

## فصل ۷

### مدارهای با القای متقابل (تزویچ)

#### مقدمه



شهر مدارهای الکتریکی شباهت‌هایی با شهر خودمان دارد و به قول



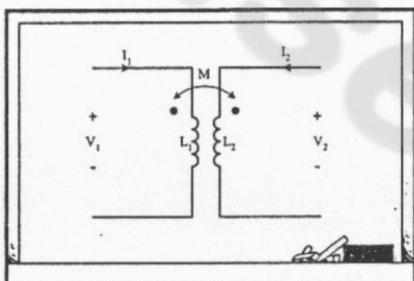
شماها بین این شهرها یک دوگانی یا دوآلیتی برقرار است. بعضی عناصر مجردند، یعنی ولتاژشان به جریان خودشان بستگی دارد و جریانشان به ولتاژ خودشان مربوط است و کاری به بقیه عناصر ندارند؛ اما در همین شهر برعی از عناصر متأهل‌اند، یعنی ولتاژشان علاوه بر جریان خودشان به جریان عنصر دیگری نیز بستگی دارد. (و یا حتی به جریان عناصر دیگر!) و همین‌طور در مرور جریانشان... به اینگونه عناصر، مدارهای با القای متقابل یا دارای تزویچ می‌گویند و همان‌طور که در جامعه‌شناسی مهم است، در اینجا نیز نحوه پرسخورد با این عناصر را باید خوب بدل باشیم تا به مشکل برخوریم!

آفرین، هرچه داستان من برای گروه سنی «الف» مفید بود، بیان علمی شما مخصوص گروه سنی «ی»! گفته شد.  
البته جایش نیست و لی من حیفم می‌آید که نگویم؛ یک نتیجه دیگر از داستان آن است که «فرضت‌ها خیلی زود می‌آیند، برق‌ها خیلی کم در عقل و دل ادم جرقه می‌زنند، قدرشان را بدانید، چهاردهستی استفت، آن‌ها را پچسبید، نکند که مثل ابرها، بیاند و بروند و...»  
روابط: ببینید، تمام روابط عین قبل است منتهی در اینجا به صورت:

### ماتریسی



مثالاً در شکل (۱-۷) دقت کنید:



شکل (۱-۸) سلف‌های دارای القای متقابل (تزویج)

$$\begin{cases} \varphi_1 = L_1 I_1 + M I_2 \\ \varphi_2 = M I_1 + L_2 I_2 \end{cases} \quad (۱-۷)$$

$L_1$  انداختهای خودی سلف اول و  $M$  ضریب القای متقابل بین آن‌هاست و در عبارت ماتریسی:

$$\varphi = L I \quad (۱-۷)$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = f(I_1, I_2) \\ \varphi_2 = g(I_1, I_2) \end{cases} \quad (۱-۷)$$

۱- اگر غیرخطی بود، روابط به صورت مقابل می‌شوند

### کلیات و روابط

مفهوم: اصل داستان این است:



پسر بچه‌ای سیزده ساله که به خاطر فقر نمی‌توانست در کلاس‌های مدار و الکترومغناطیس شرکت کندا در یک آزمایشگاه کار می‌کرد، البته منظورم کار عملی نیست، او مستخدم بود؛ پادو بود. روزی مستول آزمایشگاه سرش فریاد کشید که: «اهای مایکل، اون آهنربای قوی را بیاور» و مایکل که دوان دوان در راهروی بین میزهای آزمایشگاه می‌دوید تا آهنربای قوی را به او برساند می‌گویند: «آنکه‌ان برقی روی یکی از میزها در چشمانم ظاهر شد». این یک نرق کوچک، او را به فکری بزرگ فرو برد. می‌گوید «آن شب، به خاطر کشف این ممکن استدام اجزاء گرفتم تا به بیانه‌تی کشیدن گفت آزمایشگاه و نتفاقات اساسی، کمی دیرتر بروم، او هم اجازه داد، اما هرچه آزمایش را تکرار کردم، هیچ چیزی نشد که نشد». اما آقا مایکل کوتاه نیامد مدت‌ها فکر کرد که فرق اتفاق آن شب با اتفاق آن روز در چه بوده است؟ تا اینکه بالاخره برقی در وجودش پیدا شد که: «آهن فهمیدم آن روز با عجله و به دو حرکت کردم ولی آن شب به خاطر دقت در میزها آرام قدم برمی‌داشتم» او آزمایش را تکرار کرد و دوباره آن روشانی در چشمانش دیده شد... ما قانون:

$$(۱-۷)$$

را از وجود مقنس او داریم.

او در جوانی گفته بود: «به قانونی رسیدم که بعدها، دولتها بر آن مالیات می‌بنندن...» و من امروز خوشحالم که ما هم از این قانون بی‌بهره نیستیم؛ حداقل اینکه دولت علمی ما حرف آقای فارادی را به جان خرد و فقط به خاطر آقا مایکل این بخش از قانون را در کشورمان جاری ساخته اند توجهی از این داستان گرفتید؟



اینکه اگر جریان عبوری از یک سیم پیچ تغییر کند، آن‌گاه شار مغناطیسی گذرنده از آن هم عوض می‌شود و بنابراین در آن

ولتاژی القا می‌شود. حال اگر شار گذرنده از سیم پیچ اولی روی دومی هم مؤثر باشد، تغییر جریان اولی، هم در خودش و هم در دومی ایجاد و لذت از القای می‌کند که به آن القای متقابل می‌گوییم.

۱- روی کلمه «مقنس» تأکید می‌کنم.

۲- البته علامت منفی از ذکارت آقای لنز است.



## ۲-۷ به هم بستن سلف‌های دارای تزویج

سلف‌های دارای تزویج، پس از اتصال به یکدیگر، در حکم یک سلف تنها می‌باشند و باید در نهایت مقدار  $\omega_L$  را برای آن‌ها محاسبه کرد.  
 (در حوزه زمان گاهی هم می‌توان برای سادگی، به جای  $KVL$  از  $KfL$  بهره گرفت.)  
 حالا در شکل (۲-۷)،  $KVL$  می‌زنیم؛ (با توجه به علامت  $M$ )

$$V = j5i_1 - j3i_1 + j2i_1 + j4i_2 - j3i_1 - ji_2 + j2i_1 + j2i_2 - ji_2$$

ولتاژ سلف راستی

ولتاژ سلف وسطی

ولتاژ سلف چپی

با توجه به سری بودن سلف‌ها و اینکه:

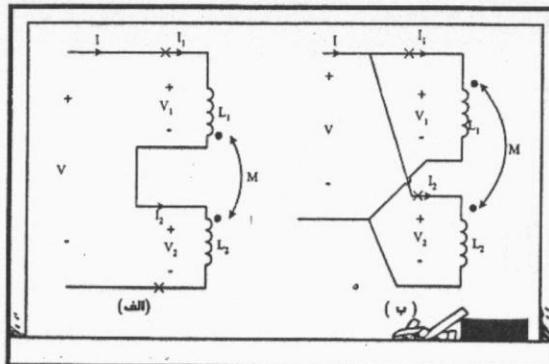
$$i = i_1 = i_2 = i$$

داریم:

$$V = j7i \rightarrow Z_{eq} = j7 \Omega$$

بله، عرض می‌کردم، از علامت  $M$  می‌گفتم، راه دوم تشخیص علامت  $M$  قرارداد نقطه است، به این صورت که:  
 اگر در جریان از سر نقطه وارد سلف شدند یا اینکه هر دو جریان از سر نقطه سلف را ترک کردند،  $M > 0$  و الا اگر یکی از جریان‌ها در سر نقطه وارد سلف و دیگری در سر نقطه سلف را ترک کرد،  $M < 0$ .

۲-

در مدارهای شکل (۲-۷)، آندوکتانس معادل  $L_{eq}$  را بباید.

شکل (۲-۷) مدارهای تمرین ۲

- ۱- یعنی اگر هنگام بحث بر سر حل یک مسئله زبان‌گرفت و به جای  $KVL$  گفتند  $KfL$ ، اصلًا به روی خودتان نیاورید، انگارنهاتکار که اتفاقی رخ داده است؛ به حرفان با همان  $KfL$  ادامه بدهید؛ همه چیز درست پیش خواهد رفت. (چراکه روابط حاکم بر  $V$  در یک مدار همان روابط حاکم بر  $\varphi$  است.)

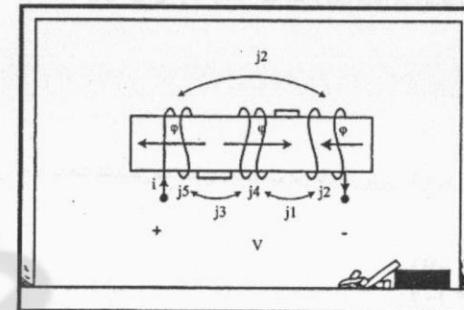
سؤال بعدی آن است که آیا این دو سلف تزویج روی هم اثر تقویتی دارند یا تضعیفی؟ به عبارت دیگر علامت  $M$  چیست؟

دو روش برای تشخیص این امر داریم؛ یکی شست دست راستا منظورم را می‌فهمید؟!



بله، یادش به خیر، یک درس فیزیک الکتروسیسته داشتم و یک شست دست راستا

مثلًا در شکل (۲-۷) به ترتیب از چپ به راست، چهت شار به کمک دست راست به سمت چپ - راست - چپ است، پس القای متقابل بین اولی و دومی و سومی منفی است (چراکه  $\varphi$  در آن‌ها خلاف چهت یکدیگر است) و بین اولی و سومی مثبت است.



شکل (۲-۸) سه سلف دارای تزویج با یکدیگر



چقدر جالب؛ حالا به جای رسیدهایم که شما به بهانه جواب دادن به سوالات، یک تمرین خوب برای دوستانتان مطرح می‌کنید

اصلًا چه ایرادی دارد، کم کم باید جای ما عوض شود و ...

- ۱- در مدار شکل (۲-۷) آندوکتانس معادل را بباید. صبر کنید، قبل از حل مسئله من درمش را بگویم!





۴۴۲

از (الف) شروع کنیم؛ با KVL و به عبارتی  $K\phi L$  داریم:

و با توجه به برابری جریان‌ها:

پس:

(۱۵-۷)

و برای شکل (ب) واضح است که  $M > 0$  ، حالا KCL می‌زنیم:قصد جسارت ندارم ولی فکر کنم دوستم اشتباه می‌کند، چرا که علامت  $\Gamma_{12}$  و  $M$  مخالف یکدیگر نه، زیرا:

(۱۶-۷)

$$\Gamma_{12} = \frac{-M}{\det L}$$

چون هموارا  $\det L > 0$  پس  $M$  و  $\Gamma_{12}$  مختلف‌العلامه‌اند. یعنی در شکل (۳-۷-ب)  $\Gamma_{12} < 0$  است، پس رابطه بالا را اصلاح می‌کنم و با توجه به آنکه  $\varphi_1 = \varphi_2$  داریم:

پس:

$$I = \Gamma_{11}\varphi - \Gamma_{12}\varphi + \Gamma_{22}\varphi - \Gamma_{12}\varphi$$

$$I = (\Gamma_{11} + \Gamma_{22} - 2\Gamma_{12})\varphi$$

(۱۷-۷)

$$L_{eq} = \frac{1}{\Gamma_{11} + \Gamma_{22} - 2\Gamma_{12}}$$

۱- شرط لازم برای ماتریس  $L$  که یک ماتریس معین مثبت است، آن است که  $\det L \geq 0$ 

$$i_1 = 2\varphi, \quad i_2 = \varphi, \quad i_3 = 3\varphi$$

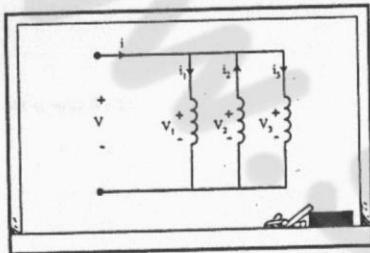
$$i_3 - i_1 - i_2 = 2\varphi - \varphi + 3\varphi = 4\varphi$$

$$L_{eq} = 0.25H$$

آفرین! پس یکبار دیگر یادآوری می‌کنم؛ شما تمام روابطی را که برای ولتاژ  $V$  (وی) دارید، برای شار  $\varphi$  (فی) دارید یعنیفرض کنید زباندان می‌گیرد و بجای  $V$  می‌گویید  $\varphi$  (یا به جای KVL،  $K\phi L$  می‌زنید)

۳- اندوکتانس معادل را بباید، به شرطی که ماتریس رلوکتانس این‌گونه باشد:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



شکل (۳-۷-۳) مدار تمرین ۳

واضح است که  $M < 0$  چراکه  $I_1$  در میر نقطه از سلف خارج شده و  $I_2$  در سر نقطه وارد سلف می‌شود.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \underbrace{L_1 I_1 - M I_2}_{\varphi_1} + \underbrace{L_2 I_2 - M I_1}_{\varphi_2}$$

