



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

## Parcial 2

**Modelos multiestados, definiciones de matemática  
financiera & seguros de vida y atención médica**

Por:  
Jefferson Gamboa Betancur  
Luis Felipe Bedoya Martínez

Facultad de Ciencias  
Medellín  
2021

# Problema 1

Problema sobre seguros médicos y seguros de vida.

## Hipótesis para el problema:

- (a) La fuerza de mortalidad estándar  $\mu_{x+t}$  dada por la ley de mortalidad asignada. Utilice los parámetros que aparecen en los ejemplos para la Ley escogida (vea las secciones §2.5 y §2.6).
- (b) Una fuerza de mortalidad sub-estándar multiplicativa:  $\mu_{x+t}^s = k\mu_{x+t}$ , con  $k = 1.02$ .
- (c) La intensidad de transición  $\mu_x^{ai}$  según el modelo Weibull dado en la sección §7.6.4, pag. 248, con los valores de los parámetros para mujeres especificados en el ejemplo 7.6.1, pag. 251.
- (d) Utilice una tasa  $i = 0.06$  y una tasa para incremento de costo de vida de  $iq = 0.025$ , ambas efectivas anuales. Calcule para la edad:  $x = 40$ . Use  $n = 110 - x$  de manera que es un seguro de vida entera. Valor asegurado inicial  $C = 100$  unidades.

## Puntos:

- (a) Calcule la prima neta  $\bar{A}_{x:\overline{n}|}^{ai}$ , definida en (7.51), pag. 251, para un seguro médico continuo que paga al momento del diagnóstico de cirugía arterial. Ayuda: ver el Ejemplo 7.6.1, pag. 251.
- (b) Repita el cálculo del punto anterior cambiando la intensidad de transición  $\mu_x^{ai}$  por  $0.01 + \mu_x^{ai}$ . ¿Qué significa este cambio? ¿Cómo afecta las primas  $\bar{A}_{x:\overline{n}|}^{ai}$ ?
- (c) Calcule la prima neta del seguro vida temporal,  $\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1$ , definida en (7.3), pag. 220 y la correspondiente para el seguro de vida que paga al final del mes,  $A_{x:\overline{n}|}^{1(m)}$  (ver (7.38), pag. 239), usando la relación

$$A_{x:\overline{n}|}^{1(m)} = \frac{\delta}{i^{(m)}} \bar{A}_{x:\overline{n}|}$$

Ayuda: recordar que  $i^{(m)} = m((1+i)^{1/m} - 1)$ , es la tasa nominal a  $m$  períodos, ver (5.2), pag. 141.

# Solución

## Hipótesis

**Primera ley de mortalidad Perks.** *W. Perks propuso dos leyes de mortalidad en 1932. La primera ley se define, utilizando la parametrización de la librería R MortalityLaws, por*

$$\mu_{x+t} = \frac{a_1 e^{a_3(x+t)} + a_2}{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1}. \quad (1)$$

para  $x \in \{0, 1, \dots, \omega\}$ , con  $a_1, a_2, a_3, a_4$  parámetros positivos. Y la probabilidad de supervivencia es:

$${}_t p_x = e^{-a_1 t} \left( \frac{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1}{a_4 e^{a_3 x} + 1} \right)^g, \quad \text{con } g = \frac{a_1 a_4 - a_2}{a_3 a_4} \quad (2)$$

Y los parámetros  $a_1, a_2, a_3$  y  $a_4$  dados en el ejemplo 2.6.2 son:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7.130052 \times 10^{-7}, \\ a_2 &= 2.005330 \times 10^{-5}, \\ a_3 &= 1.123180 \times 10^{-1}, \\ a_4 &= 1.982141 \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

## Código en r para la ley de mortalidad y la probabilidad de supervivencia

```
#----- Ley Perks 1
# Definir la fuerza de mortalidad
muxt.perk1 = function(t, x, pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  a4 = pars[4]
  m = (a1 + a2*exp(a3*(x + t)))/(a4*exp(a3*(x + t)) + 1)
  return(m)}

#----- Definir tpx
tpx.perks1 = function(t, x, pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  a4 = pars[4]
  g = (a1*a4 - a2)/(a3*a4)
  v = exp(- a1*t)*((a4*exp(a3*(x + t)) + 1)/(a4*exp(a3*x) + 1))^g
  return(v)}

#-----ejemplo de parametros
pars = c(7.130052*10^(-7), 2.005330*10^(-5), 1.123180*10^(-01), 1.982141*10^(-05))
```

- (a) Para calcular la prima neta para un seguro médico continuo que paga al momento del diagnostico de la cirugía arterial, para la vida de una mujer de edad  $x = 40$  y el temporal es  $n = 110 - x$  con un costo inicial de  $C = 100$  unidades monetarias y una tasa inflación de  $iq = 2.5\%$  efectivo anual. Utilizando una tasa técnica  $i = 0.06$  efectivo anual.

Para el modelo, la intensidad  $\mu_x^{ai}$  se calculará como una Weibull especificada con los parámetros de las mujeres del ejemplo 7.6.1, donde  $a = 4.284108$  y  $b = 0.008249275$

Luego la intensidad de pasar de sano a enfermo es:

$$\mu_x^{ai} = \frac{a}{b} \left( \frac{x}{b} \right)^{a-1} = \frac{4.284108}{0.008249275} \left( \frac{40}{0.008249275} \right)^{4.284108-1} = 6.599307 \times 10^{14}$$

Ahora se calcula  $\mu_x^{ad}$  que es la fuerza de mortalidad de la Perks 1.

$$\begin{aligned} \mu_x^{ad} &= \mu_{x+t} = \frac{a_1 e^{a_3(x+t)} + a_2}{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1} \\ \mu_{40}^{ad} &= \mu_{40+t} = \frac{7.130052 \times 10^{-7} e^{a_3(x+t)} + 2.005330 \times 10^{-5}}{1.982141 \times 10^{-5} e^{1.123180 \times 10^{-1}(x+t)} + 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{x:\overline{n}|}^{ai} &= \int_0^{110-x} v^t b(t) \mu_{x+t}^{ai} p_x^{aa} dt \\ &= \int_0^{110-x} v^t b(t) \mu_{x+t}^{ai} \exp \left\{ - \int_0^t \mu_{x+u}^{ai} + \mu_{x+u}^{ad} \right\} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{x+t}^{ai} &= \\ \mu_{x+u}^{ai} &= \\ \mu_{x+u}^{ad} &= \\ v^t &= \\ b(t) &= .\end{aligned}$$