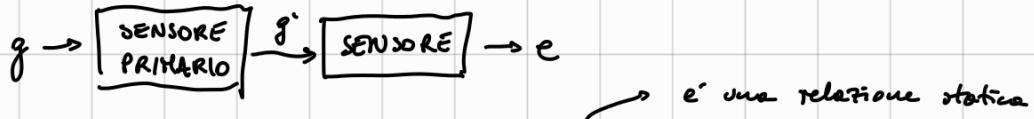


# SENSORI

Un sensore è un dispositivo capace di tradurre una grandezza (generalmente nel dominio non elettrico) in una grandezza nel dominio elettrico.

$$g \rightarrow \boxed{\text{SENSORE}} \rightarrow e, \quad e = I, V, R, C, L, \dots$$

Tuttavia può anche essere utilizzato un sensore primario che trasforma la grandezza da misurare in un'altra grandezza più conveniente da misurare.



teoria:  $e = f(g)$

realtà:  $e = f(g, s_1, s_2, \dots, s_n)$

INFLUENCE QUANTITY (DISTURBI)

per ridurli si fa uso sulle di  
design del sensore e/o del  
front end ( $\Rightarrow$  feedback, strutture differenziali, filtraggio, compensazione ...)

aggiunte nel circuito di elementi con  
reattività opposta rispetto all'influence quantity

Un step del sensore ci ritroviamo poi circondati per la sua lettura

- front end electronics
- read out electronics
- conditioning electronics

$$\curvearrowleft e = f(g)$$

SENSITIVITÀ :=  $\alpha(g) = df/dg \Rightarrow \frac{de}{df}$

SENSITIVITÀ RELATIVA :=  $\alpha_r = \frac{1}{e} \cdot df/dg$

RISOLUZIONE := minima variazione  $\Delta g$  capace di generare una variazione apprezzabile  
 $\Delta e$ . Apprezzabile nel senso che può essere riconosciuta dal rumore

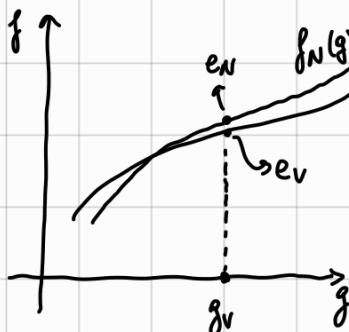
$$\Delta e > \Delta \text{noise}$$

REGIONE DI LAVORO := /full range measurement range / full scale

$[g_{\min}; g_{\max}] \rightarrow$  in questo range il senso non si danneggia

$\hookrightarrow$  leggermente + lungo della zona di lavoro

ACCURATEZZA :=



$f(g)$  è la vera relazione I/O  
del sensore

$\Rightarrow$  se  $g_V$  è il valore reale della grandezza misurata  $\Rightarrow e_V = f(g_V)$   
la grandezza misurata è  $e_V = f_N(g_V)$  → funzione nominale data dal costruttore

$$\text{err} = e_V - e_N, \quad \text{Acc} = \max_g |\text{err}| = \max_g |f(g) - f_N(g)|$$

Il concetto di **precisione** di un sezione si riferisce invece al grado di riproducibilità di una misurazione.

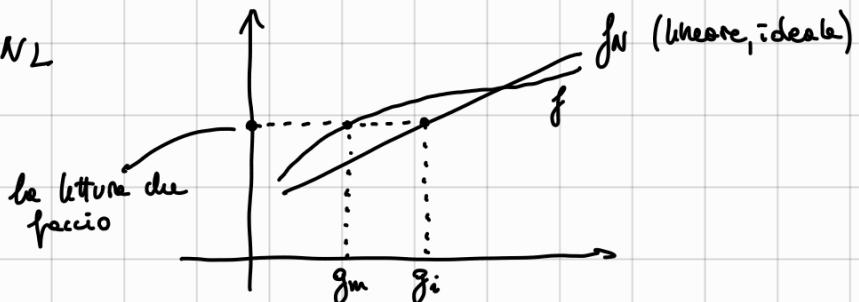
Per calibrare prendi  $g_1, g_2, \dots, g_N$  campioni standard  $\rightarrow$  interpolo  $f_N$

- Il sezione ideale è lineare  $\Rightarrow$  sensibilità costante



In realtà non lo sono  $\Rightarrow$  viene introdotto un errore legato alla nonlinearità

$$\frac{|g_i - g_m|_{\max}}{g_{\max}} = N_L$$



Linearizzazione (end-point linear approx)

$\hookrightarrow$  su range ridotti della regione di lavoro

$$e \approx e_0 + \frac{df}{dg} \Big|_{g_0} (g - g_0) = b_0 \cdot g + K$$

$\downarrow$   
sensibilità

Tutto questo è ovviamente ideale

altra caratteristica ideale di sezioni è due sinus infinitamente veloci  $\Rightarrow$  no delay

I sezioni possono essere descritti da ODE

$$e(t) + a_1 e'(t) + a_2 e''(t) + \dots = b_0 g(t) + b_1 g'(t) + \dots$$



$$E(s) + a_1 (sE(s) - e(0^-)) + a_2 (s^2 E(s) - s e(0^-) - e'(0^-)) + \dots = b_0 G(s) + b_1 (sG(s) - g(0^-))$$

$$\Rightarrow E(s) \cdot \underbrace{(1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots)}_{A(s)} - (a_1 e(0^-) + a_2 s e(0^-) + a_3 s^2 e(0^-) + \dots) = G(s) \cdot \underbrace{(b_0 + b_1 s + \dots)}_{B(s)} + b_1 g(0^-) + \dots$$

stabile  $\leftarrow H(s)$  t.f.

tutto il resto  
portato a dx di =  
lo chiamiamo  $I(s)$

$$\Rightarrow E(s) = \underbrace{\frac{B(s)}{A(s)}}_{\text{risposta all'imposto}} \cdot G(s) + \underbrace{\frac{I(s)}{A(s)}}_{\text{risposta libera}}$$

imposto all'imposto

risposta libera  $\rightarrow$  va a zero perché un sezione instabile è la cosa meno severata e più ironica che abbia mai sentito

transitorio iniziale legato ai poli di  $H$   
steady state finale legato ai poli di  $G$

il transitorio è composto da componenti smorzate  $e_i(t) = A e^{-t/\tau_i}$ ,  $\tau_i = -1/p_i$

$\left. \begin{array}{l} \text{a occhio} \rightarrow \tau_i \approx 0 \text{ dopo } 5\tau_i \\ \text{quanto per poli reali} \end{array} \right\}$  costante di tempo

→ se i poli sono complessi coniugati allora

$$p_{1,2} = \alpha \pm \sqrt{b} = -\omega_0 \xi \pm \sqrt{1-\xi^2} \omega_0 \quad (\text{Forma di Bode})$$

pulsazione naturale  $\downarrow$   
eff. di smorzamento  $\downarrow$

$$\chi = \frac{-1}{R_f C_f} \Rightarrow \chi = \frac{1}{\omega_0 \xi} \Rightarrow 5\chi = \frac{5}{\xi \omega_0} =$$

$$\begin{aligned} 2\pi \omega_0 &= T_0 \\ \frac{5T_0}{2\pi \xi} &= \frac{5}{TC} \left( \frac{1}{2\xi} \right) T_0 \end{aligned}$$

Q, quality factor

adesso abbiamo sinusoidi smorzati

$$e_i = A_i e^{-\frac{\xi \omega t}{2}} \cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t + \varphi_i)$$

$$\frac{1}{2}\chi$$

Adesso vogliamo di mettere le condizioni iniziali  $\Rightarrow E(s) = H(s) \cdot G(s)$

- input costante  $\rightarrow g(t) = g_0 \quad \forall t > 0$

$$E(s) = H(s) \cdot \frac{g_0}{s}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = H(0) \cdot g_0 \rightarrow \text{steady state}$$

$$e(t) = e_T(t) + H(0) \cdot g_0$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}$  transitorio

$$\Rightarrow \text{all'equilibrio} \quad e = H(0) g_0 = g_0 \cdot \underbrace{\hspace{0.5cm}}_{\alpha} = g_0 \cdot g$$

DC Gain

$$- risposta in frequenza \rightarrow g(t) = g_0 \cdot \cos \omega_0 t \Leftrightarrow G(s) = g_0 \cdot \frac{s^2}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$\Rightarrow e(t) = e_T(t) + |H(\omega_0)| \cdot g_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \angle H(\omega_0))$$

$\downarrow$   
quando il transitorio si esaurisce otteniamo un'onda sinusoidale con la stessa frequenza, amplificata di  $|H(\omega_0)|$  e sfasata di  $\angle H(\omega_0)$

Sistemi del primo ordine (a fare minima  $\Rightarrow$  no zeri appare fatti in  $Re s < 0$ , tali sistemi introducono il minor sfasamento possibile)

$$e(t) + a_1 e'(t) = b_0 g(t)$$

$$\Rightarrow E(s) = \frac{b_0}{1+a_1 s} \cdot G(s) + \frac{a_1 e(0^-)}{1+a_1 s}$$

$$-\text{step input} \Rightarrow E(s) = \frac{b_0}{1+a_1 s} \cdot \frac{b_0}{s} + \frac{a_1 e(0^-)}{s+a_1 s}$$

$$\Rightarrow e(t) = b_0 \cdot G_0 \cdot (1 - e^{-t/a_1}) + e(0^-) \cdot e^{-t/a_1}$$

$$a_1 = \tau_1$$

↳ si esaurisce e dopo  
 $s \approx \tau_1 \Rightarrow e \approx 0$

consideriamo adesso  $e(0^-) = 0$ ,  $H(s) = \frac{b_0}{1+a_1 s}$

passo nel dominio di Fourier

$$H(w) = \frac{b_0}{1+jw\tau_1} = \frac{A_{DC}}{1+jw/w_T} \rightarrow w_T = \frac{1}{\tau_1} \Rightarrow \text{dato che } \tau_1 = -\frac{1}{P_i}$$

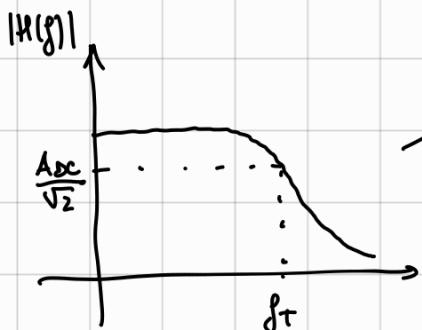
$$\Rightarrow w_T = \frac{1}{\tau_1}$$

con la frequenza  $H(jf) = \frac{b_0}{1+j2\pi f\tau_1} = \frac{A_{DC}}{1+j\frac{2\pi f}{w_T}} = \frac{A_{DC}}{1+j\frac{f}{f_T}}$

↳ cut off frequency  $\Rightarrow f_T = \frac{w_T}{2\pi}$   
0-3dB freq.

infatti  $|H(jf_T)| = \frac{A_{DC}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_T}{f_T}\right)^2}} = \frac{A_{DC}}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow 20 \log |H(jf_T)| = 20 \log A_{DC} - 3 \text{dB}$$



$$\begin{aligned} & f \ll f_T \Rightarrow |H(w)| \approx A_{DC}, \angle H(w) \approx 0 \\ & w \ll w_T \\ & \frac{2\pi f}{w_T} \end{aligned}$$

$$\text{se } g(t) = \sum_{i=1}^k G_i \cdot \cos \omega_i t$$

$$\Rightarrow e(t) = A_{DC} \cdot g(t)$$

idealmente il segnale amplifica il segnale a bassa

Condizioni di non distorsione:

$$|H(jw)| = \text{costante}$$

$$\text{fase lineare} \Leftrightarrow \angle H(jw) = -j\omega t$$

nei sistemi del primo ordine questo avviene se lo spettro del segnale sta entro  $f_{MAX} \ll f_T$

Rise time := tempo per passare dal 10% al 90% dello steady state

$$t_s = t_{90\%} - t_{10\%} = \frac{0.35}{f_T} \rightarrow \text{per i sistemi del I ordine}$$

i sistemi del I ordine sono completamente caratterizzati se si conoscono:

$A_{DC} \rightarrow$  sensitivity

$f_T, t_s, w_T, \zeta \rightarrow$  correlate alla risposta del sistema  $\rightarrow$  non distorsione  
velocità di ingranamento

Se un sistema ha  $K$  poli ma  $\exists p_i < p_j \wedge j \neq i$

$\Rightarrow p_i$  è il polo dominante  $\Rightarrow \tau_i = \frac{-1}{p_i} \gg \tau_j \wedge j \neq i$

$$\Rightarrow H(s) \sim \frac{A_{DC}}{1 + j \frac{\theta}{\tau_i}}$$

o se al numeratore ho uno zero  $\Rightarrow e(t) + a_1 e'(t) = b_1 \cdot g'(t)$  -- ignoro cond. in...

$$\Rightarrow E(s) = H(s) \cdot G(s) = \frac{b_1 s}{1 + a_1 s}$$

Step input  $\Rightarrow G(s) = \frac{b_0}{s} \Rightarrow E(s) = \frac{b_1 \cdot b_0}{1 + a_1 s} \Leftarrow e(t) = b_1 \cdot b_0 \cdot e^{-t/a_1}$

$\rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \rightarrow$  reietta la componente continua

Accoppiamento  $\rightarrow$  trasferimento di energia elettrica da un sistema all'altro

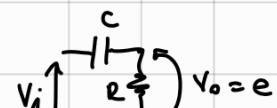
- $\rightarrow$  accoppiamento AC  $\rightarrow$  non pesa la continua (e.g. accoppiamento traente in condensatore in serie)
- $\rightarrow$  accoppiamento CC  $\rightarrow$  pesa anche la continua (e.g. accoppiamento traente in conduttore)

$$H(0) = 0 \Rightarrow \lim_{s \rightarrow \infty} H(s) \cdot \frac{b_0}{s} = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega b_1}{1 + j\omega a_1} = \frac{j\omega b_1}{1 + j\omega \tau} \rightarrow \omega_T = \omega_H = 1/\tau$$



pesa alto (esempio  $\rightarrow$  RC)



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega \tau}{1 + j\omega \tau}, \quad \tau = RC$$

## SISTEMI DEL II ORDINE

$$e(t) + a_1 e'(t) + a_2 e''(t) = b_0 g(t) + b_1 g'(t) \rightarrow b_1 = 0$$

$$E(s) = \frac{b_0}{1+a_1 s + a_2 s^2} \cdot G(s) + \frac{e(0^-) \cdot (a_1 + a_2 s) + e'(0^-) \cdot a_2}{1+a_1 s + a_2 s^2} \xrightarrow{\text{ICN}}$$

$$H(s) = \frac{b_0}{1+a_1 s + a_2 s^2} \stackrel{=} \frac{A_{DC}}{1+2\xi \frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

