

SAYISAL ANALİZ

Matris ve Determinant



MATLAB ile Temel Matris İşlemleri

- ❖ Genel Matris Oluşturma
- ❖ Özel Matris Oluşturma
 - ❑ zeros komutu ile sıfırlar matrisi
 - ❑ ones komutu ile birler matrisi
 - ❑ eye komutu ile birim matris
 - ❑ diag komutu ile köşegen matris
 - ❑ rand komutu ile rasgele matris
- ❖ Matrisler Üzerinde Temel İstatiksel İşlemler
 - ❑ sum komutu ile toplama
 - ❑ prod komutu ile çarpma
 - ❑ sort komutu ile küçükten büyüğe sıralama
 - ❑ max komutu ile en büyük değeri bulma
 - ❑ min komutu ile en küçük değeri bulma
 - ❑ mean komutu ile ortalama değeri bulma
 - ❑ size komutu ile satır ve sütun sayısını elde etme
 - ❑ length komutu ile matristeki eleman sayısını bulma
 - ❑ std komutu ile matristeki değerlerin standart sapmasını hesaplama
- ❖ Matris Özellikleri
- ❖ Matris Çarpımı
- ❖ Çalışma Soruları

GENEL MATRİS İŞLEMLERİ

matris oluşturma ve matris elemanlarına erişim

3 farklı şekilde matris tanımlanabilir

1

```
>> A = [ 1 2 3
         4 5 6
         7 8 9 ]

A =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

2

```
>> A = [ 1 2 3 ; 4 5 6 ; 7 8 9 ]

A =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

3

```
>> B(1,1)=1, B(1,2)=2, B(2,1)=3, B(2,2)=4

B =

     1     2
     3     4
```

Matris İndeksleme ve Kolon (:) Notasyonu

```
% A matrisinin 2. Elemanını ver
>> A ( 2 )

ans =

     4

% A matrisinin 4. Elemanını ver
>> A ( 4 )

ans =

     2
```

```
>> A ( :, 2 )

ans =

     2
     5
     8
```

```
>> A ( 2 , : )

ans =

     4     5     6
```

```
>> A ( :, [ 2 3 ] )

ans =

     2     3
     5     6
     8     9
```

zeros komutu ile sıfırlar matrisi oluşturma

- ❑ Tüm elemanları sıfır olan matristir.
- ❑ Belirtilen boyutta sıfır matris oluşturur.
- ❑ **zeros** (**satır** , **sütun**)



oluşturulacak matrisin satır ve sütun sayısı (boyutu)

**Komut penceresi**

% Matlabda 3x3 boyutuna sahip sıfırlar matrisinin oluşturulması

>> **zeros**(3)

ans =

0	0	0
0	0	0
0	0	0

% Matlabda 2x4 boyutuna sahip sıfırlar matrisinin oluşturulması

>> **zeros**(2,4)

ans =

0	0	0	0
0	0	0	0

ones komutu ile birler matrisi oluşturma

- ❑ Tüm elemanları bir olan matristir.
- ❑ Belirtilen boyutta birler matrisi oluşturur.
- ❑ ones (sətır , sütun)



oluşturulacak matrisin satır ve sütun sayısı (boyutu)

```
Komut penceresi

% Matlabda 4x4 boyutuna sahip birler matrisinin oluşturulması
>> ones ( 4 )

ans =

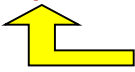
     1     1     1     1
     1     1     1     1
     1     1     1     1
     1     1     1     1

% Matlabda 2x3 boyutuna sahip birler matrisinin oluşturulması
>> ones ( 2 , 3 )

ans =

     1     1     1
     1     1     1
```

eye komutu ile birim matris oluşturma

- ❑ **Kare** matris içerisinde sol üst köşeden sağ alt köşeye doğru bir çizgi çizildiğinde, çizgi üzerindeki elemanları bir, diğer tüm elemanları sıfır olan matris oluşturur.
- ❑ **eye (boyut)**
 oluşturulacak kare matrisin satır ve sütun sayısı (boyutu)



Komut penceresi

% Matlabda 3x3 boyutuna sahip birim matrisin oluşturulması

>> **eye**(3)

ans =

1	0	0
0	1	0
0	0	1

% Kare matris dışında 3x4 boyutuna sahip birim matrisin oluşturulması

>> **eye**(3,4)

ans =

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0

diag komutu ile köşegen matris oluşturma

❑ **diag** (istenilen sayılar, **yerleştirilmeye başlanılacak sütun**)

❑ Elemanları **‘0’** veya **birinci satırın istenilen sütunundan başlamak kaydı ile sağ alt köşeye doğru istenilen sayı değerlerinden oluşan kare** matristir.

