



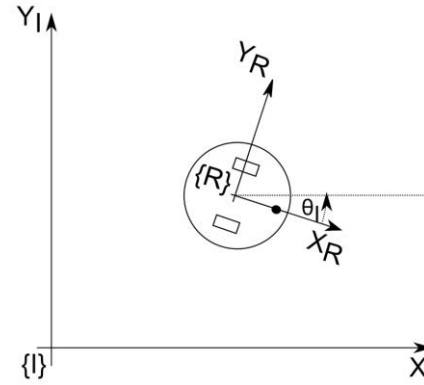
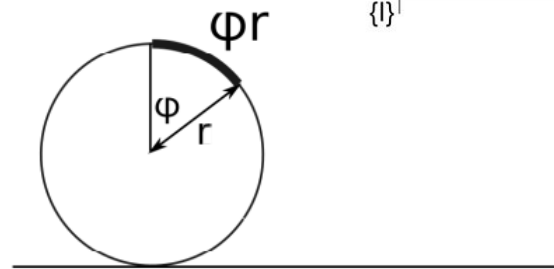
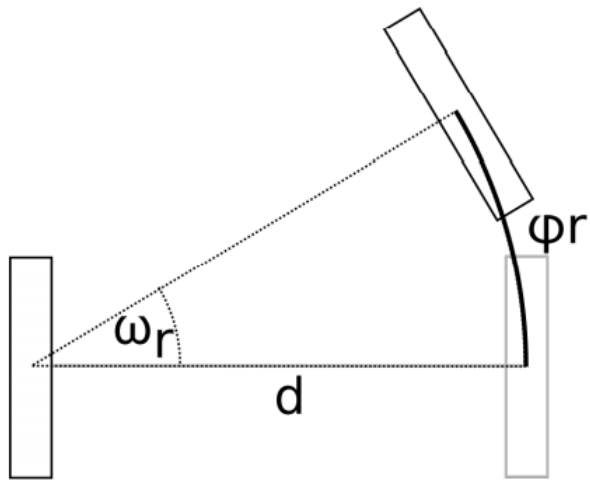
اصول علم ربات – مبحث ۴-۴

Fundamentals of Robotics

دکتر جوانمردی

زمستان ۹۹

سینماتیک مستقیم ربات دیفرانسیلی differential wheel robot



$$\dot{x}_R = \frac{r\dot{\phi}_l}{2} + \frac{r\dot{\phi}_r}{2}$$

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{\phi}_r r}{d} - \frac{\dot{\phi}_l r}{d}$$

$$\omega_r d = \phi_r r$$

$$\dot{\xi}_I = {}^I_R T(\theta) \dot{\xi}_R$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{r\dot{\phi}_l}{2} + \frac{r\dot{\phi}_r}{2} \\ 0 \\ \frac{\dot{\phi}_r r}{d} - \frac{\dot{\phi}_l r}{d} \end{pmatrix}$$

از سینماتیک مستقیم به اودومتری

$$\dot{\xi}_I = {}^I_R T(\theta) \dot{\xi}_R$$

- سینماتیک مستقیم ← رابطه بین **سرعت دوران چرخ‌ها** و **سرعت ربات** در فریم $\{I\}$
- Odometry: محاسبه موقعیت ربات در فریم $\{I\}$ از روی سرعت آن
- انتگرال گرفتن از رابطه سرعت بین زمان 0 تا T
- کامپیوتر ربات با زمان گسسته کار میکند ← تبدیل انتگرال به جمع یا یک حلقه for

$$\begin{pmatrix} x_I(T) \\ y_I(T) \\ \theta(T) \end{pmatrix} = \int_0^T \begin{pmatrix} \dot{x}_I(t) \\ \dot{y}_I(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{pmatrix} dt \approx \sum_{k=0}^{k=T} \begin{pmatrix} \Delta x_I(k) \\ \Delta y_I(k) \\ \Delta \theta(k) \end{pmatrix} \Delta t$$

از سینماتیک مستقیم به اودومتری

$$\begin{pmatrix} x_I(T) \\ y_I(T) \\ \theta(T) \end{pmatrix} = \int_0^T \begin{pmatrix} \dot{x}_I(t) \\ \dot{y}_I(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{pmatrix} dt \approx \sum_{k=0}^{k=T} \begin{pmatrix} \Delta x_I(k) \\ \Delta y_I(k) \\ \Delta \theta(k) \end{pmatrix} \Delta t$$

