PERSPEKTİF DÖNÜŞÜMLER

TEK NOKTA PERSPEKTİF DÖNÜŞÜMÜ:

- Genel olarak 4x4'lük dönüşüm matrisi:

$$\begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & r \\ g & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Burada $\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$ perspektif dönüşümü gösterir.

- Tek-nokta perspektif dönüşümü

$$[x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \quad y \quad z \quad rz+1]$$

$$[x^* \quad y^* \quad z^* \quad 1] = \left[\frac{x}{rz+1} \quad \frac{y}{rz+1} \quad \frac{z}{rz+1} \quad 1\right]$$

- 2B görme düzleminde perspektif projeksiyon, ortografik projeksiyon ile perspektif projeksiyonun birleştirilmesinden oluşur.

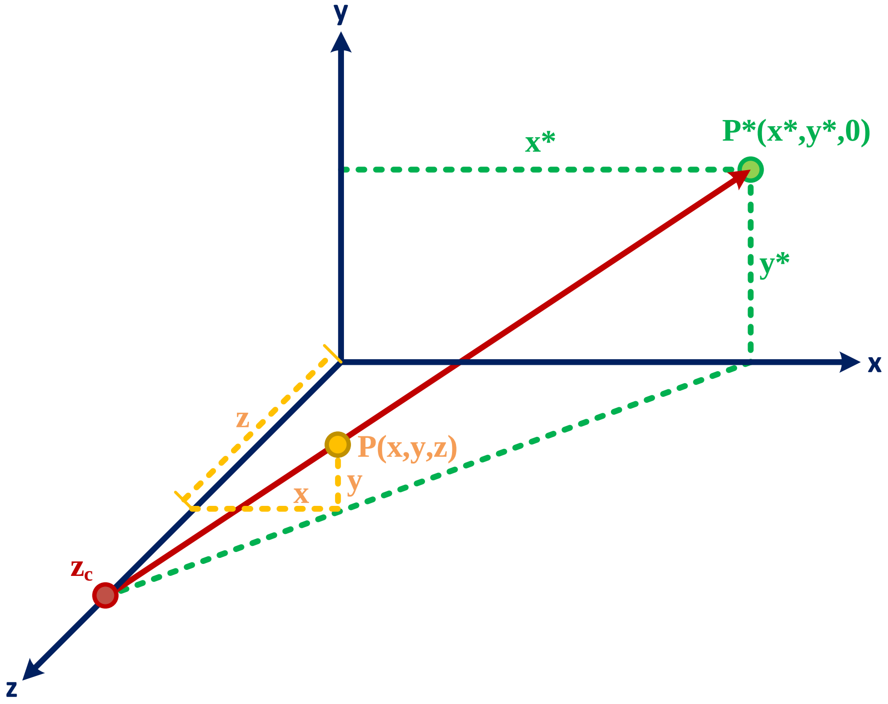
- $z = 0$ düzleminde perspektif projeksiyon için dönüşüm matrisi

$$[T] = [P_r].[P_z]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$[P_r] \Longrightarrow perspektif\ dönüşümü$

$[P_z] \Longrightarrow z = 0\ için\ ortografik\ projeksiyon$

➡ $z=0$ düzlemi ve z_c için perspektif projeksiyon



$$\frac{x^*}{x}=\frac{y^*}{y}=\frac{z_c}{z_c-z} \Longrightarrow x^*=\frac{y}{1-\frac{z}{z_c}},\, y^*=\frac{y}{1-\frac{z}{z_c}}$$

➡ **ÖRNEK:** $A=[3 \quad 2 \quad 4 \quad 1]$ ve $B=[3 \quad 2 \quad 8 \quad 1]$ olan $|AB|$ doğrusuna $z=0$ düzleminde $z_c=-2$ için perspektif projeksiyon uygula.

