

UNIVERSITY NAME (IN BLOCK CAPITALS)

Thesis Title

by

Author Name

A thesis submitted in partial fulfillment for the
degree of Doctor of Philosophy

in the

Faculty Name

Department or School Name

7 Ocak 2016

Declaration of Authorship

I, AUTHOR NAME, declare that this thesis titled, ‘THESIS TITLE’ and the work presented in it are my own. I confirm that:

- This work was done wholly or mainly while in candidature for a research degree at this University.
- Where any part of this thesis has previously been submitted for a degree or any other qualification at this University or any other institution, this has been clearly stated.
- Where I have consulted the published work of others, this is always clearly attributed.
- Where I have quoted from the work of others, the source is always given. With the exception of such quotations, this thesis is entirely my own work.
- I have acknowledged all main sources of help.
- Where the thesis is based on work done by myself jointly with others, I have made clear exactly what was done by others and what I have contributed myself.

Signed:

Date:

“Write a funny quote here.”

If the quote is taken from someone, their name goes here

UNIVERSITY NAME (IN BLOCK CAPITALS)

Abstract

Faculty Name

Department or School Name

Doctor of Philosophy

by Author Name

The Thesis Abstract is written here (and usually kept to just this page). The page is kept centered vertically so can expand into the blank space above the title...

Acknowledgements

The acknowledgements and the people to thank go here, don't forget to include your project advisor...

İçindekiler

Declaration of Authorship	i
Abstract	iii
Acknowledgements	iv
List of Figures	vii
List of Tables	viii
Abbreviations	ix
Physical Constants	x
Symbols	xi
1 Lagranjiyen Formalizmi	1
1.1 Klasik Parçacık Mekaniğinde Lagranjiyen İfadesi	1
1.2 Alan Kuramında Lagranjiyen İfadesi	1
2 Ayar Değişmezliği	2
2.1 Kuantum Mekaniğinde Ayar Değişmezliği	2
2.2 U(1) Ayar Değişmezliği	4
2.3 Yang-Mills Kuramı(SU(2) Ayar Değişmezliği)	7
3 Higgs Mekanizması	12
3.1 Kütle Terimi ve Kendiliğinden Simetri Bozulması	12
3.2 Global Simetrinin Bozulması	15
3.3 Abelyan Higgs Mekanizması	16
3.4 Standart Modelde Higgs Mekanizması	21
4 Standart Model Higgs Bozonunun Araştırılması	22
4.1 Higgs Bozonu Özellikleri	22

4.2	Higgs Bozonunun Üretimi	22
4.3	Higgs Bozonunun Bozunumu	22
A	An Appendix	23

Şekil Listesi

3.1	$\mu^2 > 0$ için	14
3.2	$\mu^2 < 0$ için	14
3.3	Potansiyel $V(\phi)$ fonksiyonu grafikleri.	14

Tablo Listesi

Abbreviations

LAH List Abbreviations Here

Physical Constants

Speed of Light $c = 2.997\,924\,58 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ (exact)

Symbols

a	distance	m
P	power	W (Js^{-1})
ω	angular frequency	rads^{-1}

For/Dedicated to/To my...

Bölüm 1

Lagranjiyen Formalizmi

1.1 Klasik Parçacık Mekaniğinde Lagranjiyen İfadesi

1.2 Alan Kuramında Lagranjiyen İfadesi

Bölüm 2

Ayar Değişmezliği

2.1 Kuantum Mekanikinde Ayar Değişmezliği

The gauge principle and the concept of gauge invariance are already present in Quantum Mechanics of a particle in the presence of an electromagnetic field . Let us start from the classical Hamiltonian that gives rise to the Lorentz force ($\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$)

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m}(\vec{p} - q\vec{A})^2 + q\phi, \quad (2.1)$$

where the electric and magnetic fields can be described in terms of the potentials $A^\mu = (\phi, \vec{A})$,

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (2.2)$$

These fields remain exactly the same when we make the gauge transformation (G) in the potentials:

$$\rightarrow \phi' = \phi - \frac{\partial\chi}{\partial t}, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\chi \quad (2.3)$$

When we quantize the Hamiltonian (2.1) by applying the usual prescription $p \rightarrow -i\vec{\nabla}$, we get Schrödinger equation for a particle in an electromagnetic field,

$$\left[\frac{1}{2m} \left(-i\vec{\nabla} - q\vec{A} \right)^2 + q\phi \right] \psi(x, t) = i \frac{\partial\psi(x, t)}{\partial t} \quad (2.4)$$

which can be written in a compact form as

$$\frac{1}{2m}(-i\vec{D})^2\psi = iD_0\psi \quad (2.5)$$

The equation (2.5) is equivalent to make the substitution

$$\vec{\nabla} \rightarrow \vec{D} = \vec{\nabla} - iq\vec{A}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow D_0 = \frac{\partial}{\partial t} + iq\phi \quad (2.6)$$

in the free Schrödinger equation.

If we make the gauge transformation, $(\phi, \vec{A}) \xrightarrow{G} (\phi', \vec{A}')$, given by (2.3), does the new field ψ' which is solution of

$$\frac{1}{2m}(-i\vec{D})^2\psi' = iD_0\psi'$$

describe the new physics? The answer to this question is no. However, we can recover the invariance of our theory by making, at the same time, the phase transformation in the matter field

$$\psi' = e^{iq\chi}\psi \quad (2.7)$$

with the same function $\chi = \chi(x, t)$ used in the transformation of electromagnetic fields(2.3). The derivative of ψ' transforms as,

$$\begin{aligned} \vec{D}'\psi' &= \left[\vec{\nabla} - iq(\vec{A} + \vec{\nabla}\chi) \right] e^{iq\chi}\psi \\ &= e^{iq\chi}(\vec{\nabla}\psi) + iq(\vec{\nabla}\chi)\psi - iq\vec{A}e^{iq\chi}\psi - iq(\vec{\nabla}\chi)e^{iq\chi}\psi \\ &= e^{iq\chi}\vec{D}\psi \end{aligned} \quad (2.8)$$

and in the same way, we have for D_0 ,

$$D_0'\psi' = e^{iq\chi}D_0\psi \quad (2.9)$$

We should mention that now the field ψ (2.7) and its derivatives $\vec{D}\psi$ (2.8), and $D_0\psi$ (2.9), all transform exactly in the same way: they are all multiplied by same phase factor.