❑ **diag** komutunun birden fazla farklı kullanımı mevcuttur.



Komut penceresi

% Matlabda 1x1 boyutuna sahip köşegen matrisin oluşturulması

>> **diag**(2)

ans =

2

% Matlabda 2x2 boyutuna sahip eleman değerleri sıfır olan köşegen matrisin oluşturulması

>> **diag**(0,1)

ans =

0	0
0	0

% Matlabda 2x2 boyutuna sahip eleman değerlerinden biri 3 olan köşegen matrisin oluşturulması

>> **diag**(3,1)

ans =

0	3
0	0

% Matlabda 3x3 boyutuna sahip eleman değerlerinden biri 3 olan köşegen matrisin oluşturulması

>> **diag**(3,2)

ans =

0	0	3
0	0	0
0	0	0



Komut penceresi

% Matlabda 3x3 boyutuna sahip köşegen matrisin oluşturulması

```
>> diag([1 2 3])
```

ans =

1	0	0
0	2	0
0	0	3

% veya

```
>> diag([1 2 3],0)
```

ans =

1	0	0
0	2	0
0	0	3

% Matlabda 4x4 boyutuna sahip köşegen matrisin oluşturulması

```
>> diag([1 2 3],1)
```

ans =

0	1	0	0
0	0	2	0
0	0	0	3
0	0	0	0

% Matlabda 6x6 boyutuna sahip köşegen matrisin oluşturulması

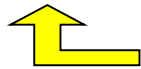
```
>> diag([1 2 3],3)
```

ans =

0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	3
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

rand komutu ile rasgele matris oluşturma

- ❑ Elemanları rasgele sayılardan oluşan matristir.
- ❑ Rand komutu 0 ile 1 aralığında rasgele sayı üretir.
- ❑ rand (s^{atır}, s^{ütun})



oluşturulacak matrisin satır ve sütun sayısı (boyutu)



Komut penceresi

% Matlabda 4x4 boyutuna sahip rasgele matrisin oluşturulması

```
>> rand(4)
```

```
ans =
```

0.8147	0.6324	0.9575	0.9572
0.9058	0.0975	0.9649	0.4854
0.1270	0.2785	0.1576	0.8003
0.9134	0.5469	0.9706	0.1419

% Matlabda 3x2 boyutuna sahip rasgele sayılardan oluşan matrisin tanımlanması

```
>> rand(3,2)
```

```
ans =
```

0.4218	0.9595
0.9157	0.6557
0.7922	0.0357

rand komutu ile rasgele matris oluşturma

- ❑ Eğer rasgele sayının 0-1 aralığının dışında olması istenirse üretilen rasgele sayı **sabit bir değer ile toplanmalı ya da çarpılmalıdır**.



Komut penceresi

% Sabit 5 sayısı ile Matlabda üretilen 1x4 boyutuna sahip rastgele matrisin toplanması

```
>> 5 + rand(1,4)
```

ans =

5.8491 5.9340 5.6787 5.7577

% Sabit 10 sayısı ile Matlabda üretilen 1x7 boyutuna sahip rastgele matrisin çarpılması

```
>> 10*rand(1,7)
```

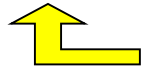
ans =

7.4313 3.9223 6.5548 1.7119 7.0605 0.3183 2.7692

sum komutu ile toplama

❑ Tanımlanan matrisin sahip olduğu sütunlardaki eleman değerlerini ayrı ayrı toplayarak satır vektörüne dönüştürür.

❑ **sum (matris)**



her bir sütunu ayrı ayrı toplanarak satır vektör oluşacak matris



Komut penceresi

```
% Matlabda P matrisinin oluşturulması
```

```
>> P = [ 1 2 4 3 5; -2 3 7 0 -1; 9 2 -3 6 4]
```

```
P =
```

1	2	4	3	5
-2	3	7	0	-1
9	2	-3	6	4

```
% Matlabda P matrisinden satır vektörünün oluşturulması
```

```
>> sum(P)
```

```
ans =
```

8	7	8	9	8
---	---	---	---	---

MATRİSLER ÜZERİNDE TEMEL İSTATİKSEL İŞLEMLER

sum komutu ile toplama

- ❑ Eğer matris tek bir sütun ya da tek bir satırdan oluşuyorsa elemanların toplamını verir.



