บทที่ 6 ทฤษฎีการสุ่มตัวอย่าง
(Random Sampling Theory)
บทที่ 7 การประมาณค่า
(Estimation) part 2

40503011 สถิติสำหรับวิศวกรและนักวิทยาศาสตร

2.2 ประชากรสองกลุ่มไม่เป็นอิสระกัน

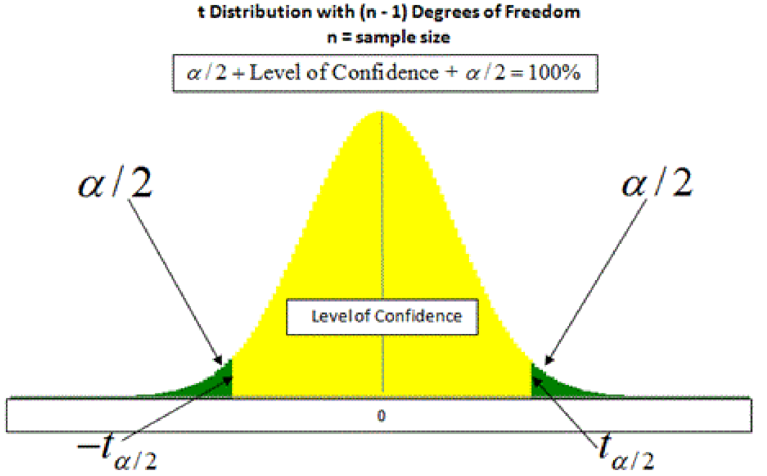
กรณีนี้มักจะเกิดกับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง (Experiment) เช่น ต้องการทดสอบว่าการเข้าคอร์สลดน้ำหนักทำให้น้ำหนักลดลงหรือไม่ หรือการใช้วิธีการสอบ 4.0 ทำให้คะแนนสอบหลังเรียนเพิ่มขึ้นหรือไม่

กำหนดให้ $d_i = x_i - y_i \,;\, i = 1, 2, \ldots, n$ เป็นผลต่างของค่าสังเกต n คู่ ที่ได้จากตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่เป็นอิสระกันจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย μ_d และไม่ทราบค่าความแปรปรวน σ_d^2 จะได้ว่า

$$\boxed{T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}}$$

โดยที่ $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$ และ $S_d^2 = \frac{1}{n-1}[\sum_{i=1}^{n} d_i^2 - n\bar{d}^2]$

ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)100% ของ μ_d



$$P(-t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \le T \le t_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1-\alpha$$

$$T = \frac{\bar{d}-\mu_d}{S_d/\sqrt{n}}$$

$$P(\bar{d}-t_{\frac{\alpha}{2},n-1} S_d/\sqrt{n} \le \mu_d \le \bar{d}+t_{\frac{\alpha}{2},n-1} S_d/\sqrt{n}) = 1-\alpha$$

$$P(-t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \le \frac{\bar{d}-\mu_d}{S_d/\sqrt{n}} \le t_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1-\alpha$$

$$P(\bar{d}-t_{\frac{\alpha}{2},n-1} S_d/\sqrt{n} \le \mu_d \le \bar{d}+t_{\frac{\alpha}{2},n-1} S_d/\sqrt{n}) = 1-\alpha$$

ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)100% ของ μ_d $\boxed{\bar{d} \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \frac{S_d}{\sqrt{n}}}$

ตัวอย่าง 8 ยอดขายแต่ละสัปดาห์ ของสถานีบริการ 10 แห่ง เปรียบเทียบยอดขายก่อนและหลังโฆษณา ได้ผลดังนี้

ปั๊มที่	ก่อนโฆษณา (พันบาท)	หลังโฆษณา (พันบาท)	ผลต่าง (หลัง – ก่อน)
1	59	62	3
2	64	60	-4
3	65	63	-2
4	50	65	15
5	58	68	10
6	55	64	9
7	61	71	10
8	60	73	13
9	63	60	-3
10	67	65	-2

