Άσκηση 1

1) A(3,2,,4) B(1,1,1), Γ(2,6,3), Δ(5,8,6)

α)Οι αποστάσεις όλων των σημείων: $d(\mathrm{AB}) = \sqrt{((\mathrm{X_B}-\mathrm{X_A})^2+(\mathrm{Y_B}-\mathrm{Y_A})^2+(\mathrm{Z_B}-\mathrm{Z_A})^2)} = \sqrt{(2^2+1+3^2)} = \sqrt{1}4 = 3.74$ $d(\mathrm{B\Gamma}) = \sqrt{((\mathrm{X_\Gamma}-\mathrm{X_B})^2+(\mathrm{Y_\Gamma}-\mathrm{Y_B})^2+(\mathrm{Z_\Gamma}-\mathrm{Z_B})^2)} = \sqrt{(1^2+5^2+2^2)} = \sqrt{4}2 = 6.48$ $d(\Gamma\Delta) = \sqrt{((\mathrm{X_\Delta}-\mathrm{X_\Gamma})^2+(\mathrm{Y_\Delta}-\mathrm{Y_\Gamma})^2+(\mathrm{Z_\Delta}-\mathrm{Z_\Gamma})^2)} = \sqrt{(3^2+2^2+3^2)} = \sqrt{22} = 4.69 d(\mathrm{A\Delta}) = \sqrt{((\mathrm{X_\Delta}-\mathrm{X_A})^2+(\mathrm{Y_\Delta}-\mathrm{Y_A})^2+(\mathrm{Z_\Delta}-\mathrm{Z_A})^2)} = \sqrt{(2^2+6^2+2^2)} = \sqrt{44} = 6.63$ $d(\mathrm{A\Gamma}) = \sqrt{((\mathrm{X_\Gamma}-\mathrm{X_A})^2+(\mathrm{Y_\Gamma}-\mathrm{Y_A})^2+(\mathrm{Z_\Gamma}-\mathrm{Z_A})^2)} = \sqrt{(1^2+4^2+1^2)} = \sqrt{18} = 4.24 d(\mathrm{B\Delta}) = \sqrt{((\mathrm{X_\Delta}-\mathrm{X_B})^2+(\mathrm{Y_\Delta}-\mathrm{Y_B})^2+(\mathrm{Z_\Delta}-\mathrm{Z_B})^2)} = \sqrt{(4^2+7^2+5^2)} = \sqrt{90} = 9.49$

β) Οι αποστάσεις από το οπτικό κέντρο με συντεταγμένες (0,0):
$d(\mathrm{OA}) = \sqrt{((\mathrm{X_A}-0)^2+(\mathrm{Y_A}-0)^2+(\mathrm{Z_A}-0)^2)} = \sqrt{(9+4+16)} = \sqrt{29} = 5.39 d(\mathrm{OB}) = \sqrt{((\mathrm{X_B}-0)^2+(\mathrm{Y_B}-0)^2+(\mathrm{Z_B}-0)^2)} = \sqrt{(1+1+1)} = \sqrt{3} = 1.73 d(\mathrm{O\Gamma}) = \sqrt{((\mathrm{X_\Gamma}-0)^2+(\mathrm{Y_\Gamma}-0)^2+(\mathrm{Z_\Gamma}-0)^2)} = \sqrt{(4+36+9)} = \sqrt{49} = 7 d(\mathrm{O\Delta}) = \sqrt{((\mathrm{X_\Delta}-0)^2+(\mathrm{Y_\Delta}-0)^2+(\mathrm{Z_\Delta}-0)^2)} = \sqrt{(25+64+36)} = \sqrt{125} = 11.18$γ) Για να βρούμε τις προβολές των σημείων του χώρου στο επίπεδο, χρησιμοποιούμε την συνθήκη συγγραμμικότητας:

$$x_\mathrm{A} = \frac{f\cdot X_\mathrm{A}}{Z_\mathrm{A}} = \frac{3}{4},\ y_\mathrm{A} = \frac{f\cdot \mathrm{Y_A}}{\mathrm{Z_A}} = \frac{1}{2} \quad A'\left(\frac{3}{4},\frac{1}{2}\right)$$

$$x_\mathrm{B} = \frac{f\cdot X_\mathrm{B}}{Z_\mathrm{B}} = 1,\ y_\mathrm{B} = \frac{f\cdot \mathrm{Y_B}}{\mathrm{Z_B}} = 1 \quad B'(1,1)$$

$$x_\Gamma = \frac{f\cdot X_\Gamma}{Z_\Gamma} = \frac{2}{3},\ y_\Gamma = \frac{f\cdot \mathrm{Y_\Gamma}}{\mathrm{Z_\Gamma}} = 1 \quad \Gamma'\left(\frac{2}{3},1\right)$$

$$x_\Delta = \frac{f\cdot X_\Delta}{Z_\Delta} = \frac{5}{6},\ y_\Delta = \frac{f\cdot \mathrm{Y_\Delta}}{\mathrm{Z_\Delta}} = \frac{4}{3} \quad \Delta'\left(\frac{5}{6},\frac{4}{3}\right)$$

2)

$$x = \frac{f\cdot X}{Z} \Rightarrow X = x\cdot f\cdot Z\ ,\ \ y = \frac{f\cdot Y}{Z} \Rightarrow Y = y\cdot f\cdot Z$$

Για οποιοδήποτε Z , μπορούμε να βρούμε σημεία με προβολές ίδιες με αυτές των A,B,Γ,Δ

Επομένως για Z=2, το σημείο που έχει ίδια προβολή με το:

A: $X_\mathrm{E} = x_\mathrm{A}\cdot Z\ = \frac{3}{2},\ Y_\mathrm{E} = y_\mathrm{A}\cdot Z = 1$

$$E\left(\frac{3}{2},1{,}2\right)$$

$$\text{B}: X_{\mathrm{Z}} = x_{\mathrm{B}} \cdot Z \;\; = 2 \;, \;\; Y_{\mathrm{Z}} = y_{\mathrm{B}} \cdot Z = 2$$

$$\mathrm{Z}(2,2,2)$$

$$\Gamma: X_{\mathrm{H}} = x_{\Gamma} \cdot Z \;\; = \tfrac{4}{3} \;, \;\; Y_{\mathrm{H}} = y_{\Gamma} \cdot Z = 2$$

$$H\left(\frac{4}{3}, 2,2\right)$$

$$\Delta: X_{\Theta} = x_{\Delta} \cdot Z \;\; = \tfrac{5}{3} \;, \;\; Y_{\Theta} = y_{\Delta} \cdot Z = \tfrac{8}{3}$$

$$\Theta\left(\frac{5}{3}, \frac{8}{3}, 2\right)$$