Математическая статистика

11 декабря 2023

Задача 1:

Смоделировать число гербов при четырёх бросаниях монеты. В качестве датчика случайных чисел взять мультипликативный датчик Фишмана: выбирается последовательность такая, что

$k_n = k_{n-1} \cdot a \mod m$

$(k_0, m) = (a, m) = 1$

$y_n = \dfrac{k_n}{m} \in (0, 1)$

$m = 2^{31} - 1$

$a = 630360016$

$\xi \in B_{100,4}$

Задача 2:

Смоделировать 100 значений нормального распределения тремя способами с помощью датчика случайных чисел Excel.

1 способ: с помощью квантильного преобразования

$x = F_0^{-1}(y)$

2 способ: точное моделирование пары случайных величин

$\eta_1, \eta_2 \in U(0, 1)$

$X = \sqrt{-2 \ln \eta_1} \cos(2\pi\eta_2)$

$Y = \sqrt{-2 \ln \eta_2} \sin(2\pi\eta_2)$

3 способ: на основе центральной предельной теоремы

$\xi_1, \ldots, \xi_n \in U(0, 1), S_n = \xi_1 + \cdots + \xi_n$

$\dfrac{S_n - na}{\sqrt{nD\xi_1}} \rightrightarrows N(0, 1)$

$S_{12} - 6 \approx N(0, 1)$

Проверим, что значения смоделированные третьим способом действительно можно считать значениями стандартной нормальной случайной величины.

Разобьём выборку на 10 равнонаполненных интервалов.

Задача 3:

Смоделировать показательное распределение с параметром $\alpha = 0,5$ двумя способами.

1 способ: с помощью квантильного преобразования

$x = -\dfrac{1}{\alpha}\ln(1-y)$

2 способ: быстрый показательный датчик

$\xi_1 = -\dfrac{1}{\alpha}\eta_4 \ln(\eta_1\eta_2\eta_3)$

$\xi_2 = -\dfrac{1}{\alpha}(\eta_5 - \eta_4) \ln(\eta_1\eta_2\eta_3)$

$\xi_3 = -\dfrac{1}{\alpha}(1 - \eta_5) \ln(\eta_1\eta_2\eta_3)$