

HNOI 模拟题

开启 O2 优化

matthew99

第一题：最小代价(mincost/*/in/out/?/512M)

【题目描述】

给定一张 n 个点 m 条边的无向图，点编号1到 n ，每个点 x 有两个权值 a_x 和 b_x 。给定 k ，选出图中一个大小为 k 的点集 S ，使得 S 中任意两个点之间存在仅经过这个点集中的点的路径。 S 也存在两个权值 a_S 和 b_S ： a_S 为 S 中所有点的 a_x 的最大值； b_S 为 S 中所有点的 b_x 的最大值。求最小化 $a_S + b_S$ 并输出这个最小值。

【输入格式】

第一行三个数 n, m, k 。

接下来 n 行，第 $i + 1$ 行两个数 a_i 和 b_i 。

接下来 m 行，每行两个数 x, y 表示 x 和 y 之间有一条无向边。保证 x 和 y 不相等，任意两个点之间最多一条边。

【输出格式】

输出要求的最小值，若无解，输出“no solution”（引号不输出）。

【样例输入 1】

5 7 3

1 2

2 1

2 2

1 1

1 2

1 3

4 5

2 3

5 1

4 2

1 4

3 4

【样例输出 1】

3

【样例输入输出 2】

见 mincost.in/mincost.out。

【数据范围】

Subtask1 : $1 \leq n \leq 20, 1 \leq m \leq 100$, 时间限制 1s, 分值 7。

Subtask2 : $1 \leq n, m \leq 5000$, 时间限制 1s, 分值 17。

Subtask3 : $2 \leq n \leq 300000, m = n - 1$, 保证图连通, 时间限制 2s, 分值 32。

Subtask4 : $1 \leq n \leq 300000, 1 \leq m \leq 500000$, 时间限制 3s, 分值 44。

保证权值均为正整数且不超过1,000,000,000。

第二题：随机定向(random/*/in/out/1s/256M)

给出一张 n 个点的完全图，现在要给这个完全图的**每一条边随机定向**成一个有向图。对于一条边 $(i, j) (i < j)$ ，这条边的方向是 i 到 j 的概率是 $\frac{\text{num}_{i,j}}{10000}$ ， $\text{num}_{i,j}$ 指这条边旁边的数字，否则就是 j 到 i 。在随机定向后，设这张有向图的**强连通分量**数目为 x ，求 $x \times 10000^{n(n-1)}$ 的期望，可以证明该期望值一定是一个整数。因为答案可能很大，所以只要求出这个答案对 998244353 取模后的结果。

【输入格式】

第一行两个正整数 n, m ，含义如题意所述。

接下来的 m 行中，第 i 行有三个整数 u_i, v_i, w_i ，表示边 (u_i, v_i) 上的数字是 w_i 。保证 $u_i < v_i$ 。

【输出格式】

输出期望值对 998244353 取模后的值。

【样例输入 1】

2 1

1 2 4096

【样例输出 1】

200000000

【样例解释 1】

图中只有一条边，有 $\frac{4096}{10000}$ 的概率是从 1 到 2，有 $1 - \frac{4096}{10000}$ 的概率是从 2 到 1。但是无论怎么定向该有向图连通分量数目都是 2，所以答案为 $2 \times 10000^{2 \times 1} = 200000000$ 。

【样例输入 2】

3 3
1 2 4000
2 3 6000
1 3 3000

【样例输出 2】

296883784

【样例解释 2】

图中有三条边，定向概率均已给出，容易发现有 $\frac{4000}{10000} \times \frac{6000}{10000} \times (1 - \frac{3000}{10000}) + (1 - \frac{4000}{10000}) \times (1 - \frac{6000}{10000}) \times \frac{3000}{10000} = 0.24$ 的概率图中只有一个强连通分量， $1 - 0.24 = 0.76$ 的概率图中有三个强连通分量，而 $10000^{3 \times 2} = 10^{24}$ ，所以答案为 $0.24 \times 1 \times 10^{24} + 0.76 \times 3 \times 10^{24} = 2,520,000,000,000,000,000,000,000$ ，注意答案要模 998244353 后输出，因此答案为 296883784。

【样例输入 3】

6 15
1 2 10000
1 3 0
1 4 10000
1 5 10000
1 6 10000
2 3 10000
2 4 10000
2 5 10000
2 6 10000
3 4 10000
3 5 10000
3 6 10000

4 5 10000

4 6 0

5 6 10000

【样例解释 3】

可以发现定向的图是固定的，只有{1,2,3}和{4,5,6}两个强连通分量，因此答案为 $2 \times 10000^{6 \times 5}$ ，注意对998244353取模。