• رابطه فوق یک تقریب از مکان ربات است

• هرچه Δt بزرگتر باشد خطای تقریب بیشتر خواهد ← امکان تغییر سرعت ربات در آن بازه

$$x_I(k+1) = x_I(k) + \Delta x(k)$$

$$\Delta x(k) \approx \dot{x}_I(t)$$

سینماتیک مستقیم فرمان شبیه به خودرو

• ربات‌های دیفرانسیلی از گزینه‌های محبوب در رباتیک

(1) ساخت و کنترل آسان

(2) non-holonomic است اما با چرخش heading در راستای هدف و جابجایی مستقیم می‌تواند holonomic را شبیه‌سازی کند

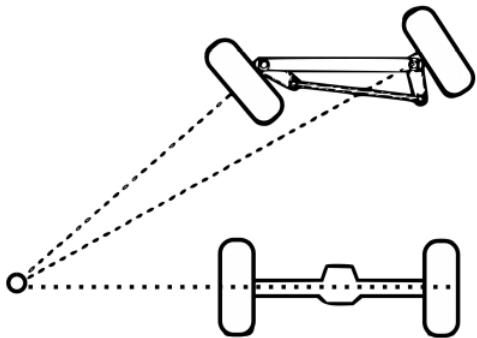
• چالش‌های ربات دیفرانسیلی

(1) پیمودن مسیر مستقیم ← نیازمند هماهنگی بسیار بالا بین سرعت دوران دو چرخ

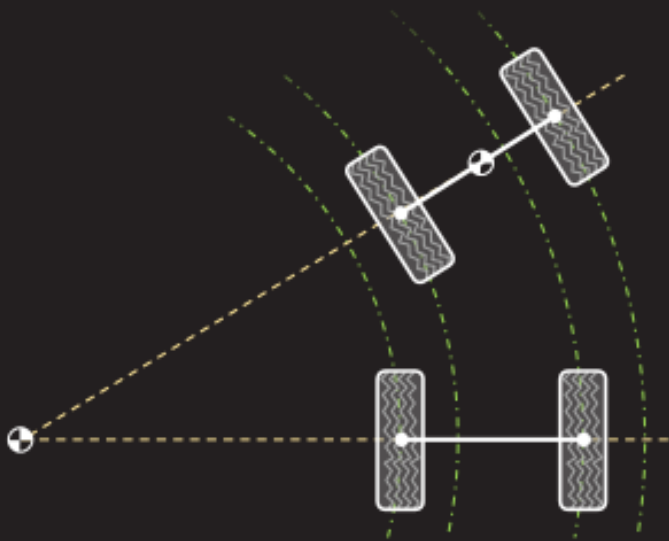
(2) حرکت با سرعت بالا

• راه حل

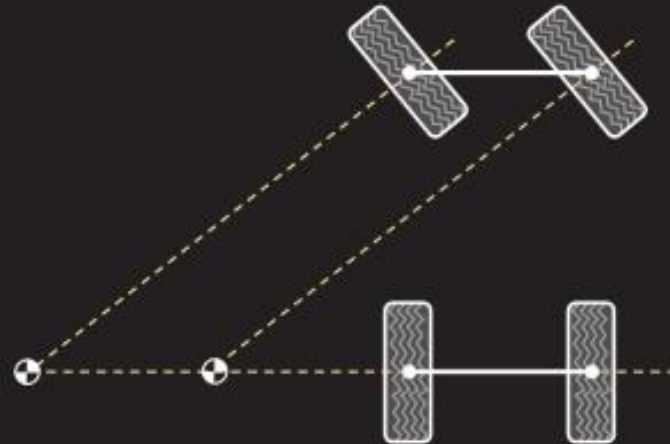
• مکانیزم شبیه به خودرو ← صرفاً یک موتور و فرمان دادن به چرخ جلو ← فرمان Ackermann



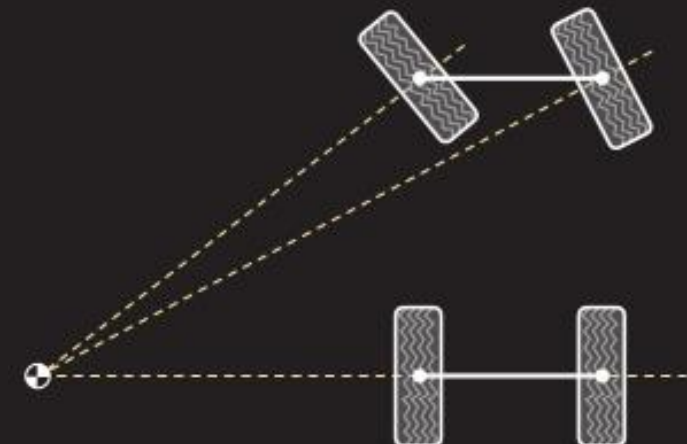
سینماتیک مستقیم فرمان شبیه به خودرو



Turntable Steering
(Single pivot)

