《贝塞尔曲线推导》

一、三阶贝塞尔曲线为例进行推导

B {xb, yb}

D {xd, yd}

F {xf, yf}

E {xe, ye}

A {xa, ya}

C {xc, yc}

如图可以得到：

AD、AB、BE、BC、DF、DE 均为向量; t1、t2、t3 均属于 [0, 1] ;

AD = t1AB; 🡪 1）

BE = t2BC； 🡪 2）

DF = t3DE； 🡪 3）

1)、2）3) 转化成坐标形式有：

1) --》（ xd – xa, yd – ya ）= t1 \* ( xb – xa, yb- ya )；

2) --》（ xe – xb, ye – yb ）= t2 \* ( xc – xb, yc - yb )；

3) --》（ xf – xd, yf – yd ）= t3 \* ( xe – xd, ye- yd )；

==》推出

D 点坐标为：{ t1 \* xb + （1 – t1）\* xa, t1 \* yb + （1 – t1）\* ya }

xd – xa = t1 \* （xb - xa）🡺 xd = t1 \* （xb – xa）- xa = t1 \* xb + （1 – t1）\* xa ;

yd – ya = t1 \* （yb - ya）🡺 yd = t1 \* （yb – ya）- ya = t1 \* yb + （1 – t1）\* ya ;

同理可得：

E 点坐标为：{ t2 \* xc + （1 – t2）\* xb, t2 \* yc + （1 – t2）\* yb }

F 点坐标为：{ t3 \* xe + （1 – t3）\* xd, t3 \* ye + （1 – t3）\* yd }

把 D、E 点坐标代入 F 点坐标有：

xf = t3 \* （t2 \* xc +（1 – t2）\* xb）+ （1 – t3）\* （t1 \* xb +（1 – t1）\* xa））;

yf = t3 \* （t2 \* yc +（1 – t2）\* yb）+ （1 – t3）\* （t1 \* yb +（1 – t1）\* ya））;

展开式子有：

xf = t2 t3 xc + t3 xb – t2 t3 xb + t1xb + xa – t1xa – t1t3xb + t1t3xa – t3xa;

由于 线AB 变化到 线 DE 、线 BC 的变化率相同，所以 t1 = t2 = t3 = t;

则 xf 简化为：

xf = xa(1 - t)2 + xb \* (1-t) \* 2t + xc \* t2

归纳推导有：

同理有：

其中 为概率统计中的组合数，它的计算公式为：

手稿：

