



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Parcial 2

**Modelos multiestados, definiciones de matemática
financiera & seguros de vida y atención médica**

Por:
Jefferson Gamboa Betancur
Luis Felipe Bedoya Martínez

Facultad de Ciencias
Medellín
2021

Problema 1

Problema sobre seguros médicos y seguros de vida.

Hipótesis para el problema:

- (a) La fuerza de mortalidad estándar μ_{x+t} dada por la ley de mortalidad asignada. Utilice los parámetros que aparecen en los ejemplos para la Ley escogida (vea las secciones §2.5 y §2.6).
- (b) Una fuerza de mortalidad sub-estándar multiplicativa: $\mu_{x+t}^s = k\mu_{x+t}$, con $k = 1.02$.
- (c) La intensidad de transición μ_x^{ai} según el modelo Weibull dado en la sección §7.6.4, pag. 248, con los valores de los parámetros para mujeres especificados en el ejemplo 7.6.1, pag. 251.
- (d) Utilice una tasa $i = 0.06$ y una tasa para incremento de costo de vida de $iq = 0.025$, ambas efectivas anuales. Calcule para la edad: $x = 40$. Use $n = 110 - x$ de manera que es un seguro de vida entera. Valor asegurado inicial $C = 100$ unidades.

Puntos:

- (a) Calcule la prima neta $\bar{A}_{x:\bar{n}}^{ai}$, definida en (7.51), pag. 251, para un seguro médico continuo que paga al momento del diagnóstico de cirugía arterial. Ayuda: ver el Ejemplo 7.6.1, pag. 251.
- (b) Repita el cálculo del punto anterior cambiando la intensidad de transición μ_x^{ai} por $0.01 + \mu_x^{ai}$. ¿Qué significa este cambio? ¿Cómo afecta las primas $\bar{A}_{x:\bar{n}}^{ai}$?
- (c) Calcule la prima neta del seguro vida temporal, $\bar{A}_{x:\bar{n}}^1$, definida en (7.3), pag. 220 y la correspondiente para el seguro de vida que paga al final del mes, $\bar{A}_{x:\bar{n}}^{1(m)}$ (ver (7.38), pag. 239), usando la relación

$$\bar{A}_{x:\bar{n}}^{1(m)} = \frac{\delta}{i^{(m)}} \bar{A}_{x:\bar{n}}$$

Ayuda: recordar que $i^{(m)} = m((1+i)^{1/m} - 1)$, es la tasa nominal a m períodos, ver (5.2), pag. 141.

Solución

Hipótesis

Primera ley de mortalidad Perks. *W. Perks propuso dos leyes de mortalidad en 1932. La primera ley se define, utilizando la parametrización de la librería R MortalityLaws, por*

$$\mu_{x+t} = \frac{a_1 e^{a_3(x+t)} + a_2}{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1}. \quad (1)$$

para $x \in \{0, 1, \dots, \omega\}$, con a_1, a_2, a_3, a_4 parámetros positivos. Y la probabilidad de supervivencia es:

$${}_t p_x = e^{-a_1 t} \left(\frac{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1}{a_4 e^{a_3 x} + 1} \right)^g, \quad \text{con } g = \frac{a_1 a_4 - a_2}{a_3 a_4} \quad (2)$$

Y los parámetros a_1, a_2, a_3 y a_4 dados en el ejemplo 2.6.2 son:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7.130052 \times 10^{-7}, \\ a_2 &= 2.005330 \times 10^{-5}, \\ a_3 &= 1.123180 \times 10^{-1}, \\ a_4 &= 1.982141 \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

Código en r para la ley de mortalidad y la probabilidad de supervivencia

```
#----- Ley Perks 1
# Definir la fuerza de mortalidad
muxt.perk1 = function(t, x, pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  a4 = pars[4]
  m = (a1 + a2*exp(a3*(x + t)))/(a4*exp(a3*(x + t)) + 1)
  return(m)

#----- Definir tpx
tpx.perks1 = function(t, x, pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  a4 = pars[4]
  g = (a1*a4 - a2)/(a3*a4)
  v = exp(- a1*t)*((a4*exp(a3*(x + t)) + 1)/(a4*exp(a3*x) + 1))^g
  return(v)

#-----ejemplo de parametros
pars = c(7.130052*10^(-7), 2.005330*10^(-5), 1.123180*10^(-01), 1.982141*10^(-05))
```

- (a) Para calcular la prima neta para un seguro médico continuo que paga al momento del diagnóstico de la cirugía arterial, para la vida de una mujer de edad $x = 40$ y el temporal es $n = 110 - x$ con un costo inicial de $C = 100$ unidades monetarias y una tasa inflación de $iq = 2.5\%$ efectivo anual. Utilizando una tasa técnica $i = 0.06$ efectivo anual.

Para el modelo, la intensidad μ_x^{ai} se calculará como una Weibull especificada con los parámetros de las mujeres del ejemplo 7.6.1, donde $a = 4.284108$ y $b = 0.008249275$

Luego la intensidad de pasar de sano a enfermo es:

$$\mu_x^{ai} = \frac{a}{b} \left(\frac{x}{b} \right)^{a-1} = \frac{4.284108}{0.008249275} \left(\frac{40}{0.008249275} \right)^{4.284108-1} = 6.599307 \times 10^{14}$$

Ahora se calcula μ_x^{ad} que es la fuerza de mortalidad de la Perks 1.

$$\begin{aligned}\mu_x^{ad} &= \mu_{x+t} = \frac{a_1 e^{a_3(x+t)} + a_2}{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1} \\ \mu_{40}^{ad} &= \mu_{40+t} = \frac{7.130052 \times 10^{-7} e^{a_3(x+t)} + 2.005330 \times 10^{-5}}{1.982141 \times 10^{-5} e^{1.123180 \times 10^{-1}(x+t)} + 1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{A}_{x:\bar{n}}^{ai} &= \int_0^{110-x} v^t b(t) \mu_{x+t}^{ai} p_x^{aa} dt \\ &= \int_0^{110-x} v^t b(t) \mu_{x+t}^{ai} \exp \left\{ - \int_0^t \mu_{x+u}^{ai} + \mu_{x+u}^{ad} \right\} dt\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{x+t}^{ai} = \\ \mu_{x+u}^{ai} = \\ \mu_{x+u}^{ad} = \\ v^t = \\ b(t) = .\end{aligned}$$