Teorema 11.6 Sia P un problema PS-completo.

a) Se P è in $\mathcal{P}$, allora $\mathcal{P} = \mathcal{PS}$.

b) Se P è in $\mathcal{NP}$, allora $\mathcal{NP} = \mathcal{PS}$.

DIMOSTRAZIONE Dimostriamo (a). Sappiamo che per ogni L in $\mathcal{PS}$ esiste una riduzione in tempo polinomiale di L a P. Sia $q(n)$ il tempo impiegato dalla riduzione. Supponiamo inoltre che P sia in $\mathcal{P}$, e quindi abbia un algoritmo che richiede un tempo polinomiale $p(n)$.

Data una stringa w, di cui vogliamo verificare l'appartenenza a L, possiamo servirci della riduzione per convertirla in una stringa x che è in P se e solo se w è in L. Poiché la riduzione impiega un tempo $q(|w|)$, la stringa x non può essere più lunga di $q(|w|)$. Possiamo verificare l'appartenenza di x a P in tempo $p(|x|)$, che è $p(q(|w|))$, un polinomio in $|w|$. Concludiamo che esiste un algoritmo in tempo polinomiale per L.

Ciascun linguaggio L in $\mathcal{PS}$ è quindi anche in $\mathcal{P}$. Poiché $\mathcal{P}$ è contenuto in $\mathcal{PS}$, deduciamo che se P è in $\mathcal{P}$, allora $\mathcal{P} = \mathcal{PS}$. La dimostrazione di (b), dove p è in $\mathcal{NP}$, è del tutto simile ed è lasciata al lettore. □