

PARALEL ALGORİTMALAR

Bilgisayar sistemlerine göre 4 farklı aşamada inceleyebiliriz

1. Tek komut satırı, Tek veri
2. Tek komut satırı, Çoklu veri
3. Çoklu komut satırı, Tek veri
4. Çoklu komut satırı, Çoklu veri

FİNAL
Arş.Gör.Dr. MUHAMMED
FATİH ADAK: Diğer gruplar
 bu konuya kadar gelemezse
 bu konu sınava dahil
 olmayabilir

Paralel Analiz

1. Hızlandırma
2. Maliyet

İkisi dengeli
gitmesi
lazım

HIZLANDIRMA

Aynı algoritmanın seriden daha hızlı çalışması

Sıralama Algoritması $O(n \cdot \log n)$

Bir algoritma (sıralama yapıyor) $O(n)$ ise $\log n$ 'lık bir hızlanma söz konusudur.

Eş zamanlılıkta geçen süre maliyet

Hızlanma:

$$S(p) = \frac{\text{Seri çalışma zamanı}}{\text{Paralel işlemcide çalışma zamanı}} = \frac{t_s}{t_p}$$

S: Speed(Hız)
İşlemci: çekirdek sayısı filan değil,
 iava ise thread'den bahsedildiğini anlıyoruz

Seri (Eş zamanlılık)
Yazma ile ilgili bir işlem söz konusu ise
Kritik bölge olmalıdır.

Bellek:

RAM (Random Access Memory)

PRAM (Paralel Random Access Memory)

genelde **Okuma** ile ilgili kısım
 paralelleştiriliyor, **Yazma** paralel değil.

P_1, M_1 bölgesine Yaz

Paralel start

for $k = 2$ to p do

P_k işlemcisi M_k bölgesinden veri oku

end for

Paralel end

Analiz

$$O(\log p) \cdot p = O(p \cdot \log p)$$

$O(n) > O(?)$
 Olduğunda işi hızlandırmış oluruz
 p işlemci sayısı

Örnek: *Listede Max elemanın bulunması* (Sıralı olmadığını düşünüyoruz)

İki for içinde çözülebilir // $O(n^2)$

N elemanlı

M bölgesi

$M_1 \cdots M_N$ ' e kadar yer işgal eder.

$P = \frac{N}{2}$ adet oluşturduğumuzu varsayalım

Paralel Algoritması

$Count = N / 2$

for $j = 1$ to $\log count$ do

Paralel Start

for $j = 1$ to $count$ do

P_j M_{2j} 'den oku into x M_{2j+1} into y

if $(x > y)$

P_j x 'i M_j 'ye yaz

else

P_j y 'yi M_j 'ye yaz

end if

end for

Paralel End

$count = count / 2$

end for

$$Count = (N / \log N) / 2$$

Analiz

Burada sürekli 2'ye bölme işlemi söz konusu

O halde $O(\log N) \times \frac{N}{2}$
işlemci sayısı

Maliyet

$O(N \log N)$

Seri olarak

$O(N)$

Küçük verilerde seri daha iyi performans gösterir, Büyük verilerde paralel iyi performans gösterir

$$N > \underbrace{(?)} > \log N$$

Bu araya düşürebilirse hızlandırmış oluruz

Düzenlenmiş Versiyonda

$T(n) = (N / \log N) / 2 \cdot O(\log N) \cong O(N)$

$$Count = (N / \log N) / 2$$

$O(N)$ 'den daha küçük bir değer

Örnek: *Listede/Dizide Aranan elemanın bulunması*

Aynı elemandan 1 adet var.

