

Bilgisayar Grafiği

HAFTA 3

Doğru Çizme Algoritmaları

Arş. Gör. Dr. Gülüzar ÇİT

Bilgisayar ve Bilişim Bilimleri Fakültesi

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

gulizar@sakarya.edu.tr

Konu & İçerik

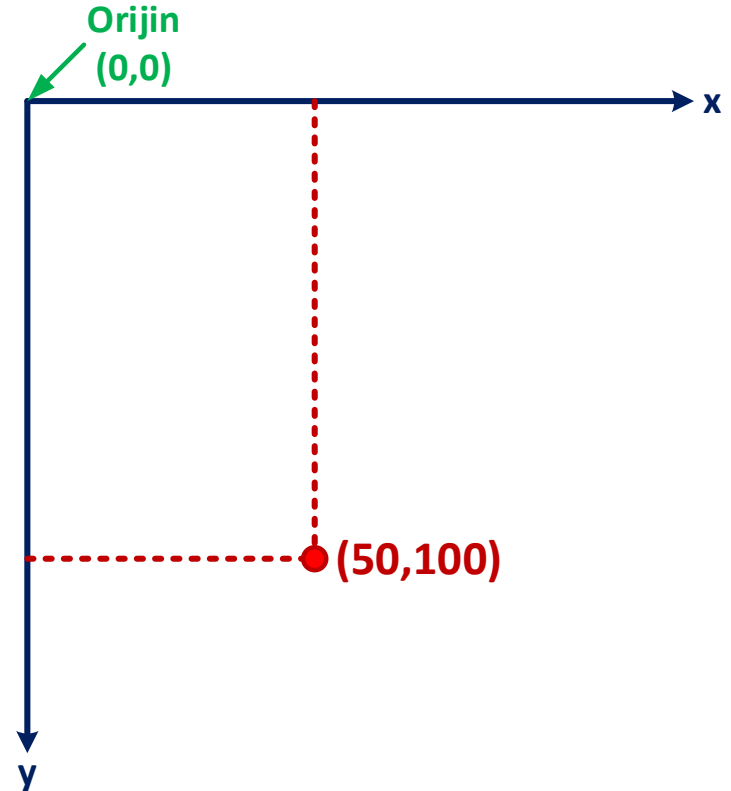
- 2B Koordinat Sistemi
- Doğru Çizme Algoritmaları
 - DDA Doğru Çizme Algoritması
 - Bresenham Doğru Çizme Algoritması
- Çember Çizme Algoritması
- Elips Çizme Algoritması
- Poligon Doldurma



2B Koordinat Sistemleri

➤ Sol El Koordinat Sistemi

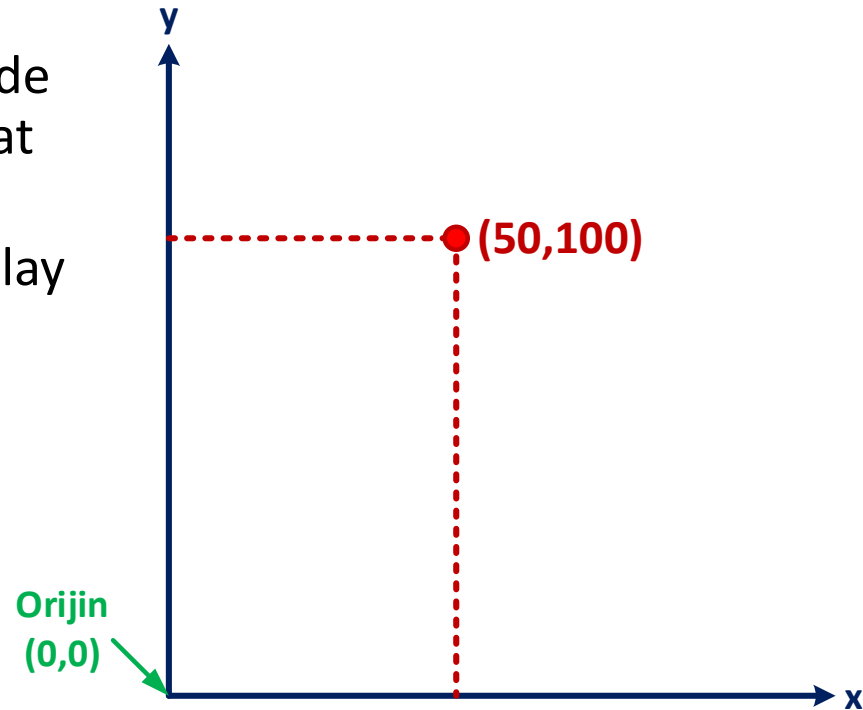
- Genellikle görüntülerin kullandığı sistem
- x eksenini -> sağa
- y eksenini -> aşağıya
- Raster ekranların donanımından dolayı
 - Görüntü tazelenirken ışın demeti, yukarıdan aşağıya doğru, her satırı soldan sağa tarayarak hareket eder.



2B Koordinat Sistemleri...

➤ Sağ El Koordinat Sistemi

- X ekseninin sağa, y ekseninin de yukarıya doğru arttığı koordinat sistemi
- Matematiksek ifadesi daha kolay



Doğru Çizme Algoritmaları

- İki boyutlu doğrunun kapalı gösterimi
 - $ax + by + c = 0$
- (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) koordinatlarıyla belirtilen iki noktadan geçen doğru denkleminin katsayıları
 - $a = y_2 - y_1$
 $b = -(x_2 - x_1)$
 $c = -(ax_1 + by_1)$

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ **ÖRNEK:** (4,-1) ve (8,5) noktalarından geçen doğrunun kapalı denklemini bulunuz.

➤ **1. YOL:**

$$➤ a = y_2 - y_1$$

$$b = -(x_2 - x_1)$$

$$c = -(ax_1 + by_1)$$

➤ **2. YOL:**

$$➤ m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-1)}{8 - 4} = 3/2$$

(8,5) noktasını kullanırsak;

$$m = \frac{y - 5}{x - 8} = 3/2$$

$$3x - 24 = 2y - 10 \Rightarrow 3x - 2y - 14 = 0$$

Doğru Çizme Algoritmaları...

- Doğruları göstermek için y koordinatının x cinsinden gösterildiği denklem
 - $y = mx + n$
 - m : doğrunun eğimi
 - n : doğrunun y eksenini kestiği nokta
- (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) koordinatlarıyla belirtilen iki noktadan geçen doğru denkleminin katsayıları
 - $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 - $n = y_1 - mx_1$

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ **ÖRNEK:** (4,-1) ve (8,5) noktalarından geçen doğru denklemini $y = mx + n$ şeklinde hesaplayın.

