บทที่ 8 การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานขั้นแรกต้องกำหนดหรือสร้างสมมติฐานให้ชัดเจนก่อนว่าจะทำการทดสอบอะไร โดยกำหนดสมมติฐาน 2 ข้อ ข้อแรกเรียกว่าสมมติฐานหลัก (Null hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ H_0 ข้อสองเรียกว่าสมมติฐานแย้ง (Alternative hypothesis) ใช้สัญลักษณ์ H_1 เป็นสมมติฐานที่ระบุค่าพารามิเตอร์ต่างจากค่าที่ตั้งไว้ในสมมติฐานหลัก

ตัวอย่างเช่น หลอดไฟฟลูออเรสเซนยี่ห้อ A ขนาด 32 วัตต์ ราคาหลอดละ 79 บาท ระบุอายุการใช้งานไว้ 8,000 ชั่วโมง

ในฐานะผู้บริโภคอาจสงสัยว่าข้อความที่ ผู้ผลิตแจ้งไว้เชื่อถือได้หรือไม่ ถ้าจะทำการทดสอบสมมติฐานของ

ค่าเฉลี่ยอายุการใช้งานของ หลอดไฟยี่ห้อ A คือ μ_A อาจจะตั้งสมมติฐานได้หลายวิธีตามแต่ความสนใจ

1) ถ้าต้องการทราบว่า $\mu_A = 8{,}000$ ชั่วโมง จริงหรือไม่ จะตั้งสมมติฐานหลัก และสมมติฐานแย้งเป็น

$H_0 : \mu_A = 8{,}000$ แย้งกับ $H_1 : \mu_A \neq 8{,}000$

หรือ H_0 : อายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟยี่ห้อ A ไม่ต่างจาก 8,000 ชั่วโมง

แย้งกับ H_1 : อายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟยี่ห้อ A ต่างจาก 8,000 ชั่วโมง

สมมติฐานสองทาง

2) ถ้าคาดว่า μ_A จะไม่ถึง 8,000 ชั่วโมงตามที่โฆษณา ต้องการดูว่าเป็นจริงตามที่คาดไว้หรือไม่ อาจตั้งสมมติฐานเป็น

$H_0 : \mu_A \geq 8{,}000$ แย้งกับ $H_1 : \mu_A < 8{,}000$

หรือ $H_0 : \mu_A = 8{,}000$ แย้งกับ $H_1 : \mu_A < 8{,}000$

สมมติฐานทางเดียว

3) ถ้าคาดว่า อายุการใช้งานของหลอดไฟจะมากกว่า 8,000 ชั่วโมง จะตั้งสมมติฐานว่า

$H_0 : \mu_A \leq 8{,}000$ แย้งกับ $H_1 : \mu_A > 8{,}000$

หรือ $H_0 : \mu_A = 8{,}000$ แย้งกับ $H_1 : \mu_A > 8{,}000$

บริเวณยอมรับ (Acceptance region) คือบริเวณที่ทำให้ เกิดการยอมรับ H_0 ส่วน

บริเวณปฏิเสธ (Rejection region) หรือบริเวณวิกฤต (Critical region) คือบริเวณที่ทำให้เกิดการ ปฏิเสธ H_0

ความผิดพลาดจากการตัดสินใจ

	ความจริง	
การตัดสินใจ	H_o : เป็นจริง	H_o : เป็นเท็จ
Accept H_o:	✓	Type II Error
Reject H_o:	Type I Error	✓

ความผิดพลาดประเภท 1 คือ ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง = ระดับนัยสำคัญ α

ความผิดพลาดประเภท 2 คือ ความน่าจะเป็นที่จะยอมรับ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ => อำนาจการทดสอบ

8.3 ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานเพื่อการปฏิบัติอาจแบ่งได้เป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดสมมติฐาน **เป็นการทดสอบทางเดียว หรือ สองทาง**

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

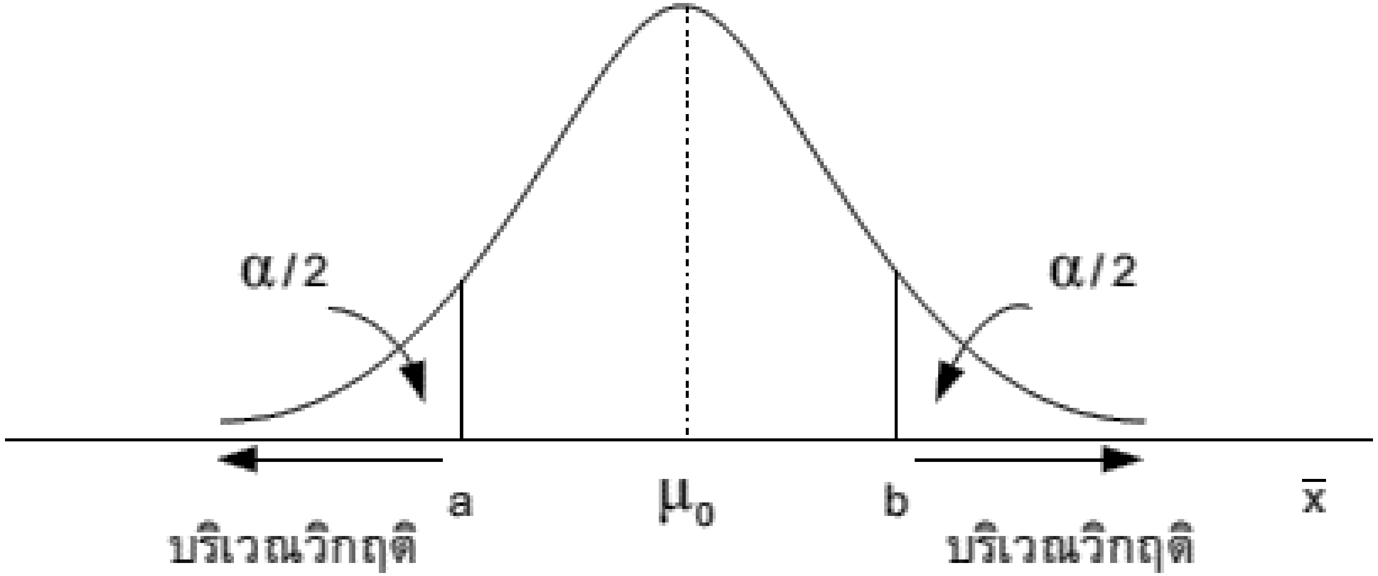
ขั้นตอนที่ 3 เลือกตัวสถิติที่ใช้ทดสอบและคำนวณค่า **บทที่ 6**

ขั้นตอนที่ 4 หาบริเวณวิกฤตของการทดสอบ **เปิดตารางสถิติ ตามตัวสถิติทดสอบข้อที่ 3**

ขั้นตอนที่ 5 สรุปผล

การสรุปผลว่าปฏิเสธหรือไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 พิจารณาโดยนำค่าสถิติที่ได้จากข้อ 3 มาเปรียบเทียบกับจุดวิกฤตของการทดสอบในขั้นตอนที่ 4 จากนั้นพิจารณาการตั้งสมมติฐานแย้ง หรือ H_1 ในขั้นตอนที่ 1 ว่าบริเวณวิกฤตของการทดสอบมี 1 หรือ 2 บริเวณ สมมติตัวอย่างกรณีทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย 1 ประชากร กล่าวคือ

1) ถ้าตั้งสมมติฐาน $H_0 : \mu = \mu_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ เมื่อ μ_0 เป็นค่าคงที่ ในกรณีนี้บริเวณวิกฤตมี 2 บริเวณโดยดูว่า $H_1 : \mu \neq \mu_0$ ซึ่งหมายความว่าถ้าปฏิเสธ H_0 ค่า μ อาจน้อยกว่า μ_0 หรือมากกว่า μ_0 บริเวณวิกฤตจึงมี 2 บริเวณ และแบ่งค่าระดับนัยสำคัญออกเป็น 2 ส่วน ส่วนละ $\alpha/2$ ลักษณะการตั้งสมมติฐานที่ทำให้บริเวณวิกฤตมี 2 บริเวณ เช่นนี้เรียกว่า **ทดสอบสองทาง** (Two-tail test)



