1) $\alpha \in (0, \pi/2)$ desconegut. Es coneixen aproximacions $s = \sin(\alpha) \pm \varepsilon$, $c = \cos(\alpha) \pm \varepsilon$

(a) Quina fórmula és millor usar? $\begin{cases} \alpha = \arcsin(s) \equiv f(s) \\ \text{o} \\ \alpha = \arccos(c) \equiv g(c) \end{cases}$

Propag. de l'error en una variable: $y = f(x) \Rightarrow \Delta y \approx |f'(x)| \Delta x$.

Per tant,

$\left.\begin{array}{l} * \ f(s) = \arcsin(s) \Rightarrow f'(s) = \dfrac{1}{\sqrt{1-s^2}} \Rightarrow \Delta\alpha \approx \dfrac{1}{\sqrt{1-s^2}} \Delta s \\ * \ g(c) = \arccos(c) \Rightarrow g'(c) = \dfrac{-1}{\sqrt{1-c^2}} \Rightarrow \Delta\alpha \approx \dfrac{1}{\sqrt{1-c^2}} \Delta c \end{array}\right\}$ i sabem $\Delta s, \Delta c \le \varepsilon$ (fita comuna)

Serà millor la fórmula que tingui el "factor de propagació" més petit.

Casos:

i) $\boxed{0 < \alpha < \pi/4} \Rightarrow s < c \Rightarrow |f'(s)| < |g'(c)| \Rightarrow$ $\boxed{\text{millor usar } \arcsin(s)}$

ii) $\boxed{\frac{\pi}{4} < \alpha < \pi/2} \Rightarrow c < s \Rightarrow |f'(s)| > |g'(c)| \Rightarrow$ $\boxed{\text{millor usar } \arccos(c)}$

iii) En el cas $\alpha = \frac{\pi}{4}$, les dues fórmules són numèricament equivalents

(b) Propagació de l'error en 2 variables: $y = h(x_1, x_2) \Rightarrow \Delta y \lesssim \left|\frac{\partial h}{\partial x_1}(x_1,x_2)\right| \Delta x_1 + \left|\frac{\partial h}{\partial x_2}(x_1,x_2)\right| \Delta x_2$

$\alpha = h(s, c) = \arctan\left(\frac{s}{c}\right)$

$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial h}{\partial s} = \dfrac{1}{1+\left(\frac{s}{c}\right)^2} \cdot \dfrac{1}{c} = \dfrac{c}{c^2+s^2} \approx c \\ \dfrac{\partial h}{\partial c} = \dfrac{1}{1+\left(\frac{s}{c}\right)^2} \dfrac{-s}{c^2} = \dfrac{-s}{c^2+s^2} \approx -s \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\alpha \lesssim |c| \Delta s + |-s| \Delta c \underset{\substack{\uparrow \\ 0 < c, s \\ \Delta s, \Delta c \le \varepsilon}}{\le} \boxed{(c+s)\varepsilon}$

(c) Suposem $\alpha \in (0, \pi/6)$. Aquí: $c > 0$ i $s > 0$

Els factors de propagació de l'error de les 3 funcions $f(s), g(c), h(s,c)$, són, respectivament,

$\left|\dfrac{1}{\sqrt{1-s^2}}\right| \approx \dfrac{1}{c}$, $\left|\dfrac{-1}{\sqrt{1-c^2}}\right| \approx \dfrac{1}{s}$; $\left|\dfrac{c}{c^2+s^2}\right| + \left|\dfrac{-s}{c^2+s^2}\right| \approx c + s$

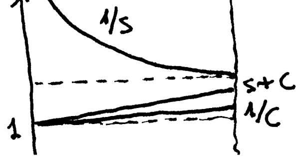
Estudiem doncs, a l'interval $\alpha \in (0, \pi/6) \equiv I$, les funcions $u(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha)}$, $v(\alpha) = \frac{1}{\sin(\alpha)}$ i $w(\alpha) = \cos(\alpha) + \sin(\alpha)$