Therefore, the Schrödinger equation (2.5) for ψ' becomes

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2m}(-i\vec{D})^2\psi' &= \frac{1}{2m}(-i\vec{D})^2\psi' = iD'_0\psi' \\
 &= \frac{1}{2m}(-i\vec{D}')(-i\vec{D}'\psi') \\
 &= \frac{1}{2m}(-i\vec{D}')[-ie^{iqx}\vec{D}\psi] \\
 &= e^{iqx}\frac{1}{2m}(-i\vec{D})^2\psi \\
 &= e^{iqx}(iD_0)\psi
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

and now both ψ and ψ' describe the same physics, since $|\psi|^2 = |\psi'|^2$. In order to get the invariance for all observables, we should assure that the following substitution is made:

$$\vec{\nabla} \rightarrow \vec{D}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow D_0$$

For instance, the current

$$\vec{J} \propto \psi^*(\vec{\nabla}\psi) - (\vec{\nabla}\psi)^*\psi,$$

becomes also gauge invariant with this substitution since

$$\psi^{*'}(\vec{D}'\psi') = \psi^*e^{-iqx}e^{iqx}(\vec{D}\psi) = \psi^*(\vec{D}\psi). \tag{2.11}$$

2.2 U(1) Ayar Değişmezliği

Bu bölümde Abelyan U(1) ayar dönüşümü gösterilmektedir. Higgs mekanizmasını açıklamak için ve ayar dönüşümlerinin nasıl kullanıldığını görmek için iyi bir başlangıç oluşturmaktadır. İlk olarak serbest Dirac Lagranjyeni ile başlayarak yerel ayar ve global ayar dönüşümlerinin bu alan üzerinde etkilerinin neler olduğunu görelim. Bir m kütleli spinör (spin- $\frac{1}{2}$) alanı için Dirac Lagranjyeni

$$\mathcal{L} = \underbrace{i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi}_{\text{Spinör serbest alanı}} - \underbrace{mc^2\bar{\psi}\psi}_{\text{Potansiyel enerji terimi}} \tag{2.12}$$

denklemleri ile verilir. Bu Lagranjiyen için global ayar ve yerel ayar dönüşümleri

$$\text{Global ayar dönüşümü: } \psi' \rightarrow e^{i\frac{q}{\hbar c}\alpha} \psi \quad (\text{burada } \alpha \text{ gerçekte bir sabittir.})$$

$$\text{Yerel ayar dönüşümü: } \psi' \rightarrow e^{i\frac{q}{\hbar c}\alpha(x)} \psi \quad (\alpha(x) \text{ } x^\mu \text{ 'e bağlı bir fonksiyondur.}) \quad (2.13)$$

olarak tanımlanabilir. İlk olarak global ayar dönüşümünü uyguladığımızda üstel terimdeki ifadeler birer sabit olduğundan denklem (2.12)'deki Lagranjiyede yerine koyduğumuzda, kinetik enerji ifadesindeki türev işlemcilerinden etkilenmeyecektir. Dolayısıyla global ayar dönüşümleri ($\bar{\psi}' = e^{-i\frac{q}{\hbar c}\alpha} \bar{\psi}$) altında Lagranjiyen değişmez olarak kalmaktadır. Yerel ayar dönüşümünü Lagranjiyeye uyguladığımızda üstel terim x^μ 'nin fonksiyonu olduğundan türev ifadesinden etkilenir ve kinetik enerji terimi

$$i\hbar c \left[e^{-i\frac{q}{\hbar c}\alpha(x)} \bar{\psi} \gamma^\mu e^{i\frac{q}{\hbar c}\alpha(x)} \left\{ i\frac{q}{\hbar c} (\partial_\mu \alpha(x)) \psi + (\partial_\mu \psi) \right\} \right]$$

$$i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \underbrace{q \bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu \alpha(x)) \psi}_{\text{Ek terim}} \quad (2.14)$$

olarak dönüşür. Bunun sonucu olarak eğer Lagranjiyeni yerel ayar dönüşümleri altında değişmez bırakmak istiyorsak ortaya çıkan fazlalık terimden kurtulmamız gerekir. Bunu sağlamak için problemimize uygun yeni bir ayar ve kovaryant türev olarak adlandırılan

$$\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - i\frac{q}{\hbar c} A_\mu \quad \text{ve} \quad A'_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \alpha(x) \quad (2.15)$$

dönüşüm ifadelerini kullanmak gereklidir. Öncelikle daha önce kullanılan türev işlemcisi yerine kovaryant türev ifadesini denklem (2.12)'de yerine koyarsak ve

yerel ayar dönüşümü uygularsak

$$\mathcal{L}_N = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi$$

$$\mathcal{L}_N = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \left[\partial_\mu - i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \right] \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_N = i\hbar c e^{-i \frac{q}{\hbar c} \alpha(x)} \bar{\psi} \gamma^\mu \left[e^{i \frac{q}{\hbar c} \alpha(x)} \left\{ \frac{i q}{\hbar c} (\partial_\mu \alpha(x)) \psi + (\partial_\mu \psi) - \frac{i q}{\hbar c} A_\mu \psi - \frac{i q}{\hbar c} (\partial_\mu \alpha(x)) \psi \right\} \right. \\ \left. - \left[mc^2 e^{-i \frac{q}{\hbar c} \alpha(x)} \bar{\psi} e^{i \frac{q}{\hbar c} \alpha(x)} \psi \right] \right] \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}'_N = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi + \underbrace{q \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi}_{\text{Etkileşim terimi}} \quad (2.16)$$

olarak elde edilir. Denklem (2.16)'de yerel ayar dönüşümü yaparak ek terimden kurtulmanın sonucu olarak yeni bir etkileşim terimi elde edildi. Denklem (2.16)'deki etkileşim teriminde A_μ vektör alanı bulunması nedeniyle bu alana ait serbest Lagranjiyeni de eklemek gereklidir. Vektör alanın serbest Lagranjiyeni Proce Lagranjiyeni

