题目选讲

2018 年 1 月 12 日

51nod1252 桥与海港

求带标号的 N 点组成 M 棵有根树且每棵树的根节点直接后继个数不超过 K 个的方案数模 X 的值。
$N \le 10^9, 1 \le M, K \le 100, X \le 10^9$

分析

考虑分开计算答案

分析

考虑分开计算答案

首先选出 M 个根，方案为 $\binom{n}{m}$，设剩下 $N-M$ 个点组成 P 棵有根树，用 DP 求出将 P 个点分到 M 个根上，每个根分到不超过 K 个点的方案数。

分析

考虑分开计算答案

首先选出 M 个根，方案为 $\binom{n}{m}$，设剩下 $N-M$ 个点组成 P 棵有根树，用 DP 求出将 P 个点分到 M 个根上，每个根分到不超过 K 个点的方案数。

$F[i][j]$ 表示将 i 个点分到 j 个有标号集合，集合大小不超过 K 的方案数

分析

考虑分开计算答案

首先选出 M 个根，方案为 $\binom{n}{m}$，设剩下 $N-M$ 个点组成 P 棵有根树，用 DP 求出将 P 个点分到 M 个根上，每个根分到不超过 K 个点的方案数。

$F[i][j]$ 表示将 i 个点分到 j 个有标号集合，集合大小不超过 K 的方案数
$F[i][j] = j(F[i-1][j] - F[i-K-1][j-1]\binom{i-1}{K})$

分析

考虑分开计算答案

首先选出 M 个根，方案为 $\binom{n}{m}$，设剩下 $N-M$ 个点组成 P 棵有根树，用 DP 求出将 P 个点分到 M 个根上，每个根分到不超过 K 个点的方案数。

$F[i][j]$ 表示将 i 个点分到 j 个有标号集合，集合大小不超过 K 的方案数
$F[i][j]=j(F[i-1][j]-F[i-K-1][j-1]\binom{i-1}{K})$

然后考虑 $N-M$ 个点构成 P 棵有根树方案，由矩阵树定理可知方案数为

$P(N-M)^{N-M-1-P}$

分析

考虑分开计算答案

首先选出 M 个根，方案为 $\binom{n}{m}$，设剩下 $N-M$ 个点组成 P 棵有根树，用 DP 求出将 P 个点分到 M 个根上，每个根分到不超过 K 个点的方案数。

$F[i][j]$ 表示将 i 个点分到 j 个有标号集合，集合大小不超过 K 的方案数
$F[i][j]=j(F[i-1][j]-F[i-K-1][j-1]\binom{i-1}{K})$

然后考虑 $N-M$ 个点构成 P 棵有根树方案，由矩阵树定理可知方案数为

$P(N-M)^{N-M-1-P}$

$\therefore ans=\sum_{p=1}^{min(MK,N-M)}\binom{N}{M}F[p][M]\binom{N-M}{p}p(N-M)^{N-M-p-1}$

分析

考虑分开计算答案

首先选出 M 个根，方案为 $\binom{n}{m}$，设剩下 $N-M$ 个点组成 P 棵有根树，用 DP 求出将 P 个点分到 M 个根上，每个根分到不超过 K 个点的方案数。

$F[i][j]$ 表示将 i 个点分到 j 个有标号集合，集合大小不超过 K 的方案数
$F[i][j]=j(F[i-1][j]-F[i-K-1][j-1]\binom{i-1}{K})$

然后考虑 $N-M$ 个点构成 P 棵有根树方案，由矩阵树定理可知方案数为

$P(N-M)^{N-M-1-P}$

$\therefore ans=\sum_{p=1}^{min(MK,N-M)}\binom{N}{M}F[p][M]\binom{N-M}{p}p(N-M)^{N-M-p-1}$

因为 m 不是很大，所以求组合数时考虑上下消因子法，即和模数互质的用 $exgcd$ 求逆元，否则消因子。

分析

考虑分开计算答案

首先选出 M 个根，方案为 $\binom{n}{m}$，设剩下 $N-M$ 个点组成 P 棵有根树，用 DP 求出将 P 个点分到 M 个根上，每个根分到不超过 K 个点的方案数。

$F[i][j]$ 表示将 i 个点分到 j 个有标号集合，集合大小不超过 K 的方案数
$F[i][j]=j(F[i-1][j]-F[i-K-1][j-1]\binom{i-1}{K})$

然后考虑 $N-M$ 个点构成 P 棵有根树方案，由矩阵树定理可知方案数为

$P(N-M)^{N-M-1-P}$

$\therefore ans=\sum_{p=1}^{min(MK,N-M)}\binom{N}{M}F[p][M]\binom{N-M}{p}p(N-M)^{N-M-p-1}$

因为 m 不是很大，所以求组合数时考虑上下消因子法，即和模数互质的用 $exgcd$ 求逆元，否则消因子。

复杂度 $O(M^2K)$

分析

考虑分开计算答案

首先选出 M 个根，方案为 $\binom{n}{m}$，设剩下 $N-M$ 个点组成 P 棵有根树，用 DP 求出将 P 个点分到 M 个根上，每个根分到不超过 K 个点的方案数。

$F[i][j]$ 表示将 i 个点分到 j 个有标号集合，集合大小不超过 K 的方案数
$F[i][j]=j(F[i-1][j]-F[i-K-1][j-1]\binom{i-1}{K})$

然后考虑 $N-M$ 个点构成 P 棵有根树方案，由矩阵树定理可知方案数为

$P(N-M)^{N-M-1-P}$

$\therefore ans=\sum_{p=1}^{min(MK,N-M)}\binom{N}{M}F[p][M]\binom{N-M}{p}p(N-M)^{N-M-p-1}$

因为 m 不是很大，所以求组合数时考虑上下消因子法，即和模数互质的用 $exgcd$ 求逆元，否则消因子。

复杂度 $O(M^2K)$