

تمرینات مبحث DTMC	نیمسال اول ۱۴۰۱	مهلت تحویل: ۲۰ آذر	مدرس: م. عبداللہی ازگمی
-------------------	-----------------	--------------------	-------------------------

۱) یک سیستم مبتنی بر کامپیوتر دارای چهار حالت زیر است:

۱- در حال کار و بدون هیچ مشکلی

۲- در حال کار اما نیازمند یک تعمیر جزئی

۳- در حال کار اما نیازمند یک تعمیر اساسی

۴- عدم سرویس‌دهی

$$\begin{bmatrix} 0.80 & 0.14 & 0.04 & 0.02 \\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0.10 \\ 0 & 0 & 0.65 & 0.35 \\ 0.90 & 0 & 0 & 0.10 \end{bmatrix}$$

اگر ماتریس احتمال-گذر این سیستم به صورت فوق باشد:

الف) نمودار حالت-گذر (STD) متناظر با آنرا رسم کنید.

ب) آیا این DTMC ارگودیک است؟ استدلال کنید.

ج) در صورت ارگودیک بودن، احتمالات حالت پایدار آنرا محاسبه کرده و میانگین تعداد روزهای عدم سرویس‌دهی در

سال این سیستم را محاسبه کنید.

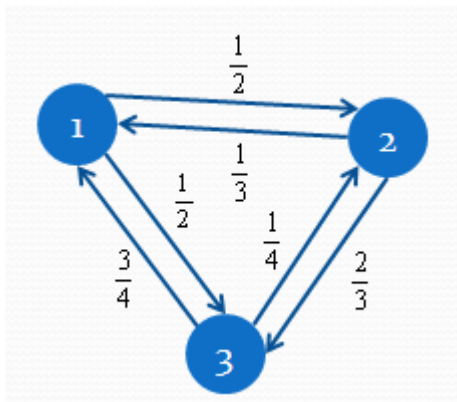
۲) زنجیره مارکوف گسسته-زمان (DTMC) زیر را در نظر بگیرید:

الف) آیا این زنجیره مارکوف ارگودیک است؟ استدلال کنید.

ب) ماتریس احتمال-گذر (P) آنرا بدست آورید.

ج) اگر ارگودیک است، معادلات جریان آنرا بنویسید و احتمالات

حالت پایدار آنرا بدست آورید.



۳) ماتریسهای احتمال-گذر (TPM) زنجیره‌های مارکوف گسسته-زمان (DTMC) زیر را در نظر بگیرید:

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

الف) نمودار حالت-گذر (STD) متناظر با آنها را رسم کنید.

ب) آیا این زنجیره‌ها ارگودیک هستند؟

ج) در صورت ارگودیک بودن، معادلات جریان آنها را بنویسید و احتمالات حالت پایدار آنها را بدست آورید.

۴) از زنجیره‌های مارکوف برای مدل‌سازی ساختار هایپرلینک‌های وب توسط موتورهای جستجو استفاده می‌شود. گوگل از الگوریتم PageRank برای محاسبه مرتبه صفحات وب استفاده می‌کند. ماتریس احتمال-گذر مربوط به DTMC متناظر با یک مجموعه کوچک از پنج صفحه وب مربوط به این الگوریتم به صورت زیر است:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

الف) نمودار STD متناظر با آنرا رسم کنید.

ب) آیا این DTMC ارگودیک است؟ به دقت استدلال کنید.

ج) معادلات جریان را نوشته و بردار احتمالات حالت پایدار آنرا بدست آورید.

د) با توجه به نتایج بخش (ج)، مرتبه پنج صفحه وب را مشخص کنید.