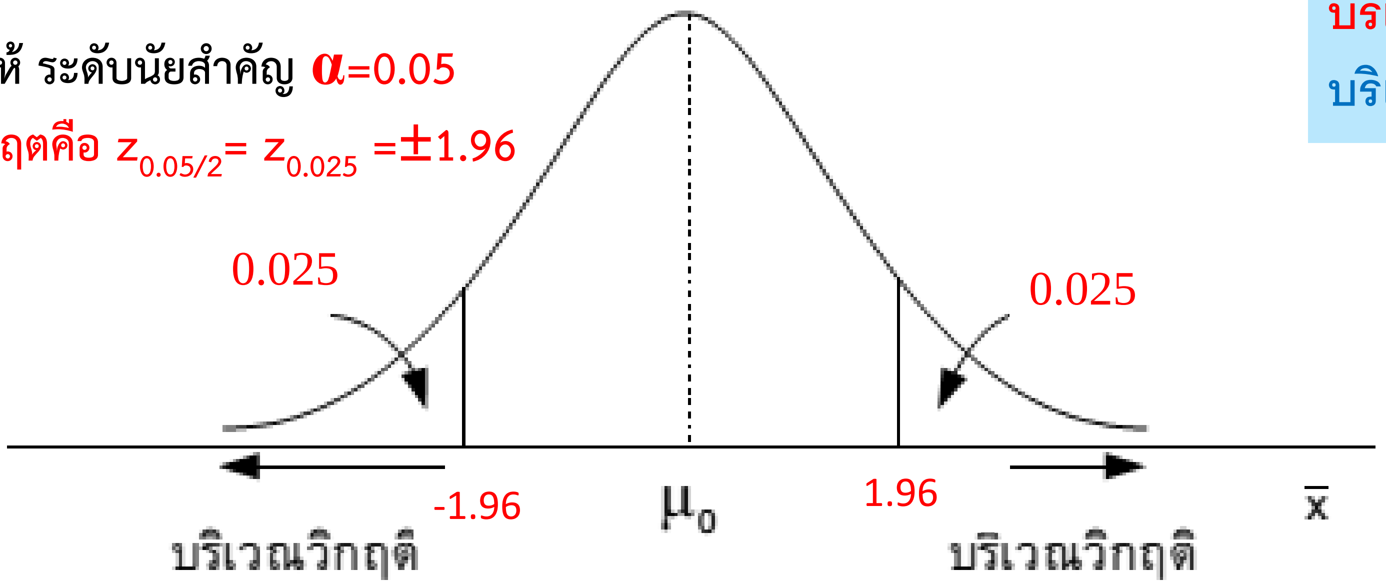
รูปที่ 8.3 แสดงบริเวณวิกฤตของการทดสอบ 2 ทาง

1) ถ้าตั้งสมมติฐาน $H_0 : \mu = \mu_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ เมื่อ μ_0 เป็นค่าคงที่ ในกรณีนี้บริเวณวิกฤตมี 2 บริเวณโดยดูว่า $H_1 : \mu \neq \mu_0$ ซึ่งหมายความว่าถ้าปฏิเสธ H_0 ค่า μ อาจน้อยกว่า μ_0 หรือมากกว่า μ_0 บริเวณวิกฤตจึงมี 2 บริเวณ และแบ่งค่าระดับนัยสำคัญออกเป็น 2 ส่วน ส่วนละ $\alpha/2$ ลักษณะการตั้งสมมติฐานที่ทำให้บริเวณวิกฤตมี 2 บริเวณ เช่นนี้เรียกว่า **ทดสอบสองทาง** (Two-tail test)

บริเวณวิกฤต คือ บริเวณปฏิเสธสมมติฐาน

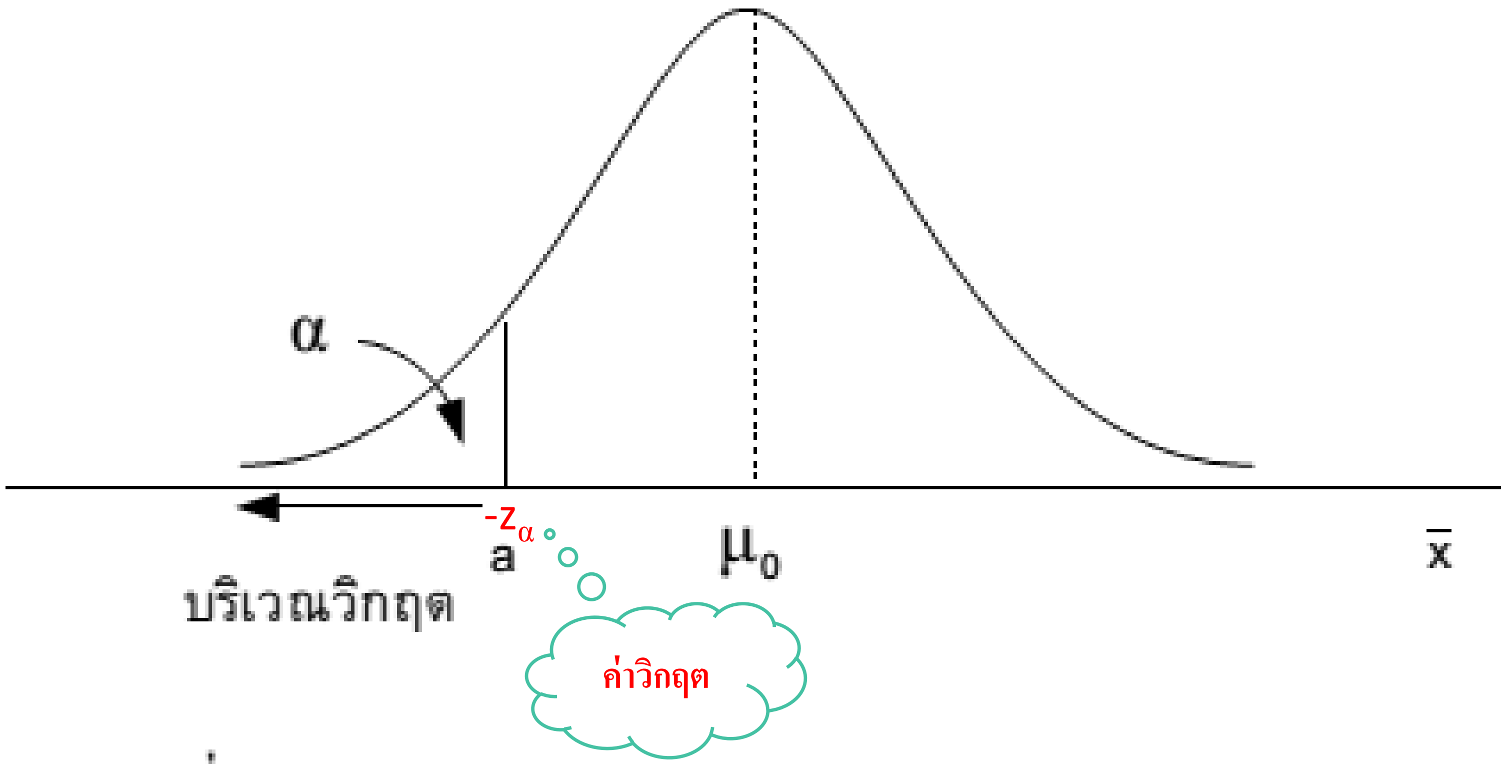
สมมติว่า กำหนดให้ ระดับนัยสำคัญ α=0.05

ดังนั้นจะได้ ค่าวิกฤตคือ $z_{0.05/2} = z_{0.025} = \pm 1.96$



รูปที่ 8.3 แสดงบริเวณวิกฤตของการทดสอบ 2 ทาง

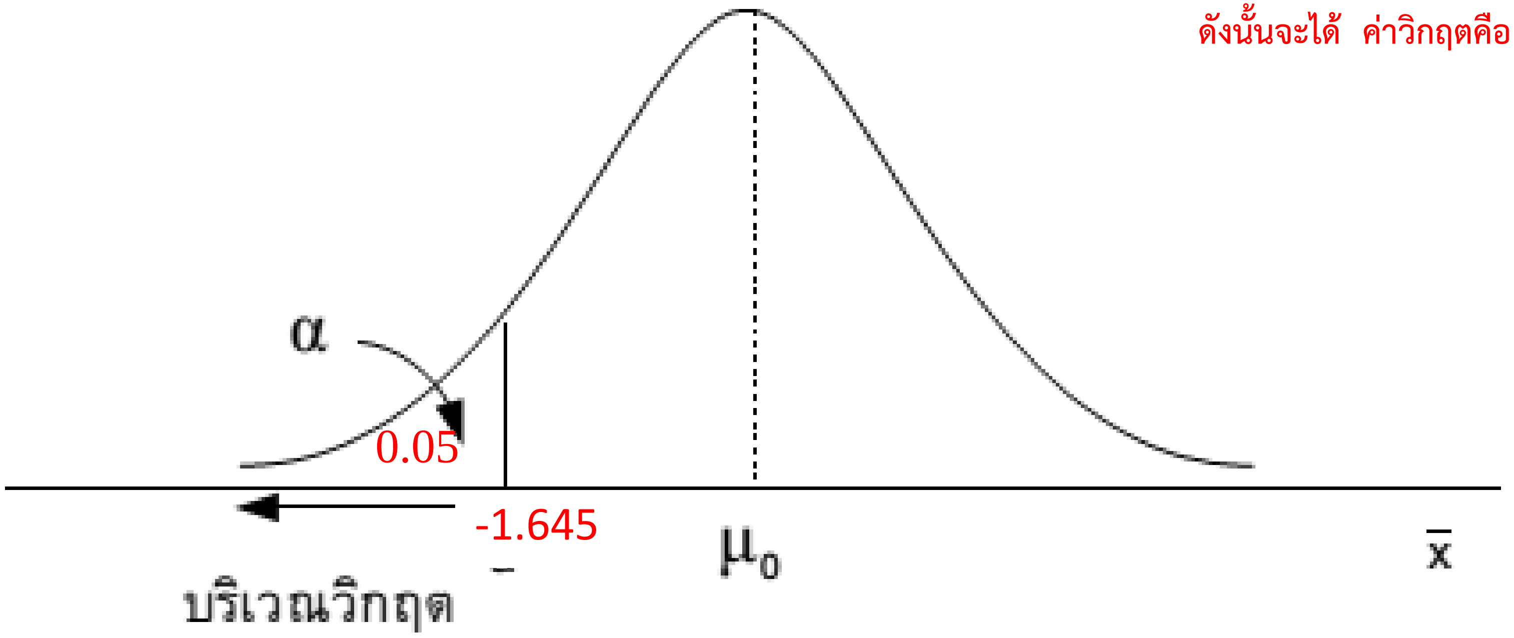
2) ถ้าตั้งสมมติฐานว่า $H_0 : \mu = \mu_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu < \mu_0$ เมื่อ μ_0 เป็นค่าคงที่ กรณีนี้บริเวณวิกฤตมีบริเวณเดียว กล่าวคือ ถ้าปฏิเสธ H_0 จะยอมรับว่า $\mu < \mu_0$ เท่านั้น บริเวณวิกฤตจึงมีบริเวณเดียว และระดับนัยสำคัญไม่ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วน



