

树上染色

20分

观察贡献的式子，直接树形dp。复杂度 $O(n^2)$ 。

60分

令 $d_u = h - depth(u), SUM(n) = \frac{n \times (n+1)}{2}$ ，那么一条从y到x的路径的代价 $cost(y, x)$ 可改写为

$$cost(y, x) = C_y \times (SUM(d_x) - SUM(d_y - 1)) + C_y^2 \times (d_x - d_y + 1) - H_y$$

进一步改写可得

$$cost(y, x) = 0.5 \cdot (C_y \cdot d_x^2 + (C_y + 2 \cdot C_y^2) \cdot d_x + 2 \cdot (C_y \cdot (-SUM(d_y - 1) + C_y^2 \cdot (-d_y + 1) - H_y)))$$

这是一个关于dx的二次多项式，整理可得 $cost(y, x) = A \cdot d_x^2 + B \cdot d_x + C$ ，其中

$$A = C_y$$

$$B = C_y + 2 \cdot C_y^2$$

$$C = 2 \cdot (C_y \cdot (-SUM(d_y - 1) + C_y^2 \cdot (-d_y + 1) - H_y))$$

尝试比较两个贡献函数作差后发现任意两函数在正半轴最多可能有一个交点。于是直接用李超线段树维护该函数图像。复杂度 $O(n \log n)$ 。

100分

当多颗子树的李超树合并时，每颗李超树整体上移了一段距离。考虑启发式合并。在子树大小最大的李超树上打懒标记，其余子树中的结点依次单个插入这颗李超树中。复杂度 $O(n \log n \log n)$