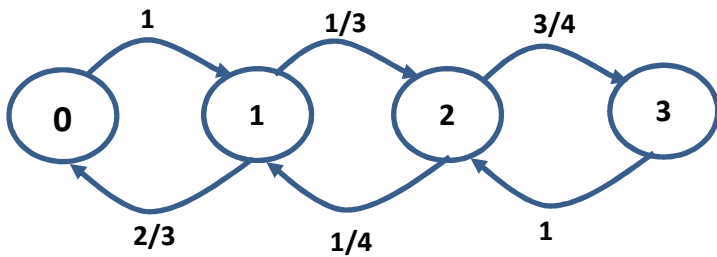


تمرینات مبحث CTMC	نیمسال اول ۱۴۰۱	مهلت تحویل: ۲۰ آذر	مدرس: م. عبداللہی ازگمی
-------------------	-----------------	--------------------	-------------------------

۱) زنجیره مارکوف پیوسته-زمان (CTMC) زیر را در نظر بگیرید که نرخ‌ها روی یال‌ها مشخص شده است:



الف) ماتریس نرخ-گذر (Q) آنرا بدست آورید.

ب) آیا این CTMC ارگودیک است؟ استدلال کنید.

ج) معادلات جریان آنرا بنویسید.

د) احتمالات حالت پایدار آنرا بدست آورید.

ه) اگر شماره حالت‌ها، نشان‌دهنده «تعداد مشتریان در سیستم» باشد، معیارهای «بهره‌وری»، «میانگین تعداد مشتریان»، «توان عملیاتی (گذردهی)» و «میانگین زمان پاسخ» سیستم را بدست آورید.

۲) یک سیستم دارای سه حالت سالم (H)، تقلیل‌یافته (S) و ازکارافتاده (F) است. توان عملیاتی یا گذردهی این سیستم در حالت H دارای ضریب ۳، در حالت S دارای ضریب ۱ و در حالت ازکارافتاده دارای ضریب صفر است. وقتی سیستم در حالت H است با نرخ λ_h دچار خرابی نمایی شده و به حالت S می‌رود. در این حالت ممکن است با نرخ μ_s تعمیر نمایی شود یا آنکه دچار خرابی مجدد با نرخ نمایی λ_s شده و به حالت F برود. در این وضعیت، یک تعمیر اساسی با نرخ نمایی μ_f این سیستم را به حالت H خواهد برد.

الف) این سیستم را با زنجیره مارکوف پیوسته-زمان (CTMC) مدل کنید و نمودار STD آنرا رسم کنید.

ب) آیا این زنجیره مارکوف ارگودیک است؟ استدلال کنید.

ج) ماتریس نرخ-گذر (Q) آنرا بدست آورید.

د) معادلات جریان آنرا بنویسید.

ه) احتمالات حالت پایدار آنرا بدست آورید.

و) «میانگین گذردهی» این سیستم را محاسبه کنید.

۳) تعدادی ایستگاه کاری به یک سیستم مدیریت پایگاه داده‌ها (DBMS) متصل هستند. پرس و جوهای (queries) ایستگاه‌های کاری، طبق یک فرایند پواسن با میانگین زمان بین ورود یک ثانیه به DBMS ارسال می‌شوند. این پرس و جوهای وارده در یک صف پرس و جوها انباشت می‌شوند و سپس توسط DBMS در بازه‌های زمانی طبق توزیع نمایی با میانگین ۱۰ ثانیه پردازش می‌شوند. برای این منظور، همه پرس و جوهای موجود در صف در یک زمان بسیار کوتاه (به یکباره) پردازش می‌شوند (و در نتیجه صف خالی می‌شود):

الف) این سیستم را با یک CTMC مدل کرده، نمودار STD آنرا رسم نموده و ماتریس Q آنرا پیدا کنید.

ب) آیا این CTMC ارگودیک است؟ چرا؟

ج) با نوشتن و حل معادلات جریان، احتمالات حالت پایدار آنرا بدست آورید.

د) میانگین تعداد پرس و جوهای پردازش شده در واحد زمان را بدست آورید.

ه) میانگین زمان پاسخ این پایگاه داده‌ها را بدست آورید.