بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

پاسخ تمرین سری دوم مبانی و کاربردهای هوش مصنوعی

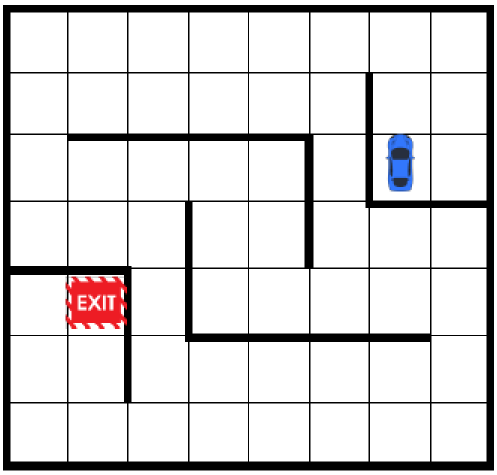
«فصل سوم»

نیم‌سال اول ۱۳۹۹–۱۳۹۸

۱- فرض کنید یک خودروی بدون سرنشین هوشمند در محیطی مانند شکل زیر قرار دارد. در هر لحظه، جهت خودرو می‌تواند به یکی از جهات شمال، جنوب، شرق یا غرب باشد. اعمال عامل عبارتند از:

- *Right*: دور زدن به سمت راست که جهت خودرو را ۹۰ درجه به سمت راست تغییر می دهد.
- *Left*: دور زدن به سمت چپ که جهت خودرو را ۹۰ درجه به سمت چپ تغییر می دهد.
- *Fast*: با انجام این عمل در هر مکان سرعت خودرو یک واحد افزایش داده شده و خودرو در جهت قرار گرفته به تعداد خانه‌ای برابر با میزان سرعت خودرو جابه‌جا می‌شود.
- *Slow*: با انجام این عمل در هر مکان سرعت خودرو یک واحد کاهش داده شده و خودرو در جهت قرار گرفته به تعداد خانه‌ای برابر با میزان سرعت خودرو جابه‌جا می‌شود.

اعمال دور زدن تنها در حالتی که خودرو متوقف باشد امکان‌پذیر است. هر عملی که منجر به تصادف خودرو با موانع شود، غیرمجاز تلقی می‌گردد. همچنین اعمالی که باعث منفی شدن سرعت و یا تجاوز آن از حداکثر سرعت v_{max} شوند نیز مجاز نیستند. هدف، رسیدن خودرو به نقطه خروج با کمترین تعداد عمل است.



الف) اگر محیط یک جدول $M \times N$ باشد، با فرض آن‌که تمامی حالت‌ها از حالت ابتدایی قابل دسترسی باشند، اندازه کل فضای حالت چقدر است؟ توضیح دهید.

پاسخ) ماشین می‌تواند در هر یک از چهار خانه و با هر جهتی باشد همچنین ممکن است با هر سرعتی بین صفر تا $V_{\max}$ باشد. بنابراین هر وضعیت را می توان با چهارتایی مانند $(direction\ facing, x, y, speed)$ نمایش داد. درنتیجه فضای حالت $4MN(V_{\max} + 1)$ است.

ب) درصورتی که اعمال غیرمجاز توسط تابع انتقال حذف شوند، حداکثر ضریب انشعاب چقدر است؟

پاسخ) حداکثر ضریب انشعاب ۳ است که در حالتی اتفاق می‌افتد که ماشین متوقف است. مجموعه اعمالی که در این وضعیت می‌توان انجام داد چرخش به راست *Right*، چرخش به چپ *Left* و افزایش یک واحدی سرعت *Fast* است.

ج) آیا فاصله منهتن می‌تواند به عنوان یک تابع هیوریستیک قابل قبول (admissible) برای حل این مسئله استفاده گردد؟ چرا؟

پاسخ) خیر، زیرا عامل می‌تواند با سرعت متوسط بیشتر از ۱ حرکت کند و با کم و زیاد کردن سرعت، سریعا به مقصد برسد. پس رسیدن به هدف تعداد قدم کمتری نسبت به تعداد مربع‌های میانی بین نقطه شروع و هدف نیاز دارد و درنتیجه فاصله منهتن تابع هیوریستیک مناسبی نیست.