با توجه به ماتریس رلوکتانس داریم:



$$\varphi = (L_1 + L_2 - 2M)I$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$$

$$I = I_1 + I_2 = \underbrace{\Gamma_{11}\varphi_1 + \Gamma_{12}\varphi_2}_{I_1} + \underbrace{\Gamma_{21}\varphi_1 + \Gamma_{22}\varphi_2}_{I_2}$$

با توجه به ماتریس اشتباہ می‌کند، چرا که علامت  $\Gamma_{12}$  و  $M$  مخالف یکدیگر نه، زیرا:

$$\Gamma_{12} = \frac{-M}{\det L}$$

چون هموارا  $\det L > 0$  پس  $M$  و  $\Gamma_{12}$  مختلف‌العلامه‌اند. یعنی در شکل (۳-۷-ب)  $\Gamma_{12} < 0$  است، پس رابطه بالا را اصلاح می‌کنم و با توجه به آنکه  $\varphi_1 = \varphi_2$  داریم:

$$I = \Gamma_{11}\varphi - \Gamma_{12}\varphi + \Gamma_{22}\varphi - \Gamma_{12}\varphi$$

$$I = (\Gamma_{11} + \Gamma_{22} - 2\Gamma_{12})\varphi$$

و به خاطر

KCL



## ۴-۷ تحلیل مدارهای شامل سلفهای تزویج



فقط باید فرق آدم<sup>۱</sup> مجرد و مزدوج را بدانید. وقتی از آدم مجرد حال ولتاژ را می‌پرسید، مثلاً می‌گوید:

$$V = \text{خودش } I - \text{خودش } j \omega L \quad (۲۲-۷)$$

اما سلف دارای تزویج می‌گوید:

$$V = \text{بکری } I - \text{متقابل } M j + \text{خودش } I - \text{خودش } j \omega L \quad (۲۳-۷)$$



پس روش‌ها عیناً همانند قبل است فقط یادتان باشد که در اینجا ولتاژ هر سلف تزویج ناشی از دو امر است، یکی جریان خودش و یکی جریان سلف (یا جریان سلفهایی)، که با آن‌ها در تزویج است. همچنین جریان هر سلف تزویج هم به ولتاژ خودش مربوط است و هم به ولتاژ سلفهایی که با آن‌ها تزویج دارد. (این مفهوم را چندبار با خودتان تکرار کنید.)

۱- منظورم از آدم همان سلف است!

۲- اگر سلفهای دارای تزویج جامده، فرق روابط (۲۲-۷) و (۲۳-۷) را می‌فهمیدند محشر می‌شد.

## ۷-۳ انرژی در سلفهای تزویج



## ۴-۷ تحلیل مدارهای شامل سلف‌های تزویج



فقط باید فرق آدم<sup>۱</sup> مجرد و مزدوج را بدانید. وقتی از آدم مجرد حال ولتاژ را می‌پرسید، مثلاً می‌گوید:

$$V = \text{خودش } I - \text{خودش } j \omega L \quad (۲۲-۷)$$

اما سلف دارای تزویج می‌گوید:<sup>۲</sup>

$$V = \text{بکری } I - \text{متقابل } M - j \omega L + \text{خودش } I - \text{خودش } j \omega L \quad (۲۳-۷)$$



پس روش‌ها عیناً همانند قبیل است فقط یادتان باشد که در اینجا ولتاژ هر سلف تزویج ناشی از دو امر است، یکی جریان خودش و یکی جریان سلف (یا جریان سلف‌هایی)، که با آن‌ها در تزویج است. همچنین جریان هر سلف تزویج هم به ولتاژ خودش مربوط است و هم به ولتاژ سلف‌هایی که با آن‌ها تزویج دارد. (این مفهوم را چندبار با خودتان تکرار کنید.)

## ۳-۷ انرژی در سلف‌های تزویج



که  $I'$  توانهاده بردار جریان است. مثلاً در حالت ۲ × :

که اگر آن را بسط دهیم:

حالا هر جمله را توضیح می‌دهم:

$$\frac{1}{2} I_1^2 I_1^2 : \text{انرژی سلف اول در زمان مجرد (همیشه مثبت)}$$

$$\frac{1}{2} I_2^2 I_2^2 : \text{انرژی سلف دوم در زمان مجرد (همیشه مثبت)}$$

$$\frac{1}{2} M I_1 I_2 : \text{انرژی سلف اول فقط در اثر تزویج (مثبت یا منفی)}$$

$$\frac{1}{2} M I_1 I_2 : \text{انرژی سلف دوم فقط در اثر تزویج (مثبت یا منفی)}$$

توجه کنید با آنکه بعضی جملات ممکن است منفی باشند، ولی در مجموع:

$$\epsilon \geq 0$$

۱- منظور از آدم همان سلف است!

۲- اگر سلف‌های دارای تزویج جامعه، فرق روابط (۲۲-۷) و (۲۳-۷) را می‌فهمیدند محشر می‌شد.



پس در حلقه‌های چیز و راستی KVL می‌زنیم، این جوری:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = j2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = -\frac{3}{10}j$$

$$I_2 = \frac{1-0}{10} = \frac{1}{10}$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{10} - \frac{3}{10}j$$

$$S = \frac{1}{2}V \times I^* = \frac{1}{2} \times 1 \times \left( \frac{1}{10} + \frac{3}{10}j \right)$$

$$S = \frac{1}{20}(1+j3)$$

و با حل آن به هر روشی که دوست دارید  $I_1$  به دست می‌آید:

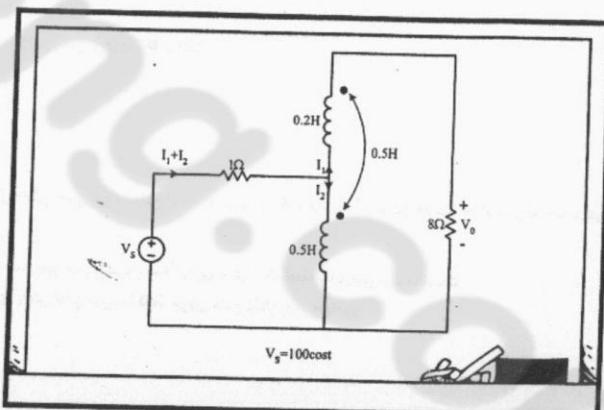
از طرفی جریان مقاومت بالای مدار برابر است با:

پس:

بنابراین:



عـ در مدار شکل (۷ـ۸) اندازه فازور ولتاژ  $V$  در دو سر مقاومت ۸ اهمی چند ولت است؟



شکل (۷ـ۸) مدار تمرین ۶

را روی شکل (۷ـ۸) ما اضافه کردیم، در ابتدا در شکل صورت مسئله نبوده است

روی شکل مدار جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  رالاحظه می‌کنیم<sup>۱</sup> و پس از KCL بازی، در دو حلقه مدار، KVL می‌زنیم:

$$\text{KVL}_{\text{حلقه چیز}} : 100 = I_1 + I_2 + j0.5I_2 - j0.5I_1$$

$$\text{KVL}_{\text{حلقه راست}} : j0.2I_1 - j0.5I_2 + 8I_1 - j0.5I_2 + j0.5I_1 = 0$$

و با توجه به رابطه گفته شده داریم:

$$(8 + j0.7)I_1 = jI_2 \Rightarrow I_2 = (0.7 - j8)I_1$$

و با قرار دادن در رابطه KVL در حلقه سمت چپ خواهیم داشت:

$$100 = (1 - j0.5)I_1 + (1 + j0.5)(0.7 - j8)I_1 = (5.7 - j8.15)I_1$$

و در نتیجه:

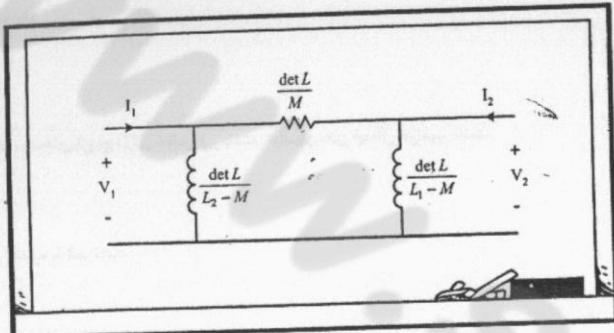
$$|I_1| = \frac{100}{\sqrt{5.7^2 + 8.15^2}} = 10A$$

پس:

$$|V_o| = 8|I_1| = 80V$$

## مدارهای با القای متقابل (تزویج)

۴۵۱

و مدار معادل  $\pi$  :شکل (۶-۷) مدار معادل  $\Pi$ 

یک نکته خیلی جالب و با کاربرد در آینده :

در درس مرتبه مدار (که ان شاعر... به آن هم می‌رسیم) باید تعداد سلفها و خازن‌ها را بشمریم؛ انجا یادتان باشد که دو سلف تزویج هنگام شمارش در حکم سه سلف محاسبه می‌شوند، آن هم به یکی از فرم‌های  $T$  و یا  $\Pi$  هستند:



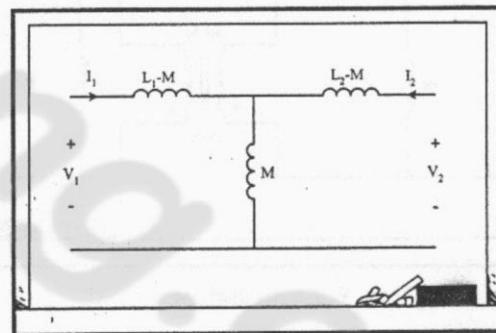
تکرار می‌کنم؛ البته نه هر سه تا سلفی که هرجوی خواستند به هم متصل باشند، بلکه به صورت  $\Pi$  و یا  $T$ . الان که

منتظرتان را کامل‌نافهمیدم، امیدوارم به موقعش درک کنم!



فوق العاده است، آفرین، دوستانتان ارزش حرف شما را در بحث مرتبه مدار قشنگ‌تر متوجه می‌شوند.

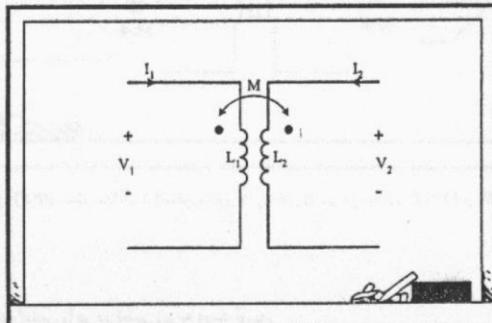
هم‌اکنون سراغ مطلبی می‌رومیم که از دوران پیش‌دبستانی برق تا فوق‌دکترای برق با آن سروکار داشته و خواهیم داشت.

مدار معادل  $T$ :شکل (۶-۸) مدار معادل  $T$ 

## ۵-۷ مدار معادل سلف‌های تزویج

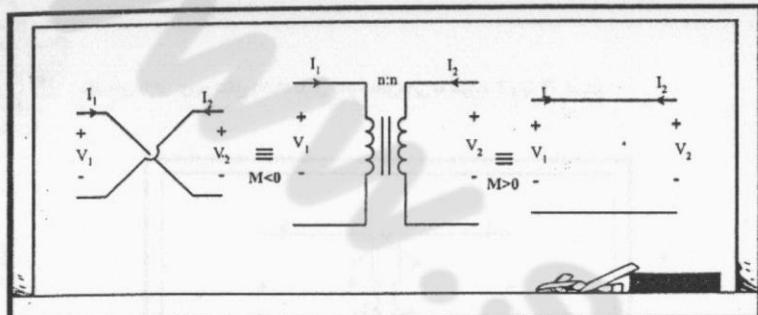


سلف‌های دارای تزویج شکل (۶-۷) دارای مدار معادلهایی به صورت  $T$  و یا  $\Pi$  هستند:



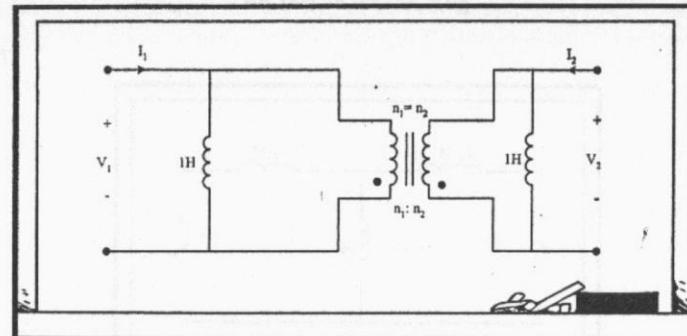
شکل (۶-۹) سلف‌های دارای تزویج

در ترانس‌های با تعداد دورهای مساوی ( $n_1 = n_2$ )، ترانس را با مدارهای زیر معادل کنید؛ خیلی کار ساده می‌شود:



شکل (۱۳.۷) مدار معادل ترانسفورماتور با  $n_1 = n_2$  در دو حالت  $M < 0$  و  $M > 0$

۷- ماتریس آندوکتانس را در دو قطبی زیر به دست آوردید.