Genelleştirilmiş dönüşüm matrisini elde etmek için gerekli işlem adımları:

T1: Cisme $z_c=-2$ için perspektif dönüşüm uygula $\Rightarrow$ $\boldsymbol{P_r}$

T2: $z=0$ düzlemi için projeksiyon uygula $\Rightarrow$ $\boldsymbol{P_z}$

Perspektif dönüşüm, z ekseni üzerinde bir noktadan ($z_c = -2$) uygulandığı için dönüşüm matrisinde $r = {}^{-1}/_{z_c}$ şeklinde hesaplanır

$$[P_r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[P_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ÇÖZÜM 1: AB doğrusuna sırasıyla $z_c = -2$ için perspektif dönüşümü, sonra da z=0 düzlemi için ortografik projeksiyon uygulanır.

$$[AB'] = [AB].[P_r] = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 8 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 8 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,667 & 1,333 & 1 \\ 0,6 & 0,4 & 1,6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[AB^*] = [AB'].[P_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0,667 & 1,333 & 1 \\ 0,6 & 0,4 & 1,6 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,667 & 0 & 1 \\ 0,6 & 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ÇÖZÜM 2: AB doğrusu, z=0 düzlemi ve $z_c = -2$ için perspektif dönüşümü için hesaplanmış olan genelleştirilmiş dönüşüm matrisi ile çarpılır.

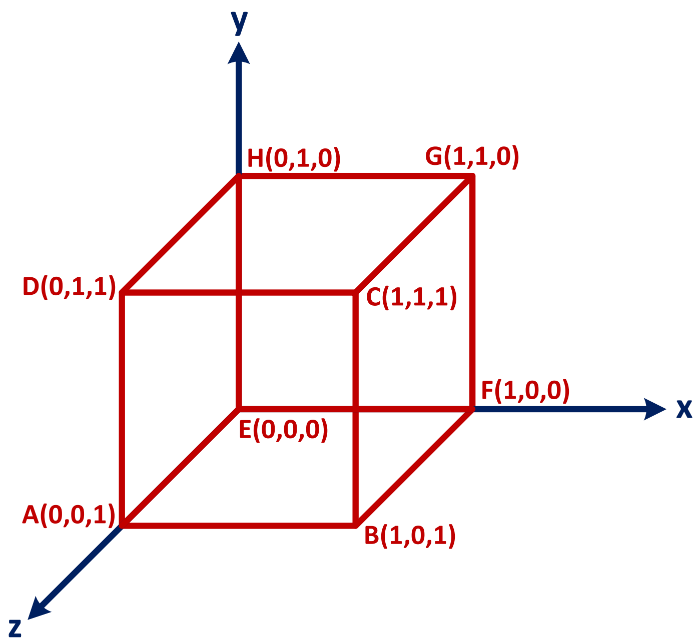
Genelleştirilmiş Dönüşüm Matrisi:

$$[T] = [P_r].[P_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[AB^*] = [AB].[T] = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 8 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}667 & 0 & 1 \\ 0{,}6 & 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

BİRİM KÜP İÇİN TEK NOKTA PERSPEKTİF PROJEKSİYONU:

ÖRNEK: Şekildeki birim küpe $z = 0$ düzleminde $z_c = 10$ için perspektif projeksiyon uygula.



ÇÖZÜM: Genelleştirilmiş dönüşüm matrisini elde etmek için gerekli işlem adımları:

T1: Cisme $z_c = 10$, yani $r = -\frac{1}{10} = -0.1$ için perspektif dönüşüm uygula