Bode form

$$Q = \frac{1}{2\xi} = Q \text{ (quality) factor} = \frac{\text{energia immagazzinata}}{\text{energia dissipativa}}$$

coefficiente di smorzamento:

$$\xi = \frac{a_2}{2\sqrt{a_2}}$$

pulsazione naturale:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{a_2}}$$

$$\rho_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot \omega_0$$

- se  $\xi > 1 \Rightarrow$  poli reali

$$\Rightarrow e(t) = e(0^-) \cdot e^{-\xi\omega_0 t} \cdot \left[ \cosh(\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \sinh(\omega_0 \cdot \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) \right]$$

$\downarrow$   
n'ipotesi alle condizioni iniziali

$$e(t) = b_0 g_0 \cdot \left\{ 1 - e^{-\xi\omega_0 t} \cdot [\dots] \right\}$$

$\rightarrow$  risposta al gradino (cond. iniz.  $\phi$ )

- se  $\xi < 1 \Rightarrow \rho_1, \rho_2 = -\xi\omega_0 \mp j\sqrt{1-\xi^2}\omega_0$

$$e(t) = e(0^-) \cdot e^{-\xi\omega_0 t} \cdot \left[ \cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \sin(\omega_0 \cdot \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) \right]$$

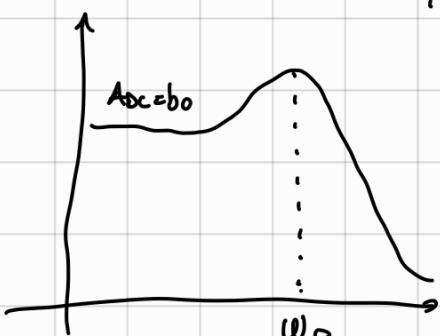
$$= e(0^-) \cdot e^{-\xi\omega_0 t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot \sqrt{1-\xi^2} t + \varphi)$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

Risposta al gradino:  $e(t) = g_0 b_0 \cdot \left[ 1 - e^{-\xi\omega_0 t} \cdot \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t + \varphi) \right]$

$$\tau_{eq} = \frac{1}{\xi\omega_0} = \frac{2Q}{\omega_0} = \frac{2Q}{2\pi f_0} = \frac{Q}{\pi} \cdot T_0$$

$$t_{transitorio} \approx 5\tau_{eq} = \frac{5}{\pi} QT_0 : \quad (W_N = \text{model frequency} = \omega_0 \cdot \sqrt{1-\xi^2})$$



Si definisce poi la pulsazione di risonanza:

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

qui si ha il picco della risposta

de  $\xi$  aumenta, il  $\omega_p$  batte prima

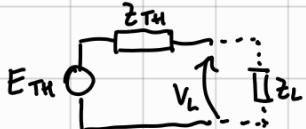
$\rightarrow$  se  $\xi^2 < \frac{1}{2} \Rightarrow$  risonanze altrimenti no

$$\xi^2 > \frac{1}{2} \Rightarrow \xi > \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow Q = \frac{1}{2\xi} < \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

SISTEMI LTI → linear lumped parameter model → or  $f < f_{\max} \Rightarrow \lambda \gg d$

dimensione  
frica del  
device

Thevenin equivalent



equivalente di un circuito con 2 terminali ottenuto con un generatore di tensione in serie e un'impedenza

Norton equivalent



→ equivalente circuitale  
usando un gen. di corr.  
in // ad un'impedenza

$$Z_N = Z_{TH} \Rightarrow I_N = \frac{E_{TH}}{Z_{TH}}, \quad E_{TH} = I_N \cdot Z_N$$

se  $Z_{TH}$  è piccolo uno Thevenin  
se  $Z_N$  è grande uno Norton

part. tens.

$$V_L = E_{TH} \cdot \frac{Z_L}{Z_{TH} + Z_L}$$

l

$$|Z_L| \gg |Z_{TH}|$$

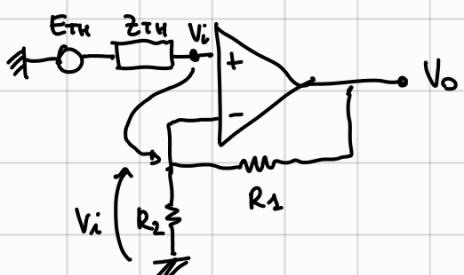
$$I_L = I_N \cdot \frac{Z_N}{Z_L + Z_N}$$

l

$$|Z_N| \gg |Z_L|$$

part. corr.

Ampli tensione (op. amp. in configurazione non invertente  $\Rightarrow$  entro del +)



OP. AMP.

$$V_+ = V_- + V_m \quad V_o = A \cdot V_{in}$$

caratteristiche ideali:  $A = \infty, R_{in} = \infty, R_{out} = 0$   
 $V_+ = V_-, I_{in} = 0$

$$V_i = E_{TH}$$

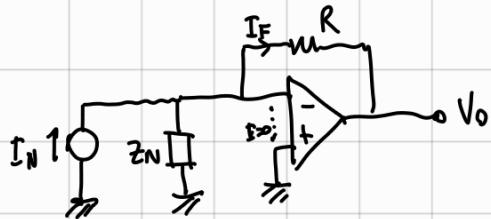
$$\text{partitore di tensione: } V_i = V_o \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_o = V_i \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} = V_i \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

$A$

$$V_o = E_{TH} \cdot \frac{A_0}{1 + \beta A_0}, \quad \beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}, \quad A_0 = \text{OPEN LOOP GAIN} = \frac{A_{oc}}{1 + j\omega/\omega_{tr}}$$

sistema single pole, DC coupled,  $Z_{IN}$  molto grande,  $Z_o \approx 0$

## Ampli corrente (invertente)



$$I_F = I_N \cdot \frac{Z_N}{R + Z_N}, \text{ vogliamo } Z_N \approx \infty \rightarrow I_F \approx I_N$$

$$\Rightarrow V_O = -I_F \cdot R = -R I_N$$

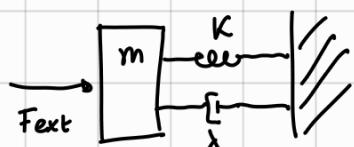
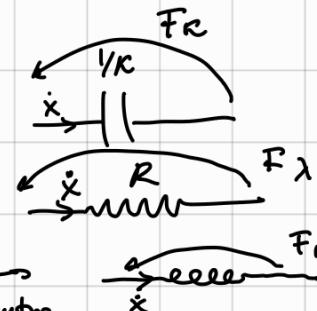
$$A_O = \frac{A_{DC}}{1 + j\omega/\omega_H}$$

## Lumped parameters

Molla:  $F_K = K \cdot x = \frac{K}{S} \cdot \ddot{x} \rightarrow$

Smortatore:  $F_\lambda = \lambda \cdot \dot{x}$

Inerzia:  $F_I = m \ddot{x} = m \cdot S \cdot \ddot{x}$



$$m \cdot \ddot{x}_G = F_{ext} - K(x_G - l) - \lambda \dot{x}_G$$

$$\Rightarrow F_{ext} = m \ddot{x}_G + K(x_G - l) + \lambda \dot{x}_G \quad \text{ponendo } x_G - l = x$$

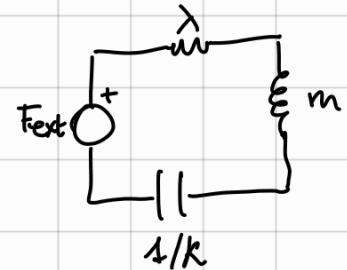
$$\Rightarrow F_{ext} = m \cdot S \cdot \ddot{x} + \lambda \dot{x} + \frac{K}{S} x$$

$$\Rightarrow \dot{x} = \dot{x}_G \\ \ddot{x} = \ddot{x}_G$$

Possiamo ottenere un equivalente circuituale

$$F_{ext} = \left( m \cdot S + \lambda + \frac{K}{S} \right) \cdot \ddot{x}$$

potenziale      indutt.      resist.      corrente      cond.



Termiche: conduzione  $\rightarrow$  trasferimento di calore all'interno di un corpo solido

convezione  $\rightarrow$  trasferimento di calore da un solido a un fluido

radiazione  $\rightarrow$  non lineare  $\Rightarrow$  facciamo finta non esista

convezione:  $\dot{Q} = h(T_1 - T_2)$ ,  $T_2 > T_1$ ,  $\dot{Q}$  è il flusso di calore / unità di superficie

$$\dot{Q} = h \cdot A (T_1 - T_2)$$

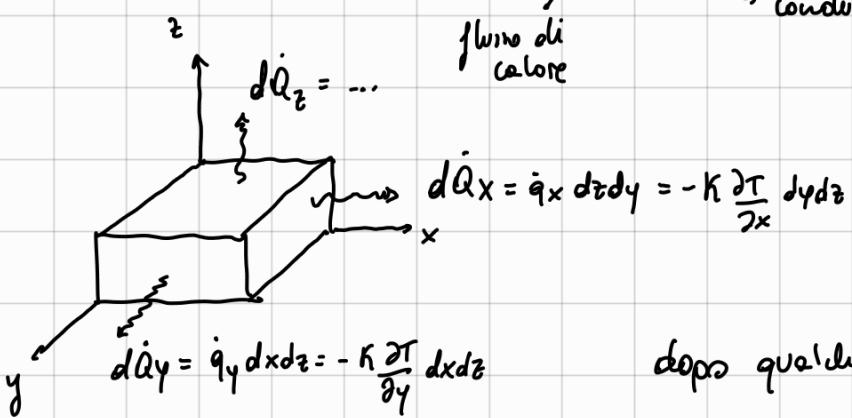
$\hookrightarrow$  conduttività termica,  $G_{TH}$   $\rightarrow R_{TH} = \frac{1}{G_{TH}}$  = resistenza termica

$$\Rightarrow \dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{TH}} \rightarrow \Delta V$$

$\Rightarrow$



conduzione legge di Fourier:  $\vec{q} = -K \cdot (\nabla T)$  gradiente della temperatura



$K$  conduttività termica

dopo qualche calcolo ma neanche troppo:

$$T_2 - T_1 = -\left(\frac{t}{KA}\right) \dot{Q}_x \rightarrow R_{TH}$$

$t \rightarrow$  spessore della dimensione considerata (qui stiamo facendo il caso 1D)

$A \rightarrow$  superficie  $\perp$  alle direzioni  $t$

$K$  e  $K$

Calore conservato in un corpo (inertie termica)

$$dq = c \cdot dT$$

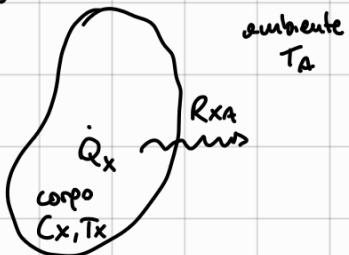
$\hookrightarrow$  calore specifico

$$\rightarrow \Delta Q = \underbrace{c \cdot V \cdot \Delta T}_{\text{capacità termica, } C_{TH}}$$

$$\Rightarrow \Delta Q = C_{TH} \cdot \Delta T$$

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = C_{TH} \cdot \frac{dT}{dt}$$

esempio



relazione differentiale

$$T \rightarrow \frac{1}{Q} \frac{dQ}{C_{TH}}$$

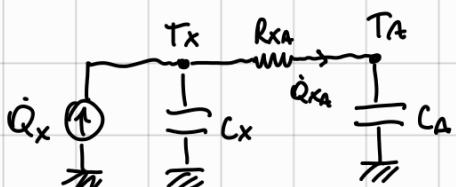
$$\dot{Q}_x = C_x \cdot \frac{dT_x}{dt} + \frac{T_x - T_A}{R_{XA}}$$

Convezione

$\downarrow$  il corpo viene scaldfato

$\downarrow$  parte del calore scaldato il corpo

$\rightarrow$  parte viene dissipata per convezione  $\Rightarrow$  scalda l'ambiente



$\rightarrow$  se  $C_A \gg C_x$  in pratica  $\hookrightarrow$  come se l'ambiente non ricevisse del calore ceduto dal corpo  $\Rightarrow$  posso sostituire la capacità  $C_A$  con un generatore di tensione

i.e. la temperatura dell'ambiente resta costante



$$\rightsquigarrow \dot{Q}_x = C_x \cdot \frac{dT_x}{dt} + \frac{T_x - T_A}{R_{XA}} =$$

$$= C_x \cdot s \cdot T_x - C_x \cdot T_x(0^-) + \frac{T_x - T_A}{R_{XA}}$$

$$\Rightarrow R_{XA} \cdot \dot{Q}_x = \underbrace{C_x R_{XA} s}_{\approx} \cdot T_x - \underbrace{C_x R_{XA} T_x(0^-)}_{\approx} + T_x - T_A$$

$$T_x (1 + \gamma_s) = R_{XA} \dot{Q}_x + T_A + \gamma T_x(0^-)$$

$$\Rightarrow T_x(s) = \frac{R_{XA}}{1 + \gamma s} \dot{Q}_x(s) + \frac{T_A(s)}{1 + \gamma s} + \frac{\gamma T_x(0^-)}{1 + \gamma s}$$

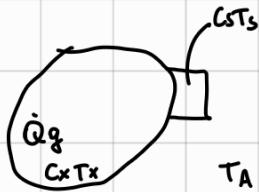
$$\begin{aligned} \uparrow \\ T_x(t) &= R_{XA} \cdot \dot{Q}_x \cdot (1 - e^{-t/\gamma}) + T_A \cdot (1 - e^{-t/\gamma}) + \underbrace{\gamma T_x(0^-) \cdot e^{-t/\gamma}}_{\text{L'ultimo termine va a zero con } \gamma} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} T_A(t) = T_A \cdot u(t) \Leftrightarrow T_A(s) = \frac{T_A}{s} \\ \dot{Q}_x(t) = Q_x \cdot u(t) \Leftrightarrow \dot{Q}_x(s) = \frac{Q_x}{s} \end{cases}$$

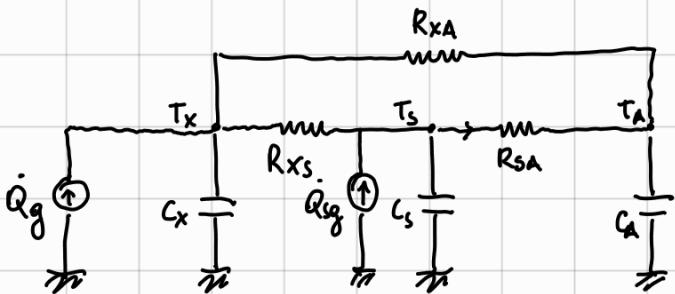
L'ultimo termine va a zero con  $\gamma$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T_x(t) = R_{XA} \cdot \dot{Q}_x + T_A$$