* $u(0) = 1$, $u(\pi/6) = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1{,}15$; $u'(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} > 0 \ \forall \alpha \in I \Rightarrow u(\alpha)$ estrict. monòt. creixent
* $v(0) = \frac{1}{\sin 0} = +\infty$, $v(\pi/6) = 2$; $v'(\alpha) = \frac{-\cos\alpha}{\sin^2\alpha} < 0 \ \forall \alpha \in I \Rightarrow v(\alpha)$ estrict. monòt. decreixent
* $w(0) = 1$, $w(\pi/6) = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \approx 1{,}365$; $w'(\alpha) = \cos\alpha - \sin\alpha > 0 \ \forall \alpha \in I \Rightarrow w(\alpha)$ estr. monòt. creixent
* Es tallen $u(\alpha)$ i $w(\alpha)$, a I?

$u(\alpha) = w(\alpha) \Rightarrow \frac{1}{\cos\alpha} = \sin\alpha + \cos\alpha \Rightarrow 1 - c^2 = sc \Rightarrow (1-c^2)^2 = (1-c^2)c^2 \Rightarrow \begin{cases} 1 - c^2 = 0 \Rightarrow \alpha = 0, \text{ extrem de } I \\ 1 - c^2 = c^2 \Rightarrow \alpha = \pi/4, \text{ fora de } I \end{cases}$

$\Rightarrow$ No es tallen

La situació és, doncs



$\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} \forall \alpha \in I, \text{ el factor de propagació mínim és } \frac{1}{c} \\ \Leftrightarrow \text{la millor fórmula és } \alpha = \arcsin(s) \end{array}}$

(2) Segons l'enunciat, es pot fer la descomposició $A=LU$ mitjançant eliminació gaussiana sense pivotatges:

$\forall k=1,2,\dots,n-1$ (pas):

$$\left.\begin{array}{ll} l_{ik} = a_{ik}^{(k)} / a_{kk}^{(k)} & (a_{kk}^{(k)}\text{: pivot ; } l_{ik}\text{: multiplicador}) \\ a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - l_{ik}\, a_{kj}^{(k)} & j=k+1,k+2,\dots,n \end{array}\right\} \; i=k+1,k+2,\dots,n$$

El procés és possible $\iff a_{kk}^{(k)} \neq 0 \quad \forall k=1,2,\dots,n-1$

La matriu inicial és $A=(a_{ij}^{(1)})$ i les matrius de la descomposició:

$$L=(l_{ik})_{i,k} = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ \text{ple} & & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad U=(a_{ij}^{(i)})_{i,j} = \begin{pmatrix} \ddots & & \text{ple} \\ & & \\ 0 & & \ddots \end{pmatrix}$$

En cada pas k s'obté una fila de U i una columna de L, seguint el següent esquema: (cas $n=4$) (hem requadrat els elements que formaran part de les matrius L i U)

$$A=\begin{pmatrix} \boxed{\times\ \times\ \times\ \times} \\ \times\ \times\ \times\ \times \\ \times\ \times\ \times\ \times \\ \times\ \times\ \times\ \times \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{21},\, l_{31},\, l_{41}}]{\text{Pas 1}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \boxed{\times\ \times\ \times} \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{32},\, l_{42}}]{\text{Pas 2}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ 0\ \boxed{\times\ \times} \\ 0\ 0\ \times\ \times \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{43}}]{\text{Pas 3}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ 0\ \times\ \times \\ 0\ 0\ 0\ \boxed{\times} \end{pmatrix}$$

(a) Si B difereix de A només en l'última fila llavors els successius elements $a_{ij}^{(k)}$ i els l_{ik} no canvien per a $i<n$ (Sí que canvien els que tenen $i=n$) respecte els de A. En particular, els pivots $a_{kk}^{(k)}$ $k=1,2,\dots,n-1$ no canvien. Per tant són $\neq 0$, i podem fer també els $n-1$ passos d'eliminació gaussiana sense pivotatge $\Rightarrow \exists B=\tilde{L}\tilde{U}$.

