Grau de Matemàtiques. Curs 2011-2012. Semestre de tardor
MÈTODES NUMÈRICS I

PRÀCTICA 6

El propòsit d'aquesta pràctica és calcular de manera efectiva la inversa d'una matriu. És a dir, donada una matriu $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ busquem una matriu $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ tal que

$$A\,B = Id \tag{1}$$

La matriu B verificant (1) s'anomena *inversa* de A i s'acostuma a denotar com $B = A^{-1}$.

Posem $B = [b_1, \ldots, b_n]$ i $Id = [e_1, \ldots, e_n]$ on $b_i, e_i \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, \ldots, n$. Llavors la igualtat (1) es equivalent a imposar

$$A\,b_i = e_i,\ \ i = 1, \ldots, n. \tag{2}$$

Altrament dit, el càlcul de B equival a resoldre els n sistemes lineals definits a (2).

Implementeu una funció

```
int inv_matriu(int n, double **a, double **b)
```

que rebi en `a` la matriu A i retorni en `b` la matriu B. A més, `a` contindrà al final la descomposició LU de A. Com es habitual, la funció retornarà 0 si s'ha pogut trobar la inversa i 1 altrament.

Per tal de resoldre els sistemes lineals (2) la funció `inv_matriu` farà servir de la descomposició LU de la matriu A calculada usant pivotatge maximal per columnes. En general, per tal de resoldre un sistema lineal n-dimensional $A\,x = b$ usant la descomposició LU de A, notem que

$$A\,x = b \Longleftrightarrow P\,A\,x = P\,b \Longleftrightarrow L\,Ux = P\,b.$$

Per tant, primerament calcularem $y \in \mathbb{R}^n$ com a solució del sistema triangular inferior

$$L\,y = P\,b,$$

i després resoldrem el sistema triangular superior

$$U\,x = y$$

per trobar $x \in \mathbb{R}^n$.

Nota: Al campus virtual de l'assignatura trobareu el fitxer objecte de la funció

```
int palu(double **a, int n, int *p, double tol)
```

que retorna en `a` la factorització $PA = LU$ usant pivotatge maximal per columnes i en `p` el vector de permutacions. A més retorna la paritat ± 1 de la permutació P.