Komut penceresi

% Matlabda R satır matrisinin oluşturulması

```
>> R = [ 1  2  4  3  5 ];
```

% R matrisinin sahip olduğu elemanlarının toplamı

```
>> sum(R)
```

```
ans =
```

```
15
```

% Matlabda S sütun matrisinin oluşturulması

```
>> S = [ 2  4  6  8  10  12 ]';
```

% veya S = [2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12]

% S matrisinin sahip olduğu elemanlarının toplamı

```
>> sum(S)
```

```
ans =
```

```
42
```

prod komutu ile çarpma

- ❑ Sum komutu gibi bir matrisin sahip olduğu sütunlardaki eleman değerlerini ayrı ayrı çarparak satır vektörüne dönüştürür.

- ❑ **prod (matris)**



her bir sütunu ayrı ayrı çarpılacak satır vektör oluşacak matris

```

Komut penceresi
% Matlabda p vektörünün tanımlanması ve sonucu
>> p=[1 2 3 4 5]

p =

     1     2     3     4     5
% prod komutu ile sayı değerlerinin birbiriyle çarpım sonucunun bulunması
>> prod(p)

ans =

    120
% Matlabda u matrisinin tanımlanması ve sonucu
>> u=[ 1 2 3 ; 2 3 4; 3 4 5]


u =

     1     2     3
     2     3     4
     3     4     5
% prod komutunun kullanımı ile ilgili işlemin gerçekleştirilmesi
>> prod(u)

ans =

     6    24    60
  
```

sort komutu ile küçükten büyüğe sıralama

- ❑ Bir satır ya da sütun vektörünün sahip olduğu eleman değerlerinin en küçükten en büyüğüne doğru sıralar.
- ❑ Kısaca $-\infty$ 'dan $+\infty$ 'a doğru sıralar.
- ❑ **sort (matris)**
 elemanları sıralanacak matris



Komut penceresi

% Tanımlanan satır vektöründeki sayıların küçükten büyüğe doğru sıralanması

```
>> sort([1 -3 2 0 7 -2])
```

ans =

```
-3    -2     0     1     2     7
```

% Tanımlanan sütun vektöründeki sayıların küçükten büyüğe doğru sıralanması

```
>> sort([0; 5; -1; 4; 2])
```

ans =

```
-1
 0
 2
 4
 5
```



Komut penceresi

% B matrisinin tanımlanması

```
>> B=[1 2 4 9; -2 5 3 7; 5 7 4 1]
```

B =

```
1     2     4     9
-2     5     3     7
 5     7     4     1
```

% B matrisin sütunlarının kendi içinde küçükten büyüğe doğru sıralanması

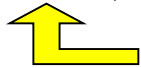
```
>> sort([1 2 4 9; -2 5 3 7; 5 7 4 1])
```

ans =

```
-2     2     3     1
 1     5     4     7
 5     7     4     9
```

max komutu ile en büyük değeri bulma

- ❑ Bir satır ya da sütun vektörünün sahip olduğu eleman değerlerinin arasında en büyük sayı değerini verir.
- ❑ **max (matris)**



elemanları arasında en büyük sayı değeri bulunacak matris



Komut penceresi

% Tanımlanan satır vektörü içinden en büyük sayı değerinin seçimi

```
>> max([1 -3 2 0 7 -2])
```

ans =

7

% A matrisinin tanımlanması

```
>> A = [1 2 4 9; -2 5 3 7; 5 7 4 1]
```

A =

1	2	4	9
-2	5	3	7
5	7	4	1

% Tanımlanan matrise ait en büyük sayı değerinin seçimi

```
>> max(A)
```

ans =

5	7	4	9
---	---	---	---

- ❑ Bu komut ile bir elektrik devresinde elde edilen **akım** veya **gerilim** değişimlerine ait sinyallerin **maksimum** değerleri bulunabilir.

min komutu ile en küçük değeri bulma

- ❑ Bir satır ya da sütun vektörünün sahip olduğu eleman değerlerinin arasında en küçük sayı değerini verir.
- ❑ **min (matris)**



elemanları arasında en küçük sayı değeri bulunacak matris



Komut penceresi

% Tanımlanan satır vektörü içinden en küçük sayı değerinin seçimi

```
>> min([1 -3 2 0 7 -2])
```

```
ans =
```

```
-3
```

% A matrisinin tanımlanması

```
>> A = [1 2 4 9; -2 5 3 7; 5 7 4 1]
```

```
A =
```

```
1      2      4      9
-2      5      3      7
5      7      4      1
```

