

# Örnekler

---

- ❖ 2'ye Tümlleyen ile Aritmetik İşlemler
- ❖ BCD Sisteminde Aritmetik İşlemler
- ❖ Bool Cebri Kurallarının Kullanımı
- ❖ Devrelerden Lojik Denklemlerin Elde Edilmesi
- ❖ Lojik Denklemlerden Yola Çıkararak Devre Gerçekleştirimi
- ❖ Devrelerin Giriş-Çıkış İlişkilerinin Zaman Domeninde İncelenmesi
- ❖ Sözel Olarak İfade Edilmiş Problemlerin Doğruluk Tablolarının Oluşturulması

## Örnek:

Aşağıdaki işlemleri ikiye tümleyen formunda yapalım ve taşma durumu olup olmadığına bakalım.

$$\begin{array}{r} -117 \qquad 117 \\ + 89 \qquad - (-89) \end{array}$$

$\begin{array}{r} -117 \\ + 89 \\ \hline -28 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10001011 \\ + 01011001 \\ \hline 11100100 \\ \textbf{Overflow yoktur} \end{array}$
$\begin{array}{r} 117 \\ - (-89) \\ \hline 206 \end{array}$	$\begin{array}{r} 01110101 \\ + 01011001 \\ \hline 11001110 \\ \textbf{Overflow vardır} \end{array}$

## Örnek:

---

$(387)_{10} + (439)_{10}$  toplamını BCD sisteminde yapalım.

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \overset{1}{0}011 \phantom{00} \overset{1}{1}000 \phantom{00} 0111 \\ + 0100 \phantom{00} 0011 \phantom{00} 1001 \\ \hline \phantom{+} 1000 \phantom{00} 1100 \phantom{00} \overset{1}{0}0000 \\ + \phantom{00} 0110 \phantom{00} 0110 \\ \hline \phantom{+} 1000 \phantom{00} \overset{1}{0}0010 \phantom{00} 0110 \end{array}$$

$$(1000 \ 0010 \ 0110)_{\text{BCD}} = 826$$

## Örnek:

32 bitlik formatla verilen kayan noktalı 01000000101101100000000000000000 sayısının ikilik sistemdeki karşılığını bulalım.

İşaret	Üst kısmı	Kesir Kısmı
0	10000001	011011000000000000000000

- İşaret biti 0 olduğundan sayımız pozitiftir.
- Üst kısmından bias değerini çıkarırsak ;  $129-127 = 2$ .
- O halde sayımızın 2'lik sistemdeki karşılığı  $+ 1.011011 \times 2^2 = 101.1011$

## Örnek:

$ab' + bc' + a'c = a'b + b'c + ac'$  eşitliğinin doğruluğunu cebirsel olarak gösterelim.

Eşitliğin sol yanındaki terimleri genişletirsek;

$$\begin{aligned} ab'(c+c') + (a+a')bc' + a'(b+b')c &= ab'c + \underline{ab'c'} + \underline{abc'} + \underline{a'bc'} + \underline{a'bc} + a'b'c \\ &= b'c + ac' + a'b \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Örnek:**  $ab + a'c + bcd = ab + a'c$  eşitliğinin doğruluğunu cebirsel olarak gösterelim.

$$ab + a'c + (a+a')bcd = \underline{ab} + a'c + \underline{abcd} + a'bcd = ab(1+cd) + a'c(1+bd) = ab + a'c$$

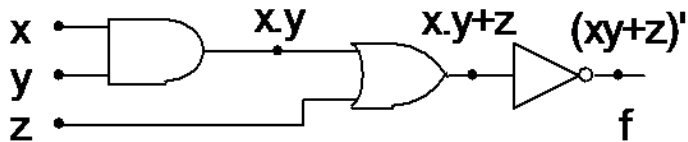
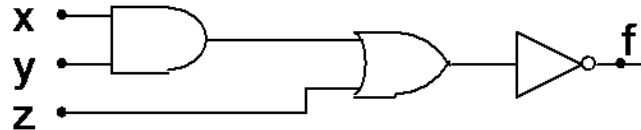
$ab + a'c + bc = ab + a'c$  olduğunu daha önceden ispat etmiştik.