شکل (۱۳.۸) مدار تمرین ۷

## ۶-۷ ترانسفورماتور



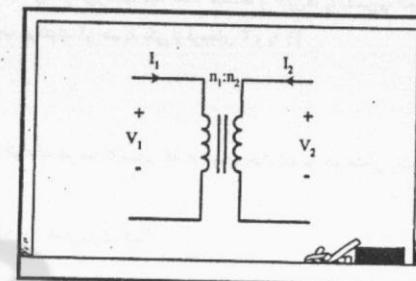
اگر سلف‌های تزویج دارای خواص زیر باشند، ترانسفورماتور ایده‌آل خواهیم داشت:

هیچ انرژی ذخیره یا تلف نشود.

هیچ شار نشی نداشته باشیم.



خودالقای هر سیم پیچ بی‌نهایت باشد. (مقادیر اهمی سیم پیچ‌ها صفر باشد.)



شکل (۱۳.۹) ترانسفورماتور ایده‌آل

روابط به این شرح است:

(الف) اگر  $M > 0$  باشد:

(۲۴-۷)

$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} \\ \frac{I_1}{I_2} = -\frac{n_2}{n_1} \end{cases}$$

(ب) و چنانچه  $M < 0$  باشد:

(۲۵-۷)

$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_2} = -\frac{n_1}{n_2} \\ \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1} \end{cases}$$

۲ تا تذکر ساده بدهم و رد شویم؛ اولاً اگر در ترانس علامت M معلوم نبود، آن را مشتبه بگیرد. ثانیاً کل توانی که در هر لحظه به



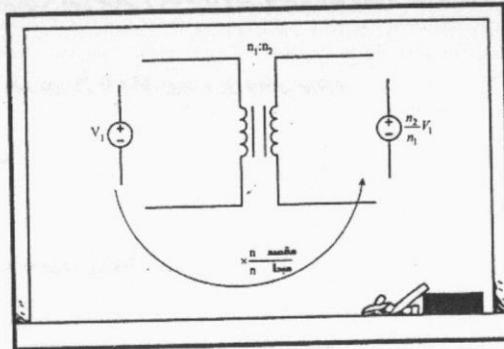
این دو قطبی (یعنی ترانسفورماتور) می‌دهیم، برابر صفر است.  
حالا می‌خواهم راجع به مهم‌ترین بحث در ترانسفورماتور حرف بزنم، خوب خوب گوش کنید:

## ۷-۷ قضایای انتقال در ترانسفورماتور



من حرفی نمی‌زنم، فقط خواهش می‌کنم، چشمها باتان را خوب باز کنید و به شکل‌های (۷-۷) تا (۷-۰) خوب نگاه کنید:

### ۷-۷-۱ انتقال ولتاژ



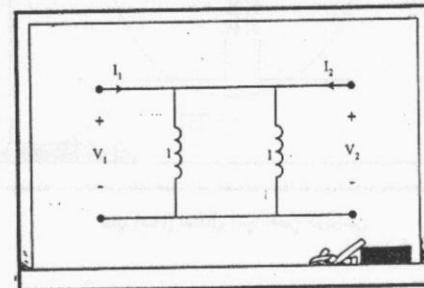
شکل (۷-۷) انتقال ولتاژ در ترانس (برای  $M > 0$ )

یعنی هرگاه ولتاژ یا منبع ولتاژی از یک طرف ترانس به طرف دیگر برود، در میان  $n / n_2$  ضرب می‌شود. (به پلاریته ولتاژ



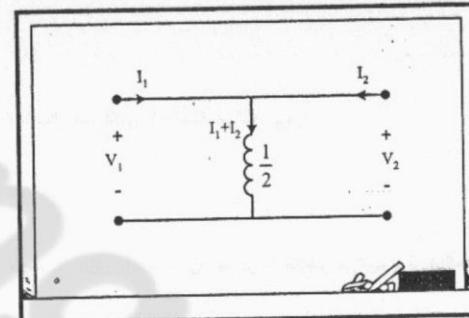
و علامت M توجه می‌کنیم). در صورتی که  $M < 0$ ، پلاریته منبع سمت راستی بر عکس می‌شود.

می‌دانم، این تست در کنکور آرشد برق آمده است. شاید آنجا خیلی سخت بوده ولی با نکته شکل (۷-۰) کار خیلی ساده می‌شود:



شکل (۷-۰) حل مدار تمرین ۷

و به عبارت دیگر:

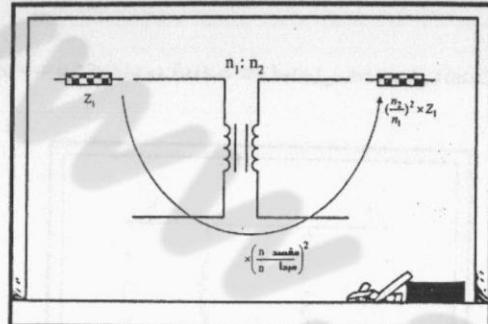


شکل (۷-۰) ساده شده مدار تمرین ۷

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

ماتریس انداختن



شکل (۱۹۶) انتقال امپدانس در ترانس

استاد، یک سؤال در سرم می‌بینید، اجازه می‌دهید بپرسم؟

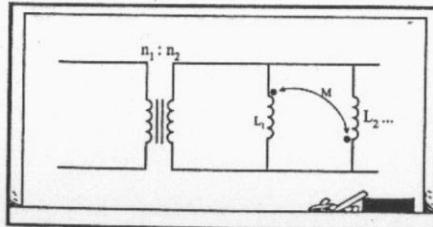


چرا که نه، اصلاً سؤال شما کلاس ما را قشنگ می‌کنند، بپرس!

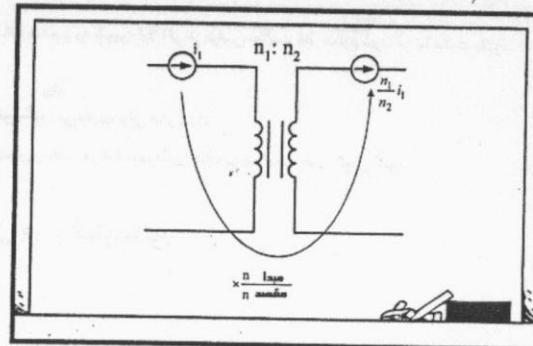


من حدس می‌زنم که سؤال دوستم را می‌دانم؛ پس با اجازه‌اش می‌گویم و آن اینکه اگر سلفهای تزویج داشته باشیم،

ماجرای انتقال اون‌ها چه جوری می‌شود؟ یعنی مثلاً انتقال یافته شکل زیر چه شکلی می‌شود؟



شکل (۱۹۷) سلف تزویج قبل از انتقال در ترانسفورماتور



شکل (۱۹۸) انتقال جریان در ترانس (برای M &gt; 0)

یعنی هرگاه جریان یا منبع جریانی از یک طرف ترانس به طرف دیگر ببرود، در مقدار  $n / n_{\text{turns}}$  ضرب می‌شود.



به جهت جریان و علامت M دقت کنید. اگر  $0 < M$ ، جهت جریان برعکس می‌شود.

### ۳-۲-۲ انتقال امپدانس

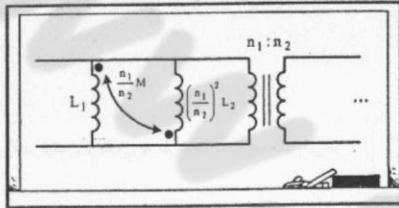
فکر می‌کنید چه جوری می‌شود؟



معلوم است دیگر، از آنجا که  $Z = \frac{V}{I}$ ، امپدانس در  $\frac{n}{n_{\text{turns}}}$  ضرب می‌شود.



آفرین؛ روی نکته خوبی دست گذاشته انتقال یافته این شکل (مثلاً به سمت چپ ترانسفورماتور) به این شکل درمی‌آید:



شکل (۲۲۷) سلف تزویج دوطرفه که حالا یک طرفه شده (بس از انتقال در ترانسفورماتور)

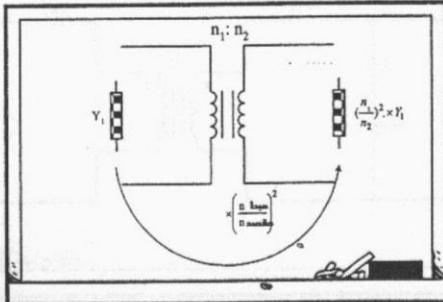
معنی  $L_1$  در چیزی ضرب نمی‌شود (چون اصلاً انتقال نیافته) و  $L_2$  مثل گذشته در  $\left(\frac{n}{n_1}\right)^2$  ضرب می‌شود و ضرب القای متناظر  $M$  در

این حالت (که یک پایش این طرف ترانس است و یک پای دیگر شرط دیگر ترانس است)، در  $\left(\frac{n}{n_1}\right)^2$  ضرب می‌شود و به قول دوستمن

این تبدیل از اون تبدیلات پر کاربرد است و نکتهای طلایبی است.

و اسنج این راه بگویم که اگر در ترانس نقطه‌ها (و) بگونه‌ای باشند که  $0 > \text{رتبه } M$  باشد محل نقطه‌ها هنگام انتقال سلفهای تزویج فرقی نمی‌کند ولی اگر  $0 < \text{رتبه } M$  باشد، محل نقطه‌های سلفهای تزویج هنگام انتقال تغییر می‌کند، به عبارت بهتر علامت تزویج  $M$  قرینه می‌شود.

#### ۴-۷-۷ انتقال ادمیتانس

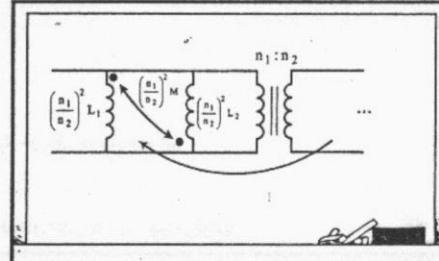


شکل (۲۲۸) انتقال ادمیتانس در ترانس

راستی دو رابطه آخر برای  $M > 0$  است یا  $?M < 0$



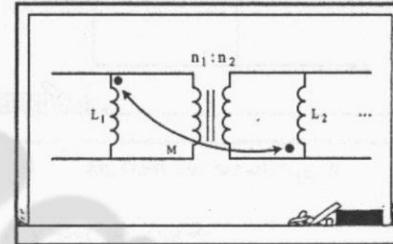
دوستم فکرم را درست خواند؛ اما نصفه؛ جواب سوال دوستم روش ن است؛ این مدار پس از انتقال به این شکل درمی‌آید:



شکل (۲۲۹) سلف تزویج بعد از انتقال در ترانسفورماتور

معنی  $L_1$  و  $L_2$  و  $M$  هم مثل هر امپدانسی در  $\left(\frac{n}{n_1}\right)^2$  ضرب می‌شود؛ این که عجیب نبود، سوال من چیز دیگری است؛ من دوست

دارم انتقال یافته شکل زیر را بپیدا کنم. آخه این شکل در سوال‌های کنکور ارشد خیلی دیده می‌شود و حل استاندارد آن خیلی طولانی می‌شودا



شکل (۲۳۰) سلف تزویج دوطرفه قبل از انتقال در ترانسفورماتور

این مسئله کنکور ارشد در کتابهای رسمی و ... به روش‌های عادی و مرتبی حل شده است، اما من از شما یک راه حل

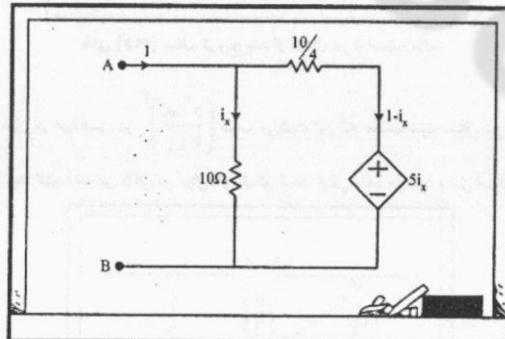


عالی می خواهم!

حالا که بحث راه حل عالی شد، در خدمتیم!



کل مدار سمت راست ترانس را با فضایی انتقال به سمت چپ می‌آوریم:



شکل (۲۶.۱) ساده شده مدار تمرین A

حالا یک مدار بسیار ساده داریم،  $i_1 = 1$  می‌گیریم و  $V_{AB}$  را می‌باییم.

$$\text{KVL: } \frac{10}{4}(1 - i_x) + 5i_x - 10i_1 = 0 \rightarrow i_x = \frac{1}{3} \text{ A}$$

$$\text{KVL: } V_{AB} = 10 \times \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \text{ V} \Rightarrow R_{eq} = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{10}{3} \Omega$$

واضح است، در اینجا هیچ فرقی نمی‌کند،  $M > 0$  و  $M < 0$ .



$$\text{پس هرگاه امپدانس را در ترانس از طرفی به طرف دیگر برداشت، مقادیرش در } \left( \frac{n \text{ مقدار}}{n \text{ مدار}} \right)^2 \text{ ضرب می‌شود.}$$

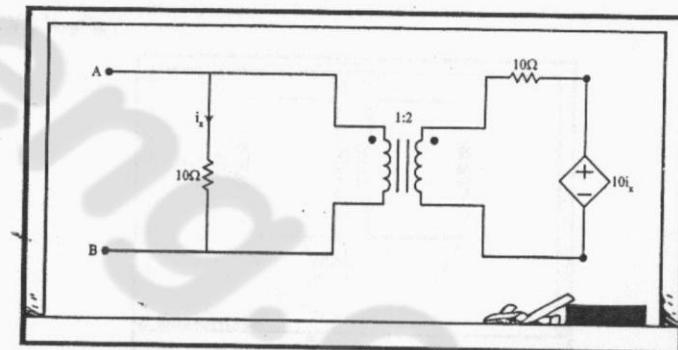
منظور از امپدانس، خود  $Z$  یا  $L$  است، چراکه مقاومت و خودالقا متناسب با امپدانس هستند. هرگاه ادمیتانسی را از یک طرف ترانس

$$\text{به طرف دیگر برداشتم در } \left( \frac{n \text{ مدار}}{n \text{ مقدار}} \right)^2 \text{ ضرب می‌شود. منظور از ادمیتانس، خود } y \text{ یا } g \text{ یا}$$

است، چراکه رسانایی و ظرفیت خازن متناسب با ادمیتانس هستند.



