

แบบฝึกหัด Dynamic Programming 2

1. กำหนดให้สมการ recurrence relation ดังนี้

$$P(i, j) = \min\{P(i-1, j) + 2, P(i, j-1) + 3, P(i-1, j-1) + C(i, j)\}$$

โดยที่ $P(0, j) = 3j$, $P(i, 0) = 2i$ และ $C(i, j) = 2i + j$ จงเขียนโปรแกรม dynamic programming แบบ top-down เพื่อหาคำตอบของ $P(n, m)$

ข้อมูลนำเข้า

จำนวนเต็ม n m โดยที่ $0 \leq n, m \leq 100$

ข้อมูลส่งออก

ผลลัพธ์ของ $P(i, j)$

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
10 5	33
2 3	11

2. จากปัญหาการแลกเหรียญ (coin changing problem) หากกำหนดให้เงินมีค่าเท่ากับ n บาทและมีเหรียญมูลค่าแตกต่างกัน K เหรียญ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะสามารถแลกเหรียญได้น้อยที่สุด โดยใช้ Dynamic Programming

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 จำนวนเต็ม n และ k แทนเงิน และจำนวนเหรียญ โดยที่ $1 \leq n \leq 100,000$ และ $1 \leq k \leq 5000$

บรรทัดที่ 2 รายการมูลค่าเหรียญ k รายการ คั่นด้วยช่องว่าง เรียงลำดับจากน้อยไปมาก

ข้อมูลส่งออก

แสดงจำนวนรวมเหรียญที่น้อยที่สุดที่แลกเงินได้ n บาท

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
5 3 1 2 3	2
38 5 1 2 4 5 10	5

แบบฝึกหัด Dynamic Programming 2

3. กำหนดให้อาร์เรย์ 2 มิติ ขนาด n แถว m คอลัมน์ ประกอบไปด้วยจำนวนเต็ม (integer) แทนค่า cost หากเริ่มจากตำแหน่ง $(0, 0)$ ไปยังตำแหน่ง (n, m) โดยมีเงื่อนไขที่ว่าเดินได้ทีละ 1 ช่องในทิศทางขวา (right) หรือลง (down) เท่านั้น ตัวอย่างเช่น เมตริกซ์ขนาด 3×3

	0	1	2
0	10	15	20
1	25	30	35
2	40	45	50

จงเขียนโปรแกรม top-down เพื่อหา cost รวมที่น้อยที่สุดจาก $(0, 0)$ ไปยัง $(2, 2)$

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 จำนวนเต็ม n m แทนจำนวนแถวและจำนวนคอลัมน์ในอาร์เรย์ $2 \leq n, m \leq 50$

m บรรทัดถัดไป แต่ละบรรทัดแทนรายการ cost ในแต่ละแถว คั่นด้วยช่องว่าง

บรรทัดสุดท้าย x_1 y_1 x_2 y_2 แทนตำแหน่งเริ่มต้น และตำแหน่งสิ้นสุด

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
3 3 10 15 20 25 30 35 40 45 50 0 0 2 2	130

4. ต้องการตัดท่อนไม้ความยาว N นิ้ว เพื่อนำไปขาย โดยมีเงื่อนไขว่าความยาวของท่อนไม้แต่ละท่อนที่ตัดได้เมื่อนำไปขายก็อาจจะมีราคาแตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น หากท่อนไม้ยาว 8 นิ้ว และราคาของแต่ละท่อนเป็นดังตารางด้านล่าง ผลรวมของราคาที่สูงที่สุดที่จะทำได้คือ 22 โดยตัดท่อนไม้นี้แบ่งเป็นท่อนความยาว 2 และ 6 ตามลำดับ

ความยาว (นิ้ว)	1	2	3	4	5	6	7	8
ราคา	1	5	8	9	10	17	17	20

แบบฝึกหัด Dynamic Programming 2

และหากราคาเปลี่ยนแปลงเป็นดังด้านล่างผลรวมของราคาที่สูงที่สุดก็คือ 24 โดยตัดท่อนความยาว 1 นิ้ว จำนวน 8 ท่อน