❖ Şöyle bir kural geliştirilebilir: 3 terim olduğunda, 2 terimde olan değişkenlerden birer tanesi 3. terimde varsa ve 2 terim içerisinde de başka bir değişkenin kendisi ve tümleyeni bulunuyorsa, 3. terim sadeleşir.

$$\underline{a'b} + b'\underline{d} + \underline{a'c'd} = a'b + b'd \text{ dir.}$$

## Örnek:

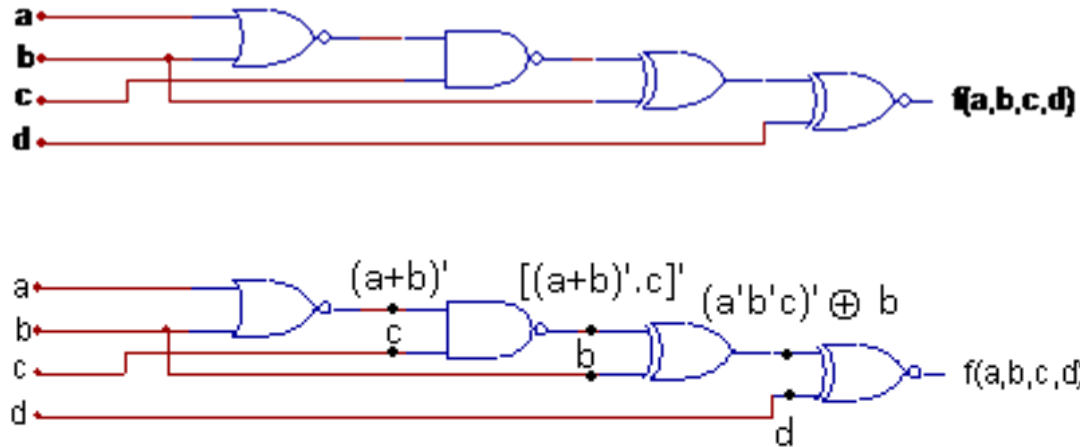
Aşağıda verilen devrenin doğruluk tablosunu oluşturalım.



x	y	z	x.y	x.y+z	(x.y+z)'
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0

## Örnek:

Aşağıdaki devrenin çıkışını mintermler cinsinden bulalım.



Exor kapısının girişlerinden biri  $((a+b)'.c)' = (a'b'c)'$  , diğeri b

Exnor kapısının girişlerinden biri  $(a'b'c).b+(a'b'c)'b' = (a+b+c').b'$  , diğeri d

Bu işlem yapıldığında  $f = (ab'+b'c')d+(ab'+b'c')'d'$

$$\begin{aligned} f &= ab'd+b'c'd+(a'+b)(b+c)d' = ab'd+b'c'd+\underline{a'bd'}+a'cd'+\underline{bd'}+\underline{bcd'} \\ &= ab'd+b'c'd+bd'+a'cd' \end{aligned}$$

## Örnek: (Devamı)

---

$$f = ab'd + b'c'd + bd' + a'cd'$$

**Mintermler hesaplandığında;**

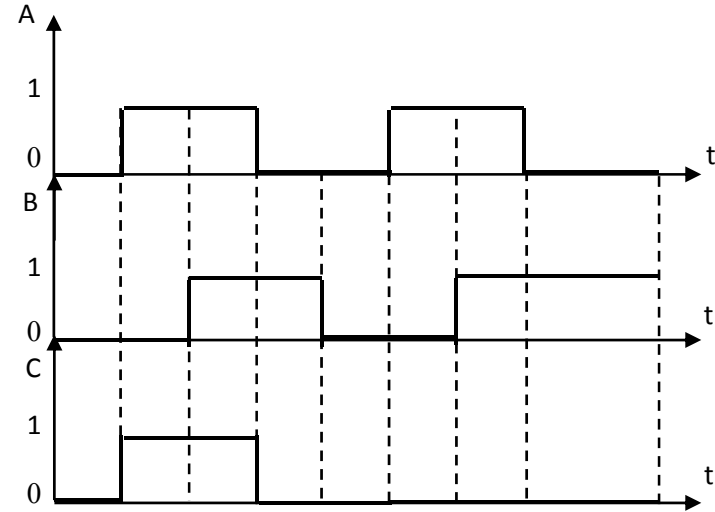
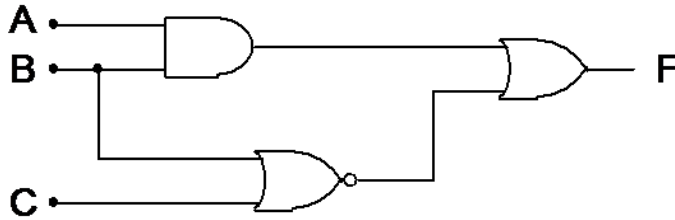
<u><b>ab'd</b></u>	<u><b>b'c'd</b></u>	<u><b>bd'</b></u>	<u><b>a'cd'</b></u>
abcd	abcd	abcd	abcd
1001	0001	0100	0010
1011	1001	0110	0110
		1100	
		1110	