(esempio 2)



→ ha condizione  $X \rightarrow S$   
convezione  $X \rightarrow A, S \rightarrow A$



## TIPI DI SENSORI



Sensori passivi: **RESISTIVI**  $\rightarrow R = (\rho) \cdot \left(\frac{l}{S}\right)$  → geometria  $\rightarrow$  stress, tensione, posizione, orientazione  
 resistività  
 temperature, umidità, componenti chimiche,  $\vec{B}$ , tensione, luce

**CAPACITIVI**  $\rightarrow C = (\epsilon) \cdot \left(\frac{A}{d}\right)$  → geometria  $\rightarrow$  stenti di prima  
 costante dielettrica / permittività  
 umidità, temperatura, chimica

**INDUTTIVI**  $\rightarrow L = \left(\frac{n^2 \cdot A}{l}\right) \cdot \mu = \frac{n^2}{\sigma l}$  → permeabilità  $\rightarrow$  umidità...  
 geometria  $\rightarrow$  velocità, orientamento  
 resistività magnetica

Sensori attivi  $\rightarrow$  **GENERATORI DI TENSIONE** bassa Zin  $\rightarrow$  elettrochimici (composti chimici)  
 elettromagnetici (velocità)  
 termoelettrici (temperatura)  
**GENERATORI DI CORRENTE** alta Zin  $\rightarrow$  piezoelettrici (stress/tensione)  
 elettrochimici (..)  
 optoelettronica (luce)

MEMS  $\rightarrow$  micromechanical sensors  $\rightarrow$  basati su circuiti integrati (IC), consentono di integrare anche l'elettronica (front end + A/D + processing)

## SENSORI PRIMARI

• Pressione:  $p = g$

distinguiamo i casi in cui la misura sia:

- differenziale (misura  $p_1 - p_2$ )
- assoluta ( $p_1 = 0 \text{ Pa}$ )
- gauge pressure ( $p_1 = 1 \text{ atm}$ )

e i valori range:

- alta pressione  $\rightarrow > 100 \text{ atm}$
- p. atmosferica  $\rightarrow \approx 1 \text{ atm}$
- vuoto  $\rightarrow < 1 \text{ atm}$

$$1 \text{ atm} \rightarrow \text{Pa}$$

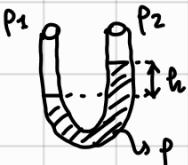
$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ Torr} = 133 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ PSI} = 6.89 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

① Colonna di liquido



$$A \cdot (p_1 - p_2) = A \cdot h \cdot \rho \cdot g$$

gravità

misurando

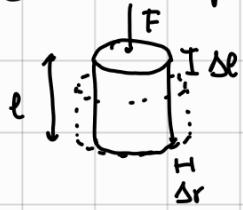
g = Δp

h =  $\frac{p_1 - p_2}{\rho g}$

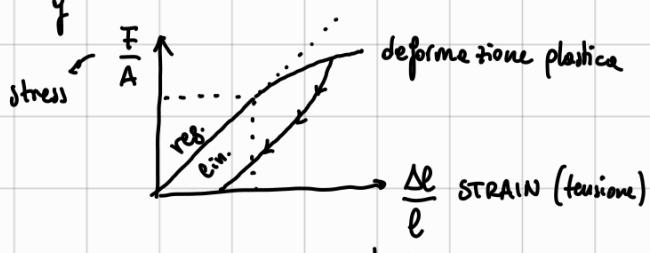
misura differenziale

questo è  
quello che più  
vado a misurare  
col sensore

## ② pistone deformabile



$$F = A p_1 \quad , \quad F = K(x - l) \\ \Delta x = g \cdot$$



se si deforma potrebbe rompersi o comunque modificare il suo comportamento

Modulo di Young :=  $E = \frac{F/A}{\Delta l/l} \xrightarrow{\text{stress}} \text{strain}$  → se il materiale è isotropo ⇒ non dipende dalla direzione della forza impressa

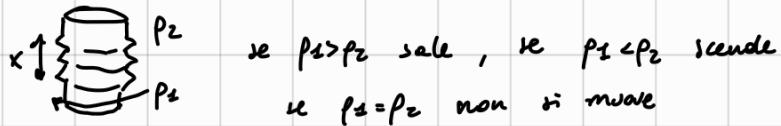
Modulo di Poisson :=  $\nu = -\frac{\Delta r/r}{\Delta l/l} = -\frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}}$

## ③ Tubi di Bourdon

→ metodo analogico, misurato con gli angoli



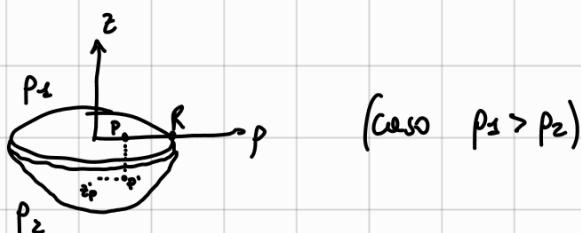
Capille, membrane, diaframmi



## ④ METS (con membrane)



capacità variabile



(caso  $p_1 > p_2$ )

$$z_p' - z_p = D_z(p) \rightarrow \text{deflessione}$$

$$D_z(p) = \Delta p \cdot \frac{3(1-\nu^2) \cdot R^2}{16 E t^3} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 = \alpha(p) \cdot \Delta p$$

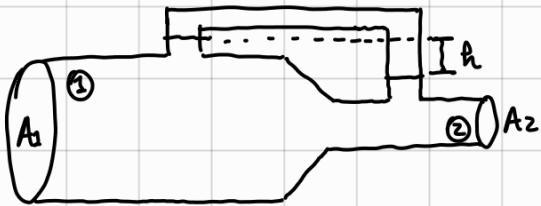
spessore della membrana

la deflessione modifica la superficie (mediamente)

$$\overline{D}_z = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} d\theta \rho \cdot D_z(\rho) = \frac{D_z(0)}{3}$$

• Portante  $\vec{g} = \vec{\Phi}$  (liquido incompressibile che si muove a velocità  $V/c < 0.3$ ) velocità del suono

### ① Orifici/aperture



$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \rightarrow \text{volume}$$

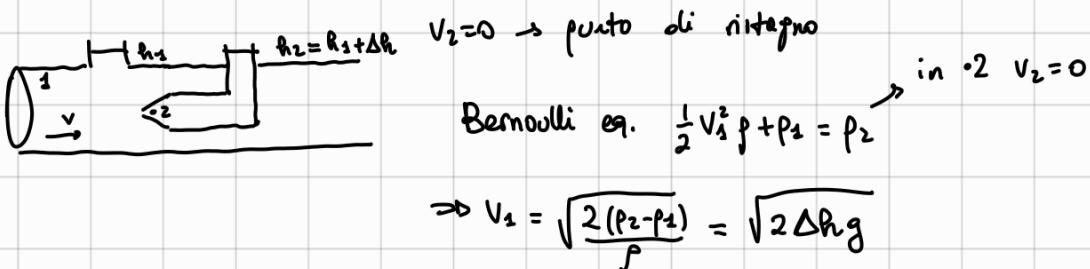
$$A_1 \cdot V_1 = A_2 V_2 \rightarrow \text{velocità} \Rightarrow V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2$$

Equazione di Bernoulli :  $\frac{1}{2} \rho V^2 + p + \rho g h = \text{costante}$

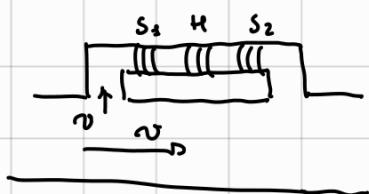
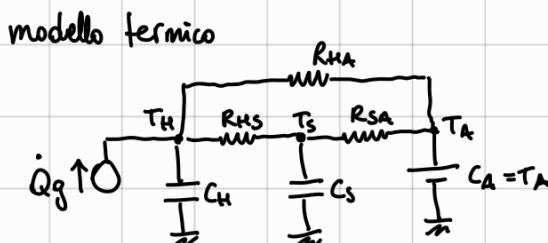
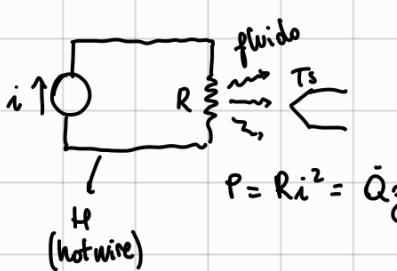
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho V_1^2 + p_1 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho V_2^2 + p_2 + \rho g h_2 \quad h_1 = h_2$$

$$\Rightarrow \rho \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \cdot V_2^2 + 2p_1 = \rho \cdot V_2^2 + 2p_2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho \left( 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)}} \quad g'$$

### ② Tubo di Pitot

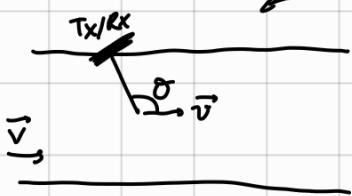


### ③ Anemometro



$S_1$  e' il sensore che misura la temperatura  $T_1$   
 $H$  scalda il fluido  
 $S_2$  e' il sensore che misura la temperatura  $T_2$

### ④ Ultranuoni $\rightarrow$ effetto doppler, misurazione del tempo di volo



$$Tx @ f_0, Rx @ f_0'$$

$$f_0' = f_0 \cdot \left( 1 - \frac{2v \cos \theta}{c} \right)$$

velocità del suono



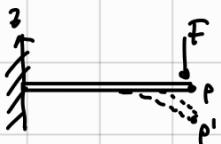
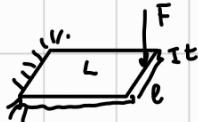
$$T_{\text{down}} = \frac{L}{c + v \cos \theta}, \quad T_{\text{up}} = \frac{L}{c - v \cos \theta}$$

$$\Rightarrow C = \frac{L}{2} \frac{T_u + T_d}{T_u \cdot T_d}, \quad V = \frac{L}{2} \cdot \frac{T_u - T_d}{T_u \cdot T_d}$$

## • Forze

$$\textcircled{1} \text{ Molla} \rightarrow F = -k(x - l)$$

## ② MEMS - cantilever

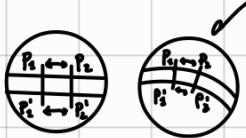


$$\text{Deflazione} \rightarrow \delta_2(x) = -z p^1$$

$$\Delta_2(x) = F \cdot \frac{L}{2EI} x^2 \left(1 - \frac{x}{3L}\right)$$

inertia,  $I = \frac{t^3 \cdot l}{12}$

Young modulus

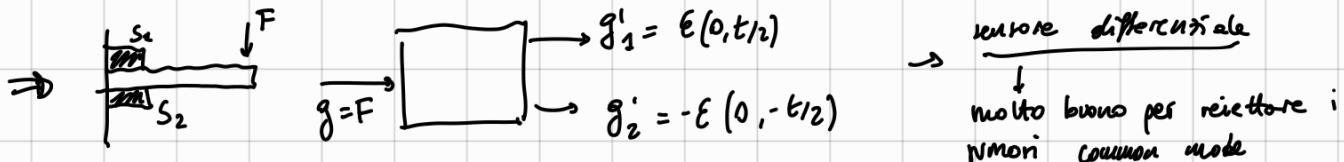


$$\text{Strain: } \epsilon_x(x, z) = \frac{\Delta x}{x} = -\epsilon_x(x - z)$$

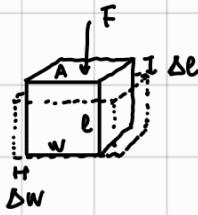
e' simmetrica nel senso che se p.e.p. all'inizio fa la faccia superiore compresa e quella inferiore elongata

$$\epsilon_x(x, \frac{t}{2}) = \frac{6(L-x)}{lt^2E} \cdot F = -\epsilon_x(x, -\frac{t}{2})$$

Lo strain puo' essere convertito in una grandezza elettrica tramite un sensore



## ③ Celle di capio



$$E = \frac{F/A}{\Delta e/l} = \frac{F/A}{E_e}$$

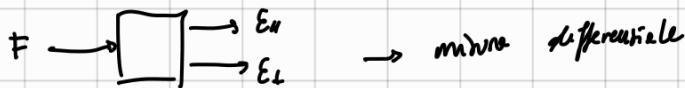
strain

stress

$E_e$

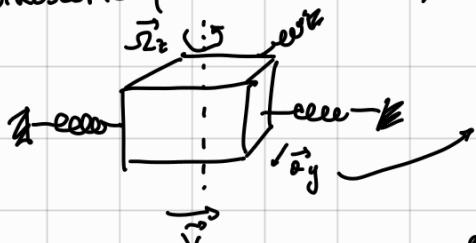
$E_{II}$

$$\Rightarrow E_H = \frac{F}{AE}, \quad E_L = \frac{\Delta w}{w} = -V \cdot \frac{E}{AE} = -V \cdot E_H$$



## • ROTAZIONE / ORIENTAZIONE

### ① Giroscopio (o struttura vibrante)



$$q = \vec{\omega}_z, \quad q' = \Delta y$$

Vede l'accelerazione di Coriolis

$$\vec{v}_x = \omega \cdot R \cos \omega t \rightarrow v_{cue} tenuto in oscillazione$$

