

Grau de Matemàtiques. Curs 2011-2012. Semestre de tardor
MÈTODES NUMÈRICS I

PRÀCTICA 12: Continuació usant Newton

La família de lemniscates cofocals amb 3 focus es defineix com

$$|z(z-1)(z-2i)| = r^3,$$

on $z \in \mathbb{C}$ i on $r > 0$ és un paràmetre real. Posant $z = x + iy$, l'equació anterior es pot escriure com

$$\begin{aligned} F(x, y, r) = & x^6 - 2x^5 + (3y^2 - 4y + 5)x^4 + (-4y^2 + 8y - 8)x^3 + (3y^4 - 8y^3 + 10y^2 - 4y + 4)x^2 + \\ & + (-2y^4 + 8y^3 - 8y^2)x + (y^6 - 4y^5 + 5y^4 - 4y^3 + 4y^2) - 2r^6 = 0. \end{aligned}$$

Considerem valors del paràmetre r

$$r_i = 0.5 + 0.1i, \quad i = 0, \dots, 10.$$

Per tal de representar la corba anterior, considerem valors de y

$$y_j = -2 + 5 \times 10^{-3}j, \quad j = 0, \dots, 1200,$$

i busquem zeros de la funció $f(x) = F(x, y, r)$, que s'obté per y i r fixats. Per tal de trobar els zeros, considerem una xarxa de punts en x

$$x_k = -2 + 10^{-2}k, \quad k = 0, \dots, 400.$$

on avaluem la funció f . Si, en avaluar, tenim que $f(x_{k-1})f(x_k) < 0$, apliquem el mètode de Newton per trobar el zero de f corresponent. El programa recorrerà la xarxa de x per tal de trobar tots els zeros que hi hagi, i escriurà en un fitxer els valors de r , x , y corresponents al valor de cada zero trobat. Representeu la família de lemniscates usant gnuplot.

Indicació:

$$\begin{aligned} f'(x) = & 6x^5 - 10x^4 + (12y^2 - 16y + 20)x^3 + (-12y^2 + 24y - 24)x^2 + \\ & + (6y^4 - 16y^3 + 20y^2 - 8y + 8)x + (-2y^4 + 8y^3 - 8y^2) \end{aligned}$$