



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

## Parcial 3

### Anualidades de vida y cuidados médicos

Por:

Jefferson Gamboa Betancur  
Luis Felipe Bedoya Martínez

Facultad de Ciencias  
Medellín  
2021

## Problema 1

Problema sobre anualidades de vida y cuidados médicos.

### Hipótesis para el problema

- (a) **El enunciado del problema asignado** está en la sección 8.6, pág. 364 de las Notas de clase. El problema consiste de dos anualidades y la respuesta de cada una tienen un valor de 50 %.
- (b) **Información del modelo asignado** Todos los puntos tienen un modelo asignado. Los valores de los parámetros están en el enunciado de los problemas
- (c) Los puntos requieren una respuesta numérica correcta. Incluya desarrollo, código R, explicaciones, etc. para poder evaluar el procedimiento en caso de respuesta incorrecta.
- (d) Si usa LaTeX para el informe y quiere utilizar símbolos actuariales añada la librería *lifecon*. En Moodle están: el archivo *lifecon.sty* (la librería), una guía en *LifeConSymbolsGuide.pdf* y un archivo *.tex* como ejemplo de programación para el informe.

### Puntos:

Las hipótesis y datos sobre tasas, edades, etc. son las mismas que se dieron para este grupo en el Trabajo No 2. Los valores monetarios pueden tomarse en millones de pesos.

**Sugerencia:** revisar los ejemplos en las secciones §8.2.7, pág. 311 y §8.3.6, pág. 329.

Encuentre el valor de cada una de las anualidades de vida:

- (a)  $\ddot{a}_{x:\overline{n}}^{(m)}$ ,  $m = 12$ , ver 8.45, pág. 317,
- (b)  $\bar{a}_{x^s:\overline{n}}$ , ver (8.11), pág. 303.

Explique qué garantiza cada una y cuáles son sus diferencias.

### Hipótesis para el problema:

- (a) La fuerza de mortalidad estándar  $\mu_{x+t}$  dada por la ley de mortalidad asignada. Utilice los parámetros que aparecen en los ejemplos para la Ley escogida (vea las secciones §2.5 y §2.6).
- (b) Una fuerza de mortalidad sub-estándar multiplicativa:  $\mu_{x+t}^s = k\mu_{x+t}$ , con  $k = 1.02$ .
- (c) La intensidad de transición  $\mu_x^{ai}$  según el modelo Weibull dado en la sección §7.6.4, pag. 248, con los valores de los parámetros para mujeres especificados en el ejemplo 7.6.1, pag. 251.
- (d) Utilice una tasa  $i = 0.06$  y una tasa para incremento de costo de vida de  $iq = 0.025$ , ambas efectivas anuales. Calcule para la edad:  $x = 40$ . Use  $n = 110 - x$  de manera que es un seguro de vida entera. Valor asegurado inicial  $C = 100$  unidades.

## Solución

Wilfred Perks propuso dos leyes de mortalidad en 1932, este trabajo se solucionó usando la primera de sus leyes. Definida a continuación:

**Primera ley de mortalidad Perks** Utilizando la parametrización de la librería R *MortalityLaws*, por:

$$\mu_{x+t} = \frac{a_1 e^{a_3(x+t)} + a_2}{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1}. \quad (1)$$

para  $x \in \{0, 1, \dots, \omega\}$ , con  $a_1, a_2, a_3, a_4$  parámetros positivos y la probabilidad de supervivencia como:

$$tp_x = e^{-a_1 t} \left( \frac{a_4 e^{a_3(x+t)} + 1}{a_4 e^{a_3 x} + 1} \right)^g, \quad \text{con } g = \frac{a_1 a_4 - a_2}{a_3 a_4} \quad (2)$$

Los parámetros  $a_1, a_2, a_3$  y  $a_4$  dados en el ejemplo 2.6.2 son:

$$\begin{aligned} a_1 &= 7.130052 \times 10^{-7}, \\ a_2 &= 2.005330 \times 10^{-5}, \\ a_3 &= 1.123180 \times 10^{-1}, \\ a_4 &= 1.982141 \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

