Факультет Обчислювальної техніки, інтелектуальних та управляючих систем
Кафедра Програмного забезпечення автоматизованих систем

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 7
з дисципліни «Диференціальні рівняння»

Тема: Рівняння 2-го порядку, що допускають розв’язання у квадратурах або зводяться до рівнянь 1-го порядку.

Варіант 14

Виконав: студент гр. КС-231
Попов А.А.

Перевірив: старший викладач
кафедри ПЗАС
Гук В.І.

Черкаси, 2025

Короткі теоретичні відомості

Форми запису рівнянь 2-го порядку. Окремі випадки та методи їх розв'язання.
Оператори Maple dsolve, parametricsol,
Student[ODEs][Solve] SecondOrder

Загальне рівняння

$$F(x, y, y', y'') = 0, \tag{7.1}$$

має окремі форми, коли його можна розв'язати в квадратурах або звести до рівняння 1-го порядку.

1. ***Окремим випадком рівняння (7.1) є рівняння***

$$\boldsymbol{x = f(y'')}. \tag{7.2}$$

Перепишемо рівняння (7.2) у параметричному вигляді

$$\begin{cases} y'' = p, \\ x = f(p). \end{cases}$$

Далі слід спочатку в співвідношенні $dy' = y''\,dx$, а потім в співвідношенні $dy = y'dx$ виразити праві частини через параметр p і проінтегрувати обидві частини. В результаті отримаємо y як функцію p, що разом з рівністю $= f(p)$ дасть розв'язок вихідного рівняння в параметричному вигляді.

2. ***Нехай в рівнянні (6.1) функція F має властивість однорідності деякої степені k відносно змінних $\boldsymbol{y, y', y''}$.***

Це означає, що при будь-якому множнику t виконується особливе співвідношення

$$F(x, ty, ty', ty'') = t^k\, F(x, y, y', y'').$$

В цьому випадку за допомогою заміни змінної $y' = yz$ рівняння (7.1) зводиться до рівняння 1-го порядку.

3. ***Рівняння виду $\boldsymbol{F(x, y', y'') = 0}$ зводиться до рівняння 1-го порядку заміною $\boldsymbol{y' = z}$.***
4. ***Рівняння виду $\boldsymbol{F(y, y', y'') = 0}$***

Це рівняння зводиться до рівняння 1-го порядку після заміни $y' = z$. На відміну від попереднього випадку функція z при цій заміні розглядається як функція аргументу y, тоді

$$y^n = \frac{dy'}{dx} = \frac{dy'}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = z' \cdot z.$$

5. ***Якщо у рівнянні (7.1)*** $\boldsymbol{F(x, y, y', y'') = \frac{d}{dx} F_1(x, y, y')}$

В цьому випадку функція $\boldsymbol{F}$ є похідною від деякої функції $\boldsymbol{F_1}$, тому це рівняння називається **рівнянням в точних похідних**. В цьому випадку воно зводиться до рівносильного рівняння 1-го порядку

$$F_1(x, y, y') = C_1.$$

На жаль, загального способу знаходження функції $F_1(x, y, y')$ не існує.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Розв'язати рівняння

$$x = 2y'' - \frac{1}{2(y'')^2}.$$

Розв'язання. Це рівняння виду $\boldsymbol{x = f(y'')}$. Позначимо другу похідну як змінну p. Тоді початкове рівняння буде представлене в параметричному вигляді:

$$\begin{cases} y'' = p, \\ x = 2p - \dfrac{1}{2p^2}. \end{cases}$$

Далі отримаємо

$$dy' = y''\,dx = p\left(2 + \frac{1}{p^3}\right)dp = \left(2p + \frac{1}{p^2}\right)dp,$$

$$y' = p^2 - \frac{1}{p} + C_1,$$

$$dy = y'dx = \left(p^2 - \frac{1}{p} + C_1\right)\left(2 + \frac{1}{p^3}\right)dp$$
$$= \left(2p^2 - \frac{1}{p} + 2C_1 - \frac{1}{p^4} + \frac{C_1}{p^3}\right)dp,$$
$$y = \frac{2}{3}p^3 - \ln|p| + 2C_1 p + \frac{1}{3p^3} - \frac{C_1}{2p^2} + C_2.$$

Відповідь: $\begin{cases} y = \frac{2}{3}p^3 - \ln|p| + 2C_1 p + \frac{1}{3p^3} - \frac{C_1}{2p^2} + C_2, \\ x = 2p - \frac{1}{2p^2}. \end{cases}$

