

ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑ Ι

Ονοματεπώνυμο: Μαρία-Κωνσταντίνα Ταγάρα

ΑΜ: 23391088

Άσκηση 1

1. Επιλέξτε 4 τυχαία σημεία γ στο χώρο
Για αυτά τα σημεία υπολογίστε
 - α) τις μεταξύ τους αποστάσεις
 - β) την απόσταση τους από το οπτικό κέντρο
 - γ) πού προβάλλονται στο επίπεδο για $f=1$

Έστω Α,Β,Γ,Δ 4 σημεία στο χώρο:

Α (2,4,6)

Β (1,3,7)

Γ (6,2,4)

Δ (9,8,1)

α) Οι μεταξύ τους αποστάσεις θα υπολογιστούν με εφαρμογή του τύπου :

$$D(i,j) = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2}$$

- Απόσταση των σημείων Α-Β: $D(A,B) = \sqrt{(1-2)^2 + (3-4)^2 + (7-6)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3} \cong 1.73m$
- Απόσταση των σημείων Α-Γ: $D(A,\Gamma) = \sqrt{(6-2)^2 + (2-4)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{24} \cong 4.90m$
- Απόσταση των σημείων Α-Δ: $D(A,\Delta) = \sqrt{(9-2)^2 + (8-4)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{7^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{90} \cong 9.49m$
- Απόσταση των σημείων Β-Γ: $D(B,\Gamma) = \sqrt{(6-1)^2 + (2-3)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{5^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{35} \cong 5.92m$
- Απόσταση των σημείων Β-Δ: $D(B,\Delta) = \sqrt{(9-1)^2 + (8-3)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{8^2 + 5^2 + (-6)^2} = \sqrt{125} \cong 11.18m$
- Απόσταση των σημείων Γ-Δ: $D(\Gamma,\Delta) = \sqrt{(9-6)^2 + (8-2)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{3^2 + 6^2 + (-3)^2} = \sqrt{54} \cong 7.35m$

Ββ) Αν θεωρήσουμε ότι το οπτικό κέντρο βρίσκεται στην αρχή των αξόνων (0,0,0), η απόσταση κάθε σημείου από το οπτικό κέντρο είναι:

$$D(i, O) = \sqrt{(0 - X_i)^2 + (0 - Y_i)^2 + (0 - Z_i)^2} = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2}$$

β) Αν θεωρήσουμε ότι το οπτικό κέντρο βρίσκεται στην αρχή των αξόνων (0,0,0), η απόσταση κάθε σημείου από το οπτικό κέντρο είναι:

$$D(i, O) = \sqrt{(0 - X_i)^2 + (0 - Y_i)^2 + (0 - Z_i)^2} = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2}$$

- Σημείο Α : $D(A, O) = \sqrt{2^2 + 4^2 + 6^2} = \sqrt{56} = 7.48m$
- Σημείο Β : $D(B, O) = \sqrt{1^2 + 3^2 + 7^2} = \sqrt{59} = 7.68m$
- Σημείο Γ : $D(\Gamma, O) = \sqrt{6^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{56} = 7.48m$
- Σημείο Δ : $D(\Delta, O) = \sqrt{9^2 + 8^2 + 1^2} = \sqrt{146} = 12.08m$

Γγ) Για να βρούμε που προβάλλονται στο επίπεδο θα χρησιμοποιήσουμε την συνθήκη συγγραμμικότητας: $x = \frac{fX}{Z}$, $y = \frac{fY}{Z}$ που για $f=1$ θα είναι προφανώς : $x = \frac{X}{Z}$, $y = \frac{Y}{Z}$.

Άρα:

- Για το σημείο Α έχουμε :

$$x_A = \frac{X_A}{Z_A} = \frac{2}{6} \Rightarrow x_A = \frac{1}{3}m \text{ και } y_A = \frac{Y_A}{Z_A} = \frac{4}{6} \Rightarrow y_A = \frac{2}{3}m$$

Το σημείο Α προβάλλεται στο επίπεδο με συντεταγμένες: $A\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

- Για το σημείο Β έχουμε :

$$x_B = \frac{X_B}{Z_B} \Rightarrow x_B = \frac{1}{7}m \text{ και } y_B = \frac{Y_B}{Z_B} \Rightarrow y_B = \frac{3}{7}m$$

Το σημείο Β προβάλλεται στο επίπεδο με συντεταγμένες: $B\left(\frac{1}{7}, \frac{3}{7}\right)$