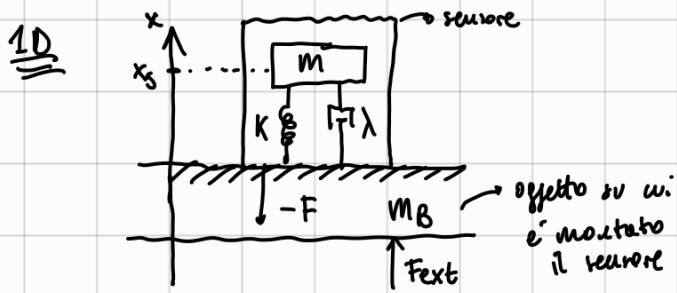
$x(t) = R \sin \omega t$

$$\vec{a}_c = a_y = -2 \vec{\omega}_z \times \vec{v}_x$$

$$\Rightarrow F = m \cdot a_c = \Delta y \cdot k_y \Rightarrow \Delta y = \frac{m}{k_y} \cdot a_c = \frac{-m \cdot 2\omega R \cos \omega t}{k_y} \cdot \vec{\omega}_z$$

sensibilità

## ② Accelerometro (molla-molla-ammortatore)



$$F_{ext} = M_B \cdot \ddot{x}_B \quad \text{senza il sensore}$$

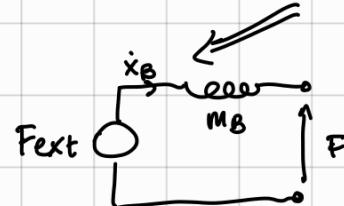
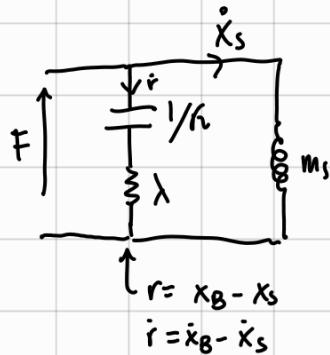
$$\Rightarrow \ddot{x}_B = a = \frac{F_{ext}}{M_B}, \quad g = a$$

Considerando anche il sensore

$$\begin{cases} M_B \ddot{x}_B = F_{ext} - F \\ m_s \cdot \ddot{x}_s = F = K \cdot r + \lambda \dot{r} \end{cases}$$

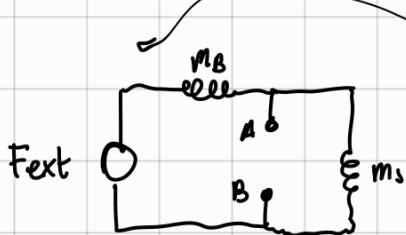
parallello

$$F = F_{ext} - m_s \ddot{x}_s$$



alla fine dei segni

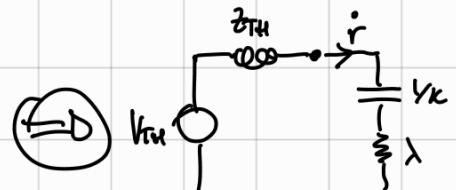
fecio l'eq. di Theremin  
a questi capi



$$\begin{aligned} & F_{ext} \quad \text{at point A} \\ & m_s \quad \text{at point B} \\ & M_B \quad \text{at point A} \\ & F_{ext} \quad \text{at point B} \end{aligned}$$

$$V_{TH} = F_{ext} \cdot \frac{m_s}{M_B + m_s}$$

$$\bar{z}_{TH} = \frac{M_B \cdot M_B}{M_B + m_s}$$



esendo  $m_s \ll M_B$

$$\Rightarrow V_{TH} \approx \frac{F_{ext} \cdot m_s}{M_B} \quad \bar{z}_{TH} \approx m_s$$

$$\ddot{x}_B \cdot m_s$$

$$\Rightarrow \ddot{r} = \frac{m_s \cdot a(s)}{m_s \cdot s + K + \lambda} \Rightarrow \frac{R(s)}{A(s)} = \frac{m_s}{m_s \cdot s + K + \lambda} =$$

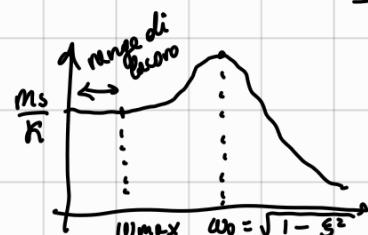
$$\text{bode form} = \frac{\frac{s}{K} \cdot m_s / K}{\frac{m_s}{K} \cdot s^2 + \frac{\lambda}{K} s + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{R(s)}{A(s)} = \frac{m_s / K}{\frac{m_s}{K} s^2 + \frac{\lambda}{K} s + 1}$$

$$\text{per la velocità} \rightarrow \frac{R(s)}{V(s)} = \frac{R(s)}{\frac{A(s)}{s}} = s \cdot \frac{m_s / K}{...}$$

$$\text{per la posizione} \rightarrow \frac{R(s)}{X(s)} = \frac{R(s)}{\frac{A(s)}{s^2}} = s^2 \cdot ...$$

$$\begin{aligned} A_D &= m_s / K \\ \omega_0 &= \sqrt{K/m_s} \\ \xi &= 2\lambda \sqrt{1/Km_s} \\ \Rightarrow Q &= \sqrt{Km_s} / \lambda \end{aligned}$$



# SENSORI

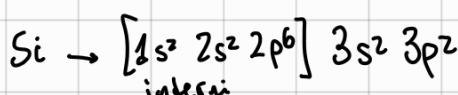
→ sfruttano materiali / geometria / accoppiamento elettromagnetico

microstrutture dei solidi:

- cristalli → ordinati, composti da un reticolo e celle due si ripetono (ANISOTROPI)
  - policristalli → composto da + cristalli simili (generalmente ISOTROPI)
  - materiali amorfi → no ordinamento spaziale (ISOTROPI)
  - vetri
  - polimeri → lunghe catene di molecole organiche (monomeri)
- ↳ dipendono dai monomeri e dai legami tra questi

legami:

- covalente → condivisione di elettroni del guscio esterno
- ionico → uno dona l'altro accetta elettroni
- metallico → tutti gli elettroni esterni sono condivisi dagli atomi del solido
- Van der Waals → legame debole (no nei solidi)



@OK: BANDA DI VALENZA: livello energetico occupato + alto

BANDA DI CONDUZIONE: + basso fra i livelli energetici liberi

BANDA PROIBITA: spazio tra le bande di valenza e conduzione, non contiene nessun livello energetico consentito

metalli → banda parzialmente riempita o bande parzialmente in sovrapposizione

semitonduttori → banda proibita piccola ( $E_g < 4\text{ eV}$ )

dolenti → bande proibite molto ampie

Fermi - Dirac distrib. :  $f_e(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{kT}}}$  →  $P(e \in E)$  occupi il livello energetico  $E$

probabilità che un elettrone

costante di Boltzmann

Energia di Fermi

temperatura

In un solido elaboriamo:

$n_i = \int_{-\infty}^{+\infty} N_c(E) \cdot f_e(E) dE \stackrel{\text{distr. di Fermi-Dirac}}{\approx} \int_{E_C}^{+\infty} N_c(E) \cdot e^{-\frac{E-E_F}{kT}} dE = N_c \cdot e^{-\frac{E_C-E_F}{kT}}$  → massa effettiva elettrone

decurte di elettroni liberi nella banda di conduzione

decurte di livelli energetici (stati) sopra la banda di conduzione

decurte effettive di stati nella BDC =  $\frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2m_e^* \cdot kT}{\pi \ell^2} \right)^{3/2}$  → massa effettiva elettrone

$N_v(E) \cdot (1-f_e(E)) dE \approx \int_{-\infty}^{E_V} N_v(E) \cdot e^{-\frac{E_F-E}{kT}} dE = N_v \cdot e^{-\frac{E_F-E_V}{kT}}$  → massa effettiva lacuna

Un semiconduttore intrinseco non ha impurità  $\Rightarrow$  lacune e elettroni liberi si sono formati

$$\text{e coppie} \Rightarrow n_i = p_i \quad \checkmark \quad N_V \cdot e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$$

$$N_C \cdot e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}}$$

$$\Rightarrow \frac{N_C}{N_V} = \frac{e^{-(E_F - E_V)/kT}}{e^{-(E_C - E_F)/kT}} = e^{-(E_F - E_V - E_C + E_F)/kT} = e^{-(2E_F - E_V - E_C)/kT}$$

$$\Rightarrow kT \cdot \ln\left(\frac{N_C}{N_V}\right) = E_V + E_C - 2E_F \Rightarrow E_F = \frac{E_V + E_C}{2} - \frac{1}{2} kT \cdot \ln\left(\frac{N_C}{N_V}\right)$$

dipende da  $\frac{m_e^*}{m_h^*}$

$\Rightarrow$  se  $m_e^* \approx m_h^*$   $\Rightarrow E_F \approx E_i$  = valore medio fra  $E_C$  ed  $E_V$

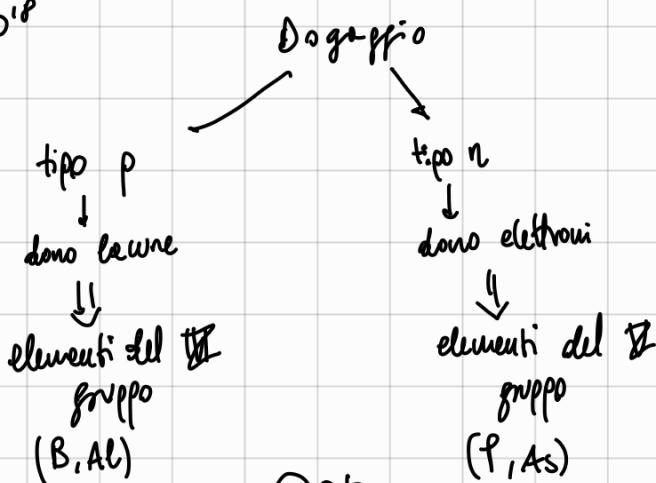
$$\text{molte} \quad n_i p_i = n_i^2 = N_C N_V \cdot e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} \cdot e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}} = N_C N_V \cdot e^{-\frac{E_C - E_F + E_F - E_V}{kT}} =$$

$$= N_C N_V \cdot e^{-\frac{E_C - E_V}{kT}}$$

$$\Rightarrow n_i = \sqrt{N_C N_V \cdot e^{-\frac{E_C - E_V}{2kT}}} \xrightarrow{\text{E}_g}$$

Dopaggio  $\rightarrow$  aggiunta di elementi esterni per modificare le caratteristiche elettroniche (come fondamentalmente nell' aggiungere cariche libere o lacune)

$\hookrightarrow \approx 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , mentre la densità di atomi di silicio nel reticolato è  $\approx 10^{22} \text{ cm}^{-3}$



↳ banda dei donatori / banda degli accettori / banda extrinseca

@ 300K  $\rightarrow$  gli elettroni nella ED passano in banda di conduzione

gli elettroni delle PV restano in EA  
possiamo simmetricamente pensare come lecune che passano da EA alla banda di conduzione

$\hookrightarrow$  i portatori sono gli elettroni

$\hookrightarrow$  i portatori sono le lecune

$$\text{equilibrio : } p + N_D^+ = n + N_A^-$$

$\downarrow$

$\hookrightarrow$  densità di elettroni  
densità di donatori

consideriamo il caso di dopaggio n (donatori)

$\Rightarrow$  aggiunge elettroni nella banda di valenza (nella acceptor band)

$$\Rightarrow N_V(E) = N_V(E) + N_D \cdot f(E - E_D) \quad \text{densità degli stati}$$

$$\Rightarrow n_c = N_c \cdot e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} \rightarrow \text{lo stesso di prima perché non ha cambiato il numero di elettroni in banda di conduzione}$$

$$n_V = \int_{-\infty}^{E_V} N_V(E) \cdot (1 - f_e(E)) dE = \dots = \underbrace{N_V \cdot e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}}_{\text{quello di prima}} + \underbrace{N_D^+}_{\text{quelli aggiuntivi}}$$

$$\hookrightarrow N_D^+ = \frac{N_D}{1 + g_D \cdot e^{\frac{E_F - E_D}{kT}}} \quad \text{densità di donatori}$$

$$\text{densità effettiva di donatori} \quad \hookrightarrow \text{adesso il gap è tra } E_F \text{ ed } E_D$$

$$\hookrightarrow N_D \cdot e^{-\frac{E_F - E_D}{kT}}$$

legge di azione di massima :

$$n \cdot p = n_i \cdot p_i = n_i^2 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{n_i^2}{P}$$

$$= N_c N_V \cdot e^{-\frac{E_F - E_D}{kT}}$$

$$@ \approx 0K \rightarrow n \approx N_D^+ \approx N_D \cdot e^{-\frac{E_F - E_D}{kT}}$$

@ intermediate temp.  $\rightarrow n \approx N_D$   $\rightarrow$  extrinsic region  $\rightarrow$  il semicond. si comporta come un mettello

@ high temp.  $\rightarrow n \approx p$   $\rightarrow$  intrinsic region  $\rightarrow$  si comporta come il semiconduttore intrinseco

$\int$   
tutti gli elettroni sono  
in banda di conduzione (+ di quelli legati ai donatori)

$$\hookrightarrow n \approx N_V \cdot e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$$

- difetti di superficie  $\rightarrow$  corrispondono a livelli energetici estrinseci  $\rightarrow$  le cariche ci si accumulano

transporto dei portatori di carica (qui per gli elettroni)

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q_e} \nabla \vec{J}_n + G + \frac{n}{\tau}$$

$\hookrightarrow$  corrente di trasporto = corrente di deriva + corrente di diffusione

$$\vec{J}_n = \sigma_n \cdot \vec{E} + q_e \cdot D_n \cdot \nabla n$$

$\sigma$   
condutibilità

$\hookrightarrow$  coefficiente di diffusione

$$1D: J_n = \underbrace{\sigma_n \cdot E}_{\text{corrente di deriva}} + q_e D_n \cdot \frac{dn(x)}{dx}$$

corrente di deriva  
consideriamo un elettrone:  $m_e^* \vec{a} = q \cdot \vec{E}$

$\Rightarrow \vec{a} = q \cdot \frac{\vec{E}}{m_e^*} \rightarrow$  si muovono finché non si  
attraggono nel reticolo (mediamente  
ogni 2 secondi ( $\approx 10^{-14}$  ps @ 300K))

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{a} \cdot \tau = \frac{q \cdot \tau}{m_e^*} \cdot \vec{E}$$

$\tau = \frac{\lambda}{V_{TH}}$   $\hookrightarrow$  valore medio delle lunghezze  
percorsi senza sbattere (percorso  
libero)

$$\hookrightarrow$$
 velocità termica:  $V_{TH} = \sqrt{\frac{kT}{2m_e^*}}$

La densità di corrente di deriva è:

$$\vec{J}_n = n \cdot q \cdot \vec{v} = n \cdot \frac{q^2 \tau}{m_e^*} \cdot \vec{E} = \sigma_n \cdot \vec{E}$$

$\checkmark$  non confondere con quella totale  
questa è solo  
deriva

$$= q \cdot n \cdot \frac{q \cdot \tau}{m_e^*} \cdot \vec{E}$$

$\mu_n \rightarrow$  mobilità  
elettrica

$\tau \propto T \uparrow \Rightarrow \sigma_n, \mu_n \downarrow$

$\hookrightarrow$  gli atomi del reticolo hanno + energia  
 $\Rightarrow$  gli elettroni divengono + rotti  $\Rightarrow \tau$   
diventa + corta (sbattono + spesso) ...