รูปที่ 8.4 แสดงบริเวณวิกฤตของการทดสอบทางเดียวทางซ้าย

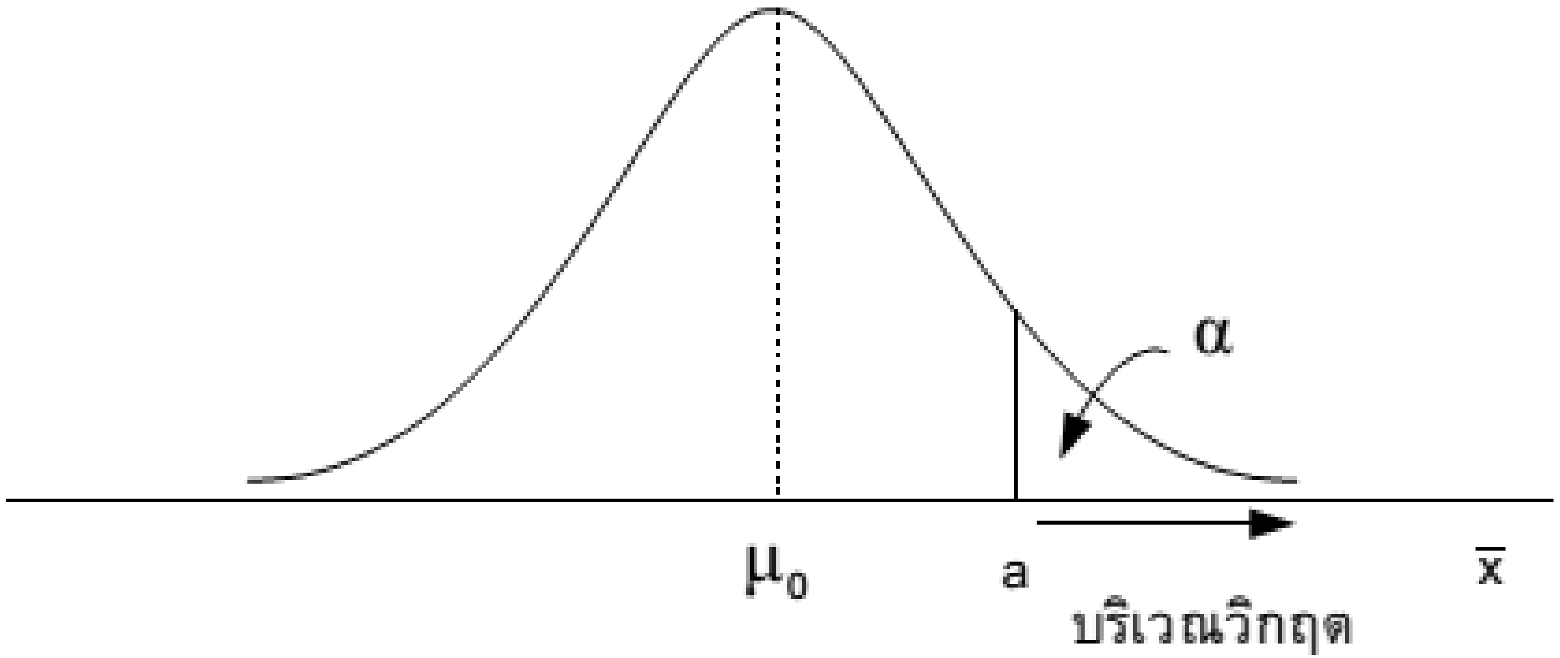
2) ถ้าตั้งสมมติฐานว่า $H_0 : \mu = \mu_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu < \mu_0$ เมื่อ μ_0 เป็นค่าคงที่ กรณีนี้บริเวณวิกฤตมีบริเวณเดียว กล่าวคือ ถ้าปฏิเสธ H_0 จะยอมรับว่า $\mu < \mu_0$ เท่านั้น บริเวณวิกฤตจึงมีบริเวณเดียว และระดับนัยสำคัญไม่ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วน

สมมติว่า กำหนดให้ ระดับนัยสำคัญ α=0.05
ดังนั้นจะได้ ค่าวิกฤตคือ $-z_{0.05}$= - 1.645



รูปที่ 8.4 แสดงบริเวณวิกฤตของการทดสอบทางเดียวทางซ้าย

3) ถ้าตั้งสมมติฐานว่า $H_0 : \mu = \mu_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu > \mu_0$ เมื่อ μ_0 เป็นค่าคงที่ กรณีนี้ เมื่อตั้งสมมติฐาน H_1 ให้อยู่ในลักษณะที่เมื่อปฏิเสธ $H_0 : \mu = \mu_0$ แล้วมีกรณีเดียว คือ $\mu > \mu_0$ จึงมีบริเวณวิกฤตเพียงด้านเดียวทางขวามือและเรียกการทดสอบนี้ว่า **การทดสอบทางเดียว (One-tail test)**

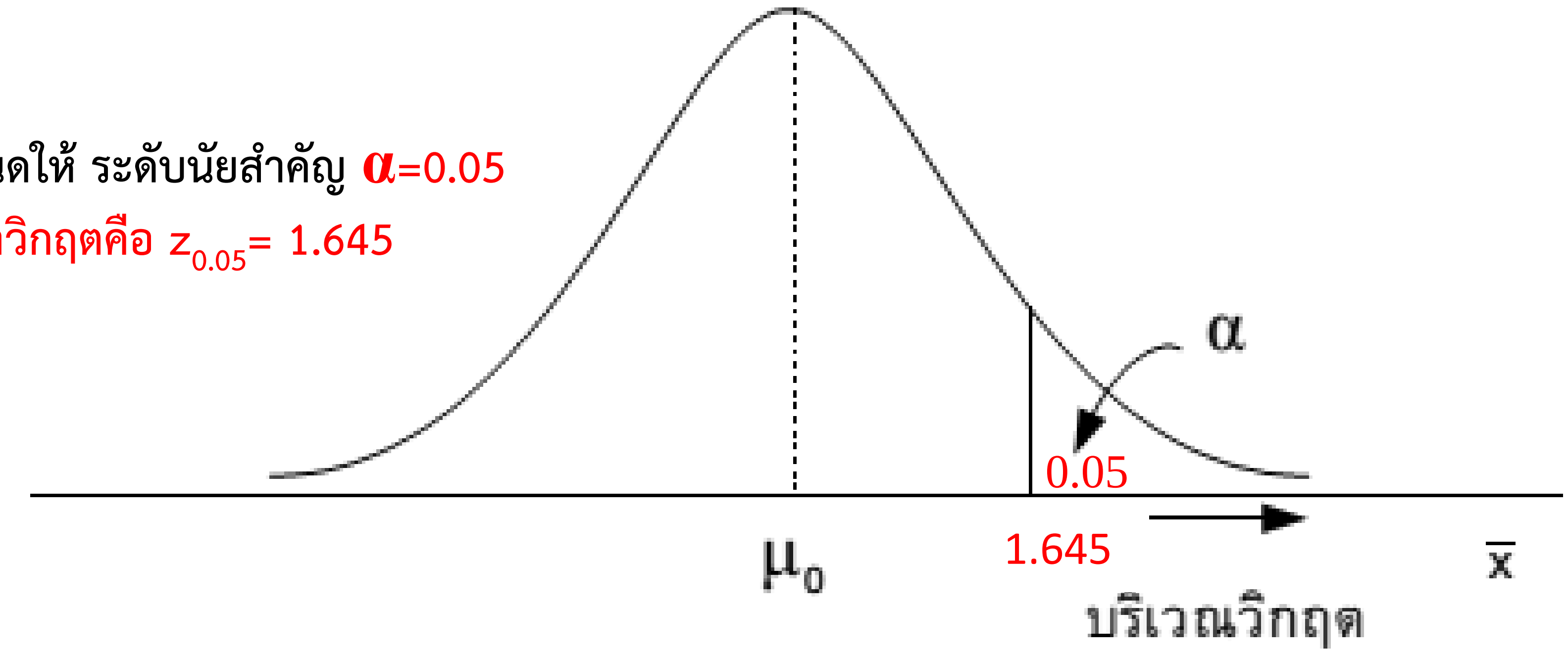


รูปที่ 8.5 แสดงบริเวณวิกฤตของการทดสอบทางเดียวทางขวา

3) ถ้าตั้งสมมติฐานว่า $H_0 : \mu = \mu_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu > \mu_0$ เมื่อ μ_0 เป็นค่าคงที่ กรณีนี้เมื่อตั้งสมมติฐาน H_1 ให้อยู่ในลักษณะที่เมื่อปฏิเสธ $H_0 : \mu = \mu_0$ แล้วมีกรณีเดียว คือ $\mu > \mu_0$ จึงมีบริเวณวิกฤตเพียงด้านเดียวทางขวามือและเรียกการทดสอบนี้ว่า **การทดสอบทางเดียว (One-tail test)**