- Για το σημείο Γ έχουμε :

$$x_\Gamma = \frac{X_\Gamma}{Z_\Gamma} = \frac{6}{4} \Rightarrow x_\Gamma = \frac{3}{2}m \text{ και } y_\Gamma = \frac{Y_\Gamma}{Z_\Gamma} = \frac{2}{4} \Rightarrow y_\Gamma = \frac{1}{2}m$$

Το σημείο Γ προβάλλεται στο επίπεδο με συντεταγμένες: $\Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

- Για το σημείο Δ έχουμε :

$$x_{\Delta} = \frac{x_{\Delta}}{z_{\Delta}} = \frac{9}{1} \Rightarrow x_{\Delta} = 9m \text{ και } y_{\Delta} = \frac{y_{\Delta}}{z_{\Delta}} = \frac{8}{1} \Rightarrow y_{\Delta} = 8m$$

Το σημείο Δ προβάλλεται στο επίπεδο με συντεταγμένες: $\Delta(9,8)$

Άσκηση 2

Για τις προβολές που υπολογίσατε στην Άσκηση 1 προσπαθήστε να βρείτε για κάθε μια από τις προβολές, ένα άλλο σημείο στο χώρο που τις αντιστοιχεί.

αν ένα άλλο σημείο (X', Y', Z') έχει την ίδια προβολή, τότε πρέπει να ισχύει:

$$\frac{x'}{z'} = \frac{x}{z} \text{ και } \frac{y'}{z'} = \frac{y}{z}$$

Αν διαλέξουμε οποιοδήποτε άλλο Z' και διατηρήσουμε τους ίδιους λόγους , τότε η νέα προβολή θα είναι η ίδια. Έστω ότι $Z' = 2$. Για A', B', Γ', Δ' θα έχουμε:

- Σημείο A'

$$\frac{x'_A}{z'_A} = \frac{x_A}{z_A} \Rightarrow x'_A = \frac{x_A}{z_A} z'_A = \frac{1}{3} \cdot 2 \Rightarrow x'_A = \frac{2}{3}m \text{ και}$$

$$\frac{y'_A}{z'_A} = \frac{y_A}{z_A} \Rightarrow y'_A = \frac{y_A}{z_A} z'_A = \frac{2}{3} \cdot 2 \Rightarrow y'_A = \frac{4}{3}m \text{ άρα } A\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, 2\right)$$

- Σημείο B'

$$\frac{x'_B}{z'_B} = \frac{x_B}{z_B} \Rightarrow x'_B = \frac{x_B}{z_B} z'_B = \frac{1}{7} \cdot 2 \Rightarrow x'_B = \frac{2}{7}m \text{ και}$$

$$\frac{y'_B}{z'_B} = \frac{y_B}{z_B} \Rightarrow y'_B = \frac{y_B}{z_B} z'_B = \frac{3}{7} \cdot 2 \Rightarrow y'_B = \frac{6}{7}m \text{ άρα } B\left(\frac{2}{7}, \frac{6}{7}, 2\right)$$

- Σημείο Γ'

$$\frac{x'_{\Gamma}}{z'_{\Gamma}} = \frac{x_{\Gamma}}{z_{\Gamma}} \Rightarrow x'_{\Gamma} = \frac{x_{\Gamma}}{z_{\Gamma}} z'_{\Gamma} = \frac{3}{2} \cdot 2 \Rightarrow x'_{\Gamma} = 3m \text{ και}$$

$$\frac{y'_{\Gamma}}{z'_{\Gamma}} = \frac{y_{\Gamma}}{z_{\Gamma}} \Rightarrow y'_{\Gamma} = \frac{y_{\Gamma}}{z_{\Gamma}} z'_{\Gamma} = \frac{1}{2} \cdot 2 \Rightarrow y'_{\Gamma} = 1m \text{ άρα } \Gamma(3,1,2)$$

- Σημείο Δ'

$$\frac{x'_\Delta}{z'_\Delta} = \frac{x_\Delta}{z_\Delta} \Rightarrow X'_\Delta = \frac{x_\Delta}{z_\Delta} Z'_\Delta = 9 \cdot 2 \Rightarrow X'_\Delta = 18m \text{ και}$$

$$\frac{y'_\Delta}{z'_\Delta} = \frac{y_\Delta}{z_\Delta} \Rightarrow Y'_\Delta = \frac{y_\Delta}{z_\Delta} Z'_\Delta = 8 \cdot 2 \Rightarrow Y'_\Delta = 16m \text{ άρα } \Delta(18,16,2)$$

Επομένως οι προβολές θα είναι:

- Σημείο A:

$$x'_A = \frac{X'_A}{Z'_A} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = x_A \text{ και } y'_A = \frac{Y'_A}{Z'_A} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = y_A$$

Ομοίως και τα υπόλοιπα σημεία.