ความยาว (นิ้ว)	1	2	3	4	5	6	7	8
ราคา	3	5	8	9	10	17	17	20

จงเขียนโปรแกรมเพื่อรับอินพุตราคาขายของท่อนไม้ที่มีความยาวต่างๆ จากนั้นทำการคำนวณราคารวมที่สูงที่สุดของท่อนไม้ที่สามารถตัดได้

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก แทนความยาวของท่อนไม้ L โดยที่ $1 \leq L \leq 1000$

บรรทัดถัดไป แทนราคาของท่อนไม้ที่มีความยาวตั้งแต่ 1 ถึง L คั่นด้วยช่องว่าง

ข้อมูลส่งออก

เลขจำนวนเต็มบวกแทนผลรวมของราคาที่สูงที่สุดที่สามารถตัดท่อนไม้ขายได้

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
8 3 5 8 9 10 17 17 20	24
8 1 5 8 9 10 17 17 20	22

5. ก่อนช่วงหยุดยาวเทศกาลสงกรานต์มีการคาดการณ์กันว่าสถานการณ์การแพร่ระบาดโควิดกลับมาอีกครั้ง จำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องจัดเตรียมโรงพยาบาลสนามให้เพียงพอ จังหวัด X ซึ่งมีพื้นที่ n เขต เดิมที่มีโรงพยาบาลสนามตั้งอยู่ในบางเขตแล้วจากการระบาดของโควิดในรอบที่ผ่านมา อย่างไรก็ตามจากการสำรวจความคิดเห็นประชาชนพบว่าโรงพยาบาลสนามที่มีอยู่ยังไม่เพียงพอเนื่องจากบางเขตยังคงต้องเดินทางค่อนข้างไกล จังหวัดจึงมีนโยบายสร้างโรงพยาบาลสนามเพิ่มขึ้นอีก 1 แห่ง โดยมีเป้าหมายว่าโรงพยาบาลสนามแห่งนี้จะต้องไม่ตั้งอยู่ในเขตที่มีโรงพยาบาลสนามเดิมตั้งอยู่ และจะต้องเขตซึ่งประชาชนสามารถเดินทางไปโรงพยาบาลด้วย

แบบฝึกหัด Dynamic Programming 2

ระยะทางที่น้อยที่สุด (ทั้งโรงพยาบาลที่มีอยู่แล้วและโรงพยาบาลใหม่) จงเขียนโปรแกรม Dynamic Programming เพื่อช่วยจังหวัดค้นหาเขตเพื่อตั้งโรงพยาบาลสนามแห่งใหม่

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก เลขจำนวนเต็ม f และ n แทนจำนวนโรงพยาบาลสนามที่มีอยู่แล้ว และจำนวนถนนที่เชื่อม

ระหว่างพื้นที่ในจังหวัด โดย $1 \leq f \leq 100$ และ $1 \leq n \leq 500$

f บรรทัดถัดไป แต่ละบรรทัดแสดงหมายเลขเขต (เริ่มจากเขต 1) ซึ่งมีโรงพยาบาลสนามตั้งอยู่แล้ว

n บรรทัดถัดไป แต่ละบรรทัดแสดงรายการถนนซึ่งเชื่อมระหว่างเขต x และเขต y และความยาวถนน r

คั่นด้วยช่องว่าง โดยที่ $x, y \geq 1$ และ $x \neq y$

ข้อมูลส่งออก

จำนวนเต็มแทนเขตซึ่งจัดตั้งโรงพยาบาลสนามแห่งใหม่ หากมีหลายพื้นที่ให้แสดงผลหมายเลขเขตที่น้อยสุด

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
1 6 2 1 2 10 2 3 10 3 4 10 4 5 10 5 6 10 6 1 10	5