

杂题选讲

杭州学军中学 周任飞

June 11, 2018

Binary Code (NEERC 2016 B)

给定 n 个字符串，每个字符串由 0、1 和问号组成，且最多只含一个问号。

请把每个问号分别替换为 0 或 1，使以下条件成立：

- 每个字符串都不是其他字符串的前缀。

或者输出无解。

$$n \leq 5 \cdot 10^5; \sum(\text{字符串长度}) \leq 5 \cdot 10^5。$$

Fractal Tree (NCPC 2017 F)

给定一颗有根树 F_0 。对于每个 $k > 0$ ，定义 F_{k+1} 是把 F_k 的所有叶子结点，都用 F_0 代替之后得到的树。

F_0 的每个结点的各个子结点间的顺序是指定的， F_m 中的所有结点按照 DFS 顺序从 1 开始编号。

q 次询问，每次给出 m, u, v ，询问 F_m 中点 u 到 v 的距离。

$n, q \leq 10^5$ ； $m, u, v < 2^{30}$ 。

Frightful Formula (CERC 2015 F)

有一个 $n \times n$ 的矩阵 F ，其第一行和第一列是给定的。其它的元素满足下面的递推式：

$$F(i, j) = a \cdot F(i, j - 1) + b \cdot F(i - 1, j) + c$$

求 $F(n, n) \bmod (10^6 + 3)$ 。

原题： $n \leq 2 \cdot 10^5$ 。

挑战： $n \leq 2 \cdot 10^6$ 。

Airport (THUPC 2017 A)

机场有 A 个好的停机坪和 B 个坏的停机坪。

机场有 n 架飞机。每架飞机将会在某个时刻降落，在一个更晚的时刻起飞。在飞机降落的同时，它的所有乘客将会瞬间完成登机，乘客的数量也是给定的。

每个时刻，飞机都必须在恰好一个停机坪上，一个停机坪只能容纳一架飞机。在相邻两个时刻之间，所有飞机可以重新安排位置。如果飞机在某个时刻起飞，则该时刻飞机不占用停机坪。

假设一架飞机上的乘客数量是 x 。如果这架飞机的登机过程发生在坏的停机坪上，则乘客将会产生 x 的不满度（总共）。如果这架飞机登机以后发生了移动，则乘客将会产生 $\lfloor x \cdot p \rfloor$ 的不满度。你需要指定每架飞机降落在哪个停机坪，以及飞机之间重新安排位置的方案，减小不满度的总和。

原题： $n \leq 200$; $A, B \leq 30$ 。

挑战： $n \leq 10000$; $A, B \leq 100$ 。

Cow Confinement (CERC 2015 C)

有一个无限大的网格。一些格子里是牛，一些格子里是花，其他格子是空地。

有一些矩形的围栏，矩形的四条边都在网格线上。所有的围栏互不接触。

牛只能往右或往下走，不能穿过围栏。对于每头牛，求出：

- 有多少朵花，可以被这头牛吃到。

牛的数量、花的数量 $\leq 2 \cdot 10^5$ 。

Justice Rains From Above (CHINA-Final 2016 K)

有 n 个敌人，每个敌人都是平面 $z = 0$ 上的一个点。

你在点 (x_0, y_0, z_0) ，你的技能是选定一个方向，消灭一个圆锥内的所有敌人（包括边界）。这个圆锥以你为顶点，且圆锥的轴与母线的夹角是给定的（一个锐角）。

你需要求出，你最多能消灭几个敌人。

$n \leq 1000$ 。