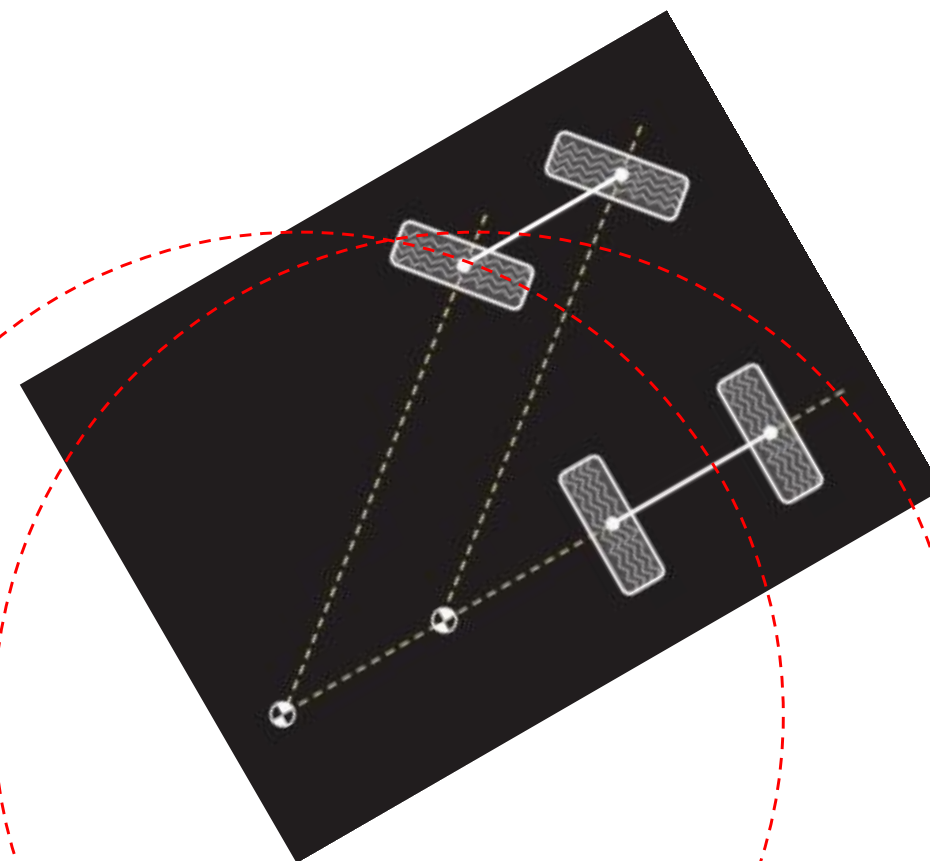
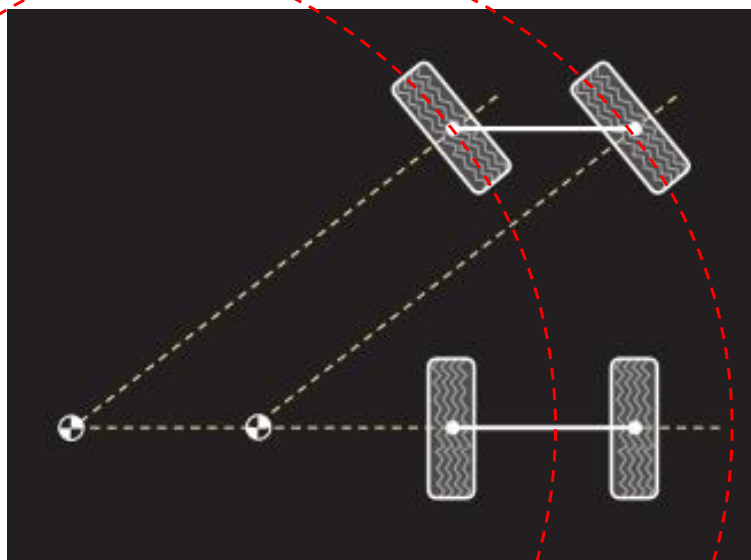


Simple steering
(Separate pivot)