$\tilde{L}$ diferirà de L en l'última fila (excepte l'element $\tilde{l}_{nn}=l_{nn}=1$ per definició)

$\tilde{U}$ diferirà de U en l'última fila $\iff$ només poden diferir $\tilde{u}_{nn}$ i u_{nn}, ja que els altres són 0 per definició de U

Esquema: Marquem amb ○ els element que canvien de B respecte A.

$$B=\begin{pmatrix} \boxed{\times\ \times\ \times\ \times} \\ \times\ \times\ \times\ \times \\ \times\ \times\ \times\ \times \\ \times\ \times\ \times\ \times \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{21},\, l_{31},\, l_{41}}]{\text{Pas 1}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \boxed{\times\ \times\ \times} \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{32},\, l_{42}}]{\text{Pas 2}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ 0\ \boxed{\times\ \times} \\ 0\ 0\ \times\ \times \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{43}}]{\text{Pas 3}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ 0\ \times\ \times \\ 0\ 0\ 0\ \boxed{\times} \end{pmatrix}$$

(b) Si C difereix de A en l'última columna, llavors en el procés només canviaran, respecte els de A, els elements $a_{ij}^{(k)}$ amb $j=n$. En particular, els pivots $a_{kk}^{(k)}$ $k=1,\dots,n-1$ no canvien $\Rightarrow \exists C=L_1U_1$.
A més, serà $L_1=L$; i U_1 diferirà de U només en l'última columna.

Esquema en aquest cas:

$$C=\begin{pmatrix} \boxed{\times\ \times\ \times\ \times} \\ \times\ \times\ \times\ \times \\ \times\ \times\ \times\ \times \\ \dots \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{21},\, \dots}]{\text{Pas 1}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \boxed{\times\ \times\ \times} \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{32},\, \dots}]{\text{Pas 2}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ 0\ \boxed{\times\ \times} \\ 0\ 0\ \times\ \times \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{l_{43}}]{\text{Pas 3}} \begin{pmatrix} \times\ \times\ \times\ \times \\ 0\ \times\ \times\ \times \\ 0\ 0\ \times\ \times \\ 0\ 0\ 0\ \boxed{\times} \end{pmatrix}$$

(2) continuació

c) Per a $B=\tilde{L}\tilde{U}$, igualem només l'última fila dels 2 costats

$$(\tilde{l}_{n1}, \tilde{l}_{n2}, \ldots, \tilde{l}_{n,n-1}, 1)\begin{pmatrix}1 & \cdots & 1\\ & \ddots & \vdots\\ 0 & 1 & 1\\ & & \tilde{u}_{nn}\end{pmatrix} = (10,10,\ldots,10) \iff \left\{\begin{array}{l}\tilde{l}_{n1}=10\\ \tilde{l}_{n1}+\tilde{l}_{n2}=10\\ \vdots\\ \tilde{l}_{n1}+\tilde{l}_{n2}+\ldots+\tilde{l}_{n,n-1}=10\\ \tilde{l}_{n1}+\tilde{l}_{n2}+\ldots+\tilde{l}_{n,n-1}+\tilde{u}_{nn}=10\end{array}\right\} \iff \left\{\begin{array}{l}\tilde{l}_{n1}=10\\ \tilde{l}_{n2}=0\\ \vdots\\ \tilde{l}_{n,n-1}=0\\ \tilde{u}_{n,n}=0\end{array}\right.$$

De manera que

$$B=\begin{pmatrix}1 & & & 0\\ \vdots & \ddots & & \vdots\\ 1 & \cdots & 1 & 0\\ \boxed{10\ 0\ \cdots\ 0} & & & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & \cdots & & 1\\ & \ddots & & \vdots\\ & & 1 & 1\\ 0 & & & \boxed{0}\end{pmatrix} \qquad \text{(requadrat els canvis)}$$