➤ $y = mx + n$

➤ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-1)}{8 - 4} = \frac{3}{2}$

➤ (8,5) noktasını kullanırsak;

$$5 = \frac{3}{2} \cdot 8 + n \Rightarrow n = -7$$

$$y = \frac{3}{2}x - 7$$

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ Çizim

- Ekranda çizimi yapılacak olan şekle bağlı olarak ekran noktalarının (piksellerin) önceden belirlenen renkte aydınlatılması, diğerlerinin aydınlatılmaması

➤ Doğru Çizme

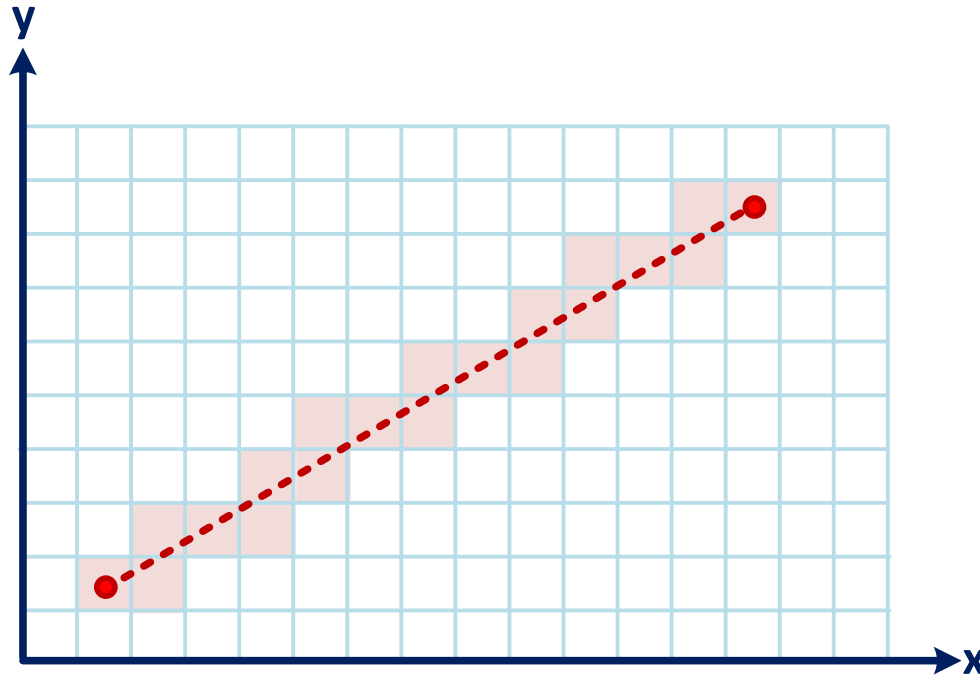
- Algoritmada verilen başlangıç ve bitiş noktalarına bağlı olarak doğrunun izlediği yol boyunca kesiştiği ardışık piksellerin (hangilerinin) aydınlatılması?

Doğru Çizme Algoritmaları...

- Doğru çizme algoritmalarında yaygın yaklaşım, doğruyu oluşturan pikseller için her bir sütuna (ya da satıra) tek bir piksel olacak şekilde çizim yapılmasıdır. Fakat, tüm piksellerin aydınlatılması gereken durumlar da vardır.
- Aydınlatılacak olan piksellere karar verilirken dikkat edilecek en önemli nokta karar verme hızıdır.
 - Maksimum doğruluğu yakalayacak şekilde karar vermek ve bunu minimum sürede yapmak
- Karar verme sürecini etkileyen faktörler
 - Doğru, düzgün bir yol boyunca ilerlemeli
 - Doğru yerde başlayıp bitmeli
 - Doğrunun kalınlığı sabit olmalı
 - Kimi yerde kalınlaşıp kimi yerde incelmemeli
 - Hızlı çizilmeli

Doğru Çizme Algoritmaları...

- Doğrunun çakıştığı piksellerden hangisi/hangileri aydınlatılacak?
 - Her satır veya sütun boyunca bir piksel
 - Ekranda görüntülenecek olan piksel sayısı belirlenir ve hesaplanarak önceden belirlenen renk ile aydınlatılır.



Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ **DDA(Digital Differential Analyzer) Algoritması**

- En kolay doğru çizme algoritmalarından birisi
- Doğruyu oluşturan ardışıl noktalar arasındaki x ve y koordinat farklarının hesaplanması prensibine dayanır.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = x_2 - x_1 \\ \Delta y = y_2 - y_1 \end{array} \right\} piksel_sayısı = \Delta x > \Delta y ? \Delta x : \Delta y$$

$$x_{fark} = \Delta x / piksel_sayısı$$

$$y_{fark} = \Delta y / piksel_sayısı$$

$$x_{n+1} = x_n + x_{fark}$$

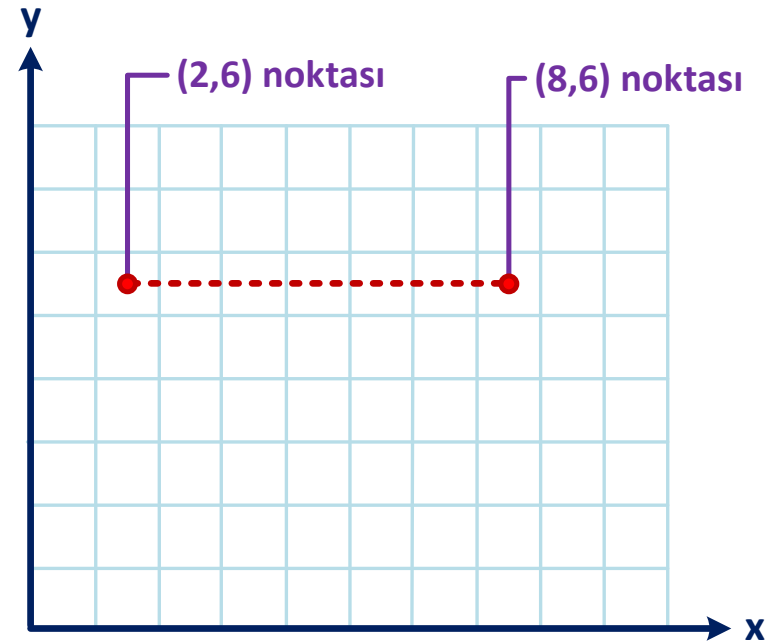
$$y_{n+1} = y_n + y_{fark}$$

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ DDA(Digital Differential Analyzer) Algoritması...

➤ ÖRNEK: (2,6) ve (8,6) noktalarını DDA algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar?

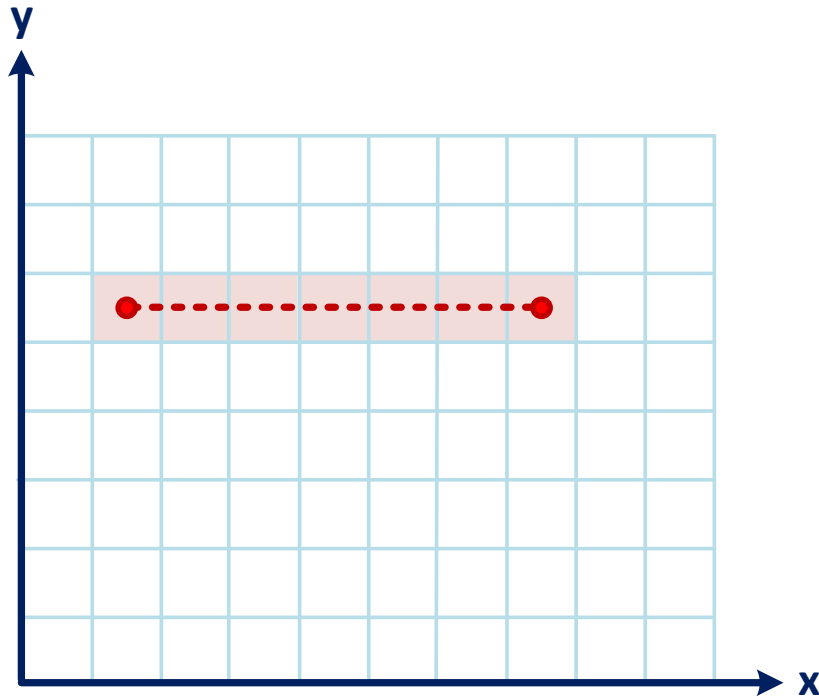
$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 8 - 2 = 6 \\ \Delta y = 6 - 6 = 0 \end{array} \right\} piksel_sayısı = 6$$
$$x_{fark} = \Delta x / piksel_sayısı = 6/6 = 1$$
$$y_{fark} = \Delta y / piksel_sayısı = 0/6 = 0$$



Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ DDA(Digital Differential Analyzer) Algoritması...