$\hookrightarrow$  le correnti di diffusione si legano al  
gradienti della concentrazione degli elettroni  
che sono attratti verso le zone in cui  
ce ne sono di meno

$$\Rightarrow \vec{J} = \sigma_n \cdot \vec{E} + \sigma_p \cdot \vec{E} = \mu_n q n \vec{E} + \mu_p q p \vec{E}$$

$\hookrightarrow$   
nel caso intrinseco:

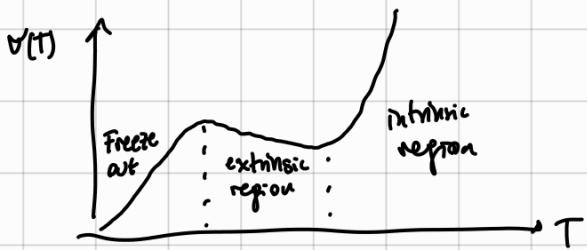
$$\vec{J} = \vec{E} (\sigma_n + \sigma_p) = np \cdot \vec{E} (\mu_n + \mu_p) =$$

$$= \sqrt{N_c N_V} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}} \cdot q (\mu_n + \mu_p) \cdot \vec{E}$$

caso extrinseco (p.i.  $n$ )

$$\vec{J} = \sigma_n \vec{E} (+ \sigma_p \vec{E})$$

$\hookrightarrow$  la componente  
maggioreta agli elettroni



inoltre  $\sigma_n$  dipende anche dalla deformazione del reticolo  $\rightarrow$  pietoresistività

infatti cambia  $\lambda \Rightarrow \sigma_n$

nei metalli si scrive come  $\frac{dp}{\rho} = C \cdot \frac{dU}{V}$

coefficiente di pietoresistività

Nei semiconduttori dopati (anisotropi) abbiamo una relazione tensoriale:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\rho_0} = \bar{\tau} \bar{C} \bar{\varepsilon}$$

↑ tensori delle tensioni  
↑ tensori di pietoresistività  
↑ tensori delle costanti elastiche

Magnetoresistività  $\rightarrow$  dipendenza di  $\rho$  dal campo magnetico  $\rightarrow \rho = \rho(H)$

↳ ordinary MR

↳ giant " "  
↳ collinear " } quantistici  
↳ tunnel effect "

MR geometrica (accade ad ogni materiale)  $\rightarrow$  cariche si muovono

$$\vec{n} = \mu \vec{E} + \mu (\vec{V} \times \vec{B}) = \dots = \frac{\mu}{1 + \mu^2 |B|^2} (E_{\perp} + \mu \vec{E} \times \vec{B}) + \mu E_{\parallel}$$

↓ diminuire con  $\vec{B}$

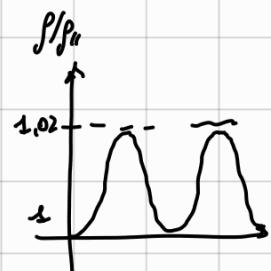
MR anisotropa  $\rightarrow$  dipende dall'angolo  $\varphi$  fra  $\vec{n}$  e  $\vec{B}$

e.g. polimetallici  
ferromagnetici

$$\rho(\varphi) = \rho_{\perp} + (\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}) \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow \rho = \rho_{\perp}, \cos \theta = 0, \theta = 90^\circ$$

$$\rho = \rho_{\parallel}, \cos \theta = 1, \theta = 0^\circ$$



Polarizzazione elettrica

$$\vec{P} = \frac{d \tilde{\rho}}{d V} \rightarrow$$

momento di dipolo  $\rightarrow +q \cdot \frac{d}{dV} \cdot -q \quad \vec{p} = q \cdot \vec{d}$

vettore polarizzazione elettrica

la densità di carica è  $\rho = -\nabla \vec{P} + \rho_{\text{libere}}$

nel vuoto  $\nabla \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  (Gauss)

in un solido:  $\nabla \vec{E} = \frac{P_{\text{libera}}}{\epsilon_0} - \left( \frac{\nabla P}{\epsilon_0} \right)$  → legate alla polarizzazione delle molecole che lo compongono

$$\Rightarrow P_{\text{libera}} = \epsilon_0 \nabla \vec{E} + \nabla \vec{P} = \nabla \cdot (\epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P})$$

$\underbrace{\quad}_{\vec{D}}$  → vettore induzione elettrica

serve per descrivere la polarizzazione di un dielettrico a seguito dell'applicazione di un campo elettrico

$$\rightarrow \nabla \cdot \vec{D} = P_{\text{libera}}$$

$$\text{se il dielettrico è isotropo} \Rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

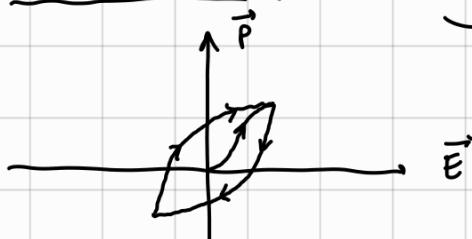
suscepsitività elettrica

$$\Rightarrow \vec{D} = \underbrace{\epsilon_0 (1 + \chi)}_{\epsilon} \cdot \vec{E} = \epsilon \cdot \vec{E}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

per solidi eudotropi c'è invece una relazione di natura temporale  $\vec{D} = \underline{\epsilon} \cdot \vec{E}$

pur sempre lineare, ce ne sono anche di non lineari

### FERROELETTRICITÀ (etero)



→ materiali che presentano una polarizzazione elettrica residua anche in assenza di un campo elettrico

### PIEZOELETTRICITÀ la deformazione meccanica del reticolato genera una polarizzazione P

$$\begin{cases} \vec{D} = \vec{E} \vec{E} + \vec{d} \cdot \vec{T} \rightarrow \text{stress} \\ \vec{S} = \vec{S} \cdot \vec{T} + \vec{d} \cdot \vec{E} \end{cases}$$

coefficiente piezoelettrico  
strain

esempi di pezzi:  
PZT, Quarzo ( $\text{SiO}_2$ ),  
PVDF (polimero)

### PIREOEL. ELETTRICITÀ → variazione della polarizzazione con la temperatura

$$P_i = \frac{dP_i}{dT} \rightarrow \text{componente } i\text{-esima del vettore polarizzazione}$$

coefficiente pireoel.

Note: Ferroel., piezoelet., pireoel. scomparsa per  $T > T_{\text{curie}}$

Nel dielettrico  $\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$  → definizione statica

$$\text{nel DF} \rightarrow \vec{P}(w) = \chi(w) \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}(w)$$

$$\vec{P}(t) = \int_{-\infty}^t \chi(t-\gamma) \cdot \vec{E}(\gamma) \cdot \epsilon_0 d\gamma$$

$\Rightarrow$  permittività complessa  $\hat{\epsilon}(w) = \epsilon'(w) + j\epsilon''(w)$

comportamento  
dielettrico

la carica libera

$$\hookrightarrow \epsilon = \lim_{w \rightarrow 0} \epsilon'(w)$$

$\rightarrow$  e si ottiene la  
relazione statica di  
prima

$$\text{eq. Maxwell: } \nabla \times \vec{H} = \vec{J}_d + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_d + \vec{J}_s = \sigma(w) \cdot \vec{E}(w) + jw \epsilon \vec{E}(w) = \\ = jw \vec{E}(w) \cdot \left[ \epsilon'(w) - j \cdot \underbrace{\frac{\sigma(w)}{w}}_{\epsilon''(w)} \right] = jw \vec{E}(w) \cdot \hat{\epsilon}(w)$$

$\epsilon''/\epsilon'$	condizione di corrente	propagazione del campo
0	-	dielettrico perfetto, nullo (lossless), electromagnetic field (EM) propagato senza attenuazione
$\ll 1$	conduttività bassa	perdite scarse, buon dielettrico
$\approx 1$	perdite	propagazione lossy
$\gg 1$	conduttività alta buon conduttore	nullo con elevate loss
10	conduttrice perfetta	-

### Comportamento magnetico

effe. riduzione  
magnetica  
 $\nwarrow$   
deurte del  
flusso magnetico  
[T]

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

nel vuoto

$\downarrow$

$10^{-6} \text{ T} = 1 \text{ A/m}$

intensità del campo magnetico [A/m]

$\rightarrow$  scalare se isotropo, altrimenti tensor

$$\text{ne materiali} \rightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \underbrace{\mu_r \vec{M}}_{\text{indotta del materiale}} = \mu_0 (1 + \chi_m) \cdot \vec{H} = \underbrace{\mu \vec{H}}_{\text{permeabilità magnetica}}$$

magnetizzazione  
 $\nearrow$

$\nearrow$  me negativa

materiali DIA MAGNETICI:  $\mu_r < 1 \Rightarrow \vec{M}$  si oppone ad  $\vec{H}$   $|\chi_m| \approx 10^{-4}$

PARAFIAGNETICI:  $\mu_r > 1 \Rightarrow \vec{M}$  rinforza  $\vec{H}$   $10^{-5} < |\chi_m| < 10^{-3}$

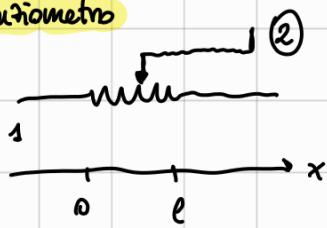
FERROMAGNETICI: altamente non lineari  $\rightarrow \mu = \frac{d\vec{B}}{d\vec{H}}$ ,  $\mu(H_0) = \frac{d\vec{B}}{d\vec{H}}|_{H_0}$

$$\mu_r = \frac{\mu(H_0)}{\mu_0}$$

## SENZORI RESISTIVI

utili per: temperatura, posa, strain/stress, campo magnetico, potenza ottica, composti chimici

### ① Potenziometro



$$R(x) = \rho \frac{x}{s}, \quad R_T = \rho \cdot \frac{l}{s}$$

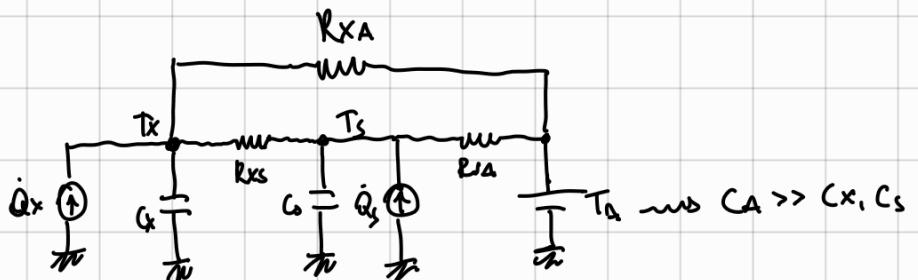
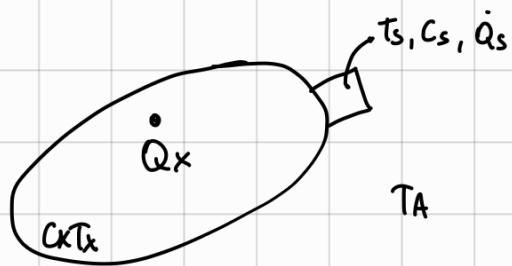
→ resistività totale

↳ si leggerà poi con un partitore

### ② Sensore resistivo di temperatura

$$\rightarrow R = \rho \frac{l}{s}, \quad R(T) = R$$

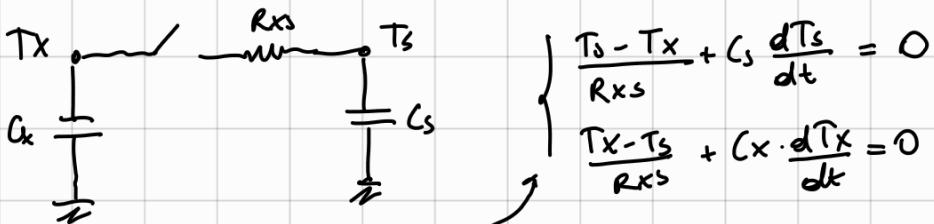
↳ la resistività dipende dalla temperatura



$$\dot{Q}_x = \frac{T_x - T_s}{R_{xs}} + \frac{T_x - T_A}{R_{XA}} + C_x \cdot \frac{dT_x}{dt}$$

$$\dot{Q}_s = \frac{T_s - T_A}{R_{SA}} + \frac{T_s - T_x}{R_{xs}} + C_s \cdot \frac{dT_s}{dt}$$

Ⓐ Caso lettore e corpo isolati ( $\Rightarrow$  no  $T_A$ )



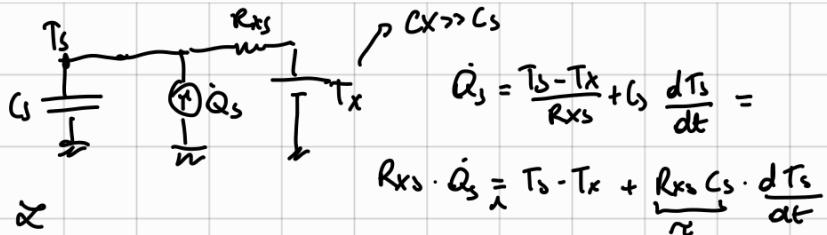
se sommo le due le parti derivate dalla resistività vanno via in cammele e rimangono solo i condensatori

$$\Rightarrow C_s \cdot \frac{dT_s}{dt} + C_x \cdot \frac{dT_x}{dt} = 0 \rightarrow s(C_s T_s + C_x T_x(0^-)) - (C_x T_x(0^-) - C_s T_s(0^-)) = 0$$

{ quando arrivano all'equilibrio  $T_{s\infty} = T_{x\infty}$

$$\Rightarrow T_{x\infty} = \frac{C_x T_x(0^-) + C_s T_s(0^-)}{s(C_s + C_x)}$$

### (B) Self heating effect



TUTTE PUFFANATE  $\rightarrow R_{xs} \cdot \frac{\dot{Q}_s}{s} = T_s - \frac{T_x}{s} + \gamma T_s - \gamma \cdot T(0^-) \rightarrow R_{xs} \dot{Q}_s = s T_s \cdot (1 + \gamma_s) - T_x - \gamma_s T(0^-)$

$$\Rightarrow T_s = \frac{R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x}{s(1 + \gamma_s)} + \frac{\gamma T(0^-)}{1 + \gamma_s}$$

$$\hookrightarrow \frac{A}{s} + \frac{B}{1 + \gamma_s} \rightarrow A = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R_{xs} \dot{Q}_s + T_x}{1 + \gamma_s} = R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x$$

$$B = \lim_{s \rightarrow -\infty} \frac{R_{xs} \dot{Q}_s + T_x}{s} = -\frac{1}{\gamma} (R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x)$$