【样例输入 4】

4 0

【样例输出 4】

99696143

【样例解释 4】

注意没有输入的边的两个方向的定向概率均为0.5。

【样例输入 5】

5 4

1 5 10000

1 4 10000

1 3 10000

1 2 10000

【样例输出 5】

985337417

【样例解释 5】

容易看出期望强连通分量数是前一个图的期望强连通分量数加 1，但是题目求的是强连通分量数乘以 $10000^{n(n-1)}$ 的期望，因此答案相差甚远。

【样例输入 6】

4 4

1 2 4194

1 3 9971

2 4 7191

1 4 1102

【样例输出 6】

433654756

【样例解释 6】

我有一个绝妙的解释，可惜这里空间太小，写不下。

【样例输入 7】

13 7

1 2 3

4 5 6

7 8 9

10 11 12

1 13 15

3 4 18

5 6 21

【样例输出 7】

940436965

【数据范围】

Subtask1 : $n \leq 6, 1 \leq m \leq 15$, 分值 19。

Subtask2 : $n, m \leq 15$, 分值 23。

Subtask3 : $n \leq 38, m = 0$, 分值 7。

Subtask4 : $n \leq 30, m \leq 15$, 分值 24。

Subtask5 : $n \leq 38, m \leq 18$, 分值 27。

对于所有数据, $1 \leq n \leq 38, 0 \leq m \leq 19, 0 \leq w_i \leq 10000$ 。

对每一个 i , 均有 $u_i < v_i$ 。

对于 $i \neq j$, 保证 $u_i \neq u_j$ 或 $v_i \neq v_j$, 即没有重边, 这意味着 $m \leq \frac{n(n-1)}{2}$ 。

第三题：二维几何(geometry/*in/out/1s/256M)

【题目描述】

平面上有一个上凸壳和一个下凸壳，各有 N 个点。上凸壳的所有点严格位于 x 轴下方，而下凸壳的所有点严格位于其上方。从上凸壳最左和最右的点出发各有一条垂直向下的射线；从下凸壳对应的两个点出发各有一条垂直向上的射线。

你需要遍历所有 $2N$ 个点，用以下方式：

1. 每个点只被遍历一次。
2. 被连续遍历的两个点不能属于同一个凸壳。
3. 连接相邻的两个点的线段不能与凸壳中的线段以及四条射线相交。

遍历的长度为相邻的线段的欧几里得长度之和，求最小化这个长度。

【输入格式】

第一行一个数 N 。

接下来 N 行每行两个数 x_i, y_i ，表示下凸壳上第 i 个点为 (x_i, y_i) 。保证 x_i 严格递增且 $y_i > 0$ 。

接下来 N 行每行两个数 x_i, y_i ，表示上凸壳上第 i 个点为 (x_i, y_i) 。保证 x_i 严格递增且 $y_i < 0$ 。

【输出格式】

输出一行一个实数表示要求的答案，你的答案和正确答案的绝对误差或相对误差不应超过 10^{-9} 。

若无解，输出实数-1。

【样例输入 1】

```
2
0 1
1 1
0 -1
1 -1
```

【样例输出 1】

```
6.23606797749979
```

【样例解释 1】

一种最优的遍历顺序为： $(0,1) \rightarrow (0,-1) \rightarrow (1,1) \rightarrow (1,-1)$ 。答案为 $4 + \sqrt{5}$ 。

【样例输入 2】

```
3
0 2
```

1 1

2 2

0 -2

1 -1

2 -2

【样例输出 2】

16.32455532033676

【样例解释 2】

一种最优的遍历顺序为： $(0,2) \rightarrow (0,-2) \rightarrow (1,1) \rightarrow (1,-1) \rightarrow (2,2) \rightarrow (2,-2)$

【样例输入 3】

2

-2 2

1 5

-2 2

-1 -4

【样例输出 3】

15.614226788360828

【样例解释 3】

这一回，一种最优的遍历顺序为： $(2,-4) \rightarrow (-2,1) \rightarrow (-2,-1) \rightarrow (2,5)$

【样例输入 4】

3

-2 1

1 2

2 6

-3 -1

-2 -1

-1 -2

【样例输出 4】

-1.0

【样例解释 4】

没有解。

【样例输入 5】

4

331 536

667 375

2926 375

3285 596

760 -615

1291 -428

2251 -428

2939 -636

【样例输出 5】

8698.860039486546

【数据范围】

Subtask1 : $N = 1$, 分值 6。

Subtask2 : $N \leq 5$, 分值 9。

Subtask3 : $N \leq 10$, 分值 15。

Subtask4 : $N \leq 100$, 分值 37。

Subtask5 : $N \leq 1,000$, 分值 33。

对于所有数据 $1 \leq N \leq 1,000$, 坐标绝对值不超过 1,000,000,000。

给出的 $2N$ 个点不存在两个点坐标相同, 也不存在三点共线。