مثال: هدف ۶ خانه فاصله دارد و سرعت عامل ۴ است. با ۴ بار عمل *Slow* میتواند به ترتیب ۳، ۲ و ۱ خانه طی کند و با سرعت ۰ به مقصد برسد. (در این مثال فاصله منهتن ۶ است در حالی که تعداد اعمال لازم ۴ است.)

د) با *relax* کردن شرایط مسئله، دو تابع هیوریسیتک قابل قبول غیربدیهی برای این مسئله پیشنهاد کنید. در مورد سازگار بودن و *dominate* بودن هر یک بحث نمایید.

پاسخ) یک تابع هیوریستیک قابل قبول فاصله منهتن تقسیم بر V_{max} می‌باشد. زیرا در بهترین حالت عامل می‌تواند با سرعت V_{max} حرکت کند و مانعی سر راهش نباشد، اما به دلیل وجود موانع و نبود سرعت V_{max} در تمامی لحظات، تابع هسوریستیک گفته شده از مقدار واقعی کمتر است.

۲- در یک صفحه شطرنجی به ابعاد $n \times n$ تعداد n کامیون در خانه‌های $(1,1)$ تا $(n,1)$ قرار دارند. کامیون‌ها باید به بالاترین سطر اما با ترتیبی معکوس منتقل شوند؛ به‌گونه‌ای که کامیون i که کار خود را از خانه‌ی $(i,1)$ شروع کرده باید در خانه‌ی $(n-i+1,n)$ کارش را تمام کند. در هر مرحله از زمان، هر کدام از n کامیون می‌توانند به جهات بالا، پایین، چپ و راست حرکت کنند یا در جای خود باقی بمانند. اگر یکی از کامیون‌ها سر جای خود باقی بماند تنها یکی از کامیون‌های مجاورش و نه بیشتر از یکی می‌تواند از کنار آن عبور کند. دو کامیون به‌طور همزمان نمی‌توانند در یک خانه باشند.

الف) اندازه این فضای حالت را به‌صورت تابعی برحسب n بیابید.

پاسخ) کامیون اول n^2 حالت، کامیون دوم $n^2 - 1$ حالت و .... و کامیون nام $n^2 - (n-1)$ حالت دارد.

پس فضای حالت $(n^2 - (n-1)) * \ldots * (n^2 - 1) * n^2$ می باشد.

ب) فاکتور انشعاب را به‌صورت تابعی برحسب n محاسبه کنید.

پاسخ) هر یک از n کامیون در هر مرحله ۵ عمل دارند (ماندن سر جای خود و حرکت به ۴ جهت)

پس حداکثر فضای حالت (بدون در نظر گرفتن محدودیت ها) 5^n است.

ج) فرض کنید کامیون i در مختصات (x_i, y_i) قرار داشته باشد. یک تابع هیوریستیک قابل قبول و غیربدیهی h_i برای تعداد حرکات مورد نیاز این کامیون برای رسیدن به هدفش در $(n - i + 1, n)$ بیابید. فرض کنید که هیچ کامیون دیگری بر روی صفحه نیست.

پاسخ) اگر فرض کنیم هیچ کامیون دیگری بر روی صفحه نیست هر کامیون به راحتی می‌تواند با طی کردن فاصله افقی و عمودی از نقطه شروع به هدف خود برسد. این مجموع فاصله، همان فاصله منهتن است که یک هیوریستیک قابل قبول است زیرا تعداد حرکات مورد نیاز در صورت وجود سایر کامیون‌ها بر روی صفحه بیشتر از آن خواهد بود.

د) برای مسئله‌ی رساندن همه n کامیون به مقاصدشان، کدام یک از هیوریستیک‌های زیر قابل قبول می‌باشند؟

$$\sum_{i=1}^{n} h_i \qquad \max\{h_1, \ldots, h_n\} \qquad \min\{h_1, \ldots, h_n\}$$

پاسخ) فرض کنید h_i برابر با فاصله منهتن کامیون i تا مقصد باشد (مطابق با پاسخ سوال قبل).