### Definición en R

```
#-----Ley Perks 1
#-----Definir la fuerza de mortalidad
muxt.perk1 <- function(t, x, pars){
  a1 <- pars[1]
  a2 <- pars[2]
  a3 <- pars[3]
  a4 <- pars[4]
  m <- (a1 + a2*exp(a3*(x + t)))/(a4*exp(a3*(x + t)) + 1)
  return(m)
}

#-----Definir tpx
tpx.perks1 <- function(t, x, pars){
  a1 <- pars[1]
  a2 <- pars[2]
  a3 <- pars[3]
  a4 <- pars[4]
  g <- (a1*a4 - a2)/(a3*a4)
  v <- exp(- a1*t)*((a4*exp(a3*(x + t)) + 1)/(a4*exp(a3*x) + 1))^g
  return(v)
}

#-----Tasas y beneficio
i <- 0.06
iq <- 0.025
bt <- function(t) 100*(1 + iq)^(floor(t))

#-----Edades y período temporal en años
x <- 40
n <- 110 - x

#-----Parámetros Perks 1
pars <- c(7.130052*10^(-7), 2.005330*10^(-5), 1.123180*10^(-01), 1.982141*10^(-05))
```

- (a) Para encontrar la prima neta en tiempo discreto con una  $x = 40$  con  $m$  pagos al año, de  $1/m$  cada uno, para  $m = 2, 4, 12$  (con anticipos) donde el temporal es  $n = 110 - x$  con un costo inicial de  $C = 1$  miles de unidades monetarias y una tasa de inflación del  $iq = 25\%$  y una tasa técnica  $i = 0.06$  efectivo anual cada una, se tiene que:

$$\ddot{a}_{x:n}^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{mn-1} v^{k/m} {}_{K/m} p_x$$

### Desarrollo en R

```
#-----pagos de 1/12 cada mes anticipado, total 1 año = 1
```

```
m = 12
```

```
C = 1
```

```
aaxmn <- function(x, m, n, i, pars){
  v <- 1/(1 + i);
  k <- seq(0, m*n - 1, 1);
  vkm <- v^(k/m);
  kmpx <- tpx.perks1(k/m, x, pars);
  a <- sum(vkm*kmpx)/m;
  return(a)
}
```

```
#-----respuesta
```

```
(axmn = C*aaxmn(x, m, n, i, pars))
```

```
[1] 14.07872
```

```
## En progreso de análisis -->
```

```
#-----anualidad vida entera pago continuo
```

```
fn = function(t) (1 + i)^(t)*tpx.perks1(t, x, pars)
```

```
(acxn = C*integrate(fn, 0, n)$value)
```

```
[1] 121.1553
```

```
#-----aproximar con una anualidad en tiempo continuo
```

```
v = 1/(1 + i)
```

```
dm = m*(1 - v^(1/m))
```

```
delta = log(1 + i)
```

```
(acxn*delta/dm)
```

```
[1] 121.4497
```

```
# Con base en los datos del Ejemplo 8.3.2, asumiendo n = 70. Es decir,
# el valor de una anualidad de vida por 70 años.
```

```
aaxmn(x, m, n, i, pars)
```

```
[1] 14.07872
```

(b) Para el caso de una anualidad continua temporal a  $n$  años tiene valor presente:

$$Y = \bar{a}_{\overline{T(x) \wedge n}} = \bar{a}_{\overline{T(x)}} I(T(x) \leq n) + \bar{a}_{\overline{n}} I(T(x) > n)$$

El valor esperado de la prima neta es:

$$\bar{a}_{x:\overline{n}} = \int_0^n e^{-\delta t} {}_t p_x dt$$

Considerando una fuerza de mortalidad sub-estándar multiplicativa:

$$\mu_{x+t}^s = k \mu_{x+t}, \text{ con } k = 1.02$$

Entonces la prima neta para este caso de estudio será:

$$\bar{a}_{x^s:\overline{n}} = \int_0^n e^{-\delta t} {}_t p_x^k dt$$

### Desarrollo en R

```
fn <- function(t, k = 1.02) exp(-delta*t)*tpx.perks1(t, x, pars)^^(k)
(aanx_s <- integrate(fn, lower = 0, upper = n)$value)
```

```
[1] 14.00823
```