➤ ÖRNEK:...



$$x_0 = 2, y_0 = 6$$

n	$x_{n+1} = x_n + x_{fark}$	$y_{n+1} = y_n + y_{fark}$
0	3	6
1	4	6
2	5	6
3	6	6
4	7	6
5	8	6

Doğru Çizme Algoritmaları...

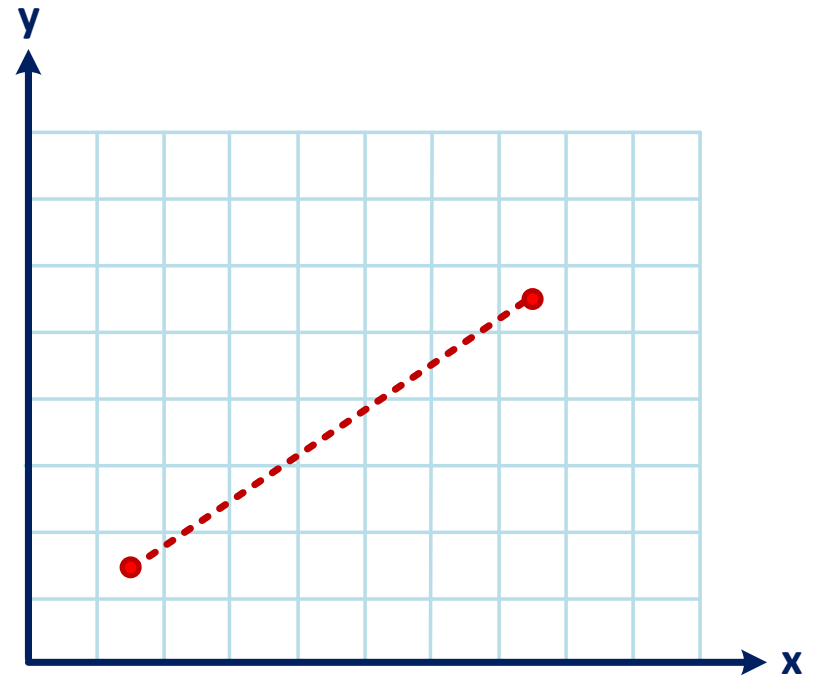
➤ DDA(Digital Differential Analyzer) Algoritması...

➤ ÖRNEK: (2,2) ve (8,6) noktalarını DDA algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar?

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 8 - 2 = 6 \\ \Delta y = 6 - 2 = 4 \end{array} \right\} piksel_sayısı = 6$$

$$x_{fark} = \Delta x / piksel_sayısı = 6/6 = 1$$

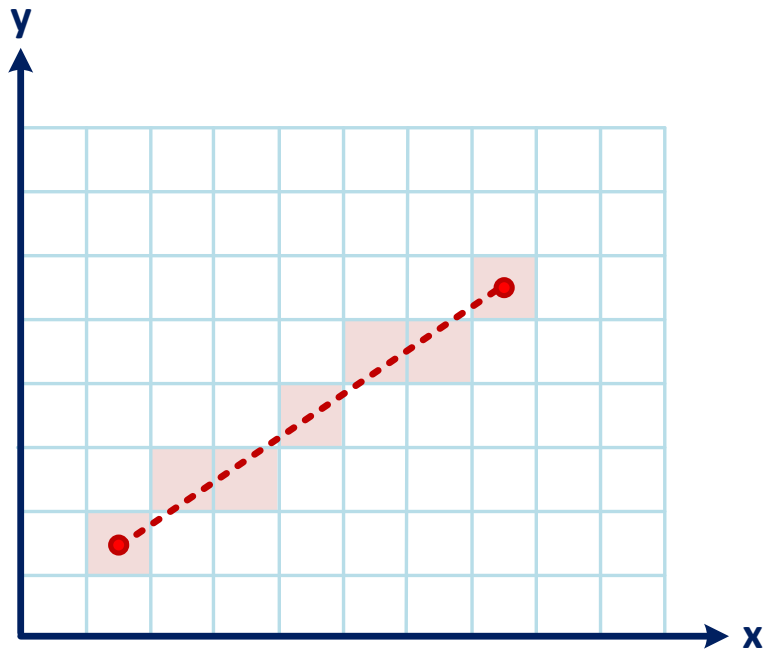
$$y_{fark} = \Delta y / piksel_sayısı = 4/6 \cong 0,66$$



Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ DDA(Digital Differential Analyzer) Algoritması...

➤ ÖRNEK:...



$$x_0 = 2, y_0 = 2$$

n	$x_{n+1} = x_n + x_{fark}$	$y_{n+1} = y_n + y_{fark}$
0	3	6
1	4	6
2	5	6
3	6	6
4	7	6
5	8	6

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ **DDA(Digital Differential Analyzer) Algoritması...**

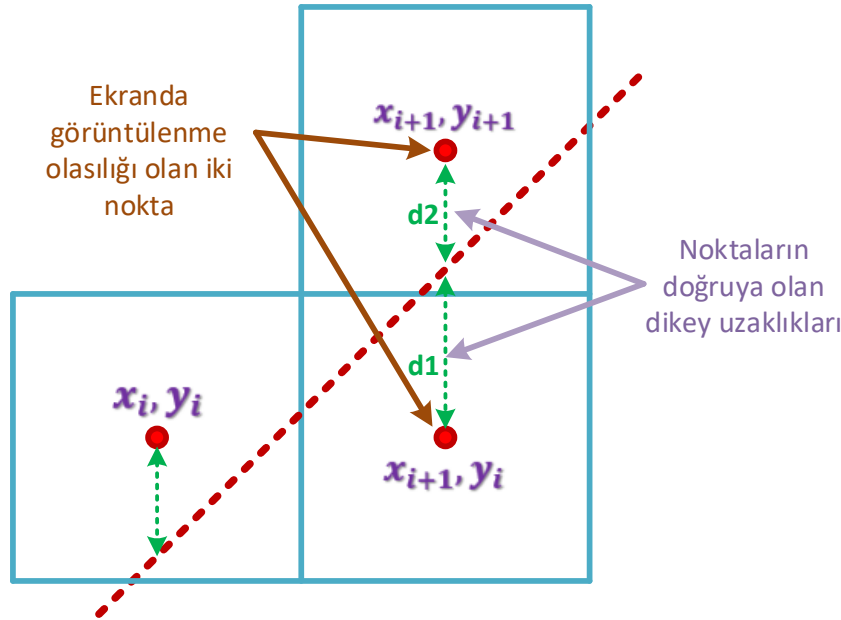
➤ Dezavantajları

- Kayan noktalı sayılar ile işlem yapar
 - Girilen her doğru için bölme işlemi yapılır
-
- Tamsayı işlemleri, kayan noktalı sayı işlemlerinden daha hızlı
 - Toplama ve çıkartma, çarpmadan hızlı
 - Çarpma, bölmeden hızlı
 - Bir sayıyı sıfır ile karşılaştırma, iki sayının karşılaştırılmasından daha hızlı

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Doğru Çizme Algoritması

- 1965 yılında Jack Bresenham tarafından geliştirilmiştir
- Tamsayılarla işlem yapar
- Doğrunun bitim noktalarının birbirlerine göre olan konumlarına ve doğrunun eğimine bağlı olarak algoritmanın yapısı değişir.



Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Doğru Çizme Algoritması...

- Algoritma, x'in yatay ve y'nin dikey yönde arttığı koşul için yazılmıştır. Yani eğim 0 ile 1 arasındadır.

$$x_1 < x_2 \text{ ve } y_1 < y_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = x_2 - x_1 \\ \Delta y = y_2 - y_1 \end{array} \right\} \Delta x > \Delta y \Rightarrow m \in [0,1]$$

x, birer birer artar

y, bazen artar, bazen sabit

$$(x, y) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 1, y \\ x + 1, y + 1 \end{array} \right\} \text{doğruya olan dikey uzaklığı fazla olan seçilir.}$$

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Doğru Çizme Algoritması...

$$y = mx + n \Rightarrow y = m \cdot (x_{i+1}) + n$$

$$d1 = y - y_i = m \cdot (x_{i+1}) + n - y_i$$

$$d2 = y_{i+1} - y = y_{i+1} - m \cdot (x_{i+1}) + n$$

$$d1 - d2 = m \cdot (x_{i+1}) + n - y_i - (y_{i+1} - m \cdot (x_{i+1}) + n)$$

$$\Rightarrow 2m \cdot (x_{i+1}) - 2y_i + 2n - 1$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} (x_{i+1}) - 2y_i + 2n - 1$$

$$\Delta x \cdot (d1 - d2) = 2 \cdot \Delta y \cdot (x_{i+1}) - 2y_i \cdot \Delta x + \Delta x(2n - 1)$$

$$P_i = \Delta x \cdot (d1 - d2) = 2 \cdot \Delta y \cdot x_i - 2y_i \cdot \Delta x + 2 \cdot \Delta y + \Delta x(2n - 1)$$

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Doğru Çizme Algoritması...

$$P_i = 2 \cdot \Delta y \cdot x_i - 2 \cdot \Delta x \cdot y_i + c$$

$$P_{i+1} = 2 \cdot \Delta y \cdot x_{i+1} - 2 \cdot \Delta x \cdot y_{i+1} + c$$

$$P_{i+1} - P_i = 2 \cdot \Delta y \cdot (x_{i+1} - x_i) - 2 \cdot \Delta x \cdot (y_{i+1} - y_i)$$

$$\Rightarrow (x_{i+1} - x_i) = 1 \text{ (x birer birer artar)}$$

$$\Rightarrow (y_{i+1} - y_i) = 0 \mid 1 \text{ (y artar, ya da sabit kalır)}$$

$$P_i < 0 \Rightarrow P_{i+1} = P_i + 2 \cdot \Delta y \text{ (} d1 < d2, \text{ yani } y \text{ seçilirse)}$$

$$P_i > 0 \Rightarrow P_{i+1} = P_i + 2 \cdot \Delta y + 2 \cdot \Delta x \text{ (} d2 < d1, \text{ yani } y+1 \text{ seçilirse)}$$

Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Doğru Çizme Algoritması...

$$P_0 = 2 \cdot \Delta y \cdot x_0 - 2 \cdot \Delta x \cdot y_0 + 2 \cdot \Delta y + \Delta x(2n - 1)$$

$$y = mx + n \Rightarrow n = y_0 - \Delta y / \Delta x \cdot x_0$$

$$\begin{aligned} P_0 &= 2 \cdot \Delta y \cdot x_0 - 2 \cdot \Delta x \cdot y_0 + 2 \cdot \Delta y + \Delta x(2 \cdot y_0 - 2 \cdot \Delta y / \Delta x \cdot x_0 - 1) \\ &\Rightarrow \cancel{2 \cdot \Delta y \cdot x_0} - \cancel{2 \cdot \Delta x \cdot y_0} + 2 \cdot \Delta y + 2 \cdot \Delta x \cdot y_0 - \cancel{2 \cdot \Delta y \cdot x_0} - \Delta x \end{aligned}$$

$$P_0 = 2 \cdot \Delta y - \Delta x$$

Doğru Çizme Algoritmaları...

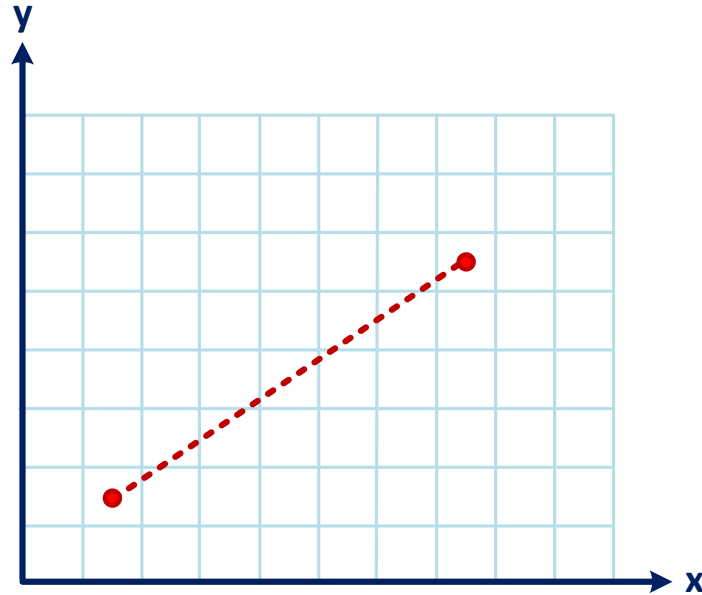
➤ DDA(Digital Differential Analyzer) Algoritması...

➤ ÖRNEK: (2,2) ve (8,6) noktalarını Bresenham algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?

$$\Delta x = 8 - 2 = 6 \Rightarrow 2 \Delta x = 12$$

$$\Delta y = 6 - 2 = 4 \Rightarrow 2 \Delta y = 8$$

$$x_0 = 2, y_0 = 2$$



Doğru Çizme Algoritmaları...

➤ DDA(Digital Differential Analyzer) Algoritması...