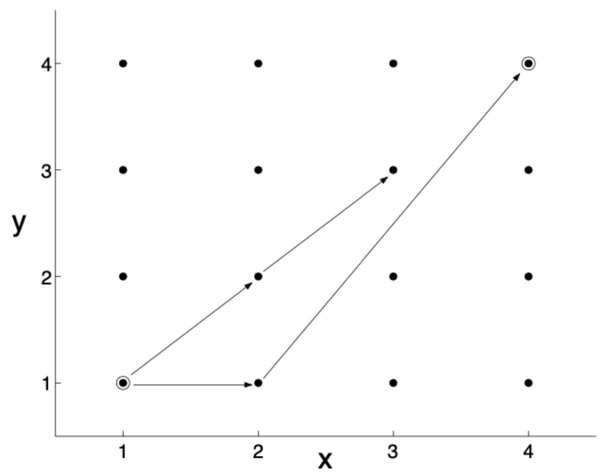
$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} h_i}$: حالتی را در نظر بگیرید که فاصله هر یک از کامیون‌ها با خانه هدف خود فقط یک گام باشد در این صورت با توجه به آن که کامیون‌ها می‌توانند به طور هم‌زمان حرکت کنند تعداد گام رسیدن به هدف یک است. این در حالی است که مجموع هیوریستیک‌ها برابر با n خواهد بود که از مقدار واقعی رسیدن به هدف بیشتر است. پس این هیوریستیک غیرقابل قبول است.

$\max\{h_1, \dots, h_n\}$: با در نظر گرفتن حرکت همزمان کامیون‌ها، حداقل به اندازه کامیونی که از همه دوتر است باید برای رسیدن به هدف عمل انجام داد. پس این هیوریستیک قابل قبول است.

$\mathbf{min\{h_1, \dots, h_n\}}$: این هیوریستیک نیز قابل قبول است. اما هیوریستیک $\max\{h_1, \dots, h_n\}$ این هیوریستیک را dominate می‌کند.

۳- فرض کنید مسئله جستجویی در اختیار داریم که مجموعه حالات آن حداکثر ۱۶ نقطه با مختصات صحیح در فضای دوبعدی $(x, y) \in [1,4] \times [1,4]$ و حالات اولیه و هدف به‌ترتیب مختصات (۱،۱) و (۴،۴) است. در هر یک از نقاط یک یا دو حرکت مجاز وجود دارد. به‌عبارت بهتر، عامل از نقطه (x, y) می‌تواند با انجام یک حرکت به یکی از نقاط (x_1, y_1) یا (x_2, y_2) منتقل شود که برای آن باید $y_1 \neq y_2$ باشد. هزینه رفتن از یک حالت به حالت دیگر برابر با فاصله اقلیدسی میان نقاط درنظر گرفته شده است. فضای حالتی را نشان دهید که در آن DFS و BFS کارآمدتر از A* با هیوریستیک اقلیدسی عمل کند. از فاصله اقلیدسی تا هدف به عنوان یک هیوریسیتک برای A* استفاده کنید.

پاسخ)



DFS: در هر مرحله گره ای برای بسط انتخاب می‌شود که بیشترین عمق را دارا باشد و آزمون هدف هنگام بسط گره انجام می‌شود.

در ابتدا با بسط گره (۱،۱) دو گره (۲،۲) و (۲،۱) تولید می‌شوند، سپس گره (۲،۱) برای بسط انتخاب شده و گره (۴،۴) تولید می‌شود. در مرحله آخر گره (۴،۴) برای بسط انتخاب می‌شود که هدف می‌باشد. در این حالت با ۳ قدم به جواب رسیدیم.

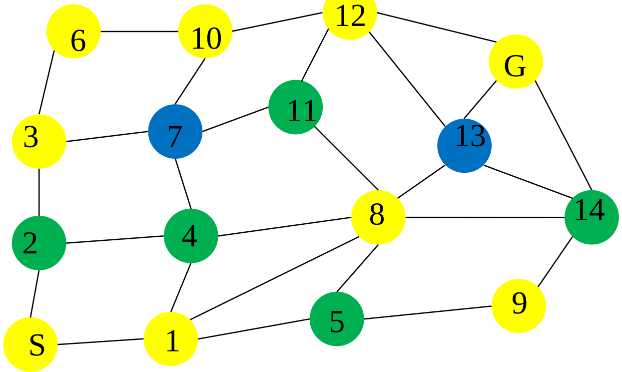
BFS: در هر مرحله گره ای برای بسط انتخاب میشود که کمترین عمق را دارا باشد و آزمون هدف هنگام تولید گره انجام می‌شود.