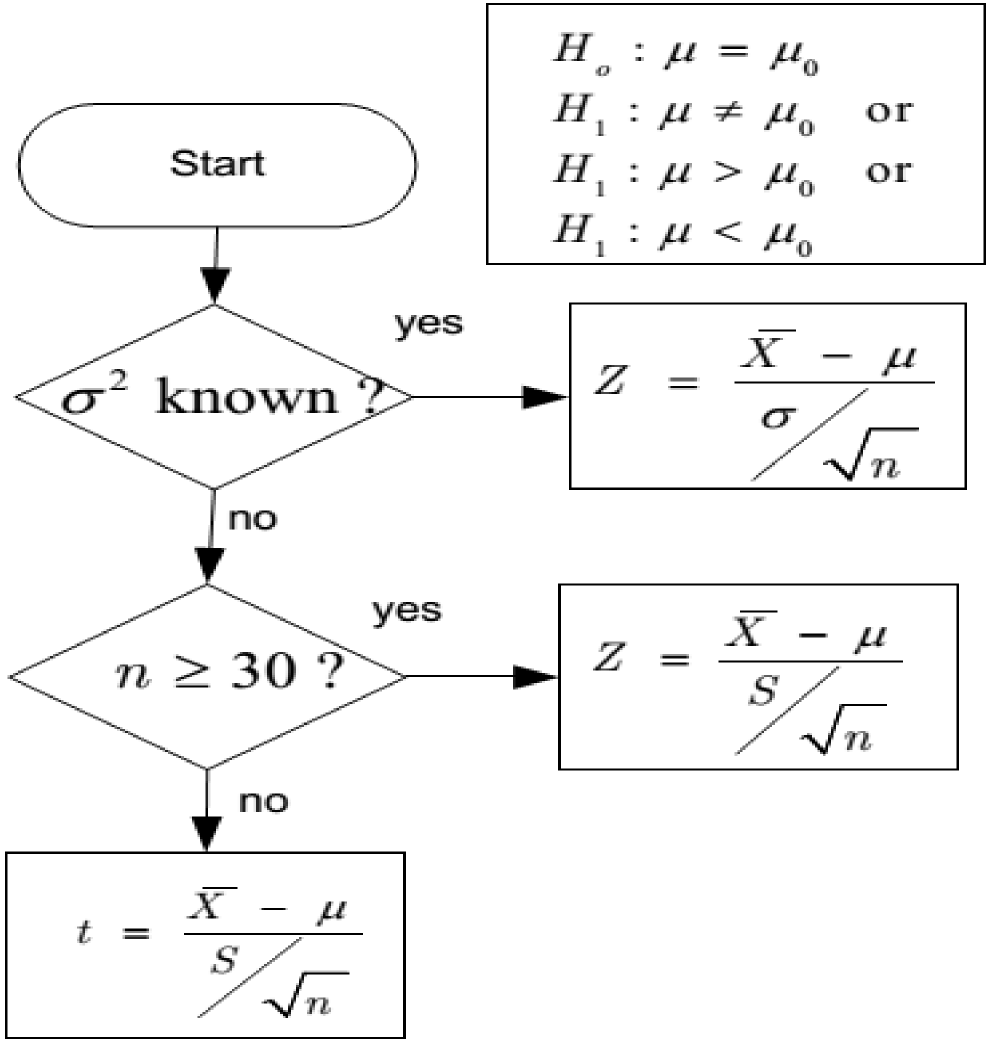
สมมติว่า กำหนดให้ ระดับนัยสำคัญ α=0.05

ดังนั้นจะได้ ค่าวิกฤตคือ $z_{0.05}$= 1.645



รูปที่ 8.5 แสดงบริเวณวิกฤตของการทดสอบทางเดียวทางขวา

การทดสอบค่าเฉลี่ย 1 ประชากร



ตัวอย่างที่ 8.4 ยาสระผมยี่ห้อหนึ่งใช้เครื่องจักรในการผลิต ความสามารถในการผลิตมีการแจกแจงปกติโดยทราบว่ามีค่าความแปรปรวนของความสามารถในการผลิตเท่ากับ 21.44 (ลิตร/ชั่วโมง)^2 ถ้าทำการสุ่มตรวจสอบ 36 ครั้ง พบว่าค่าเฉลี่ยของความสามารถในการผลิตเท่ากับ 208.01 ลิตร/ชั่วโมง จงทำการทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ว่ามีความเป็นไปได้หรือไม่ว่าค่าเฉลี่ยของความสามารถในการผลิตของเครื่องจักรนี้เป็น 210 ลิตร/ชั่วโมง

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$H_0: \quad \mu = 210$

$H_1: \quad \mu \neq 210$

โดย $\bar{x} = 208.01, \quad \mu_0 = 210, \quad \sigma = \sqrt{21.44}, \quad n = 36$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ ค่าวิกฤต $Z_{0.005} = \pm 2.575$

สถิติที่ใช้คือ $z_c = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

ดังนั้น $z_c = \dfrac{208.01 - 210}{\sqrt{21.44/36}}$

$= -2.58$

เนื่องจาก ค่าสถิติทดสอบ $Z_c = -2.58$ ซึ่งพบว่า $|Z_c| > |Z_{0.005}|$ จึงปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือ ค่าเฉลี่ยความสามารถในการผลิตของเครื่องจักรไม่เท่ากับ 210 ลิตร/ชั่วโมง

ตัวอย่างที่ 8.5 บริษัทผู้ผลิตรถยนต์ยี่ห้อหนึ่ง ได้ทำการสุ่มเลือกรถยนต์ที่บริษัทเป็นผู้ผลิตมาตรวจสอบ 40 คัน บันทึกระยะทางที่วิ่งได้เป็นไมล์ของรถแต่ละคันต่อการใช้น้ำมัน 1 แกลลอน โดยวิ่งในอัตราความเร็วที่เท่ากัน ผลปรากฏว่าได้ระยะทางเฉลี่ย 15.5 ไมล์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.0 ไมล์ ถ้าบริษัทผู้ผลิตตั้งเป้าหมายไว้ว่ารถที่ทำการผลิตนี้จะวิ่งได้เป็นระยะทางเฉลี่ย 17 ไมล์/แกลลอน จงทำการทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ว่าผลการทดลองนี้สนับสนุนเป้าหมายของบริษัทหรือไม่

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \mu = 17$$

$$H_1 : \mu \neq 17$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ ค่าวิกฤต $Z_{0.005}=\pm 2.575$

โดย $\bar{x} = 15.5$, $\mu_0 = 17$, $s = 4$, $n = 40$

สถิติที่ใช้คือ $$z_c = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{15.5 - 17}{4/\sqrt{40}} = -2.37$$

เนื่องจาก ค่าสถิติทดสอบ $Z_c=-2.37$ ซึ่งพบว่า $|Z_c|<|Z_{0.005}|$ จึงไม่ปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือ ค่าเฉลี่ยรถจะวิ่งได้ระยะทาง 17 ไมล์ / แกลลอน

ตัวอย่างที่ 8.6 จากการโฆษณาของร้านบริการอาหารจานด่วนที่กล่าวว่า สามารถจัดส่งถึงบ้านโดยจะใช้เวลาไม่เกิน 30 นาที จึงสุ่มผู้ใช้บริการจำนวน 10 คน ได้ข้อมูลดังต่อไปนี้ 26, 32, 24, 37, 28, 29, 33, 31, 34 และ 36 นาที อยากทราบว่าการโฆษณาดังกล่าวเป็นความจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (เมื่อทราบว่าเวลาการจัดส่งอาหารมีการแจกแจงปกติ)

วิธีทำ สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \mu \leq 30$$

$$H_1 : \mu > 30$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ ค่าวิกฤต $t_{0.05,9} = 1.833$