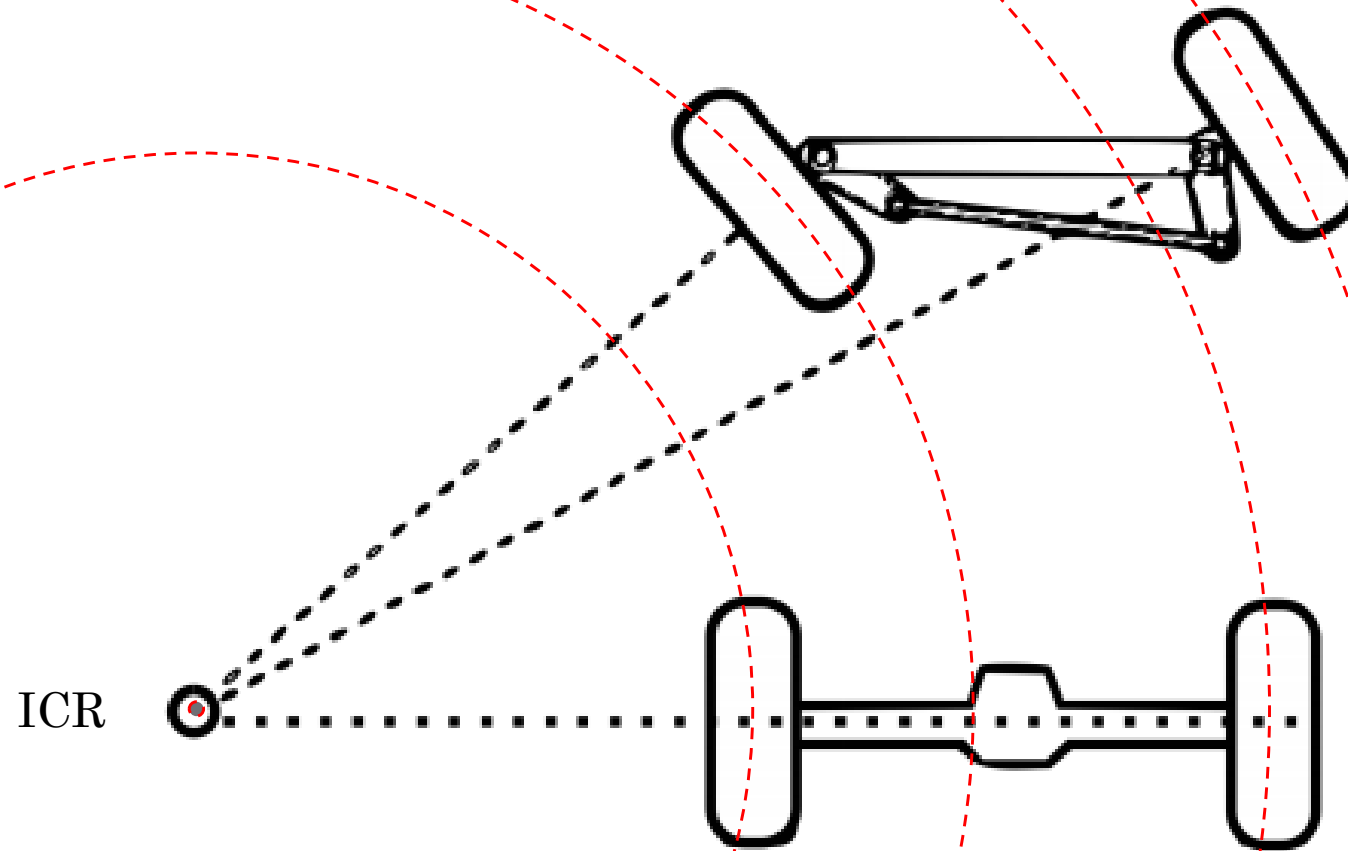
Ideal steering

مشکل فرمان ساده – لغزش جانبی



زاویه لغزش Slip angle

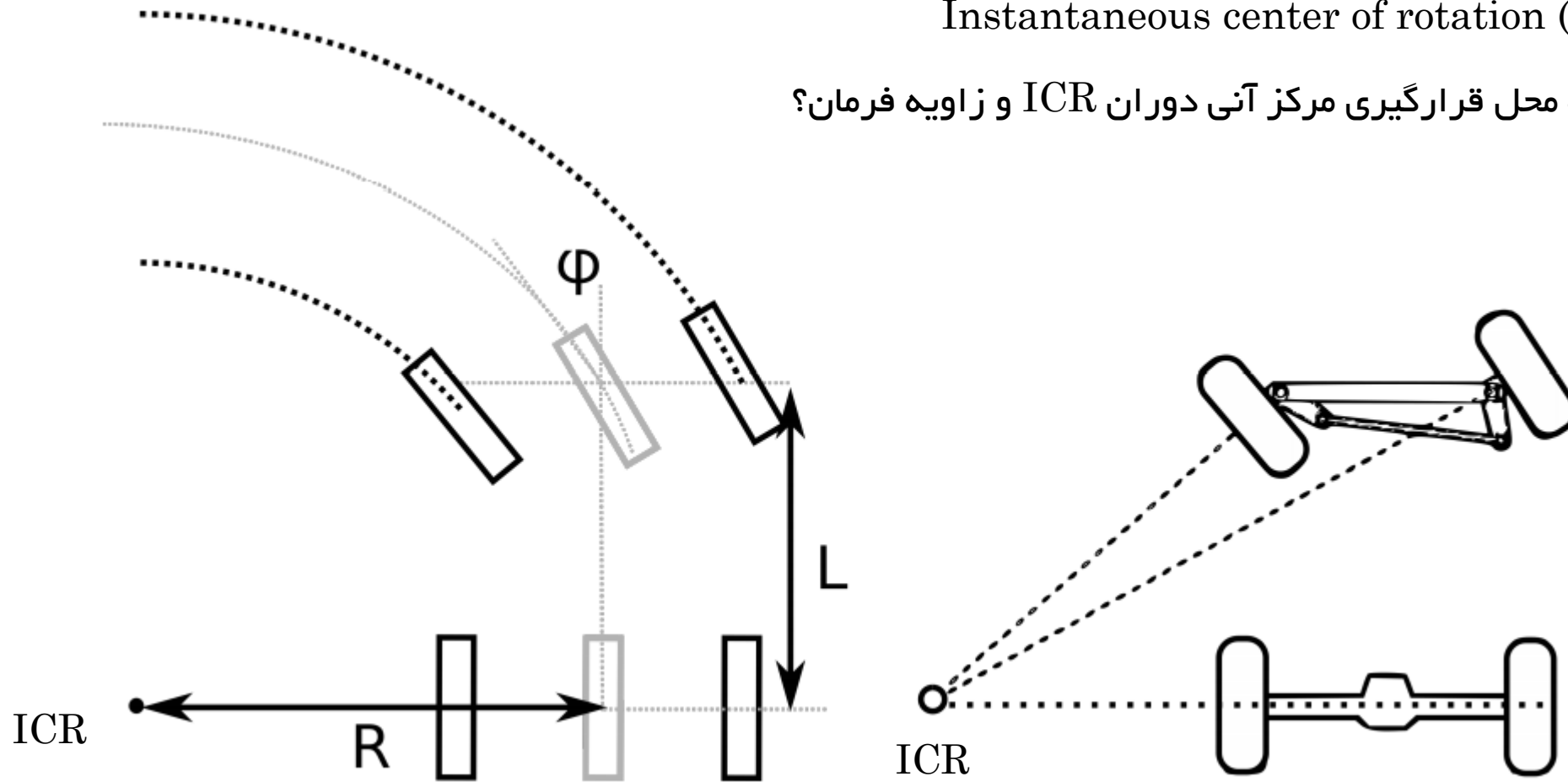
مدل فرمان Ackermann (1818)



