这是标题

陈烁龙

2022 年 8 月 14 日

目录

插图

表格

1 直接法简介

直接法和特征点法结果一样，同样可以估计两相邻图像帧之间的位姿变化量。其以”光度不变理论”为假设，相较于特征点法，不需要提取特征，有着更快的运行效率和更加广阔的应用场景。

”光度不变理论”说的是，当拍摄帧间的时间差可以忽略不计时，那么两相片中同一对象的光度是一样的。即：

$$I(u_1, v_1, t) = I(u_2, v_2, t + \Delta t)$$

其中，$p_1(u_1, v_1)$ 和 $p_2(u_2, v_2)$ 分别是两张相片上的同名点 (对应世界中同一个对象)。

2 直接法推导

假设 $p_1(u_1, v_1)$ 和 $p_2(u_2, v_2)$ 分别是两张相片上的同名像点，那么从第 p_1 到 p_2 的变换过程为：

$$I(u_1, v_1) \rightarrow \begin{cases} x_1 = (u_1 - c_x)/f_x \\ y_1 = (v_1 - c_y)/f_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = Z_1 \times x_1 \\ Y_1 = Z_1 \times y_1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = T_{21} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_2 = X_2/Z_2 \\ y_2 = Y_2/Z_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_2 = f_x x_2 + c_x \\ v_2 = f_y y_2 + c_y \end{cases} \rightarrow I(u_2, v_2)$$

即：像素坐标 $p_1(u_1, v_1) \rightarrow$ 归一化像素坐标 $p'_1(x_1, y_1) \rightarrow$ 第一个相机坐标 $P_1(X_1, Y_1, Z_1) \rightarrow$ 第二个相机坐标 $P_2(X_2, Y_2, Z_2) \rightarrow$ 归一化像素坐标 $p'_2(x_2, y_2) \rightarrow$ 像素坐标 $p_2(u_2, v_2)$。

根据”光度不变理论”，我们设我们的误差函数为：

$$e(\xi_{21}) = I(u_2, v_2) - I(u_1, v_1)$$

其中 ξ_{21} 为李代数形式下的位姿变化量表示方法。为使用高斯牛顿法，我们对误差函数进行求导：

$$J_{1\times 6} = \frac{\partial e(\xi_{21})}{\partial \xi_{21}} = \frac{\partial I(u_2, v_2)}{\partial p_2} \times \frac{\partial p_2}{\partial p'_2} \times \frac{\partial p'_2}{\partial P_2} \times \frac{\partial P_2}{\partial \xi_{21}}$$

接下来分开进行求导：

$$\frac{\partial I(u_2, v_2)}{\partial p_2} = \begin{pmatrix} g_2^x & g_2^y \end{pmatrix}_{1\times 2}$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial p'_2} = \begin{pmatrix} f_x & 0 \\ 0 & f_y \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$\frac{\partial p'_2}{\partial P_2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_2} & 0 & -\frac{X_2}{Z_2^2} \\ 0 & \frac{1}{Z_2} & -\frac{Y_2}{Z_2^2} \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \xi_{21}} = \begin{pmatrix} I & -(\xi_{21} P_1)^\wedge \end{pmatrix}_{3\times 6}$$

对于每一对点，我们可以获得上述的一个雅可比向量。当存在多个点对时，我们使用高斯年顿法求解：

$$\begin{cases} H = \sum_{i=1}^n J_i^T J_i \\ g = -\sum_{i=1}^n J_i^T e_i \\ H \Delta \xi_{21} = g \end{cases}$$

$\Delta \xi_{21}$ 即为每次迭代更新的量。

3 选点策略

要做直接光流法估计位姿，首先要进行目标像素点的选取，以用来构造最小二乘法。我们希望目标像素点在图像上的分布是比较均匀的，以使得解算结果更鲁棒。

所以，现在我们的问题是：在一个有限平面区域 R^2 内，已存在某几个点 $p_i(x_i, y_i)$，那么现在在选择一个点，使得该点离其他所有点的距离

平方和最大，即对于要选取的点 $p(x,y)$，我们有如下函数：

$$f(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x-x_i)^2+(y-y_i)^2$$

我们的目标是：

$$\max f(x,y), x\in[x_l,x_t], y\in[y_l,y_t]$$

为此我们进行求导：

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=2\sum_{i=1}^{n}(x-x_i)$$
$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}=2\sum_{i=1}^{n}(y-y_i)$$