Приклад 2. Розв'язати рівняння
$$yy'' = (y')^2 + yy' + y^2 e^x.$$

Розв'язок. Тут відповідна функція
$$F(x, y, y', y'') = yy'' - (y')^2 - yy' - y^2 e^x$$
має властивість однорідності другої степені відносно змінних y, y', y'':
$$ty * ty'' - (ty')^2 - ty * ty' - (ty)^2 e^x$$
$$= t^2(yy'' - (y')^2 - yy' - y^2 e^x).$$

Робимо заміну $y' = yz$, при чому $y'' = y'z + yz' = y(z^2 + z')$:

Підставляємо відповідні вирази в початкове рівняння:
$$y^2(z^2 + z') = y^2 z^2 + y^2 z + y^2 e^x, \qquad z' = z + e^x.$$

Розв'язуючи отримане лінійне рівняння 1-го порядку, отримуємо
$$z = e^x(x + C_1).$$

Повертаючись до вихідної змінної, приходимо до рівняння зі змінними, що відокремлюються
$$y' = ye^x(x + C_1),$$
яке має розв'язок $\quad y = C_2 e^{e^x(x+C)}$.

Приклад 3. Розв'язати рівняння

$$y' = xy'' + (y'')^2.$$

Розв'язання. Це рівняння виду $\boldsymbol{F(x, y', y'') = 0}$. Після заміни $y' = z$ отримуємо рівняння Клеро

$$z = xz' + (z')^2.$$

Знайшовши його розв'язок $z = xC + C^2$, $z = -x^2/4$, отримаємо $y' = xC + C^2$, $y' = -x^2/4$. Залишилось знайти функцію $\boldsymbol{y}$ інтегруванням.

Відповідь: $y = \frac{Cx^2}{2} + C^2x + C_1$, $y = C_2 - \frac{x^3}{12}$.

Приклад 4. Розв'язати рівняння

$$(10x^9 + 9x^8 + \sin x)y'' = (90x^8 + 72x^7 + \cos x)y'.$$

Розв'язання. Це знову рівняння виду $\boldsymbol{F(x, y', y'') = 0}$. Зробимо заміну $y' = z$, тоді $y'' = z'$ і рівнянню можна надати вигляд

$$(10x^9 + 9x^8 + \sin x)\, z' = (90x^8 + 72x^7 + \cos x)z.$$

Після розділення змінних и інтегрування отримуємо

$$z = C_1(10x^9 + 9x^8 + \sin x).$$

Робимо зворотню заміну $z = y'$ і знаходимо функцію $\boldsymbol{y}$ інтегруванням.

Відповідь: $y = C_1(x^{10} + x^9 - \cos x) + C_2$.

Приклад 5. Розв'язати рівняння

$$y'' + 3(y')^3 sin^2\, y \cos y = 0.$$

Розв'язання. Підставляючи $y' = z$, $y'' = z'z$, отримаємо для знаходження функції $z = z(y)$ рівняння 1-го порядку:

$$z' + 3z^2 sin^2 y \cos y = 0,$$

при цьому скорочення на z приводить до втрати рішень $y = C$). Утворене рівняння – нескладне рівняння з розділяючими змінними $\frac{dx}{dy} =\ sin^3 y + C_1$.

Відповідь: $x = \frac{cos^3 y}{3} - \cos y + C_1 y + C_2, y = C.$

Приклад 6. Розв'язати рівняння

$$y'' = \frac{y'x - y}{2x^2} + \frac{3}{2}\sqrt{x}\cos x - x\sqrt{x}\sin x.$$

Розв'язання. Рівнянню можна надати вигляд

$$\frac{d}{dx}y' = \frac{d}{dx}\left(\frac{y}{2x} + x\sqrt{x}\cos x\right),$$

звідки

$$y' = \frac{y}{2x} + x\sqrt{x}\cos x + C_1.$$

Отримали лінійне рівняння 1-го порядку (Розв'язання таких рівнянь розглядалося на попередніх практичних роботах)

Відповідь: $y = \left(x\sin x + \cos x + 2C_1\sqrt{x} + C_2\right)\sqrt{x}.$

запишемо рівняння другого порядку в *SecondOrder*, *записане* в *квадратурах* :

Домашнє завдання

Задача Визначити форму диференціального рівняння 2-го порядку
та розв’язати диференціальні рівняння рекомендованим способом.

варіант 14 % 10 = 4

4.	1) $x = y'' + \sin y''$; 2) $x \ln x\,(yy'' - (y')^2) = yy'$; 3) $y' = xy'' - \frac{(y'')^6}{6}$; 4) $y'' + 9\left(\frac{y'}{x} - \frac{y}{x^2}\right) = 100x^9 e^{x^{10}}$.

1) $x = y'' + \sin y''$;

Рівняння 1) $x = y'' + \sin y''$; не має замкнутого аналітичного розв'язку. Його розв'язок можна представити у параметричній формі через p, але для конкретних значень потрібно використовувати чисельні методи.