➤ ÖRNEK: (2,2) ve (8,6) noktalarını Bresenham algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?

$$P_0 = 2 \cdot \Delta y - \Delta x = 4 - 6 = 2 > 0 \Rightarrow x_1 = 3, y_1 = 3$$

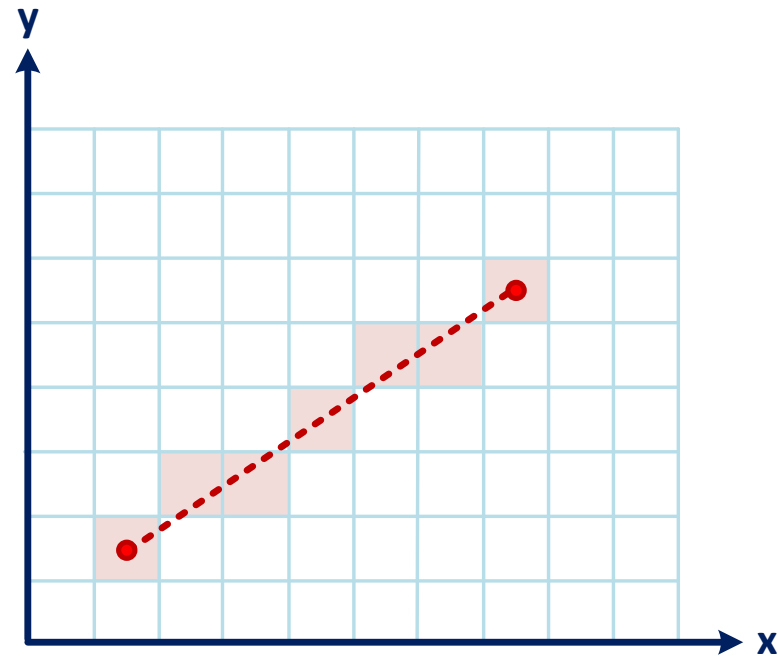
$$P_1 = P_0 + 2 \cdot \Delta y - 2 \cdot \Delta x = -2 < 0 \Rightarrow x_2 = 4, y_2 = 3$$

$$P_2 = P_1 + 2 \cdot \Delta y = 6 > 0 \Rightarrow x_3 = 5, y_3 = 4$$

$$P_3 = P_2 + 2 \cdot \Delta y - 2 \cdot \Delta x = 2 > 0 \Rightarrow x_4 = 6, y_4 = 5$$

$$P_4 = P_3 + 2 \cdot \Delta y - 2 \cdot \Delta x = -2 < 0 \Rightarrow x_5 = 7, y_5 = 5$$

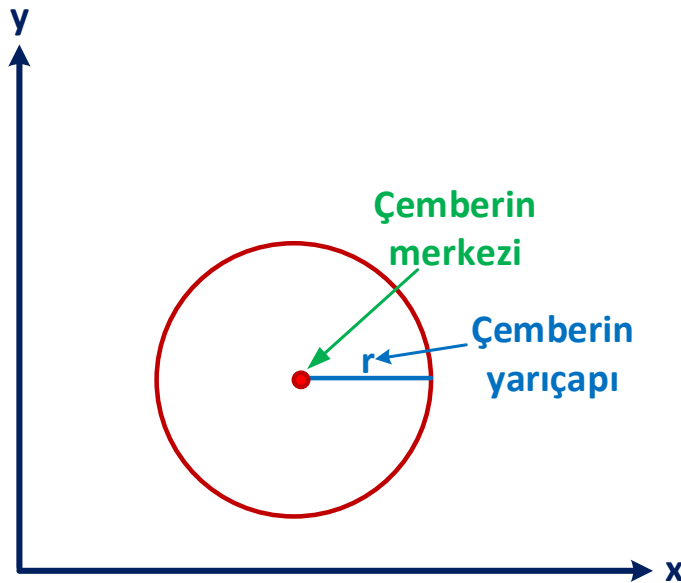
$$P_5 = P_4 + 2 \cdot \Delta y = 6 > 0 \Rightarrow x_6 = 8, y_6 = 6$$



Çember Çizme Algoritmaları...

➤ Çember

- Sabit bir noktadan aynı uzaklıkta ve aynı düzlemdeki noktalar kümesinin oluşturduğu kapalı eğri



Çember Çizme Algoritmaları...

➤ **Bresenham Çember Çizme Algoritması**

- Piksel-tabanlı çember çizme algoritması
- Pisagor teoremi – Çemberin kapalı gösterimi
 - $f(x, y) = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2 = 0$
- Çemberin üzerinde bulunan tüm noktalar bu fonksiyonu sağlar
- Çemberin içinde bulunan noktalar için çemberin kapalı fonksiyonu negatif, dışında bulunan noktalar için pozitif
- Çemberin merkezi orjin(0,0) olduğu varsayılırsa, çemberin üzerindeki bir noktada olma(ma)sı
 - $hata(x, y) = x^2 + y^2 - r^2$

Çember Çizme Algoritmaları...

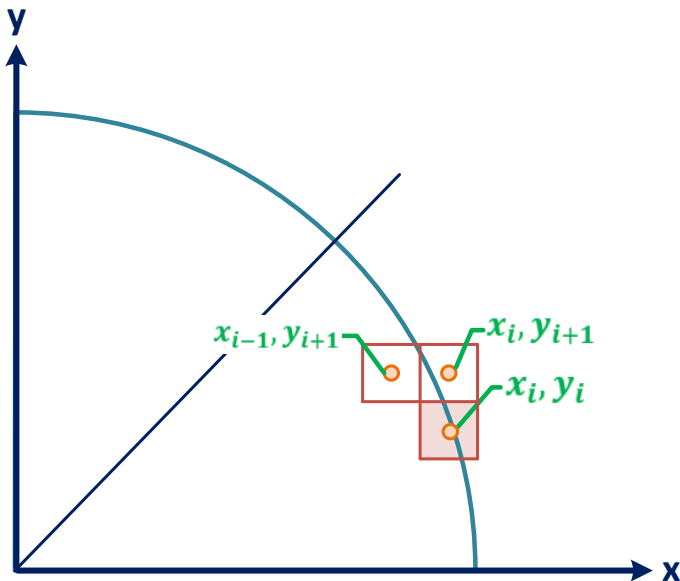
➤ **Bresenham Çember Çizme Algoritması...**

- Bresenham doğru çizme algoritmasında ekranda görüntülenecek olan piksellerin değeri bir hata değerine bağlı olarak yapılan hesaplamadakine benzer mantık Bresenham çember algoritmasında da kullanılır.
- (x_0, y_0) merkezli, r yarıçaplı çemberi Bresenham çember algoritması ile çizmek için;
 1. Çemberin merkezi orjine taşınır.
 2. Orjinde $(0,0)$ r yarıçaplı çemberin $0-45^\circ$ arasında kalan dilimi için piksel koordinatları hesaplanır
 3. Çemberin simetri özelliğinden dolayı diğer 7 dilim, $0-45^\circ$ arasında kalan dilimin piksel koordinatları kullanılarak hesaplanır.
 4. Orjindeki çember, (x_0, y_0) noktasında geri ötelenir (Hesaplanan her piksel değerine (x_0, y_0) eklenir.)

Çember Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Çember Çizme Algoritması...

- Hesaplanan yeni hata değerinden mutlak değeri küçük olan piksel seçilir, ekranda görüntülenir ve hata değeri güncellenir.



