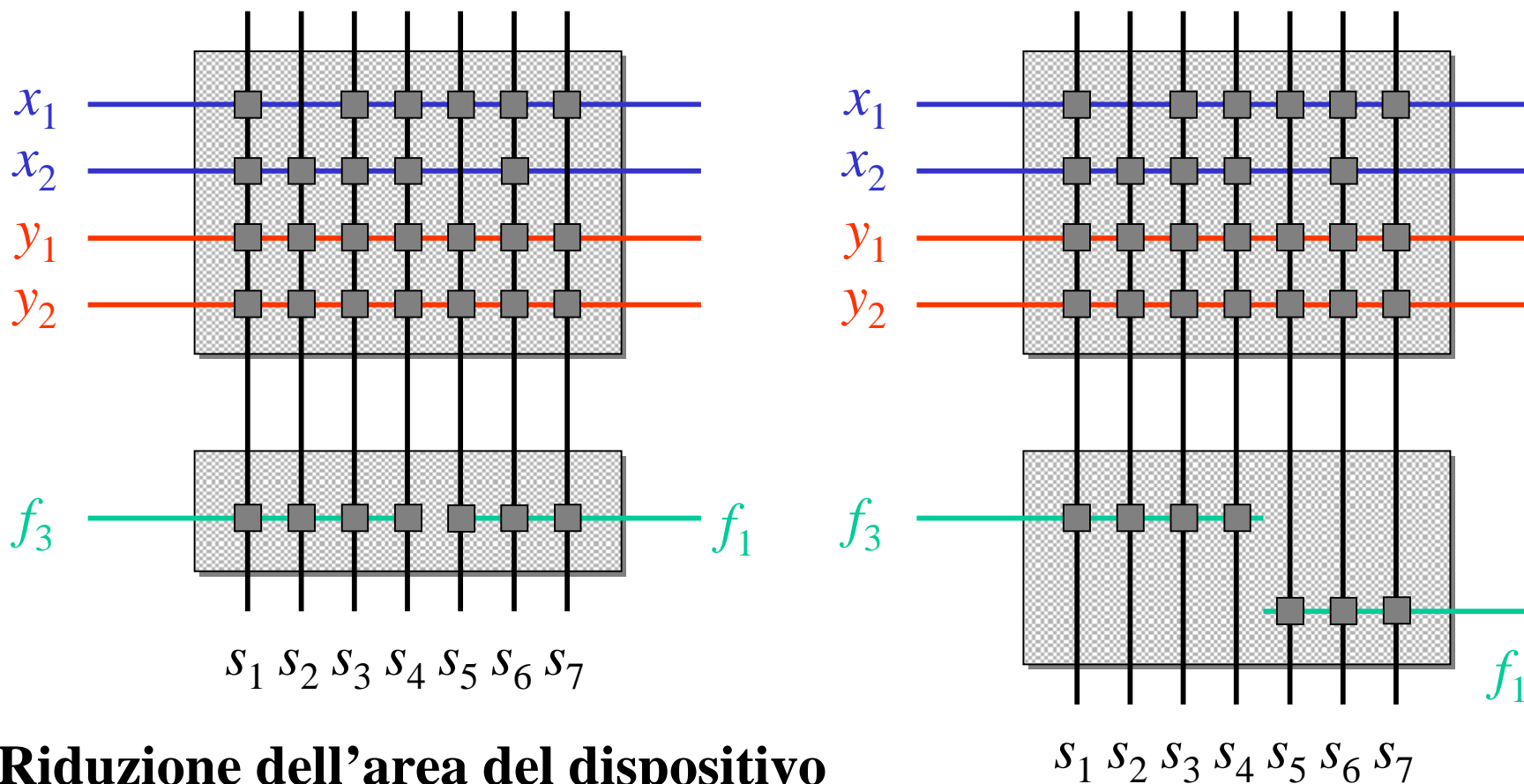
$$\begin{aligned}
 f_1 &= (x_1 \wedge \neg y_1) \\
 &\vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge y_1 \wedge \neg y_2) \\
 &\vee (\neg x_1 \wedge y_1 \wedge y_2)
 \end{aligned}$$