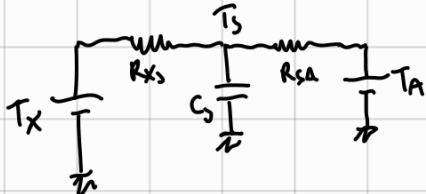
$$\Rightarrow T_s = (R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x) \cdot \left(1 - \frac{1}{\gamma} \cdot e^{-t/\gamma}\right) + T_s(0^-) \cdot e^{-t/\gamma}$$

$$\Rightarrow T_{s,\infty} = R_{xs} \cdot \dot{Q}_s + T_x$$

$\hookrightarrow$  componente legata al riscaldamento  $\Rightarrow$  a indice  $\dot{Q}_s$  o indice  $R_{xs}$

buon accoppiamento  
termico tra X e S

### (C) Accoppiamento con l'ambiente



$$\frac{T_x - T_s}{R_{xs}} + \frac{T_a - T_s}{R_{sa}} - C_s \frac{dT_s}{dt} = 0$$

$$\frac{T_x - T_s}{R_{xs}} + \frac{T_a - T_s}{R_{sa}} - C_s T_s + C_s T_s(0^-) = 0$$

$$\Rightarrow T_s \cdot \left( \frac{1}{R_{xs}} + \frac{1}{R_{sa}} + C_s \right) = \frac{T_x}{R_{xs}} + \frac{T_a}{R_{sa}} + C_s T_s(0^-)$$

$$T_s \cdot \left( \frac{R_{sa} + R_{xs} + s R_{sa} \cdot R_{xs} \cdot C_s}{R_{xs} \cdot R_{sa}} \right) = \dots \Rightarrow T_{s,\infty} = \frac{T_x \cdot R_{sa}}{R_{xs} + R_{sa}} + \frac{T_a \cdot R_{xs}}{R_{xs} + R_{sa}}$$

$$\frac{R_{sa} + R_{xs}}{R_{xs} \cdot R_{sa}} + s C_s \approx 1 + \gamma_s \approx 1 + \frac{C_s \cdot R_{xs} \cdot R_{sa}}{R_{sa} + R_{xs}} \cdot s$$

$$\Rightarrow T_s(t) = T_{s,\infty} \cdot \left(1 - e^{-t/\gamma}\right) + T_s(0^-) \cdot e^{-t/\gamma}$$

d'errore è  $T_{s,\infty} - T_x =$

$$= \frac{R_{xs}}{R_{sa} + R_{xs}} (T_a - T_x)$$

per avere errore  
piccolo voglio  
 $R_{sa} \gg R_{xs}$

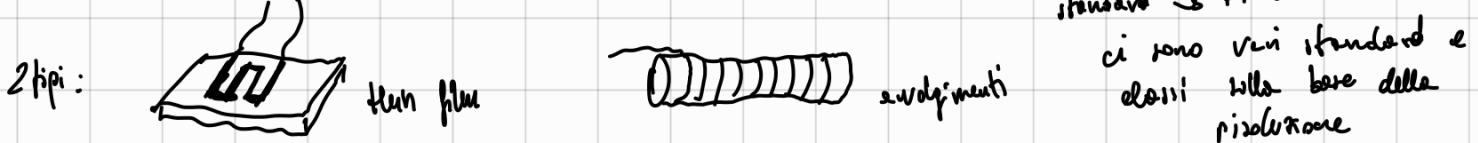
$$\frac{1}{R_A} \xrightarrow{\text{convezione}} \frac{t}{R_A} \xrightarrow{\text{conduzione}} \frac{t'}{R_A}$$

### (3) RTD (resistive temperature detector) $\rightarrow$ fatti in metallo puro $\Rightarrow$ TCR è t.c.:

$$\rightarrow TCR = \alpha_R = \alpha = \frac{dR}{dt} \cdot \frac{1}{R} > 0 \quad (\text{PTC} \rightarrow \text{positive TCR} \Rightarrow \kappa \text{ } T \uparrow \Rightarrow R \uparrow)$$

$\alpha_R \approx 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$   $R = \rho \frac{l}{s}$  ma  $\rho(T)$  aumenta con  $T \rightarrow$  si devia da  $\alpha_R$   $\rightarrow$  sistemi Pt, Ni, Ni-Fe, Cu, W (T alte)

standard  $\rightarrow$  PT-100



ci sono vari standard e classi sulle basi delle risoluzione

$$PT-100 \rightarrow R(0^\circ C) = 100 \Omega$$

Seguono le relazioni di  
CALENDAR-VAN DER WAALS

$$R = R_0 \cdot (1 + AT + BT^2 + CT^3 \cdot (T - 100^\circ C)) \quad , \quad T < 0^\circ C$$

$$\approx R_0 (1 + AT + BT^2) \quad , \quad 0^\circ C < T < 850^\circ C$$

$$A \approx 10^{-3}, \quad B \approx 10^{-7}, \quad C \approx 10^{-12}$$

Le TCR è spesso definita come

$$\frac{R_{100} - R_0}{100^\circ C \cdot R_0}$$

errore di linearizzazione

$$\Delta T = \frac{dT}{da} \cdot \Delta a + \frac{dT}{dB} \cdot \Delta B + \frac{dT}{dR_0} \cdot \Delta R_0$$

$$\frac{dT}{da} \cdot \Delta R$$

legato alle read out electronics

#### ④ TUTTI IOTORE

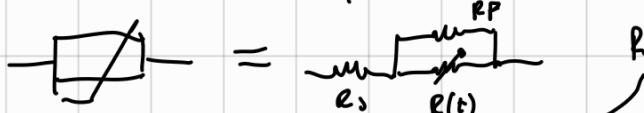
→ poteri consumati range  $-55^\circ C \div 150^\circ C$

fanno un TCR negativo (sono detti NTC)  $\rightarrow \alpha = \frac{dR}{dT} \cdot \frac{1}{R} < 0$

basati sul comportamento semiconduttivo del materiale che porta alla condizione attivata termicamente

simbolo

equiv. circuitale



$$R(t) = R_A \cdot e^{\beta \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} \right)}$$

$\uparrow$  di riferimento  
 $T_A = \text{reference temp} = 300K$   
 $\beta = \text{temp. caratteristica}$

+ accanto: relazione di STEINHART-HART:

$$\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln(R) + c \cdot \ln^2(R)$$

$$\Rightarrow c=0 \Rightarrow b = \frac{1}{\beta}, \quad a = \frac{1}{T_A} - \frac{\ln R_A}{\beta}$$

$$\rightarrow \text{infatti: } \frac{1}{b} \cdot \left( \frac{1}{T} - a \right) = \ln(R)$$

per far tornare  $R_A$

$$\Rightarrow R = e^{\frac{1}{b} \left( \frac{1}{T} - a \right)}, \quad \frac{1}{b} = \beta, \quad a = \frac{1}{T_A} \quad \Rightarrow \quad R = e^{\beta \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} + x \right)} = e^{\beta \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} \right)} \cdot e^{\beta x}$$

$\parallel R_A$

$$e^{\beta x} = R_A \Rightarrow \beta x = \ln R_A \Rightarrow x = \frac{1}{\beta} \cdot \ln R_A \quad \sim R = R_A \cdot e^{\beta \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_A} \right)}$$

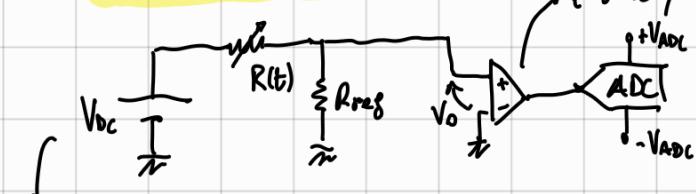
classi: extraprecision →  $0.1^\circ C$  in grande range

std precision →  $0.1 - 0.2^\circ C$  in  $0 - 70^\circ C$

ultraprecision →  $0.05^\circ C$  in  $0 - 50^\circ C$

#### READ-OUT ELECTRONICS PER SENSORI RESISTIVI

##### A) VOLTAGE DIVIDER

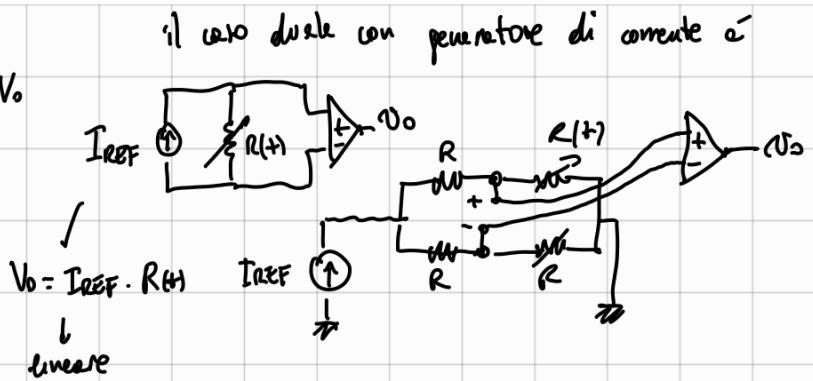
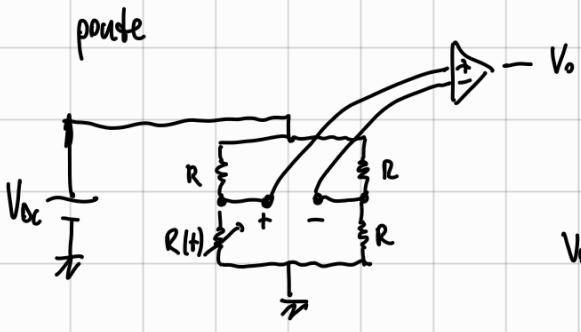


dove deve essere molto stabile

$$V_0 = V_{DC} \cdot \frac{R_{ref}}{R(t) + R_{ref}}$$

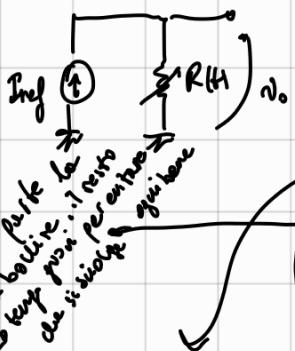
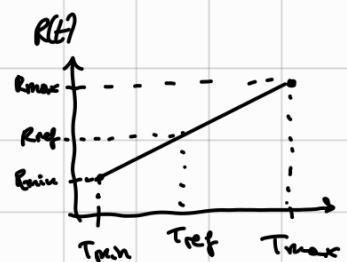
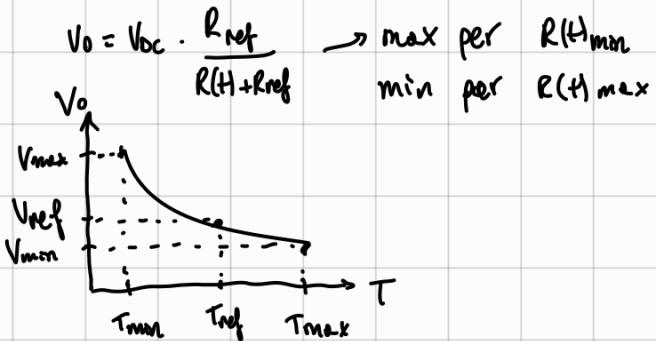
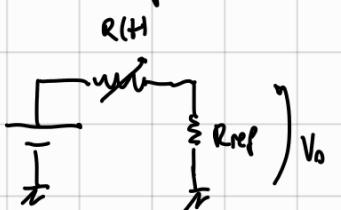
✓ se ora se  $R(t)$  varia  
parzialmente, altrimenti  
si usa il ponte

per fare misure differenziali, il  
che consente di tenere la curvatura e  
amplificare senza sovraccarico tutto

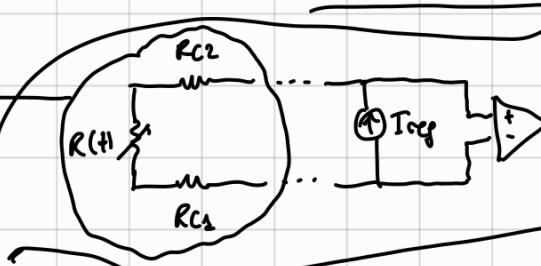


in Corrente meglio per NTC perché dissipazione  $R J^2_{REF}$   
in tensione meglio per PTC perché dissipazione  $\frac{V^2_{DC}}{R}$

Vediamo meglio:

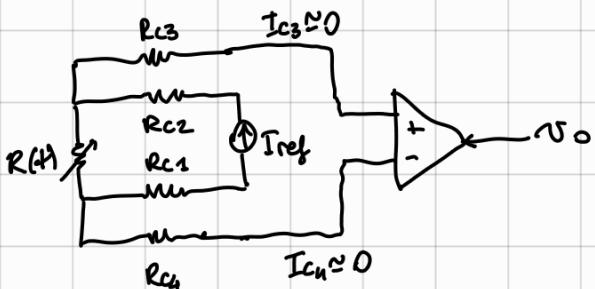


se i cavi sono lunghi hanno una resistenza non trascurabile  
→ TWO WIRES CONFIGURATION



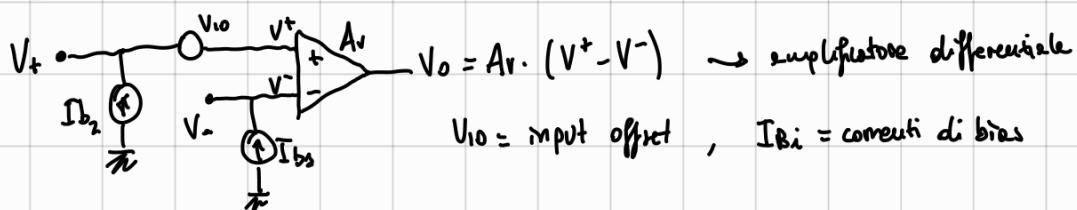
se resistenze fanno costanti  
sarei comunque un appunto in utile  
 $N_0 = (R_X + R_{C1} + R_{C2}) I_{ref}$   
 $R_{in}$   
no big deal

Soluzione  
Configurazione  
→ 2 cavi: (è ancora meglio)