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{m_A c}{\hbar} \right)^2 A^\nu A_\nu \quad (2.17)$$

ile verilir. Lagranjiyene böyle bir terimin eklenmesinin sonucu olarak yerel faz dönüşümünü bu ifade içinde uygulamamız gereklidir. Dolayısıyla

$$F^{\mu\nu} \equiv (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \Rightarrow F_{\mu\nu} \equiv (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$$

olarak yerel faz dönüşümü altında değişmez kalmaktadır. Fakat $A^\nu A_\nu$ terimi yerel faz dönüşümü altında değişmez kalmadığından m_A ile belirtilen vektör parçacığın kütle ifadesi olarak $m_A = 0$ almamız gerekir. Bu durumda bize kütesiz bir vektör alanını belirtir. Sonuç olarak Lagranjiyen ifademiz

$$\mathcal{L}_{QED} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \underbrace{\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}}_{A^\mu \text{ vektör serbest alanı}} - mc^2 \bar{\psi} \psi + \underbrace{q \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu}_{\text{Etkileşim terimi}} \quad (2.18)$$

olmaktadır. Bu Lagranjyen Dirac alanı ile ifade edilen elektronlar ve pozitronların fotonlar ile etkileşim kurduğunu söyleyen kuantum elektrodinamiği (KED) Lagranjyenidir. Denklem (??)'deki etkileşim terimi içerisindeki $J^\mu = q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ serbest Dirac alanı için Noether akımını belirtmektedir. Dolayısıyla bütün elektrodinamik ifadeleri Lagranjiyenden elde edilebilir. Ayar dönüşümü ifadesini

$$\psi' \rightarrow U\psi \quad U = e^{i\alpha(x)} \quad U^\dagger U = 1$$

şeklinde gösterebiliriz. Bunun anlamı U olarak belirtilen ifade de faz dönüşümü ψ 'nin 1×1 'lik bir matrisle çapımı şeklindedir dolayısıyla bu biçimdeki matrislerin tümü $U(1)$ grubunu oluşturmaktadır. Bu türden dönüşümler $U(1)$ ayar dönüşümü olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca U ifadesi sıra değiştirebilir olduğundan Abelyan ayar dönüşümü olarak da nitelendirilir.

2.3 Yang-Mills Kuramı($SU(2)$ Ayar Değişmezliği)

Heisenberg tarafından 1932 yılında proton ve nötronun tek bir nükleonun farklı iki durumu olarak ele alınabileceğini söylemiştir. Protonun sahip olduğu elektrik yükünü ortadan kaldırdığımızda proton ve nötronun aynı güçlü kuvveti hissedeceğini belirtmiştir. Bu durumda proton ve nötron

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

olarak ifade edilmektedir. Yang-Mills kuramının ortaya koyulma nedenlerinden biri ise Heisenberg'in tasvir ettiği türden bir proton ve nötron sistemidir. Başlangıç yapabilmek için kuram, eşit kütleli iki $\frac{1}{2}$ spinli parçacığı ayrı ayrı kendi serbest Dirac alanına sahip ψ_1 ve ψ_2 olarak ifade etmektedir. Bu resmi canlandırmaya

$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}_1\gamma^\mu\partial_\mu\psi_1 - m_1c^2\bar{\psi}_1\psi_1] + [i\hbar c\bar{\psi}_2\gamma^\mu\partial_\mu\psi_2 - m_2c^2\bar{\psi}_2\psi_2] \quad (2.20)$$

ifadesi ile başlayabiliriz. Buradaki ψ_1 ve ψ_2 'yi iki bileşenli bir sütun matris olarak ele alırsak

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_1 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \bar{\psi} = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_1 & \bar{\psi}_2 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

olarak yazılabilir. M kütle terimi olmak üzere 2×2 matris şeklinde

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

yazılır. Böylece denklem (2.20)

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - M c^2 \bar{\psi} \psi \quad (2.23)$$

haline dönüşür. Eşit kütleli iki parçacığın öne sürüldüğü model de kütle ifadelerimizi $m = m_1$, $m = m_2$ ve $m = M$ olarak yazarsak

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m c^2 \bar{\psi} \psi \quad (2.24)$$

elde edilir. Daha önceki bölümde yaptığımız gibi global ve yerel faz dönüşümleri altında bu Lagranjiyeni incelemek için

$$\psi \rightarrow U\psi \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}U^\dagger \quad \text{ve} \quad U^\dagger U = 1 \quad (2.25)$$

ifadelerini belirtmek gerekir. Fakat bu sefer iki elemanlı bir vektörü incelediğimizden dolayı global ve faz dönüşümü ifadeleri

$$\text{Global faz dönüşümü: } \psi' \rightarrow e^{-\frac{i\tau \cdot \lambda}{\hbar c}} \psi \quad (\text{burada } \lambda \text{ gerçekte bir sabittir.})$$

$$\text{Yerel faz dönüşümü: } \psi' \rightarrow e^{-\frac{i\tau \cdot \lambda(x)}{\hbar c}} \psi \quad (\text{burada } \lambda(x) \text{ } x^\mu \text{'nin fonksiyonudur.})$$

olarak kullanılır. Üstel fonksiyondaki τ ifadesi τ_1, τ_2, τ_3 Pauli spin matrisleridir. Bu türden dönüşümler $SU(2)$ dönüşümleri olarak adlandırılır. Denklem (2.23)'teki Lagranjiyen ifademiz global faz dönüşümleri altında değişmez olmasına rağmen

$$S \equiv e^{-\frac{i\tau \cdot \lambda(x)}{\hbar c}} \quad (2.26)$$

olmak üzere türev ifadesi

$$\partial_\mu \rightarrow S \partial_\mu \psi + (\partial_\mu S) \psi \quad (2.27)$$

olarak etkilendiğinden ilave terimden dolayı yerel faz dönüşümü altında değişmez değildir. Dolayısıyla önceki bölümde yaptığımız gibi Lagranjiyen ifademizi yerel faz dönüşümü altında değişmez bırakmamız gerekiyor. Bunu daha kolay bir şekilde

sağlamak için kovaryant türev ifadesini $SU(2)$ yerel faz dönüşümü için olanı

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (2.28)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Kovaryant türev ifadesi artık üç adet \mathbf{A}_μ alanına sahiptir. Dolayısıyla bu vektör alanlarının da yerel faz dönüşümleri

$$\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{A}'_\mu = S(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{A}_\mu)S^{-1} + i \left(\frac{\hbar c}{q} \right) (\partial_\mu S)S^{-1} \quad (2.29)$$

eşitliği ile gösterilmektedir. S ile S^{-1} bir araya getirilemediğinden amaçlarımız doğrultusunda çok küçük $|\lambda(x)|$ değerleri için S ve S^{-1} 'nin açılımlarından birinci mertebeden olan terimleri

$$S \cong 1 - \frac{iq}{\hbar c} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}), \quad S^{-1} \cong 1 + \frac{iq}{\hbar c} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}), \quad \partial_\mu S \cong -\frac{iq}{\hbar c} \boldsymbol{\tau} \cdot \partial_\mu \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) \quad (2.30)$$

olarak alıp denklem (2.29)'de yerlerine yerleştirirsek

$$\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{A}'_\mu \cong \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{A}_\mu + \frac{iq}{\hbar c} [\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{A}_\mu, \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x})] + \partial_\mu \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) \quad (2.31)$$

elde edilir. Komütatör ifadesi Pauli spin matrislerini içerdiğinden $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k$ bağıntısını kullanarak (σ_i, σ_j ve σ_k Pauli spin matrisleridir) denklem (2.31)

$$\mathbf{A}'_\mu \cong \mathbf{A}_\mu + \partial_\mu \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) + \frac{2q}{\hbar c} (\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{A}_\mu) \quad (2.32)$$

haline gelir. Şimdi yerel ayar dönüşümü için gerekli bütün araçlar elimizde olduğuna göre (2.24) denklemi

