

# Esempio

Due giocatori  $G_1$  e  $G_2$  dispongono rispettivamente di un **dado** a 3 facce e di una **moneta**.

Il gioco avviene così: si stabilisce una posta (5 lire per uno);  $G_1$  tira il dado e  $G_2$  lancia la moneta, e per decidere come dividere la posta si consulta la tabella seguente:

Posta vinta da $G_1$				
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	
<i>Testa</i>	5	2	2	<i>risultato</i> <i>G2</i>
<i>Croce</i>	7	4	1	
	<i>risultato G1</i>			

Ad esempio se a  $G_1$  esce *A* e a  $G_2$  esce *croce*,  $G_1$  prende dalla posta 7 lire e  $G_2$  le rimanenti 3.

Ora  $G_1$ , che è un poco di buono, vuole **truccare** il proprio dado in modo da massimizzare la vincita ottenibile nel caso peggiore (indipendentemente dalla probabilità con cui  $G_2$  fa testa oppure croce)

# Esempio

$$\begin{array}{ll}\max & r \\ & r - 5x_A - 2x_B - 2x_C \leq 0 \\ & r - 7x_A - 4x_B - x_C \leq 0 \\ & x_A + x_B + x_C = 1 \\ & r, x_A, x_B, x_C \geq 0\end{array}$$

A questo scopo, indicate con  $x_A$ ,  $x_B$  e  $x_C$  le **probabilità** che – truccato il dado – escano  $A$ ,  $B$  o  $C$ ,  $G_1$  imposta e risolve un problema di PL in cui desidera **massimizzare il valore atteso  $r$**  della propria vincita nel caso peggiore

# Esempio

$$\begin{array}{ll}\max & r \\ & r - 5x_A - 2x_B - 2x_C \leq 0 \\ & r - 7x_A - 4x_B - x_C \leq 0 \\ & x_A + x_B + x_C = 1 \\ & r, x_A, x_B, x_C \geq 0\end{array}$$

## FORMA STANDARD

$$\begin{array}{llll}\max & r \\ & r - 5x_A - 2x_B - 2x_C + w_1 & = & 0 \\ & r - 7x_A - 4x_B - x_C + w_2 & = & 0 \\ & x_A + x_B + x_C & = & 1 \\ & r, x_A, x_B, x_C, w_1, w_2 \geq 0\end{array}$$

# Esempio

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	
1	0	0	0	0	0	0
1	-5	-2	-2	1	0	0
1	-7	-4	-1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1

Manca la matrice identità 3x3

FORMA STANDARD (non canonica)

max  $r$

$$r - 5x_A - 2x_B - 2x_C + w_1 = 0$$

$$r - 7x_A - 4x_B - x_C + w_2 = 0$$

$$x_A + x_B + x_C = 1$$

$$r, x_A, x_B, x_C, w_1, w_2 \geq 0$$

# Esempio

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	
1	0	0	0	0	0	0
1	-5	-2	-2	1	0	0
1	-7	-4	-1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1

**Problema ausiliario:** inserisco (e minimizzo) **una sola** variabile ausiliaria  $z$

## PROBLEMA AUSILIARIO

**min**  $z$

$$r - 5x_A - 2x_B - 2x_C + w_1 = 0$$

$$r - 7x_A - 4x_B - x_C + w_2 = 0$$

$$x_A + x_B + x_C + z = 1$$

$$r, x_A, x_B, x_C, w_1, w_2, z \geq 0$$

# Esempio

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	0	0	0	0	0	1	0
1	-5	-2	-2	1	0	0	0
1	-7	-4	-1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1

**Problema ausiliario:** inserisco (e minimizzo) **una sola** variabile ausiliaria  $z$

## PROBLEMA AUSILIARIO

**min**  $z$

$$r - 5x_A - 2x_B - 2x_C + w_1 = 0$$

$$r - 7x_A - 4x_B - x_C + w_2 = 0$$

$$x_A + x_B + x_C + z = 1$$

$$r, x_A, x_B, x_C, w_1, w_2, z \geq 0$$

# Esempio

$-1 \times$

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
1	-5	-2	-2	1	0	0	0
1	-7	-4	-1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1

**Problema ausiliario:** annulla i coefficienti **in base** della riga 0

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	-1	-1	-1	0	0	0	-1
1	-5	-2	-2	1	0	0	0
1	-7	-4	-1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1

# Esempio

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	-1	-1	-1	0	0	0	-1
1	-5	-2	-2	1	0	0	0
1	-6	-3	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1

**Problema ausiliario:** risolvo (in **rosso** la riga da modificare, in **blu** le modifiche)

1 ×

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	-1	-1	-1	0	0	0	-1
1	-5	-2	-2	1	0	0	0
1	-7	-4	-1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1



# Esempio

2 ×

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	-1	-1	-1	0	0	0	-1
<b>1</b>	<b>-5</b>	<b>-2</b>	<b>-2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
1	-6	-3	0	0	1	1	1
0	1	1	<b>1</b>	0	0	1	1

**Problema ausiliario:** risolvo (in **rosso** la riga da modificare, in **blu** le modifiche)

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	-1	-1	-1	0	0	0	-1
1	<b>-3</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	1	0	<b>2</b>	<b>2</b>
1	-6	-3	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1

# Esempio

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	0	0	0	0	0	1	0
1	-3	0	0	1	0	2	2
1	-6	-3	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1

**Problema ausiliario:** risolvo (in **rosso** la riga da modificare, in **blu** le modifiche)

1 ×

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	-1	-1	-1	0	0	0	-1
1	-3	0	0	1	0	2	2
1	-6	-3	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1

# Esempio

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	$z$	
0	0	0	0	0	0	1	0
1	-3	0	0	1	0	2	2
1	-6	-3	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1

**Problema ausiliario:** valore obiettivo = 0  $\Rightarrow$  trovata **base iniziale** per P  
**elimino** la variabile ausiliaria  $z$ ,  
**ripristino** i coefficienti della f. obiettivo originale

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	
1	0	0	0	0	0	0
1	-3	0	0	1	0	2
1	-6	-3	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1

# Esempio

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	
1	0	0	0	0	0	0
0	3	3	0	1	-1	1
1	-6	-3	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1

**Problema iniziale** (max): risolvo con il metodo del simplesso

$-1 \times$

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	
1	0	0	0	0	0	0
1	-3	0	0	1	0	2
1	-6	-3	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1

# Esempio

$-1 \times$

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	
1	0	0	0	0	0	0
0	3	3	0	1	-1	1
①	-6	-3	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1

**Problema iniziale** (max): risolvo con il metodo del simplesso

$r$	$x_A$	$x_B$	$x_C$	$w_1$	$w_2$	
0	6	3	0	0	-1	-1
0	3	3	0	1	-1	1
1	-6	-3	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1

eccetera ...