

Επιλέξτε 4 σημεία στον χώρο. Για αυτά τα σημεία υπολογίστε

α) τις μεταξύ τους αποστάσεις

β) την απόσταση τους από το οπτικό κέντρο $O(0,0,0)$

γ) που προβάλλονται στο επίπεδο για εστιακό μήκος $f=1$

Έστω τέσσερα σημεία στον χώρο:

$A(1,2,3)$ $B(-1,1,4)$ $\Gamma(3,-2,1)$ $\Delta(0,0,5)$

(α) Υπολογισμός των μεταξύ τους αποστάσεων

$$d(A,B)=\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2}$$

$$d(A,B)=\sqrt{(-1 - 1)^2 + (1 - 2)^2 + (4 - 3)^2}$$

$$d(A,B)=\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + (1)^2}$$

$$d(A,B)=\sqrt{4 + 1 + 1}$$

$$d(A,B)=\sqrt{6}=2.45$$

$$d(A,\Gamma)=\sqrt{(X_\Gamma - X_A)^2 + (Y_\Gamma - Y_A)^2 + (Z_\Gamma - Z_A)^2}$$

$$d(A,\Gamma)=\sqrt{(3 - 1)^2 + (-2 - 2)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$d(A,\Gamma)=\sqrt{(2)^2 + (-4)^2 + (-2)^2}$$

$$d(A,\Gamma)=\sqrt{4 + 16 + 4}$$

$$d(A,\Gamma)=\sqrt{24}=4.90$$

$$d(A,\Delta)=\sqrt{(X_\Delta - X_A)^2 + (Y_\Delta - Y_A)^2 + (Z_\Delta - Z_A)^2}$$

$$d(A,\Delta)=\sqrt{(0 - 1)^2 + (0 - 2)^2 + (5 - 3)^2}$$

$$d(A,\Delta)=\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + (2)^2}$$

$$d(A,\Delta)=\sqrt{1 + 4 + 4}$$

$$d(A,\Delta)=\sqrt{9}=3$$

$$d(B,\Gamma)=\sqrt{(X_{\Gamma}-X_B)^2+(Y_{\Gamma}-Y_B)^2+(Z_{\Gamma}-Z_B)^2}$$

$$d(B,\Gamma)=\sqrt{(3-(-1))^2+(-2-1)^2+(1-4)^2}$$

$$d(B,\Gamma)=\sqrt{(4)^2+(-3)^2+(-3)^2}$$

$$d(B,\Gamma)=\sqrt{16+9+9}$$

$$d(B,\Gamma)=\sqrt{34}=5.83$$

$$d(B,\Delta)=\sqrt{(X_{\Delta}-X_B)^2+(Y_{\Delta}-Y_B)^2+(Z_{\Delta}-Z_B)^2}$$

$$d(B,\Delta)=\sqrt{(0-(-1))^2+(0-1)^2+(5-4)^2}$$

$$d(B,\Delta)=\sqrt{(1)^2+(-1)^2+(1)^2}$$

$$d(B,\Delta)=\sqrt{1+1+1}$$

$$d(B,\Delta)=\sqrt{3}=1.73$$

$$d(\Gamma,\Delta)=\sqrt{(X_{\Delta}-X_{\Gamma})^2+(Y_{\Delta}-Y_{\Gamma})^2+(Z_{\Delta}-Z_{\Gamma})^2}$$

$$d(\Gamma,\Delta)=\sqrt{(0-3))^2+(0-(-2))^2+(5-1)^2}$$

$$d(\Gamma,\Delta)=\sqrt{(3)^2+(2)^2+(4)^2}$$

$$d(\Gamma,\Delta)=\sqrt{9+4+16}$$

$$d(\Gamma,\Delta)=\sqrt{29}=5.39$$

**(β) Υπολογισμός της απόστασης από το οπτικό κέντρο
O(0,0,0)**

$$d(A,O)=\sqrt{(X_O-X_A)^2+(Y_O-Y_A)^2+(Z_O-Z_A)^2}$$

$$d(A,O)=\sqrt{(0-1))^2+(0-2)^2+(0-3)^2}$$

$$d(A,O)=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(-3)^2}$$

$$d(A,O)=\sqrt{1+4+9}$$

$$d(A,O)=\sqrt{14}=3.74$$

$$d(B,O)=\sqrt{(X_O - X_B)^2 + (Y_O - Y_B)^2 + (Z_O - Z_B)^2}$$

$$d(B,O)=\sqrt{(0 - (-1))^2 + (0 - 1)^2 + (0 - 4)^2}$$

$$d(B,O)=\sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (-4)^2}$$

$$d(B,O)=\sqrt{1 + 1 + 16}$$

$$d(B,O)=\sqrt{18}=4.24$$

$$d(\Gamma,O)=\sqrt{(X_O - X_\Gamma)^2 + (Y_O - Y_\Gamma)^2 + (Z_O - Z_\Gamma)^2}$$