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - m c^2 \bar{\psi} \psi \quad (2.33)$$

olarak yazılır ve yerel ayar dönüşümü altında

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - m c^2 \bar{\psi} \psi] - (q \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (2.34)$$

ifadesi değişmezdir. Daha önce bahsedildiği üzere $\mathbf{A}_\mu = (A_1^\mu, A_2^\mu, A_3^\mu)$ üç yeni vektör alanını kullandığımızdan bu alanlara ait serbest Lagranjiyen ifadeleri

$$\mathcal{L}_{A_1} = -\frac{1}{16\pi} F_1^{\mu\nu} F_{\mu\nu 1} + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{m_{A_1} c}{\hbar} \right)^2 A_1^\nu A_{\nu 1}$$

$$\mathcal{L}_{A_2} = -\frac{1}{16\pi} F_2^{\mu\nu} F_{\mu\nu 2} + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{m_{A_2} c}{\hbar} \right)^2 A_2^\nu A_{\nu 2}$$

$$\mathcal{L}_{A_3} = -\frac{1}{16\pi} F_3^{\mu\nu} F_{\mu\nu 3} + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{m_{A_3} c}{\hbar} \right)^2 A_3^\nu A_{\nu 3}$$

$$\mathcal{L}_A = \mathcal{L}_{A_1} + \mathcal{L}_{A_2} + \mathcal{L}_{A_3}$$

$$m_A = m_{A_1} = m_{A_2} = m_{A_3}$$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{m_A c}{\hbar} \right)^2 \mathbf{A}^\nu \mathbf{A}_\nu \quad (2.35)$$

olarak yazılır. Burada kütle ifadeleri $\mathbf{A}^\nu \mathbf{A}_\nu$ terimi yerel ayar dönüşümü altında değişmez kalmadığından $m_A = 0$ olmalıdır. Ancak $\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv (\partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu)$ terimi vektör alanını içerdiğinden $\mathbf{F}^{\mu\nu}$ ve $\mathbf{F}_{\mu\nu}$ için yeni bir tanımlama yapmak gerekir. Bu ifade

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu - \frac{2q}{\hbar c} (\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu) \quad (2.36)$$

şeklindedir. Yerel ayar dönüşümü altında

$$\mathbf{F}'^{\mu\nu} \rightarrow \partial^\mu \left[\mathbf{A}^\nu + \partial^\nu \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) + \frac{2q}{\hbar c} (\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{A}^\nu) \right] - \partial^\nu \left[\mathbf{A}^\mu + \partial^\mu \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) + \frac{2q}{\hbar c} (\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{A}^\mu) \right] \quad (2.37)$$

olarak dönüştüğünden bu ifadenin sonsuz küçük yerel ayar dönüşümleri

$$\mathbf{F}'^{\mu\nu} \rightarrow \mathbf{F}^{\mu\nu} + \frac{2q}{\hbar c} (\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) \times \mathbf{F}^{\mu\nu}) \quad (2.38)$$

olmaktadır. Bu son adımı da gerçekleştirdiğimize göre artık \mathcal{L}_A değişmez kalmaktadır. Denklem 2.24 ile başlangıç Lagranjiyenin yerel ayar dönüşümleri altında değişmez kalmasını sağlama çabamızın sonucu olarak Yang-Mills'in tasvir ettiği

Lagranjiyen

$$\mathcal{L} = \underbrace{[i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m c^2 \bar{\psi} \psi]}_{\text{Serbest spinör Lagranjiyeni}} - \underbrace{\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu}}_{A_\mu \text{ serbest Lagranjiyeni}} - \underbrace{(q \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi) \cdot \mathbf{A}_\mu}_{\text{Etkileşim terimi}} \quad (2.39)$$

elde edilir.

Yang-Mills kuramının başlangıç noktası olan proton ve nötron nükleon sistemini açıklamaya $\frac{1}{2}$ spinli ve eşit kütleli iki parçacığı ele alarak başlamaktadır. Fakat denklem 2.39'de etkileşim terimine baktığımızda proton ile nötron arasındaki nükleer etkileşimi sağlayacak olan aracı 3 vektör parçacık burada kütesiz olarak ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla bunu sağlayabilecek en düşük mezon kütleli mezon üçlüsü ρ^{+1}, ρ^0 ve ρ^{-1} 775.5 MeV kütleyle sahiptir. Bunun sonucu olarak bu sistem için Yang-Mills kuramı uygun değildir. Fakat bu sistem ileriki yıllarda güçlü etkileşmelerin teorisi olarak $SU(3)$ renk simetrisini açıklamak için Yang-Mill kuramı kullanıldı. Higgs alanının Standart Model çerçevesinde temel parçacıklara ve bozonlara kütle kazandırılmasını sağlayan yapısında, Yang-Mills kuramının sonucu olarak ortaya çıkan üç A_μ alanına kütle kazandıracak bir sistem ileriki konularda görülecektir.

Bölüm 3

Higgs Mekanizması

3.1 Kütle Terimi ve Kendiliğinden Simetri Bozulması

Bu bölümde Higgs mekanizmasının neden gerekli olduğu ve Higgs mekanizmasının anlaşılması öncü olacak adımlar belirtilecektir. Öncelikle Higgs mekanizması W^+ , W^- ve Z^0 bozonlarına kütle kazandıramadığımızdan ihtiyacımız olmaktadır. Bu bozonların kütle kazanma mekanizmasına benzer şekilde diğer temel parçacıkların kütle kazanılması açıklanabilmektedir. Standart Model teorimizi renormalize edilebilir olmasını sağlamak için model içerisinde yüksek dereceli alan terimlerini sağlayacak olan ifadeler içermesi gerekmektedir. Bu bize Feynman diyagramları hesaplamalarında olduğu gibi bazı sonlu çıkacak ifadelerin sonsuz çıkması halinde sonsuzluk ifadelerinden kurtulabilmenin yolunu sunabilmesinde yararlıdır. Öncelikle skaler ϕ alanı için Lagranjiyeni