розв'язок за допомогою Maple:

> *with*(*Student*[*ODEs*])

[*ChangeVariables*, *DifferentialOrder*, *Integrate*, *IntegratingFactor*, *IsolateHighestDerivative*, *LinearForm*, *ODEPlot*, *ODESteps*, *ReduceOrder*, *SeparateVariables*, *Solve*, *Test*, *Type*] **(1)**

> *with*(*Solve*)

[*Bessel*, *ByLaplaceTransform*, *ByPerturbation*, *BySeries*, *ByUndeterminedCoefficients*, *ByVariationOfParameters*, *CauchyEuler*, *Chebyshev*, *Exact*, *FirstOrder*, *FirstOrderLinear*, *HighOrder*, *LinearConstantCoefficients*, *SecondOrder*, *Separable*, *Solve*, *System*] **(2)**

> *with*(*DETools*)

[*AreSimilar*, *Closure*, *DEnormal*, *DEplot*, *DEplot3d*, *DEplot_polygon*, *DFactor*, *DFactorLCLM*, *DFactorsols*, *Dchangevar*, *Desingularize*, *FindODE*, *FunctionDecomposition*, *GCRD*, *Gosper*, *Heunsols*, *Homomorphisms*, *IVPsol*, *IsHyperexponential*, *LCLM*, *MeijerGsols*, *MultiplicativeDecomposition*, *ODEInvariants*, *PDEchangecoords*, *PolynomialNormalForm*, *RationalCanonicalForm*, *ReduceHyperexp*, *RiemannPsols*, *Xchange*, *Xcommutator*, *Xgauge*, *Zeilberger*, *abelsol*, *adjoint*, *autonomous*, *bernoullisol*, *buildsol*, *buildsym*, *canoni*, *caseplot*, *casesplit*, *checkrank*, *chinisol*, *clairautsol*, *constcoeffsols*, *convertAlg*, *convertsys*, *dalembertsol*, *dcoeffs*, *de2diffop*, *dfieldplot*, *diff_table*, *diffop2de*, *dperiodic_sols*, *dpolyform*, *dsubs*, *eigenring*, *endomorphism_charpoly*, *equinv*, *eta_k*, *eulersols*, *exactsol*, *expsols*, *exterior_power*, *firint*, **(3)**

$firtest, formal\_sol, gen\_exp, generate\_ic, genhomosol, gensys, hamilton\_eqs, hypergeometricsols, hypergeomsols, hyperode, indicialeq, infgen, initialdata, integrate\_sols, intfactor, invariants, kovacicsols, leftdivision, liesol, line\_int, linearsol, matrixDE, matrix\_riccati, maxdimsystems, moser\_reduce, muchange, mult, mutest, newton\_polygon, normalG2, ode\_int\_y, ode\_y1, odeadvisor, odepde, parametricsol, particularsol, phaseportrait, poincare, polysols, power\_equivalent, rational\_equivalent, ratsols, redode, reduceOrder, reduce\_order, regular\_parts, regularsp, remove\_RootOf, riccati\_system, riccatisol, rifread, rifsimp, rightdivision, rtaylor, separablesol, singularities, solve\_group, super\_reduce, symgen, symmetric\_power, symmetric\_product, symtest, transinv, translate, untranslate, varparam, zoom]$

> $f := y(x);$

$$f := y(x) \quad (4)$$

> $f1 := diff(f, x)$

$$f1 := \frac{d}{dx}\, y(x) \quad (5)$$

> $f2 := diff(f1, x)$

$$f2 := \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) \quad (6)$$

> $ode := x = f2 + \sin(f2)$

$$ode := x = \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) + \sin\left(\frac{d^2}{dx^2}\, y(x)\right) \quad (7)$$

> $sol := dsolve(ode, f, parametric);$

$$sol := \left[y(\_T) = \int \left(\int RootOf(\_T - \_Z - \sin(\_Z))\, d\_T + c_2\right) d\_T + c_1, x(\_T) = \_T\right] \quad (8)$$

>

Побудуємо графік параметрично заданої функції
Вводимо параметр p *(аналогічно як* $\_T$ у $dsolve$*)*