Esempio

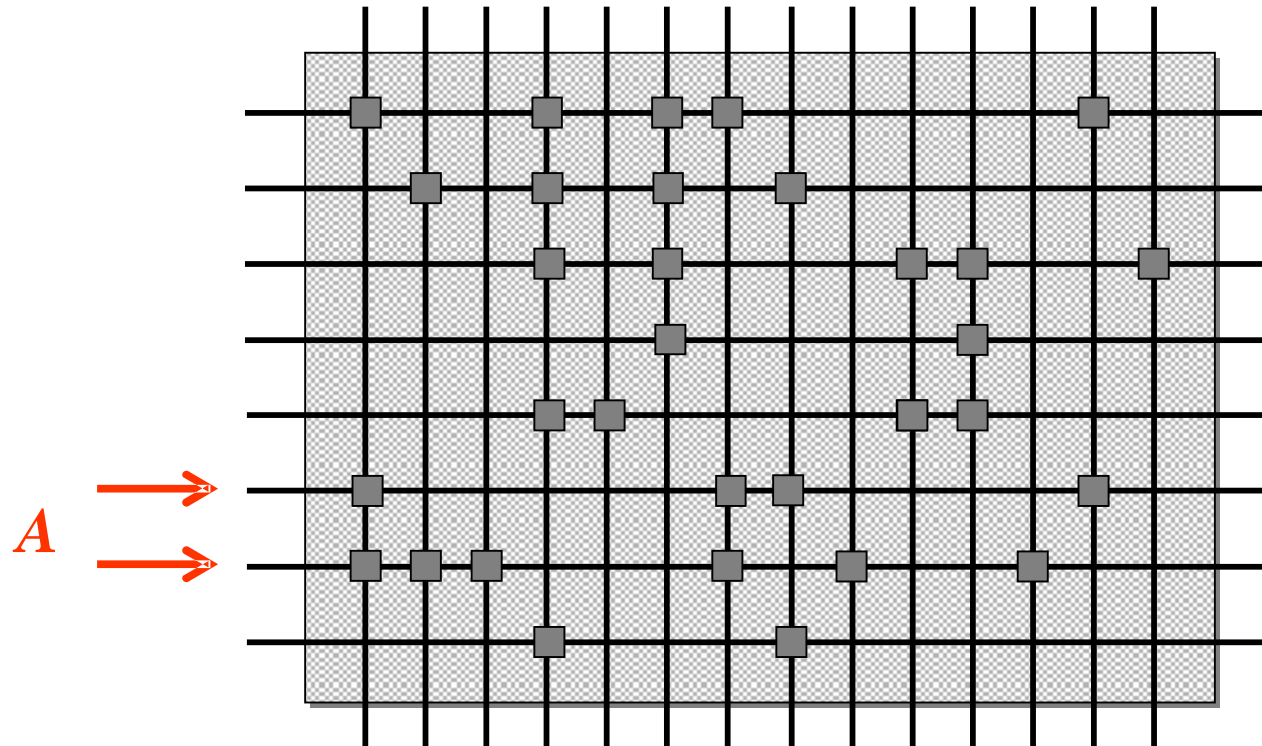


Esempio



**Riduzione dell'area del dispositivo
tramite **Folding****

Segnali (righe) compatibili