۸- مقاومت معادل تونن دیده شده از دو سر AB، چقدر است؟

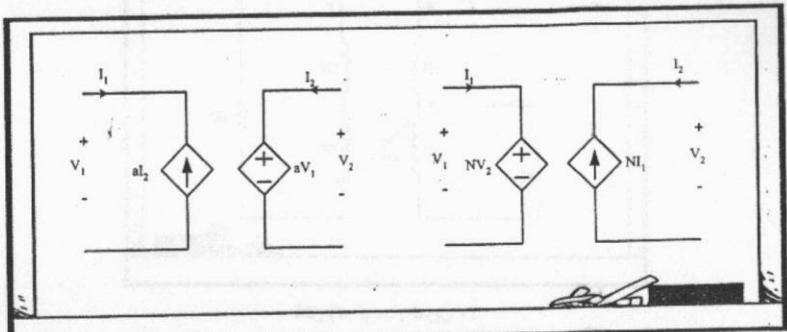


شکل (۲۶.۲) مدار تمرین ۸

## ۸-۷ مدار معادل ترانس



ترانسفورماتور شکل (۱۲-۷) را می‌توان به صورت‌های زیر مدل کرد:



شکل (۱۲-۷) مدار معادل‌های ترانس ایده‌آل

در این شکل‌ها:

(۲۶-۷)

علت اینکه معادل هستند چیست؟



خوب از روش‌تر است، چراکه روابط (۲۶-۷) را اقنان می‌کنند.



و این مدارهای معادل به چه دردی می‌خورند؟

## ۹-۲ ضریب تزویج مغناطیسی K



برابر است با:

(۲۶-۷)

واضح است که:

الف) اگر دو سیم‌پیچ در فاصله خیلی زیادی از هم باشند،  
 $M \rightarrow 0$   
 $K \rightarrow 0$

ب) اگر دو سیم‌پیچ در فاصله خیلی نزدیکی از هم باشند،  
 $M \rightarrow \infty$   
 $K \rightarrow 1$

ج) در ترانس ایده‌آل  $K = 1$

طبیعی است که ندانید، موضوع به آینده برمی‌گردد!!

در درس مدار ۲ پارامترهای دوقطبی، بحثی وجود دارد که مثلاً فلان دوقطبی کدام ماتریس را ندارد. مثلاً آنجا می‌گوییم ترانسفورماتور ماتریس‌های  $Z$  و  $\Delta$  را ندارد. یعنی دوبار در کنکور شکل‌های (۲۶-۷) را داده بود و پرسیده بود که کدام ماتریس را ندارد؟... منظورم را فهمیدید که؟ (اگر هم نفهمیدید، صبر پیش کنید)

نسبت شار مغناطیسی جاری شده یک سیم‌پیچ در سیم‌پیچ مقابل، به شار کل به وجود آمده را ضریب تزویج می‌گوییم که

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} ; \quad 0 \leq K \leq 1$$

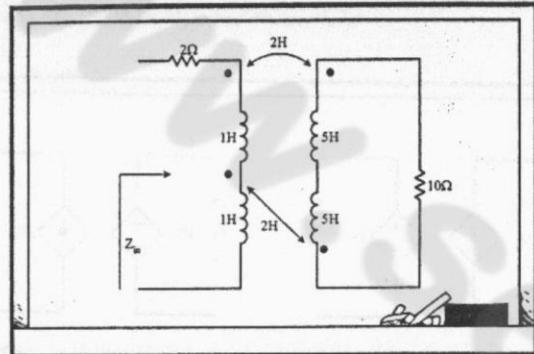
(۲۶-۷)

واضح است که:

الف) اگر دو سیم‌پیچ در فاصله خیلی زیادی از هم باشند،  
 $M \rightarrow 0$   
 $K \rightarrow 0$

ب) اگر دو سیم‌پیچ در فاصله خیلی نزدیکی از هم باشند،  
 $M \rightarrow \infty$   
 $K \rightarrow 1$

ج) در ترانس ایده‌آل  $K = 1$

۱۰- امپدانس ورودی  $Z_{in}$  را به دست آورید.

شکل (۳۰.۱۰) مدار تمرین ۱۰

این هم خیلی راحت است، باید نسبت  $\frac{V_1}{I_1}$  را پیدا کنیم.



با KVL در حلقه چپی داریم:

$$V_1 = 2I_1 + SI_1 + 2S\dot{I}_2 + SI_1 - 2S\dot{I}_2 = 2(s+1)I_1$$

پس خیلی ساده شد، (البته به بروز لطف طراح محترم)

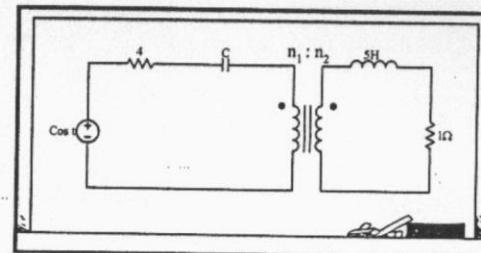
$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = 2(s+1)$$

یعنی اگر  $I_2$  ها هم نمی‌رفتند، آن گاه طراح نامهربان بود؟

نخیر، یک KVL در حلقه راستی مشکلات ما را حل می‌کرد و طراح را همه‌جانان مهربان ...

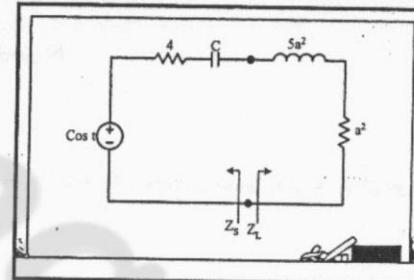


۹) را به گونه‌ای تعیین کنید که حداقل توان به طرف دوم منتقل شود.



شکل (۳۰.۹) مدار تمرین ۹

اجزا را از راست به چپ منتقل می‌کنیم و سپس از قضیه مچینگ استفاده می‌کنیم:



شکل (۳۰.۹) انتقال یافته مدار تمرین ۹

$$Z_s = 4 + \frac{1}{jC} = 4 - j\frac{1}{C}$$

$$Z_L = a^2 + j5a^2$$

$$Z_L = Z_s^*$$

$$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

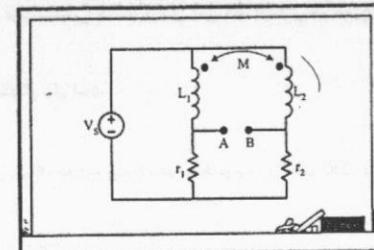
$$5a^2 = \frac{1}{C} \Rightarrow C = \frac{1}{20} F$$

حالا باید:

پس:



۱۱- مقدار M را چنان تعیین کنید که اگر دو سر A و B را اتصال کوتاه کنیم، جریانی از آن نگذرد.



شکل (۳۷) مدار تمرین ۱۱

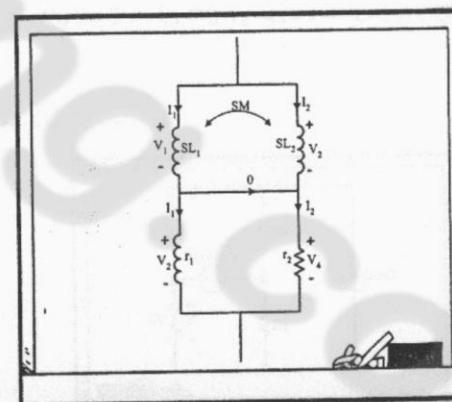


قبل از اینکه شما حل مسئله را بگویید، قدم را از طرح تمرین ۱۱ بگویم. اگر در مسئله‌ای به شما گفته شد فلان چیز،

چگونه باشد تا فلان شرط برقرار شود، شما در شروع حل مسئله، آن حکم را فرض بگیرید که درست است و حال با فرض درستی، آن مسئله را حل کنید. اینه شاید این مطلب را قبلاً هم از من شنیده باشد.



پس دو سر AB را اتصال کوتاه می‌کنیم و جریان آن را صفر می‌کنیم:



شکل (۳۸) نکاهی تازه برای حل تمرین ۱۱

$$V_1 = V_2 \Rightarrow SL_1 I_1 + SMI_2 = SL_2 I_2 + SMI_1$$

$$V_3 = V_4 \Rightarrow r_1 I_1 = r_2 I_2$$

$$\frac{L_1 - M}{r_1} = \frac{L_2 - M}{r_2}$$

$$M = \frac{r_1 L_2 - r_2 L_1}{r_1 - r_2}$$

چون AB اتصال کوتاه شد، پس:

و با تقسیم این دو رابطه:

و نهایتاً:

## ۱۰-۷ مقدار متوسط و مقدار مؤثر



هرگاه  $y(t)$  یک تابع متناوب با دوره T باشد، مقدار متوسط آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{مساحت}(t) y \text{ در یک دوره} = \frac{1}{T} \int_T y(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_T y^2(t) \cdot dt$$

و مقدار مؤثر این گونه خواهد بود:

$$y_{\text{rms}} = y_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T y^2(t) \cdot dt}$$

بخشید، می‌توانم ببرسم شما حواستان کجاست؟ چه می‌گویید؟



بخشید، داشتم مراحل یافتن مؤثر را مرور می‌کردم.



خوب بلند بگویید، همه استفاده کنند.



جالبه که مقدار مؤثر سینوسی با تمام موجش یکی نشد، درستش هم همین است؛ چراکه اگر دو تابع دارای قدرمطلق‌های

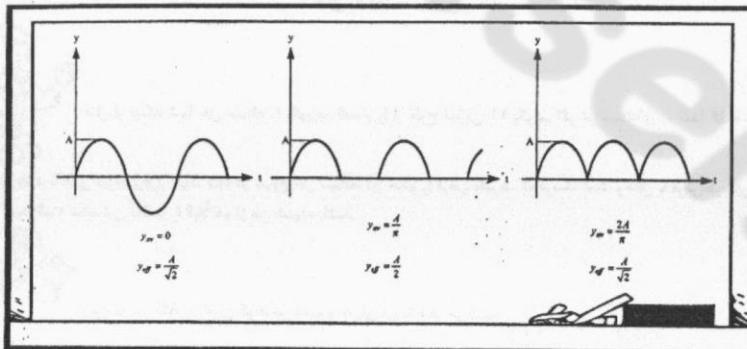


یکسانی باشند، مقدار مؤثرشان با یکدیگر برابر است.

من هم یه چیزی بگم که بحث رو بیندم تمام روابط موجود در حالت DC، عیناً در حالت AC نیز صادقند، به شرطی که به

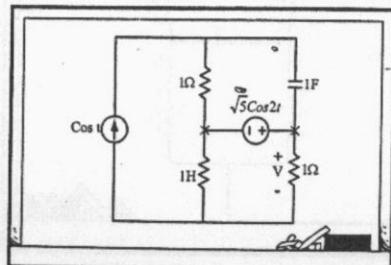


چای و لیتاز و جربان، مقدار مؤثرشان را بگذاریم.



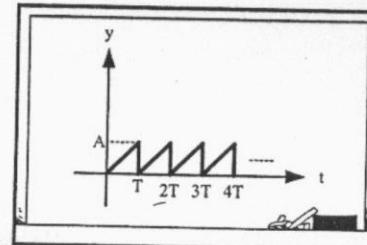
شکل (۳.۲) چند نوع شکل موج معروف با مقدار مؤثر و متوسط

۱۳- مقدار مؤثر ( $y$ ) را باید



شکل (۳.۲) مدار تمرین ۱۳

- در موج دندان ارمای شکل (۳۳-۷) مقدار متوسط و مؤثر را پیدا کنید.



شکل (۳۳) موج دندان ارمای

این که خیلی ساده است:



$$y_{av} = \frac{1}{T} \times \frac{A\pi}{2} = \frac{A}{2}$$

$$y_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{A^2}{2} t^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \frac{A^2 T^3}{3}} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

(۳۳-۷)

نکته جالب آنکه مقدار مؤثر و متوسط، مستقل از مقدار T یا دوره تناوب یا فرکانس موج است.



