Άσκηση 1

Επιλέξτε 4 τυχαία σημεία στο χώρο

Για αυτά τα σημεία, υπολογίστε

α) Τις μεταξύ τους αποστάσεις

β) Την απόσταση τους από το οπτικό κέντρο

γ) Που προβάλλονται στο επίπεδο για $f=1$

Άσκηση 2

Για τις προβολές που υπολογίσατε στην 1ᴴ άσκηση,
Βρείτε άλλο ένα σημείο στον χώρο που της αντιστοιχεί

Άσκηση 1

Τα 4 σημεία είναι A(1, 2, 3)

B(4, 5, 6)

Γ(7, 8, 9)

Δ(10, 11, 12)

a) Οι μεταξύ τους αποστάσεις είναι

- Για AB

$$d_{AB} = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2 + (6-3)^2} \iff$$

$$d_{AB} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} \iff$$

$$d_{AB} = \sqrt{9+9+9} \iff$$

$$d_{AB} = \sqrt{27} \ m$$

- Για AΓ

$$d_{AΓ} = \sqrt{(7-1)^2 + (8-2)^2 + (9-3)^2} \iff$$

$$d_{AΓ} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \iff$$

$$d_{AΓ} = \sqrt{36 + 36 + 36} \iff$$

$$d_{AΓ} = \sqrt{108} \ m$$

- Για AΔ

$$d_{AΔ} = \sqrt{(10-1)^2 + (11-2)^2 + (12-3)^2} \iff$$

$$d_{AΔ} = \sqrt{9^2 + 9^2 + 9^2} \iff$$

$$d_{AΔ} = \sqrt{81 + 81 + 81} \iff$$

$$d_{AΔ} = \sqrt{243} \ m$$

- Για BΓ

$$d_{BΓ} = \sqrt{(7-4)^2 + (8-5)^2 + (9-6)^2} \iff$$

$$d_{BΓ} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} \iff$$

$$d_{BΓ} = \sqrt{9+9+9} \iff d_{BΓ} = \sqrt{27} \ m$$

- Για ΒΔ

$$d_{B\Delta} = \sqrt{(10-4)^2 + (11-5)^2 + (12-6)^2} \iff$$

$$d_{B\Delta} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \iff$$

$$d_{B\Delta} = \sqrt{36 + 36 + 36} \iff$$

$$d_{B\Delta} = \sqrt{108} \ m$$

- Για ΓΔ

$$d_{\Gamma\Delta} = \sqrt{(10-7)^2 + (11-8)^2 + (12-9)^2} \iff$$

$$d_{\Gamma\Delta} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} \iff$$

$$d_{\Gamma\Delta} = \sqrt{9 + 9 + 9} \iff$$

$$d_{\Gamma\Delta} = \sqrt{27} \ m$$

Β) Η απόσταση του κάθε σημείου απο το οπτικό κέντρο είναι:

- Για Α

$$d_A = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} \iff$$

$$d_A = \sqrt{1 + 4 + 9} \iff$$

$$d_A = \sqrt{14} \ m$$

Για Δ

$$d_\Delta = \sqrt{10^2 + 11^2 + 12^2} \iff$$

$$d_\Delta = \sqrt{100 + 121 + 144} \iff$$

$$d_\Delta = \sqrt{365} \ m$$

- Για Β

$$d_B = \sqrt{4^2 + 5^2 + 6^2} \iff$$

$$d_B = \sqrt{16 + 25 + 36} \iff$$

$$d_B = \sqrt{77} \ m$$

- Για Γ

$$d_\Gamma = \sqrt{7^2 + 8^2 + 9^2} \iff$$

$$d_\Gamma = \sqrt{49 + 64 + 81}$$

$$d_\Gamma = \sqrt{194} \ m$$

δ) Η προβολλή του κάθε σημείου στο επίπεδο έχει ως εξής:

Για Α
▷ $x = f \cdot \dfrac{X}{Z} \iff x = 1 \cdot \dfrac{1}{3} \iff x = \dfrac{1}{3}$
▷ $y = f \cdot \dfrac{Y}{Z} \iff y = 1 \cdot \dfrac{2}{3} \iff y = \dfrac{2}{3}$
Άρα στο $A' \left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3} \right)$

Για Β
▷ $x = f \cdot \dfrac{X}{Z} \iff x = 1 \cdot \dfrac{4}{6} \iff x = \dfrac{4}{6} \iff x = \dfrac{2}{3}$
▷ $y = f \cdot \dfrac{Y}{Z} \iff y = 1 \cdot \dfrac{5}{6} \iff x = \dfrac{5}{6}$
Άρα στο $B' \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{5}{6} \right)$