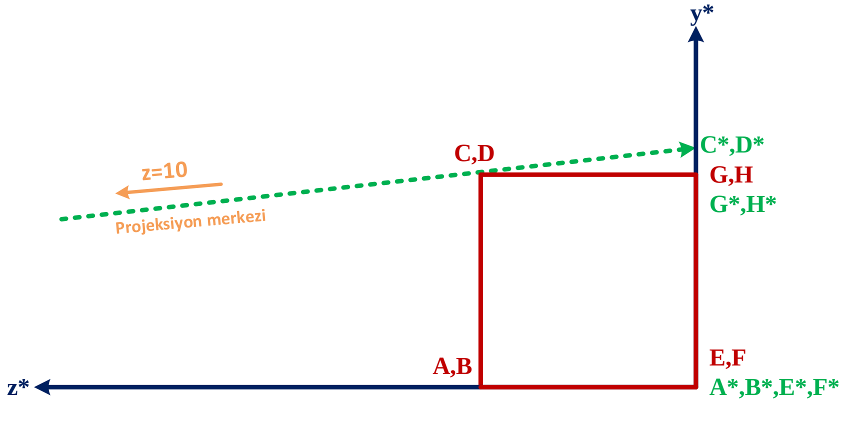
T2: $z = 0$ düzlemi için projeksiyon uygula

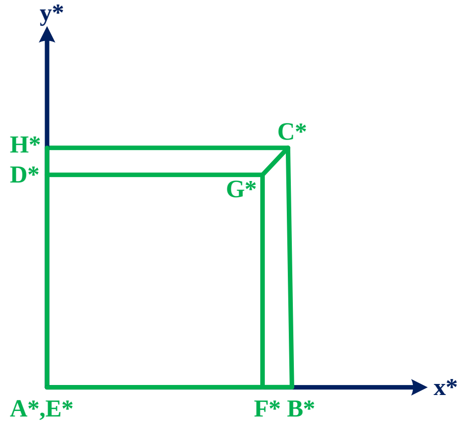
$$[T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

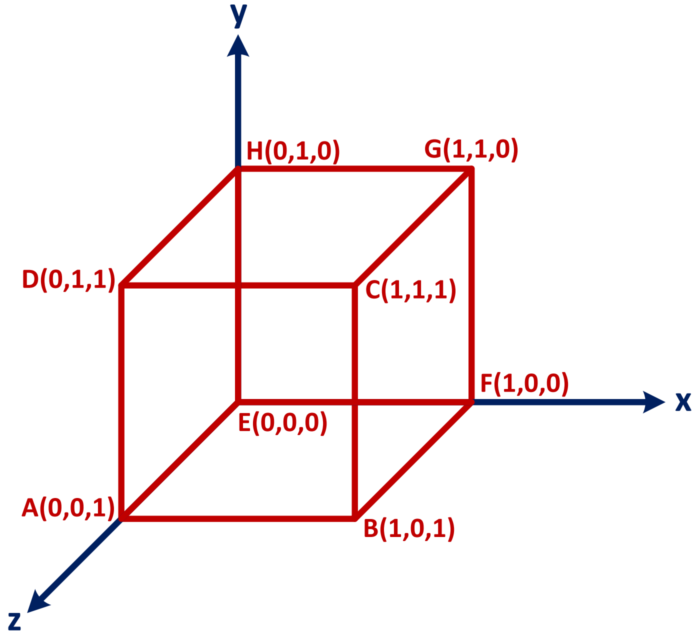
$$[T] = [T_1].[T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[X^*] = [X].[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0,9 \\ 1 & 0 & 0 & 0,9 \\ 1 & 1 & 0 & 0,9 \\ 0 & 1 & 0 & 0,9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1,11 & 0 & 0 & 1 \\ 1,11 & 1,11 & 0 & 1 \\ 0 & 1,11 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





ÖRNEK: Aşağıdaki şekildeki birim küpün merkezi orjin, yani (0,0,0) noktasında olacak şekilde küpe $z=0$ düzleminde $z_c=10$ için perspektif projeksiyon uygulayın.