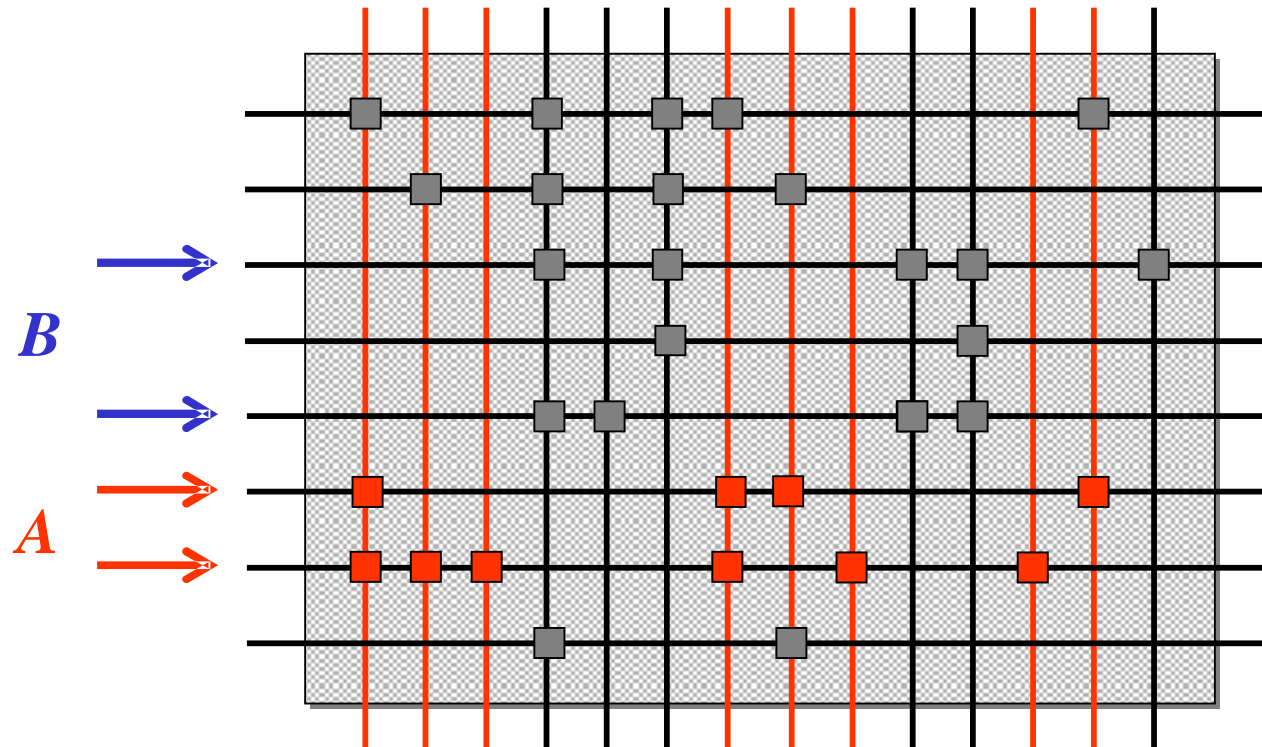


Partizionare le colonne in due insiemi C_1 , C_2 in modo da massimizzare il più piccolo tra gli insiemi di righe