% Tanımlanan matrise ait en küçük sayı değerinin seçimi

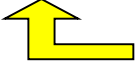
```
>> min(A)
```

```
ans =
```

```
-2      2      3      1
```

- ❑ Bu komut ile bir elektrik devresinde elde edilen **akım** veya **gerilim** değişimlerine ait sinyallerin **minimum** değerleri bulunabilir.

mean komutu ile ortalama değeri bulma

- ❑ Bir matrisin aritmetik ortalamasını verir.
- ❑ Bir satır ya da sütun vektörünün sahip olduğu eleman değerlerinin toplamını eleman sayısına bölerek ortalama değerini verir.
- ❑ **mean (matris)**
 elemanlarının ortalama değeri bulunacak matris



Komut penceresi

```
% Tanımlanan satır vektörünün ortalama değerinin mean komutu ile hesabı
>> mean([1 3 2 4 6])
```

```
ans =
```

```
3.2000
```

```
% Tanımlanan sütun vektörünün ortalama değerinin mean komutu ile hesabı
>> mean([4; 6; 2; 3; 9])
```

```
ans =
```

```
4.8000
```



Komut penceresi

```
% A matrisinin tanımlanması
```

```
>> A = [1 2 4 9; -2 5 3 7; 5 7 4 1]
```

```
A =
```

```
1      2      4      9
-2      5      3      7
5      7      4      1
```

```
% Tanımlanan matrise ait ortalama değerlerin mean komutu ile hesabı
```

```
>> mean(A)
```

```
ans =
```

```
1.3333    4.6667    3.6667    5.6667
```

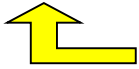
- ❑ Bu komut ile bir elektrik devresinde elde edilen **akım** veya **gerilim** değişimlerine ait sinyallerin **ortalama değeri** bulunabilir.

MATRİS ÜZERİNDE TEMEL İSTATİKSEL İŞLEMLER

std komutu ile bir matrisin elemanlarının standart sapması

❑ Bir matrisin elemanlarının standart sapmasını verir.

❑ **std (matris)**



standart sapması elde edilecek matris

$$s = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \right)^{1/2}$$

```
%Matlabda A matrisinin tanımlanması
>> A = [1 2 3 4];

%Matlabda standart sapma işlemi
>> std (A)

ans =

    1.2910
```

```
% Matlabda B matrisinin tanımlanması
>> B = [1 2 3 4; 2 4 6 8];

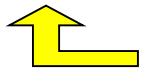
% Matlabda standart sapma işlemi
>> std (B)

ans =

    0.7071    1.4142    2.1213    2.8284
```

size komutu ile bir matrisin satır ve sütun sayısını elde etme

- ❑ Bir matrisin kaç satır ve kaç sütundan oluştuğunu verir.
- ❑ Verdiği ilk değer satır, ikinci değer sütun sayısını gösterir.
- ❑ **size (matris)**



satır ve sütun sayısı elde edilecek matris



Komut penceresi

% Matlabda H matrisinin tanımlanması ve sonucu

```
>> H = [1:0.5:4 ; -1:0.2:0.2 ; 4:-0.1:3.4]
```

H =

1.0000	1.5000	2.0000	2.5000	3.0000	3.5000	4.0000
-1.0000	-0.8000	-0.6000	-0.4000	-0.2000	0	0.2000
4.0000	3.9000	3.8000	3.7000	3.6000	3.5000	3.4000

% H matrisinin satır ve sütun sayısı

```
>> size(H)
```

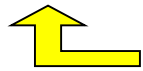
ans =

3 7

% ilk değer satır (3) ikinci değer sütun (7), 3x7 boyutlu matris

length komutu ile bir matrisin eleman sayısını elde etme

- ❑ Bir matrisin **satır** ve **sütun** sayısının **büyük olan değerini** verir.
- ❑ `max(size(matris))` komutu da aynı işlevi yerine getirir.
- ❑ **length** (matris)



eleman sayısı elde edilecek matris



Komut penceresi

% Matlabda A matrisinin tanımlanması ve sonucu

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

```
A =
```

```
1 2 3
4 5 6
```

% 2x3 A matrisinin sütun sayısını verir

```
>> length(A)
```

```
ans =
```

```
3
```

Bir Matrisin **Transpoz**esinin Alınması

- ❑ Transpoze (devrik) bir matrisin satırlarının sütun şeklinde yazılmasıdır.
- ❑ **Matris**' şeklinde alınır

