Цель работы

Ознакомление с моделью конкуренции двух фирм для двух случаев (без учета и с учетом социально-психологического фактора) и их построение с помощью языка программирования Modelica.

Задание

Вариант 22
Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $c_1 =$

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.
{ #fig:001 width=70% }

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M M1 2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений.

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0{,}0013\right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

{ #fig:002 width=70% } Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 7.1,\ M_0^2 = 8.1,$$
$$p_{cr} = 44, N = 77, q = 1$$
$$\tau_1 = 26, \tau_2 = 21,$$
$$\tilde{p}_1 = 11, \tilde{p}_2 = 8.7$$

{ #fig:003 width=70% }

Выполнение лабораторной работы

1. Теоритические сведения

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют. Обозначим: N – число потребителей производимого продукта. S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения. M – оборотные средства предприятия τ – длительность производственного цикла p – рыночная цена товара p̃ – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции. δ – доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек. к – постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции. Q(S/p) – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени. Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме

$$Q = q - k\frac{p}{S} = q\left(1 - \frac{p}{\mathrm{p_{cr}}}\right)$$

{ #fig:004 width=70% }

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при p = pcr (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина pcr = Sq/k. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, Q(S/p) = 0 при p ≥ pcr) и обладает свойствами насыщения. Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq\left(1 - \frac{p}{\mathrm{p_{cr}}}\right)p - k$$

{ #fig:005 width=70% }

Уравнение для рыночной цены p представим в виде $$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau} + Nq\left(1 - \frac{p}{\mathrm{p_{cr}}}\right))$$ { #fig:006 width=70% } Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном M уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво. В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением $$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) = 0$$ { #fig:007 width=70% } Из этого следует, что равновесное значение цены p равно

$$p = pcr(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

{ #fig:008 width=70% } Уравнение с учетом приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -M\frac{\delta}{\tau}\left(\frac{pcr}{\tilde{p}} - 1\right) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{pcr}{Nq} - k$$

{ #fig:009 width=70% } Уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию dM/dt = 0:

$$\widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

{ #fig:0010 width=70% } где

$$\mathrm{a} = \mathrm{Nq}\left(1 - \frac{\tilde{p}}{pcr}\right)\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}, b = kNq\frac{(\tilde{p}\tau)}{pcr\delta^2}$$

{ #fig:0011 width=70% } Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае a 2 < 4b) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, b << a 2) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При b << a стационарные $$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) = 0$$ { #fig:0012 width=70% } Первое состояние M□ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние M□ неустойчиво, так, что при M M□ □ оборотные средства падают (dM/dt < 0), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу M□ соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок. В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ. Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: δ = 1, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного. **2. Построение графиков**