در ابتدا با بسط گره (۱،۱) دو گره (۲،۲) و (۲،۱) تولید می‌شوند که هیچ کدام هدف نیستند، سپس گره (۲،۱) برای بسط انتخاب شده و گره (۴،۴) که هدف است تولید می‌شود. در این حالت با ۲ قدم به جواب رسیدیم.

A*: در هر مرحله گره‌ای برای بسط انتخاب می‌شود که مجموع فاصله آن از ریشه و فاصله تخمینی آن تا هدف کم‌تر باشد. آزمون هدف هنگام بسط گره انجام می‌شود.

در ابتدا با بسط گره (۱،۱) دو گره (۲،۲) و (۲،۱) به‌ترتیب با $f=\sqrt{2}+\sqrt{8}$ و $f=1+\sqrt{13}$ تولید می‌شوند. گره (۲،۲) مقدار کم‌تری دارد پس برای بسط انتخاب شده و فرزند (۳،۳) را با $f=\sqrt{2}+\sqrt{2}$ تولید می‌کند. چون (۳،۳) مقدار f کمتری نسبت به (۲،۱) دارد برای بسط انتخاب می‌شود. در مراحل بعد نیز به‌ترتیب گره‌های (۲،۱) و (۴،۴) برای بسط انتخاب می‌شوند که گره آخر هدف بوده و جستجو با ۵ قدم به جواب می‌رسد.

۴- فرض کنید یک گراف داریم که هر گره آن، یکی از ۳ نوع دشت، جنگل، و آب است. شخصی می‌خواهد از نقطه‌ی جنوب غربی نقشه به دوستش در نقطه‌ی شمال شرقی برسد. او از آب نمی‌تواند عبور کند و سرعت حرکت او در دشت دو برابر سرعت حرکتش در جنگل است و می‌خواهد در کم‌ترین زمان ممکن به مقصد برسد. وزن یال‌ها بدین صورت‌اند که اگر دو سر یک یال، دشت باشند، وزن یال ۱، اگر یک سرش دشت و سر دیگرش جنگل باشد ۲ و اگر هر دو سرش جنگل باشد، ۴ است. وزن یالی که یک سرش آب است، برای این شخص بینهایت است. نقطه‌ی S ، محل شروع و G هدف است.



فرض کنید نقشه به‌صورتی باشد که در روبه‌رو آمده است به‌گونه‌ای‌که رنگ‌های زرد، سبز و آبی به‌ترتیب دشت، جنگل و دریاچه را نشان می‌دهد.

الف) اگر تابع هزینه A* را به‌صورت زیر تعریف کرده باشیم، چه مقداری را برای پارامتر α پیشنهاد می‌دهید؟

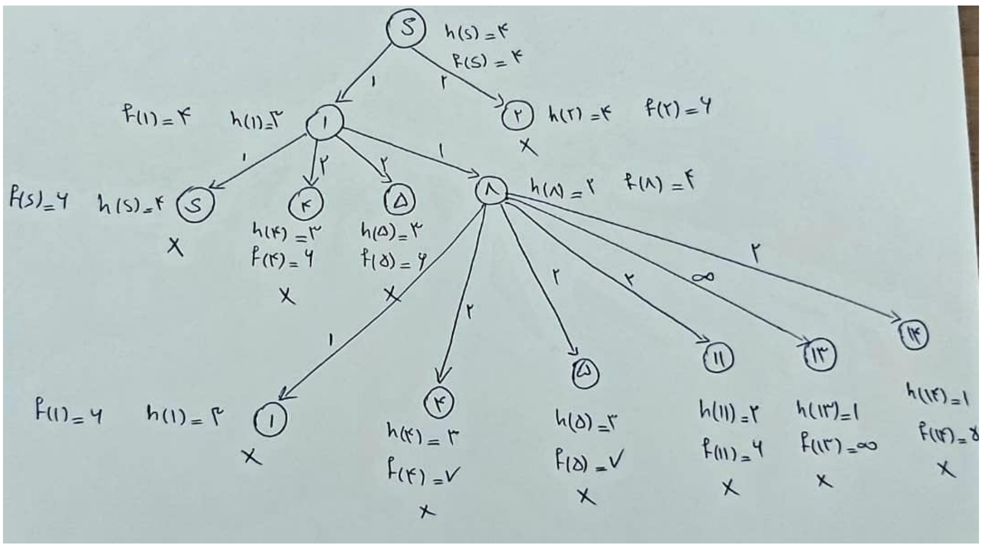
پاسخ) اگر $\alpha = 0$ باشد، جستجوی حریصانه و اگر ۱ باشد جستجوی هزینه یکنواخت می‌باشد. بهترین مقدار برای α مقدار 0.5 می‌باشد زیرا مقدار g + h که همان f برای تابع A* است را با یک ضریب 0.5 که در مقایسه مقادیر تاثیر ندارد در نظر می‌گیرد.