و حالا یک نکته دیگر، در حالت خاص برای ( $t$ ) ۰ به شکل رابطه زیر:

(۳۳-۷)

$$y(t) = A_0 + a_1 \cos \dots + a_2 \cos \dots + b_1 \sin \dots + b_2 \sin \dots + \dots$$

داریم:

(۳۳-۷)

$$y_{av} = A_0$$

$$y_{rms} = \sqrt{A_0^2 + \frac{a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 + \dots}{2}}$$

(۳۴-۷)

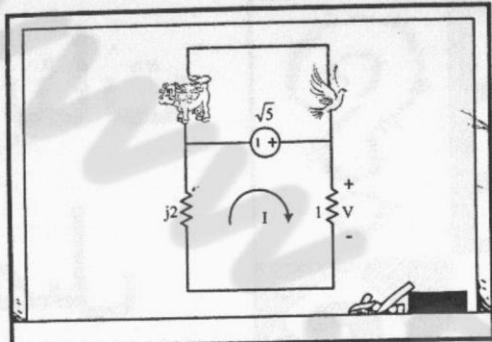
البته فرمولش نکنیم که رابطه (۳۴-۷) فقط وقتی درسته که سینوس‌ها یا کسینوس‌ها دارای فرکانس‌های متفاوت باشند، در غیر این صورت به کمک مثلثات دیبرستانی باید حاصل جمع فرکانس‌های یکسان را بایم و ...

بد نیست، این‌ها را هم به خاطر بسپارید، شاید روزی به کار آمد!

(۳۴-۷)

و سرانجام نگاهی به مقدار متوسط و مؤثر شکل موج سینوسی و نیم‌موج و تمام موج می‌کنیم؛ خالی از لطف، نیست! ...

و سپس با منبع ولتاژ از یک تقسیم ولتاژ ساده چنین به دست می‌آوریم:



شکل (۳۶.۷) بخشی از مدار تمرین ۱۳ با منبع ولتاژ

روشن است که:

$$V = I = \frac{\sqrt{5}}{1+j2} = 1 \angle -\tan^{-1} 2$$

یعنی:

$$V = 1 \cos(2t - \tan^{-1} 2)$$

با توجه به دامنه‌های  $V$  در فرگانس‌های ۱ و ۲ و رابطه (۳۴-۷) داریم:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2} + 1} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

در حل این مسئله چیست؟

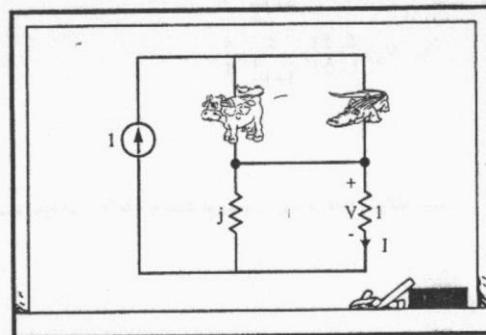


پس از کمی دقت در شکل مدار مشاهده می‌شود که در شکل (۳۶.۷) به خاطر سری بودن تکه‌های مدار با منبع جریان مقدار

آن دو المان بالایی اهمیت ندارند و همین طور در شکل (۳۷.۷) به خاطر موازی بودن تکه‌های مدار با منبع ولتاژ باز هم مقدار آن دو المان بالایی قابل جایگزینی با انواع حیوانات پستاندار یا خزنده است. این نوع نگاه در حل مسائل آن قدر به آدم انرژی می‌دهد که نگو و نبروس!



اینجا باید دو عینکه<sup>۱</sup> عمل کنیم؛ ابتدا با منبع جریان:



شکل (۳۷.۷) حل مدار تمرین ۱۳ با منبع جریان

با توجه به شکل با تقسیم جریان داریم:

$$V = 1 \times I = \frac{j}{j+1} \times 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ$$

یعنی:

$$V(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t + 45^\circ)$$

۱- و به عبارت شبکتر از قضیه جمع آثار بهره بگیرید.

$$\nearrow V_o = \left( j \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{1+j\frac{1}{2}} \times 4$$

$$V_o(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega}}{\frac{1}{j\omega} + 1} E_s = \frac{1}{1+j\omega} E_s \rightarrow V_o = \left( j \frac{3}{2} \right) = \frac{1}{1+j\frac{3}{2}} \times \frac{-4}{3}$$

$$\searrow V_o = \left( j \frac{5}{2} \right) = \frac{1}{1+j\frac{5}{2}} \times \frac{4}{5}$$

و کافی است اندازه این  $V_o$  ها را به دست آوریم چون زاویه در rms تأثیرگذار نیست.



$$\left| V_o \left( j \frac{1}{2} \right) \right|^2 = \frac{1}{1+\frac{1}{4}} \times (4)^2$$

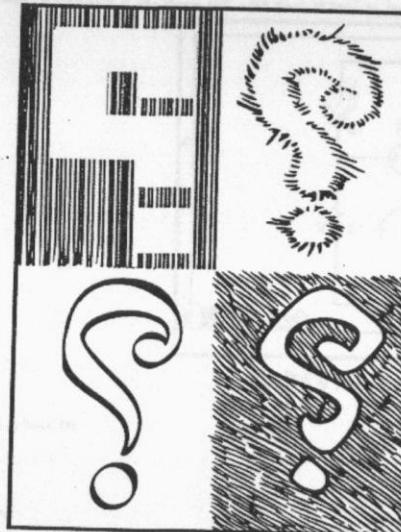
$$\Rightarrow \left| V_o \left( j \frac{3}{2} \right) \right|^2 = \frac{1}{1+\frac{9}{4}} \times \left( \frac{-4}{3} \right)^2$$

$$\left| V_o \left( j \frac{5}{2} \right) \right|^2 = \frac{1}{1+\frac{25}{4}} \times \left( \frac{4}{5} \right)^2$$

و حالا از فرمول rms برای توابع سینوسی استفاده می‌کنیم:

$$V_{o rms} = \sqrt{\frac{|V_{o1}|^2}{2} + \frac{|V_{o2}|^2}{2} + \frac{|V_{o3}|^2}{2}} = 2.59$$

پس گزینه ۳ درست است

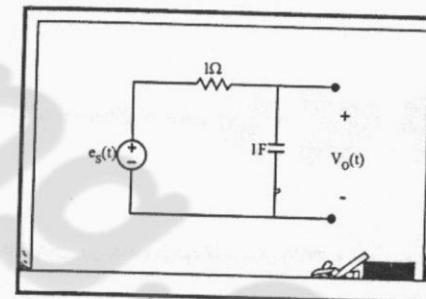


# تمرینات

# فصل

# همفراحت

۱- در مدار شکل زیر، برای ورودی  $e_s(t) = 4 \left( \cos \frac{t}{2} - \frac{1}{3} \cos \frac{3t}{2} + \frac{1}{5} \cos \frac{5t}{2} \right)$  مقدار مؤثر ولتاژ خروجی  $V_o(t)$  کدام است؟



3.27 (۲)

2.59 (۳)

2.12 (۴)

1.83 (۵)

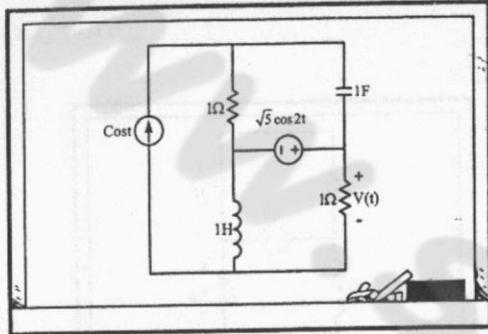
در هر فرکانسی  $V_o$  متفاوت است، پس باید در هر سه فرکانس موجود در ورودی  $e_s(t)$  را به دست آوریم.



مدارهای با القای مقابله (تزویج)

مدارهای الکتریکی ۱

۴۷۴

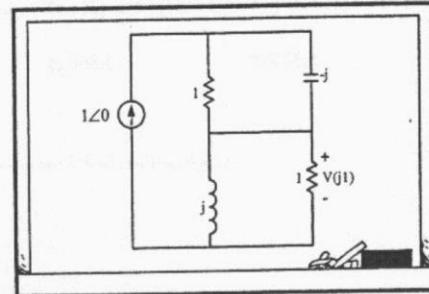
۳- مدار مقابله در حالت دائمی سینوسی است. مقدار مؤثر  $V(t)$  را تعیین کنید.

$$\sqrt{\frac{7}{20}} \text{ آم}$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} \text{ آم}$$

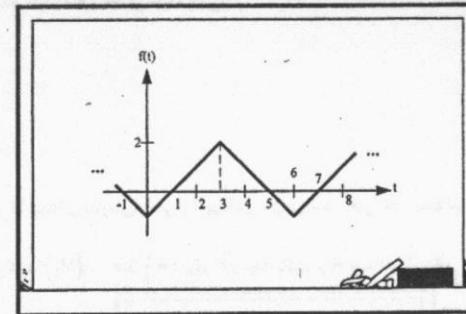
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ آم}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ آم}$$

در هر فرکانس باید مدار را به حوزه فازور ببریم و  $|V(j\omega)|$  را محاسبه کنیم.در فرکانس  $\omega = 1$ پل وتسون است، پس از شاخه وسط جریانی نمی‌گذرد و از تقسیم جریان،  $|V(j1)|$  راحت به دست می‌آید:

$$V(j1) = \frac{1+j}{1+j+1-j} \times 1 = \frac{1+j}{2} \Rightarrow |V(j1)|^2 = \frac{1}{2}$$

۲- مقدار مؤثر شکل موج زیر چقدر است؟



$$\sqrt{\frac{7}{6}} \text{ آم}$$

$$\sqrt{\frac{5}{6}} \text{ آم}$$

$$2 \text{ آم}$$

$$1 \text{ آم}$$

تابع متناوب است، پس می‌توانیم از فرمول rms برای توابع متناوب استفاده کنیم که کافی است تابع را در دوره تناوبیش



پژوهیسم:

$$f(t) = \begin{cases} t-1 & 0 < t < 3 \\ -t+5 & 3 < t < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{6} \left( \int_0^3 (t-1)^2 dt + \int_3^6 (-t+5)^2 dt \right)} = 1$$

می‌توانیم پس از به دست آوردن انتگرال در فاصله ۰ تا ۳ به دلیل تشابه دو برابر کنیم که سریع‌تر به جواب برسیم.



پس گزینه ۱ درست است.

$$f_{rms} = \sqrt{\frac{(5.81)^2}{2} + \frac{3^2}{2}} = 4.624$$

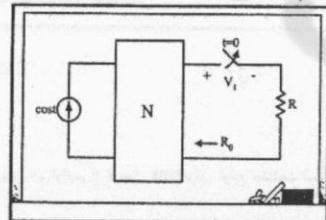
اشتباه بدی کردم! الان باید آن حرف را می‌زدم.



پس گزینه ۱ درست است.

۵- در مدار زیر N شبکه‌ای مقاومتی، خطی و تغییرناپذیر با زمان است. وقتی کلید بسته است ماکزیمم توان در مقاومت R برابر  $\frac{1}{6}$

وات است. اگر ولتاژ دو سر کلید  $V_1 = \frac{\pi}{4} \text{ Sec } t$  برابر  $\sqrt{2}$  ولت باشد، R چند اهم است؟



$\frac{3}{2}$  (۴)

6 (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

3 (۱)

زمانی که  $R = R_0$  است ماکزیمم توان به دست می‌آید:

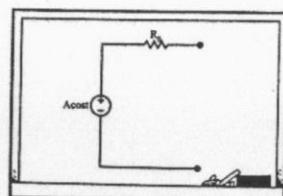


$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \frac{|V|}{R_0}^2$$

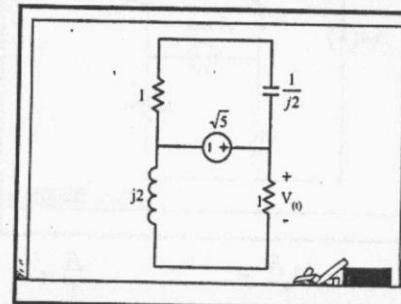
چون  $t = \frac{\pi}{4} > 0$  است، کلید در این لحظه باز است و ولتاژ کلید همان ولتاژ دو سر شبکه N است.



و چون شبکه مقاومتی است، معادل تونن دارد:



و در فرکانس ۲  $\omega = 2$  داریم:



$$V(j2) = \frac{1}{1+j2} \times \sqrt{5} \Rightarrow |V(j2)|^2 = 1 \Rightarrow V_{rms} = \sqrt{\frac{|V_{o1}|^2}{2} + \frac{|V_{o2}|^2}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{2} + \frac{\frac{1}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس گزینه ۲ درست است.