> $p := 'p'$

$$p := p \quad (9)$$

> $xp := p + \sin(p)$

$$xp := p + \sin(p) \quad (10)$$

>

Інтегрування для $y'(p)$

> $yp1 := int(p * (1 + \cos(p)), p)$

$$yp1 := \frac{p^2}{2} + \cos(p) + p \sin(p) \quad (11)$$

>

Інтегрування для $y(p)$

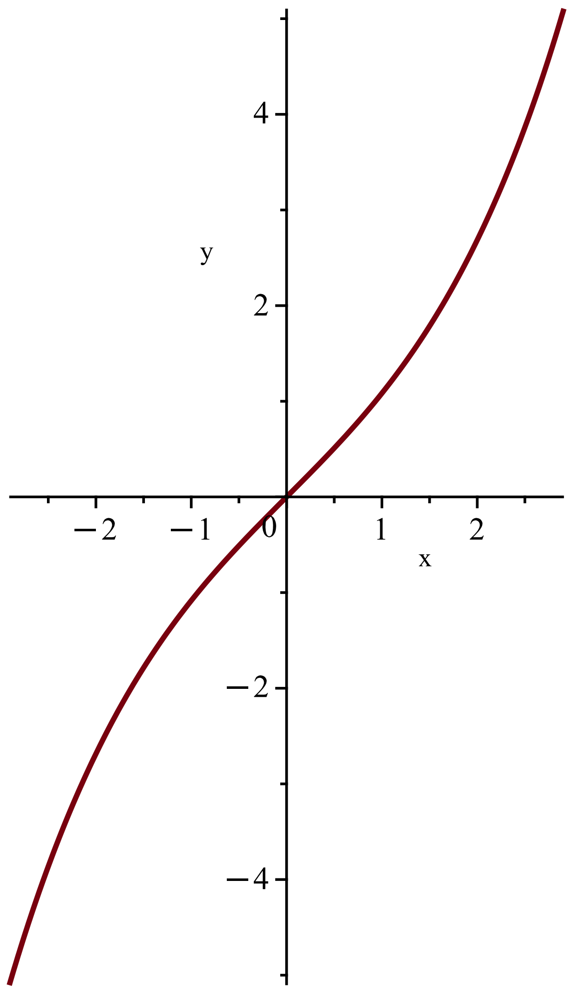
> $yp := int(yp1 * (1 + \cos(p)), p)$

$$yp := -\frac{\cos(p)^2 p}{2} + \frac{3\sin(p)\cos(p)}{4} + \frac{3p}{4} + \frac{\sin(p)p^2}{2} + \sin(p) + \frac{p^3}{6} \qquad \textbf{(12)}$$

>

Побудова графіка y(x) у параметричному вигляді

> plot([xp, yp, p = −2 .. 2],
labels = ["x", "y"],
thickness = 2,
scaling = constrained);



>

розв'язок знайдено.

> *restart*

2) $x \ln x \,(yy'' - (y')^2) = yy'$;

перепишемо задане диференційне рівняння

$x \cdot \ln(x) \cdot (y \cdot y`` - (y`)^2) = yy`$

Введемо функцію $p = \frac{y`}{y}$ *та підставимо* у *виіфхдне рівняння*

$$p` = \frac{y``}{y} - \frac{(y`)^2}{y^2}$$
$$xln(x)\big(y(p`y + (p)^2 y) - y^2 p^2\big) = y^2 p$$

$$xln(x) \cdot y^2 p` = (y)^2 p$$

скорочуємо :

$$p` = \frac{p}{xln(x)}$$
$$\frac{dp}{p} = \frac{dx}{xln(x)}$$

інтегруємо :

$$\int \frac{dp}{xln(x)} = \ln|\ln(x)| + C;$$

$$\ln\left|p\right| = \ln\left|\ln(x)\right| + C$$

$$p = Cln(x)$$

повернення до y :

$$\frac{y`}{y} = Cln(x)$$
$$\frac{dy}{y} = Cln(x)dx$$

Інтегруємо :

$$\ln|y| = C\left(x\ln(x) - x\right) + \mathrm{D}$$

$$y = \mathrm{D}\cdot e^{C(x\ln(x) - x)}$$

розв'язок диф. рівняння знайдено. Виконаємо перевірку в *Maple* :

```
> with(DEtools) :
> ode := x * ln(x) * (y(x) * diff(y(x), x$2) - (diff(y(x), x))^2) = y(x) * diff(y(x), x);
```

$$ode := x\ln(x)\left(y(x)\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right) - \left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^2\right) = y(x)\left(\frac{d}{dx}y(x)\right) \quad \textbf{(13)}$$

```
> dsolve(ode, y(x));
```

