(x,0,2)

↓ μικρά

ργαστήριο Άσκηση

Εκφων: (1) Επιλέξτε 4 τυχαία σημεία στον χώρο. Για αυτά τα σημεία υπολογίστε:

α) τις μεταξύ τους αποστάσεις

β) την απόσταση τους από το οπτικό κέντρο

γ) που προβάλλονται στο επίπεδο για $f=1$;

(2) Για τις προβολές που υπολογίσατε στην 1η άσκηση βρείτε άλλο ένα σημείο στο χώρο που της αντιστοιχεί

Λύση (1). Τα σημεία: $A(1,1,2)$, $B(-2,4,8)$, $\Gamma(0,-1,3)$, $\Delta(5,1,-2)$

και θεωρούμε οπτικό κέντρο το $O(0,0,0)$

7,35 = α) $d(A,B)=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}=\sqrt{(-2-1)^2+(4-1)^2+(8-2)^2}=\sqrt{9+9+36}=\sqrt{54}$

2,45 = $d(A,\Gamma)=\sqrt{(x_\Gamma-x_A)^2+(y_\Gamma-y_A)^2+(z_\Gamma-z_A)^2}=\sqrt{(0-1)^2+(-1-1)^2+(3-2)^2}=\sqrt{1+4+1}=\sqrt{6}$

5,66 = $d(A,\Delta)=\sqrt{(x_\Delta-x_A)^2+(y_\Delta-y_A)^2+(z_\Delta-z_A)^2}=\sqrt{(5-1)^2+(1-1)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{16+16}=\sqrt{32}$

7,35 = $d(B,\Gamma)=\sqrt{(x_\Gamma-x_B)^2+(y_\Gamma-y_B)^2+(z_\Gamma-z_B)^2}=\sqrt{(0+2)^2+(-1-4)^2+(3-8)^2}=\sqrt{4+25+25}=\sqrt{54}$

12,57 = $d(B,\Delta)=\sqrt{(x_\Delta-x_B)^2+(y_\Delta-y_B)^2+(z_\Delta-z_B)^2}=\sqrt{(5+2)^2+(1-4)^2+(-2-8)^2}=\sqrt{49+9+100}=\sqrt{\ldots}$

7,35 = $d(\Gamma,\Delta)=\sqrt{(x_\Delta-x_\Gamma)^2+(y_\Delta-y_\Gamma)^2+(z_\Delta-z_\Gamma)^2}=\sqrt{(5-0)^2+(1+1)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{25+4+25}=\sqrt{54}$

β) $d(0,A)=\sqrt{(x_A-x_0)^2+(y_A-y_0)^2+(z_A-z_0)^2}=\sqrt{1^2+1^2+2^2}=\sqrt{6}=2,45$

$d(0,B)=\sqrt{(x_B-x_0)^2+(y_B-y_0)^2+(z_B-z_0)^2}=\sqrt{(-2)^2+4^2+8^2}=\sqrt{84}=9,16$

$d(0,\Gamma)=\sqrt{(x_\Gamma-x_0)^2+(y_\Gamma-y_0)^2+(z_\Gamma-z_0)^2}=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\sqrt{10}=3,16$

$d(0,\Delta)=\sqrt{(x_\Delta-x_0)^2+(y_\Delta-y_0)^2+(z_\Delta-z_0)^2}=\sqrt{5^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{30}=5,48$

γ) Για $f=1$ και σύμφωνα με τους τύπους $x=\frac{f\cdot X}{Z}$ και $y=\frac{f\cdot Y}{Z}$ για κάθε σημείο στον χώρο έχουμε:

A': $x=\frac{1\cdot 1}{2}=\frac{1}{2}=0{,}5$ $\quad y=\frac{1\cdot 1}{2}=\frac{1}{2}=0{,}5$ $\quad A'(0{,}5\ ,\ 0{,}5)$

B': $x=\frac{1\cdot(-2)}{8}=\frac{-1}{4}=-0{,}25$ $\quad y=\frac{1\cdot 4}{8}=\frac{1}{2}=0{,}5$ $\quad B'(-0{,}25\ ,\ 0{,}5)$

Γ': $x=\frac{1\cdot 0}{3}=\frac{0}{3}=0$ $\quad y=\frac{1\cdot(-1)}{3}=\frac{-1}{3}=-0{,}\bar{3}$ $\quad \Gamma'(0\ ,\ -0{,}\bar{3})$

Δ': $x=\frac{1\cdot 5}{-2}=\frac{5}{-2}=-2{,}5$ $\quad y=\frac{1\cdot 1}{-2}=\frac{-1}{2}=-0{,}5$ $\quad \Delta'(-2{,}5\ ,\ -0{,}5)$

2) Με βάση τις σχέσεις $(x',y')=\left(\frac{X}{Z},\frac{Y}{Z}\right)$
Αν λύσουμε ως προς X και Y αντίστοιχα, έχουμε:
$X=x'\cdot Z$ και $Y=y'\cdot Z$
Άρα μπορούμε να επιλέξουμε όποια τιμή του Z θέλουμε για να υπολογίσουμε το αντίστοιχο X και Y ώστε το νέο σημείο να έχει την ίδια προβολή.

Έστω $Z=2$:

- $A'(0.5, 0.5)$ $\quad X_A=0.5\cdot 2=1$ και $Y=0.5\cdot 2=1$
  Επομένως το νέο σημείο είναι το $G_A=(1,1,2)$

- $B'(-0.25, 0.5)$ $\quad X_B=-0.25\cdot 2=-0.5$ και $Y_B=0.5\cdot 2=1$
  Επομένως το νέο σημείο είναι το $G_B=(-0.5,1,2)$

- $\Gamma'(0,-0{,}\bar{3})$ $\quad X_\Gamma=0\cdot 2=0$ και $Y_\Gamma=-0.\bar{3}\cdot 2=-0{,}667)$
  Επομένως το νέο σημείο είναι το $G_\Gamma=(0,-0.667,2)$

- $\Delta'(-2.5,-0.5)$ $\quad X_\Delta=-2.5\cdot 2=-5$ και $Y_\Delta=-0.5\cdot 2=-1$
  Επομένως το νέο σημείο είναι το $G_\Delta=(-5,-1,2)$

Χριστοπούλου Ελένη
gea23391074 4ο εξάμηνο