(مهندسی برق) ۴

مقدار مؤثر سیگنال

f(t) = 2 \cos(2t+30^\circ) + 3 \cos(t+45^\circ) + 4 \cos(2t+60^\circ)

کدام است؟

6.544 (۴)

5.385 (۳)

3.808 (۲)

4.628 (۱)

بازتابع سینوسیه و از فرمول سینوسی‌ها می‌رویم:



ولی باید دقت کنیم که جمله اول و سوم هر دو فرکانس ۲ دارند و باید آنها را باهم جمع کنیم و اندازه حاصل را به



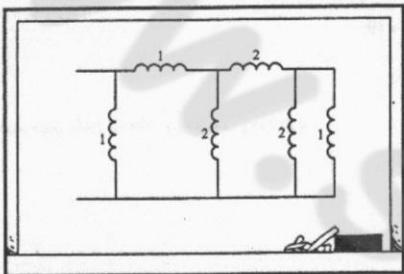
دست آوریم و در فرمول قرار دهیم، چون این فرمول برای کسینوسی‌ها یا سینوس‌ها با فرکانس‌های متمایز صادق است.

$$F(j2) = 2 \angle 30 + 4 \angle 60 = 2 \cos 30 + j 2 \sin 30 + 4 \cos 60 + j 4 \sin 60$$

$$= \left( 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \times \frac{1}{2} \right) + j \left( 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 3.73 + j 4.46 = 5.81 < 50$$



و برای اتصال دو قسمت از معادل T استفاده کنیم:

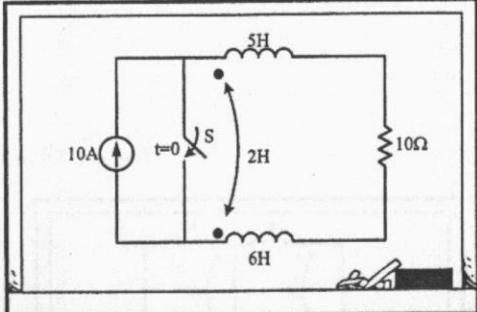


$$L_{eq} = \left\{ [(2 \parallel 1) + 2] \parallel [2 + 1] \right\} = 1 = \frac{15}{22} H$$

پس گزینه ۲ درست است.

۷- در مدار شکل زیر کلید S باز است و مدار به حالت دائمی رسیده است. در  $t = 0$  کلید S را می‌بندیم، پس از چه مدت‌زمانی،

نصف انرژی ذخیره شده در لحظه  $t = 0$  در مقاومت ۱۰ اهمی تلف می‌شود؟



۰.۶۱۹ s (۴)

۰.۲۴۳ s (۵)

۰.۵۲۰ s (۲)

۰.۷۳۲ s (۱)

$$A \times \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \Rightarrow A = 2$$

پس در حالت ماکریم بودن نوان که  $R_0 = R$  است، ولتاژ دو سر  $R$  یک ولت است.

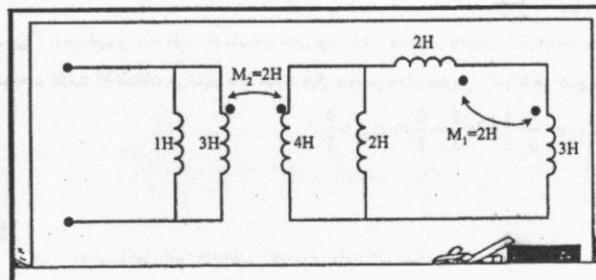
پس گزینه ۱ درست است.



(مهندسي برق) ۷۶

۶-

اندوكتانس دیده شده در سرهای A و B در مدار شکل زیر چند هاتری است؟



$\frac{94}{115}$  (۴)

$\frac{94}{21}$  (۳)

$\frac{15}{22}$  (۲)

$\frac{22}{5}$  (۱)



اگر از سمت راست شروع به ساده کردن کنیم، از فرمول  $L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$  اندوكتانس های سری داریم:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M = 2 + 3 - 2 \times 2 = 1$$

اولین نمونه  $L_{eq}$  ، برای اندوکتانس‌های موازی را بگذارید من حل کنم، ماتریس  $\Gamma$  را پیوسم:

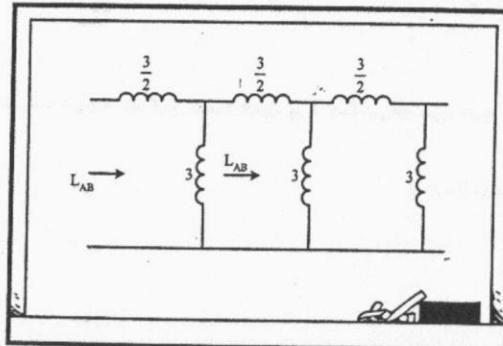
$$L = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = L^{-1} = \frac{1}{1-4} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

از روی این ماتریس،  $\Gamma_{eq}$  را می‌باییم و توجه داریم که مثبت یا منفی بودن  $M$  را یکبار در ماتریس  $L$  اثر داده‌ایم و برای یافتن  $\Gamma_{eq}$  همواره از فرمول زیر بدون توجه به علامت  $M$  استفاده می‌کنیم، یا به عبارت دیگر تمام درایه‌های ماتریس  $\Gamma$  را با هم جمع می‌کنیم:

$$\Gamma_{eq} = \Gamma_{11} + \Gamma_{22} + 2\Gamma_{12} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + 2 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow L_{eq} = \frac{3}{2}$$

از این به بعدش راهم، شبیه مدارهای مقاومتی بینهایته حل می‌کنیم:



$$\Rightarrow L_{AB} = \frac{3}{2} + 3 \parallel L_{AB} = \frac{3}{2} + \frac{3L_{AB}}{3+L_{AB}}$$

$$\Rightarrow L_{AB}^2 - \frac{3}{2}L_{AB} - \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow L_{AB} = 3$$



واز آنجا ماتریس  $\Gamma$  را بیابیم:

باز هم برای به دست آوردن اندوکتانس معادل از فرمول  $L_{eq}$  برای اندوکتانس‌های سری استفاده می‌کنیم:

$$L_{eq} = 5 + 6 - 2 \times 2 = 7H, i_L(0) = 10$$

$$W(0) = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} 7 \times (10)^2 = 350$$

بعد از بسته شدن کلید، ورودی که نداریم، پس پاسخ در حالت ورودی صفر وجود دارد:

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = 10 e^{-\frac{10}{7}t}$$



پس توان و از آنجا انرژی را راحت می‌توانیم به دست آوریم ولی تحلیل راحتتری هم می‌توان داشت که اگر نصف انرژی



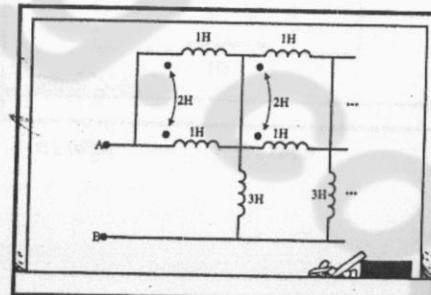
اولیه سلف‌ها در مقاومت تلف شده پس نصف دیگر در سلف‌ها باقی مانده و داریم:

$$\frac{W_t}{W_0} = \frac{\frac{1}{2} L I^2(t)}{\frac{1}{2} L I_0^2} = \frac{I_0^2 e^{-\frac{10}{7}t}}{I_0^2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{7}{20} \ln 2 = 0.243 \text{ Sec}$$

پس گزینه ۳ درست است.

۸- سلف معادل از دو سر AB چقدر است؟



4 (۱)

2 (۲)

3 (۳)

1 (۱)

دو معادله داریم که نسبت  $I_1$  به  $I_2$  است و دیگری را هم از KCL به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{-n_2}{n_1} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$$

$$I_1 + I_2 \Rightarrow I_1 = I_2 - 1 = -4I_1 - 1 \Rightarrow I_1 = \frac{-1}{5}$$

$$\Rightarrow V_1 = V_2 = -V_1 - I_1(20 + j6) = -4V_2 + \frac{1}{5}(20 + j60)$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{25}(20 + j60) = 0.8 + j2.4$$

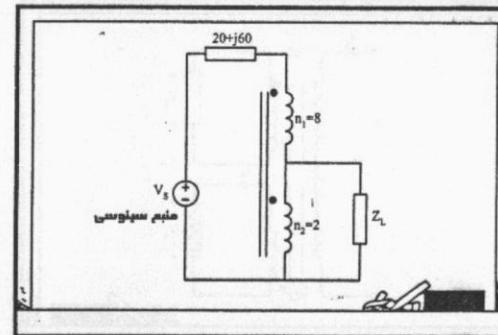
ولی با  $I_1$  چی کار کنیم؟



البته قبل از حل معادله درجه دوم هم مشخص بود که عدد 3 در معادله ابتدایی به جای  $Z_L$  صدق می‌کند.  
پس گزینه ۲ درست است.

(مهندسی برق ۸)

۹- در شکل زیر امپدانس  $Z_L$  برای انتقال حداکثر توان، چند اهم باید باشد؟



$0.8 + j2.4$  (۱)

$1.25 + j3.75$  (۲)

$0.8 - j2.4$  (۳)

$1.25 - j3.75$  (۴)

و برای انتقال حداکثر توان داریم:

$$Z_L = Z_{in}^* = 0.8 - j2.4$$



همین امپدانس معادل را از راه انتقال امپدانس خلفین ترانسفورماتور هم می‌توانستید به دست آوردید، که خوبی سریع تر به

جواب می‌رسید:

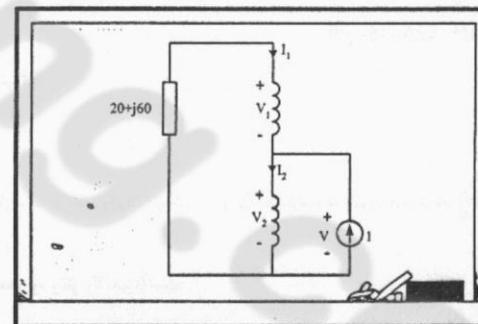
$$Z_{in} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 (20 + j6) = \left( \frac{2}{10} \right)^2 (20 + j6) = 0.8 + j2.4$$

پس گزینه ۴ درست است.

مثل مدارهای مقاومتی به جای  $Z_L$  می‌توانیم یک منبع جریان ۱A قرار دهیم و ولتاژ دو سر آن را بیابیم و قبل از آن منبع



را هم صفر می‌کنیم.



$$V_1 = V_2 = -V_1 - I_1(20 + j60)$$

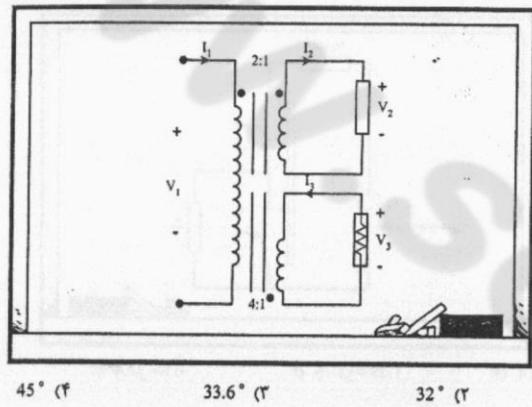
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow V_1 = 4V_2$$

## مدارهای با القای متقابل (تزویج)

۴۸۵

۱۱- در مدار شکل زیر جریان  $45^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 20\sqrt{2}$  که  $I_2 = 20\sqrt{2}$  و جریان  $0^\circ - I_3 = 24$  است. زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ  $V_1$  و جریان  $(V_1 - I_1)$  چند درجه است؟

(مهندسی برق) ۷۵

 $45^\circ (\alpha)$  $33.6^\circ (\beta)$  $32^\circ (\gamma)$  $22.5^\circ (\delta)$ I<sub>1</sub> برابر کدام است؟چون  $I_2$  و  $I_3$  را داریم، می‌توانیم با انتقالشان  $I_1$  را بیابیم. برای انتقال جریان هم ضریرد  $\frac{n}{n+1}$  می‌کردیم، پس

$$I_1 = \frac{1}{2}I_2 + \frac{1}{4}I_3 = 10\sqrt{2} \angle -45^\circ + 6\angle 0 = 16 - j10$$

ولی  $V_1$  را از کجا بیندازیم؟قبول دارید که به دلیل وجود مقاومت،  $I_3$  و  $V_3$  هم فازند و به دلیل وجود رابطه  $\frac{V_3}{V_1} = \frac{1}{4}$ ،  $V_3$  نیز با  $V_1$  هم فاز است.پس  $V_1$  و  $I_3$  هم فاز خواهند بود و فاز  $V_1$  هم ۰ است.

$$\angle V_1 - \angle I_1 = 0 - \tan^{-1} \frac{-10}{16} = 32^\circ$$

پس گزینه ۲ درست است.

