Solution

ExfJoe

清华大学

February 9, 2018

Outline

1. 红绿灯
2. 全排列
3. 点点井井

红绿灯

- 将时间按模 $g+r$ 进行考虑
- 考虑从起点出发，若到达一个路口时碰到红灯无法通过，则会等到绿灯后立即通过
- 剩余所需时间等于从该路口第 0 秒出发到终点的时间
- 问题转化为求从起点出发，遇到第一个红灯时所在的路口，以及求 f_i：从第 i 个路口第 0 秒出发到达终点所需时间
- 求 f_i 与求解询问的做法无异，因此考虑从 n 开始倒推 f_i
- 剩余问题转化为求遇到的第一个红灯路口

红绿灯

- 遇到第一个红灯前全部经过绿灯，因此所需时间为两个路口间的距离
- 遇上红灯说明时间 t 在模 $g+r$ 意义下在区间 $[g, g+r)$ 中
- $g, r \leq 100$：暴力维护每个时间点上的最小路口编号
- 将有用的时间点离散后做权值维护一棵权值线段树，存下最小的路口编号
- 询问与修改均可用权值线段树维护，总时间复杂度 $O((n+q)\log n)$

Outline

全排列

- 考虑枚举相似子区间的长度
- 对于长度为 l 的子区间，它有 $n-l+1$ 个位置，排列情况有 $F(l,E)$ 种，$F(l,E)$ 表示长度为 l 且逆序对数不超过 E 的排列数
- 在每一个排列中，子区间的取值有 $\binom{n}{l}$ 种
- 每一个排列的其他位置可任取，故有 $(n-l)!$ 种排列方法
- 故长度为 l 的子区间贡献为 $(n-l+1)\times F(l,E)\times(\frac{n!}{l!})^2$
- F 可以通过 $O(n^3)$ 的 DP 预处理，故总复杂度为 $O(n^3+Tn)$

Outline

点点井井

- 题目所给的限制为若干与中心切比雪夫距离为奇/偶的点
- 考虑将切比雪夫距离转为曼哈顿距离：将所有点做坐标变换，(x, y) 化为 $(x+y, x-y)$
- 原图中两点切比雪夫距离为奇/偶时，在新图中两点距离模 4 为 2/0
- 新图中的可行点的两个坐标一定同奇同偶，考虑将其分为奇点与偶点进行讨论，下面假设原点为奇点
- 分别考虑奇数点与偶数点对奇数原点的限制

点点井井

- 对奇数点黑白染色，则奇数点的限制会导致只有某一颜色的点可以被选取
- 接下来考虑偶数点对黑白染色后某一类的点的限制
- 按偶数点将平面划分成四个象限，则对称象限才能被选取
- 因此考虑枚举两个偶数限制点，这样固定了横坐标，利用其它偶数限制点计算出纵坐标的范围，得出一块符合条件的内点
- 题目要求离原点曼哈顿距离最小，容易猜到它一定在边界上，注意特判原点，要求横纵坐标最大，则再判一下直线 $y = x$ 与 $y = -x$
- 找出的点不一定满足枚举的条件，所以暴力考虑周围 5*5 范围内的点，将其中符合条件的点都尝试更新答案
- 总时间复杂度 $O(n^2)$