A , con solo elementi in C_1

B , con solo elementi in C_2

Segnali (righe) compatibili

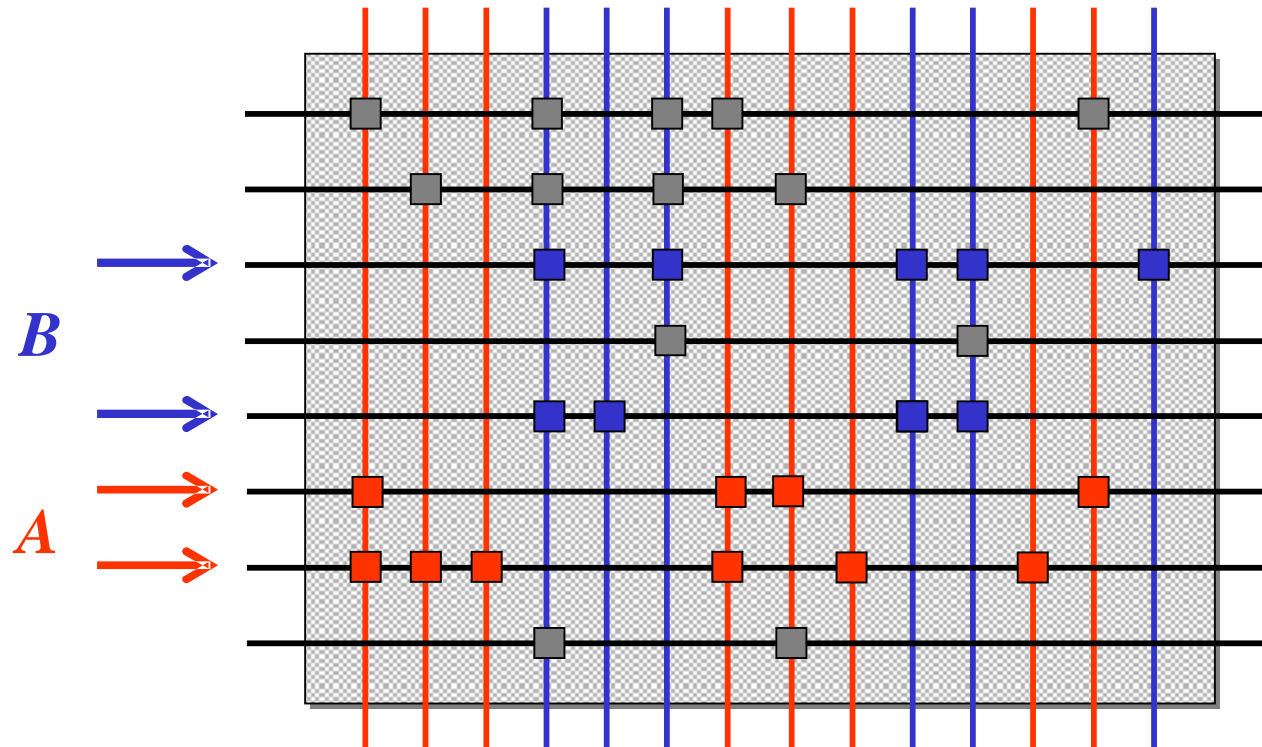


Partizionare le colonne in due insiemi C_1 , C_2 in modo da massimizzare il più piccolo tra gli insiemi di righe

A , con solo elementi in C_1

B , con solo elementi in C_2

Segnali (righe) compatibili

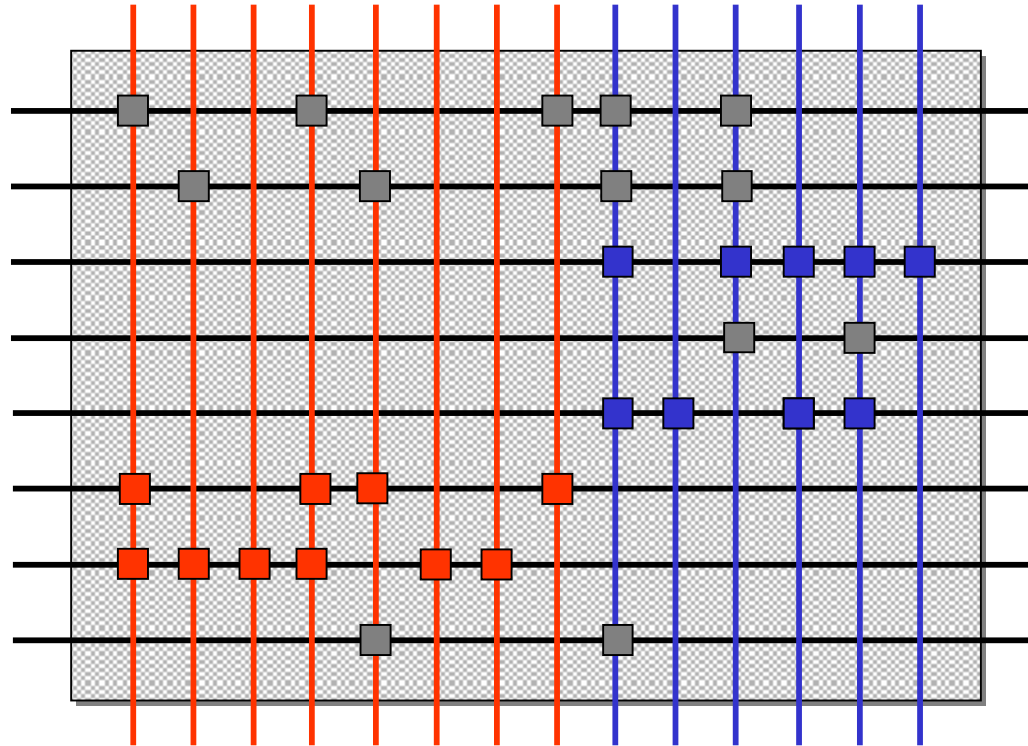


Partizionare le colonne in due insiemi C_1 , C_2 in modo da massimizzare il più piccolo tra gli insiemi di righe