❑ Örnek:

$$C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$



Komut penceresi

% C matrisinin tanımlanması

```
>> C=[-2 -1 4;6 -3 -2;4 1 2]
```

C =

```
    -2    -1     4
     6    -3    -2
     4     1     2
```

```
>> C'      % transpoze işlemi
```

ans =

```
    -2     6     4
    -1    -3     1
     4    -2     2
```

Matris Özellikleri

- ❑ Transpozesi kendine eşit olan kare matrise **simetrik matris** denir ($A=A^T$)
- ❑ Köşegen elemanlarından başka diğer elemanları sıfır olan kare matrise **köşegen matris** denir.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

- ❑ Kare bir matrisin köşegeninin üstündeki elemanlar sıfırsa matrise **alt üçgensel** matris, köşegeninin altındaki elemanlar sıfırsa matrise **üst üçgensel** matris denir.

$$\text{Alt Üçgensel Matris} \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{Üst Üçgensel Matris} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix}$$

- ❑ Determinantının değeri sıfıra eşit olan matrise **Singüler Matris** denir.
- ❑ Köşegen veya köşegene göre simetrik olacak şekilde belli sıraları sıfırdan farklı olan matrise **Band Matris** denir.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

- ❑ Transpozesi tersine eşit olan matrise **Ortogonal Matris** denir. ($A^T = A^{-1}$)

Matris Çarpımı

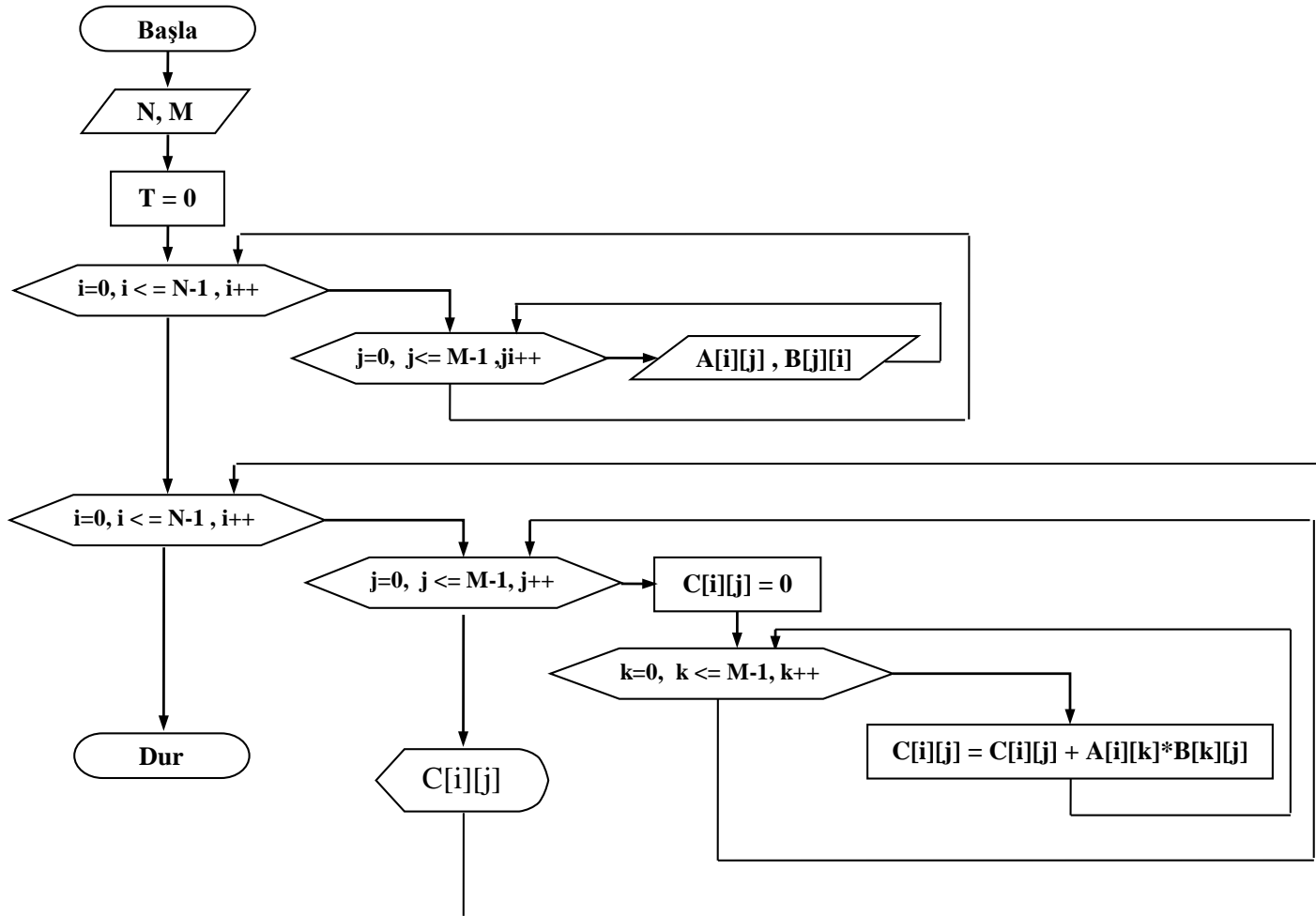
- ❑ **$A*B$ matris işlemi için A 'nın sütun sayısı ile B 'nin satır sayısı aynı olmalıdır.**