ب) یک تابع هیوریستیک برای این مسئله ارائه دهید. (راهنمایی: فرض کنید فاصله‌ی گره‌ها را با فرض ۱ بودن وزن همه‌ی یال‌ها داریم.)

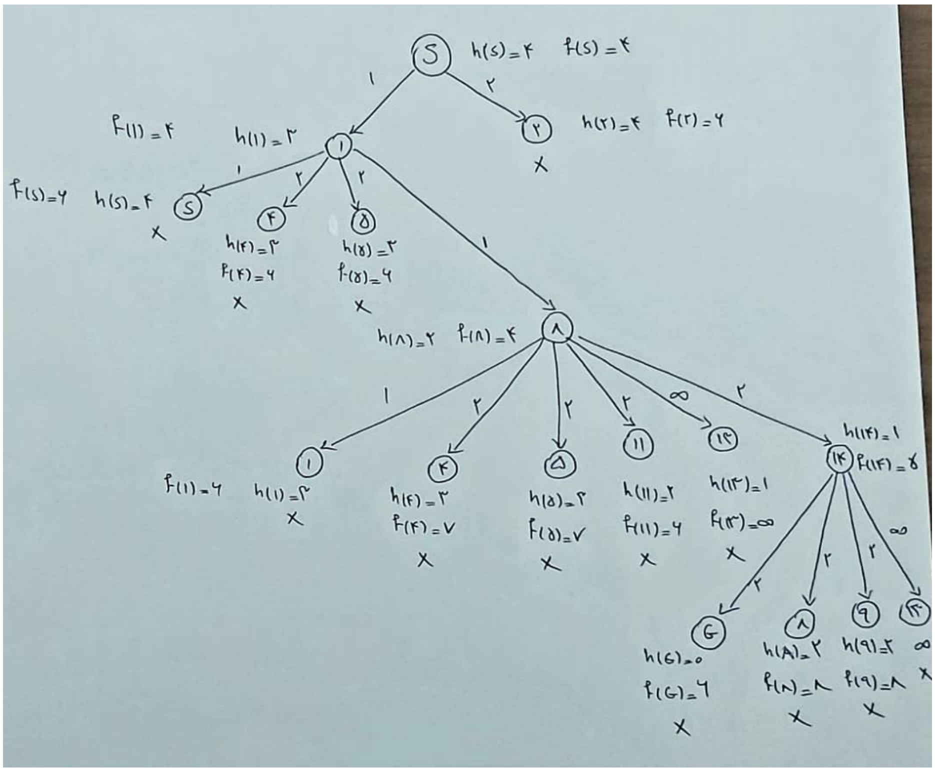
پاسخ) با فرض آن‌که تمامی گره‌های گراف دشت باشد وزن تمامی یال‌ها کم‌ترین مقدار ممکن یعنی یک خواهد بود. با توجه به راهنمایی گفته شده، کم‌ترین فاصله میان یک گره تا گره هدف را با فرض یک بودن وزن یال‌ها داریم و می‌توان آن را برابر با مقدار هیوریستیک درنظر گرفت. برای مثال هیوریستیک گره ۸ و ۱۰ هر دو برابر با ۲ و هیوریستیک گره ۱ و ۴ هر دو برابر با ۳ درنظر گرفته شده است. این هیوریستیک به دلیل یک نبودن وزن واقعی یال‌ها همیشه کمتر مساوی مقدار اصلی رسیدن از یک گره به هدف خواهد بود و درنتیجه قابل قبول است.

