



Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông
Khoa Công nghệ thông tin 1

Nhập môn trí tuệ nhân tạo

Suy diễn xác suất



- <http://www.ptit.edu.vn>



Vấn đề suy diễn trong điều kiện không rõ ràng (1/2)

► Logic

- Cho phép biểu diễn tri thức và suy diễn
- Đòi hỏi tri thức rõ ràng, đầy đủ, chắc chắn, không mâu thuẫn

► Thế giới thực

- Luôn có yếu tố không rõ ràng, thiếu thông tin, có mâu thuẫn



Vấn đề suy diễn trong điều kiện không rõ ràng (2/2)

- ▶ Các yếu tố ảnh hưởng tới tính rõ ràng, chắc chắn của tri thức, thông tin
 - Thông tin có chứa đựng yếu tố ngẫu nhiên
 - Khi chơi bài, tung đồng xu
 - Lý thuyết không rõ ràng
 - Ví dụ không biết hết cơ chế gây bệnh
 - Thiếu thông tin thực tế
 - Không đủ thông tin xét nghiệm của bệnh nhân
 - Các yếu tố liên quan tới bài toán quá lớn, quá phức tạp
 - Không thể biểu diễn được mọi yếu tố
 - Sai số khi lấy thông tin từ môi trường
 - Các thiết bị đo có sai số

Các cách tiếp cận

- ▶ Logic đa trị
 - Cho phép sử dụng nhiều giá trị hơn, ngoài “đúng” và “sai”
- ▶ Logic mờ
 - Biểu thức có thể nhận giá trị “đúng” với một giá trị trong khoảng $[0,1]$
- ▶ Lý thuyết khả năng
 - Các sự kiện hay công thức được gán một số thể hiện khả năng xảy ra sự kiện đó
- ▶ Suy diễn xác suất
 - Kết quả suy diễn trả về xác suất một sự kiện hay công thức nào đó là đúng

Nội dung

- ❑ Vấn đề suy diễn trong điều kiện không rõ ràng
- ❑ Nguyên tắc suy diễn xác suất
- ❑ Một số khái niệm về xác suất

Nguyên tắc suy diễn xác suất (1/2)

- ▶ Thay vì suy diễn về tính “**đúng**” hoặc “**sai**” của mệnh đề (2 giá trị), suy diễn về “**niềm tin**” mệnh đề đó đúng hay sai (vô số giá trị)
 - Gán cho mỗi mệnh đề một số đo giá trị niềm tin
 - Biểu diễn mức đo niềm tin như giá trị xác suất, sử dụng lý thuyết xác suất để làm việc với giá trị này
 - Với mệnh đề A
 - Gán xác suất $P(A)$: $0 \leq P(A) \leq 1$;
 - $P(A) = 1$ nếu A đúng, $P(A) = 0$ nếu A sai
 - Ví dụ:
 - $P(\text{Cảm} = \text{true}) = 0.6$: người bệnh bị cảm với xác suất 60%, “Cảm” là biến ngẫu nhiên có thể nhận 1 trong 2 giá trị $\{\text{True}, \text{False}\}$
 - $P(\text{trời} = \text{nắng} \wedge \text{gió} = \text{mạnh}) = 0.8$: ta tin rằng trời nắng và gió mạnh với xác suất 80%, trời là biến ngẫu nhiên nhận các giá trị $\{\text{nắng}, \text{mưa}, \text{u ám}\}$, gió là biến ngẫu nhiên nhận giá trị $\{\text{mạnh}, \text{yếu}, \text{trung bình}\}$

Nguyên tắc suy diễn xác suất (2/2)

- ▶ **Bản chất của xác suất sử dụng trong suy diễn**
 - Bản chất thống kê: dựa trên thực nghiệm và quan sát
 - Không phải khi nào cũng xác định được
 - Xác suất dựa trên chủ quan: mức độ tin tưởng, niềm tin là sự kiện đó đúng hoặc sai của chúng chuyên gia, người dùng
 - Được sử dụng khi suy diễn xác suất
- ▶ **Thu thập thông tin**
 - Xác định các tham số liên quan tới bài toán: ví dụ "màu", "đẹp"
 - Mỗi tham số là một biến ngẫu nhiên
 - Mỗi biến ngẫu nhiên có thể nhận một số giá trị rời rạc trong miền giá trị của biến đó
 - Có thể là $\{True, False\}$ hoặc nhiều giá trị hơn: $\{đỏ, xanh, vàng\}$
 - VD: $P(màu = đỏ) = 0.09$; $P(\neg đẹp) = 0.2$
- Việc suy diễn xác suất sẽ quy về việc tính xác suất cho một hoặc một số các biến nhận giá trị nào đó