$$f(a,b,c,d) = \sum(1,2,4,6,9,11,12,14)$$

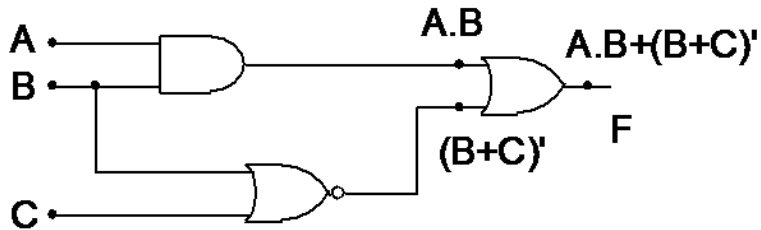


## Örnek:

Aşağıda, 3 girişli ve 1 çıkışlı bir kombinasyonel devrenin devre şeması ve girişlerine uygulanan sinyaller zamana bağlı olarak verildiğine göre, devrenin çıkışının dalga şeklini çizelim.



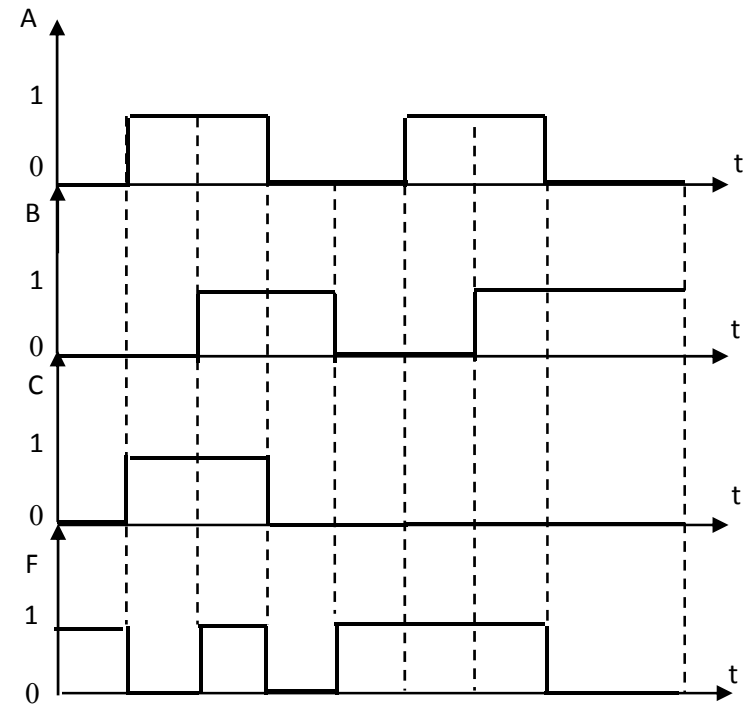
## Örnek: (Devamı)