Per a $C=L_1U_1$, igualem només l'última columna

$$\begin{pmatrix}1 & & 0\\ \vdots & \ddots & \\ 1 & \cdots & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^{(1)}_{1n}\\ u^{(1)}_{2n}\\ \vdots\\ u^{(1)}_{nn}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\ 20\\ \vdots\\ 10n\end{pmatrix} \iff \left\{\begin{array}{l}u^{(1)}_{1n}=10\\ u^{(1)}_{1n}+u^{(1)}_{2n}=2\cdot 10\\ \vdots\\ u^{(1)}_{1n}+u^{(1)}_{2n}+\ldots+u^{(1)}_{nn}=n\cdot 10\end{array}\right\} \iff \left\{\begin{array}{l}u^{(1)}_{1n}=10\\ u^{(1)}_{2n}=10\\ \vdots\\ u^{(1)}_{nn}=10\end{array}\right.$$

O sigui,

$$C=\begin{pmatrix}1 & & 0\\ \vdots & \ddots & \\ 1 & \cdots & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & \cdots & 1 & \boxed{10}\\ & \ddots & \vdots & \boxed{\vdots}\\ 0 & & 1 & \boxed{10}\\ & & & \boxed{10}\end{pmatrix} \qquad \text{(requadrat els canvis)}$$

D'una altra manera (a), (b)

La factorització LU d'una matriu A també es pot intentar de trobar per inducció respecte la dimensió.
Per a fer el pas de dim. $n-1$ a dim. n, cal considerar particions de les matrius, de la manera següent:

$$A=\left(\begin{array}{c|c}\hat{A} & c\\ \hline b^t & a_{nn}\end{array}\right)\quad L=\left(\begin{array}{c|c}\hat{L} & 0\\ \hline \ell^t & 1\end{array}\right)\quad U=\left(\begin{array}{c|c}\hat{U} & u\\ \hline 0^t & u_{nn}\end{array}\right);\ \text{on}\ \left\{\begin{array}{l}\hat{A}, \hat{L}, \hat{U}\ \text{són}\ (n-1)\times(n-1)\\ b, c, \ell, u \in \mathbb{R}^{n-1}\ (0\ \text{també})\\ a_{nn}, u_{nn}\in\mathbb{R}\end{array}\right.$$

Llavors,

$$A=LU \iff \left\{\begin{array}{l}\hat{A}=\hat{L}\hat{U}\\ c=\hat{L}u\\ b^t=\ell^t\hat{U}\\ a_{nn}=\ell^t u+u_{nn}\end{array}\right\}.$$

Si ja es coneix la factorització $(n-1)\times(n-1)$, o sigui, $\hat{L}$ i $\hat{U}$, llavors cal aïllar, de les últimes 3 equacions: el vector u, el vector ℓ, l'escalar u_{nn}. L'única possible dificultat és l'existència de $\hat{U}^{-1}$.

Passem al nostre cas:
Si una certa matriu A permet ~~trobar~~ obtenir la seva factorització LU per eliminació gaussiana sense pivotatge, és perquè els determinants $|A_k|$ són $\neq 0$ $\forall k=1,2,\ldots,n-1$ (A_k: primeres k files i k columnes)
En el cas $k=n-1$: $\hat{A}\equiv A_{n-1}$. De manera que $0\neq \det A_{n-1}=\det\hat{A}=\det\hat{L}\cdot\det\hat{U}=\det\hat{U}$.
I, llavors, $u=\hat{L}^{-1}c$; $\ell^t=b^t\hat{U}^{-1}$; $u_{nn}=a_{nn}-\ell^t u$.