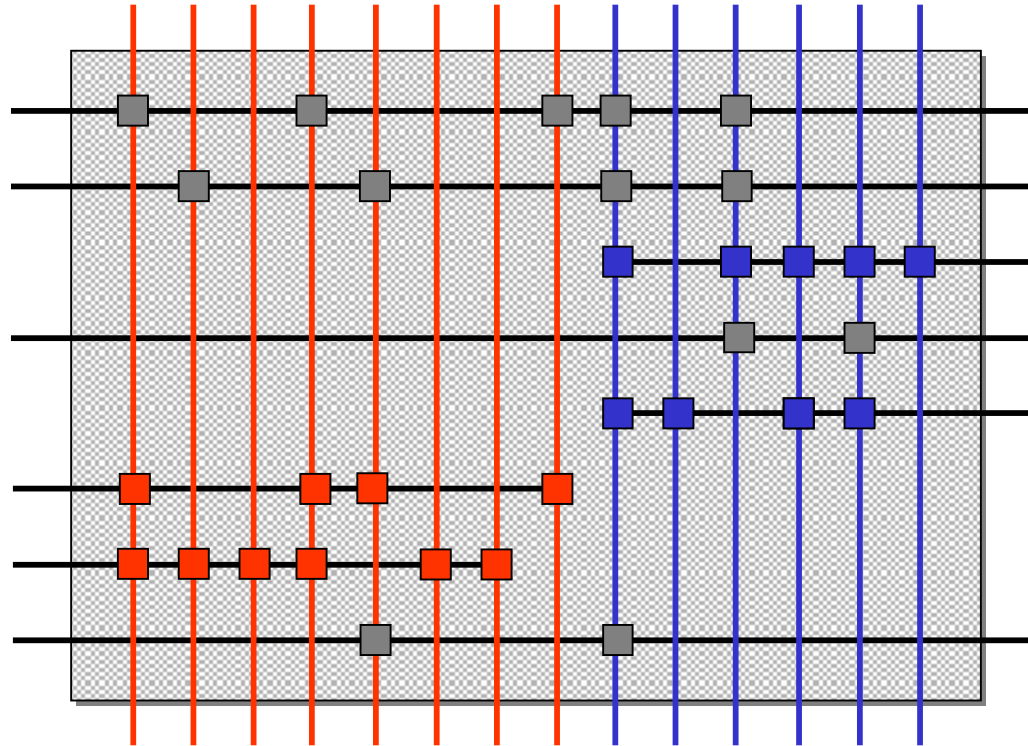
A , con solo elementi in C_1

B , con solo elementi in C_2

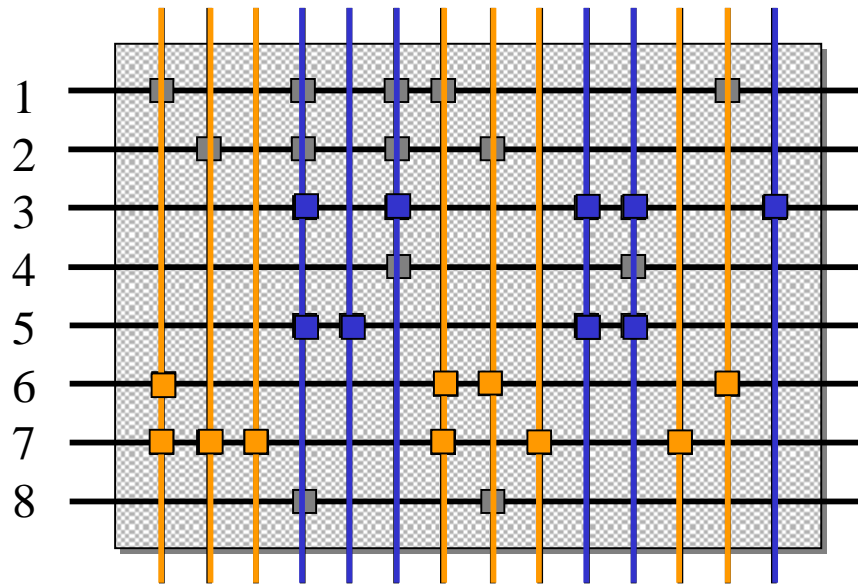
Segnali (righe) compatibili



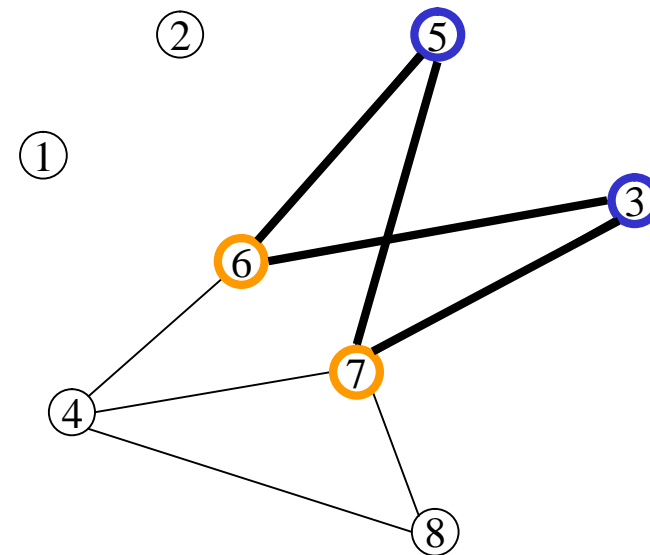
