

算法 1:

判断 M 是不是 1 即可。预计得分 10 分。

算法 2:

计算有多少个小于等于 M 的数与 M 互质。预计得分 20 分。

算法 3:

猜想并枚举两个数小于等于 M 并且最大公约数为 1。预计得分 30 分。

算法 4:

打表或搜索。预计得分 40 分。

算法 5:

题目需要找出所有能够到达左边一步位置的方案总数,能够到达左边一步,就相当于数列中所有数的最大公约数为 1(可以通过扩欧推出),那么我们就转化成这样一个问题,取 n 个不大于 m 的数(位置不同也算不同方案),使得他们和 m 的最大公约数为 1。

想到这一步,我们可以把问题转化为:所有合法数列的总数(m 个数放到 n 位,共有 m 的 n 次方种)减去数列的最大公约数大于 1 的总数。

那么对于 M 是质数的情况,答案就是 $m^n - 1$ 。预计得分 60 分。

算法 6:

稍稍处理一下就可以处理 M 是质数的幂的情况。预计得分 80 分。

算法 7:

我们可以这么做:将 m 质因数分解,枚举 m 的质因数 t ,那么 1 到 m 之间有 m/t 个 t 的倍数,把数列中全都是这些 m/t 个数的方案数减去即可。

然而这种方法是存在问题的,有可能会重复减去同一种方案(6 的倍数会同时在 2 的倍数和 3 的倍数时都减),所以需要枚举 m 的所有质因数的组合方式,记录每种组合的元素个数为 tot ,乘积为 tmp ,若 tot 是奇数,那么减去 m/tmp 个数放到 n 位里的方案个数,否则加上 m/tmp 个数放到 n 位里的方案个数(共有 m/tmp 的 n 次方种),这就是大名鼎鼎的容斥原理啊!

预计得分 100 分。