$$hata(x, y) = x^2 + y^2 - r^2$$

$$hata(x, y + 1) = x^2 + (y + 1)^2 - r^2 \\ \Rightarrow hata(x, y) + 2y + 1$$

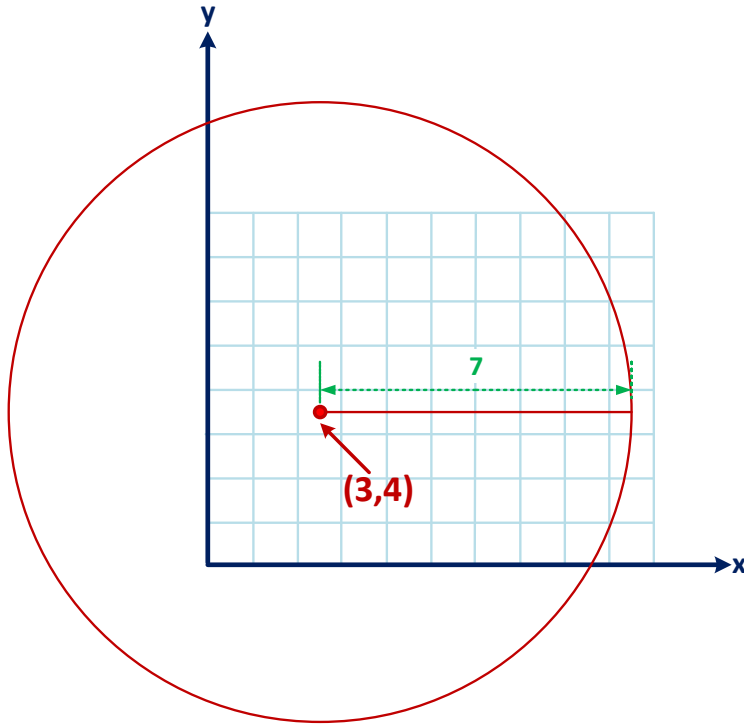
$$hata(x - 1, y + 1) = (x - 1)^2 + (y + 1)^2 - r^2 \\ \Rightarrow hata(x, y) + 2y + 1 - (2x - 1)$$

$$hata(r, 0) = 0$$

Çember Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Çember Çizme Algoritması...

- ÖRNEK: Merkezi $(3,4)$ noktasında ve yarıçapı 7 birim olan çemberi Bresenham çember çizme algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?



Çember Çizme Algoritmaları...

➤ **Bresenham Çember Çizme Algoritması...**

➤ **ÖRNEK:** Merkezi (3,4) noktasında ve yarıçapı 7 birim olan çemberi Bresenham çember çizme algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?

1. Çemberin merkezini orjine taşı
2. Orjinde(0,0) ve 7 birim yarıçaplı çemberin 0-45° arasında kalan dilimi için piksel koordinatları hesapla
3. Çemberin simetri özelliğinden dolayı diğer 7 dilimi, 0-45° arasında kalan dilimin piksel koordinatları kullanılarak hesapla
4. Orjindeki çemberi, (3,4) noktasında geri ötele

Çember Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Çember Çizme Algoritması...

➤ ÖRNEK: Merkezi (3,4) noktasında ve yarıçapı 7 birim olan çemberi Bresenham çember çizme algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?

$$(7,0) \Rightarrow hata = x^2 + y^2 - r^2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} hata1 = hata + 2y + 1 = 1 \\ hata2 = hata + 2y + 1 - (2x - 1) = -12 \end{array} \right\} |1| < |-12| \Rightarrow (7,1)$$
$$hata = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} hata1 = hata + 2y + 1 = 4 \\ hata2 = hata + 2y + 1 - (2x - 1) = -9 \end{array} \right\} |4| < |-9| \Rightarrow (7,2)$$
$$hata = 4$$

Çember Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Çember Çizme Algoritması...

➤ ÖRNEK: Merkezi (3,4) noktasında ve yarıçapı 7 birim olan çemberi Bresenham çember çizme algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?

$$\left. \begin{array}{l} hata1 = hata + 2y + 1 = 9 \\ hata2 = hata + 2y + 1 - (2x - 1) = -4 \end{array} \right\} |-4| < |9| \Rightarrow (6,3)$$
$$hata = -4$$

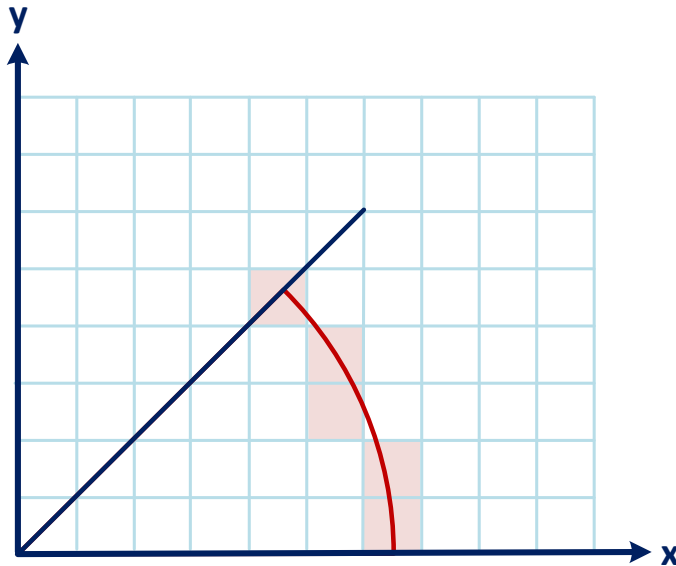
$$\left. \begin{array}{l} hata1 = hata + 2y + 1 = 3 \\ hata2 = hata + 2y + 1 - (2x - 1) = -8 \end{array} \right\} |3| < |-8| \Rightarrow (6,4)$$
$$hata = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} hata1 = hata + 2y + 1 = 1 \\ hata2 = hata + 2y + 1 - (2x - 1) = 1 \end{array} \right\} |1| < |12| \Rightarrow (5,5)$$

Çember Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Çember Çizme Algoritması...

- ÖRNEK: Merkezi (3,4) noktasında ve yarıçapı 7 birim olan çemberi Bresenham çember çizme algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?

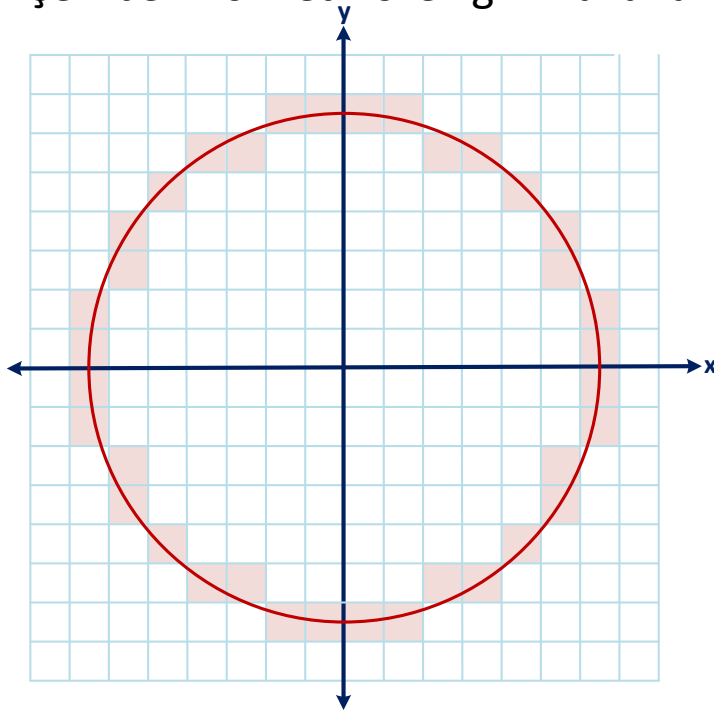


Çember Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Çember Çizme Algoritması...

➤ ÖRNEK: Merkezi (3,4) noktasında ve yarıçapı 7 birim olan çemberi Bresenham çember çizme algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?

➤ Çemberin simetri özelliğini kullanarak diğer 7 dilimin koordinatları hesaplanır.