ج) الگوریتم IDA* را تا ۴ مرحله (یعنی ۴ بار تمام شدن گره‌های قابل گسترش با upper bound فعلی) اجرا کنید و دنباله‌ی حالات بررسی‌شده در هر مرحله و upper bound هر مرحله را بنویسید.

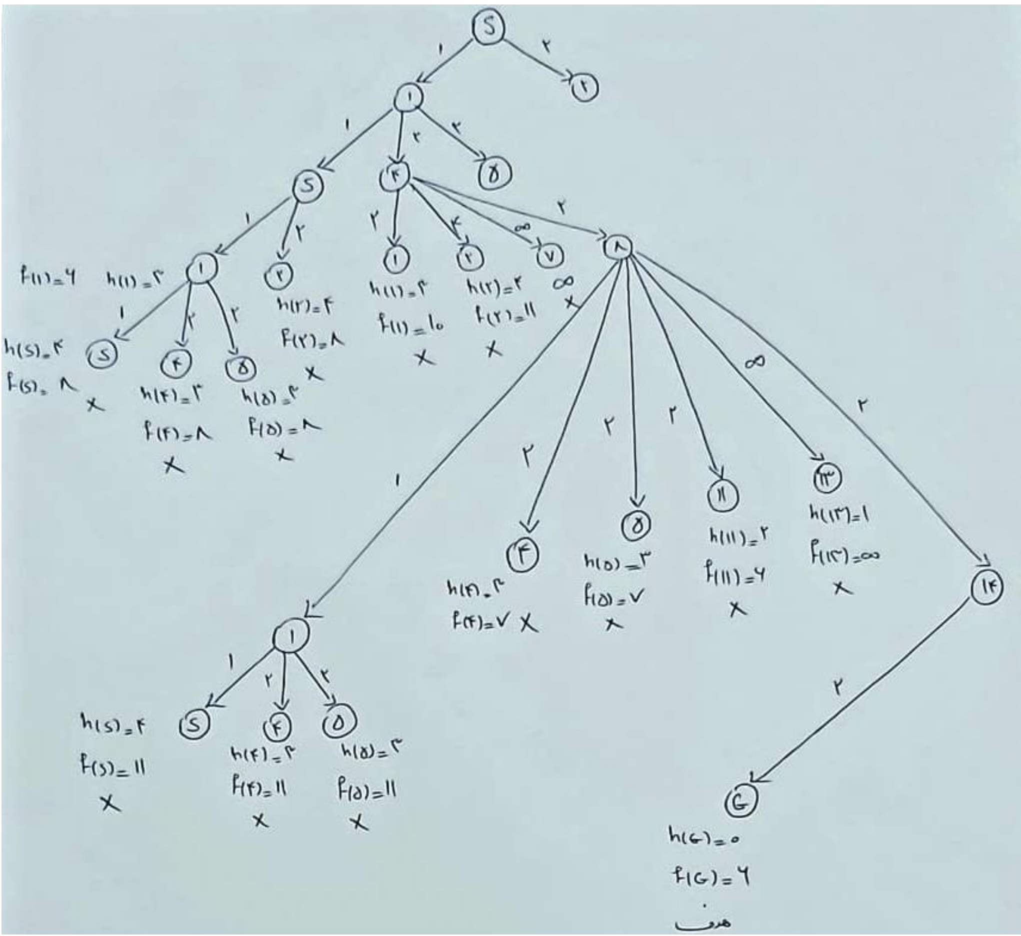
پاسخ: در ابتدا f_limit را برابر ۴ قرار می‌دهیم.