สถิติที่ใช้คือ $t_c = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

โดย $\bar{x} = \dfrac{26 + 32 + \cdots + 36}{10} = 31$

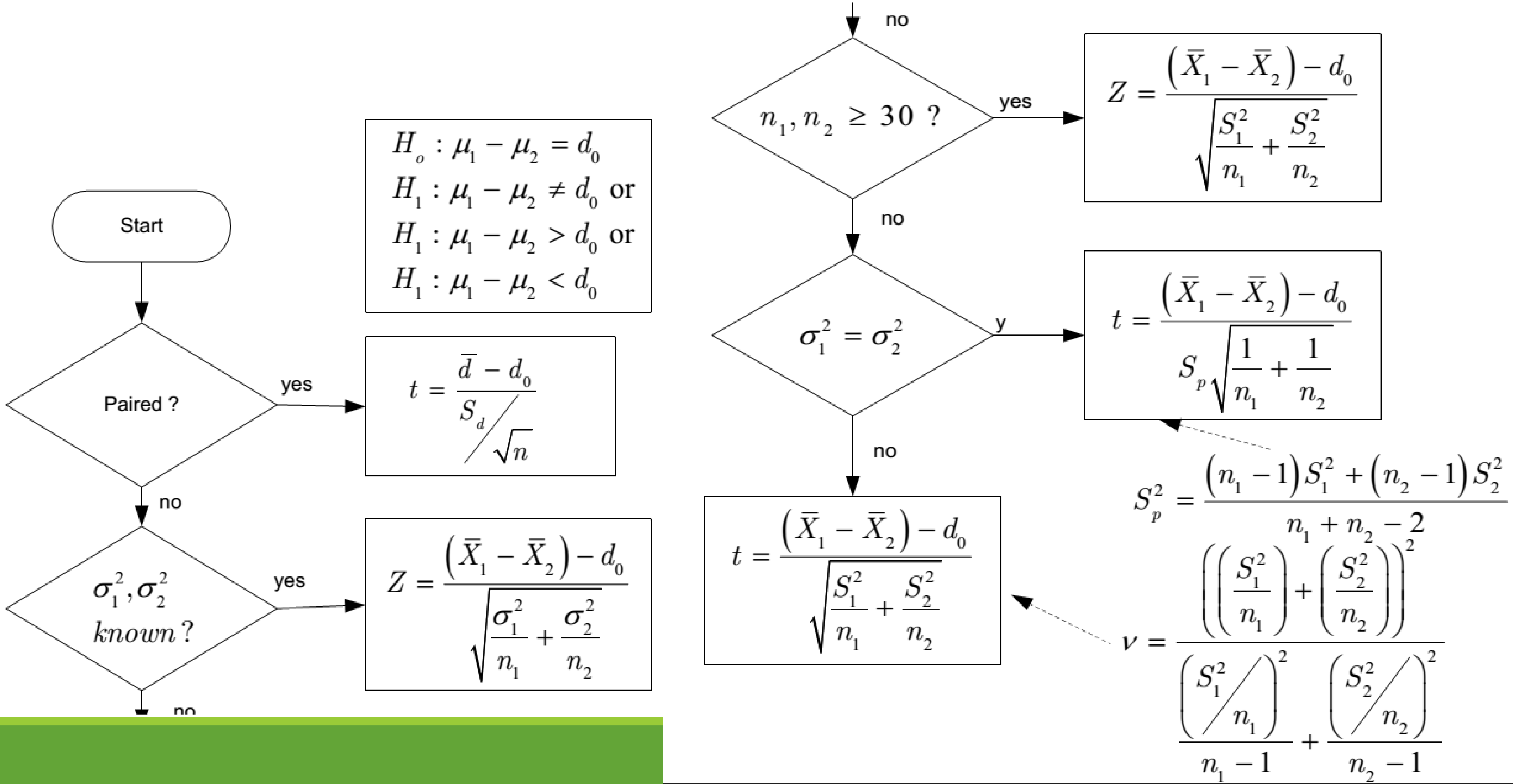
$$s = \sqrt{\frac{9772-(310)^2/10}{9}} = 4.24$$

$\mu_0 = 30$, $n = 10$

ได้ว่า $t_c = \dfrac{31-30}{4.24/\sqrt{10}} = 0.75$

เนื่องจาก ค่าสถิติทดสอบ $t_c=0.75$ ซึ่งพบว่า $t_c < t_{0.05,9}=1.833$ จึงไม่ปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือร้านค้าสามารถจัดส่งถึงบ้านโดยใช้เวลาไม่เกิน 30 นาที

การทดสอบผลต่างค่าเฉลี่ย 2 ประชากร



ตัวอย่างที่ 8.7 ผู้ผลิตรายหนึ่งอ้างว่าค่าเฉลี่ยแรงเค้น (Tensile Strength) ของด้ายชนิด A มากกว่าค่าเฉลี่ยแรงเค้นของด้ายชนิด B อย่างน้อย 12 กิโลกรัม เพื่อทดสอบข้อกล่าวอ้างนี้จึงทำการตรวจสอบด้ายชนิด A และ B ชนิดละ 50 เส้น ภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน พบว่าด้ายชนิด A มีค่าเฉลี่ยแรงเค้น 86.7 กิโลกรัม ด้วยค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6.28 กิโลกรัม ขณะที่ด้ายชนิด B มีค่าเฉลี่ยแรงเค้น 77.8 กิโลกรัม ด้วยค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.61 กิโลกรัม จงทำการทดสอบข้อกล่าวอ้างของผู้ผลิตรายนี้ ที่ขนาดทดสอบ 0.05

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \mu_A - \mu_B \geq 12$$

$$H_1 : \mu_A - \mu_B < 12$$

ขนาดทดสอบ $\alpha = 0.05$ ค่าวิกฤต $Z_{0.05} = -1.645$

โดย $\bar{x}_A = 86.7$, $\bar{x}_B = 77.8$, $d_0 = 12$, $s_A = 6.28$, $s_B = 5.61$, $n_A = 50$, $n_B = 50$

สถิติที่ใช้คือ $$z_c = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - d_0}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{(86.7 - 77.8) - 12}{\sqrt{\frac{6.28^2}{50} + \frac{5.61^2}{50}}} = -2.60$$

เนื่องจาก ค่าสถิติทดสอบ $Z_c=-2.60$ ซึ่งพบว่า $Z_c<Z_{0.05}$ จึงปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือ คำกล่าวอ้างของผู้ผลิตไม่เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 8.8 การทดลองเพื่อเปรียบเทียบรอยสึกหรอของเหล็กที่ใช้ทำแหนบรถยนต์ที่แตกต่างกัน 2 ชนิด ด้วยการตรวจสอบวัสดุชนิดที่ 1 จำนวน 12 ชิ้น โดยเครื่องตรวจสอบรอยสึกหรอ และตรวจสอบวัสดุชนิดที่ 2 จำนวน 10 ชิ้น ด้วยวิธีการเดียวกัน ซึ่งเหล็กแต่ละชิ้นงานจะถูกวัดความลึกของรอยสึกหรอ ซึ่งวัสดุชนิดที่ 1 ได้ค่าเฉลี่ยความลึกของรอยสึกหรอ (ในรูปของดัชนี) เป็น 81 หน่วย และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 4 หน่วย ขณะที่ชิ้นงานของวัสดุชนิดที่ 2 มีค่าเฉลี่ยความลึกของรอยสึกหรอเป็น 81 หน่วยและมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 5 หน่วยจะสรุปด้วยระดับนัยสำคัญ 0.05 ได้หรือไม่ว่าค่าเฉลี่ยความลึกของรอยสึกหรอของวัสดุชนิดที่ 1 มีค่ามากกว่าชนิดที่ 2 เท่ากับ 2 หน่วย ถ้าสมมติ 2 ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน

โดย $\bar{x}_1 = 81,\ \bar{x}_2 = 81,\ s_1 = 4,\ s_2 = 5,\ n_1 = 12,\ n_2 = 10$

วิธีทำ สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 2$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 2$$

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

ค่าวิกฤต $t_{0.025,20} = \pm 2.086$

เนื่องจาก ความแปรปรวน เท่ากัน จึงหา S_p^2

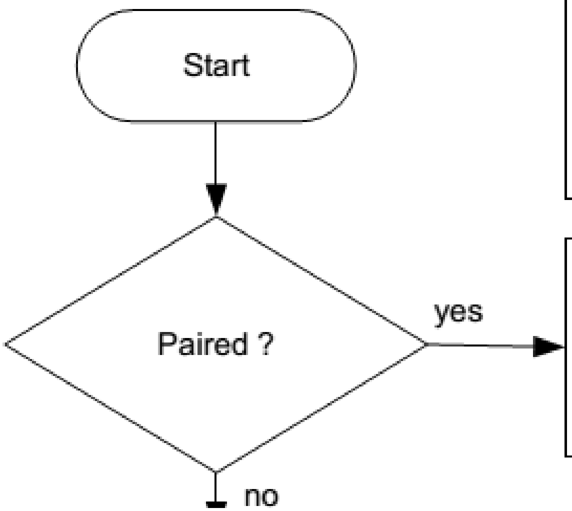
$$s_p^2 = \frac{(11)4^2 + (9)5^2}{12 + 10 - 2} = 20.05$$

สถิติที่ใช้คือ

$$t_c = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(81 - 81) - 2}{\sqrt{20.05\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{10}\right)}} = -1.04$$

เนื่องจาก ค่าสถิติทดสอบ $t_{0.025,20} = \pm 2.086$ ซึ่งพบว่า $|t_c| < |t_{0.025,20}|$
จึงไม่ปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือ ค่าเฉลี่ยสึกหรอวัสดุ1 มากกว่าวัสดุ 2 เท่ากับ 2 หน่วย