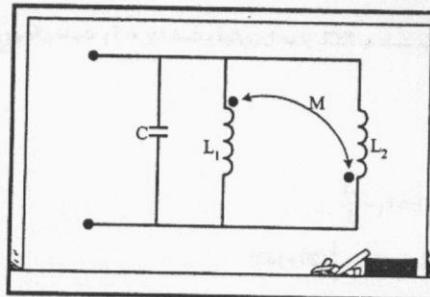
## مدارهای الکتریکی ۱

۴۸۴

۱۰- فرکانس تشدید ۵ مدار شکل زیر چند رادیان بر ثانیه است؟



(مهندسی برق) ۸۱



$$L_1 = \frac{3}{5} H, L_2 = \frac{2}{5} H, |M| = \frac{1}{5} H, C = \frac{1}{7} F$$

$$\frac{5}{\sqrt{21}} \text{ F}$$

$$1.6 \text{ F}$$

$$\sqrt{21} \text{ F}$$

$$7 \text{ F}$$

را از روش  $L_{eq}$  برای انوکتانس‌های موازی می‌باییم:

$$L = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \rightarrow \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

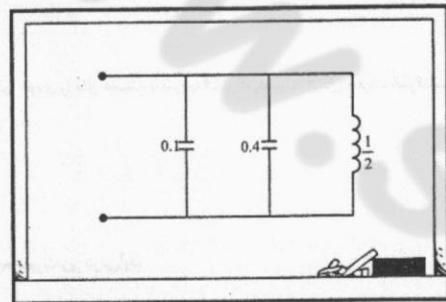
$$\Rightarrow \Gamma_{eq} = 2 + 3 + 2 = 7 \Rightarrow L_{eq} = \frac{1}{7} H$$

$$\Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{7} \times \frac{1}{7}}} = 7 \text{ rad/sec}$$

و برای فرکانس تشدید LC موازی داریم:

پس گزینه ۱ درست است.

پس لامپ ضریرد  $\frac{1}{4}$  و C ها ضریرد ۴ می شوند و مقاومت های سری یا موازی شده با کل مدار در مقنار فرکانس تشدید بی اورند.

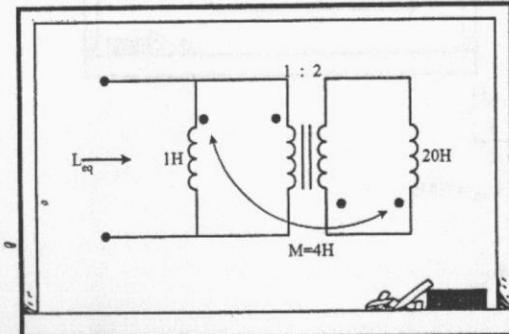


$$0.4F \parallel 0.1F = 0.5F$$

$$\Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.5 \times 0.5}} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

پس گزینه ۱ درست است.

۱۳- آندوکتانس معادل مدار مقابله را به دست آورید.



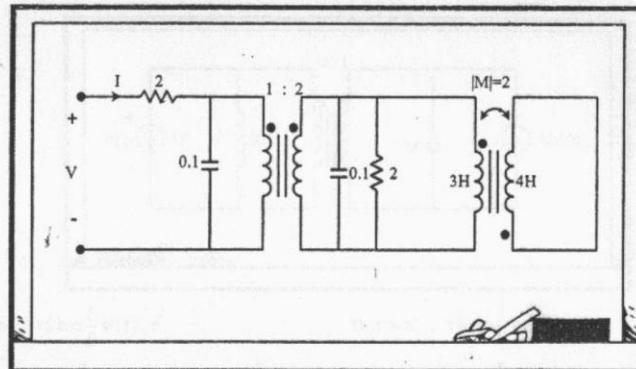
$$2.5 H (\text{f})$$

$$1 H (\text{r})$$

$$0.5 H (\text{s})$$

$$-1 H (\text{l})$$

۱۲- فرکانس تشدید یکقطبی زیر بر حسب  $\frac{\text{Rad}}{\text{sec}}$  برابر است با:



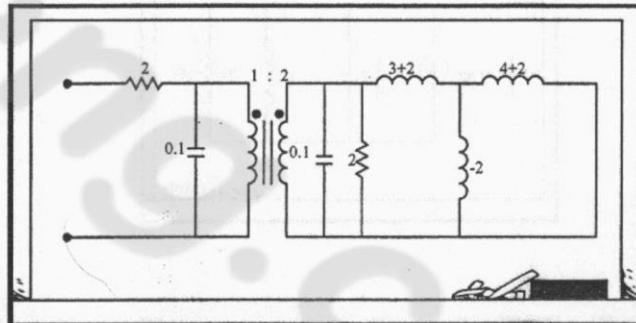
$$2\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ f}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ r}$$

$$1 \text{ s}$$

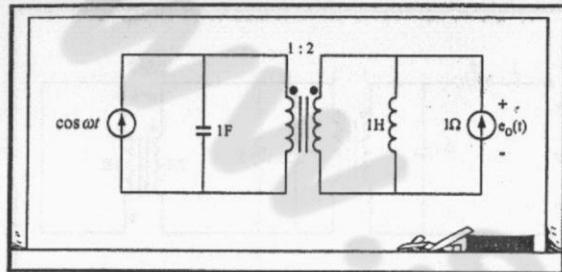
$$2 \text{ l}$$

ابتدا از معادل T برای ساده کردن استفاده می کنیم و سپس قسمت سمت راست را به سمت چپ منتقل می کنیم.



و حالا برای انتقال باید امپدانس ها را ضریرد  $\frac{1}{4}$  کنیم.

۱۴- در مدار شکل زیر به ازای چه فرکانسی ولتاژ حالت دایمی  $e_0(t)$  مأذکریم است، و در این فرکانس  $e_0(t)$  چقدر است؟



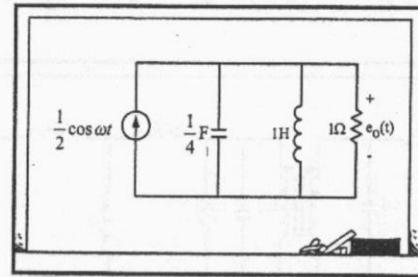
$$e_0(t) = \frac{1}{2} \cos 4t, \omega = 4 \quad (1)$$

$$e_0(t) = \frac{1}{4} \cos 4t, \omega = 4 \quad (2)$$

$$e_0(t) = \frac{1}{2} \cos 2t, \omega = 2 \quad (1)$$

$$e_0(t) = \frac{1}{4} \cos 2t, \omega = 2 \quad (2)$$

به نظرم اگر طرف چپ مدار را منتقل کنیم بهتر است که  $e_0(t)$  هم عوض نشود.



زمانی که تشدید در LC موازی روی دهد، مدار باز می شود و کل جریان از مقاومت  $1\Omega$  می گذرد و  $e_0(t)$  مأذکریم خواهد بود. پس:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} \times 1}} = 2 \text{ rad/sec} \Rightarrow e_0(t) = \frac{1}{2} \cos 2t$$

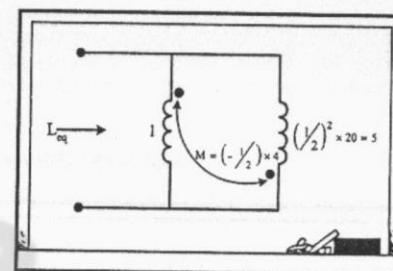
پس گزینه ۱ درست است.



در این مدار هم می توانیم از انتقال دادن طرفین استفاده کنیم؟



پس مدار به صورت زیر درست آید:



$$L = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \Gamma = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \\ 5-4 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{eq} = 5 + 1 - 2 \times 2 = 2 \Rightarrow L_{eq} = 0.5 H$$

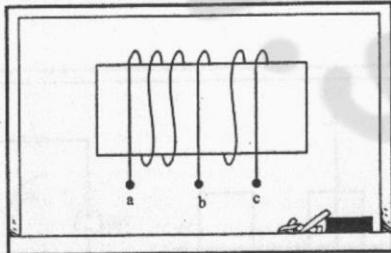
پس گزینه ۲ درست است.

## مدارهای با القای متقابل (تزویج)

$$\varphi = \frac{11}{6} i_1 = \frac{11}{6} i \Rightarrow L_{eq} = \frac{11}{6} H$$

پس گزینه ۲ درست است.

۱۶- در سلفهای تزویج شده شکل مقابله اندوکتانس خودالقایی  $ac$  برابر  $L_1$  ، اندوکتانس خود القایی  $bc$  برابر  $L_2$  ، اندوکتانس خودالقایی  $ab$  برابر  $L'_1$  ، اندوکتانس مقابله بین  $ac$  و  $bc$  برابر  $M$  ، اندوکتانس مقابله بین  $ab$  و  $bc$  برابر  $M'$  است. کدامیک از روابط زیر صادق است؟  
(مهندسی برق ۷۶)



$$L_1 = L'_1 + M + L_2, M = L_1 + M' \quad (۱)$$

$$L_1 = L'_1 + 2M + L_2, M = L_2 + M' \quad (۲)$$

$$L_1 = L'_1 + 2M + L_2, M = L_1 + M' \quad (۳)$$

سلفهای که سری هستند و جریان همگی یکسان.



پس خیلی راحت و لذت‌بخش شار تمام سلفهای را می‌توانیم به دست آوریم، برای هر کدام از سلفهای هر جا اسماشان به نام

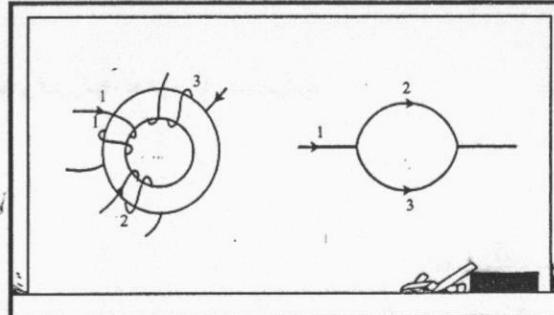
اندوکتانس خودی یا مقابله آمده است را می‌نویسیم:

$$V_{ab} = (L'_1 + M') \frac{di}{dt}$$

$$V_{bc} = (L_2 + M + M') \frac{di}{dt}$$

$$V_{ac} = (L_1 + M) \frac{di}{dt}$$

۱۵- در شکل زیر مقدار ضربی خودالقایی هر کدام از سلفها  $H$  و قدر مطلق ضربی القای متقابل  $1H$  است. اگر سیم‌بیچ‌ها را به صورت زیر به هم بیندیم ضربی القای خالص مدار چند هاتری است؟  
(مهندسی برق ۶۹)



۱۳/۶

$\frac{13}{6}$

$\frac{11}{6}$

$\frac{8}{6}$

با توجه به جهت جریان‌ها می‌توان علامت ضربی القای متقابل را تشخیص داد و ماتریس  $L$  را نوشت:

$$L = \begin{bmatrix} 2 & +1 & -1 \\ +1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

و از روی ماتریس  $L$  می‌توان ماتریس  $\varphi$  را پیدا کرد:

$$\varphi_1 = 2i_1 + i_2 - i_3$$

$$\varphi_2 = i_1 + 2i_2 - i_3$$

$$\varphi_3 = -i_1 - i_2 + 2i_3$$

اگر  $\varphi$  کل را برابر حساب نکن که همان  $i_1$  است باید  $L$  معادل به دست می‌آید. از نحوه به هم بسته شدن سیم‌بیچ‌ها داریم:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$\varphi_1 = \varphi_2, \varphi_2 = \varphi_3$$



مدارهای با القای متقابل (تزویج)

۴۹۳

$$a_1 = \frac{2}{\pi}$$

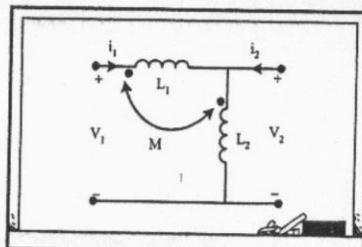
و ماکزیمم مؤلفه  $a_n$  به ازای  $n=1$  به دست می‌آید:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1$$

$$I(j1) = \frac{V(j1)}{1+j} = \frac{\frac{2}{\pi}}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \angle -45^\circ$$

$$\Rightarrow I(j1) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cos(t-45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin(t+45^\circ)$$

پس گزینه ۳ درست است.

۱۸ - مدار شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن  $|M|=1H$  و  $L_2=3H$ ,  $L_1=2H$ 

اگر مدار مذکور معادل سلفهای تزویج شدهای به صورت سلفها (k) در شکل اخیر تقریباً برابر باشد ضرب تزویج سلفها (k) باشد

(۰.۳)

۰.۸۷ (۴)

۰.۵۲ (۳)

۰.۴ (۲)

است با:  
۰.۲۳ (۱)برای بدست اوردن k, L1, L2, M و احتیاج داریم، پس باید با  $K\phi L$  زدن  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  را پیدا کنیم

$$\varphi_1 = 2i_1 + i_2 + 3i_2 + i_1$$

مدارهای الکتریکی ۱

۴۹۲

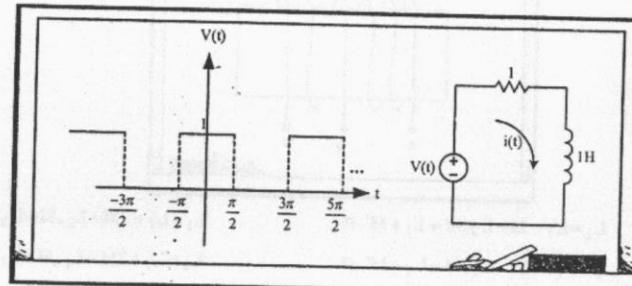
و از روی شکل هم مشخصه که  $V_{ac} = V_{ab} + V_{bc}$  پس:

$$L_1 + M = L'_1 + M' + L_2 + M + M' \Rightarrow L_1 = L'_1 + 2M' + L_2$$

پس گزینه ۴ درست است.