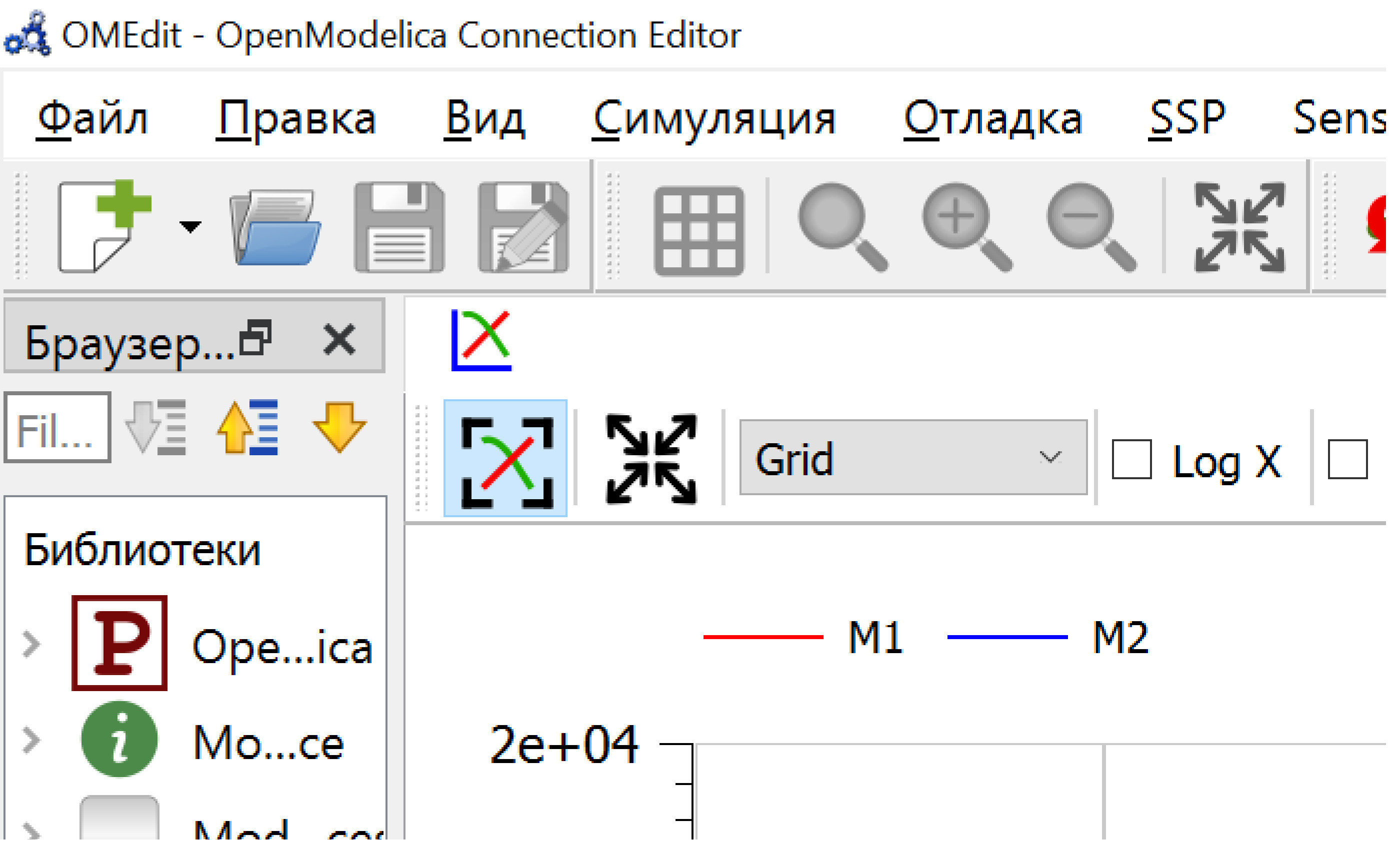
2.1 Написала программу на OpenModelica:

