

**Teorema 8.10** Il tempo necessario alla TM mononastro  $N$  del Teorema 8.9 per simulare  $n$  mosse della TM con  $k$  nastri  $M$  è  $O(n^2)$ .

**DIMOSTRAZIONE** Dopo  $n$  mosse di  $M$  i marcatori delle testine non possono essere distanti fra loro più di  $2n$  celle. Perciò, partendo dal marcatore più a sinistra, per trovarli tutti  $N$  non deve spostarsi di più di  $2n$  celle a destra. A quel punto può tornare verso sinistra modificando il contenuto dei nastri simulati di  $M$  e spostando i marcatori a sinistra o a destra. Questa operazione non richiede più di  $2n$  movimenti a sinistra, oltre a non più di  $2k$  mosse nell'altra direzione per scrivere un marcatore  $X$  nella cella a destra (se una testina di  $M$  si sposta a destra).

Quindi il numero di mosse che  $N$  deve fare per simulare una delle prime  $n$  mosse non supera  $4n + 2k$ . Poiché  $k$  è una costante, indipendente dal numero di mosse simulate, questo numero è  $O(n)$ . La simulazione di  $n$  mosse richiede non più di  $n$  volte quella quantità, cioè  $O(n^2)$ .  $\square$