Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления (ИУ)»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии (ИУ7)»

ОТЧЕТ

Лабораторная работа №1

по курсу «Моделирование»

на тему: «Изучение функций распределения и функций плотности распределения»

Вариант № 1

Студент ИУ7-75Б (Группа) _____________ (Подпись, дата) И.О. Артемьев (И. О. Фамилия)

Преподаватель _____________ (Подпись, дата) И.В. Рудаков (И. О. Фамилия)

2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 Задание

Разработать программу для построения графиков функции распределения и функции плотности распределения для следующих распределений:

— равномерное распределение;

— распределение Пуассона.

Разработать интерфейс, предоставляющий возможность выбора закона распределения и указания его параметров.

2 Теоретическая часть

2.1 Равномерное распределение

Функция плотности распределения $f(x)$ случайной величины X, имеющей равномерное распределение на отрезке $[a,b]$ ($X \sim R(a,b)$), где $a, b \in R$, имеет следующий вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \tag{2.1}$$

Соответствующая функция распределения $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ принимает вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 1, & x > b \end{cases} \tag{2.2}$$

2.2 Распределение Пуассона

Биномиальное распределение с параметрами n и p – это распределение количества «успехов» в последовательности из n независимых случайных экспериментов, таких, что вероятность «успеха» в каждом из них постоянна и равна p.

Распределение Пуассона – это частный случай биномиального распределения при $n \gg 0$ и $p \to 0$. Распределение Пуассона также называют законом «редких» событий, так как оно всегда проявляется там, где производится большое число испытаний, в каждом из которых с малой вероятностью происходит «редкое» событие.

Дискретная случайная величина X имеет закон распределения Пуассона с параметром λ ($X \sim \Pi(\lambda)$), где $\lambda > 0$, если она принимает значения $0, 1, 2, ...$ с вероятностями:

$$P(X = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}, \quad k \in \{0, 1, 2, ...\} \tag{2.3}$$

Параметр λ распределения Пуассона – это среднее количество успешных испытаний в заданной области возможных исходов.

Соответствующая функция распределения принимает вид:

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{k=0}^{x-1} P(X = k) = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{x-1} \frac{\lambda^k}{k!} \tag{2.4}$$

Для дискретной случайной величины не существует функции плотности распределения вероятностей.

3 Результаты работы программы

3.1 Равномерное распределение

На рисунках 3.1 и 3.2 приведены результаты построения графиков функций плотности $f(x)$ и распределения $F(x)$ для случайных величин $X \sim R(-5.4, 5)$ и $X \sim R(1, 4)$, соответственно.

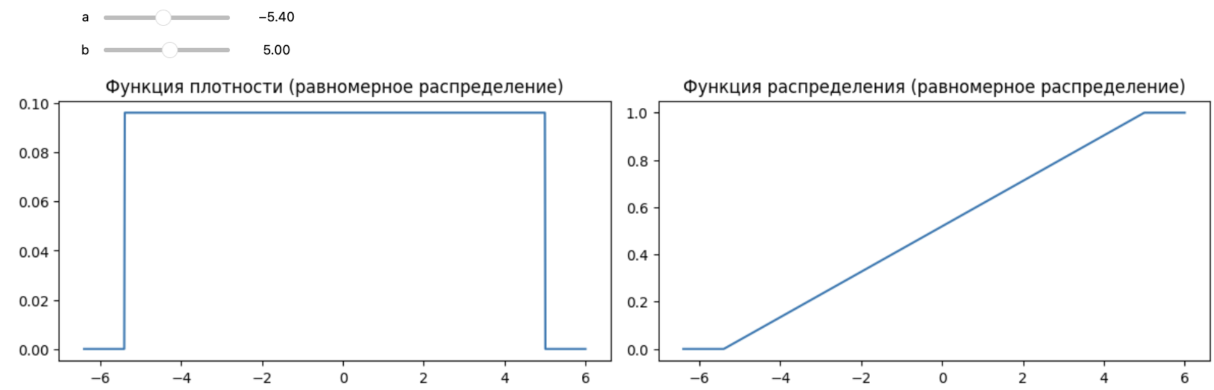

Рисунок 3.1 – Графики функций плотности $f(x)$ и распределения $F(x)$ для случайной величины $X \sim R(-5.4, 5)$.