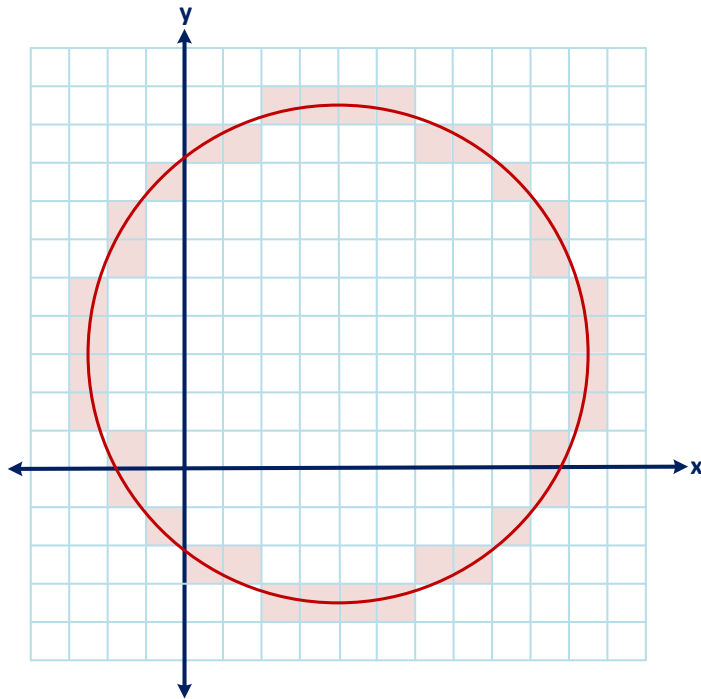


Çember Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Çember Çizme Algoritması...

➤ ÖRNEK: Merkezi (3,4) noktasında ve yarıçapı 7 birim olan çemberi Bresenham çember çizme algoritmasına göre çizersek aydınlatılacak olan noktalar hangileridir?

➤ Orjindeki çember (3,4) noktasına geri ötelenir.

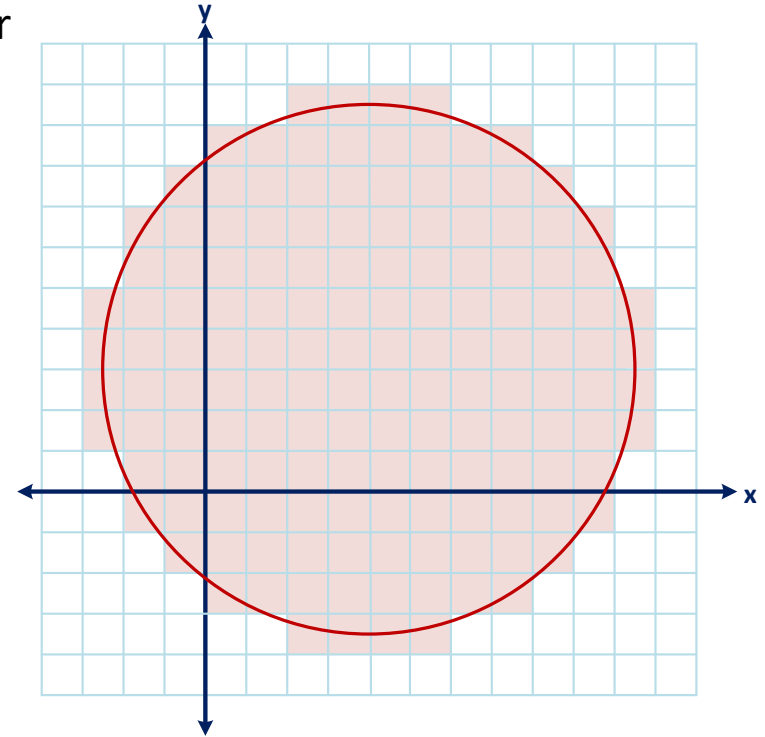


Daire Çizme Algoritması

➤ Daire

- Çember tarafından sınırlandırılan dülemsel alan
- (x_0, y_0) merkezli, r yarıçaplı daireyi çizmek için;
 - Çember çizme algoritması kullanılarak çembere ait pikseller belirlenir
 - Çemberin içinde kalan pikseller belirlenir

```
for (y = 1; y ≤ r; y++)  
  for (x = 1; x ≤ r; x++)  
    if ( $x^2 + y^2 < r^2$ )  
      piksel ( $x_0 + x, y_0 + y$ );
```



Elips Çizme Algoritmaları

➤ Elips

- Çemberin x veya y eksenlerinde ölçeklendirilmiş, uzatılmış, daraltılmış, esnetilmiş hali
- Bir merkez ve iki odak noktasından oluşur.
- Odak noktalarından elips üzerinde çizilecek herhangi bir noktaya çizilecek olan iki doğrunun uzunlukları toplamı sabit
- Merkezi (x_0, y_0) , asal eksen yarıçapı r_x ve yedek eksen yarıçapı r_y olan elipsin kapalı denklemi;

$$\text{➤} \left(\frac{x-x_0}{r_x} \right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{r_y} \right)^2 = 1$$

Elips Çizme Algoritmaları...

➤ **Bresenham Elips Çizme Algoritması**

- Piksel-tabanlı elips çizme algoritması
- Elipsin merkezi orjin(0,0) olduğu varsayılırsa, elipsin üzerindeki bir noktada olma(ma)sı
 - $hata(x, y) = r_x^2 r_y^2 - r_x^2 y^2 - r_y^2 x^2$

Elips Çizme Algoritmaları...

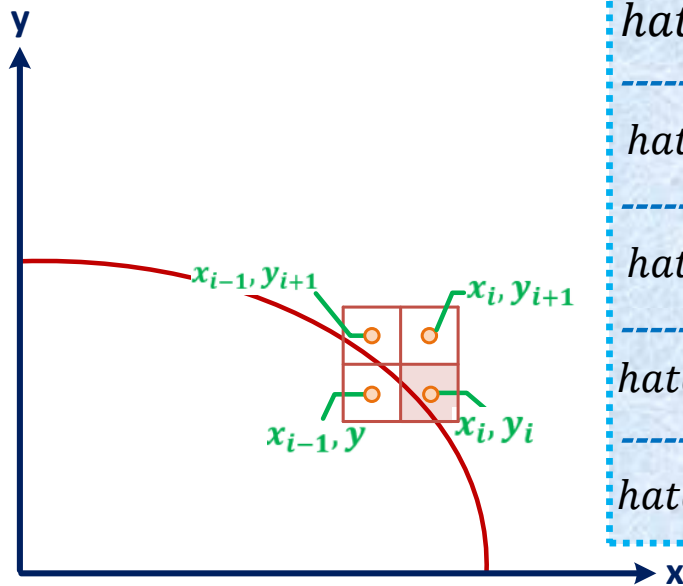
➤ Bresenham Elips Çizme Algoritması...

- Bresenham çember çizme algoritmasında ekranda görüntülenecek olan piksellerin değeri bir hata değerine bağlı olarak yapılan hesaplamadakinine benzer mantık Bresenham elips algoritmasında da kullanılır.
- (x_0, y_0) merkezli, r yarıçaplı elipsi Bresenham çember algoritması ile çizmek için;
 1. Elipsin merkezi orjine taşınır.
 2. Orjinde $(0,0)$, asal eksen yarıçapı r_x ve asal eksen yarıçapı r_y olan elipsin $0-90^\circ$ arasında kalan dilimi için piksel koordinatları hesaplanır
 3. Elipsin simetri özelliğinden dolayı diğer 3 dilim, $0-90^\circ$ arasında kalan dilimin piksel koordinatları kullanılarak hesaplanır.
 4. Orjindeki elips, (x_0, y_0) noktasında geri ötelenir (Hesaplanan her piksel değerine (x_0, y_0) eklenir.)