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + e^{(\alpha\phi)^2} \quad (\alpha \text{ gerçek bir sabit olmak üzere}) \quad (3.1)$$

olarak verelim. Buradaki üstel terimi seriye açtığımızda

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi)}_{\text{Kinetik terim}} + \underbrace{1}_{\text{Sabit}} + \underbrace{\alpha^2 \phi^2}_{\text{Kütle terimi}} + \underbrace{\frac{1}{2}\alpha^4 \phi^4 + \frac{1}{6}\alpha^6 \phi^6 + \dots}_{\text{Yüksek mertebe terimler}} \quad (3.2)$$

ele ederiz. Bu ifadeyi bir kalıba oturtabilmek için

$$\mathcal{L}_{K-G} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} \left(\frac{m_{K-G} c}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \quad (3.3)$$

olan Klein-Gordon Lagranjyenine bakalım. Klein-Gordon Lagranjyenindeki kütle terimi ifadesi önündeki işaret negatiftir ve denklem (3.2)'e baktığımızda eğer

$$\alpha^2 < 0 \quad m_{K-G} = \sqrt{2} \frac{\alpha \hbar}{c}$$

kabullerini yaparsak düzgün işaretli kütle terimi ve real kütle ifademizi elde etmiş oluruz. Bu bilgiler ışığında

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi)}_{\text{Kinetik Terim}} - \underbrace{V(\phi)}_{\text{Potansiyel Terimi}}$$

genel Lagranjyen ifademizi yazarak başlayalım. Potansiyel terim için

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4}\lambda \phi^4$$

ifadesini kullanırsak

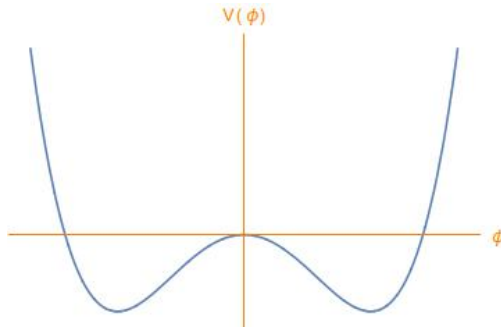
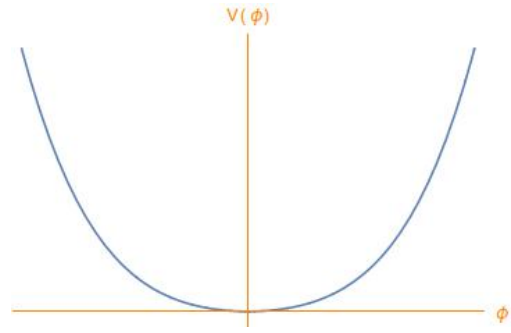
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2}\mu^2 \phi^2 - \frac{1}{4}\lambda \phi^4 \quad (3.4)$$

olarak belirtilen Lagranjyeni elde ederiz. Bu skaler alan için Lagranjyen ifadesi $\phi \rightarrow -\phi$ dönüşümü altında simetriktir ve Lagranjyen ifadesinde mutlak minimum değerini sağlayabilmek için yada diğer bir deyişle Hamiltonyenin bağlı olmasını kesinleştirmek için $\lambda > 0$ olarak seçilmektedir. Feynman cebirine göre taban durumdan "vakum" başlayarak küçük pertürbasyonlar uyguluyoruz ve alanları taban durumu etrafındaki salınımlar olarak ele alırız. Daha önceleri kullandığımız alanlar olan Klein-Gordon (ϕ), Dirac (ψ) ve Vektör (A^μ) alanlarının taban durumları sıfırdır ve bu alanları sıfır noktası etrafındaki salınımlar olarak ele alınmaktadır. İlk olarak Denklem (3.4)'teki Lagranjyen ile tasvir edilen alanın minimum değeri

$$\frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0 \quad \rightarrow \quad \phi_0(\mu^2 + \lambda \phi_0^2) = 0 \quad (3.5)$$

ifadesi kullanılarak bulunur. Bu minimum fonksiyonunda $\mu^2 > 0$ (bu durumu μ_+^2 olarak) ve $\mu^2 < 0$ (bu durumu μ_-^2 olarak) durumlarını inceleyelim. Minimum değerlerini elde etmek için öncelikle $\mu_+^2 > 0$ durumunu incelediğimizde $\phi_0 = 0$ değerinde bir vakum değeri olmaktadır. Fakat μ_-^2 durumu için

$$\phi_0^+ = +\sqrt{\frac{-\mu_-^2}{\lambda}} = +v \quad \text{ve} \quad \phi_0^- = -\sqrt{\frac{-\mu_-^2}{\lambda}} = -v \quad (3.6)$$

ŞEKİL 3.1: $\mu^2 > 0$ içinŞEKİL 3.2: $\mu^2 < 0$ içinŞEKİL 3.3: Potansiyel $V(\phi)$ fonksiyonu grafikleri.

vakum beklenen değerlerini elde ederiz. μ_-^2 seçimi biraz garip gözükmemektedir, çünkü bize sanal kütleyle sahip bir parçacığı anlatıyor gibi gelebilir. Fakat bu durumda parçacığın $\phi_0 = 0$ değeri için pertürbasyon teorisini uyguladığımızda bu nokta kararlı bir minimum olmadığından şimdilik bir anlam taşımaz. Vakum değeri etrafında küçük pertürbasyonlar uygulamamız gerektiğinden $+v$ veya $-v$ beklenen değerlerinden birini seçmek durumunda kalırız ve yapılan herhangi bir seçimin fiziksel sonuçları aynı olacaktır. Dolayısıyla ϕ alanı $\eta = \phi - v$ değeri kadar kaydırılırsa ve denklem (3.4)'deki Lagranjiyene uygulanırsa

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta) - \frac{1}{2}\mu_-^2 [\eta^2 + 2\eta v + v^2] + \frac{1}{4}\lambda [\eta^4 + 4\eta^3 v + 6\eta^2 v^2 + 4\eta v^3 + v^4] \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta) - \lambda v^2 \eta^2 + \lambda v \eta^3 + \frac{1}{4}\lambda \eta^4 - \frac{1}{4}\lambda v^4\end{aligned}\quad (3.7)$$

ifadesi elde edilmektedir. Buradaki $\lambda v^2 \eta^2$ kütle terimi ifadesi olduğundan Klein-Gordon denkleminde belirttiğimiz üzere

$$\frac{1}{2}m_\eta^2 = \lambda v^2 \eta^2 \Rightarrow m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} \quad \text{ve} \quad m_\eta = \sqrt{-2\mu_-^2} \quad (3.8)$$

olarak m_η real ve pozitif bir kütleli göstermektedir. Lagranjiyen ifademiz her ne kadar ϕ yerine η olarak temsil edilse de denklem (3.7) ve denklem (3.4) aynı fiziksel sistemi belirtmektedir. Dikkat çekici nokta ise Lagranjiyen ifademizde $\lambda v \eta^3$ olan bir terim ortaya çıktı ve bu terim nedeniyle artık Lagranjiyenimiz daha önce-sinde sahip olduğu $\phi \rightarrow -\phi$ kesikli simetriye (vakum beklenen değerleri $+v$ ve $-v$ 'den başka değerler almadığı için) $\eta \rightarrow -\eta$ olarak sahip değildir. Bu durum dışardan herhangi bir müdahale olmadan ortaya çıktığından "kendiliğinden simetri kırılması" olarak adlandırılır.

