

这是标题

陈烁龙

2022 年 8 月 4 日

目录

1	射影变换	1
2	影像的拼接	1

插图

表格

摘要

本文档演示了如何基于射影变换，将多张相互重叠的像片构建一张全景影像。

1 射影变换

假设某点在两张像片上的像素点坐标分别为 $p_1(u_1, v_1)$ 、 $p_2(u_2, v_2)$ ，则可以通过矩阵 H 来表达两者之间的射影变换：

$$\lambda p_2 = H p_1 \rightarrow \lambda \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

其中 λ 为一个比例因子。该变换描述了一个二维平面上的点到另一个二维平面的变换关系。为消除比例因子，我们将其写为两个比例式：

$$\begin{aligned} \rightarrow u_2 &= \frac{h_{11}u_1 + h_{12}v_1 + h_{13}}{h_{31}u_1 + h_{32}v_1 + h_{33}} \\ \rightarrow v_2 &= \frac{h_{21}u_1 + h_{22}v_1 + h_{23}}{h_{31}u_1 + h_{32}v_1 + h_{33}} \end{aligned}$$

进一步，有：

$$u_2(h_{31}u_1 + h_{32}v_1 + h_{33}) = h_{11}u_1 + h_{12}v_1 + h_{13}$$

$$v_2(h_{31}u_1 + h_{32}v_1 + h_{33}) = h_{21}u_1 + h_{22}v_1 + h_{23}$$

即：

$$u_1 h_{11} + v_1 h_{12} + h_{13} - u_2 u_1 h_{31} - u_2 v_1 h_{32} - u_2 h_{33} = 0$$

$$u_1 h_{21} + v_1 h_{22} + h_{23} - v_2 u_1 h_{31} - v_2 v_1 h_{32} - v_2 h_{33} = 0$$

写成矩阵的形式，我们有：

$$\begin{pmatrix} u_1 & 0 \\ v_1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & u_1 \\ 0 & v_1 \\ 0 & 1 \\ -u_2 u_1 & -v_2 u_1 \\ -u_2 v_1 & -v_2 v_1 \\ -u_2 & -v_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \\ h_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

通过 SVD 分解法分解系数矩阵，可以得到对应的射影变换矩阵 H 。

2 影像的拼接

我们求得相邻像片之间的变换矩阵之后，就意味着我们知道了一个影像相对于其他任意一个影像的变换关系。因此，我们可以进行图像的拼接。

现在的问题是要选者那个影像作为基准影像，来将其他影像变换过来。事实上，我们知道，选择中间位置的影像是比较合适的。因为，如果以第一张影像作为基准影像，那么将最后一张影像投影过来时，就会产生极大的变形。

基于此，我们简单选择中间的影像作为基准影像，首先根据其他影像四个角点变换到基准影像的坐标，得到最和合并拼接后影像的宽度和高度。