Bu normalde $O(N)$ 'dir. $P = N$ olsaydıHer işlemci M_i elamana bakacak

$$N \cdot O(1) = O(N)$$

işlemci
sayısıişlem
sayısıuse $P < N$ işlemci (kullanırsak)**parallel start**for $i=1$ to p do P_j seri ikili arama M_j x eleman

end for

parallel end P_j 'ye düşen M_j ler üzerine bakacakEleman bulursa M_{N+2} **Analiz** $O(N)$ 'den daha düşük bir çalışma süresi var.

$$O(N) > T(N) > O(\log N)$$

PARALEL SIRALAMA

- HeapSort

- MergeSort

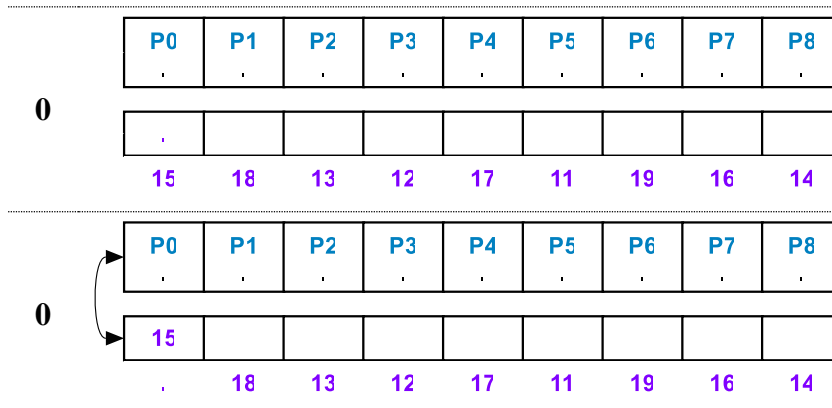
İki yöntem var

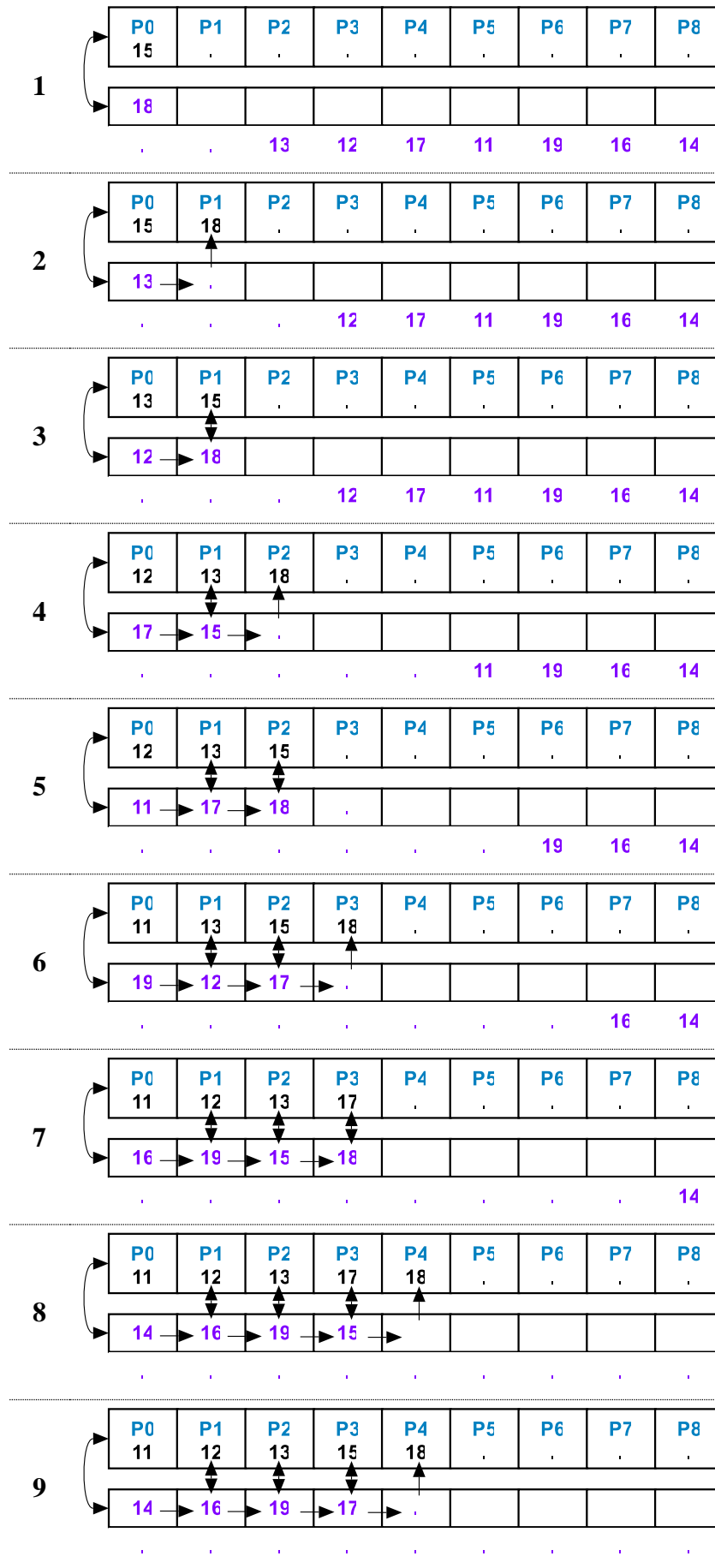
1. Lineer Network Sıralama
2. Tek-Çift Değiştirmeli Sıralama