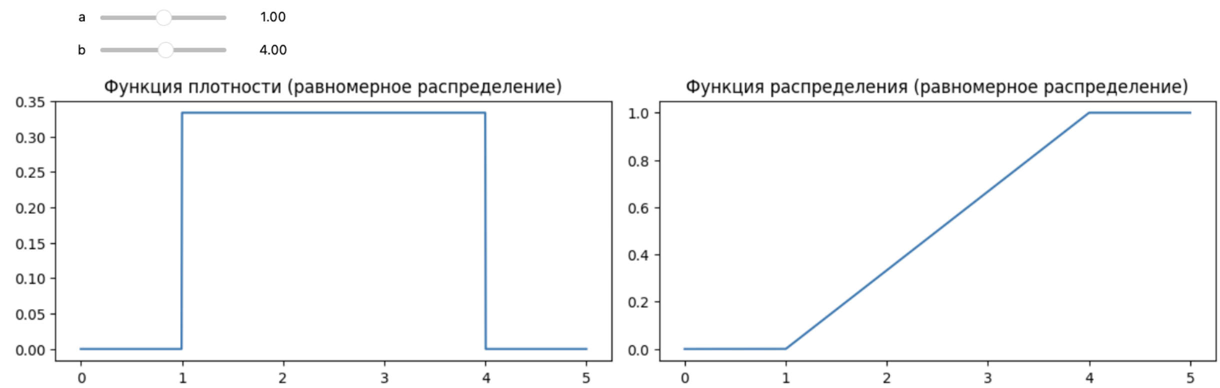

Рисунок 3.2 – Графики функций плотности $f(x)$ и распределения $F(x)$ для случайной величины $X \sim R(1, 4)$.

3.2 Распределение Пуассона

На рисунках 3.3 и 3.4 приведены результаты построения графиков функции вероятности $P(x)$ и распределения $F(x)$ на отрезке $x \in [-10, 20]$ для случайных величин $X \sim \Pi(1)$, и $X \sim \Pi(5)$, соответственно.

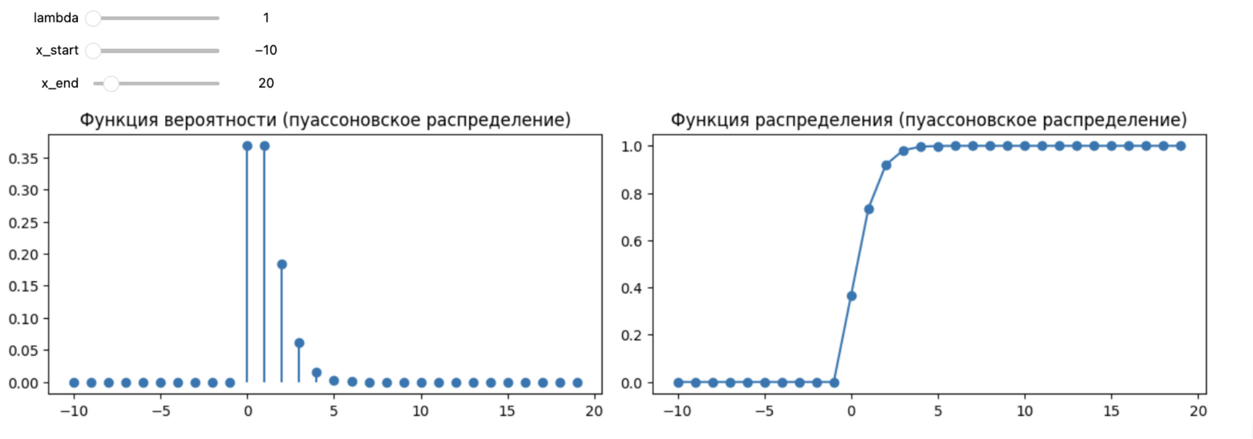

Рисунок 3.3 – Графики функций вероятности $P(x)$ и распределения $F(x)$ для случайной величины $X \sim \Pi(1)$.

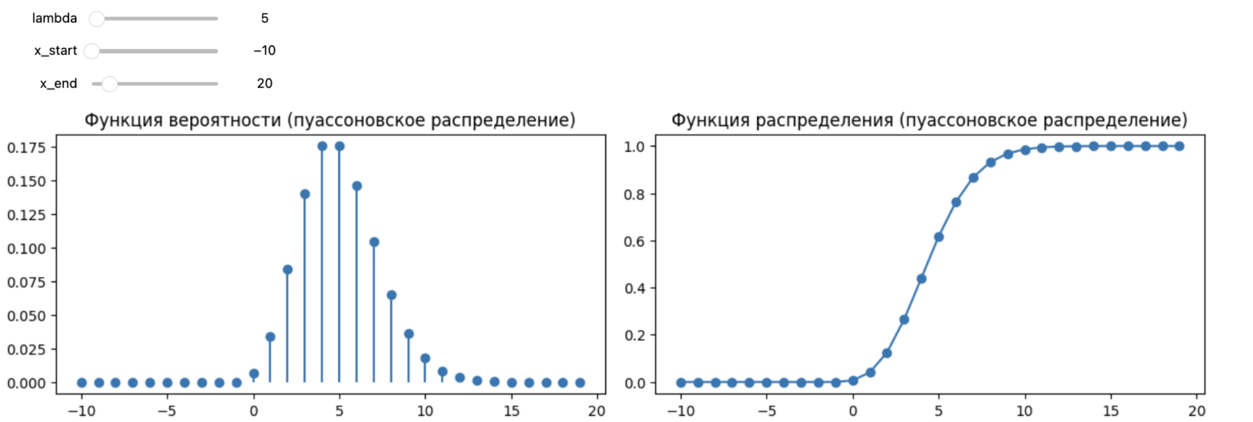

Рисунок 3.4 – Графики функций вероятности $P(x)$ и распределения $F(x)$ для случайной величины $X \sim \Pi(5)$.