การทดสอบสมมติฐานผลต่างของค่าเฉลี่ย 2 ประชากร สำหรับข้อมูลรายคู่



$$H_o : \mu_1 - \mu_2 = d_0$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0 \text{ or}$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0 \text{ or}$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$$

$$t = \frac{\bar{d} - d_0}{S_d / \sqrt{n}}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} \quad , \qquad s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(d_i - \bar{d}\right)^2}{n-1}$$

การสรุปผล

1) ถ้ากำหนดสมมติฐานการทดสอบ $H_0 : \mu_d = d_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu_d \neq d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $t_c < -t_{\alpha/2,\nu}$ หรือ $t_c > t_{\alpha/2,\nu}$, $\nu = n-1$
2) ถ้ากำหนดสมมติฐานการทดสอบ $H_0 : \mu_d = d_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu_d < d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $t_c < -t_{\alpha,\nu}$
3) ถ้ากำหนดสมมติฐานการทดสอบ $H_0 : \mu_d = d_0$ แย้งกับ $H_1 : \mu_d > d_0$ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $t_c > t_{\alpha,\nu}$

ตัวอย่างที่ 8.10 จากการเปรียบเทียบเครื่องคอมพิวเตอร์จากบริษัท A ที่กล่าวว่า สามารถประมวลผลได้ทัดเทียมกับเครื่องจากบริษัทมาตรฐานแต่ราคาถูกกว่า ดังนั้นจึงทดลองประมวลผลโปรแกรม 10 โปรแกรม ที่เขียนขึ้นในการทำงานแตกต่างกันกับเครื่องคอมพิวเตอร์จากทั้ง 2 บริษัทเพื่อเปรียบเทียบเวลา (CPU-Time) ที่ใช้ในการประมวลผลโปรแกรม ได้ผลดังนี้

โปรแกรม	เวลาที่ใช้ในการประมวลผลโปรแกรม (วินาที)	
	บริษัท A	บริษัทมาตรฐาน
1	61	55
2	60	54
3	56	47
4	63	59
5	56	51
6	63	61
7	59	57
8	56	54
9	62	63
10	61	58

ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 อยากทราบว่าเวลาที่ใช้ในการประมวลผลโปรแกรมกับเครื่องคอมพิวเตอร์จากบริษัท A มีค่ามากกว่าใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์จากบริษัทมาตรฐาน หรือไม่

คู่ที่	บริษัท A	มาตรฐาน	di (A-std)	di^2
1	61	55	6	36
2	60	54	6	36
3	56	47	9	81
4	63	59	4	16
5	56	51	5	25
6	63	61	2	4
7	59	57	2	4
8	56	54	2	4
9	62	63	-1	1
10	61	58	3	9
รวม	**597**	**559**	**38**	**216**

วิธีทำ สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \mu_d \leq 0$$

$$H_1 : \mu_d > 0$$

ระดับนัยสำคัญ คือ $\alpha = 0.01$ ค่าวิกฤต $t_{0.01,9} = 2.821$

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{38}{10} = 3.8$$

$$S_d^2 = \frac{\sum d_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1} = \frac{216 - 10(3.8^2)}{10-1} = 7.956$$

$$S_d = \sqrt{7.956} = 2.821$$

ดังนั้น $$t_c = \frac{3.8 - 0}{2.82/\sqrt{10}} = 4.26$$

เนื่องจาก ค่าสถิติทดสอบ $t_{0.01,9} = 2.821$ ซึ่งพบว่า $t_c > t_{0.01,9}$ จึงปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือ เวลาในการประมวลผลเครื่องคอมพิวเตอร์ บ. A นานกว่า บ.มาตรฐาน

ตัวอย่าง 1 Supplier ส่งเส้นใยให้กับ โรงงานทอผ้าแห่งหนึ่ง โดยโรงงานต้องการทราบว่าถ้าค่าเฉลี่ยความเหนียวของเส้นใยเกิน 200 psi จึงจะยอมรับเส้นใยทั้งล็อต จากการผลิตที่ผ่านมาพบว่าค่าความแปรปรวนของความเหนียวของเส้นใยเท่ากับ 100 psi^2 จึงทำการสุ่มตัวอย่างเส้นใยอย่างสุ่มมา 4 เส้นใย พบว่าค่าเฉลี่ยความเหนียวของเส้นใยเท่ากับ 214 psi จงทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าค่าเฉลี่ยความเหนียวของเส้นใยที่ได้รับจาก supplier เกินกว่า 200 psi หรือไม่ พร้อมทั้งหาช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยความเหนียวของเส้นใย

วิธีทำ สมมติฐานการทดสอบ

ค่าวิกฤต

ค่าสถิติ

สรุปผลการทดสอบ

ช่วงความเชื่อมั่น

ตัวอย่าง 2 การทดสอบว่ายาลดน้ำหนักชนิดหนึ่งจะมีผลต่อความดันโลหิตของผู้ได้รับยานี้มากน้อยเพียงใด ผู้ศึกษาได้วัดความดันโลหิตของกลุ่มทดลองก่อนได้รับยาลดน้ำหนักจำนวน 12 คน และทำการวัดความดันโลหิตอีกครั้งหนึ่งเมื่อได้รับยาลดน้ำหนักแล้ว ผลปรากฏดังตารางด้านล่าง ถ้ากำหนดให้ความดันโลหิตมีการแจกแจงปรกติ จงทดสอบว่าความดันก่อน และหลังได้รับยา แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พร้อมทั้งหาช่วงความเชื่อมั่น 95%

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	รวม
ก่อนได้รับยา	125	120	118	134	138	125	123	126	140	133	127	131	
หลังได้รับยา	128	128	127	141	135	129	125	124	141	138	135	137	
d_i	3	8	9	7	-3	4	2	-2	1	5	8	6	**48**

การทดสอบความแปรปรวน 1 ประชากร

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ แย้งกับ $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ แย้งกับ $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ แย้งกับ $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$

การทดสอบจะใช้สถิติ $\chi_c^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ ที่องศาแห่งความเป็นอิสระ $\nu = n - 1$

H_0	H_1	บริเวณวิกฤต
$H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2$	$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$	$\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha(n-1)}$
$H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2$	$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha(n-1)}$
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 \leq \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}(n-1)}$ หรือ $\chi^2 \geq \chi^2_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}$

ตัวอย่างที่ 8.11 ผู้ผลิตแบตเตอรี่รถยนต์กล่าวอ้างว่า อายุการใช้งานของแบตเตอรี่ที่เขาผลิตมีการแจกแจงปกติ มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.9 ปี ถ้าในการสุ่มตรวจสอบแบตเตอรี่จำนวน 10 ลูก พบว่ามีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.2 ปี คุณจะเชื่อหรือไม่ว่าค่า $\sigma > 0.9$ ปี ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ระดับนัยสำคัญ คือ $\alpha = 0.05$

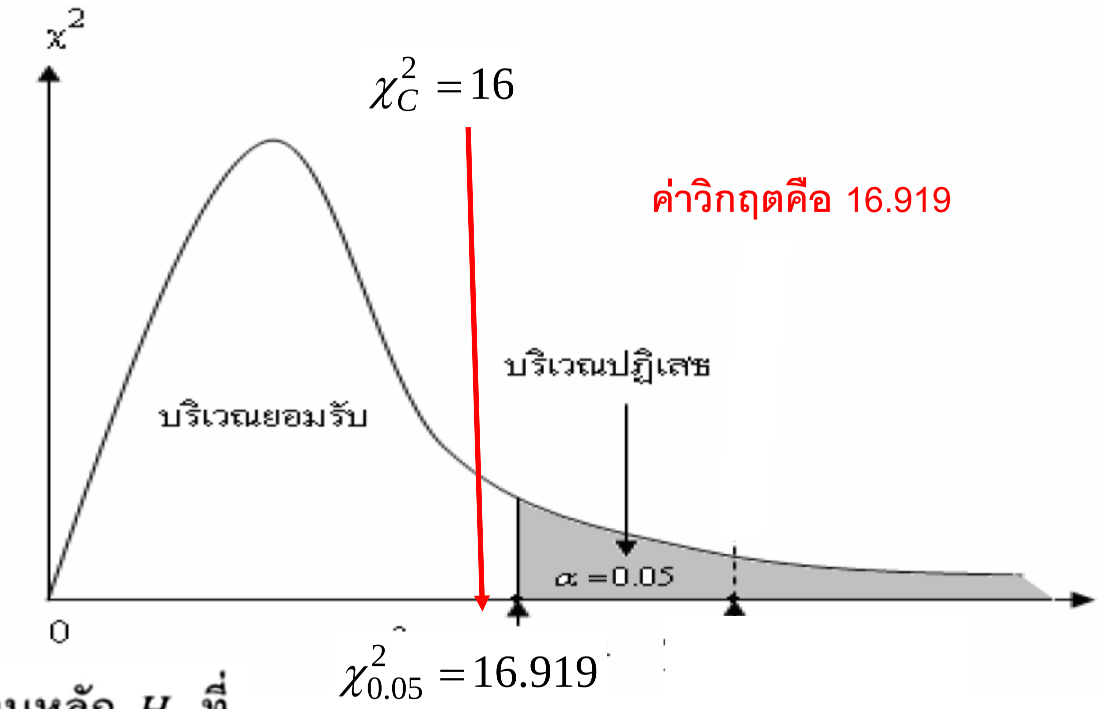
วิธีทำ สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \sigma^2 \le 0.9^2$$