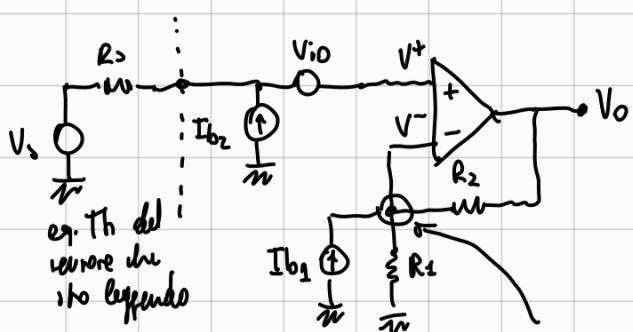


il problema è che con T cambia f  
→ ho un drift

Errore nell'amplificazione DC



consideriamo il caso dell'amplificatore di tensione ( $\Rightarrow$  configurazione non invertente) mettendo in input l'equivalente di Thevenin di quello che effettivamente sto leggendo



supponiamo  $V_s = 0 \Rightarrow$  non sto leggendo

$$V^+ = V_{IO} + I_{b2} \cdot R_s$$

$$= V^-$$

short circuit virtuale

$$\text{bilanciamento a questo nodo: } I_{b1} + \frac{(V_o - V^-)}{R_2} = \frac{V^-}{R_1}$$

$$R_1 R_2 I_{b1} + V_o R_1 - V^- R_2 = V^- R_2$$

$$\Rightarrow V_o R_1 = V^- (R_1 + R_2) - R_2 I_{b1}$$

$$V_o = V^- \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) - R_2 I_{b1} \quad \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow V_o = V_{IO} \cdot \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + I_{b2} R_s \cdot \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - R_2 I_{b1}$$

le retroazioni è data da  $1 + \frac{R_2}{R_1}$ , infatti la relazione  $V_{IN} - V_o$  è un partitore.

$$V_{IN} = V_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = V_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = V_{IO} + I_{b2} R_s - I_{b1} \cdot \frac{R_2 R_s}{R_1 + R_2}$$

Amplificatori di precisione  $\rightarrow$  bassa corrente di bias  
 ↓  
 ↳ poco drift  $\Rightarrow \Delta V_{IO} \approx 0$

sono fatti e pensati per misurare segnali costanti o comunque lentamente variabili

L'accertato della mure è affidata da:

- accoppiamento col sistema ( $T_s \neq T_x$ )
- non idealità del sensore
- elettronica
- dispositivo di acquisizione (ADC)



$$R(t) = R_0 (1 + \alpha T + \beta T^2)$$

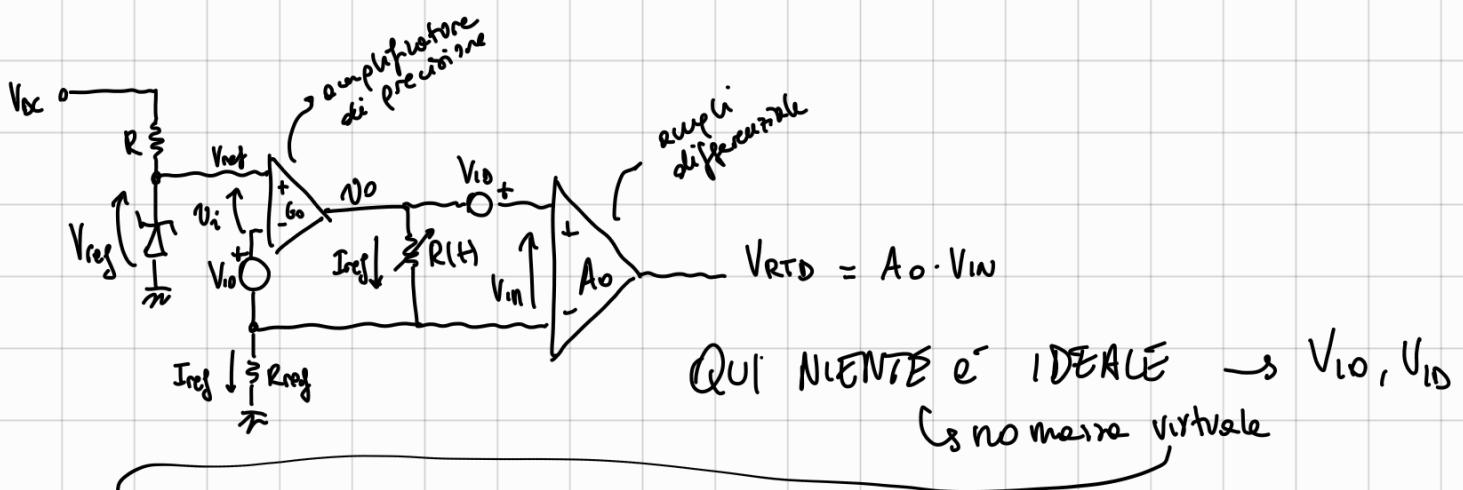
$$V_o = A_o \cdot I_{DC} \cdot R_0 (1 + \alpha T)$$

$$\text{accertato: } \alpha = \frac{dV}{dT} = A_o \cdot I_{DC} \cdot R_0 \cdot \alpha$$

per PT-100  $\approx 8.85 \cdot 10^{-3}$

posso aumentare Idc per avere un miglior rapporto segnale / rumore ma poi subentra problemi:  
 es. per il surriscaldamento del sensore

## Read-Out circuit



$$V_{RTD} = A_o \cdot V_{IN} \rightarrow V_{IN} = V_{IO} + I_{ref} \cdot R(t)$$

$$I_{ref} = (V_{ref} - V_{i0} - V_{IO}) / R_{ref} \quad \text{ma} \quad V_0 = G_o V_i \Rightarrow V_i = \frac{V_0}{G_o}$$

$$\Rightarrow I_{ref} = \frac{V_{ref} - \frac{V_0}{G_o} - V_{IO}}{R_{ref}}$$

$$\Rightarrow V_{RTD} = A_o \cdot V_{IO} + \frac{R(t)}{R_{ref}} \cdot \left( V_{ref} - \frac{V_0}{G_o} - V_{IO} \right)$$

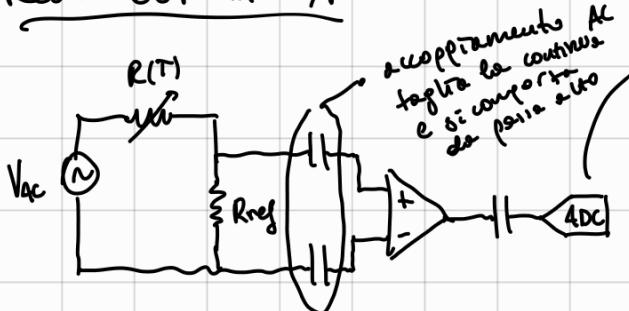
condizioni ideali  
ponendo  $V_{ID} = V_{IO} = 0$ ,  $R(t) = R_0(1+\alpha T)$

$$\Rightarrow V_{RTD} = \frac{A_o \cdot V_{ref}}{R_{ref}} \cdot (1 + \alpha T) \cdot R_0 \rightarrow T = \frac{V_{RTD}}{A_o V_{ref}} \cdot \frac{R_{ref}}{\alpha R_0} - \frac{1}{\alpha}$$

accuratezza  $\rightarrow \frac{dV_{RTD}}{dT} = \frac{A_o \cdot V_{ref} \cdot R_0 \alpha}{R_{ref}}$

errore:  $\Delta T = \underbrace{\frac{\partial T}{\partial V_{ref}} \cdot \Delta V_{ref}}_{\text{errore di misurazione}} + \underbrace{\frac{\partial T}{\partial A_o} \cdot \Delta A_o + \frac{\partial T}{\partial V_{ref}} \cdot \Delta V_{ref}}_{\text{incertezze legate al circuito di read out}} + \underbrace{\frac{\partial T}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial R_0}{\partial R_0} \cdot \Delta R_0}_{\text{incertezze legate al sensore}}$

## Read Out in AC



il più stupido ADC possibile è



fa da enable  $\rightarrow$  quando arriva dice  $\rightarrow$  leggi  $R(T)$

altri punti luce: segnale pulito

Duty cycle:  $\delta = \frac{T_{ON}}{T_0}$

PRO  $\rightarrow$  meno potenza dissipata  $\rightarrow$  meno calore ...

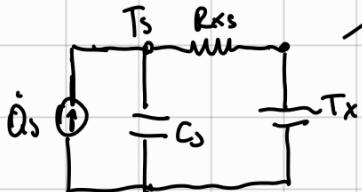
$$\text{infatti } P(t) = R(t) \cdot i^2(t)$$

$$\text{valor medio} \rightarrow \bar{P}(t) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} R(t) \cdot i^2(t) dt = \left( \frac{1}{T_0} \cdot R(t) \cdot I_{dc}^2 \cdot T_0 \right) = \delta \cdot I_{dc}^2 \cdot R(T)$$

↳ se il sistema termico ha una costante di tempo larga (e di solito ce l'ha perché i sistemi termici si comportano da parte basso)  $\Rightarrow$  reagisce solo alla componente media

↳ se uno un duty cycle molto piccolo ho un'ottima lettura e posso uscire

e.g. Thermal system  $\rightarrow$  è lo stesso che avevamo usato per studiare il self heating



$$\dot{Q}_s = \frac{T_s - T_x}{R_{xs}} + C_s \frac{dT_s}{dt}$$

$$\Rightarrow T_s(j) + R_{xs} C_s \cdot s \cdot T_s(j) = \dot{Q}_s \cdot R_{xs} - T_x$$

$$\Rightarrow T_s(j) = \frac{\dot{Q}_s R_{xs}}{1 + \gamma_s} + \frac{T_x(j)}{1 + \gamma(j)}$$



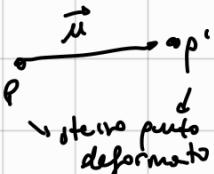
$\rightarrow$  se prendo  $f_0 = \frac{1}{T_0}$  qui il sistema non sta dietro ai cambiamenti introdotti dal riscaldamento

## SENSORI PER LA TENSIONE - STRAIN GAUGE (estensometri)



↳ la strain (tensione / deformazione)

è la deformazione appurata dal displacement vector  $\vec{dL}$  ai punti di un corpo



$$\text{strain} := \epsilon = \frac{\Delta L}{L}, \text{ nel caso + generale}$$

$\epsilon$  è un tensore  $3 \times 3$

$$P = (x_1, x_2, x_3), Q = (x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3) \Rightarrow dL = (dx_1, dx_2, dx_3) \Rightarrow |dL|^2 = \sum dx_i^2$$

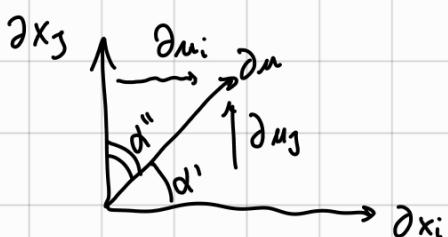
$$P' = (x'_1, x'_2, x'_3), Q' = (x'_1 + dx'_1, x'_2 + dx'_2, x'_3 + dx'_3) \Rightarrow dL' = (dx'_1, dx'_2, dx'_3) \text{ ma } dx'_i = dx_i + du_i$$

$$\Rightarrow |dL'|^2 = \sum_{i=1}^3 dx'_i^2 + \sum_{i=1}^3 du_i^2 + 2 \sum_{i=1}^3 dx_i du_i \approx |dL|^2 + 2 \sum_i dx_i \cdot \sum_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot dx_j \Rightarrow |dL'|^2 - |dL|^2 \approx 2 \sum_i \sum_j \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) dx_i dx_j$$

OK per piccole deformazioni

strain tensor  $3 \times 3$

$$S_{ij} = \epsilon_{ij} := \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \Rightarrow |dL|^2 - |dL'|^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 S_{ij} dx_i dx_j$$



$$\alpha'' = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad \alpha' = \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

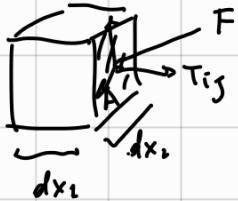
## Stress (pressione su un solido)

↳ c'è l'insieme delle reazioni normali interne di un solido che c'è sottoposto ad una forza esterna  $F$ .

+ tensore di stress ( $3 \times 3$ )

il corpo risponde con un effort

$$T_{ij} = \sigma_{ij} = \lim_{A_j \rightarrow 0} \frac{F_i}{A_j}$$



$T_{ij}$  è la risposta alla componente  $i$  della forza applicata alle facce  $\perp$  al versore  $j$

$\sigma_{ii}$  rappresentano forze comprensive o estensive ( $F_i \perp$  faccia)

$\sigma_{ij}$  rappresentano gli shear stress (forzi di taglio) ( $F_i \parallel$  faccia)

## Legge di Hooke

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{ijkl} \cdot E_{kl}$$

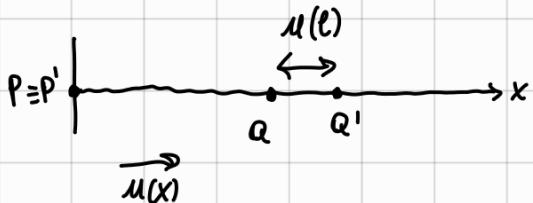
$$E_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 S_{ijkl} \cdot \delta_{kl}$$

→ costante elastica (stiffness tensor) (RIGIDEZZA)

$3 \times 3 \times 3 \times 3$

↳ yieldness constant (compliance tensor) (CANCEVOLEZZA)

## Caso 1D



$$E_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} = a \rightarrow \text{costante}$$

$$u(l) = \int_0^l a \cdot dx = a \cdot l \Rightarrow E_{11} = a = \frac{u(l)}{l} = \frac{\Delta u}{l}$$

Per i materiali isotropi ci bastano 2 costanti per ottenere le relazioni tra i tensori di stress e di deformazione

$$\epsilon = \frac{1}{E} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -v & -v \\ -v & 1 & -v \\ -v & -v & 1 \end{pmatrix}}_{\text{strain tensor}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1+v \\ 1+v \\ 1+v \end{pmatrix}}_{\text{displacement vector}}$$

modulo di Young

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -v & -v \\ -v & 1 & -v \\ -v & -v & 1 \end{pmatrix}}_{\text{stress tensor}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1+v \\ 1+v \\ 1+v \end{pmatrix}}_{\text{displacement module}}$$

$$E := \frac{\sigma_1}{\epsilon_1}$$

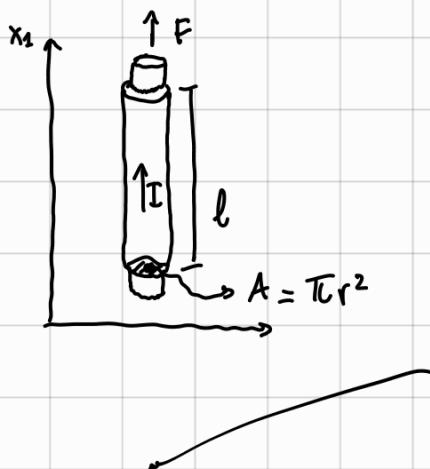
$$v := -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

in notazione tensoriale compatto

Il tensore è tipo la matrice flattened

$$\begin{array}{ll} 1 \rightarrow 11 & 4 \rightarrow 23, 32 \\ 2 \rightarrow 22 & 5 \rightarrow 13, 31 \\ 3 \rightarrow 33 & 6 \rightarrow 12, 21 \end{array}$$