Per tant:

1) Suposem que A admet LU per passos sense pivotatge. Llavors $\det\hat{U}\neq 0$.
Si B (o C) coincideix amb A en les primeres $n-1$ files i columnes llavors $\hat{U}$ és la mateixa $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ també existirà la factorització de B (o C)

2) Si B difereix de A en b^t i a_{nn} llavors seran diferents $\underline{\underline{\ell^t}}$ i $\underline{\underline{u_{nn}}}$

3) Si C difereix de A en c i a_{nn} llavors seran diferents $\underline{\underline{u}}$ i $\underline{\underline{u_{nn}}}$

(3)

(a) Sigui $P(x) = ax^2+bx+c$. $\quad P'(x) = 2ax+b$

Imposem que verifiqui les condicions:

$$\left.\begin{aligned} ax_0^2+bx_0+c &= f_0 \\ 2ax_1+b &= f_1' \\ ax_2^2+bx_2+c &= f_2 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} x_0^2 & x_0 & 1 \\ 2x_1 & 1 & 0 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \end{pmatrix}}_{M} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1' \\ f_2 \end{pmatrix}$$

Per tant $\exists!\, p \in \mathcal{P}_2$ interpolador $\Leftrightarrow$ $\det M \neq 0$ (independentment de f_0, f_1', f_2)

$$\det M = \begin{vmatrix} x_0^2 & x_0 & 1 \\ 2x_1 & 1 & 0 \\ x_2^2-x_0^2 & x_2-x_0 & 0 \end{vmatrix} = (x_2-x_0)\begin{vmatrix} 2x_1 & 1 \\ x_2+x_0 & 1 \end{vmatrix} = (x_2-x_0)(2x_1-x_0-x_2)$$

Com que $x_0 \neq x_2$, resulta: $\det M \neq 0 \Leftrightarrow \boxed{x_0+x_2 \neq 2x_1}$

Nota. Observem que això no contradiu el teor. d'$\exists$ i !. del polinomi interpolador d'Hermite, ja que aquí no el podem aplicar perquè no coneixem $f(x_1)$.

(b) Calculem $p \in \mathcal{P}_3$ per diferències dividides

$$\begin{array}{c|ccccccc} 0 & 3 & & & & & & \\ & & 0 & & & & & \\ 1 & 3 & & 0 & & & & \\ & & 0 & & 3 & & & \\ 1 & 3 & & 6 & & & & \\ & & 6 & & & & & \\ 2 & 9 & & & & & & \end{array} \Rightarrow \quad p(x) = 3+3x(x-1)^2 = 3+3x(x^2-2x+1) = 3(x^3-2x^2+x+1)$$

Llavors, $\displaystyle\int_0^2 p(x)dx = 3\left[\frac{x^4}{4} - 2\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x\right]_0^2 = 3\left[4 - \frac{16}{3} + 2 + 2\right] = 24-16 = \boxed{8}$

(c) Fórmula de l'error d'interpolació: $\displaystyle f(x)-p(x) = \frac{f^{(4)}(\xi(x))}{4!}\, x(x-1)^2(x-2)$

Llavors

$$E = \int_0^2 f(x)dx - \int_0^2 p(x)dx = \int_0^2 (f(x)-p(x))dx = \int_0^2 \frac{f^{(4)}(\xi(x))}{4!}\, x(x-1)^2(x-2)\,dx = \left[\int_0^2 x(x-1)^2(x-2)dx\right]\frac{f^{(4)}(\eta)}{4!}$$

$\eta \in [0,2]$

$w(x) = x(x-1)^2(x-2)$
no canvia de signe a $[0,2]$.
Usem el TVMitjà per a integrals

Per tant,

$$|E| = \frac{|f^{(4)}(\eta)|}{4!}\left|\int_0^2 w(x)dx\right| \leq \frac{24}{4!}\,\frac{4}{15} = \boxed{\frac{4}{15}}$$

$$\left[\int_0^2 w(x)dx = \int_0^2 (x^4-4x^3+5x^2-2x)dx = \left[\frac{x^5}{5} - x^4 + 5\frac{x^3}{3} - x^2\right]_0^2 = \frac{32}{5} - 16 + \frac{40}{3} - 4 = -\frac{4}{15}\right]$$

4) $f(x) = 1 - x - \sin(x)$

(a) Quantitat de solucions?