- <http://www.ptit.edu.vn>

Các tiên đề xác suất và một số tính chất cơ bản

Các tiên đề xác suất

1. $0 \leq P(A = a) \leq 1$ với mọi a thuộc miền giá trị của A
2. $P(\text{True}) = 1, P(\text{False}) = 0$
3. $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$

Một số tính chất

1. $P(\neg A) = 1 - P(A)$
2. $P(A) = P(A \wedge B) + P(A \wedge \neg B)$
3. $\sum_a P(A = a) = 1$: tổng lấy theo các giá trị a thuộc miền giá trị của A

Xác suất đồng thời (1/2)

- ▶ Có dạng $P(V_1 = v_1, V_2 = v_2, \dots, V_n = v_n)$
- ▶ Phân bố xác suất đồng thời đầy đủ: bao gồm xác suất cho tất cả các tổ hợp giá trị của tất cả biến ngẫu nhiên
- ▶ Ví dụ: cho 3 biến Bool: Chim, Non, Bay

Chim (C)	Non (N)	Bay (B)	P
T	T	T	0.0
T	T	F	0.2
T	F	T	0.04
T	F	F	0.01
F	T	T	0.01
F	T	F	0.01
F	F	T	0.23
F	F	F	0.5

Xác suất đồng thời (2/2)

- ▶ Nếu có tất cả xác suất đồng thời, ta có thể tính xác suất cho mọi mệnh đề liên quan tới bài toán đang xét

$$P(E) = \sum_{\text{các dòng chứa } E} P(\text{các dòng})$$

- ▶ Ví dụ:

- $P(\text{Chim} = T) = P(C) = 0.0 + 0.2 + 0.04 + 0.01 = 0.25$
- $P(\text{Chim} = T, \text{Bay} = F) = P(C, \neg B) = P(C, N, \neg B) + P(C, \neg N, \neg B) = 0.2 + 0.01 = 0.21$

Xác suất điều kiện (1/2)

- ▶ **Đóng vai trò quan trọng trong suy diễn**
 - Từ bảng chứng suy ra xác suất của kết quả
 - Ví dụ:
 - $P(A|B) = 1$ tương đương $B \Rightarrow A$ trong logic
 - $P(A|B) = 0.9$ tương đương $B \Rightarrow A$ với xác suất hay độ chắc chắn là 90%
 - Với nhiều bằng chứng (quan sát) E_1, \dots, E_n có thể tính $P(Q|E_1, \dots, E_n)$ tương đương: niềm tin Q đúng là bao nhiêu nếu biết E_1, \dots, E_n và không biết gì thêm
- ▶ **Định nghĩa xác suất điều kiện**
 - $$P(A|B) = \frac{P(A \wedge B)}{P(B)} = \frac{P(A, B)}{P(B)}$$
 - Ví dụ: tính
 - $P(\neg \text{Chim} | \text{Bay})$

Xác suất điều kiện (2/2)

► Các tính chất của xác suất điều kiện

- $P(A, B) = P(A|B)P(B)$
- Quy tắc chuỗi: $P(A, B, C, D) = P(A|B, C, D) P(B|C, D) P(C|D) P(D)$
- Quy tắc chuỗi có điều kiện: $P(A, B|C) = P(A|B, C) P(B|C)$
- Quy tắc Bayes: $P(A|B) = \frac{P(A) P(B|A)}{P(B)}$
- Bayes có điều kiện: $P(A|B, C) = \frac{P(B, C|A) \cdot P(A)}{P(B, C)}$
- $P(A) = \sum_b \{P(A|B = b) P(B = b)\}$, tổng lấy theo tất cả giá trị b của B
- $P(\neg B|A) = 1 - P(B|A)$

Kết hợp nhiều bằng chứng

▶ Ví dụ:

- Tính $P(\neg \text{Chim} \mid \text{Bay}, \neg \text{Non}) = \frac{P(\neg \text{Chim}, \text{Bay}, \neg \text{Non})}{P(\text{Bay}, \neg \text{Non})}$

▶ Trường hợp tổng quát: cho bảng xác suất đồng thời, có thể tính

- $P(V_1 = v_1, \dots, V_k = v_k \mid V_{k+1} = v_{k+1}, \dots, V_n = v_n)$
- Tổng các dòng có $V_1 = v_1, \dots, V_n = v_n$ chia cho tổng các dòng có $V_{k+1} = v_{k+1}, \dots, V_n = v_n$

Tính độc lập của xác suất

- ▶ A độc lập với B nếu $P(A|B) = P(A)$
 - Ý nghĩa: biết giá trị của B không thêm thông tin về A
 - Từ đây có thể suy ra $P(A, B) = P(A)P(B)$

- ▶ A độc lập có điều kiện với B khi biết C nếu
 - $P(A|B, C) = P(A|C)$ hoặc $P(B|A, C) = P(B|C)$
 - Ý nghĩa: nếu đã biết giá trị của C thì việc biết giá trị của B không cho ta thêm thông tin về A
 - Suy ra $P(A, B|C) = P(A|C)P(B|C)$