Segnali (righe) compatibili



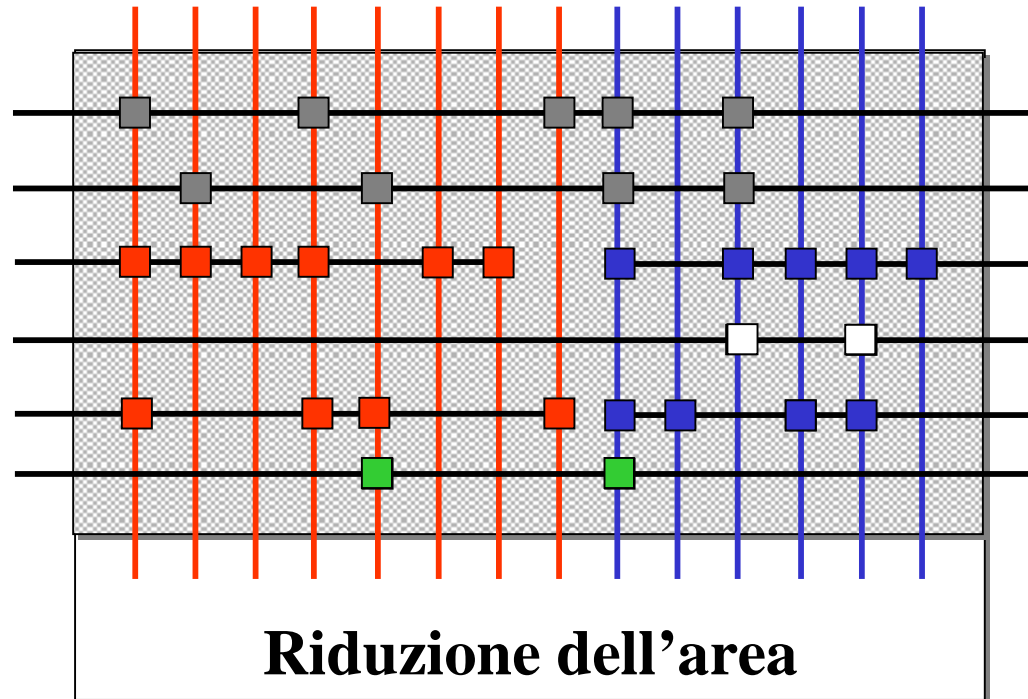
Grafo di compatibilità



Problema (*folding semplice*):
Dato un grafo G , trovare un
sottografo isomorfo a $K_{m,m}$ con
 m massimo.

