HNOI2018模拟题题解

YMDragon

2018 年 3 月 14 日

1 老夫

送分题。

从小到大枚举广告数量，那么就只需要考虑付费的价格。

那么问题就变成了，每次$\forall 1 <= i <= x, a_i += i$，求$a_i$的最大值。

直接分块就好了，如果一块有x个修改标记，那么就是求$a_i + i * x$的最大值，这个显然可以用单调队列来维护。

2 打算

如果$x_i + y_i$的奇偶性与t_i的不同，答案显然是NO。

考虑将坐标转换下，(x_i, y_i)转换为$(x_i + y_i, x_i - y_i)$，那么这个时候每次移动都会使得两维坐标都± 1，所以便可以将两维分开考虑。

现在问题变成了从0出发，每次± 1，限制是在t_i时刻在x_i，求方案。

令第i时刻的位置为S_i，那么限制(t_i, x_i)就可以用一个等式来描述$x_i = S_{t_i \mod L} + \lfloor \frac{t_i}{L} \rfloor * S_L$，即$S_{t_i \mod L} = x_i - \frac{t_i}{L} \rfloor * S_L$。所以我们可以用$S_{t_i} = a_i * S_L + b_i$来描述一个限制，用$(t_i, a_i, b_i)$ 来表示。同时还需要加上$(0, 0, 0)$和$(L, 1, 0)$两个限制。

我们将所有的限制按t排序。对于相邻的两个限制(t_i, a_i, b_i)和$(t_{i+1}, a_{i+1}, b_{i+1})$，只需要满足$|(a_{i-1} - a_i) * S_L + b_{i-1} - b_i| \leq t_{i+1} - t_i$即可，更一般的可

以写成

$$|A * S_L + B| \le T$$

$$-T \le A * S_L + B \le T$$

$$\frac{-T-B}{A} \le S_L \le \frac{T-B}{A}$$

这样，就只需要取一个满足所有条件的S_L，并推出所有有限制的S_i，那么便可以求得方案。

3 报复社会

先来考虑如果字符集大小为2怎么做。

定义$g(i) = f(s[:i],'a') - f(s[:i],'b')$，那么合法的条件便是$g(0), g(1), \dots, g(n)$全部在$[0,k], [-1,k-1], \dots, [-k,0]$中的某一区间中。但是对于$[0,k-1], [-1,k-2], \dots, [-k+1,0]$这些区间会被计算两次，需要减去。而长度更小的区间[i,i+l]，会被计算$(k-l+1)-(k-l)=1$ 次，所以不用再考虑更小的区间了。

然后我们可以用dp来求值，用$f_{i,j}$表示当前字符串长度为i，$g(i)$与区间最小值的差为j的方案数，矩阵快速幂一下可以做到$O(k^3 * log(n))$。

对于字符集为3的，我们可以定义$a(i) = f(s[:i],'a') - f(s[:k],'c')$和$b(i) = f(s[:i],'b') - f(s[:k],'c')$。

假设$a(i) \in [l1, l1+k], b(i) \in [l2, l2+k], a(i)-b(i) \in [l3, l3+k]$，dp状态$f_{i,j1,j2}$表示长度为$i$且$a(i) = l1+j1, b[i] = l2+j2$的方案数，那么我们在转移时需要满足$l3 \le (l1+j1)-(l2+j2) \le l3+k$，即$l3-l1+l2 \le j1-j2 \le l3-l1+l2+k$。那么我们只需要枚举$l3-l1+l2$的值然后矩阵快速幂求答案，然后再计算满足条件的$l1, l2, l3$的组数即可。