Elips Çizme Algoritmaları...

➤ Bresenham Elips Çizme Algoritması...

- Hesaplanan yeni hata değerinden mutlak değeri küçük olan piksel seçilir, ekranda görüntülenir ve hata değeri güncellenir.



$$hata(x, y) = r_x^2 r_y^2 - r_x^2 y^2 - r_y^2 x^2$$

$$hata(x - 1, y) = hata(x, y) + 2r_y^2 x - r_y^2$$

$$hata(x - 1, y + 1) = hata(x, y) + 2r_y^2 x - 2r_x^2 y - r_x^2 - r_y^2$$

$$hata(x, y + 1) = hata(x, y) - 2r_x^2 y - r_x^2$$

$$hata(r_x, 0) = 0$$

Poligon Doldurma Algoritmaları

- Poligonalsal nesneleri görüntülemek için kullanılırlar
- Görüntüleme işlemi, hızlı ve doğru olmalı
 - Yanlış olursa;
 - Pikseller yanlış yere basılır
 - Pikseller arası boşluk oluşur
 - Pikseller üst üste basılı, vs.
 - Hızlı değilse;
 - Grafik uygulaması yavaşlar
- İki temel poligon sınıfı var
 - Basit poligonlar
 - Genel poligonlar

Poligon Doldurma Algoritmaları...

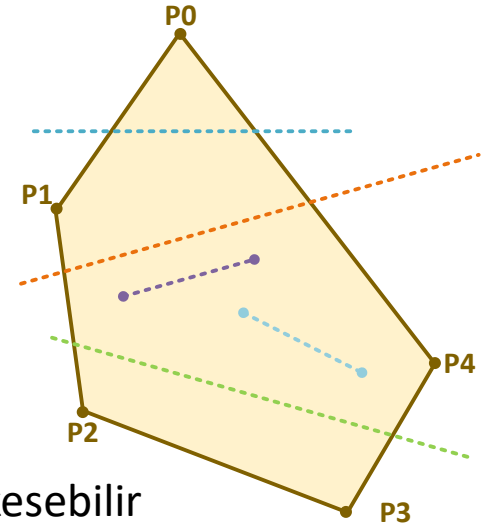
➤ Basit Poligonlar

- Kenarları birbirleriyle kesişmez
- İçerisinde boşluk bulundurmaz
- Her köşe iki kenar tarafından paylaşılır
- **İçbukey** veya **dışbükey**

➤ Dışbukey Poligonlar

- Herhangi bir doğru dışbükey poligonu en fazla iki yerden kesebilir
- İçerisinde bulunan herhangi iki noktayı birleştiren doğru poligonun dışına çıkamaz
- Tüm iç açıları 180° den küçüktür.
- İçbukey poligonlar bu özelliklerden hiç birisini sağlamaz.

- **NOT:** Bir çok donanım, temel grafik öğesi poligonu olarak üçgenleri kullanır. Bu durumda, köşe sayısı üçten büyük olan poligonlar ilk önce üçgenlerle belirlenir.



Poligon Doldurma Algoritmaları...

➤ İç-Dış Testleri

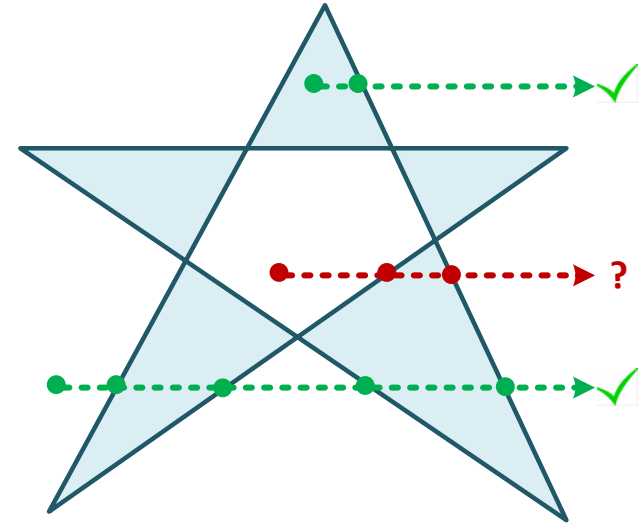
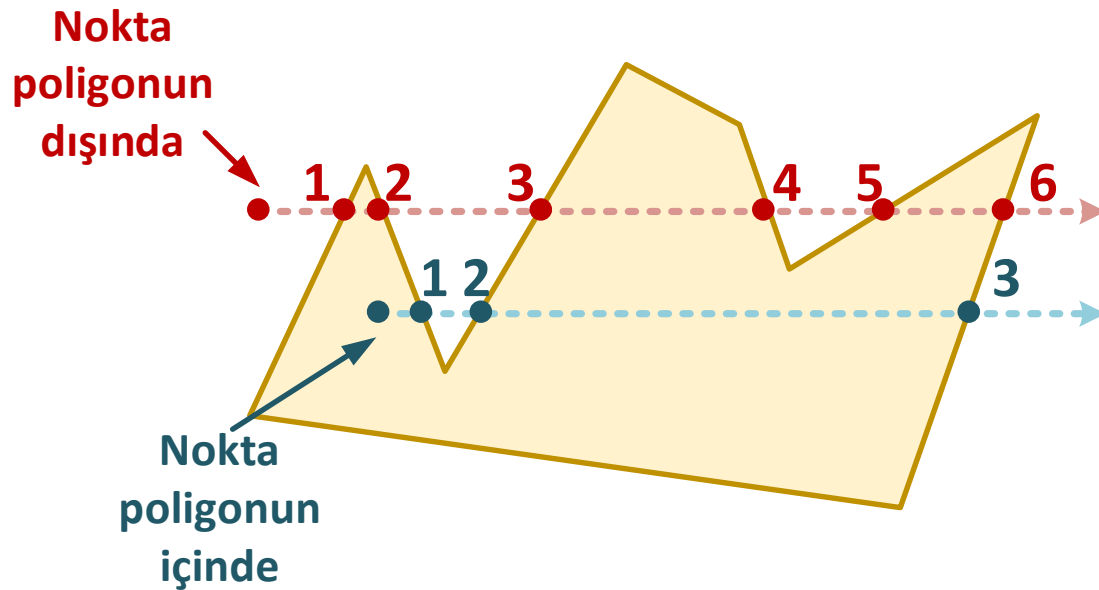
- Verilen bir noktanın bir poligonun içerisinde olup olmadığını belirlemek için kullanılır.

➤ Jordan Eğri Teoremi

- En yaygın kullanılan iç-dış testi algoritmasıdır.
- Tek-çift kuralı olarak da adlandırılır.
- Poligonun içinde bulunan bir noktadan herhangi bir yöne doğru gönderilen ışın, her zaman tek sayıda kenarı keser.
- Eğer, ışın çift sayıda kenarı kesiyorsa nokta poligonun dışındadır.
- İçbukey, dışbükey ya da içerisinde boşluklar barındıran poligonlar için düzgün sonuçlar verir.
- Kenarları birbirleriyle kesişen poligonlar için her zaman istenilen sonucu vermeyebilir.

Poligon Doldurma Algoritmaları...

➤ İç-Dış Testleri...



KAYNAKLAR

- Atılım Çetin, Bilgisayar Grafikleri, Seçkin Yayıncılık, 2003.