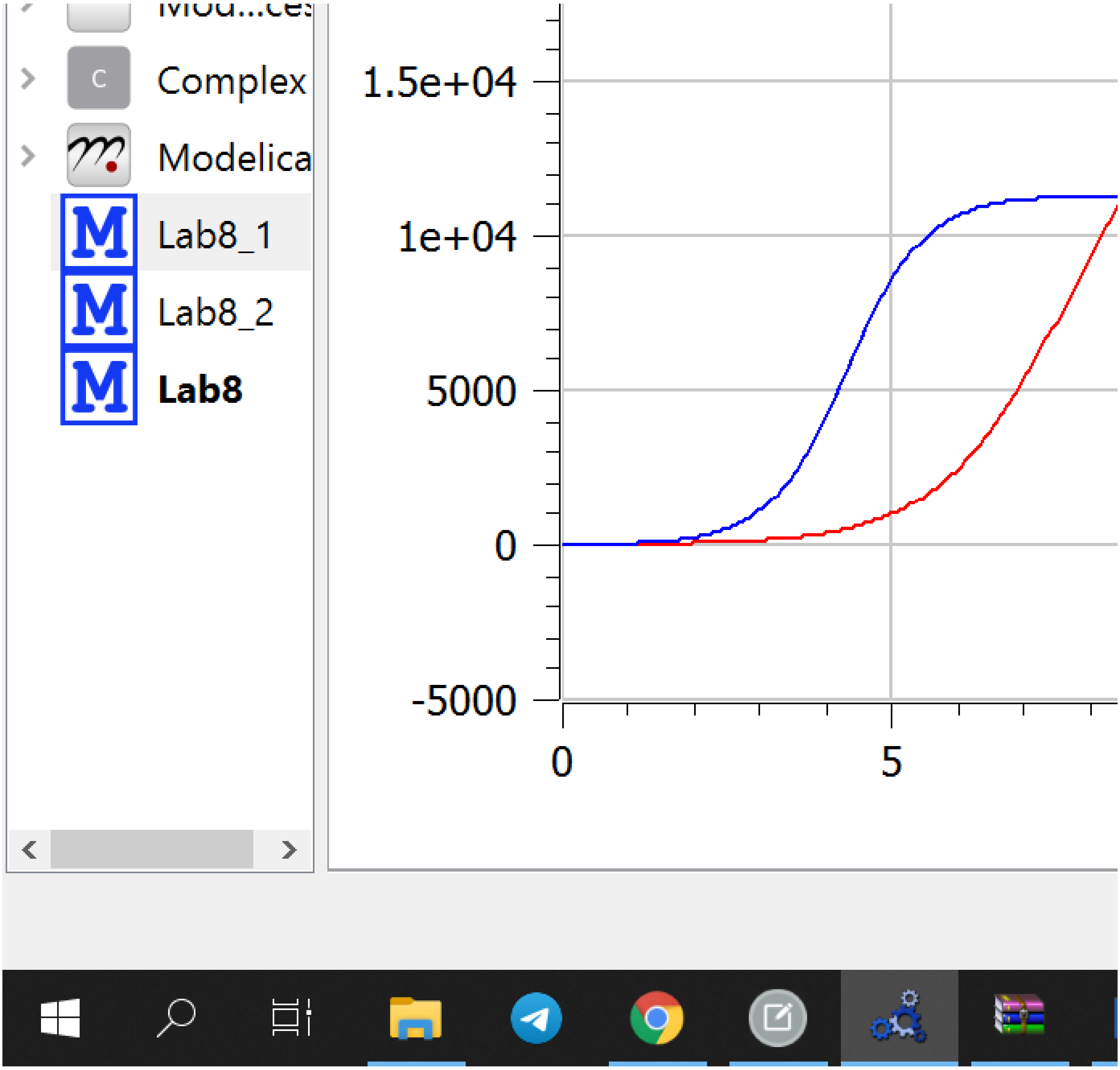
```
model Lab8_1
  parameter Real p_cr = 44;
  parameter Real tau1 = 26;
  parameter Real p1 = 11;
  parameter Real tau2 = 21;
  parameter Real p2 = 8.7;
  parameter Real N = 77;
  parameter Real q = 1;

  parameter Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
  parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
  parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
  parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
  parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

  Real M1 (start=7.1);
  Real M2 (start=8.1);
equation
  der(M1)=M1-(b/(c1+0.0013))*M1*M2-a1/c1*M1*M1;
end Lab8_1;
```

Получил следующий график (см. рис. -@fig:001).





