

## แบบฝึกหัด Dynamic Programming 1

- กำหนดให้มีของ  $n$  ชิ้น ต้องการจัดของเหล่านี้เป็นกลุ่มๆ ละ  $k$  ชิ้น โดยใช้สมการด้านล่างเพื่อหาจำนวนวิธีในการจัดของ

$$C(n, k) = n! / (n - k)! k!$$

โดย  $0! = 1$  และ  $1! = 1$

ตัวอย่าง เช่น  $C(6, 3)$  คือ  $n = 6$  และต้องการเลือก  $k = 3$  จะได้วิธีทั้งหมดเท่ากับ 20 วิธี จงเขียนโปรแกรม Dynamic Programming แบบ bottom-up เพื่อหาค่า  $C(n, k)$

### ข้อมูลนำเข้า

จำนวน  $n$   $k$  โดยคั่นด้วยช่องว่าง โดยที่  $2 \leq n \leq 1000$  และ  $2 \leq k \leq 1000$

### ข้อมูลส่งออก

ผลลัพธ์ของค่า  $C(n, k)$

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
6 3	20

- ปัญหา Subset Sum จงเขียนโปรแกรมแบบ top-down dynamic programming เพื่อหาผลรวมของเซตย่อยที่มีค่าเท่ากับ  $k$

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 จำนวน  $n$   $k$  โดยคั่นด้วยช่องว่าง โดยที่  $2 \leq n \leq 1000$  และ  $2 \leq k \leq 1000$

บรรทัดที่ 2 รายการสมาชิก  $A$  จำนวน  $n$  รายการ คั่นด้วยช่องว่าง  $0 \leq A[i] \leq 50$

### ข้อมูลส่งออก

แสดง T เมื่อสามารถหาเซตย่อยที่มีผลรวมเท่ากับ  $K$  ได้ มิฉะนั้นแสดง F

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
5 18 1 3 2 10 5	T
3 1 2 3 4	F

3. พิจารณา recurrence relation ต่อไปนี้

$$F(n, k) = F(n-1, k) + F(n-1, k-2) \text{ เมื่อ } n \geq k, F(n, 0) = 1, F(n, 1) = 1, F(n, n) = 1$$

จงเขียนโปรแกรมแบบ top-down dynamic programming เพื่อหาคำตอบของ  $F(n, k)$

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 จำนวนเต็มบวก  $n, k$  โดยคั่นด้วยช่องว่าง โดยที่  $2 \leq n \leq 1000$  และ  $2 \leq k \leq 1000$

ข้อมูลส่งออก

ผลลัพธ์ของ  $f(n, k)$

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
6 4	8

4. พิจารณา recurrence relation ต่อไปนี้

$$G(n) = G(n-1) + G(n-2) - G(n-3), G(0) = 0, G(1) = 1, G(2) = 1$$

จงเขียนโปรแกรมแบบ bottom-up dynamic programming เพื่อหาคำตอบของ  $G(n)$

ข้อมูลนำเข้า

จำนวน  $n$  โดยคั่นด้วยช่องว่าง โดยที่  $2 \leq n \leq 1000$

ข้อมูลส่งออก

ผลลัพธ์ของ  $G(n)$

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
7	4

## แบบฝึกหัด Dynamic Programming 1

5. กำหนดให้ลำดับ 1, 1, 5, 13, 41, 121, 365, 1093, .... จงสร้างสมการ recurrence relation เพื่อหาพจน์ที่  $a_n$  พร้อมเขียนโปรแกรม dynamic programming แบบ top-down เพื่อหาค่าพจน์ทั่วไป

ตัวอย่างเช่น  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$  และ  $a_5 = 121$

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 จำนวน  $n$  โดยคั่นด้วยช่องว่าง โดยที่  $2 \leq n \leq 50$

### ข้อมูลส่งออก

ผลลัพธ์ของพจน์ที่  $a_n$

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
5	121
8	3281

6. กำหนดให้ถนนมีทางม้าลายทั้งหมด  $n$  ช่อง เด็กชายคนหนึ่งกำลังข้ามถนนตรงทางม้าลายนี้ โดยเด็กชายสามารถเดินได้ทีละไม่เกิน  $m$  ช่อง กล่าวคือ เด็กชายสามารถเลือกเดินข้ามทีละ 1 ช่อง 2 ช่อง, ... หรือ  $m$  ช่องก็ได้ แต่ต้องจบลงที่ช่องสุดท้ายเสมอ ตัวอย่างเช่น ถ้า  $n=4$  และ  $m=2$