Tính độc lập của xác suất

Ví dụ:

A = Thi đỗ Đại học

B = Điểm Toán 9

C = Điểm Lý 0

a) Hãy so sánh $P(A|B)$ và $P(A)$

b) Giả sử C đã xảy ra, hãy so sánh $P(A|B,C)$ và $P(A|C)$





Tính độc lập của xác suất

Khi A và B là độc lập:

$$P(A, B) = P(A).P(B)$$

$$P(A, -B) = P(A).(1 - P(B))$$

$$P(-A, B) = (1 - P(A)).P(B)$$

$$P(-A, -B) = (1 - P(A)).(1 - P(B))$$



Sử dụng quy tắc Bayes

- ▶ Quy tắc Bayes đóng vai trò quan trọng trong suy diễn
- ▶ Để suy diễn cần biết $P(A|B)$ nhưng thường $P(B|A)$ dễ tính hơn
 - Ví dụ: xác suất bị cúm khi đau đầu và xác suất đau đầu khi bị cúm

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

Ví dụ (1/2)

- ▶ Một người có kết quả xét nghiệm dương tính với bệnh B
- ▶ Thiết bị xét nghiệm không chính xác hoàn toàn
 - Thiết bị cho kết quả dương tính đối với 98% người có bệnh
 - Thiết bị cho kết quả dương tính đối với 3% người không có bệnh
- ▶ 0.8% dân số mắc bệnh này
- ▶ Hỏi: Người này có bị bệnh không?

Ví dụ (2/2)

- ▶ Kí hiệu sự kiện có bệnh là B , sự kiện xét nghiệm dương tính là A
- ▶ Theo dữ kiện bài toán ta có
 - $P(B) = 0.008, P(\neg B) = 1 - 0.008 = 0.992$
 - $P(A|B) = 0.98, P(\neg A|B) = 1 - 0.98 = 0.02$
 - $P(A|\neg B) = 0.03, P(\neg A|\neg B) = 1 - 0.03 = 0.97$
- ▶ Cần so sánh các xác suất $P(B|A)$ và $P(\neg B|A)$
- ▶ Sử dụng quy tắc Bayes
 - $P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{0.98 \cdot 0.008}{P(A)} = \frac{0.00784}{P(A)}$
 - $P(\neg B|A) = \frac{P(A|\neg B)P(\neg B)}{P(A)} = \frac{0.03 \cdot 0.992}{P(A)} = \frac{0.02976}{P(A)}$
- ▶ $P(\neg B|A) > P(B|A)$, không bị bệnh

Chuẩn tắc hóa

- ▶ Để so sánh $P(B|A)$ và $P(\neg B|A)$ ta không cần tính cụ thể hai giá trị xác suất này, thay vào đó ta tính $\frac{P(B|A)}{P(\neg B|A)}$
 - Hai biểu thức có chung mẫu số $P(A)$
 - Kết luận có bệnh hay không phụ thuộc vào giá trị $\frac{P(B|A)}{P(\neg B|A)}$ lớn hơn hay nhỏ hơn 1

- ▶ Khi cần tính cụ thể xác suất này ta làm như sau

$$P(B|A) + P(\neg B|A) = 1 \text{ nên } \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} + \frac{P(A|\neg B)P(\neg B)}{P(A)} = 1$$

$$\text{Do đó } P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\neg B)P(\neg B) = 0.00784 + 0.02976 = 0.0376$$

$$\text{Từ đó } P(\neg B|A) = 0.79; P(B|A) = 0.21$$

Kết hợp quy tắc Bayes và tính độc lập xác suất

- ▶ Cần tính $P(A|B, C)$, biết B và C độc lập xác suất khi biết A
 - Theo quy tắc Bayes $P(A|B, C) = \frac{P(B, C|A) * P(A)}{P(B, C)}$
 - Theo tính độc lập xác suất $P(B, C|A) = P(B|A) * P(C|A)$
 - Do đó $P(A|B, C) = \frac{P(B|A) * P(C|A) * P(A)}{P(B, C)}$
- ▶ Ví dụ:
 - Cho 3 biến nhị phân: gan BG , vàng da VD , thiếu máu TM
 - Giả sử VD độc lập với TM
 - Biết $P(BG) = 10^{-7}$
 - Có người khám bị VD
 - Biết $P(VD) = 2^{-10}$ và $P(VD|BG) = 2^{-3}$
 - a) Xác suất người khám bị bệnh là bao nhiêu?
 - b) Cho biết thêm người đó bị thiếu máu và $P(TM) = 2^{-6}$, $P(TM|BG) = 2^{-1}$. Hãy tính xác suất người khám bị bệnh BG .