ÇÖZÜM: Birim küpün merkezini orjine taşımak için x ve y yönlerinde -0.5 birim ötelemek gerekir. Bu durumda genelleştirilmiş dönüşüm matrisini elde etmek için gerekli işlem adımları:

T1: Cisme orjine ötele

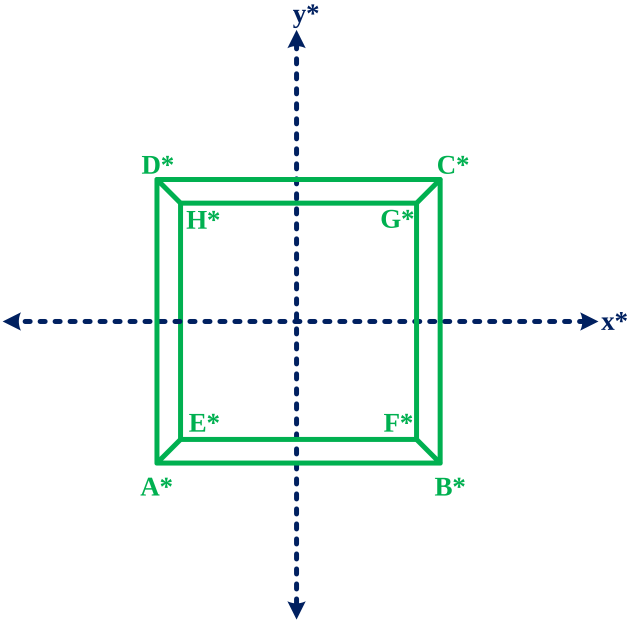
T2: $z_c=10$, yani $r=-1/10=-0.1$ için perspektif dönüşüm uygula

T3: $z=0$ düzlemi için projeksiyon uygula

$$\left.\begin{aligned}
[T_1] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[T_2] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[T_3] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}\right\} [T] = [T_1].[T_2].[T_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}1 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

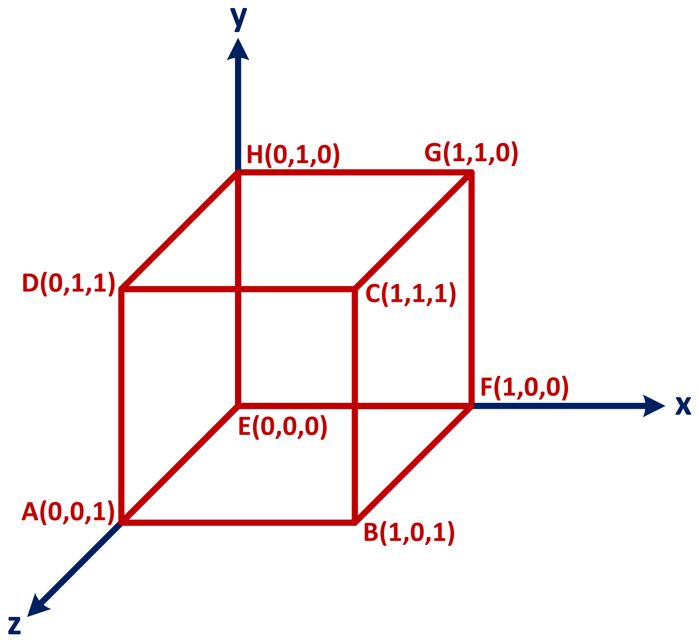
$$[X^*] = [X].[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}1 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 0{,}9 \\ 0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 0{,}9 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0{,}9 \\ -0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0{,}9 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 1 \\ 0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 1 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 1 \\ -0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0{,}56 & -0{,}56 & 0 & 1 \\ 0{,}56 & -0{,}56 & 0 & 1 \\ 0{,}56 & 0{,}56 & 0 & 1 \\ -0{,}56 & 0{,}56 & 0 & 1 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 1 \\ 0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 1 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 1 \\ -0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



BİRİM KÜP İÇİN İKİ NOKTA PERSPEKTİF PROJEKSİYONU:

ÖRNEK: Şekildeki birim küpün projeksiyon noktaları $x = -10$ ve $y = -10$ olan iki-nokta perspektif dönüşümünü $z = 0$ düzlemi için hesaplayın.