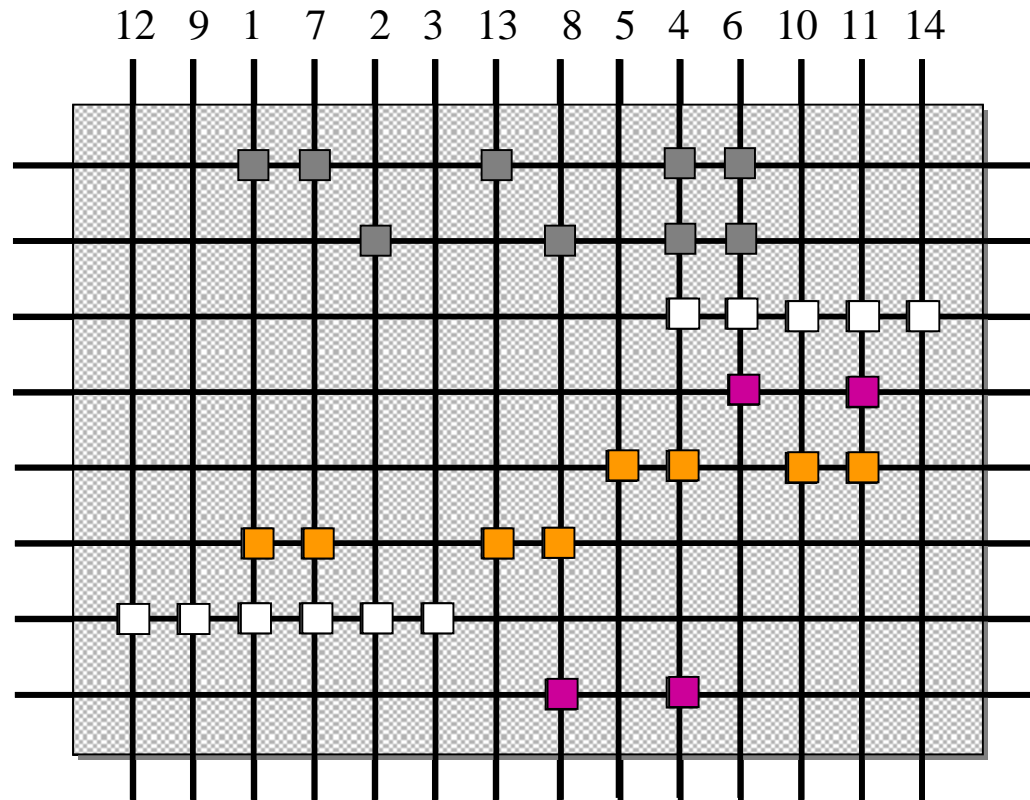


Una diversa tecnica di *folding*

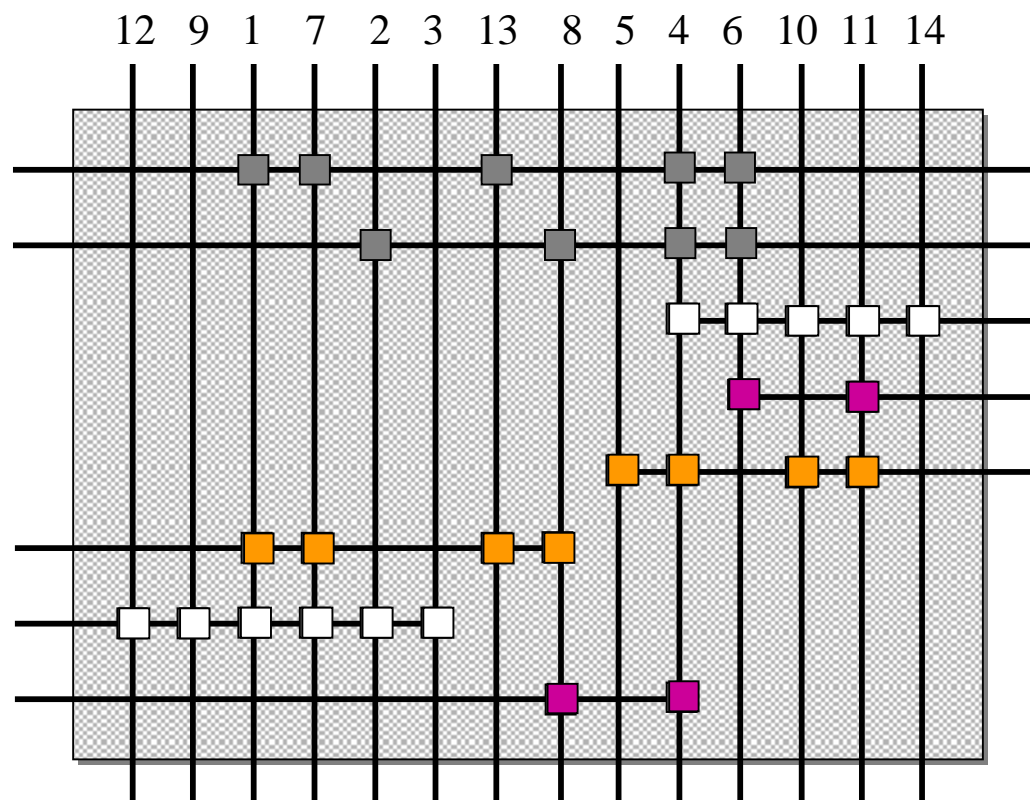


La riga verde e quella bianca sono compatibili, ma la partizione di colonne scelta non consente di sfruttare questo fatto per ridurre ulteriormente l'area. Un risultato migliore di quello ottenuto mediante **folding semplice** si può ottenere **permutando** le colonne e interrompendo la traccia sulle righe a livelli differenti