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

$$S_d^2 = \frac{1}{n-1}[\sum_{i=1}^{n} d_i^2 - n\bar{d}^2]$$

$$\sum_{i=1}^{n} d_i = 49, \quad \sum_{i=1}^{n} d_i^2 = 717$$

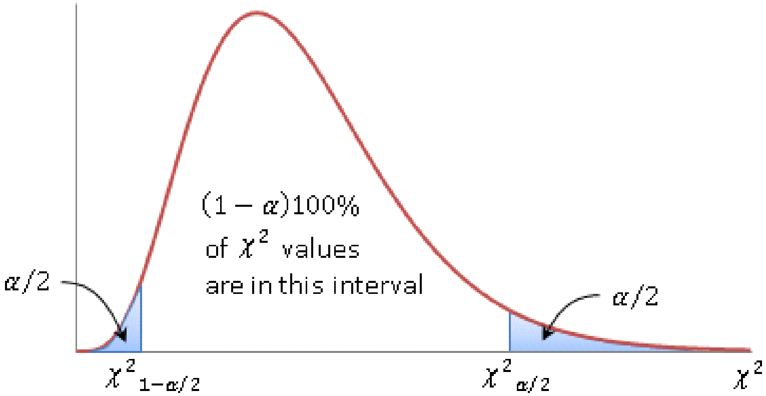
จงหาช่วงเชื่อมั่น 95 % สำหรับผลต่างของยอดขายก่อนและหลังโฆษณา

$$\boxed{\bar{d} \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \frac{S_d}{\sqrt{n}}}$$

3. การแจกแจงของความแปรปรวนของตัวอย่างและช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน

ถ้า S^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่ถูกเลือกมาจากประชากรปกติที่มีความแปรปวน σ_d^2 แล้วจะได้ว่า $\boxed{\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}}$

ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)100% ของ σ^2



$$P(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \le \chi^2 \le \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1-\alpha$$

$$P(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \le \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \le \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1-\alpha$$

$$P(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} / (n-1)S^2 \le \frac{1}{\sigma^2} \le \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} / (n-1)S^2) = 1-\alpha$$

$$P((n-1)S^2 / \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \le \sigma^2 \le (n-1)S^2 / \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1-\alpha$$

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าความแปรปรวนประชากร

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ σ^2 คือ

$$\boxed{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}}}$$

ตัวอย่าง 7.9 สุ่มตัวอย่างคนงานมา 30 คน จากโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งซึ่งมีคนงานทั้งหมด 200 คน พบว่าเวลาเฉลี่ยที่พนักงานใช้ผลิตสินค้าในแต่ละวันเท่ากัน 360 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 20 นาที จงหาช่วงความเชื่อมั่น 98% ของค่าความแปรปรวนของเวลาที่พนักงานใช้ในการผลิตสินค้า

ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)100% ของ σ^2

$$\boxed{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}}}$$

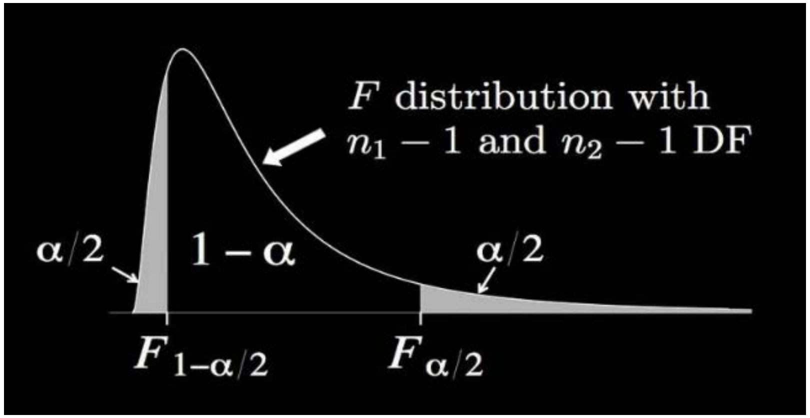
4. การแจกแจงของอัตราส่วนความแปรปรวนของตัวอย่างและช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนความแปรปรวน

ถ้า S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด n_1 และ n_2 ที่เลือกมาอย่างเป็นอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปวน σ_1^2 และ σ_2^2 ตามลำดับ จะได้ว่าตัว

$$\boxed{F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} = \frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} \sim F_{\nu_1, \nu_2}}$$

โดยที่ $\nu_1 = n_1 - 1, \nu_2 = n_2 - 1$

ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)100% ของ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$



$$P\left(f_{1-\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1} \le F \le f_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}\right) = 1-\alpha$$

$$\boxed{F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} = \frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} \sim F_{\nu_1,\nu_2}}$$

$$P\left(f_{1-\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1} \le \frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} \le f_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(f_{1-\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}\frac{S_2^2}{S_1^2} \le \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \le f_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}\frac{S_2^2}{S_1^2}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(f_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}\frac{S_1^2}{S_2^2} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le f_{\frac{\alpha}{2},n_2-1,n_1-1}\frac{S_1^2}{S_2^2}\right) = 1-\alpha$$