$$F = AB + (B+C)' = AB + B'C'$$

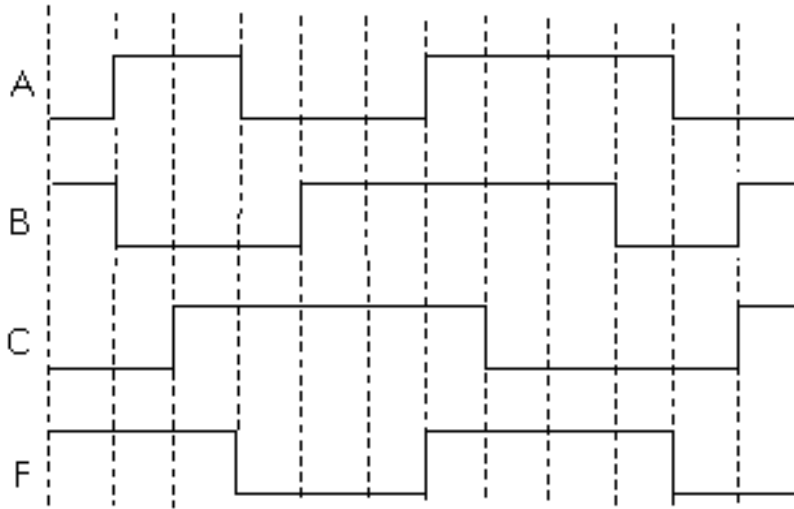
A ve B nin 1 olduğu ya da

B ve C nin 0 olduğu yerlerde çıkış 1 dir.



## Örnek:

Lojik bir devrenin çıkışı olan F fonksiyonu A, B ve C girişlerine bağlıdır. Devrenin giriş-çıkış ilişkisi aşağıdaki gibidir. İndirgenmiş F fonksiyonunu çarpımların toplamı şeklinde bulalım.



A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F = A + B.C'$$

## Örnek:

3 girişe (a,b,c) ve 1 çıkışa (z) sahip bir kombinasyonel devrenin, girişlerinin ikili değeri 3'ün altındaysa çıkışının 1 olması isteniyor. Buna göre doğruluk tablosunu ve çıkışın en sade halini bulalım.

a	b	c	z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$$\begin{aligned}z &= a'b'c' + a'b'c + a'bc' = a'b'(c' + c) + a'bc' \\ &= a'b' + a'bc' = a'(b' + bc') = a'(b' + c') = a'b' + a'c'\end{aligned}$$

## Örnek:

3 girişe (a,b,c) sahip bir kombinasyonel devrenin girişlerindeki 1'lerin 0'lardan fazla olması durumunda çıkışının (z) 1 olması isteniyor (**Çoğunluk fonksiyonu**). Buna göre doğruluk tablosunu ve çıkışın en sade halini bulalım.

a	b	c	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$\begin{aligned}z &= a'bc + ab'c + abc' + abc = a'bc + ab'c + ab(c + c') \\&= a'bc + ab'c + ab = a'bc + a(b'c + b) = a'bc + a(b + c) \\&= a'bc + ab + ac = b(a'c + a) + ac = b(a + c) + ac = ab + bc + ac\end{aligned}$$

## Örnek:

2 girişe (A ve B) sahip bir kombinasyonel devrenin, girişlerin ikili değerinin ( $AB_2$ ) 4 katının 3 fazlasını bulması isteniyor. Buna göre doğruluk tablosunu oluşturalım ve çıkışların lojik ifadesini bulalım.

Girişlerden gelen bilgi maksimum  $11_2$  olacağından, bu sayının 4 katının 3 fazlası  $1111_2$  olacaktır. O halde 4 çıkışa ihtiyacımız vardır.

A	B	F3	F2	F1	F0
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

$$F3 = AB' + AB = A, F2 = A'B + AB = B, F1 = 1, F0 = 1$$

## Örnek:

Bir bilgisayar ağında kullanılan yönlendirici (router), çok sayıda bilgisayarı birbirine bağlar ve bu bilgisayarlar arasındaki mesaj alışverişine olanak tanır. Fakat iki veya daha fazla bilgisayar eşzamanlı olarak mesaj göndermek istediğinde ağda bir çarpışma olur ve mesajın tekrardan gönderilmesini gerektirir. 3 bilgisayarı birbirine bağlayan router için çarpışma durumunu algılayan bir dedektör tasarlanması istenmektedir. Devrenin 3 girişi vardır (x,y,z) ve ilgili bilgisayar mesaj gönderdiğinde 1 olmaktadır.

x	y	z	d
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$d = \underline{x'yz} + xy'z + xyz' + \underline{xyz} = yz + x(y'z + yz') = yz + x(y \oplus z)$$

## Örnek:

---

Bir sınavda 3 zorunlu 2 de seçmeli soru vardır. Öğrencinin sınavdan başarılı olabilmesi için 3 zorunlu soruya veya 2 zorunlu ve 2 seçmeli soruya yanıt vermesi gerekmektedir. Geçme durumunu ifade eden lojik ifadeyi (G) bulalım.