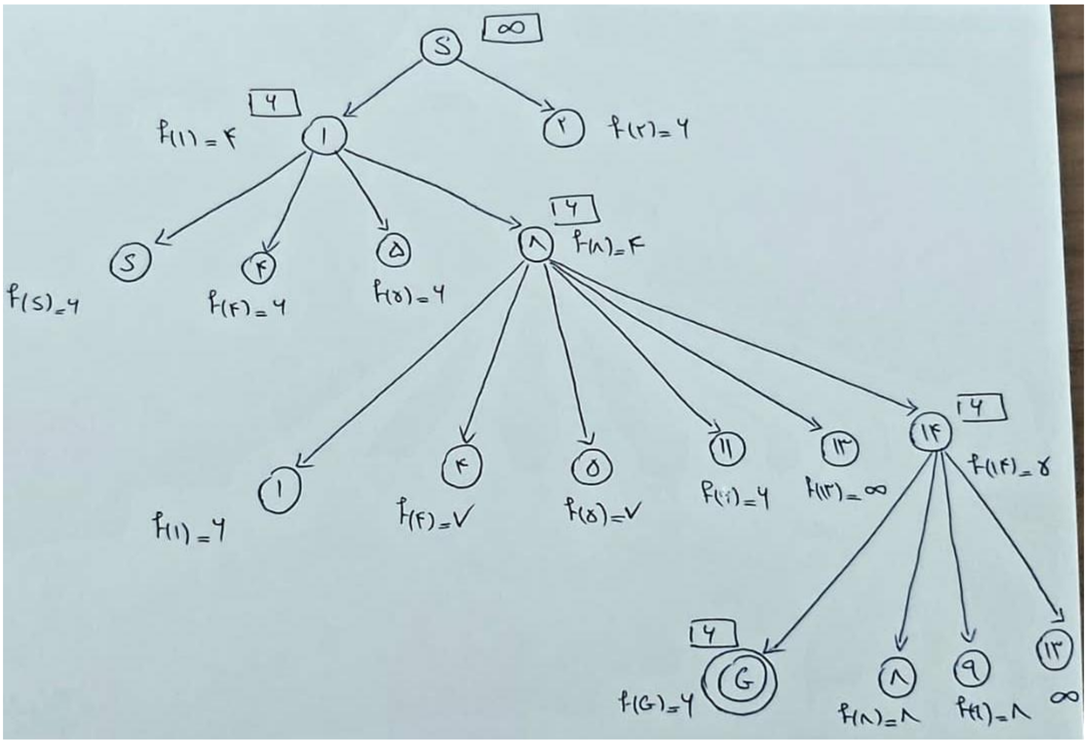
در مرحله بعد f_limit برابر با ۵ قرار داده می‌شود.



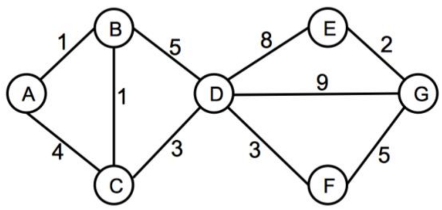
درنهایت f_limit برابر با ۶ شده و جواب یافت می‌شود.



د) ترتیب تولید و گسترش گره‌ها را با استفاده از روش RBFS مشخص کنید.



۵- گراف فضای حالت زیر را در نظر بگیرید. A حالت شروع و G حالت هدف است. هزینه هر یال بر روی گراف مشخص شده است. هر یال می‌تواند در هر دو جهت پیمایش شود. توجه داشته باشید هیوریستیک h_1 سازگار و هیوریستیک h_2 ناسازگار است.

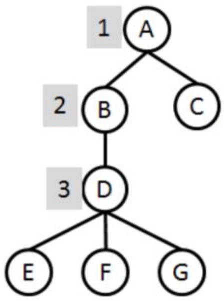


Node	h_1	h_2
A	9.5	10
B	9	12
C	8	10
D	7	8
E	1.5	1
F	4	4.5
G	0	0

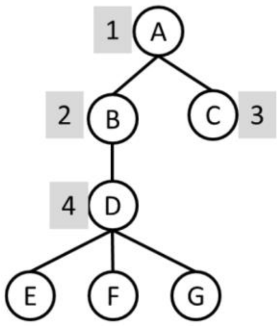
الف) برای هر یک از استراتژی‌های جستجوی گرافی (و نه درختی) ذکر شده در جدول زیر مشخص کنید کدام مسیر (در صورت وجود) می‌تواند برگشت داده شود. توجه داشته باشید برای برخی از استراتژی‌های جستجو، مسیر برگشتی ممکن است وابسته به ترتیب ملاقات گره‌ها باشد. در چنین مواردی تمامی مسیرهای ممکن را انتخاب کنید.