ช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความแปรปรวน 2 ประชากร

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ คือ

$$\boxed{\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{s_1^2}{s_2^2}\, f_{\frac{\alpha}{2},(n_2-1,n_2-1)}}$$

ตัวอย่าง 7.10 ศึกษาระยะเวลาที่นักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์และครุศาสตร์อุตสาหกรรมทำข้อสอบวิชาสถิติ โดยสุ่มนักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์ 10 คน พบว่าเวลาที่ใช้ในการทำข้อสอบโดยเฉลี่ย 30 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 นาที สุ่มนักศึกษาคณะครุศาสตร์อุตสากรรม 13 คน พบว่าเวลาที่ใช้ในการทำข้อสอบโดยเฉลี่ย 25 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 นาที สมมติว่าเวลาที่นักศึกษาทั้งสองคณะทำข้อสอบมีการแจกแจงแบบปกติ จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของอัตราส่วนความแปรปรวนของเวลาที่นักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์และคณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมใช้ทำข้อสอบ

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ คือ $\boxed{\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)}} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{s_1^2}{s_2^2} f_{\frac{\alpha}{2},(n_2-1,n_2-1)}}$

5. การแจกแจงสัดส่วนของตัวอย่าง

5.1 การแจกแจงสัดส่วนของตัวอย่างสำหรับประชากร 1 กลุ่ม

5.2 การแจกแจงสัดส่วนของตัวอย่างสำหรับประชากร 2 กลุ่ม

5.1 การแจกแจงสัดส่วนของตัวอย่างและช่วงความเชื่อมั่นสำหรับประชากร 1 กลุ่ม

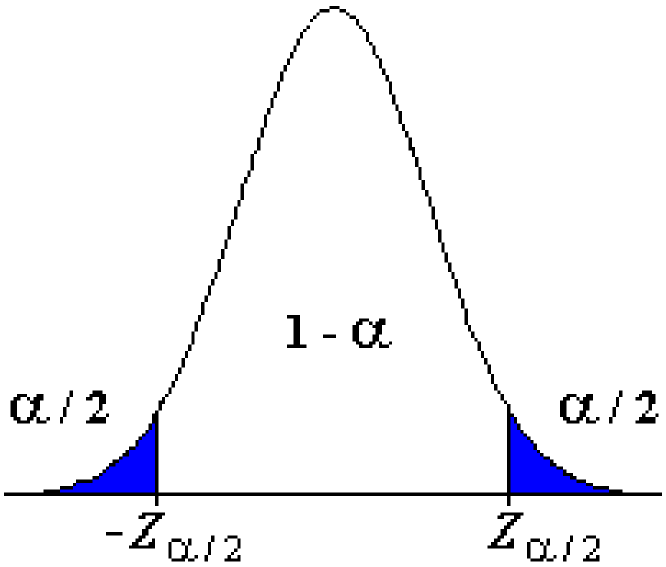
ทฤษฎีบทที่ 6.9 ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรที่แจกแจงเบอร์นูลี ที่มีค่าเฉลี่ย $\mu = p$ และความแปรปรวน $\sigma^2 = pq,\ q = 1 - p$ และถ้า n มีขนาดใหญ่ ($np \geq 5$ และ $nq \geq 5$) จะได้ว่า

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

มี cdf ลู่เข้าอย่างสุ่มสู่การแจกแจงปกติมาตรฐาน

(โดยที่ $\hat{p} = \frac{a}{n}$, a แทนจำนวนสิ่งที่สนใจทั้งหมด)

ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)100% ของ p



$$P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \le Z \le z_{\frac{\alpha}{2}}) = 1-\alpha$$

$$Z = \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}$$

$$P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \le \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \le z_{\frac{\alpha}{2}}) = 1-\alpha$$

$$P(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \le p \le \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}) = 1-\alpha$$

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ p คือ $\boxed{\hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}}$

ตัวอย่างที่ 7.11 การสุ่มตัวอย่างอุปกรณ์ไฟฟ้าชนิดหนึ่งจำนวน 150 ชิ้น พบว่ามีอุปกรณ์ไฟฟ้าที่มีอายุการใช้งานอย่างน้อย 100 ชั่วโมงเป็นจำนวน 68 ชิ้น จงหาช่วงความเชื่อมั่น 96 % ของสัดส่วนอุปกรณ์ไฟฟ้าที่มีอายุการใช้งานอย่างน้อย 100 ชั่วโมง

วิธีทำ ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)% ของ p

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$1-\alpha = 0.96 \quad \alpha/2 = 0.02$$