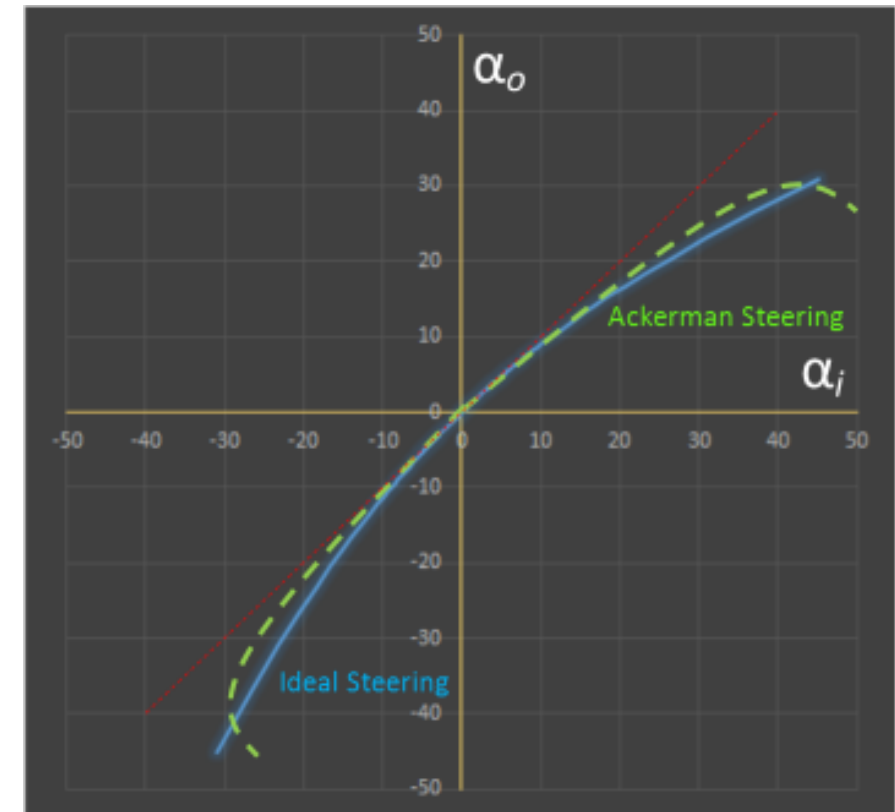
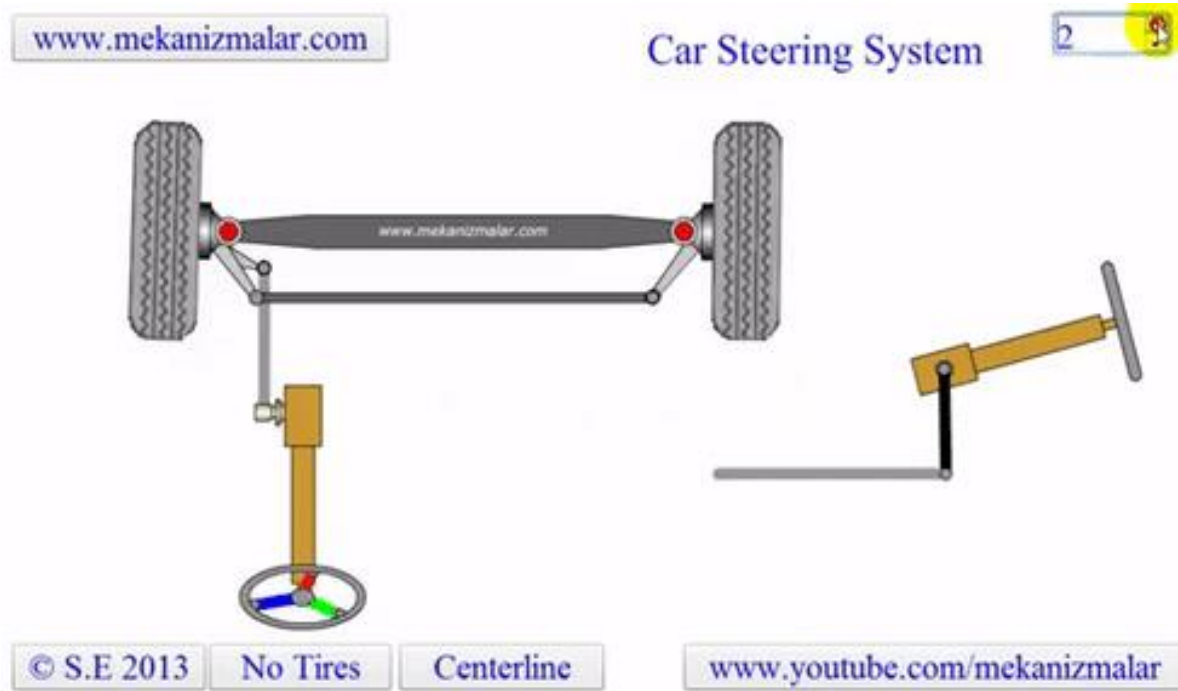
مدل فرمان Ackermann

