

Solution

Orange

2018 年 2 月 4 日

由于题很水，所以题解会更水。

1 Wander

1.1 20 分做法

这个 20 分指拿到了 50% 的数据的第一问的分。
求最短路就好了。

1.2 50 分做法

指拿到了 50% 的数据的所有分。

这个做法很经典，很重要。先做两次最短路：以 1 为起点的单源最短路，和以 n 为起点倒着走的单源最短路。实现方式很简单，输入时额外保存一下反图即可。反图就是把所有边反向的图。

现在我们知道了从 1 出发到任意点的最短路和从任意点出发到 n 的最短路。

然后枚举让哪条边的权值变为 0。如果我们不经过这条权值变为 0 的边，答案一定不会比第一问的答案优，所以我们一定会经过这条边。如果把这条边的权值变为了 0，就相当于是我们从 1 走到了这条边的起点，再从这条边的终点走到了 n 。利用之前求的两个最短路即可得出答案。

1.3 100 分做法

超时了？难道最短路写错了？

Hint 都提示了要注意（最短路的）时间复杂度。什么，你忘了？那我在这里再讲讲。

原始的 Bellman-Ford 算法，通过对所有边进行 $n - 1$ 次松弛操作，能在 $O(nm)$ 的时间复杂度内求得最短路。这个算法有个优化：在一整次松弛中，如果所有边都不能再被松弛，便可以直接退出，类似于冒泡排序中的那个优化。但是时间复杂度不会改变。

使用队列改进后的 Bellman-Ford 算法，即熟知的 SPFA 算法，每次只将当前可能发生松弛操作的边的起点入队，对于绝大部分的图，SPFA 算法都能有良好的表现。

不少过去的书都说 SPFA 算法的平均时间复杂度为 $O(kE)$ ，其中 E 为边数， k 为小常数，一般 ≤ 2 。

然而以上都是胡扯，SPFA 算法的最坏时间复杂度为 $O(nm)$ ，而且这种数据相当好造……

虽然在平均情况下，SPFA 表现优秀，但是在非常状况下，如果不存在负权边，不建议用 SPFA 算法。

那用什么算法呢？当然是 Dijkstra 算法啦。

具体内容我不想讲了，你们应该都会，只不过你们可能只会时间复杂度为 $O(n^2)$ 的算法。

紫书上对时间复杂度为 $O(m \log n)$ 的 Dijkstra 算法有详细的讲解并给出了完整代码。看完后，我只想补充一下为什么时间复杂度为 $O(m \log n)$ 而不是 $O(m \log m)$ 。

在最坏情况下，给定的会是一张完全图，边数 $m = n^2$ 。

$$O(m \log m) = O(2m \log n) = O(m \log n)$$

1.4 后话

应该没有爆零的同学吧？为了送出分数，这道题我特地用 Special Judge 来测的。只不过你们现在知道这个模型了，以后我就不对这个模型给部分分了。

如果真的有爆零的同学，那就太不应该了：只输出两个 0 都能得到至少 5 分。

不知道有没有同学用贪心做的第二问。可以试试将最短路上边权最大的边设为 0。虽然肯定是错的，但说不定能多拿三分。别忘了三分也是分。

2 Gene

2.1 前言

我只是想考考你们排序，怎么写排序函数我都讲过。

2.2 80 分做法

直接使用间接排序即可。

2.3 100 分做法

开一个结构体，结构体内保存序列以及其起始的序号。排序时，除了按照以序列为第一关键字排序，还要以序号为第二关键字排序，这样就保证了相同序列中一开始序号小的排在前面。

2.4 std 的做法

还是使用间接排序。然后用一个叫做 `stable_sort` 的东西。

这个就是所谓的**稳定排序**。

稳定排序并不是指时间复杂度稳定，而是指对于“相等”的两个元素，在排序前后相对位置不变，这道题就是个很好的例子。这里的“相等”指满足这种关系的两种元素：

$$!(u < v) \ \& \ !(v < u)$$

对于排序的比较函数，如果两个元素满足了上述关系，必须认为这两个元素相等。换句话说，如果对比较函数满足了上式，而我们却认为这两个元素不相等，那么这个比较函数不能作为排序函数的比较函数。

对这个问题的详细讨论已经超出了这个地方的范围。说不定上面都是我乱编的，所以请利用好网络资源，自行了解相关内容。

我能保证是正确的是，快速排序是不稳定排序，归并排序是稳定排序。换句话说，基于快速排序的 `sort` 是不稳定排序，而基于归并排序的 `stable_sort` 是稳定排序。

2.5 后记

由于我电脑很快，所以我感觉卡常是不可能的了。如果你们在学校的电脑上被卡了，很有可能这个时候 `std` 也是个 TLE。

3 Joseph

3.1 30 分做法

用数组模拟。

3.2 60 分做法

用链表模拟。

3.3 80 分做法

用动态规划（递推）。

看蓝书，写得相当清楚。

3.4 另外 20 分做法

这 20 分其实是一道初赛题。初赛模拟时 ztx 就做出来了，所以我相信你们是可以想出来的，毕竟时间是相当充足的。

你们去问 ztx 吧。

3.5 后记

Presentation 第 54 页叫你们思考过了。就算没有思考出来，我相信你们还是能拿 60 分吧。