ÇÖZÜM: Genelleştirilmiş dönüşüm matrisini elde etmek için gerekli işlem adımları:

T1: Cisme $p = {}^{-1}/_{x_c} = {}^{-1}/_{-10} = 0{,}1$ ve $p = {}^{-1}/_{y_c} = {}^{-1}/_{-10} = 0{,}1$ için perspektif dönüşüm uygula

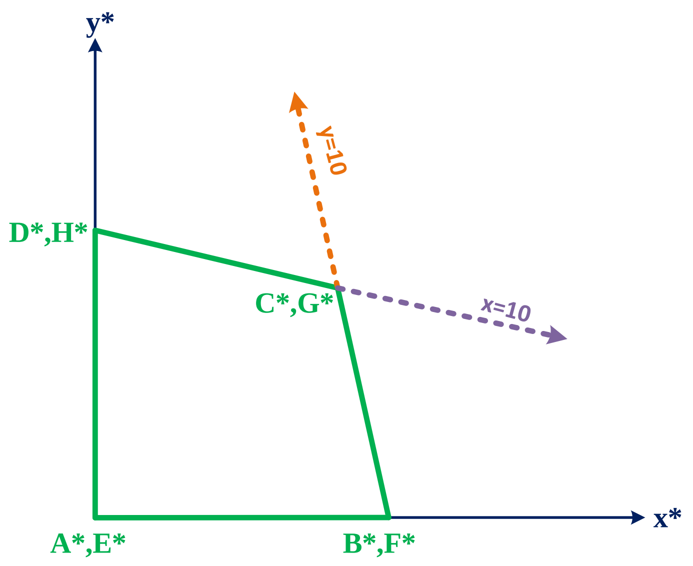
T2: $z = 0$ düzlemi için ortografik projeksiyon uygula

Genelleştirilmiş Dönüşüm Matrisi ⇒

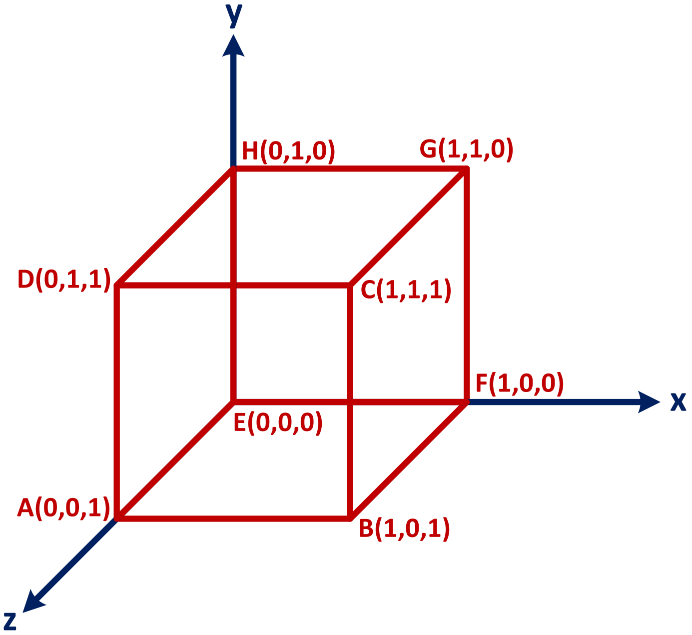
$$\left.\begin{matrix} [T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,1 \\ 0 & 1 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}\right\} [T] = [T_1].[T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,1 \\ 0 & 1 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[X^*] = [X].[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,1 \\ 0 & 1 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1,1 \\ 1 & 1 & 0 & 1,2 \\ 0 & 1 & 0 & 1,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1,1 \\ 1 & 1 & 0 & 1,2 \\ 0 & 1 & 0 & 1,1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,909 & 0 & 0 & 1 \\ 0,833 & 0,833 & 0 & 1 \\ 0 & 0,909 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,909 & 0 & 0 & 1 \\ 0,833 & 0,833 & 0 & 1 \\ 0 & 0,909 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ÖRNEK: Aşağıdaki şekildeki birim küpün merkezi orjin, yani (0,0,0) noktasında olacak şekilde küpe $z = 0$ düzleminde $x_c = -10$ ve $y_c = -10$ için perspektif projeksiyon uygulayın.