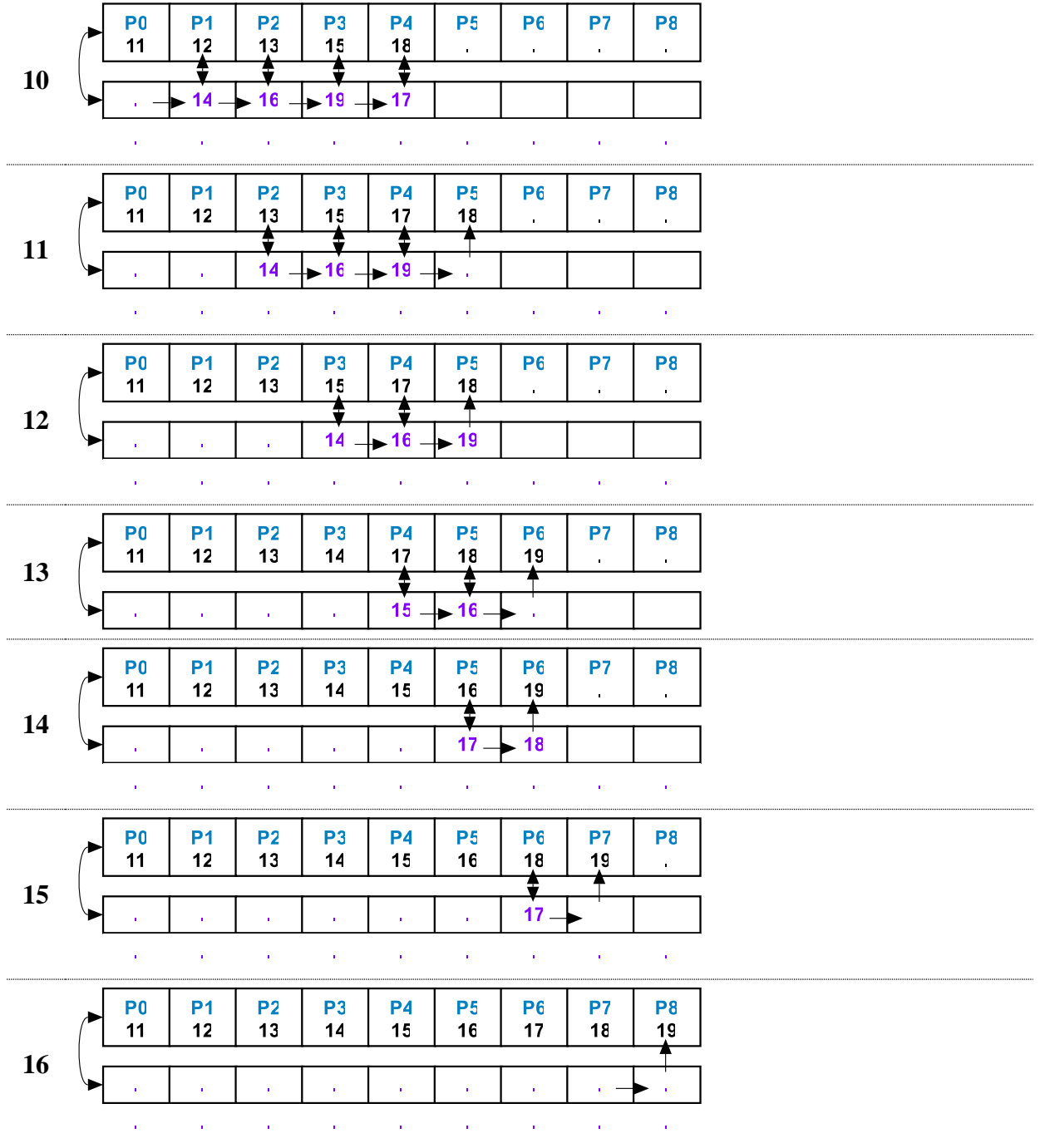
1. Lineer Network Sıralama $P = N$ // İlk durum