{ #fig:0013 width=70% }

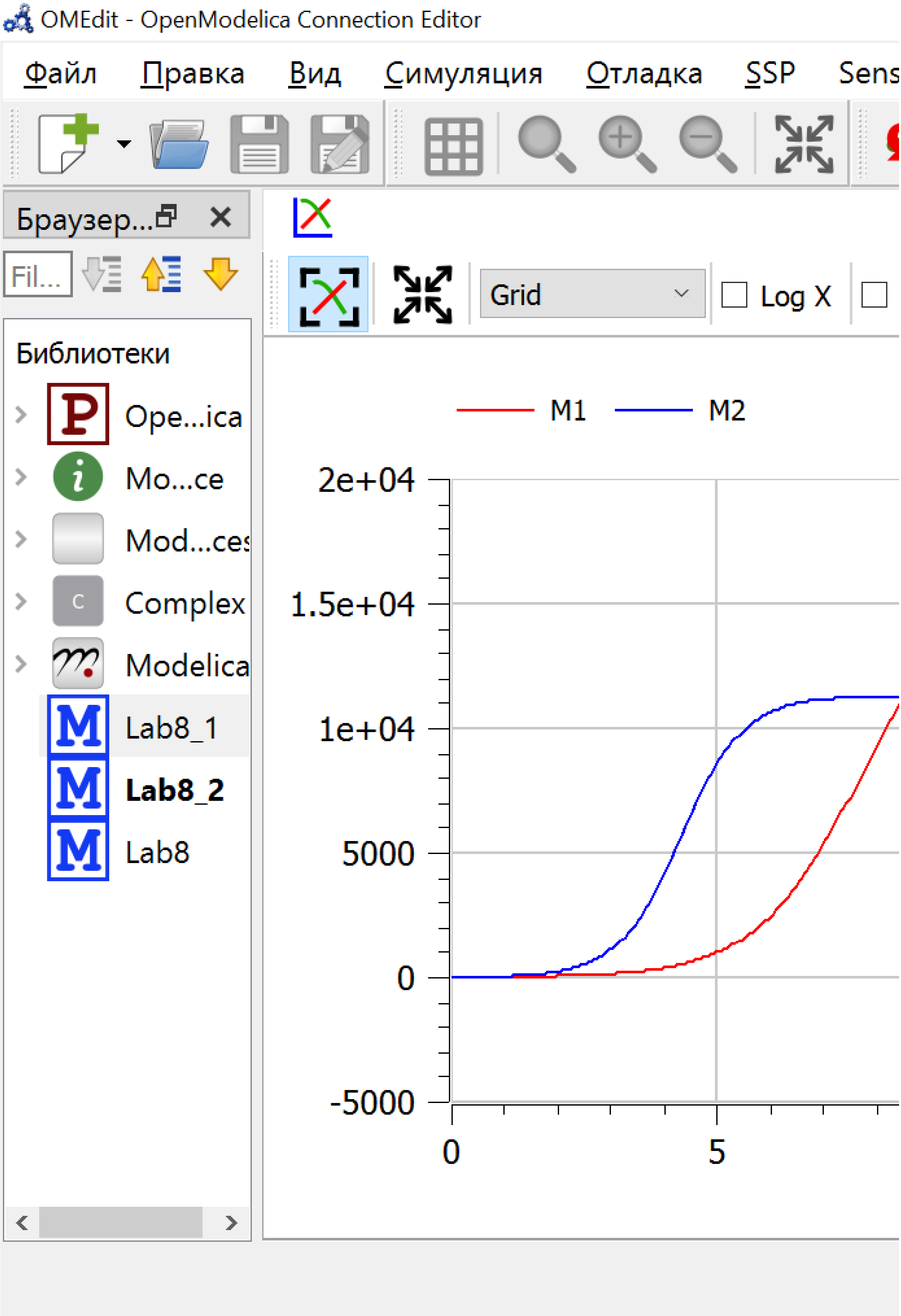
2.2 Написал программу на Modelica:

```
model Lab8_2
  parameter Real p_cr = 35;
  parameter Real taul = 18;
  parameter Real pl = 7.7;
  parameter Real tau2 = 13;
  parameter Real p2 = 0.9;
  parameter Real N = 30;
  parameter Real q = 1;

  parameter Real a1 = p_cr/ (tau1*tau1*p1*p1*N*q);
  parameter Real a2 = p_cr/ (tau2*tau2*p2*p2*N*q);
  parameter Real b = p_cr/ (tau1*tau1* tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
  parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
  parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
```

```
  parameter Real M0_1=5.4;
  parameter Real M0_2=4.1;
  Real M1 (start=M0_1);
  Real M2 (start=M0_2);
equation
  der (M1) = M1 - (b/c1)*M1*M2 - (a1/c1)*M1*M1;
  der (M2) = (c2/c1)*M2 - (b/c1+0.00053)*M1*M2 - (a2/c1)*M2*M2;
end Lab8_2;
```

Получил следующий график (см. рис. -@fig:002).



{ #fig:0014 width=70% }

Выводы

Ознакомилась с моделью конкуренции двух фирм для двух случаев. Построила график распространения рекламы.