۱۷ - در مدار شکل زیر ورودی  $V(t)$  و پاسخ مدار ( $i(t)$ ) است. معادله بزرگ‌ترین مؤلفه  $ac$  در پاسخ برابر است با:

(۰.۶) مهندسی برق



$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sin(t-45^\circ) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\pi\sqrt{2}} \cos(t-45^\circ) \quad (۱)$$

$$\frac{2}{\pi} \sin(t-45^\circ) \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin(t+45^\circ) \quad (۳)$$

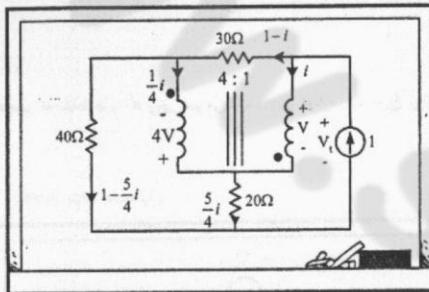
برای به دست اوردن مؤلفهای  $ac$  باید از سری فوریه استفاده کنیم.جالبه، اجازه بدم من ادامه بدم. چون تابع زوج است فقط  $a_n = 0$  دارد و  $b_n = 0$  است، پس داریم:

$$T = 2L = 2\pi$$

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L V(t) \cos \frac{n\pi}{L} t \, dt = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 \times \cos nt \, dt = \frac{2}{\pi} \frac{\sin nt}{n} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi n} \sin \frac{n\pi}{2}$$



حالا یک ولتاژ و جریان فرضی یک سر ترانس در نظر بگیریم و شروع کنیم به KCL بازی و KVL زدن:



$$\text{KVL: } V + 4V = 30(1-i) \Rightarrow V = 6 - 6i$$

$$\text{KVL: } V + 20\left(\frac{5}{4}i\right) = 30(1-i) + 40\left(1 - \frac{5}{4}i\right) \xrightarrow{V=6-6i} i = \frac{64}{99} \text{ A}$$

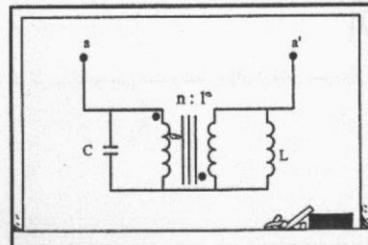
$$\Rightarrow V_1 = V + 20\left(\frac{5}{4}i\right) = 6 - 6i + 25i = 6 + 19\left(\frac{64}{99}\right) = 18.28 \text{ V}$$

$$R = R_{in} = V_1 = 18.28 \Omega$$

پنلراین گزینه ۳ درست است.

۲۰- مدار زیر از سری های aa' با چه فرکانسی به تشدید درخواهد آمد؟ (سلف، خازن و ترانسفورماتور همه ایدهآل فرض می شوند).

(مهندسی برق ۸۴)



۲۱) فرگانس تشدید ندارد.

$$\frac{1}{n\sqrt{LC}} \Omega$$

$$\frac{n}{\sqrt{LC}} \Omega$$

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} \Omega$$



جریانی که از  $L_2$  در این مدار می گذرد که  $2\angle 0^\circ$  نیست،  $i_1$  و  $i_2$  مجموعاً از  $L_2$  می گذرند و برای شار سلفهای تزویج

همیشه می گوییم اندوکتانس خودی در جریان خودش بعلاوه اندوکتانس متقابل در جریان آن یکی متفاوت است:

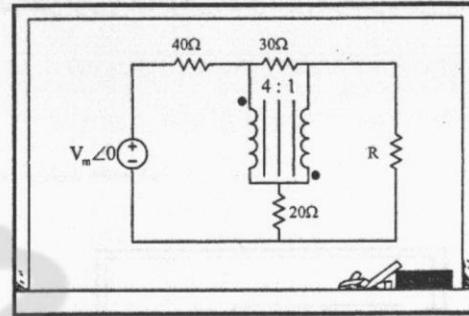
$$\begin{cases} \varphi_1 = 2i_1 + 1(i_1 + i_2) + 3(i_1 + i_2) + li_1 = 7i_1 + 4i_2 \\ \varphi_2 = 3(i_1 + i_2) + li_1 = 4i_1 + 3i_2 \end{cases} \Rightarrow L_{1t} = 7, M_t = 4, L_{2t} = 3$$

حالا در فرمول k جایگزین کنیم:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{4}{\sqrt{3 \times 7}} = 0.87$$

(۸۳) (مهندسی برق)

۱۹- در مدار زیر مقاومت R را جقدر انتخاب کنیم تا بیشترین توان به آن منتقل شود؟



21.34Ω (۴)

18.28Ω (۳)

15.76Ω (۲)

12.54Ω (۱)



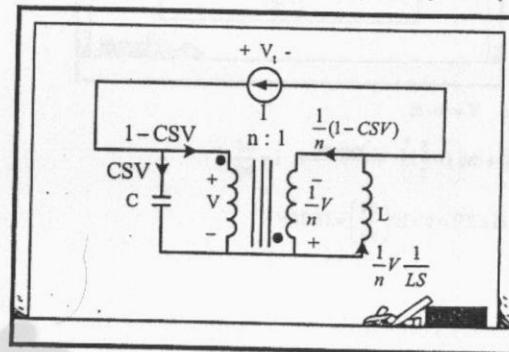
برای بدست آوردن مقاومت از دو سر R فکر می کنم باید از  $i_1$  و  $V_1$  استفاده کنیم و طرفین ترانس را نمی توانیم انتقال

دهیم. پس منبع ولتاژ را اتصال کوتاه می کنیم و به جای R منبع جریان یک آمپر قرار دهیم.

نمی توانیم طرفین ترانس را انتقال دهیم و بعد آمپداتس معادل را بدست آوریم؟



لاپلاس یا فازور و باز هم KCL و KVL بازی جلسه اول:

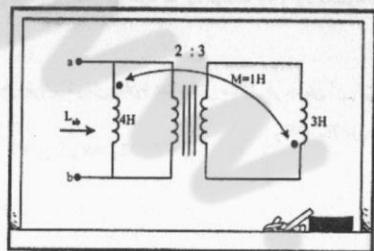


$$\text{KCL: } 1 + \frac{1}{n}(1-\text{CSV}) - \frac{1}{n} \frac{V}{LS} = 0 \Rightarrow V = \frac{(1+n)LS}{1+LCS^2}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = V_t = V + \frac{1}{n} V = \frac{(1+n)^2 LS}{n(1+LCS^2)}$$

اگر به جای  $S$  قرار دهیم می بینیم که  $Z_{in}$  موهومی است و فقط به لزای فرکانس صفر، برابر صفر می شود، پس مدار فرکانس تشدید ندارد.

۲۱ - در مدار شکل زیر سلف معادل دیده شده از دو سر a و b ( $L_{ab}$ ) چند هانری است؟



$\frac{1}{5} (4)$

$\frac{3}{2} (3)$

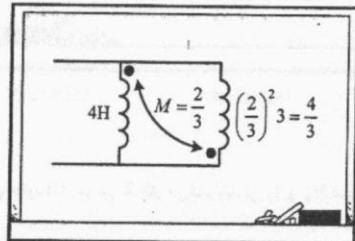
$\frac{9}{24} (2)$

$\frac{11}{15} (1)$

قرار بود آندوکتانس خودی را مانند آمپداتس ها انتقال دهیم و آندوکتانس متقابل را مانند ولتاژها.



پس مدار این طوری ساده می شود:



$$L = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \Gamma_{ab} = \frac{9}{44} \left( \frac{4}{3} + 4 + 2 \left( \frac{2}{3} \right) \right) = \frac{15}{11} \Rightarrow L_{ab} = \frac{1}{\Gamma_{ab}} = \frac{11}{15} H$$



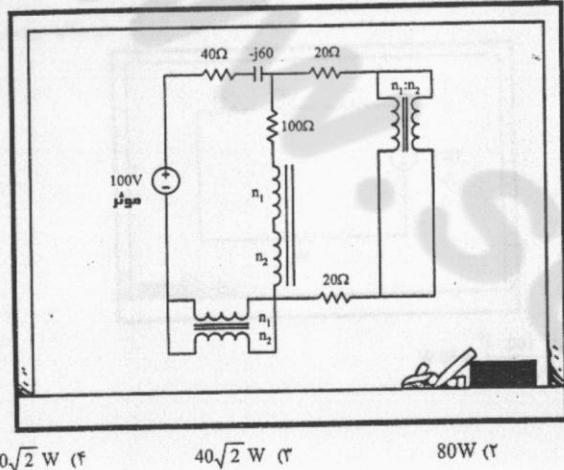
۴۹۹

و چون جریان حالت دائمی  $Z$  برابر صفر بوده است، باید بهجای  $S$ ، صفر قرار دهیم و داریم:

$$M = R^2 C$$

(۸۷) مهندسی برق

۲۲ - در مدار مقابل نسبت  $\frac{n_1}{n_2} = 5$  می‌باشد. مقدار توان مصرفی مدار چقدر خواهد شد؟



$$80\sqrt{2} \text{ W}$$

$$40\sqrt{2} \text{ W}$$

$$80 \text{ W}$$

$$40 \text{ W}$$



در دو تا از ترانسفورماتورها سرهای اول و دوم موازی شده‌اند، یعنی:

$$V_1 = V_2$$

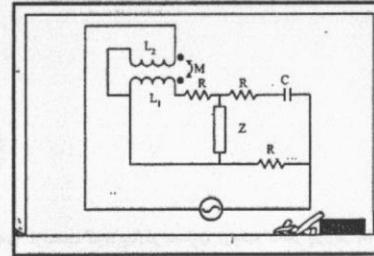
و از طرف دیگه داریم:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} = 5$$

و اگر بخواهیم هم‌زمان هر دو رابطه  $V_1 = 5V_2$  و  $V_1 = V_2$  برقرار باشد، باید  $V_1 = V_2 = 0$  باشد.

۲۲ - در مدار شکل زیر جریان حالت دائمی عبوری از بار  $Z$  برابر با صفر است. مقدار ضربی اندوکتانس مقابل  $M$  چقدر است؟

(۸۸) مهندسی برق



$$\frac{L_2 R^2 C}{L_1} \quad (\text{۶})$$

$$\frac{L_1 L_2}{R^2 C} \quad (\text{۷})$$

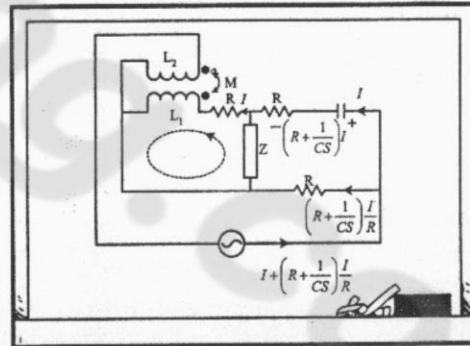
$$\frac{L_1 + L_2}{2} \quad (\text{۸})$$

$$R^2 C \quad (\text{۹})$$

مثل مقاومت‌ها برای  $Z$  هم اگر جریانش صفر باشد، ولتاژش هم صفر می‌شود.



بله، حالا یک جریان فرضی در نظر می‌گیریم و شروع می‌کنیم با آن KCL و KVL بازی کردن:

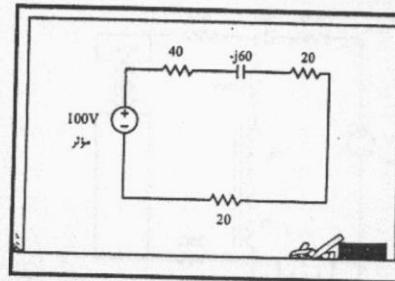


$$\text{KVL: } RI + L_1 SI - MS \left( I + \left( R + \frac{1}{CS} \right) \frac{I}{R} \right) = 0 \Rightarrow M = \frac{(R + L_1 S)RC}{(2RCS + 1)}$$



پس زمانی که سرهای اول و دوم ترانس با هم سری می‌شوند،  $I_1 = I_2 = 0$  در نتیجه  $I_1 = I_2 = -\frac{1}{5}I_2$

است. پس مدار به صورت زیر خواهد بود:



$$P = R|I|^2 = (40 + 20 + 20) \left| \frac{100}{80 - j60} \right|^2 = 80 \text{ W}$$

## منابع

1. نظریه اساسی مدارها و شبکه‌ها، ارنست کوه، چارلز دسور، ترجمه دکتر پرویز جبهدار مارالانی، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ سوم، ۱۳۸۰.
2. L.O.Chua, C.A.Desoer and E.S.Kuh, Linear and Nonlinear Circuits, McGraw Hill, 1987.
3. W.H.Hayt and J.E.Kemmerly, Engineering Circuit Analysis, 5<sup>th</sup> Edition, McGraw Hill, 1993.
4. J.W.Nilsson, Electric Circuits, 4<sup>th</sup> Edition, Addison Wesley, 1993.
5. R.A.Rohrer, Circuit Theory, An Introduction to State Variable Approach, McGraw Hill, 1970.