这是标题

陈烁龙

2022 年 9 月 15 日

目录

插图

表格

1 概述

本次论文为：《Targetless Calibration of LiDAR-IMU System Based on Continuous-time Batch Estimation》，其是一篇关于传感器标定的文章。其使用 B 样条曲线，在连续时间上对传感器的轨迹进行建模 (主要是 IMU 和激光雷达)。其不需要靶标，适应的场景较多。

2 前置知识

2.1 贝塞尔曲线

贝塞尔曲线主要用于二维图形应用程序中的数学曲线，曲线由起始点，终止点 (也称锚点) 和控制点组成，通过调整控制点，通过一定方式绘制的贝塞尔曲线形状会发生变化 (注意是整体曲线，这和后面的 B 样条曲线不同)。

对于 n 次的贝塞尔曲线，其有 $n+1$ 个控制点，曲线上点的位置由控制点和参数 $t \in [0,1]$ 决定。其公式为：

$$B_n(t) = \sum_{i=0}^{n} C_n^i (1-t)^{n-i} t^i P_i \quad t \in [0,1]$$

其中：

$$C_n^i = \frac{n!}{(n-i)! \cdot i!}$$

例如，对于 3 阶的贝塞尔曲线，其公式为：

$$\begin{aligned} B_3(t) =& (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 \\ &+ 3t^2(1-t)P_2 + t^3 P_3 \end{aligned}$$

另外，对于计算机适合的计算贝塞尔曲线递推方法为：

$$\begin{aligned} &B_n(t|P_0, P_1, \dots, P_n) = \\ &(1-t)B_{n-1}(t|P_0, P_1, \dots, P_{n-1}) \\ &+ tB_{n-1}(t|P, P_1, \dots, P_n) \end{aligned}$$

比如，同样对于 3 阶的贝塞尔曲线，其公式为：

$$\begin{cases} B_3(t|P_0,P_1,P_2,P_3) =& (1-t)B_2(t|P_0,P_1,P_2) \\ & + tB_2(t|P_1,P_2,P_3) \\ B_2(t|P_0,P_1,P_2) =& (1-t)B_1(t|P_0,P_1) \\ & + tB_1(t|P_1,P_2) \\ B_2(t|P_1,P_2,P_3) =& (1-t)B_1(t|P_1,P_2) \\ & + tB_1(t|P_2,P_3) \\ B_1(t|P_i,P_j) =& (1-t)B_0(t|P_i) + tB_0(t|P_j) \\ =& (1-t)P_i + tP_j \end{cases}$$

贝塞尔曲线如下图所示：

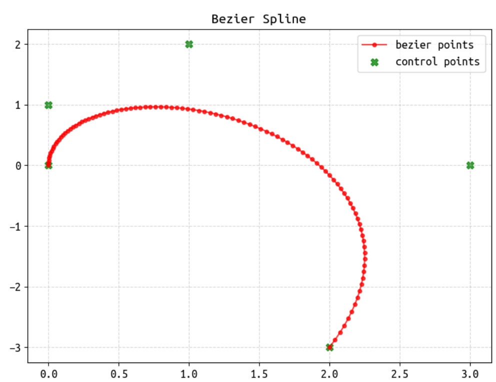

图 1: 贝塞尔曲线

2.2 B 样条曲线

B 样条是通过一组指定点集而生成平滑曲线的柔性带。简单地说，B 样条曲线就是通过控制点局部控制形状的曲线 (注意是局部控制)。

对于 m 阶 n 次 B 样条曲线 $(2 \leq n \leq m+1)$，其有 $m+1$ 个节点分布在 $[0,1]$，即：$0 \leq t_0 < \cdots < t_m \leq 1$。其公式为：

$$B_m(t) = \sum_{i=0}^{m} P_i \cdot b_{i,n}(t) \quad t \in [0,1]$$

其中 $b_{i,n}(t)$ 可以通过 Cox-de Boor 递归公式得

到：

$$b_{i,n} = \begin{cases} 1 & t_i < t < t_{i+1} \\ 0 & \dots \end{cases}$$

$$b_{i,n} = \frac{t - t_i}{t_{i+n} - t_i} b_{i,n-1}(t) + \frac{t_{i+n+1} - t}{t_{i+n+1} - t_{i+1}} b_{i+1,n-1}(t)$$

当节点等距，称 B 样条为均匀。