$$d(\Gamma,O)=\sqrt{(0 - 3)^2 + (0 - (-2))^2 + (0 - 1)^2}$$

$$d(\Gamma,O)=\sqrt{(-3)^2 + (2)^2 + (-1)^2}$$

$$d(\Gamma,O)=\sqrt{9 + 4 + 1}$$

$$d(\Gamma,O)=\sqrt{14}=3.74$$

$$d(\Delta,O)=\sqrt{(X_O - X_\Delta)^2 + (Y_O - Y_\Delta)^2 + (Z_O - Z_\Delta)^2}$$

$$d(\Delta,O)=\sqrt{(0 - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - 5)^2}$$

$$d(\Delta,O)=\sqrt{(0)^2 + (0)^2 + (-5)^2}$$

$$d(\Delta,O)=\sqrt{0 + 0 + 25}$$

$$d(\Delta,O)=\sqrt{25}=5$$

γ) Προβολές στο επίπεδο f=1

$$x_A=f \cdot \frac{X_A}{Z_A}=\frac{1}{3}$$

$$x_B=f \cdot \frac{X_B}{Z_B}=-\frac{1}{4}$$

$$x_\Gamma=f \cdot \frac{X_\Gamma}{Z_\Gamma}=3$$

$$x_\Delta=f \cdot \frac{X_\Delta}{Z_\Delta}=0$$

$$y_A=f \cdot \frac{Y_A}{Z_A}=\frac{2}{3}$$

$$y_B=f \cdot \frac{Y_B}{Z_B}=\frac{1}{4}$$

$$y_\Gamma=f \cdot \frac{Y_\Gamma}{Z_\Gamma}=-2$$

$$y_\Delta=f \cdot \frac{Y_\Delta}{Z_\Delta}=0$$

Για τις προβολές που υπολογίσατε από την προηγούμενη άσκηση.
Προσπαθήστε να βρείτε για κάθε μία από τις προβολές άλλο ένα σημείο στον χώρο που της αντιστοιχεί.

ΛΥΣΗ

Για κάθε προβολή $P'(x',y',1)$ που βρήκαμε, αναζητούμε ένα διαφορετικό σημείο $P(x,y,z)$ στον χώρο που προβάλλεται στο ίδιο σημείο στο επίπεδο εικόνας $z=1$ με εστιακή απόσταση $f=1$

Νέα σημεία που προβάλλονται στις ίδιες θέσεις:

Επιλέγουμε μια διαφορετική τιμή z (τυχαία θέτουμε $z=2$) για να βρούμε ένα δεύτερο σημείο:

Για $A'(0.33,0.67,1)$

$$x=0.33 \cdot 2=0.67 \quad y=0.67 \cdot 2=1.33 \quad z=2$$

Νέο σημείο: $A_2(0.67,1.33,2)$

Για $B'(-0.25,0.25,1)$

$$x=-0.25 \cdot 2=-0.50 \quad y=0.25 \cdot 2=0.50 \quad z=2$$

Νέο σημείο: $B_2(-0.50,0.50,2)$

Για $\Gamma'(3.00,-2.00,1)$

$$x=3.00 \cdot 2=6.00 \quad y=-2.00 \cdot 2=-4.00 \quad z=2$$

Νέο σημείο: $\Gamma_2(6.00,-4.00,2)$

Για $\Delta'(0,0,1)$

$$x=0 \cdot 2=0 \quad y=0 \cdot 2=0 \quad z=2$$

Νέο σημείο: $\Delta_2(0,0,2)$

Έτσι, βρήκαμε τέσσερα νέα σημεία στον χώρο που προβάλλονται στα ίδια σημεία στο επίπεδο εικόνας.