3.2 Global Simetrinin Bozulması

Bu bölümde sürekli simetrinin bozulması incelenecektir. Öncelikle kendi kendine etkileşim halinde olan yüklü bir skaler alan için Lagranjiyen ifadesi

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - V(\phi^* \phi) \quad \text{ve} \quad \phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \quad (3.9)$$

olarak yazılabilir. Potansiyel fonksiyonu olarak da

$$V(\phi^* \phi) = \mu^2 (\phi^* \phi) + \lambda (\phi^* \phi)^2$$

ifadesini aldığımızda ve $\phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}$ ile belirtilen alanı Lagranjiyende yerine yazar ve düzenlersek

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (3.10)$$

ifadesini elde ederiz. Bu ifade Global U(1) simetrisine sahiptir. Bunu görebilmek için $\phi' \rightarrow e^{i\theta} \phi$ ve $(\phi^*)' \rightarrow e^{-i\theta} \phi^*$ olarak ele alındığında ϕ_1 ve ϕ_2 uzayında dönme-ler altında değişmezdir. Bu Lagranjiyen için vakum beklenen değerleri daha önce yapıldığı üzere $\mu > 0$ (μ_+ olarak) ve $\mu < 0$ (μ_- olarak) durumlarını inceleyelim. Vakum beklenen değerlerini bulabilmek için öncelikle potansiyelin minimum denklemi

$$\frac{\partial V(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_1} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial V(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_2} = 0 \quad (3.11)$$

$$(\phi_{1min} + \phi_{2min}) [\mu^2 + \lambda (\phi_{1min}^2 + \phi_{2min}^2)] = 0$$

şeklinde ifade edilir. Öncelikle μ_+ durumunu incelediğimizde sadece $\phi_{1min} = 0$ ve $\phi_{2min} = 0$ vakum beklenen değeri elde edilir. Bu nokta daha önce bahsedildiği gibi kararsız bir minimum olduğundan, Feynman cebiri uygulandığında ıraksayan ifadeler elde edilir. Dolayısıyla μ_- durumuna baktığımızda

$$\mu_-^2 + \lambda (\phi_{1min}^2 + \phi_{2min}^2) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\phi_{1min}^2 + \phi_{2min}^2} = \sqrt{\frac{-\mu_-^2}{\lambda}} = v$$

Bu çember denklemini sağlayan sonsuz sayıda ϕ_{1min} ve ϕ_{2min} değerleri olması sürekli bir simetriyi oluşturmaktadır. Feynman cebirini uygulayabilmek için çember

üzerindeki $\phi_{1min} = v$ ve $\phi_{2min} = 0$ ayarlarını seçtiğimizde

$$\eta = \phi_1 - v \quad \text{ve} \quad \xi = \phi_2 \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{(\eta + v) + i\xi}{\sqrt{2}}$$

ve Lagranjiyede yerlerine koyduğumuzda

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\eta, \xi) = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi)^2 - \underbrace{\lambda v^2 \eta^2}_{\eta \text{ kütle terimi}} - \underbrace{0 \xi^2}_{\xi \text{ kütle terimi}} \\ & - \underbrace{\frac{1}{4} \lambda \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{2} \lambda \eta^2 \xi^2 - \lambda v \eta \xi^2 - \frac{1}{4} \lambda \xi^4}_{\text{Etkileşim terimleri}} - \underbrace{\frac{1}{4} \lambda v^4}_{\text{Sabit terim}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

ifadeleri ortaya çıkmaktadır. Lagranjiyedeki η ve ξ alanlarının kütleleri olarak

$$\frac{1}{2} m_\eta^2 = \lambda v^2 \rightarrow m_\eta = \sqrt{-2\mu_-^2} \quad m_\eta > 0 \quad \text{ve} \quad m_\xi = 0 \quad (3.13)$$

yazılabilir. Çember üzerindeki özel minimum noktaları seçtiğimizden dolayı sistemin sahip olduğu simetri bozulduğu için elde edilen Lagranjiyede ξ alanı kütlesi $m_\xi = 0$ bir skaler alan olarak ortaya çıkmaktadır. Goldstone teoremine göre global bir simetrinin kendiğiliğinden bozulması sonucu olarak bir spin-0 kütle-siz parçacığın oluştuğunu söylemesiyle bu durumu açıklayabiliriz. Fakat bilinen parçacıkların listesinde böyle bir bozon yoktur. Dolayısıyla zayıf etkileşme bozonlarına kütle kazandırabilmek için teorimizde başka bir simetriyi ele almamız gereklidir.

3.3 Abelyan Higgs Mekanizması

Önceki bölümlerde yerel ayar dönüşümü altında Lagranjiyede kinetik enerji terimindeki türev işlemcisinden dolayı teorimizde foton alanı için bir kütle terimi meydana gelmişti. Teorimizi yerel ayar dönüşümü altında değişmez bırakmak istediğimizden fotonu belirten vektör alanının kütle terimini ortadan kaldırmıştık. Bu bölümde zayıf etkileşmeler için kütle terimini getirebilmek için önceki yapıların eşliğinde bu yola başvuracağız. Lagranjiyen ifademizi

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - \mu^2 (\phi^* \phi) - \lambda (\phi^* \phi)^2 \quad \text{ve} \quad \phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \quad (3.14)$$

olarak yazalım. Yerel ayar dönüşümü için

$$\partial_u \rightarrow \mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \quad \text{ve} \quad A'_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \alpha(x) \quad (3.15)$$

ifadelerini kullanacağız. Burada kovaryant türev ifadesi ile eklenen A_μ alanı için serbest Lagranjiyen ifadesi de eklendiğinde