(Sorular:  $z_1, z_2, z_3, s_1, s_2$ . Soruların yapılması durumunda bu değişkenler 1 değerini almaktadır.)

Direkt olarak lojik ifadeyi yazabiliriz:

$$G = z_1.z_2.z_3 + \textcolor{red}{z_1}.\textcolor{red}{z_2}.s_1.s_2 + \textcolor{red}{z_1}.\textcolor{red}{z_3}.s_1.s_2 + \textcolor{red}{z_2}.\textcolor{red}{z_3}.s_1.s_2$$



## Örnek:

Bir arabanın alarm sisteminde 3 sensör vardır. D sensörü tüm kapılar kapalıysa 0, herhangi bir kapı açıksa 1 üretmektedir. G sensörü motor çalışmıyorken 0, çalışırken 1 üretmektedir. L sensörü ışıklar kapalıysa 0, açıksa 1 üretmektedir.

Alarm devresinin çıkışı (Y) aşağıdaki koşullarda 1 olmaktadır:

1. Motor çalışmıyorken ışıklar açıksa,
2. Motor çalışırken herhangi bir kapı açıksa

Doğruluk tablosunu oluşturalım ve çıkışı mintermler cinsinden ifade edelim.

D	G	L	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$Y = \sum (1, 5, 6, 7) = DG + G'L$$

## Örnek:

---

Oda sıcaklığının kontrolü için 3 giriş (A,B,T) ve 2 çıkış (I,S) içeren bir sıcaklık kontrolörü tasarlanmak isteniyor.

**A girişi**, kontrolün otomatik (lojik 1 ise) ya da manuel (lojik 0 ise) olarak seçimi için,

**B girişi**, ısıtma mı (lojik 1) yoksa soğutma mı (lojik 0) yapılmak istendiğini seçmek için,

**T girişi** ise, oda sıcaklığı istenen değerin üstünde olduğunda 1, altında olduğunda ise 0 değerini üreten sensörden gelen bilgi için kullanılmaktadır.

**I çıkışı**, ısıtma sistemini devreye almak (lojik 1) veya devreden çıkarmak (lojik 0) için,

**S çıkışı** ise soğutma sistemini devreye almak (lojik 1) veya devreden çıkarmak (lojik 0) için kullanılmaktadır.

## Örnek: (Devamı)

Sıcaklık kontrolörünün davranışının aşağıdaki gibi olması isteniyor:

Otomatik Kontrol (A=1 ise)	Manuel Kontrol (A=0 ise)
1. Kullanıcı B=1 yapmışsa ve oda sıcaklığı istenen değerin altındaysa ısıtıcı devreye alınacak. Oda ısınınca ısıtıcı devreden çıkarılacak.	1. Kullanıcı B=1 yapmışsa ısıtıcı devrede olacak
2. Kullanıcı B=0 yapmışsa ve oda sıcaklığı istenen değerin üstündeyse soğutucu devreye alınacak. Oda soğuyunca soğutucu devreden çıkarılacak.	2. Kullanıcı B=0 yapmışsa soğutucu devrede olacak.

Buna göre doğruluk tablosu;

A	B	T	S	I	Açıklama
0	0	0	1	0	Manuel 2.maddeden
0	0	1	1	0	Manuel 2.maddeden
0	1	0	0	1	Manuel 1.maddeden
0	1	1	0	1	Manuel 1.maddeden
1	0	0	0	0	Otomatik 2.maddeden
1	0	1	1	0	Otomatik 2.maddeden
1	1	0	0	1	Otomatik 1.maddeden
1	1	1	0	0	Otomatik 1.maddeden

$$S(A,B,T) = \sum(0,1,5)$$

$$I(A,B,T) = \sum(2,3,6)$$