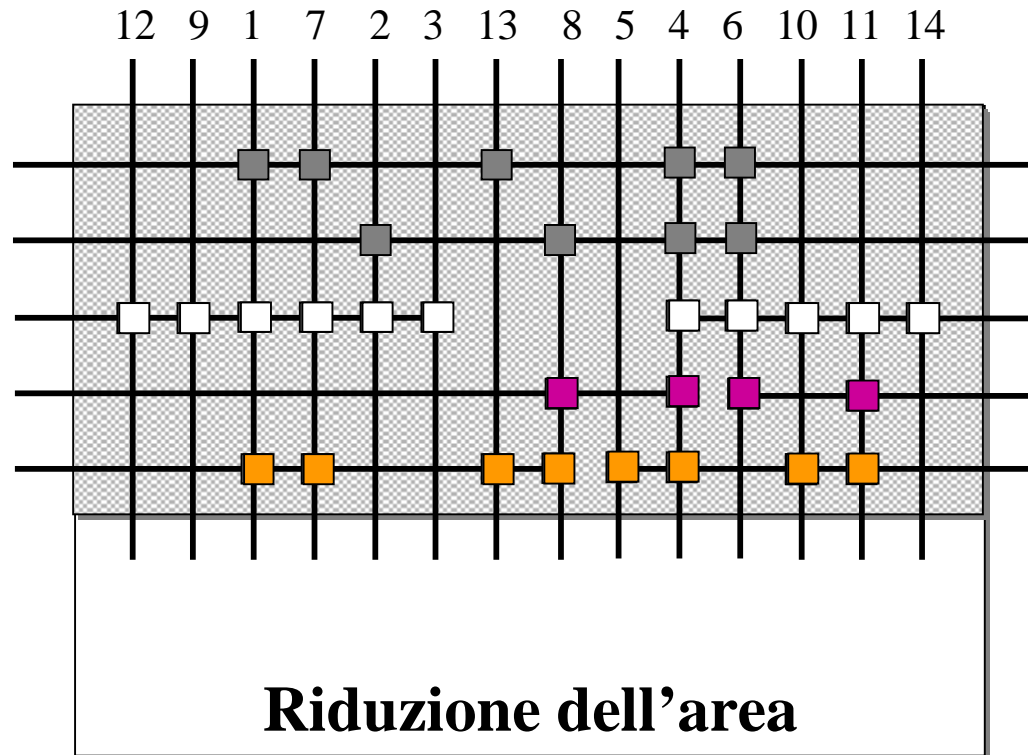
Una diversa tecnica di *folding*



Una diversa tecnica di *folding*



Una diversa tecnica di *folding*



Siamo riusciti in questo modo a compattare ulteriormente il dispositivo. In termini di grafo di compatibilità il problema però non è più quello di individuare un sottografo bipartito completo e bilanciato.