$$C = A * B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ip} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mp} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{i1} & \dots & b_{ij} & \dots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{p1} & \dots & b_{pj} & \dots & b_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{i1} & \dots & c_{ij} & \dots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \dots & c_{mj} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

- ❑ $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj}$, $1 \leq i \leq m$; $1 \leq j \leq n$ işlemini yapmak yeterlidir.
- ❑ **Matris çarpımının birleşme özelliği vardır:**
- ❑ A , B ve C çarpımı gerçekleşecek büyüklükte matrisler ise **$A(B C) = (A B) C$** dir.
- ❑ **Matris çarpımının değişme özelliği yoktur: $AB \neq BA$** olan matrisler vardır.
- ❑ **Matris çarpımının toplama işlemi üzerinde dağılma özelliği vardır:**
- ❑ A , B ve C matrisleri için, **$A(B + C) = (A B) + (A C)$, $(A + B) C = (A C) + (B C)$** eşitlikleri geçerlidir.

Matris Çarpımı Akış Diyagramı

MATLAB'ta
kodlayınız.



Çalışma Soruları

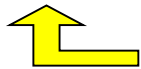
- ❖ Klavyeden girilen $m \times n$ boyutlu bir matrisin transpozunu ekrana yazdıran programı MATLAB'ta yazınız.
- ❖ $n \times n$ boyutlu bir matrisi alt üçgensel matris, üst üçgensel matris veya köşegen matris olarak ekrana yazdıran programın akış diyagramını çizin ve MATLAB'ta yazınız.

Determinant İşlemleri

- ❖ Determinant ve **det** komutu ile matrisin determinanı
- ❖ Determinant Özellikleri
- ❖ Sarrus Yöntemi ile Determinant Alma
- ❖ Seçilen Bir Satır ya da Sütuna Göre Determinant Alma
- ❖ Diğer Matris İşlemleri
 - ❑ **inv** komutu ile matrisin tersi

Determinant ve **det** komutu ile bir matrisin determinantını alma

- ❑ Elemanları reel sayılar olan **$n \times n$** tipindeki kare matrislerin kümesinden, reel sayılar kümesine tanımlanan fonksiyona, determinant fonksiyonu denir.
- ❑ A karesel matrisinin determinanı, **$\det A$** veya **$|A|$** ile gösterilir.
- ❑ **\det** (matris)



determinantı hesaplanacak matris

❑ **Örnek:**

$$C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

```
Komut penceresi

% C matrisinin tanımlanması
>> C=[-2 -1 4;6 -3 -2;4 1 2]

C =

    -2    -1     4
     6    -3    -2
     4     1     2

% det komutu ile C matrisine ait determinant
>> det(C)

ans =

    100
```

Determinant Özellikleri

- ❑ Bir k reel sayısı ile A matrisinin bir satırının çarpılması, A matrisinden elde edilen bir B matrisi için $\det B = k \cdot \det A$ dır.
- ❑ Eğer B matrisi, A matrisinin satırlarının yer değiştirilmesi ile A 'dan elde edilen bir matris ise, $\det B = -\det A$ dır.
- ❑ Birim matrisin determinanti **$\det I = 1$** dir.
- ❑ Bir köşegen matrisin determinanti matrisin köşegen elemanlarının çarpımına eşittir.

$$a = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\Rightarrow \det(a) = 1 \times 4 \times 6 = 24$$

```
>> a=[1 3 2;0 4 5 ;0 0 6]
```

```
      1   3   2
a =  0   4   5
      0   0   6
```

```
>> det(a)
```

```
ans = 24
```