$$y(x) = \frac{x^{c_1 x} c_2}{e^{c_1 x}} \quad \textbf{(14)}$$

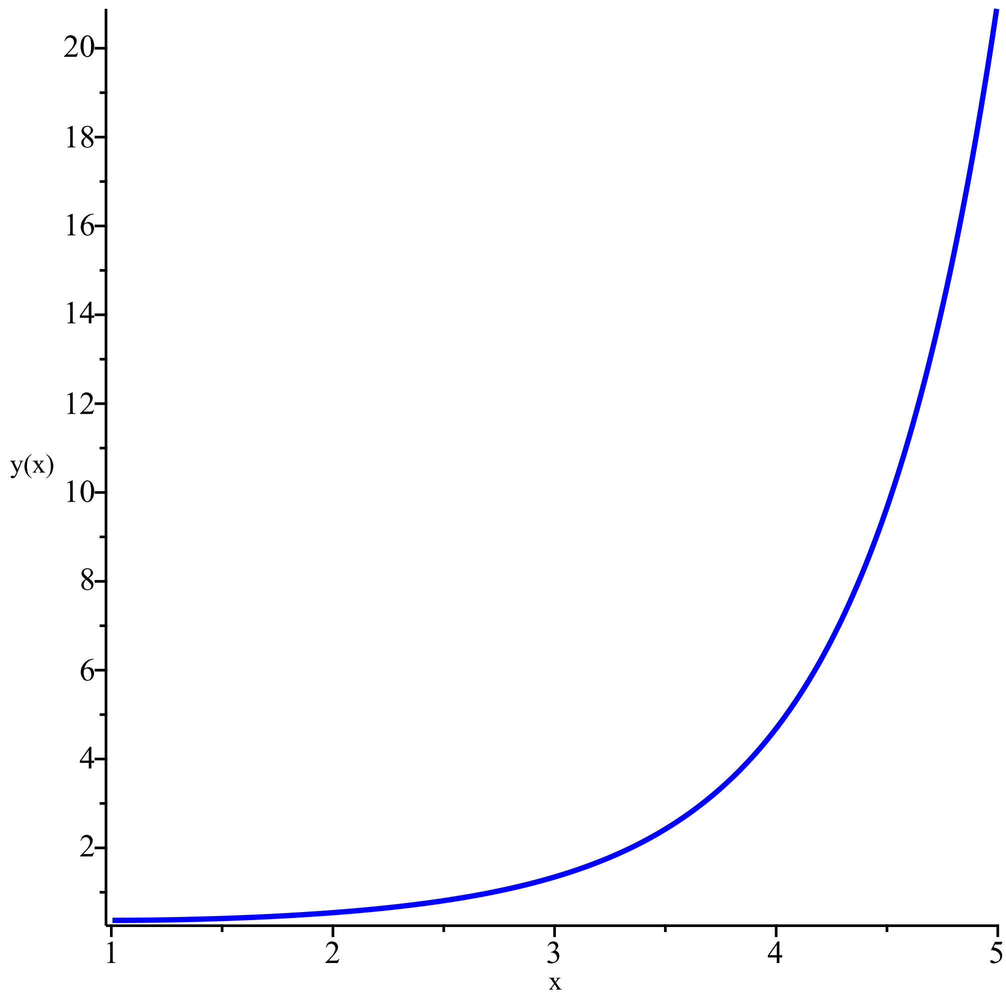
```
> y_sol := _C1 * exp(_C2 * (x * ln(x) - x));
```

$$y\_sol := c_1 e^{c_2 (x\ln(x) - x)} \quad \textbf{(15)}$$

```
> y_example := subs(_C1 = 1, _C2 = 1, y_sol);
```

$$y\_example := e^{x\ln(x) - x} \quad \textbf{(16)}$$

```
> plot(y_example, x = 1 .. 5,
    labels = ["x", "y(x)"],
    color = blue,
    thickness = 2);
```



> *restart*

завдання виконано.

> $with(DEtools)$:
$with(Solve)$:
$with(Student[ODEs])$:

3) $y' = xy'' - \frac{(y'')^6}{6}$;

Перепишемо диференційне рівняння:

$$y` = xy`` - \frac{(y``)^6}{6}$$

$p = y``$

Підставимо p у *вихідне рівняння* :

$$y` = xp - \frac{(p)^6}{6}$$

Продиференціюємо ліву і *праву частини по x* :

Ліва частина : $\frac{dy`}{dx} = y`` = p$

Права частина : $\frac{d\left(xp - \frac{p^6}{6}\right)}{dx} = p + xp` - \frac{6\,p^5 p`}{6} = p + xp` - p^5\,p`$

Отже, після диференціювання отримуємо:

$p{=}p + xp' - (p)^5 p'$.

$xp' - (p)^5 p' = 0$

$(x - (p)^5)\, p' = 0$

Це дає два можливі випадки :

$p' = 0$ *або* $(x - (p)^5) = 0$

Розглянемо перший випадок :

$p' = 0$.