เปิดตาราง $z_{0.02} = 2.05$ จะได้ว่า $p = \frac{68}{150} \pm 2.05\sqrt{\frac{\left(\frac{68}{150}\right)\left(\frac{82}{150}\right)}{150}}$

$$0.37 \leq p \leq 0.54$$

หมายความว่าที่ระดับความเชื่อมั่น 96%ของสัดส่วนอุปกรณ์ไฟฟ้าที่มีอายุการใช้งานอย่างน้อย 100 ชั่วโมงอยู่ระหว่าง 0.37 ถึง 0.54

ตัวอย่าง 9 สำนักงานจัดหาข้อมูลทางธุรกิจแห่งหนึ่งต้องการศึกษาความเห็นเกี่ยวกับการตั้งโรงงานอุตสาหกรรมชนิดหนึ่งในโครงการพัฒนาชายฝั่งทะเล จึงได้สุ่มตัวอย่างครัวเรือนจำนวน 400 ราย ปรากฏว่ามีครัวเรือนที่เห็นด้วยกับโครงการนี้ 240 ราย จงคำนวณช่วงความเชื่อมั่น 95 % ของสัดส่วนครัวเรือนที่เห็นด้วยกับโครงการนี้

ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)% ของ p คือ $\hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}$ จะได้ $\hat{p} = \frac{240}{400} = 0.6$

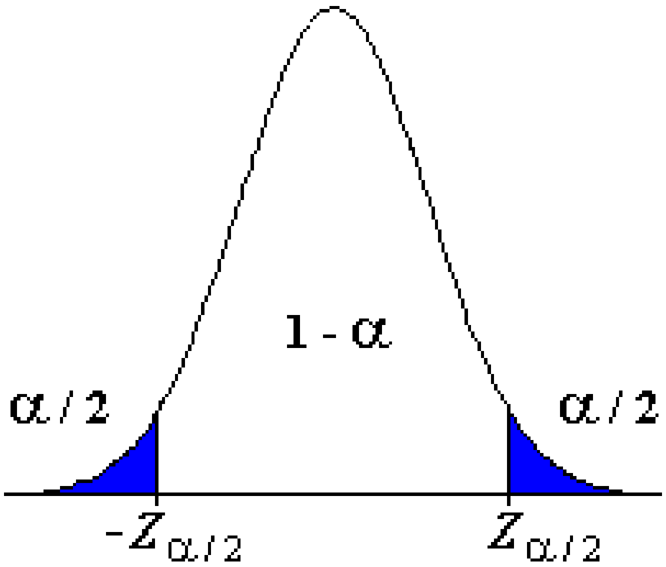
5.2 การแจกแจงสัดส่วนของตัวอย่างและช่วงความเชื่อมั่นสำหรับประชากร 2 กลุ่ม

ทฤษฎีบทที่ 6.10 เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 จากประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน ถ้าประชากรทั้ง 2 กลุ่มแจกแจงแบบเบอร์นูลี มีค่าเฉลี่ย p_1 และ p_2 ตามลำดับ เมื่อให้สัดส่วนของความสำเร็จจากตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม คือ $\hat{p}_1$ และ $\hat{p}_2$ จะได้ว่าเมื่อ n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่แล้ว

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}}$$

มี cdf ลู่เข้าอย่างสุ่มสู่การแจกแจงปกติมาตรฐาน

ช่วงความเชื่อมั่น (1-α)100% ของ $p_1 - p_2$



$$P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \le Z \le z_{\frac{\alpha}{2}}) = 1-\alpha$$

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

$$P(-z_{\frac{\alpha}{2}} \le \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \le z_{\frac{\alpha}{2}}) = 1-\alpha$$

$$P((\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \le (p_1 - p_2) \le (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}) = 1-\alpha$$

$$P((\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(\hat{q}_2)}{n_2}} \le (p_1 - p_2) \le (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(\hat{q}_2)}{n_2}}) = 1-\alpha$$

$$\hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1, \hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2$$

ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างของสัดส่วนของสองประชากร

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $p_1 - p_2$ คือ

$$\boxed{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$$

ตัวอย่าง 10 นักวิจัยผู้หนึ่งต้องการศึกษาความแตกต่างของสัดส่วนความคิดเห็นต่อการสวมหมวกกันน็อคระหว่างนักศึกษาหญิงและนักศึกษาชาย จึงสุ่มตัวอย่างนักศึกษาชายมา 200 คน และนักศึกษาหญิง 300 คน ปรากฏว่านักศึกษาชาย 140 คน และนักศึกษาหญิง 150 คน เห็นด้วยกับการสวมหมวกกันน็อค จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของผลต่างของสัดส่วนการเห็นด้วยกับการสวมหมวกกันน็อคของนักศึกษาชายและนักศึกษาหญิง

