这是标题

陈烁龙

2022 年 8 月 3 日

目录

插图

表格

摘要

本文档演示了如何基于射影变换，将多张相互重叠的像片构建成一张全景影像。

1 射影变换

假设某点在两张像片上的像素点坐标分别为 $p_1(u_1,v_1)$、$p_2(u_2,v_2)$，则可以通过矩阵 H 来表达两者之间的射影变换：

$$\lambda p_2 = Hp_1 \to \lambda \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

其中 λ 为一个比例因子。该变换描述了一个二维平面上的点到另一个二维平面的变换关系。为消除比例因子，我们将其写为两个比例式：

$$\begin{aligned} \to u_2 &= \frac{h_{11}u_1 + h_{12}v_1 + h_{13}}{h_{31}u_1 + h_{32}v_1 + h_{33}} \\ \to v_2 &= \frac{h_{21}u_1 + h_{22}v_1 + h_{23}}{h_{31}u_1 + h_{32}v_1 + h_{33}} \end{aligned}$$

进一步，有：

$$\begin{aligned} u_2(h_{31}u_1 + h_{32}v_1 + h_{33}) &= h_{11}u_1 + h_{12}v_1 + h_{13} \\ v_2(h_{31}u_1 + h_{32}v_1 + h_{33}) &= h_{21}u_1 + h_{22}v_1 + h_{23} \end{aligned}$$

即：

$$u_1h_{11} + v_1h_{12} + h_{13} - u_2u_1h_{31} - u_2v_1h_{32} - u_2h_{33} = 0$$

$$u_1h_{21} + v_1h_{22} + h_{23} - v_2u_1h_{31} - v_2v_1h_{32} - v_2h_{33} = 0$$

写成矩阵的形式，我们有：

$$\begin{pmatrix} u_1 & 0 \\ v_1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & u_1 \\ 0 & v_1 \\ 0 & 1 \\ -u_2u_1 & -v_2u_1 \\ -u_2v_1 & -v_2v_1 \\ -u_2 & -v_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \\ h_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

通过 SVD 分解法分解系数矩阵，可以得到对应的射影变换矩阵 H。