$$\operatorname{Hom}_{\mathcal{D}}(FX,Y) \xrightarrow{F^{-1}} \operatorname{Hom}(F^{-1}FX,F^{-1}Y)$$
 
$$\downarrow -\circ \nu_X^{-1}$$
 
$$\operatorname{Hom}(X,F^{-1}Y)$$