Instantaneous center of rotation (ICR)

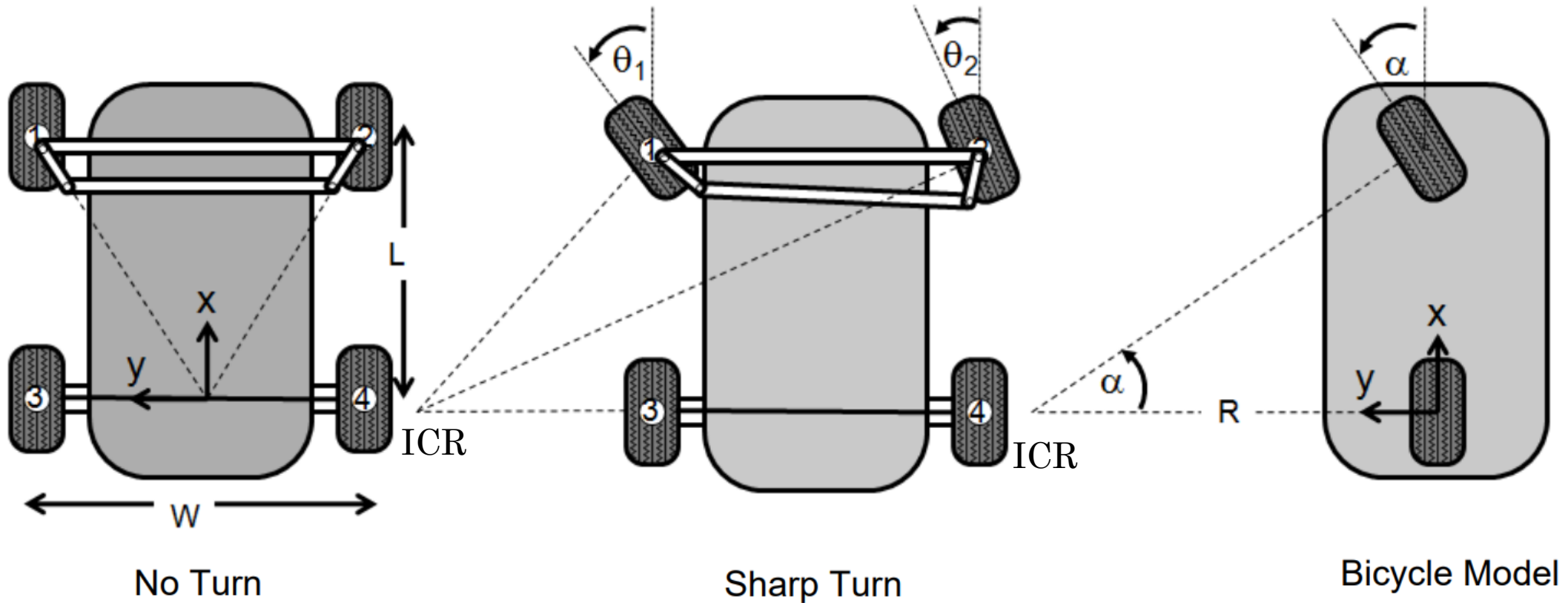
رابطه محل قرارگیری مرکز آنی دوران ICR و زاویه فرمان؟