توجه: انتخاب هر یک از مسیرها بدون ذکر دلیل و یا انجام جستجو، قابل قبول نخواهد بود.

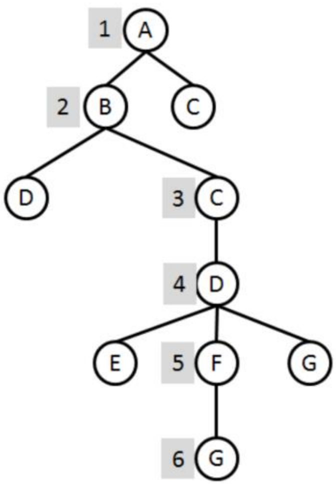
پاسخ) جستجوی اول عمق: با توجه به ترتیب ملاقات گره‌ها هر یک از سه مسیر ممکن است تولید شود.



جستجوی اول سطح: با توجه به ترتیب ملاقات گره‌ها دو مسیر اول ممکن است تولید شود.



جستجوی هزینه یکنواخت: با توجه به بهینه بودن این الگوریتم بهترین جواب (کم‌هزینه‌ترین مسیر) برگشت داده می‌شود.



جستجوی *A: ترتیب بسط گره ها با هیوریستیک اول مشابه با جستجوی هزینه یکنواخت می شود. و با توجه به سازگار بودن این هیوریستیک جواب بهینه را برمی گرداند.

Search Algorithm	A-B-D-G	A-C-D-G	A-B-C-D-F-G
Depth first search	*	*	*

Breadth first search	*	*	
Uniform cost search			*
A* search with heuristic h1			*
A* search with heuristic h2			*

ب) فرض کنید شما تابع هیوریستیک جدید h_3 را به صورت زیر تکمیل کرده‌اید. همه مقادیر به جز $h_3(B)$ مشخص شده‌اند.

Node	A	B	C	D	E	F	G
h_3	10	?	9	7	1.5	4.5	0

برای هر یک از شرایط زیر مجموعه مقادیر ممکن برای $h_3(B)$ را به شکل بازه بنویسید.

- چه مقادیری از $h_3(B)$ باعث قابل قبول بودن h_3 می‌شود؟

پاسخ) مقدار جواب باید کوچکتر مساوی فاصله واقعی و مینیمم B باشد (۵+۳+۳+۱). پس مقدار $0 \le h(B) \le 12$ جواب است.

- چه مقادیری از $h_3(B)$ باعث سازگار بودن h_3 می‌شود؟

پاسخ) باید شرط سازگاری برای تمامی یال هایی که B یک سر آن است برقرار باشد.

$$h(A) \le c(A, B) + h(B)$$
$$h(B) \le c(B, A) + h(A)$$
$$h(C) \le c(C, B) + h(B)$$
$$h(B) \le c(B, C) + h(C)$$
$$h(D) \le c(D, B) + h(B)$$
$$h(B) \le c(B, D) + h(D)$$

که اشتراک تمامی نامساوی های بالا $9 \le h(B) \le 10$ میشود.

- چه مقادیری از $h_3(B)$ باعث می‌شود جستجوی گرافی A* گره‌ها را به ترتیب A، C، B و D گسترش دهد.

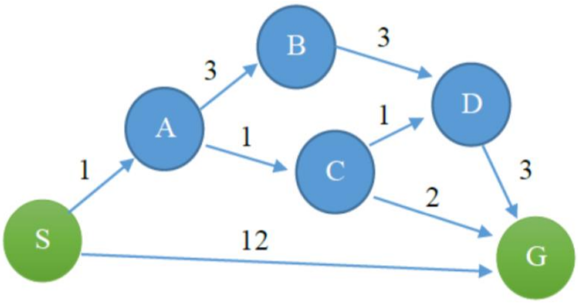
پاسخ) $1 + h(B) > 13$ (C قبل از B)

$1 + h(B) < 14$ (B قبل از D)

اشتراک دو مورد فوق $12 < h(B) < 13$ است.

۶- الگوریتم *SMA را با در نظر گرفتن تنها دو خانه حافظه بر روی گراف زیر اجرا کنید.

Node	S	A	B	C	D	G
h	4	3	6	2	3	0



پاسخ)