Exercici 25 Definim l'`èpsilon de la màquina` com el nombre positiu ε tal que:

$$\forall x \in [0,\varepsilon) \;\; fl(1+x) = 1 \;\text{ i }\; \forall x \geq \varepsilon \;\; fl(1+x) > 1 \;,$$

on $fl(y)$ és la representació en punt flotant de y.

Feu un programa que calculi l'epsilon de la màquina pels tipus `float` i `double`. Quina conclusió en traieu?

Exercici 26 Volem calcular $S(N) = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{j^2}$ per als valors $N = 10^3, 10^4, 10^5$ i 10^6.

Feu un programa que calculi $S(N)$, sumant els termes començant per $j = 1$ fins a $j = N$ i a l'inrevés. Compareu els resultats obtinguts, $S_{calc}(N)$.

Primer feu tots els càlculs en precisió simple. Després, en precisió doble.

Exercici 27 L'únic zero del polinomi

$$p(x) = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1 = (x-1)^7$$

és $\alpha = 1$. Per avaluar $p(x)$ en un punt podem usar qualsevol dels tres algorismes equivalents:

a) $p(x) = (x-1)^7$

b) $p(x) = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1$

c) $p(x) = ((((((x-7)x+21)x-35)x+35)x-21)x+7)x-1$ (algorisme de Horner, problema 15)

que programareu mitjançant les funcions següents

```
float fun(float);
float poli(float, float*);
float horner(float, float*);
```

Feu un programa per avaluar el polinomi en n punts equiespaiats a l'interval $[a,b]$ usant els algorismes anteriors. Escriurà en forma de taula, perfectament encolumnada, la capçalera

```
x                  fun                 poli           horner
```

i en les següents línies els valors corresponents amb format exponencial amb 12 dígits després del punt. Executeu-lo per $a = 0.75$, $b = 1.25$ i $n = 100, 1000$ i 10000 usant fitxers de sortida.

Exercici 28 Sabem que

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Es lògic, per tant, utilitzar la fórmula $F(h) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ com a aproximació de $f'(x)$ per h prou petit.

Utilitzeu aquesta fórmula per calcular $f'(x_0)$ començant amb un pas h_0 que anireu dividint per un valor r, que fixarem a 2. Calculeu l'aproximació amb precisió simple i doble. Escriviu en forma de taula, perfectament encolumnada

```
h                |f'(x_0)-F(h)|
```

amb format exponencial amb 12 dígits després del punt.

Exemples: $f_1(x) = x^2 - 3, x_0 = 2, h_0 = 1$; $f_2(x) = \sqrt{2+x}, x_0 = 1, h_0 = 0.64$; $f_3(x) = \sinh(x) + x^2, x_0 = 2, h_0 = 1$; $f_4(x) = e^x, x_0 = 1, h_0 = 0.2$.