UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Parcial 3

Anualidades de vida y cuidados médicos

Por:
Jefferson Gamboa Betancur
Luis Felipe Bedoya Martínez

Facultad de Ciencias
Medellín
2021

Problema 1

Problema sobre anualidades de vida y cuidados médicos.

Hipótesis para el problema

(a) **El enunciado del problema asignado** está en la sección 8.6, pág. 364 de las Notas de clase. El problema consiste de dos anualidades y la respuesta de cada una tienen un valor de 50 %.

(b) **Información del modelo asignado** Todos los puntos tienen un modelo asignado. Los valores de los parámetros están en el enunciado de los problemas

(c) Los puntos requieren una respuesta numérica correcta. Incluya desarrollo, código R, explicaciones, etc. para poder evaluar el procedimiento en caso de respuesta incorrecta.

(d) Si usa LaTeX para el informe y quiere utilizar símbolos actuariales añada la librería *lifecon*. En Moodle están: el archivo lifecon.sty (la librería), una guía en *LifeConSymbolsGuide.pdf* y un archivo .tex como ejemplo de programación para el informe.

Puntos:

Las hipótesis y datos sobre tasas, edades, etc. son las mismas que se dieron para este grupo en el Trabajo No 2. Los valores monetarios pueden tomarse en millones de pesos.

Hipótesis para el problema:

(a) La fuerza de mortalidad estándar μ_{x+t} dada por la ley de mortalidad asignada. Utilice los parámetros que aparecen en los ejemplos para la Ley escogida (vea las secciones §2.5 y §2.6).

(b) Una fuerza de mortalidad sub-estándar multiplicativa: $\mu^s_{x+t} = k\mu_{x+t}$, con $k = 1.02$.

(c) La intensidad de transición μ^{ai}_x según el modelo Weibull dado en la sección §7.6.4, pag. 248, con los valores de los parámetros para mujeres especificados en el ejemplo 7.6.1, pag. 251.

(d) Utilice una tasa $i = 0.06$ y una tasa para incremento de costo de vida de $iq = 0.025$, ambas efectivas anuales. Calcule para la edad: $x = 40$. Use $n = 110 - x$ de manera que es un seguro de vida entera. Valor asegurado inicial $C = 100$ unidades.

Sugerencia: revisar los ejemplos en las secciones §8.2.7, pág. 311 y §8.3.6, pág. 329.

Encuentre el valor de cada una de las anualidades de vida:

(a) $\ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{n|}}$, $m = 12$, ver 8.45, pág. 317,

(b) $\bar{a}_{x^s:\overline{n|}}$, ver (8.11), pág. 303.

Explique qué garantiza cada una y cuáles son sus diferencias.

Solución

Wilfred Perks propuso dos leyes de mortalidad en 1932, este trabajo se solucionó usando la primera de sus leyes. Definida a continuación:

Primera ley de mortalidad Perks *Utilizando la parametrización de la librería R MortalityLaws, por:*

$$\mu_{x+t} = \frac{a_1 e^{a_3(x+t)} + a_2}{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1}. \tag{1}$$

para $x \in \{0, 1, \cdots, \omega\}$, *con* a_1, a_2, a_3, a_4 *parámetros positivos y la probabilidad de supervivencia como:*

$${}_tp_x = e^{-a_1 t} \left(\frac{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1}{a_4 e^{a_3 x} + 1} \right)^g, \qquad \text{con } g = \frac{a_1 a_4 - a_2}{a_3 a_4} \tag{2}$$

Los parámetros a_1, a_2, a_3 *y* a_4 *dados en el ejemplo* ***2.6.2*** *son:*

$$\begin{aligned} a_1 &= 7.130052 \times 10^{-7}, \\ a_2 &= 2.005330 \times 10^{-5}, \\ a_3 &= 1.123180 \times 10^{-1}, \\ a_4 &= 1.982141 \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

Definición en R

```r
#----------Ley Perks 1
#----------Definir tpx
tpx.perks1 <- function(t, x, pars){
  a1 <- pars[1]
  a2 <- pars[2]
  a3 <- pars[3]
  a4 <- pars[4]
  g <- (a1*a4 - a2)/(a3*a4)
  v <- exp(- a1*t)*((a4*exp(a3*(x + t)) + 1)/(a4*exp(a3*x) + 1))^g
  return(v)
}

#----------Tasas y valor asegurado inicial
i <- 0.06
iq <- 0.025
C <- 100

#----------Edades y período temporal en años
x <- 40
n <- 110 - x

#----------Parámetros Perks 1
pars <- c(7.130052*10^(-7), 2.005330*10^(-5), 1.123180*10^(-01), 1.982141*10^(-05))
```

(a) Para encontrar la la prima neta en tiempo discreto con una $x = 40$ con m pagos al año, de $1/m$ cada uno, para $m = 2, 4, 12$ (con anticipos) donde el temporal es $n = 110 - x$ con un costo inicial de $C = 1$ miles de unidades monetarias y una tasa de inflación del $iq = 25\,\%$ y una tasa técnica $i = 0.06$ efectivo anual cada una, se tiene que:

$$\ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{m}\sum_{k=0}^{mn-1} v^{\frac{k}{m}}\, {}_{\frac{k}{m}}p_x$$

Desarrollo en R

```
#----------Pagos de 1/12 cada mes anticipado, total 1 año = 1
m = 12

aaxmn <-  function(x, m, n, i, pars){
  v <-  1/(1 + i);
  k <-  seq(0, m*n - 1, 1);
  vkm <- v^(k/m);
  kmpx <-  tpx.perks1(k/m, x, pars);
  a  <-  sum(vkm*kmpx)/m;
  return(a)
  }
```

En un contrato para una vida (40) se tiene que la prima neta será:

```
#----------Respuesta
(axmn = aaxmn(x, m, n, i, pars))
```

```
[1] 14.07872
```

(b) Para el caso de una anualidad continua temporal a n años, el valor esperado de la prima neta es:

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n e^{-\delta t} {}_tp_x dt$$

Considerando una fuerza de mortalidad sub-estándar multiplicativa:

$$\mu^s_{x+t} = k\mu_{x+t}, \ \text{ con } \ k = 1.02$$

Entonces la prima neta para este caso de estudio será:

$$\bar{a}_{x^s:\overline{n}|} = \int_0^n e^{-\delta t} {}_tp^k_x dt$$

Desarrollo en R

```
delta = log(1 + i)
fn <- function(t, k = 1.02) exp(-delta*t)*tpx.perks1(t, x, pars)^(k)
```

En un contrato para una vida (40) se tiene que la prima neta será:

```
#----------Respuesta
(aaxsn = integrate(fn, lower = 0, upper = n)$value)
```

```
[1] 14.00823
```

Se nota que la anualidad discreta es un poco mayor que la continua, se puede deber a que el beneficio del primer seguro puede tener vencimiento, es decir, los pagos de estas primas solo deben pagarse por un corto período, y por eso, se elevan. Además, se garantiza que los resultados de las anualidades en tiempo continuo sirven para aproximar las anualidades con m pagos en el año.