тоді

$p = C$

Підставимо це у *вихідне рівняння* :

$$y` = xC - \frac{(\mathrm{C})^6}{6}$$

інтегруємо обидві частини по x щоб знайти y :

$$y = \int \left(xC - \frac{(\mathrm{C})^6}{6} \right) \mathrm{d}x + \mathrm{D} = \frac{Cx^2}{2} - \frac{C^6}{6} x + \mathrm{D}$$

другий випадок :

$x - p5 = 0$ $x - p5 = 0$

$p = x^{\frac{1}{5}}$

Підставимо це у *вихідне рівняння* :

$$y` = x*x^{\frac{1}{5}} - \frac{\left(x^{\frac{1}{5}}\right)^6}{6} = \frac{5}{6}x^{\frac{6}{5}}$$

Інтегруємо обидві частини по x :

$$y = \frac{5}{6}\cdot\frac{5}{11}x^{\frac{11}{5}} + E = \frac{25}{66}x^{\frac{11}{5}} + E$$

Отже, загальний розв'язок вихідного рівняння складається з *розв'язків обох випадків* :

1. $y = \frac{Cx^2}{2} - \frac{C^6}{6}x + \mathrm{D}$

2. $y = \frac{25}{66}x^{\frac{11}{5}} + E$

Отже загальним розв'язком буде рівняння $y = \frac{Cx^2}{2} - \frac{C^6}{6}x + \mathrm{D}$

виконаємо перевірку в *мейпл* :
Задаємо диференціальне рівняння

> $ode := diff(y(x), x) = x\cdot diff(y(x), x\$2) - \frac{(diff(y(x), x\$2)^6)}{6};$

$$ode := \frac{d}{dx}\, y(x) = x\left(\frac{d^2}{dx^2}\, y(x)\right) - \frac{\left(\frac{d^2}{dx^2}\, y(x)\right)^6}{6} \quad \textbf{(17)}$$

> $p := diff(y(x), x\$2)$

$$p := \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) \quad \textbf{(18)}$$

> $ode\_p := diff(y(x), x) = x*p - p\hat{}6/6$

$$ode\_p := \frac{d}{dx}\, y(x) = x\left(\frac{d^2}{dx^2}\, y(x)\right) - \frac{\left(\frac{d^2}{dx^2}\, y(x)\right)^6}{6} \quad \textbf{(19)}$$

> $derived\_ode := diff(ode\_p, x);$

$$derived\_ode := \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) = \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) + x\left(\frac{d^3}{dx^3}\, y(x)\right) - \left(\frac{d^2}{dx^2}\, y(x)\right)^5\left(\frac{d^3}{dx^3}\, y(x)\right) \quad \textbf{(20)}$$

> derived_ode_sub := subs(diff(p, x) = p_prime, derived_ode)

$$derived\_ode\_sub := \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) = \frac{d^2}{dx^2}\, y(x) + x\, p\_prime - \left(\frac{d^2}{dx^2}\, y(x)\right)^5 p\_prime \quad \textbf{(21)}$$

> solution_p_prime := solve(derived_ode_sub, p_prime);

$$solution\_p\_prime := 0 \quad \textbf{(22)}$$

>

Випадок 1 : $p' = 0$

> p_c := C;

$$p\_c := C \quad \textbf{(23)}$$

>

Підставляємо $p = C$ у *вихідне рівняння*

> ode_c := subs(p = p_c, ode_p);

$$ode\_c := \frac{d}{dx}\, y(x) = x\, C - \frac{1}{6}\, C^6 \quad \textbf{(24)}$$

> y_c := int(rhs(ode_c), x) + D;

Інтегруємо для отримання $y(x)$

$$y\_c := -\frac{C\,(C^5 x - 3\, x^2)}{6} + D \quad \textbf{(25)}$$

>

Загальний розв'язок диф. рівняння знайдено правильно. побудуємо графік при $C = 1$ *та* $D = 0$;

> restart

> with(plots) :

> y_general := C * x^2 / 2 − C^6 * x / 6 + D;

$$y\_general := \frac{1}{2}\, C\, x^2 - \frac{1}{6}\, C^6\, x + D \quad \textbf{(26)}$$

> C_val := 1;

$$C\_val := 1 \quad \textbf{(27)}$$

> D_val := 0;