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^* (\mathcal{D}^\mu \phi) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2$$

elde edilmektedir. Bu Lagranjiyeni daha açık bir şekilde yazarsak

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[\left(\partial_\mu + \frac{i q}{\hbar c} A_\mu \right) \left(\frac{\phi_1 - i \phi_2}{\sqrt{2}} \right) \right] \left[\left(\partial^\mu - \frac{i q}{\hbar c} A^\mu \right) \left(\frac{\phi_1 + i \phi_2}{\sqrt{2}} \right) \right] \\ & - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

elde edilir. Bu ifade de sadece kinetik enerji terimini düzenlediğimizde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Kinetik} = & \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\partial_\mu \phi_1) - \frac{i}{\sqrt{2}} (\partial_\mu \phi_2) + \frac{i q}{\sqrt{2} \hbar c} (A_\mu \phi_1) + \frac{q}{\sqrt{2} \hbar c} (A_\mu \phi_2) \right] \\ & \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\partial^\mu \phi_1) + \frac{i}{\sqrt{2}} (\partial^\mu \phi_2) - \frac{i q}{\sqrt{2} \hbar c} (A^\mu \phi_1) + \frac{q}{\sqrt{2} \hbar c} (A^\mu \phi_2) \right] \\ & = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_2)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) A_\mu A^\mu \\ & + \frac{q}{\hbar c} \left\{ (\partial_\mu \phi_1) \phi_2 - (\partial_\mu \phi_2) \phi_1 \right\} A^\mu \end{aligned} \quad (3.17)$$

olarak elde edilmektedir. Bir önceki bölümde yaptığımız gibi $\mu > 0$ (μ_+ olarak) ve $\mu < 0$ (μ_- olarak) durumlarının sonuçlarını bildiğimizden vakum beklenen değeri için μ_- durumunu ele alacağız ve bu bize minimumlar çemberi

$$\sqrt{\phi_{1min}^2 + \phi_{2min}^2} = \sqrt{\frac{-\mu_-^2}{\lambda}} = v$$

ifadesini belirtecektir. Önceki bölümdeki gibi

$$\eta = \phi_1 - v \quad \text{ve} \quad \xi = \phi_2 \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{(\eta + v) + i\xi}{\sqrt{2}}$$

minimum değerleri seçildiğinde denklem (3.20)

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 ((\eta + v)^2 + \xi^2) A_\mu A^\mu \\ & + \frac{q}{\hbar c} \left\{ (\partial_\mu \eta) \xi - (\partial_\mu \xi) (\eta + v) \right\} A^\mu - \lambda v^2 \eta^2 - 0 \xi^2 \\ & - \frac{1}{4} \lambda \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{2} \lambda \eta^2 \xi^2 - \lambda v \eta \xi^2 - \frac{1}{4} \lambda \xi^4 - \frac{1}{4} \lambda v^4\end{aligned}$$

haline gelmektedir ve ifadeler düzenlendiğinde

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2 \right] + \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \xi)^2 - 0 \xi^2 \right] \\ & + \left[-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 v^2 A_\mu A^\mu \right] \\ & + \left[\frac{q}{\hbar c} \{ (\partial_\mu \eta) \xi - (\partial_\mu \xi) \eta - v (\partial_\mu \xi) \} A^\mu \right] \tag{3.18} \\ & + \left[\left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 v \eta A_\mu A^\mu + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \{ \eta^2 + \xi^2 \} A_\mu A^\mu \right] \\ & + \left[-\frac{1}{4} \lambda \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{2} \lambda \eta^2 \xi^2 - \lambda v \eta \xi^2 - \frac{1}{4} \lambda \xi^4 \right] + \frac{1}{4} \lambda v^4\end{aligned}$$

Lagranjiyeni elde edilmektedir. Bu Lagranjiyende ξ alanı kütlesiz ($m_\xi = 0$) spin-0 Goldstone bozonu olarak ortaya çıkmakta ve kütle kazanmış bir vektör alanı A^μ

$$\frac{1}{2} m_A^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 v^2 \quad \rightarrow \quad m_A = \frac{q}{\hbar c} v \tag{3.19}$$

ifadesi (Proca Lagranjiyeni ifadesine benzer şekilde) meydana gelmektedir. Fakat kolayca yorumlanamayacak

$$\frac{q}{\hbar c} v (\partial_\mu \xi) A^\mu$$

terimi bulunmaktadır. Dolayısıyla bir şekilde ξ alanında kurtulmanın yolunu bulmamız gerekir. Bunu sağlamak üzere öncelikle vakum durumu etrafında küçük

dalgalanmalar olarak betimleyebilmek için alanımızı ϕ 'yi polar koordinatlarda

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\eta(x) + v) e^{i\frac{\xi(x)}{v}} \quad (3.20)$$

olarak yazarız. Burada yerel olarak bir ayar dönüşümü yaparak ϕ alanının fazını sadece real kısmı kalacak şekilde ξ alanını ortadan kaldırabiliriz. Bunu yapabilmek için $\alpha(x) = -\frac{\xi(x)}{v}$ olarak adlandırılan birimsel ayarı seçeriz ve buna bağlı olarak yerel ayar dönüşümü $\phi(x)$ alanı için

$$\begin{aligned} (\phi(x))' &\xrightarrow{U(1)} e^{-i\frac{\xi(x)}{v}} \phi(x) \\ &\xrightarrow{U(1)} e^{-i\frac{\xi(x)}{v}} \frac{1}{\sqrt{2}} (\eta(x) + v) e^{i\frac{\xi(x)}{v}} \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\xrightarrow{U(1)} \frac{1}{\sqrt{2}} (\eta(x) + v) = \frac{1}{\sqrt{2}} (H(x) + v)$$

ifadesini elde ederiz. Görüldüğü üzere bu dönüşüm sonucu ξ alanında kurtulmuş olduk. A_μ alanı da

$$A'_\mu \xrightarrow{U(1)} A_\mu - \frac{1}{qv} (\partial_\mu \xi), \quad B_\mu \equiv A_\mu - \frac{1}{qv} (\partial_\mu \xi) \quad (3.22)$$

$$F^{\mu\nu} \xrightarrow{U(1)} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)' \equiv \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu \equiv F^{\mu\nu}(B)$$

olarak dönüşmektedir. Bu değişiklikleri gerçekleştirdikten sonra Lagranjiyen ifademizi tekrar yazarsak