$$H_1 : \sigma^2 > 0.9^2$$

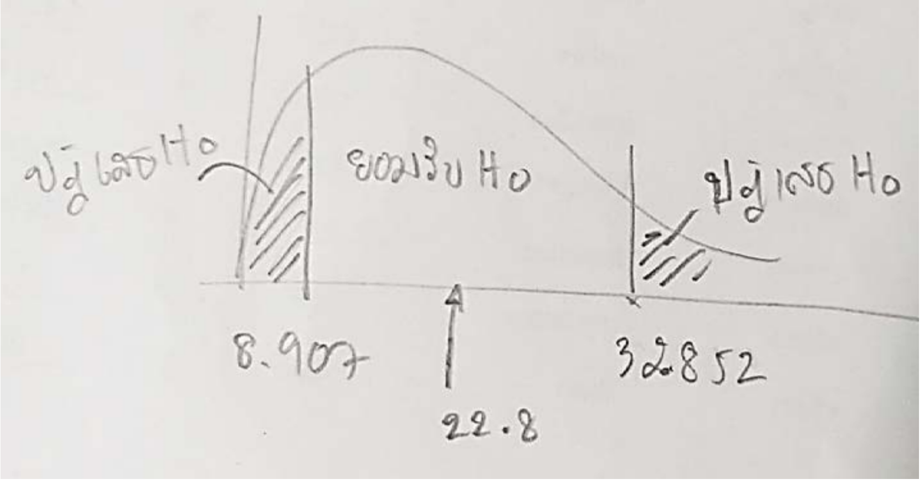
$s^2 = 1.2^2$, $\sigma^2 = 0.9^2$ และ $n = 10$

ค่าสถิติทดสอบ คือ $$\chi_c^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \qquad \chi_c^2 = \frac{9(1.2)^2}{0.9^2} = 16$$



สรุปผล เนื่องจากค่า $\chi_c^2 = 16 < 16.919$ ดังนั้นจึงไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุการใช้งานของแบตเตอรี่มีค่าไม่มากกว่า 0.9

ตัวอย่าง โรงงานผลิตหลอดภาพโทรทัศน์แห่งหนึ่ง ทราบว่าอายุการใช้งานหลอดภาพมีการแจกแจงปรกติ มีความแปรปรวน 10,000 ชม^2 ในการตรวจสอบคุณภาพครั้งหนึ่ง โดยการสุ่มหลอดภาพมา 20 หลอด พบว่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพเท่ากับ 12,000 ชม^2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะกล่าวได้หรือไม่ว่า ความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพไม่เท่ากับ 10,000 ชม^2



ขั้นที่ 1 H_0 : $\sigma^2 = 10{,}000$ H_1 : $\sigma^2 \neq 10{,}000$

ขั้นที่ 2 กำหนด $\alpha = 0.05$

ขั้นที่ 3 กำหนดตัวสถิติและคำนวนณค่า

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \qquad \chi^2 = \frac{(20-1)(12000)}{10000} = 22.8$$

ขั้นที่ 4 ค่าวิกฤตคือ

$$\chi^2_{0.025} = 32.852 \quad \text{และ} \quad \chi^2_{0.975} = 8.907$$

ขั้นที่ 5 สรุปผล

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ 22.8 มีค่า มากกว่า 8.907 และ มีค่า น้อยกว่า 32.852 ดังนั้น ไม่ปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือความแปรปรวนอายุการใช้งานของหลอดเป็น 10,000 ชั่วโมง^2

ตัวอย่าง 3 การสกัดพื้นผิว silicon ซึ่งเกิดขึ้นขณะทดลองสำหรับการกัดด้วยพลาสมา ได้ความหนาดังนี้ (หน่วย มิลลิเมตร)

5.34 3.35 4.76 5.98 7.25 6.00 7.55 5.54 5.62 6.21

5.97 7.35 5.44 4.39 4.98 5.25 6.35 4.61 6.00 5.32

$$\sum X_i = 113.26$$
$$\sum X_i^2 = 661.3302$$
$$n = 20$$

1) จงหาช่วงความเชื่อมั่น 98% ของความแปรปรวน

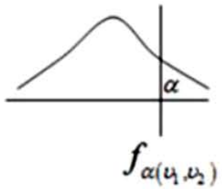
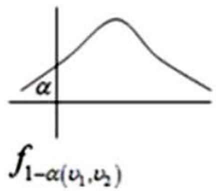
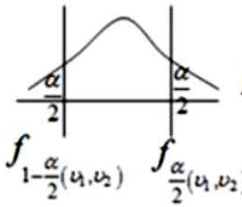
2) จงทำการทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.02 ว่าความแปรปรวน เท่ากับ 1 หรือไม่

การทดสอบความแตกต่างความแปรปรวน 2 ประชากร

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ แย้งกับ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ แย้งกับ $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ แย้งกับ $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

Hypotheses		Critical Region
$H_0 : \sigma_1^2 \le \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$		$F = \dfrac{s_1^2\sigma_2^2}{s_2^2\sigma_1^2} \ge f_{\alpha(\upsilon_1,\upsilon_2)}$
$H_0 : \sigma_1^2 \ge \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$		$F = \dfrac{s_1^2\sigma_2^2}{s_2^2\sigma_1^2} \le f_{1-\alpha(\upsilon_1,\upsilon_2)}$
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$		$F = \dfrac{s_1^2\sigma_2^2}{s_2^2\sigma_1^2} \le f_{1-\frac{\alpha}{2}(\upsilon_1,\upsilon_2)}, F = \dfrac{s_1^2\sigma_2^2}{s_2^2\sigma_1^2} \ge f_{\frac{\alpha}{2}(\upsilon_1,\upsilon_2)}$

ตัวสถิติ F $\quad F_c = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$

$df_1 = n_1-1$ และ $df_2 = n_2-1$

ตัวอย่างที่ 8.12 จากข้อมูลที่รวบรวมเพื่อตรวจสอบคำกล่าวอ้างที่ว่า เวลาที่พยาบาลมาพบคนไข้กรณีได้รับสัญญาณเรียกฉุกเฉิน สำหรับคนไข้สามัญกับคนไข้พิเศษ ในตึกผู้ป่วยเดียวกันมีความแตกต่างกัน โดยคนไข้สามัญจะได้รับการบริการช้ากว่าคนไข้พิเศษ ซึ่งรวบรวมข้อมูลได้ดังนี้

คนไข้	จำนวน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
สามัญ	25	5.5 วินาที	0.4 วินาที
พิเศษ	16	5.3 วินาที	0.3 วินาที

จากข้อมูลในอดีตทราบว่า เวลามีการกระจายแบบปกติ จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.02 ว่า

1. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาในการให้บริการเท่ากันหรือไม่

วิธีทำ 1. ให้ σ_1^2 แทนความแปรปรวนของเวลาในการให้บริการคนไข้สามัญ

ให้ σ_2^2 แทนความแปรปรวนของเวลาในการให้บริการคนไข้พิเศษ

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ระดับนัยสำคัญ คือ $\alpha = 0.02$

สถิติที่ใช้ $f_c = \dfrac{s_1^2}{s_2^2}$

โดยที่ $s_1^2 = 0.4^2, \quad s_2^2 = 0.3^2$

ดังนั้น $f_c = \dfrac{0.4^2}{0.3^2} = 1.78$

จากตาราง f จะได้ $f_{\alpha/2,(n_1-1,\, n_2-1)} = f_{0.01,(24,15)} = 3.29$

$$f_{1-\alpha/2,(n_1-1,\, n_2-1)} = \frac{1}{f_{\alpha/2,(n_2-1,\, n_1-1)}} = \frac{1}{2.89} = 0.346$$

จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ $f_c > 3.29$ หรือ $f_c < 0.346$

สรุปผล เนื่องจากค่า $f_c = 1.78$ อยู่นอกบริเวณปฏิเสธสมมติฐานหลัก ดังนั้นจึงไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาในการให้บริการคนไข้สามัญกับคนไข้พิเศษไม่ต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

ตัวอย่างที่ 4 นักวิศวกรเคมีคนหนึ่งสังเกตเห็นความผันแปรของเครื่องมือ 2 ชนิดที่ใช้ตรวจจับผลลัพธ์จากกระบวนการผลิต เขาสงสัยว่าเครื่องมือตัวเก่า (ชนิดที่ 1) จะมีความแปรปรวนสูงกว่าเครื่องมือใหม่ เพื่อทดสอบความจริงดังกล่าว เขาจึงทำการสุ่มค่าสังเกตที่ตรวจจับจากเครื่องมือตัวเก่า 13 ค่า พบว่ามีความแปรปรวนเท่ากับ 14.5 และสุ่มค่าสังเกตที่ตรวจจับจากเครื่องมือใหม่ 10 ค่า พบว่ามีความแปรปรวน 10.8 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 สามารถสรุปได้หรือไม่ว่านักวิศกรเคมีคนดังกล่าวคิดได้ถูกต้อง พร้อมทั้งหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของอัตราส่วนความแปรปรวน