เด็กชายสามารถเดินทีละ 1 ช่องทั้งหมด 4 ครั้ง  $(1+1+1+1)$  หรือ

เดินทีละ 2 ช่อง 2 ครั้ง  $(2+2)$  หรือ

เดินทีละ 1 ช่อง แล้วเดินทีละ 2 ช่อง แล้วเดินทีละ 1 ช่อง  $(1+2+1)$  หรือ

เดินทีละ 2 ช่อง แล้วเดินทีละ 1 ช่อง แล้วเดินทีละ 1 ช่อง  $(2+1+1)$  หรือ

เดินทีละ 1 ช่อง 1 ช่อง แล้วเดิน 2 ช่อง  $(1+1+2)$

จากตัวอย่างนี้ จะมีวิธีการเดินข้ามถนนทั้งหมด 5 วิธี จงเขียนโปรแกรม dynamic programming เพื่อหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่เด็กชายสามารถข้ามถนนได้

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 จำนวน  $n$   $m$  โดยคั่นด้วยช่องว่าง โดยที่  $1 \leq n \leq 50$ ,  $1 \leq m \leq 5$

### ข้อมูลส่งออก

วิธีทั้งหมดในการเดินข้ามถนน

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
4 2	5
3 2	3

7. เจ้าหน้าที่ป่าไม้ต้องการสำรวจป่าเพื่อหาเส้นทางทั้งหมดที่สามารถใช้ไปช่วยเสือด่าได้ โดยพื้นที่ป่าถูกแบ่งออกเป็นกริดสี่เหลี่ยมขนาด  $m \times n$  แต่ละช่องในกริดเรียกว่าเซลล์ และสามารถอ้างอิงตำแหน่งได้ด้วยคู่ลำดับ  $(x, y)$  เจ้าหน้าที่ป่าไม้เริ่มต้นที่ตำแหน่ง  $(1,1)$  เสือด่าอยู่ที่ตำแหน่ง  $(m, n)$  ในแต่ละเซลล์ เจ้าหน้าที่สามารถเดินได้เพียง 2 ทิศทางเท่านั้น:

- เดินไปทาง ขวา (เพิ่มค่า  $y$  ขึ้น 1)
- เดินลง ล่าง (เพิ่มค่า  $x$  ขึ้น 1)

ตัวอย่างเช่น ถ้าพื้นที่ป่ามีขนาด  $2 \times 3$  เจ้าหน้าที่สามารถเดินได้ทั้งหมด 3 เส้นทาง ดังนี้:

- ขวา □ ขวา □ ลง
- ขวา □ ลง □ ขวา
- ลง □ ขวา □ ขวา

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาจำนวนเส้นทางทั้งหมดที่เจ้าหน้าที่ป่าไม้สามารถเดินจากจุดเริ่มต้น  $(1,1)$  ไปยังจุดหมาย  $(m, n)$  ได้ โดยเดินได้เพียง 2 ทิศทางเท่านั้น (ขวา หรือ ลง)

#### ข้อมูลนำเข้า

จำนวนเต็ม  $n, m$  โดยที่  $2 \leq m, n \leq 50$

#### ข้อมูลส่งออก

แสดงจำนวนวิธีที่เดินจาก  $(1, 1)$  ไป  $(n, m)$  โดยเดินได้เฉพาะ ขวา และ บน เท่านั้น

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
2 3	3
2 5	5

## แบบฝึกหัด Dynamic Programming 1

8. สินค้าร้านหนึ่งมีทั้งหมด  $n$  ชิ้น แต่ละชิ้นมีราคาแตกต่างกัน นักศึกษามีเงิน  $k$  บาท ต้องการซื้อสินค้าให้ได้จำนวนชิ้นมากที่สุด โดยให้ราคารวมเท่ากับ  $k$ พอดี ตัวอย่างเช่น  $n = 5$  โดยราคาสินค้าแต่ละชิ้น 1, 1, 2, 1, 3 ตามลำดับ หากนักศึกษามีเงิน 5 บาท สามารถซื้อสินค้ามากที่สุด จำนวน 4 ชิ้น ได้แก่ 1, 1, 2, 1 จงเขียนโปรแกรมแบบ dynamic programming เพื่อค้นหาจำนวนสินค้าที่มากที่สุดที่สามารถซื้อได้ด้วยเงิน  $k$  บาท

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 จำนวน  $n$   $k$  แทน จำนวนสินค้า และเงินเริ่มต้น

บรรทัดที่ 2 รายการราคาสินค้าแต่ละชิ้น คั่นด้วยช่องว่าง

### ข้อมูลขาออก

จำนวนสินค้าที่มากที่สุดที่สามารถซื้อได้ด้วยเงิน  $k$  บาท

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
5 5 1 1 2 1 3	4
5 4 1 1 2 1 3	3