ให้ p_1 แทนสัดส่วนการเห็นด้วยของ นศ ชาย และ p_2 แทนสัดส่วนการเห็นด้วยของ นศ หญิง

จะได้ $\hat{p}_1 = \frac{140}{200} = 0.7$ และ $\hat{p}_2 = \frac{150}{300} = 0.5$

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $p_1 - p_2$ คือ $\boxed{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$

6. การกำหนดขนาดของตัวอย่างสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร

ถ้ากำหนดว่าค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง $(\bar{X})$ และค่าเฉลี่ยประชากร (μ) ที่ต้องการประมาณ มีค่าไม่เกิน e ด้วยความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ จะได้ว่าขนาดตัวอย่างที่เพียงพอคือ

$$\boxed{n \geq \left(\frac{Z_{\alpha/2}\,\sigma}{e}\right)^2}$$

ตัวอย่างที่ 11 โรงงานแห่งหนึ่งต้องสุ่มตัวอย่างแผ่นเหล็กมาจำนวนเท่าใด เพื่อประมาณความกว้างของรูเฉลี่ยของแผ่นหล็กโดยให้ผิดพลาดจาก spec การผลิต ไม่เกิน 0.5 มิลลิเมตร ในระดับความเชื่อมั่น 99 % จากการผลิตที่ผ่านมาพบว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความกว้างของรูที่เจาะแผ่นเหล็กเท่ากับ 2 มิลลิเมตร โรงงานจะต้องสุ่มเลือกตัวอย่างอย่างน้อยจำนวนเท่าใด

$$\boxed{n \geq \left(\frac{Z_{\alpha/2}\,\sigma}{e} \right)^2}$$

7. การกำหนดขนาดตัวอย่างสำหรับสัดส่วนประชากร

ถ้ากำหนดค่าความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของตัวอย่างกับสัดส่วนของประชากรไม่เกิน e เช่นเดียวกับการหาขนาดตัวอย่างสำหรับค่าเฉลี่ย ขนาดตัวอย่างเพื่อประมาณค่า p ด้วยความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ จะได้ว่า

$$\boxed{n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^{2}\, pq}{e^{2}}}$$

ตัวอย่างที่ 12 บริษัทขายพัดลมไฟฟ้าแห่งหนึ่ง ต้องการสำรวจค่าสัดส่วนของประชากรที่ใช้พัดลมทีบริษัทเป็นตัวแทนจำหน่ายว่าเป็นสัดส่วนเท่าใดของผู้ใช้พัดลมทั้งหมด บริษัทจำเป็นต้องสุ่มเลือกตัวอย่างเป็นจำนวนเท่าใด จึงจะได้ความเชื่อมั่น 90% ว่าสัดส่วนสิ่งตัวอย่างจะแตกต่างจากค่าสัดส่วนของประชากรไม่เกิน 0.02 โดยที่ตัวแทนของบริษัทได้ประมาณค่าสัดส่วนตัวอย่างเท่ากับ 0.03

$$\boxed{n \geq \frac{Z_{\alpha/2}^{2}\, pq}{e^{2}}}$$

Inclass 1 ในการผลิตกาแฟสำเร็จรูปทราบว่าความแปรปรวนของน้ำหนักคือ 650 กรัม และน้ำหนักกาแฟต่อขวดมีการแจกแจงแบบปกติ ต้องสุ่มตัวอย่างกาแฟมาอย่างน้อยกี่ขวด เพื่อประมาณน้ำหนักเฉลี่ยต่อขวดของกาแฟผลสำเร็จรูป โดยต้องการให้ค่าประมาณความคลาดเคลื่อนไปจากค่าจริงไม่เกิน 12 กรัม ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

Inclass 2 จากการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของเครื่องจักร 2 แบบ คือ แบบ A และ แบบ S โดยให้เครื่องจักรทั้ง แบบ A และ S ผลิตชิ้นส่วนจำนวน 25 ชิ้น และ 21 ชิ้นตามลำดับ พบว่าทั้งสองแบบมีค่าเฉลี่ยของเวลาการผลิตเท่ากับ 10 นาที และแบบ A มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 90 วินาที แบบ S มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 120 วินาที จงหาช่วงเชื่อมั่น 90% สำหรับอัตราส่วนความแปรปรวนเวลาการผลิตจากเครื่องจักร A และ S