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= (\mathcal{D}_\mu \phi)^* (\mathcal{D}^\mu \phi) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \mu_-^2 (\phi^* \phi) - \lambda (\phi^* \phi)^2 \\ &= \left[\left(\partial_\mu + \frac{i q}{\hbar c} B_\mu \right) \left(\frac{(H(x) + v)}{\sqrt{2}} \right) \right] \left[\left(\partial^\mu - \frac{i q}{\hbar c} A^\mu \right) \left(\frac{(H(x) + v)}{\sqrt{2}} \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{4} F^{\mu\nu}(B) F_{\mu\nu}(B) - \mu_-^2 \left(\frac{(H(x) + v)}{\sqrt{2}} \right)^2 - \lambda \left(\frac{(H(x) + v)}{\sqrt{2}} \right)^4 \end{aligned}$$

ve düzenlersek

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \underbrace{\left[\frac{1}{2} (\partial_\mu H)^2 - \lambda v^2 H^2 \right]}_{\text{Kütleli H(x) skaler alanı}} + \underbrace{\left[-\frac{1}{4} F^{\mu\nu}(B) F_{\mu\nu}(B) + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 v^2 B_\mu B^\mu \right]}_{\text{Kütleli } B_\mu \text{ vektör alanı}} \\
& + \underbrace{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 H^2 B_\mu B^\mu + \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 H v B_\mu B^\mu \right]}_{\text{H(x) alanı ve } B_\mu \text{ etkileşim terimi}} \\
& - \underbrace{\left[\lambda v H^3 + \frac{1}{4} \lambda H^4 \right]}_{\text{H(x) alanı kendisiyle etkileşimi}} + \underbrace{\frac{1}{4} \lambda v^4}_{\text{Sabit terim}}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

elde edilir. Buradaki H(x) alanı Higgs kütleli skaler alanını temsil etmektedir. Görüldüğü üzere artık kütle kazanmış bir B_μ vektör alanı ve fiziksel gerçeği temsil etmeyen kütleli Goldstone bozonu ayrıca diğer terimlerden de kurtulmuş olduk. Denklem (3.23)'daki ifadenin kendiliğinden simetri bozulmasına uğramadan önce polarizasyon sayısı

$$(2A_\mu) + 2(\phi) = 4$$

ve kendiliğinden simetri bozulmasına uğradıktan sonra polarizasyon sayısı

$$(3B_\mu) + 1(H) = 4$$

olmak üzere toplam serbestlik derecesi değişmeden kalmaktadır. A_μ kütleli vektör alanının enine kutuplanmalar olmak üzere iki serbestlik derecesi vardır. Artık kütle kazanmış B_μ alanını iki adet enine kutuplanması olmasının yanında bir de boyuna kutuplanma serbestlik derecesine sahip olmaktadır. Ayrıca Lagranjiyende kütleli ayar teorisinin renormalize edilebilirliği de korunmaktadır. Higgs mekanizması zorunlu olarak bir Higgs parçacığının var olması gerektiğini ima etmemektedir. Fakat polarizasyon derecesinin korunması böyle bir parçacığı da ortaya çıkarmaktadır. Lagranjiyendeki kütle terimlerinden

$$\frac{1}{2} m_H^2 = \lambda v^2 \quad \Rightarrow \quad m_H = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu_-} \quad m_H > 0 \tag{3.24}$$

$$\frac{1}{2} m_B^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 v^2 \quad \Rightarrow \quad m_B = \frac{q}{\hbar c} v \quad m_B > 0$$

ifadeleri ile bulunur. Higgs'in kütlesi λ olan bilinmeyen bir parametreye bağlıdır. Dolayısıyla Higgs'in kütlesinin önceden belirlenmesine engel olan bir durum açığa çıkmaktadır. Higgs alanının önemli bir diğer özelliği de vakum beklenen değeri sıfır olmayan spin-0 bir skaler alan olmasıdır. Dolayısıyla uzayın her tarafında değeri sıfır olmayan bir alanın varlığını göstermektedir.

3.4 Standart Modelde Higgs Mekanizması

Bölüm 4

Standart Model Higgs Bozonunun Araştırılması

4.1 Higgs Bozonu Özellikleri

4.2 Higgs Bozonunun Üretimi

4.3 Higgs Bozonunun Bozunumu

Ek A

An Appendix

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Vivamus at pulvinar nisi. Phasellus hendrerit, diam placerat interdum iaculis, mauris justo cursus risus, in viverra purus eros at ligula. Ut metus justo, consequat a tristique posuere, laoreet nec nibh. Etiam et scelerisque mauris. Phasellus vel massa magna. Ut non neque id tortor pharetra bibendum vitae sit amet nisi. Duis nec quam quam, sed euismod justo. Pellentesque eu tellus vitae ante tempus malesuada. Nunc accumsan, quam in congue consequat, lectus lectus dapibus erat, id aliquet urna neque at massa. Nulla facilisi. Morbi ullamcorper eleifend posuere. Donec libero leo, faucibus nec bibendum at, mattis et urna. Proin consectetur, nunc ut imperdiet lobortis, magna neque tincidunt lectus, id iaculis nisi justo id nibh. Pellentesque vel sem in erat vulputate faucibus molestie ut lorem.

Quisque tristique urna in lorem laoreet at laoreet quam congue. Donec dolor turpis, blandit non imperdiet aliquet, blandit et felis. In lorem nisi, pretium sit amet vestibulum sed, tempus et sem. Proin non ante turpis. Nulla imperdiet fringilla convallis. Vivamus vel bibendum nisl. Pellentesque justo lectus, molestie vel luctus sed, lobortis in libero. Nulla facilisi. Aliquam erat volutpat. Suspendisse vitae nunc nunc. Sed aliquet est suscipit sapien rhoncus non adipiscing nibh consequat. Aliquam metus urna, faucibus eu vulputate non, luctus eu justo.

Donec urna leo, vulputate vitae porta eu, vehicula blandit libero. Phasellus eget massa et leo condimentum mollis. Nullam molestie, justo at pellentesque vulputate, sapien velit ornare diam, nec gravida lacus augue non diam. Integer mattis lacus id libero ultrices sit amet mollis neque molestie. Integer ut leo eget mi volutpat congue. Vivamus sodales, turpis id venenatis placerat, tellus purus adipiscing

magna, eu aliquam nibh dolor id nibh. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Sed cursus convallis quam nec vehicula. Sed vulputate neque eget odio fringilla ac sodales urna feugiat.

Phasellus nisi quam, volutpat non ullamcorper eget, congue fringilla leo. Cras et erat et nibh placerat commodo id ornare est. Nulla facilisi. Aenean pulvinar scelerisque eros eget interdum. Nunc pulvinar magna ut felis varius in hendrerit dolor accumsan. Nunc pellentesque magna quis magna bibendum non laoreet erat tincidunt. Nulla facilisi.

Duis eget massa sem, gravida interdum ipsum. Nulla nunc nisl, hendrerit sit amet commodo vel, varius id tellus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nunc ac dolor est. Suspendisse ultrices tincidunt metus eget accumsan. Nullam facilisis, justo vitae convallis sollicitudin, eros augue malesuada metus, nec sagittis diam nibh ut sapien. Duis blandit lectus vitae lorem aliquam nec euismod nisi volutpat. Vestibulum ornare dictum tortor, at faucibus justo tempor non. Nulla facilisi. Cras non massa nunc, eget euismod purus. Nunc metus ipsum, euismod a consectetur vel, hendrerit nec nunc.