Για Γ
▷ $x = f \cdot \dfrac{X}{Z} \iff x = 1 \cdot \dfrac{7}{9} \iff x = \dfrac{7}{9}$
▷ $y = f \cdot \dfrac{Y}{Z} \iff y = 1 \cdot \dfrac{8}{9} \iff y = \dfrac{8}{9}$
Άρα στο $Γ' \left(\dfrac{7}{9}, \dfrac{8}{9} \right)$

Για Δ
▷ $x = f \cdot \dfrac{X}{Z} \iff x = 1 \cdot \dfrac{10}{12} \iff x = \dfrac{10}{12} \iff x = \dfrac{5}{6}$
▷ $y = f \cdot \dfrac{Y}{Z} \iff y = 1 \cdot \dfrac{11}{12} \iff y = \dfrac{11}{12}$
Άρα στο $Δ' \left(\dfrac{5}{6}, \dfrac{11}{12} \right)$

Άσκηση 2

Για κάθε προβολή στο επίπεδο, ένα άλλο σημείο στον χώρο που της αντιστοιχεί είναι:

Για το $A'\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ με $Z=1$

▷ $x = f\dfrac{X}{Z} \overset{f=1}{\Longleftrightarrow} x = \dfrac{X}{Z} \Longleftrightarrow X = Z \cdot x \Longleftrightarrow X = 1 \cdot \dfrac{1}{3} \Longleftrightarrow$
$\Longleftrightarrow X = \dfrac{1}{3}$

▷ $y = f\dfrac{Y}{Z} \overset{f=1}{\Longleftrightarrow} y = \dfrac{Y}{Z} \Longleftrightarrow Y = Z \cdot y \Longleftrightarrow Y = 1 \cdot \dfrac{2}{3} \Longleftrightarrow$
$\Longleftrightarrow Y = \dfrac{2}{3}$

Άρα το $E\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}, 1\right)$

Για το $B'\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right)$ με $Z=3$

▷ $x = f\dfrac{X}{Z} \overset{f=1}{\Longleftrightarrow} x = \dfrac{X}{Z} \Longleftrightarrow X = Z \cdot x \Longleftrightarrow X = 3 \cdot \dfrac{2}{3} \Longleftrightarrow X = 2$

▷ $y = f\dfrac{Y}{Z} \overset{f=1}{\Longleftrightarrow} y = \dfrac{Y}{Z} \Longleftrightarrow Y = Z \cdot y \Longleftrightarrow Y = 3 \cdot \dfrac{5}{6} \Longleftrightarrow Y = \dfrac{1}{2}$

Άρα το $K\left(2, \dfrac{1}{2}, 3\right)$

Για το $\Gamma'\left(\frac{7}{9}, \frac{8}{9}\right)$ με $Z=9$

▷ $x = f\dfrac{X}{Z} \overset{f=1}{\Longleftrightarrow} x = \dfrac{X}{Z} \Longleftrightarrow X = Z \cdot x \Longleftrightarrow X = 9 \cdot \dfrac{7}{9} \Longleftrightarrow X = 7$

▷ $y = f\dfrac{Y}{Z} \overset{f=1}{\Longleftrightarrow} y = \dfrac{Y}{Z} \Longleftrightarrow Y = Z \cdot y \Longleftrightarrow Y = 9 \cdot \dfrac{8}{9} \Longleftrightarrow Y = 8$

Άρα το $\Theta\left(7, 8, 9\right)$

Για το $\Delta'\left(\frac{5}{6}, \frac{11}{12}\right)$ με $Z=6$

▷ $x = f\dfrac{X}{Z} \overset{f=1}{\Longleftrightarrow} x = \dfrac{X}{Z} \Longleftrightarrow X = Z \cdot x \Longleftrightarrow X = 6 \cdot \dfrac{5}{6} \Longleftrightarrow X = 5$

▷ $y = f\dfrac{Y}{Z} \overset{f=1}{\Longleftrightarrow} y = \dfrac{Y}{Z} \Longleftrightarrow Y = Z \cdot y \Longleftrightarrow Y = 6 \cdot \dfrac{11}{12} \Longleftrightarrow Y = \dfrac{11}{2}$

Άρα το $N\left(5, \dfrac{11}{2}, 6\right)$