Örnek:

15,18,13,12,17,11,19,16,14







16 adet paralel işlem

$2(N-1)$ işlem sayısı $O(n)$

$T(N) = N \cdot O(N) = O(N^2)$

$N \cdot \log N < T(N) < N^2$

Düşürebiliriz
Amaç: $\log N$ 'e yaklaştırmak

2. Tek-Çift Değiştirmeli Sıralama

swap işlemi kullanılıyor

$P = N / 2$ komşu değere bak

Algoritması

```

for i = 1 to N / 2 do
  paralel start
  for k = 1 to N / 2 do
     $P_k$  işlemcisi  $M_{2k-1} < M_{2k}$ 
    if swap gerekli ise
      Swap  $M_{2k-1}$   $M_{2k}$ 
    end if
  end for
  paralel end

  paralel start
  for k = 1 to  $\frac{N}{2} - 1$  do
     $P_k$  işlemcisi  $M_{2k} < M_{2k+1}$ 
    if swap gerekli ise
      Swap  $M_{2k}$   $M_{2k+1}$ 
    end if
  end for
  paralel end
end for

```

Analiz

Çalışma Süresi

$$\left. \begin{array}{l} \text{paralel } N/2 \\ \text{paralel } N/2 \end{array} \right\} + O(N)$$

Toplam Maliyet = $\frac{N}{2} \cdot O(N) = O(N^2)$ olarak kabul edilir.

Matris işlemlerinde paralel
algoritma uygulanıyor

Matris Çarpımı
Varsayım! Kare Matris
olmak zorunda

Örnek :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 7 & 1 & 6 \\ 9 & 2 & 4 & 4 \\ 3 & 6 & 7 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 9 & 8 & -8 \\ 4 & 0 & -8 & 5 \end{bmatrix}$$

4 Eş parçaya böl

Yer değiştir

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Yer değiştir

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$$

Her parçayı ayrı ayrı çarp

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 7 \\ 28 & 35 \end{bmatrix} \quad 1$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & -25 \\ -40 & 22 \end{bmatrix} \quad 2$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 36 \\ 15 & 63 \end{bmatrix} \quad 3$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 37 \\ 42 & 39 \end{bmatrix} \quad 4$$

// Aynı işlemleri tekrarla

Yer değiştir

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$$

Yer değiştir

Her parçayı ayrı ayrı çarp

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 45 \\ 25 & 9 \end{bmatrix}$$

1

Yukarıdaki matris ile topla

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 11 \\ 42 & 35 \end{bmatrix}$$

2

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 62 & 19 \\ 42 & 32 \end{bmatrix}$$

3

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 40 & -46 \end{bmatrix}$$

4

$$\begin{bmatrix} 16 & 7 \\ 28 & 35 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 17 & 45 \\ 25 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33 & 52 \\ 53 & 44 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 16 & -25 \\ -40 & 22 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 11 \\ 42 & 35 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 & -14 \\ 2 & 57 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 20 & 36 \\ 15 & 63 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 62 & 19 \\ 42 & 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 82 & 55 \\ 57 & 96 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 30 & 37 \\ 42 & 39 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 40 & -46 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 25 \\ 82 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Sonuç} = \begin{bmatrix} 33 & 52 & 26 & -14 \\ 53 & 44 & 2 & 57 \\ 82 & 55 & 30 & 25 \\ 57 & 96 & 82 & -7 \end{bmatrix}$$

