## 这是标题

陈烁龙 2022 年 10 月 19 日

#### 目录

1	PnP 描述	]
2	四元素姿态与优化	1

# 插图

## 表格

#### 1 PnP 描述

对于已知位置的三维点  $P_w = [X_w, Y_w, Z_w]^T$ , 其可通过相机的位姿  ${}^W_C \mathbf{T} = [{}^W_C \mathbf{R}|^W \mathbf{t}_C]$ , 将其变换到局部相机坐标系下:

$$\boldsymbol{P}_C = {}_C^W \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{P}_W - {}_C^W \boldsymbol{R}^{-1W} \boldsymbol{t}_C$$

进而将其变换到相机的归一化坐标平面上:

$$\boldsymbol{p}_n = \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_C/Z_C \\ Y_C/Z_C \end{bmatrix}$$

如果我们测得了对应的特征点图像坐标,并通过一定的相机模型,将其转换到相机的归一化坐标平面上,得到  $\tilde{\boldsymbol{p}}_n$ ,那么可以建立误差函数:

$$oldsymbol{e}(oldsymbol{p}_n) = oldsymbol{p}_n - ilde{oldsymbol{p}}_n$$

基于误差函数,对待求参数求导(旋转量使用李代数右扰动模型):

$$\begin{cases} \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\delta_{C}^{W}\boldsymbol{R}} = \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n}}{\partial \boldsymbol{P}_{C}} \times \frac{\partial \boldsymbol{P}_{C}}{\partial_{W}^{C}\boldsymbol{R}} \times \frac{\partial_{C}^{W}\boldsymbol{R}}{\partial_{W}^{C}\boldsymbol{R}} = \begin{bmatrix} 1/Z_{C} & 0 & -X_{C}/Z_{C}^{2} \\ 0 & 1/Z_{C} & -Y_{C}/Z_{C}^{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -_{W}^{W}\boldsymbol{R}^{-1} \lfloor \boldsymbol{P}_{W} \rfloor_{\times} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -_{W}^{W}\boldsymbol{R} \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial^{W}\boldsymbol{t}_{C}} = \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n}}{\partial \boldsymbol{P}_{C}} \times \frac{\partial \boldsymbol{P}_{C}}{\partial^{W}\boldsymbol{t}_{C}} = \begin{bmatrix} 1/Z_{C} & 0 & -X_{C}/Z_{C}^{2} \\ 0 & 1/Z_{C} & -Y_{C}/Z_{C}^{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -_{W}^{W}\boldsymbol{R}^{-1} \end{bmatrix} \end{cases}$$

使用高斯-牛顿法求解迭代量:

$$egin{cases} oldsymbol{J}_i = \left[rac{\partial e}{\delta_C^W R} & rac{\partial e}{\partial^W t_C}
ight]_{2 imes 6} \ oldsymbol{H}_{6 imes 6} = \sum oldsymbol{J}_i^T oldsymbol{J}_i \ oldsymbol{g}_{6 imes 1} = \sum -oldsymbol{J}_i^T oldsymbol{e} \ oldsymbol{H}\Delta oldsymbol{x} = oldsymbol{g} \end{cases}$$

#### 2 四元素姿态与优化

对于轴角<sup>1</sup> $\boldsymbol{\theta} = [\theta_x, \theta_y, \theta_z]^T$ , 其四元素表示为:

$$\mathbf{q} = \frac{\boldsymbol{\theta}}{\theta} \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = \begin{bmatrix} q_x & q_y & q_z & q_w \end{bmatrix}^T \quad \theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_z^2}$$

那么四元素对轴角的导数为有:

$$\begin{cases} c_0 = q_w/2 & c_1 = q_z/2 & c_2 = -c_1 \\ c_3 = q_y/2 & c_4 = q_x/2 & c_5 = -c_4 \\ c_6 = -c_3 & \end{cases}$$

 $<sup>^{1}</sup>$ 李代数 so3 在  $R^{3}$  下的表示。

$$rac{\partial m{q}}{\partial m{ heta}} = m{J} = egin{bmatrix} c_0 & c_2 & c_3 \ c_1 & c_0 & c_5 \ c_6 & c_4 & c_0 \ c_5 & c_6 & c_2 \end{bmatrix}$$