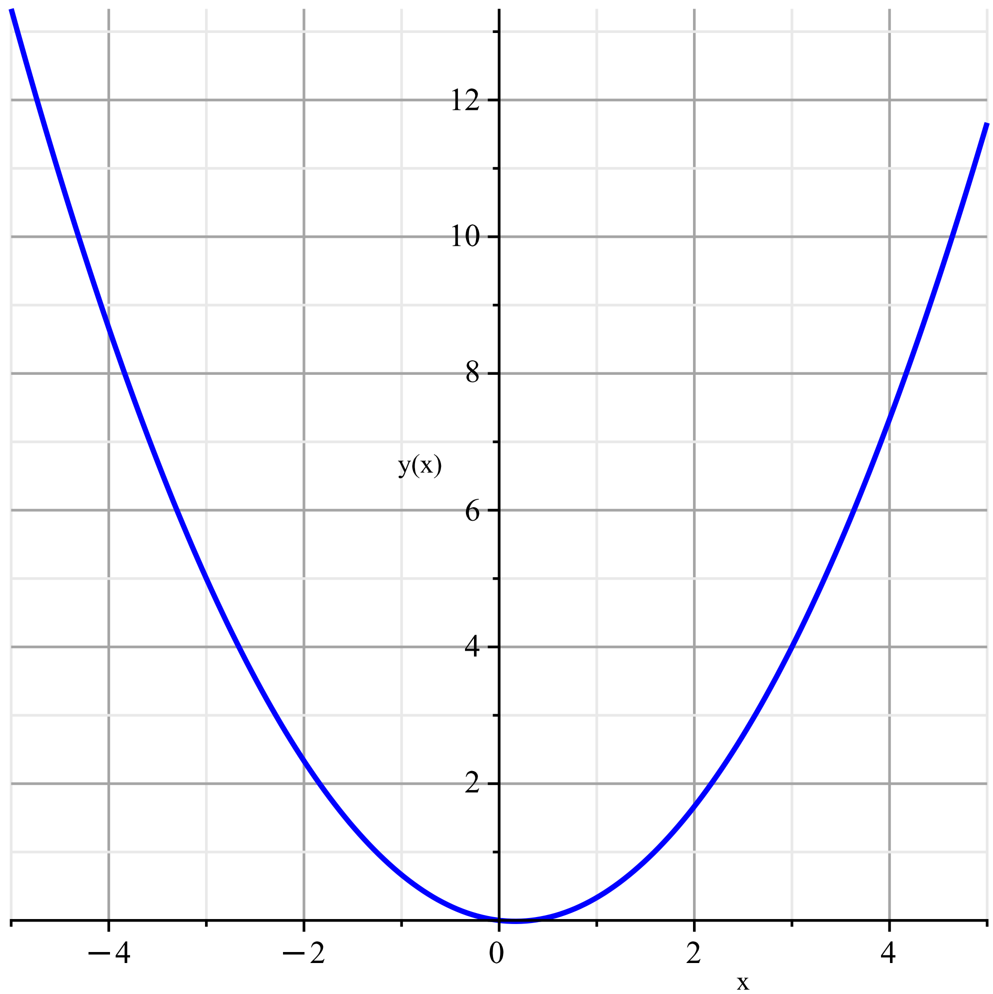
$$D\_val := 0 \quad \textbf{(28)}$$

> y_example := subs({C = C_val, D = D_val}, y_general);

$$y\_example := \frac{1}{2}\, x^2 - \frac{1}{6}\, x \quad \textbf{(29)}$$

```
> plot(y_example ,
    x = −5 ..5,

    labels = ["x", "y(x)"],
    color = blue,
    thickness = 2,
    gridlines = true);
```



>

рішення знайдено.

> *restart*
>

$$4)\ y'' + 9\left(\frac{y'}{x} - \frac{y}{x^2}\right) = 100x^9e^{x^{10}}.$$

перепишемо диференційне рівняння:

$$y`` + 9\left(\frac{y`}{x} - \frac{y}{x^2}\right) = 100\,x^9 e^{x^{10}}$$

$$y`` + 9\left(\frac{y}{x}\right)^{`} = 100\,x^9 e^{x^{10}}$$

маємо однорідне рівняння:

$$y`` + 9\left(\frac{y}{x}\right)^{`} = 0$$

Припустимо розв'язок у вигляді $y = x^k$

$k^2 + 8k - 9 = 0$

$k_1 = 1;\ k_2 = -9$

Таким чином, загальний розв'язок однорідного рівняння:

$$y = C_1 x + C_2 x^{-9}$$

Знаходження часткового розв'язку

$$\begin{cases} p`_1 x + p`_2 x^{-9} = 0 \\ p`_1(1) + p`_2(-9\,x^{-10}) = 10\,x^9 e^{x^{10}} \end{cases}$$

Розв'язуючи систему, знаходимо:

$p`_2 = -10\,x^{19} e^{x^{10}}$ $\quad p`_1 = 10\,x^9 e^{x^{10}}$

Інтегруємо:

$p_2 = -e^{x^{10}}(x^{10} + 1) + C2$

$p_1 = e^{x^{10}} + C1$

Частковий розв'язок: $y_{част} = e^{x^{10}} x^{-8}$

Об'єднуємо однорідний і частковий розв'язки:

$$y(x) = C1x + \frac{C2}{x^9} + \frac{e^{x10}}{x^8}$$

розв'язок диф. рівняння знайдено. Виконаємо перевірку в Maple:

```
> with(DEtools) :
  with(Solve) :
  with(Student[ODEs]) :
```