การทดสอบสมมติฐานของสัดส่วนประชากร 1 ประชากร

$H_0 : p = p_0$ แย้งกับ $H_1 : p \neq p_0$

หรือ $H_0 : p = p_0$ แย้งกับ $H_1 : p < p_0$

หรือ $H_0 : p = p_0$ แย้งกับ $H_1 : p > p_0$

การทดสอบจะใช้ตัวสถิติ Z_c โดย

$$Z_c = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ เป็นสัดส่วนจำนวนที่สนใจ จาก n ค่าสังเกต

สมมติฐาน H_0	สมมติฐาน H_1	บริเวณปฏิเสธสมมติฐาน
$H_0 : p = p_0$	$H_1 : p \neq p_0$	$\lvert Z \rvert > Z_{\alpha/2}$
$H_0 : p \leq p_0$	$H_1 : p > p_0$	$Z > Z_{\alpha}$
$H_0 : p \geq p_0$	$H_1 : p < p_0$	$Z < -Z_{\alpha}$

ตัวอย่างที่ 8.14 จากการสุ่มถามครัวเรือนที่อยู่ในเขต ก.ท.ม. 500 ครัวเรือน พบว่ามีจำนวนผู้เป็นสมาชิกเคเบิลทีวี 340 ครัวเรือน อยากทราบว่าร้อยละของผู้เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีในเขต ก.ท.ม. น้อยกว่า 75 เปอร์เซ็นต์หรือไม่ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : p = 0.75$$

$$H_1 : p < 0.75$$

ระดับนัยสำคัญ คือ $\alpha = 0.05$ ค่าวิกฤต $Z_{0.05}$=-1.645

$$\hat{p} = \frac{340}{500} = 0.68 \qquad p_0 = 0.75 \quad \text{และ} \quad n = 500$$

สถิติที่ใช้

$$z_c = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.68 - 0.75}{\sqrt{\dfrac{0.75(0.25)}{500}}} = -3.61$$

Z_c = -3.61 < $Z_{0.05}$ = -1.645 ปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือสมาชิกเคเบิล TV ใน กทม น้อยกว่า ร้อยละ 75

การทดสอบสมมติฐานผลต่างสัดส่วนของ 2 ประชากร

$H_0 : p_1 - p_2 = p_0$ แย้งกับ $H_1 : p_1 - p_2 \neq p_0$

หรือ $H_0 : p_1 - p_2 = p_0$ แย้งกับ $H_1 : p_1 - p_2 < p_0$

หรือ $H_0 : p_1 - p_2 = p_0$ แย้งกับ $H_1 : p_1 - p_2 > p_0$

การทดสอบสมมติฐานจะใช้การแจกแจงปกติช่วยในการทดสอบ โดยแยกออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

(1) ถ้า $p_0 \neq 0$ หรือ สมมติฐานของการทดสอบเป็น $H_0 : p_1 - p_2 = p_0$ และทราบค่า p_1 และ p_2 โดยประสบการณ์หรือโดยวิธีใดก็ตาม สถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ Z_c โดย

$$Z_c = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\left\{ p_1(1-p_1)/n_1 \right\} + \left\{ p_2(1-p_2)/n_2 \right\}}}$$

(2) ถ้า $p_0 = 0$ หรือสมมติฐานของการทดสอบเป็น $H_0 : p_1 = p_2$ จะทำการประมาณค่าสัดส่วน

$\hat{p} = \dfrac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$ เมื่อ X_1 เป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่สนใจจากประชากรที่ 1 และ X_2 เป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่สนใจจากประชากรที่ 2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ Z_c โดย

$$Z_c = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

สมมติฐาน H_0	สมมติฐาน H_1	บริเวณปฏิเสธสมมติฐาน
$H_0 : p_1 - p_2 = p_0$	$H_1 : p_1 - p_2 \neq p_0$	$\lvert Z \rvert > Z_{\alpha/2}$
$H_0 : p_1 - p_2 \leq p_0$	$H_1 : p_1 - p_2 > p_0$	$Z > Z_{\alpha}$
$H_0 : p_1 - p_2 \geq p_0$	$H_1 : p_1 - p_2 < p_0$	$Z < -Z_{\alpha}$

ตัวอย่างที่ 8.16 จากการหยั่งเสียงการเลือกตั้ง อ.บ.ต. (แบบเลือกพรรค) ของพรรคปวงชนชาวไทยใน 2 เขตของการเลือกตั้งพบข้อมูลดังนี้

	จำนวนที่สุ่มถาม	จำนวนผู้ที่เลือกพรรคปวงชาวไทย
เขตที่ 1	200	120
เขตที่ 2	500	240

จากการเลือกตั้ง อ.บ.ต. ใน 2 เขตของการเลือกตั้งดังกล่าวที่ผ่านมานั้น พบว่าสัดส่วนจำนวนผู้เลือกพรรคปวงชนชาวไทยได้รับการเลือกในเขต 1 มากกว่าเขต 2 อยากทราบว่าการหยั่งเสียงยังยืนยันเช่นข้อมูลที่ผ่านมาหรือไม่ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

ไม่ทราบ p_1 และ p_2 แต่ทราบแค่จำนวน จึงต้องประมาณ

$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

วิธีทำ สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : p_1 - p_2 = 0$$

$$H_1 : p_1 - p_2 > 0$$

ระดับนัยสำคัญ คือ $\alpha = 0.05$ ค่าวิกฤต $Z_{0.05}=1.645$

สถิติที่ใช้

$$z_c = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.60 - 0.48}{\sqrt{(0.5143)(0.4857)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{500}\right)}} = 2.87$$

$$\hat{p}_1 = \frac{120}{200} = 0.6 \quad \hat{p}_2 = \frac{240}{500} = 0.48$$

$$\hat{p} = \frac{120 + 240}{200 + 500} = 0.5143 \quad , \quad \hat{q} = 0.4857 \, ,$$

$Z_c = 2.87 > Z_{0.05} = 1.645$ ปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือสัดส่วนจำนวนผู้เลือกพรรคปวงชนชาวไทย ในเขต 1 มากกว่า เขตที่ 2 เป็นไปตามคำกล่าวอ้าง

ตัวอย่าง 8.17 จากการสำรวจแม่บ้านจำนวน 100 คนที่อาศัยอยู่ในเมือง พบว่าจะใช้เครื่องซักผ้าจำนวน 63 คน และสำรวจแม่บ้านจำนวน 125 คนที่อาศัยอยู่นอกเมือง ใช้เครื่องซักผ้าจำนวน 60 คน จงทดสอบสมมติฐานว่าสัดส่วนของแม่บ้านทั้งหมดที่อาศัยอยู่ในเมือง จะใช้เครื่องซักผ้ามากกว่าแม่บ้านทั้งหมดที่อยู่นอกเมือง เกิน 10% หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ จากโจทย์

p_1 คือ สัดส่วนของแม่บ้านทั้งหมดที่อยู่ในเมืองและใช้เครื่องซักผ้า

p_2 คือ สัดส่วนของแม่บ้านทั้งหมดที่อยู่นอกเมืองและใช้เครื่องซักผ้า

$\hat{p}_1$ คือ สัดส่วนของแม่บ้านตัวอย่างที่อยู่ในเมืองและใช้เครื่องซักผ้า

$\hat{p}_2$ คือ สัดส่วนของแม่บ้านตัวอย่างที่อยู่นอกเมืองและใช้เครื่องซักผ้า

ตัวอย่างที่ 6.5 จากการสำรวจแม่บ้านจำนวน 100 คนที่อาศัยอยู่ในเมือง พบว่าจะใช้เครื่องซักผ้าจำนวน 63 คน และสำรวจแม่บ้านจำนวน 125 คนที่อาศัยอยู่นอกเมือง ใช้เครื่องซักผ้าจำนวน 60 คน จงทดสอบสมมติฐานว่าสัดส่วนของแม่บ้านทั้งหมดที่อาศัยอยู่ในเมือง จะใช้เครื่องซักผ้ามากกว่าแม่บ้านทั้งหมดที่อยู่นอกเมือง เกิน 10% หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ในเมือง $\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{63}{100} = 0.63 \qquad \hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1 = 0.37$

นอกเมือง $\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{60}{125} = 0.48 \qquad \hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1 = 0.52$

1. $H_0 \;:\; p_1 - p_2 \leq 0.10$

   $H_1 \;:\; p_1 - p_2 > 0.10$ (ในเมืองใช้มากกว่านอกเมือง เกิน 10%)

2. ระดับนัยสำคัญ $(\alpha) = 0.05$ ค่าวิกฤต $Z_{0.05} = 1.645$

3. ดังนั้นตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}} \;;\; \text{เมื่อ } p_0 \neq 0$$

$$= \frac{(0.63 - 0.48) - 0.10}{\sqrt{\frac{0.63 \cdot 0.37}{100} + \frac{0.48 \cdot 0.52}{125}}} = 0.760$$

$Z_c = 0.76 < Z_{0.05} = 1.645$ ไม่ปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือสัดส่วนผู้ใช้เครื่องซักผ้าในเมืองไม่ได้มากไปกว่าแม่บ้านที่อยู่นอกเมือง ไม่เกินร้อยละ 10