ÇÖZÜM: Birim küpün merkezini orjine taşımak için x ve y yönlerinde -0.5 birim ötelemek gerekir. Bu durumda genelleştirilmiş dönüşüm matrisini elde etmek için gerekli işlem adımları:

T1: Cisme orjine ötele

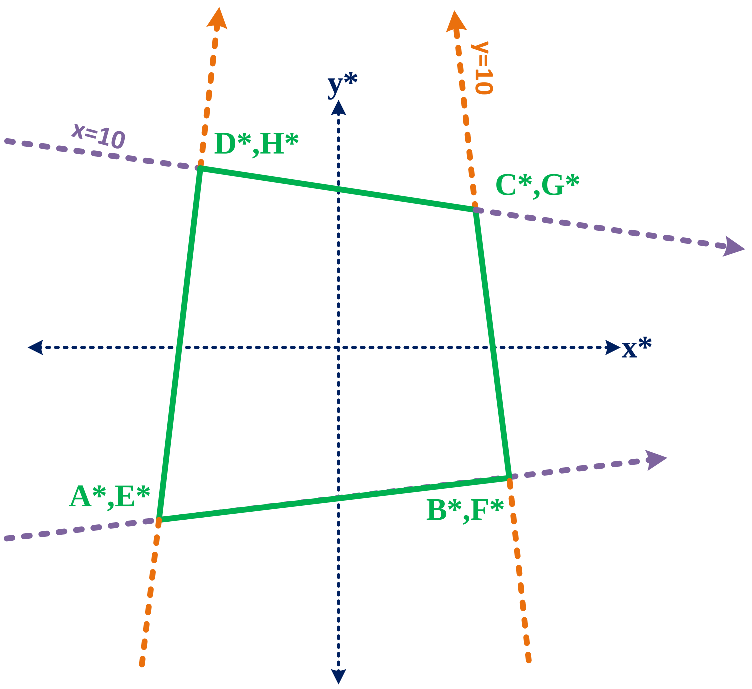
T2: $x_c = -10$ ve $y_c = -10$, yani $p = {}^{-1}/_{x_c} = 0{,}1$ ve $p = {}^{-1}/_{x_c} = 0{,}1$ için perspektif dönüşüm uygula

T3: $z = 0$ düzlemi için projeksiyon uygula

$$\left.\begin{array}{l}
[T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 1 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[T_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}\right\} [T] = [T_1].[T_2].[T_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 1 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 0{,}9 \end{bmatrix}$$