$f'(x) = -1 - \cos(x) \leq 0 \ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ monòtona decreixent

$0 = f'(x) \Leftrightarrow \cos x = -1 \Leftrightarrow x = x_k = \pi + 2k\pi \ \forall k \in \mathbb{Z}$ conjunt discret de punts

$\Rightarrow f(x)$ estrictament monòtona decreixent

$\Rightarrow f(x)$ té, com a màxim, 1 arrel real.

Com que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ i $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow$ $\boxed{f(x) \text{ té exactament 1 arrel real}}$ Sigui α.

(b) $x_{n+1} = g(x_n, \lambda)$; $g(x,\lambda) = \lambda + (1-\lambda)x - \lambda \sin x$ ($\lambda \neq 0$ paràmetre) (Per cada λ fixat, tenim un mètode iteratiu)

$\alpha \approx 0.5$. Prenem $x_0 = 0.5$

La convergència (local) és més ràpida com més petit sigui $|g'(\alpha)|$.

Però α és desconegut, i coneixem $x_0 \Rightarrow$ Triem $\lambda \mid$ minimitza $|g'(x_0)|$

De fet, es pot aconseguir $0 = g'(x_0) = (1-\lambda) - \lambda\cos(x_0) = 1 - \lambda(1+\cos(x_0)) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{1+\cos(0.5)} = \frac{1}{1.877582562} = 0.5325997\ldots \approx 0.5326$$

Prenem $\boxed{\lambda = 0.5326}$

Mètode: $x_0 = 0.5$

$x_{n+1} = x_n + \lambda(1 - x_n - \sin x_n) \ \forall n \geq 1 \Rightarrow$ $x_1 = 0.510958$, $x_2 = 0.510973\ldots$, $x_3 = 0.510973\ldots$ $\Rightarrow \boxed{\alpha = 0.51097 \pm \frac{1}{2}10^{-5}}$

(c) Ordre i constant asimptòtica? $\dfrac{e_{n+1}}{e_n^p} \xrightarrow[n\to\infty]{} C \neq 0$ (quan $e_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$)

$$\left.\begin{array}{l} x_{n+1} = x_n + \lambda f(x_n) \equiv g(x_n) \\ 0 = g'(x_0) = 1 + \lambda f'(x_0) \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{-1}{f'(x_0)} \end{array}\right\} \Rightarrow x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)} \quad \forall n \geq 0$$

Observem que el mètode és, de fet, una simplificació de NR: s'usa el mateix valor $f'(x_0)$ en cada iteració (i no $f'(x_n)$)

Llavors:

$$e_{n+1} = x_{n+1} - \alpha = x_n - \alpha - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)} \overset{\text{Taylor}}{=} e_n - \frac{\cancel{f(\alpha)} + f'(\alpha)e_n + \frac{1}{2}f''(\xi)e_n^2}{f'(x_0)} = \left(1 - \frac{f'(\alpha)}{f'(x_0)}\right)e_n + O(e_n^2)$$

Si suposem $e_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$, llavors $\boxed{\dfrac{e_{n+1}}{e_n^1} \xrightarrow[n\to\infty]{} \left(1 - \dfrac{f'(\alpha)}{f'(x_0)}\right)}$

Calculem: $\left.\begin{array}{l} f'(\alpha) = -1 - \cos\alpha = -1 - 0.87227 = -1.87227 \\ f'(x_0) = -1 - \cos 0.5 = -1.87758 \end{array}\right\} \Rightarrow C \equiv 1 - \dfrac{f'(\alpha)}{f'(x_0)} \neq 0$ (però petit)

$\Rightarrow \boxed{\text{ordre } 1}$

$\boxed{C = 0.0028281}$