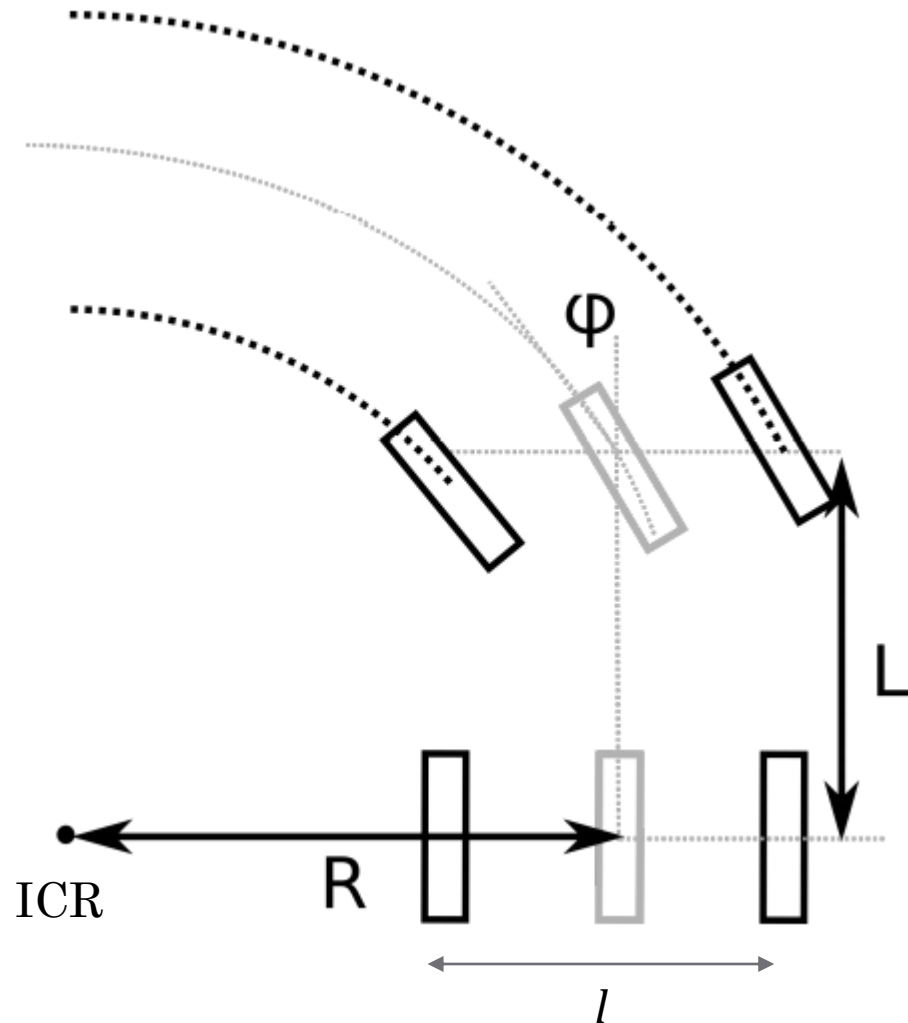
Ackermann Car Steering System



مدل فرمان Ackermann و مدل معادل دوچرخه آن



Ackermann فرمان



$$\tan \phi = \frac{L}{R} \longrightarrow R = \frac{L}{\tan \phi}$$

$$\frac{L}{R - l/2} = \tan(\phi_l)$$

$$\frac{L}{R + l/2} = \tan(\phi_r)$$

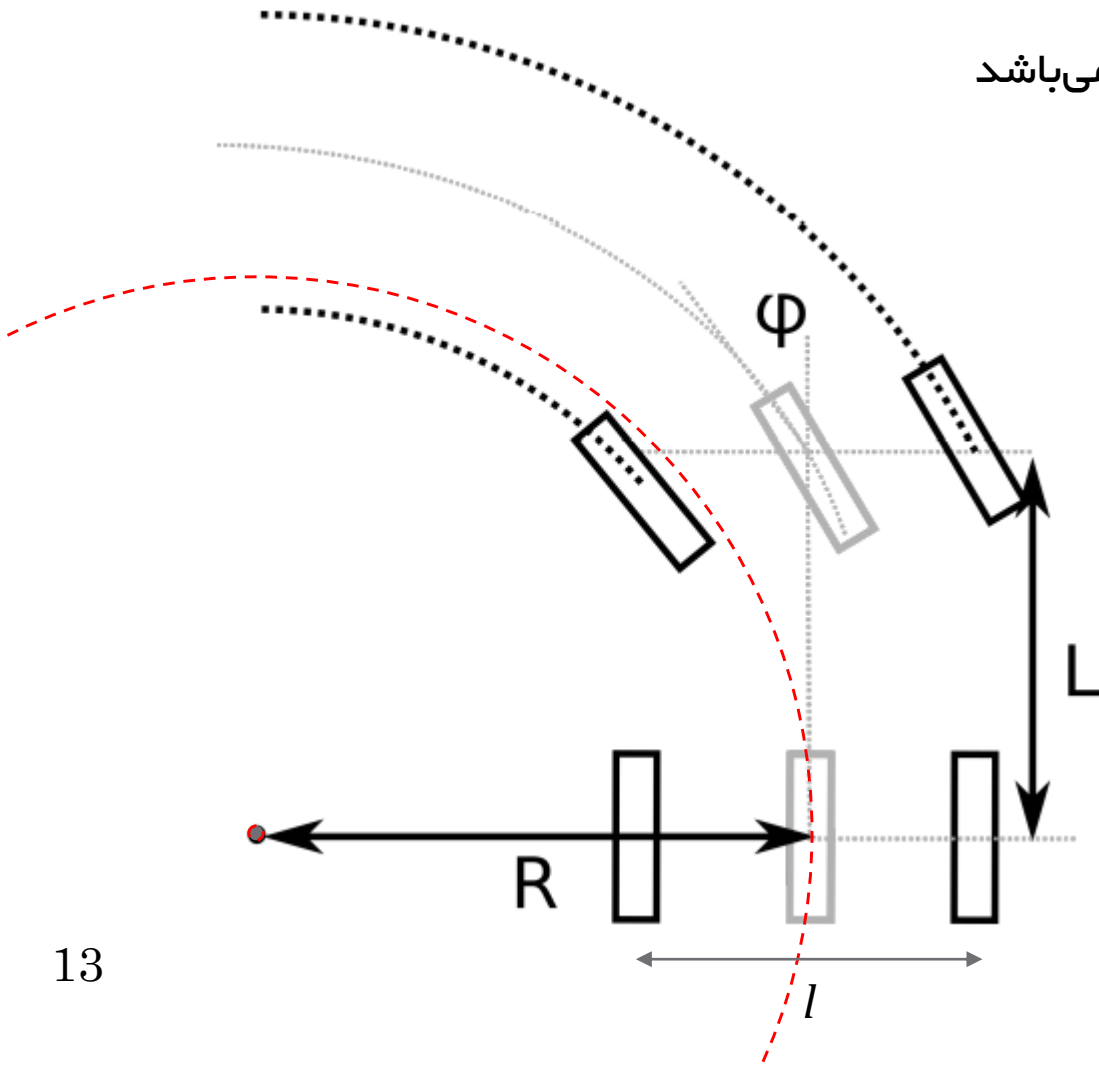
$$\dot{x}_r = \dot{\omega} r$$

$$\dot{y}_r = 0$$

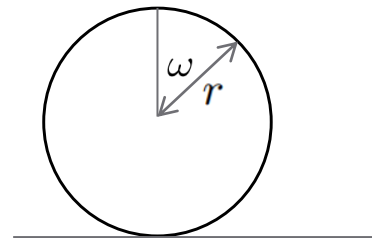
$$\dot{\theta}_r = \frac{\dot{\omega} r \tan \phi}{L}$$

Quiz #1

- رابطه زیر را اثبات کنید.
- جهت خودرو در اینجا، جهت چرخ عقب مدل معادل دوچرخه خودرو می باشد



$$\dot{\theta}_r = \frac{\dot{\omega} r \tan \phi}{L}$$



Exercise #1

برای نوروز تمرین ۱ اعلام می‌شود و تا بعد از عید فرصت تحویل خواهید داشت