Determinant ve Özellikleri

- ❑ Bir satır veya bir sütunun tüm elemanları sıfır olan matrislerin determinantı sıfırdır.
- ❑ Herhangi iki satır veya iki sütunun elemanları eşit olan matrisin determinantı sıfırdır.
- ❑ Herhangi iki satır veya iki sütunun elemanları orantılı olan matrisin determinantı sıfırdır.
- ❑ Herhangi iki satır veya iki sütunun yerleri değişirse determinantının işareti değişir.
- ❑ Bir kare matrisin determinantı ile transpozunun determinantı eşittir.
- ❑ Kare matrislerin çarpımlarının determinantı, bu matrislerin determinantları çarpımına eşittir.
- ❑ Bir kare matrisin kuvvetinin determinantı, determinantının kuvvetine eşittir.
- ❑ Bir kare matrisin çarpmaya göre tersinin determinantı, determinantının tersine eşittir.
- ❑ 2 satırı aynı değerlere sahip matrisin determinantı 0'dır.
- ❑ Bir satırının tüm elemanları 0 olan matrisin determinantı 0'dır.

Sarrus Yöntemi ile Determinant Alma

❑ **Kare (satır ve sütun sayısı eşit) matrislerde kullanılır. (2x2 veya 3x3)**

❑ **Örnek: 2x2 matrisin determinanı,**

❑ Sol üst köşedeki elemanın değeri ile sağ alt köşedeki elemanın değerinin çarpımından, sol alt köşedeki elemanın değeri ile sağ üst köşedeki elemanın değerinin çarpımı çıkarılarak bulunur.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}$$

Sayısal Örnek:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - 1 \times 3 = 8 - 3 = 5$$



Komut penceresi

% B matrisinin tanımlanması

```
>> B=[2 3;1 4]
```

B =

```
     2     3
     1     4
```

% B matrisine ait determinant hesabı

```
>> determinant=B(1,1)*B(2,2)-B(1,2)*B(2,1)
```

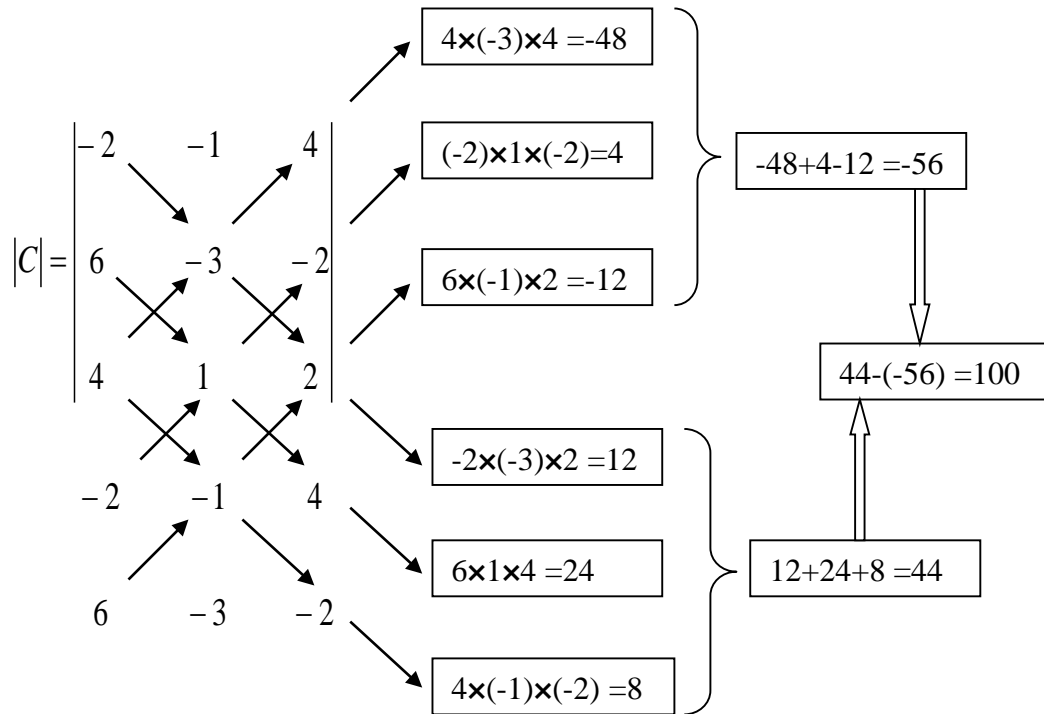
determinant =

```
5
```

Sarrus ile 3x3'lük Matrisin Determinantı

$$C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

❑ **Satır** ekleme ya da **sütun** ekleme yapılarak determinant bulunabilir.



