

Solution(Day2)

方阵

- a) 对于所有的求和操作，我们均可以用前缀和直接算出，以下我们只考虑求最大最小值操作。

- b) 40%的数据

对于每个询问，直接暴力求值，时间复杂度 $O(n*m*q)$ 。

- c) 60%的数据

对于每个询问，在其中一维使用 RMQ 优化，另一维枚举，时间复杂度 $O(n*q)$ 。

- d) 80%的数据

维护 2 维 RMQ，查询的时候直接查询四块的最大（最小）值即可，时间复杂度 $O(n*m*\log(n)*\log(m)+q)$ 。

- e) 100%的数据

方法 d 并不能过，因为空间开不下。

定义 $f[i][j][k]$ 表示以 (i, j) 为左上角，大小为 2^k 的正方形方阵的最大（最小）值是多少。

维护类似 RMQ。

可以发现，对于每个询问，最多 8 个正方形即可覆盖。

所以时间复杂度 $O(n*m*\log(n)+q)$

合影

- a) 对于 15%的数据

我们可以直接枚举所有置换，再进行判断即可，时间复杂度 $O(T*n!)$

b) 对于 50%的数据

定义 $f[S]$ 表示已经选了元素集合为 S 的合法方案数是多少，转移方程为 $f[S] = \sum f[S - 2^x]$ ，满足 x 是 S 中的元素且所有限制均不矛盾，可以先预处理每个位置不合法状态的集合，这样时间复杂度 $O(n \cdot T \cdot 2^n)$ ，如果你写成 $O(n \cdot n \cdot T \cdot 2^n)$ ，那么恭喜你，你只有 30（常数小的除外）分了。

c) 对于余下所有数据，我们需要观察出一些性质。

如果我们对于一条限制 (x, y) ，建一条 $x \rightarrow y$ 的边，就会发现在这张图中每个点的出边最多只有一条。

如果在这张图中有环，则答案一定为 0。

如果这张图无环，则这些边一定构成一个森林。

所以我们可以跑树形 dp。

定义 $f[i]$ 表示第 i 棵子树的方案数是多少。

转移时，相当于有很多的儿子 $s_1, s_2 \dots s_n$ （设每个儿子的子树大小为 $size$ ），相当于对于一个序列中，先选 1 个位置给 s_1 ，

再在余下的位置中，选 2 个位置给 $s_2 \dots$ ，相当于一些组合数的乘积再乘以每个儿子内部的方案数。

d) 对于 70%的数据

我们可以利用组合恒等式 $C_x^y = C_{x-1}^y + C_{x-1}^{y-1}$ 预处理组合数，或是预处理逆元暴力求组合数，复杂度均为 $O(T \cdot n \cdot n)$ [m 一定小于等于 n ，所以 m 近似为 n]

e) 对于 100%的数据

我们可以先预处理阶乘，阶乘的逆元，然后组合数就可以 $O(1)$ 了，总复杂度为 $O(T \cdot (n+m))$

D2T3 筹备计划

$n, q \leq 200$

记录每个位置上学生个数。暴力枚举所有可行位置，计算距离和。复杂度 $O(q \cdot n \cdot n)$

$n, q \leq 2000$

考虑每个位置上维护与上一个位置的距离和之差 d 。我们发现每个学生对这个值的贡献为：在这个学生和他前面的所有 d 减 1，所有后面的 d 加 1。这样可以对所有操作 $O(n)$ 处理，同时计算答案时，只需维护 d 的前缀和，找前缀和最小的可行位置即可。

不存在 $\text{type}=3$ 和 $\text{type}=4$ 的操作

我们发现 d 值满足单调性(因为每个位置的学生数量都大于等于 0，所以每个位置对 d 的贡献满足单调性，加起来也满足)，所以可以用个线段树维护 d 值，查到最后一个小于等于 0 的位置便是距离和最小，同时位置最靠左的点。

$n, q \leq 200000$

我们发现答案只可能是在距离和最小的点靠左最近的可行点，和靠右最近的可行点距离和较小的那一个。这个东西也可以在线段树上维护一下进行查询，所以复杂度为 $O(q \log n)$ 。