$> ode := diff(y(x), x\$2) + 9\cdot\left(\frac{diff(y(x), x)}{x} - \frac{y(x)}{x^2}\right) = 100\cdot x^9\cdot e^{x10}$

$$ode := \frac{d^2}{dx^2}y(x) + \frac{9\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)}{x} - \frac{9\,y(x)}{x^2} = 100\,x^9\,e^{x10} \quad \textbf{(30)}$$

$> sol := dsolve(ode, y(x));$

$$sol := y(x) = \frac{c_2}{x^9} + x\,c_1 + \frac{e^{x10}}{x^9} \quad \textbf{(31)}$$

$> odetest(sol, ode);$

$$0 \quad \textbf{(32)}$$

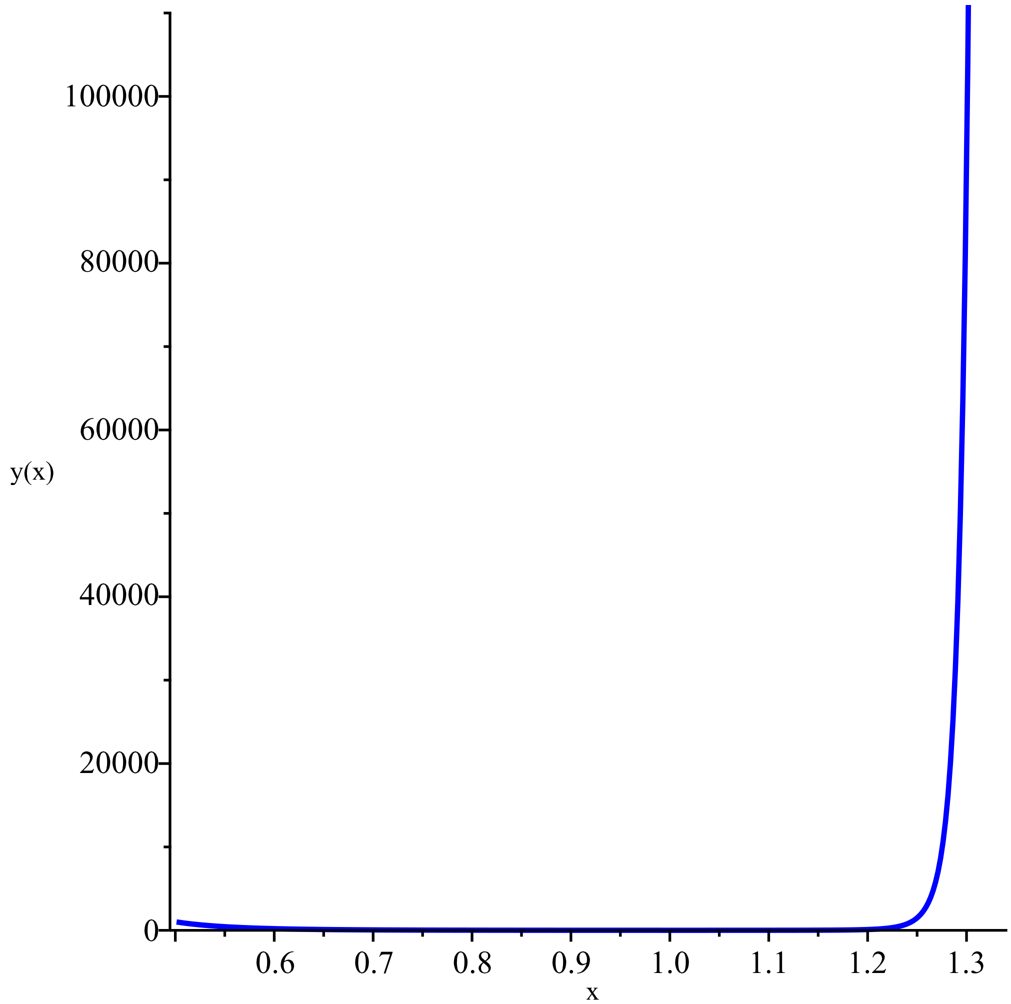
\>

відповіді співпадають. побудуємо графік рівняння :

$> y\_example := subs(\{\_C1 = 1, \_C2 = 1\}, rhs(sol))$

$$y\_example := \frac{1}{x^9} + x + \frac{e^{x10}}{x^9} \quad \textbf{(33)}$$

```
> plot(y_example, x = 0.5 .. 1.5 ,
      labels = ["x", "y(x)"],
      color = blue,
      thickness = 2);
```


100000
80000
60000
40000
20000
0
y(x)
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
1.1
1.2
1.3
x