- ❑ **Satır ekleyerek;**
- ❑ **İlk 2 satır, 4 ve 5. satır olarak eklenir**
- ❑ **Sol köşegen çarpımlarının toplamından sağ köşegen çarpımlarının toplamı çıkarılarak determinant bulunur**

Sarrus ile 3x3'lük Matrisin Determinantı

$$C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- ❑ **Sütun eklemede ise, ilk 2 sütun, 4 ve 5. sütun olarak eklenir**
- ❑ **Sol köşegen çarpımlarının toplamından sağ köşegen çarpımlarının toplamı çıkarılarak determinant bulunur**

Diagram illustrating the Sarrus rule for calculating the determinant of a 3x3 matrix:

$$|C| = \begin{vmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Products along the main diagonal (downward arrows):

$$(-2) \cdot (-3) \cdot 2 = 12$$
$$(-1) \cdot (-2) \cdot 4 = 8$$
$$4 \cdot 6 \cdot 1 = 24$$
$$12 + 8 + 24 = 44$$

Products along the anti-diagonal (upward arrows):

$$(-2) \cdot (-2) \cdot 1 = 4$$
$$(-1) \cdot 6 \cdot 2 = -12$$
$$4 \cdot 4 \cdot (-3) = -48$$
$$4 + (-12) + (-48) = -56$$

Final determinant calculation:

$$44 - (-56) = 100$$

Seçilen Bir Satır ya da Sütuna Göre Determinant Alma

- ❑ **Minör ve Kofaktör** kullanılarak determinant hesaplanır.
 - Bir kare matrisin bulunduğu a_{ij} elemanının i 'nci satır ve j 'nci sütunu atıldığında geriye kalan M_{ij} matrisinin determinantına a_{ij} elemanının küçüğü (minörü) denir.
 - $A_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$ sayısına a_{ij} elemanının eşçarpanı (kofaktörü) denir.
- ❑ **Örnek: 3x3 matrisin determinantı,**

❶ Bir satır yada sütun seçiniz

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

❷ Determinant ifadesini yaz

$$|A| = a_{11} A_{11} + a_{12} A_{12} + a_{13} A_{13}$$

❸ Kofaktörleri hesapla

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Seçilen Bir Satır ya da Sütuna Göre Determinant Alma

- Örnek -

❶ Bir satır yada sütun seçiniz

$$C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

❷ Determinant ifadesini yaz

$$|C| = (-2)(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + 4(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|C| = (-2) \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-2) \times (-6 + 2) + (12 + 8) + 4 \times (6 + 12)$$

$$= 8 + 20 + 72 = 100$$

Seçilen Bir Satır ya da Sütuna Göre Determinant Alma

- Örneğin MATLAB ile Çözümü -



Komut penceresi

% C matrisinin tanımlanması

```
>> C=[-2 -1 4;6 -3 -2;4 1 2]
```

C =

```
-2    -1    4
 6    -3   -2
 4     1    2
```

% C matrisine ait determinant hesabı

```
>> determinant=C(1,1)*(C(2,2)*C(3,3)-C(3,2)*C(2,3))
      -C(1,2)*(C(2,1)*C(3,3)-C(3,1)*C(2,3))
      +C(1,3)*(C(2,1)*C(3,2)-C(3,1)*C(2,2))
```

determinant =

```
100
```

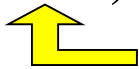
❑ **Soru:** Aşağıdaki matrisin 2. sütununa göre determinantını bulunuz.

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

inv komutu ile bir matrisin determinantını alma

❑ Matrisin tersini verir.

❑ **inv** (matris)



tersi hesaplanacak matris

Örnek:

$$R = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$



Komut penceresi

% R matrisinin tanımlanması

```
>> R=[ 3  2 -1; 2 -1 2; 1 -3 -4]
```

R =

```

      3      2     -1
      2     -1      2
      1     -3     -4
```

```
>> inv(R)      % matrisin tersi
```

ans =

```

      0.1818      0.2000      0.0545
      0.1818     -0.2000     -0.1455
     -0.0909      0.2000     -0.1273
```

KAYNAKLAR

- İlyas ÇANKAYA, Devrim AKGÜN, Sezgin KAÇAR “*Mühendislik Uygulamaları İçin MATLAB*”, Seçkin Yayıncılık
- Yüksel YURTAY, *Sayısal Analiz Ders Notları*, Sakarya Üniversitesi
- Fahri VATANSEVER, “*İleri Programlama Uygulamaları*”,Seçkin Yayıncılık