# 这是标题

陈烁龙

2022 年 7 月 15 日

# 目录



# 插图

# 表格

# 摘要

基于模板卷即和模态过滤，我们得到了候选角点 (单位像素级) 以及其得分和方向。接下来，我们需要进行亚像素级别的角点细化。

**关键词**：角点细化，高斯牛顿法

## 1 角点细化

对于一个真实的角点 $c$ 而言，必然使得以下的误差函数趋于 0：

$$e_i(c) = g_{p_i}^T(c - p_i)$$

其中：$p_i = (x_i, y_i)^T$ 为角点 $c = (x_c, y_c)^T$ 邻域内的点，$g_{p_i} = (g_{x_i}, g_{y_i})^T$ 为像素点 $p_i$ 的梯度向量。

对于棋盘格网点而言，如果 $p_i$ 在格网点的黑白区域内部，由于其梯度接近 0，故使得 $e_i$ 趋于 0；如果 $p_i$ 在格网点的黑白区域交界处，由于其梯度垂直于向量 $c - p_i$，故也会使得 $e_i$ 趋于 0。

综上，我们写出我们的目标函数：

$$f(c) = \min \sum \|e_i(c)\|^2$$

为求解该目标函数的最优解，我们对误差函数求解雅可比矩阵：

$$\begin{aligned} e_i(c) = &\begin{pmatrix} g_{x_i} & g_{y_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c - x_i \\ y_c - y_i \end{pmatrix} \\ =& g_{x_i}x_c + g_{y_i}y_c - (g_{x_i}x_i + g_{y_i}y_i) \\ &\rightarrow \frac{\partial e_i(c)}{\partial x_c} = g_{x_i} \\ &\rightarrow \frac{\partial e_i(c)}{\partial y_c} = g_{y_i} \\ &\rightarrow J_i = \begin{pmatrix} g_{x_i} \\ g_{y_i} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

基于高斯牛顿法，我们有：

$$\begin{cases} H = \sum J_i J_i^T \\ g = -\sum J_i e_i \\ H \Delta X = g \end{cases}$$

迭代求解该方程并更新参数，我们即可得到对应的子像素级别的角点。注意：我们选取的领域是 $11 \times 11$。

## 2 方向细化

之前我们通过 mean shift 算法，找到了角点的两个模态。但是，当时我们只是简单的把它映射到 32 个 bin 的直方图中，不能精确的表示两个模态方向。为此我们需要对模态进行细化。

对于角点 $c$，设其模态为 $\alpha_1$、$\alpha_2$。二者的细化方法一致，我们选取第一模态进行讲解。对于模态 $\alpha_1$，其对应的方向向量为 $v = (\cos\alpha_1, \sin\alpha_1)^T$。对于领域内满足以下条件的像素点 $p_i = (x_i, y_i)^T$：

$$|\cos(v, g_{p_i})| < 0.25$$

其中：$g_{p_i}$ 为像素点 $p_i$ 的梯度。换句话说，我们只考虑那些邻域内梯度和模态向量大概垂直的像素点。

对于满足条件的像素点，我们定义误差函数：

$$e_i = v^T g_{p_i} = \begin{pmatrix} g_x & g_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

即有：

$$\rightarrow A_i X = 0$$

对于每一个符合条件的像素点，构建上述的方程。而后使用 SVD 分解法即可求解。