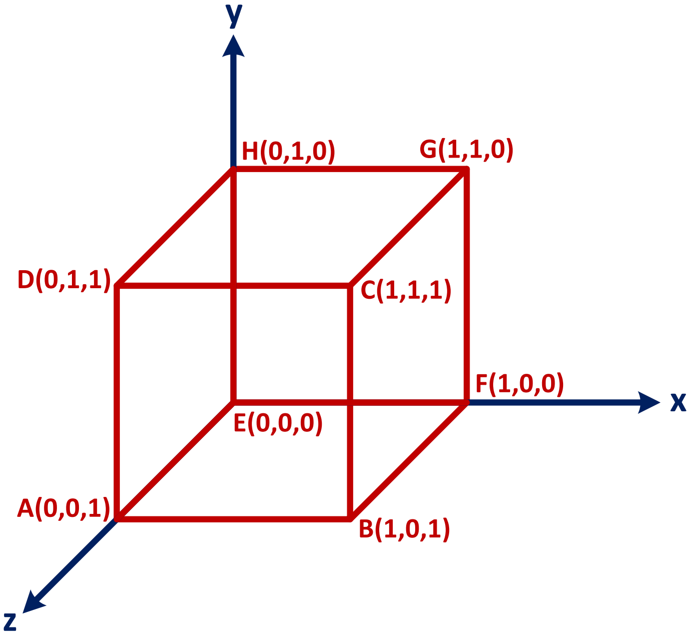
$$[X^*] = [X].[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,1 \\ 0 & 1 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & -0,5 & 0 & 0,9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 & -0,5 & 0 & 0,9 \\ 0,5 & -0,5 & 0 & 1 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 1,1 \\ -0,5 & 0,5 & 0 & 1 \\ -0,5 & -0,5 & 0 & 0,9 \\ 0,5 & -0,5 & 0 & 1 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 1,1 \\ -0,5 & 0,5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0,56 & -0,56 & 0 & 1 \\ 0,5 & -0,5 & 0 & 1 \\ 0,46 & 0,46 & 0 & 1 \\ -0,5 & 0,5 & 0 & 1 \\ -0,56 & -0,56 & 0 & 1 \\ 0,5 & -0,5 & 0 & 1 \\ 0,46 & 0,46 & 0 & 1 \\ -0,5 & 0,5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



.

ÖRNEK: Aşağıdaki birim küpün sol yüzeyini görebilmek için y ekseni etrafında 60° döndürülmesi, üst yüzeyini görmek için ise y ekseninde -2 birim ötelenmesi sonucu elde edilen dönüşüme $z=0$ düzleminde $z_c = 2.5$ için perspektif projeksiyon uygula.



ÖRNEK: Genelleştirilmiş dönüşüm matrisini elde etmek için gerekli işlem adımları:

T1: Cismi y ekseni etrafında 60° döndürülmesi

T2: Cismi y ekseninde -2 birim ötele

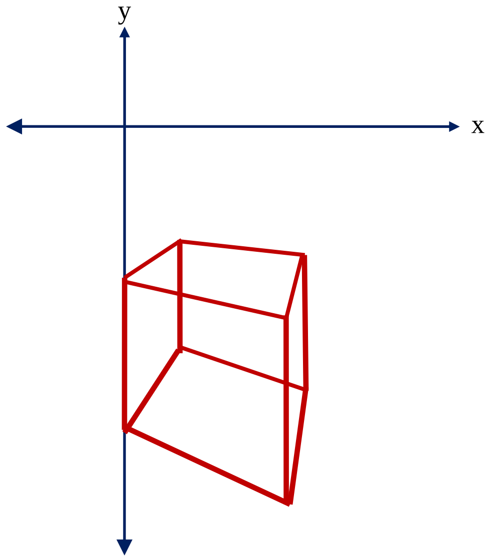
T3: Cisme $r = -\frac{1}{z_c} = -\frac{1}{2.5} = 0.4$ için perspektif dönüşüm uygula

T4: $z=0$ düzlemi için projeksiyon uygula

$$\left.\begin{array}{l}
[T_1] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,866 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,866 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[T_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[T_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}\right\} [T] = [T_1].[T_2].[T_3].[T_4] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0,366 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,866 & 0 & 0 & -0,2 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[X^*] = [X].[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0,366 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,866 & 0 & 0 & -0,2 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0,866 & -2 & 0 & 0,8 \\ 1,366 & -2 & 0 & 1,146 \\ 1,366 & -1 & 0 & 1,146 \\ 0,866 & -1 & 0 & 0,8 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0,5 & -2 & 0 & 1,366 \\ 0,5 & -1 & 0 & 1,346 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,083 & -2,5 & 0 & 1 \\ 1,192 & -1,745 & 0 & 1 \\ 1,192 & -0,872 & 0 & 1 \\ 1,083 & -1,25 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0,371 & -1,485 & 0 & 1 \\ 0,371 & -0,743 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



KAYNAKLAR

- Rogers, D.F., Adams, J.A., Mathematical Elements for Computer Graphics, First Edition.