



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Parcial 1

Distribuciones de Supervivencia & Tablas de vida

Jefferson Gamboa Betancur
Luis Felipe Bedoya Martínez

Por:

Facultad de Ciencias
Medellín
2021

Problema 1

Considere la fuerza de mortalidad estándar μ_{x+t} según el modelo asignado. Utilice los parámetros que aparecen en los ejemplos de las Notas de Clase, vea las secciones §2.5 y §2.6.

Asuma una fuerza de mortalidad sub-estándar según el modelo multiplicativo en (2.27), para una vida (x), dada por

$$\mu_{x^s+t} = \theta \mu_{x+t}$$

con $\theta > 1$ dada. Denote por $T(x^s)$ su vida media residual. Asuma $x_1 = 30$, $t = 20$, $\theta = 1.2$.

- (a) Defina la probabilidad de fallecer dos vidas x_1, x_2 antes de t años como

$${}_t q_{\overline{x_1 x_2}} := {}_t q_{x_1} \cdot {}_t q_{x_2}$$

Encuentre ${}_t q_{\overline{x_1, x_1^s}}$. Observe que ${}_t q_{\overline{x_1 x_2}} \neq 1 - {}_t p_{x_1 x_2}$.

- (b) Encuentre $\mathbb{E}(T(x_1^s)) = \dot{e}_{x_1}^s$. Encuentre $1 - \frac{\dot{e}_{x_1}^s}{e_{x_1}}$, el porcentaje se reduce la esperanza de vida de (x_1^s) con respecto a otra vida (x_1) con la fuerza de mortalidad μ_{x+t}
- (c) Encuentre $P(T(x_1) < T(x_1^s))$.
- (d) Genere una Tabla de Vida con los valores de μ_x . Encuentre la probabilidad de (30) fallecer antes de cumplir 50 con esta Tabla.

Solución

(a)

$$\begin{aligned} {}_t q_{\overline{x_1 x_2}} &= {}_t q_{x_1} \cdot {}_t q_{x_2} \\ \mu_{x+t}^s &= \theta \mu_{x+t}, \quad \theta > 1 \\ {}_t p_{\overline{x_1 x_2}} &= \mathbb{P}((T(x_1) > t) \cup (T(x_2) > t)) \\ &= {}_t p_{x_1} + {}_t p_{x_2} - {}_t p_{x_1} {}_t p_{x_2} \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} {}_t q_{\overline{x_1 x_2}} &= {}_t q_{x_1} \cdot {}_t q_{x_2} = (1 - {}_t p_{x_1})(1 - {}_t p_{x_2}) \\ &= 1 - {}_t p_{x_1} - {}_t p_{x_2} + {}_t p_{x_1} {}_t p_{x_2} \\ \therefore {}_t q_{\overline{x_1 x_2}} &= 1 - {}_t p_{\overline{x_1 x_2}} \end{aligned}$$

Ahora:

$$\begin{aligned} {}_t q_{\overline{x_1 x_1^s}} &= 1 - {}_t p_{\overline{x_1 x_1^s}} \\ &= 1 - {}_t p_{x_1} - {}_t p_{x_1^s} + {}_t p_{x_1} {}_t p_{x_1^s} \\ &= 1 - {}_t p_{x_1} - {}_t p_{x_1^\theta} + {}_t p_{x_1} {}_t p_{x_1^\theta} \quad \text{Por el modelo multiplicativo} \\ &= (1 - {}_t p_{x_1}) (1 - {}_t p_{x_1^\theta}) \end{aligned}$$