## (A) ESTENSIMETRO METALLICO



matematico isotropo, omogeneo e conduttore

$$\Rightarrow \sigma_{11} = \frac{F}{A}, \quad E_{11} = \frac{\Delta l}{l} = E_x, \quad E_{22} = \frac{\Delta r}{r} = -V E_{11}$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

$$dR = \underbrace{\frac{\partial R}{\partial p} \cdot dp}_{\text{piezoresistivo}} + \underbrace{\frac{\partial R}{\partial l} \cdot dl}_{\text{geometrica}} + \underbrace{\frac{\partial R}{\partial A} \cdot dA}_{\text{geometrica}}$$

$$\text{recall } V = -\frac{E_2}{E_1}$$

$$dA = 2\pi r dr$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{2dr}{r}$$

$$\frac{dR}{R} = \underbrace{\frac{l}{A} \cdot \frac{A}{\rho l} \cdot dp}_{\frac{\partial R}{\partial p} \quad 1/R} + \underbrace{\frac{l}{A} \cdot \frac{A}{\rho l} dl}_{\frac{\partial R}{\partial l}} - \underbrace{\frac{\rho \cdot t}{A^2} \cdot \frac{A}{\rho l} \cdot dA}_{\frac{\partial R}{\partial A}} =$$

$$= \frac{1}{\rho} dp + \frac{1}{l} dl - \underbrace{\frac{1}{A} \cdot dA}_{E_{11} = E_x}$$

$$= \frac{1}{\rho} dp + \left( \frac{1}{l} dl - \frac{2}{r} dr \right)$$

$$E_{22} = -V E_{11}$$

$$\Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{1}{\rho} dp + E_x (1+2V)$$

• effetto piezoresistivo nei metalli :  $\frac{\partial p}{\rho} = C \cdot \frac{dV}{V}$

$$\text{coeff. piezoresistivo} \\ \frac{\partial p}{\rho} = C \cdot \frac{dV}{V} \quad \text{volume}$$

$$V = l \pi r^2$$

$$\Rightarrow dV = \frac{\partial V}{\partial l} \cdot dl + \frac{\partial V}{\partial r} \cdot dr = \pi r^2 dl + 2\pi r \cdot l \cdot dr$$

$$\frac{dV}{V} = \underbrace{\frac{1}{l} \cdot dl}_{E_x} + \underbrace{\frac{2}{r} \cdot dr}_{-V E_x}$$

$$\Rightarrow \frac{dR}{R} = C \cdot E_x (1-2V) + E_x (1+2V) = E_x (1+2V + C - 2CV)$$

$G = \text{Gauge Factor} [2-4]$

$$\Rightarrow R = R_0 (1 + G E_x)$$



$$R_{\perp} \ll R_{11} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \sum_i R_{11i} + R_{\perp i} \approx \sum_i R_{11i}$$

base resistività transversa

effetto della transverse sensitivity :

$$R = R_0 (1 + G \cdot E_x + G_T E_T)$$

$$\text{definire } ST = \frac{G_T}{G}$$

transverse Gauge factor

questo è  
OK per stress  
uniaxiali

$$R = R_0 \left[ 1 + G \left( E_x + ST E_T \right) \right]^{-V E_x} = R_0 \left[ 1 + G E_x (1 - ST V) \right]$$

$$G_T^{\text{uniaxiale}} = G (1 - ST V)$$

Vogliamo evitare che la resistenza varii con la temperatura quindi di solito si usano materiali con un basso TCR (temperature coefficient of resistance)

→ definiamo TCS → temperature coefficient of securityty →  $T_{CS} = \frac{1}{G} \cdot \frac{dG}{dT}$

→ espansione termica (caso unidimensionale)

$$R = R_0 \cdot \left( 1 + \alpha \Delta T + G_U(T) \cdot E_x + G \cdot E_{TH} + G_T \cdot E_{TH} \right)$$

$$\text{espansione termica: } E_{TH} = (\lambda_s - \lambda_{T_0}) \cdot \Delta T$$

Stress termico apparente:

$$E_{ATH} = \frac{\alpha \Delta T}{G_U} + \frac{G}{G_U} (\lambda_s - \lambda_{T_0}) \cdot \Delta T + \frac{G_T}{G_U} (\lambda_s - \lambda_{T_0}) \cdot \Delta T$$

$$= \alpha \cdot \frac{\Delta T}{G_U} + \frac{\lambda_s - \lambda_{T_0}}{G_U} \cdot \Delta T (G + G_T)$$

thermal expansion coefficient del substrato

therme ex coeff del filamento

## ③ Estensimetri e semiconduttori

↳ la componente geometrica influenza netamente meno di quelle piezoresistive  $\Rightarrow \frac{dR}{R} \approx \frac{dP}{P}$

Nei materiali anidrotropi come il nitrile la legge di Ohm è tensoriale

$$\vec{E} = \bar{\rho} \cdot \vec{j} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \end{bmatrix}$$

Se il nitrile non è deformato si comporta come un materiale isotropo

$$\Rightarrow \vec{E} = \rho_e \bar{I} \cdot \vec{j} \quad \xrightarrow{\text{identità}}$$

Se è deformato invece l'andamento anidrotropo è modellato da

$$\vec{E} = \rho_e \left( \bar{I} + \frac{\bar{\Delta P}}{\rho_e} \right) \cdot \vec{j}$$

$$\frac{\bar{\Delta P}}{\rho_e} = \bar{\tau}_I \quad \xrightarrow{\text{stress tensor}} \quad \text{stress tensor}$$

$3 \times 3 \times 3$

piezoresistive tensor

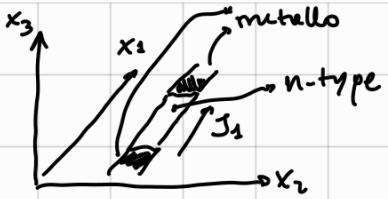
$$\left( \frac{\Delta P}{\rho_e} \right)_{ijkl} = \tau_{ijkl} \cdot \sigma_{kl}$$



questi ci servono

dipendono dal tipo di drogaggio e dalla sua intensità

Einstein notation → ci sono delle sommatorie su K ed l



geometria planare  $\Rightarrow$  solo stress di compressione o estensione planare

$$\Rightarrow \bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}'$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \rho_e \cdot \left( I + \bar{\Pi} \bar{\sigma} \right) \begin{bmatrix} J_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\bar{\Pi}$  che abbiamo scritto prima ci fa re uscire i numeri di riferimento metallografico. Se usciamo in altro sdr dobbiamo ruotare tutto

$$\Rightarrow \bar{\Pi}' = N^{-1} \cdot \bar{\Pi} \cdot N$$

$\hookrightarrow$  matrice di rotazione  $\Rightarrow$  si parla tutta la struttura di  $\bar{\Pi}$

$$E_i = \rho_e \cdot (I_{ij} + \Pi'_{iikk} \cdot \sigma_{kk}) \cdot J_1, \quad k \text{ possono essere solo } 11 \text{ e } 22$$

$\hookrightarrow$  se  $i=j$ , 0 altrimenti

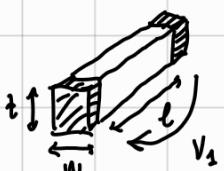
$$\Rightarrow E_1 = \rho_e \left( 1 + (\Pi'_{1111} \sigma_1 + \Pi'_{1122} \sigma_2) \cdot J_1 \right) \rightarrow \Pi'_{11} \text{ in notazione matriciale}$$

$$E_2 = \rho_e \left( (\Pi'_{2111} \sigma_1 + \Pi'_{2222} \sigma_2) \cdot J_1 \right) \rightarrow \Pi'_{22}$$

$$E_3 = \rho_e \left( (\Pi'_{3111} \sigma_1 + \Pi'_{3122} \sigma_2) \cdot J_1 \right) \rightarrow \Pi'_{12}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_1 = \rho_e \left( 1 + \Pi'_{11} \sigma_1 + \Pi'_{12} \cdot \sigma_2 \right) \cdot J_1 \\ E_2 = \rho_e \left( \Pi'_{21} \sigma_1 + \Pi'_{22} \sigma_2 \right) \cdot J_1 \\ E_3 = \rho_e \left( \Pi'_{12} \sigma_1 + \Pi'_{22} \sigma_2 \right) \cdot J_1 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \Pi'_{11} \\ \Pi'_{22} \\ \Pi'_{12} \end{array}$$

$\hookrightarrow$  c'è una risposta longitudinale  $\Pi'_{11}$   
e trasversale  $\Pi'_{12}$



$$A = w \cdot t$$

$$V_1 = E_1 \cdot l = \rho_e \left( 1 + \Pi'_{11} \sigma_1 + \Pi'_{12} \sigma_2 \right) \cdot \frac{l}{A} \cdot I$$

$$\Rightarrow R = R_0 \left( 1 + \Pi'_{11} \sigma_1 + \Pi'_{12} \sigma_2 \right)$$

caso di stress uniaxiale  $\Rightarrow \sigma_1 \neq 0, \sigma_i = 0 \quad \forall i \neq 1 \Rightarrow R = R_0 \left( 1 + \Pi'_{11} \sigma_1 \right)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow E_1 &= \rho_e \left( 1 + \Pi'_{11} \sigma_1 \right) \cdot J_1 \\ &= \rho_e \left( 1 + \underbrace{\Pi'_{11} \cdot E}_{\downarrow \text{Ex}} \cdot \epsilon_1 \right) \cdot J_1 \\ &\quad \text{gauge factor } G \end{aligned}$$

• Somma degli estensimetri:

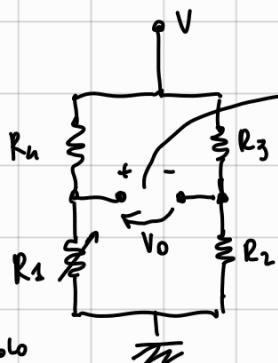
1) operano in regime elastico  $\Rightarrow \sigma < \sigma_{max}, \epsilon < \epsilon_{max}$

2) dipendente da T (TCR, TCS, deformazione apparente)

3) self heating

# Read-Out electronics

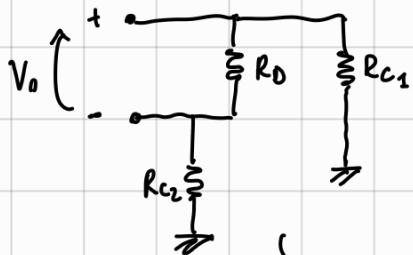
## Ponte di Wheatstone



questo si dice  $\frac{1}{4}$  di ponte  
cioè solo tensione

entro in un amplificatore differenziale

circuito equivalente



$V_{TH} = V \cdot \left( \frac{R_1}{R_1+R_4} - \frac{R_2}{R_2+R_3} \right)$

$R_{TH1} = R_1 // R_4, \quad R_{TH2} = R_2 // R_3$

$V_O \neq V_{TH}$  perché diversamente l'ampli varia il circuito  
ma se  $R_D, R_{C1}, R_{C2} \approx \infty \Rightarrow V_O = V_{TH}$

dell'utente un buffer

consideriamo  $R_3 = R_0 (1+x) \rightarrow x = G E_x$  nel caso di un termometro  
 $x = \alpha T$  nel caso di un RTD

↳ se  $x=0$  il ponte è bilanciato  $\Rightarrow V_{TH}=0$

Come progettare il ponte:

1. scegliere il range di uscita:  $\frac{V_{THmax}}{V} = \frac{R_{1max}}{R_{1max}+R_0} - \frac{R_2}{R_2+R_3}, \quad R_{3max} = R_0 (1+x_{max})$

2. check delle potenze dissipate per evitare surriscaldamenti

3. check accuratezza

$$\Delta V_{TH} \approx \frac{dV_{TH}}{dx} \cdot \Delta x > \text{errore input zero error dell'amp. drift}$$

$$|\Delta V_{TH}| \Big|_{x=0} = V_0 \cdot \frac{K}{(1+K)^2} \Delta x$$

4. linearità → vogliamo  $\frac{R_4}{R_0} = \frac{R_3}{R_2} = K$ , poniamo  $R_0 = R_2 = 1, \quad R_4 = R_3 = K, \quad R_1 = R_0 (1+x)$

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{1+x}{1+x+K} - \frac{1}{1+K} = \frac{x + K + x + Kx - 1 - x - K}{(1+x+K)(1+K)} = \frac{Kx}{(1+x+K)(1+K)}$$

Thevenin eq. del circuito



DC offset del circuito

$$V_C = V \cdot \frac{R_2}{R_3 R_2} \rightarrow \text{è la tensione a cui sta il contatto -}$$

$$V_O = V^+ - V^- \rightarrow V_C$$

$$V^+ = V \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$V_{TH} = V \cdot \left( \frac{R_1}{R_1+R_4} - \frac{R_2}{R_2+R_3} \right)$$

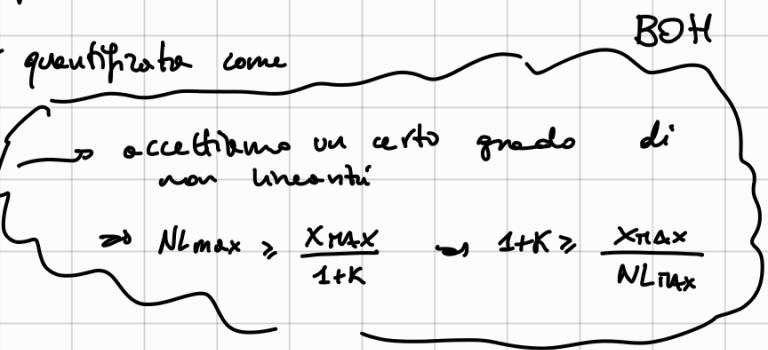
$$R_{TH1} = R_1 // R_4, \quad R_{TH2} = R_2 // R_3$$

$\Rightarrow$  se  $1+K \gg X$  si ha un comportamento lineare ideale

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} \approx \frac{KX}{(1+K)^2} = \frac{V_{TH,0}}{V}$$

la deviazione dalla linearità è quantificata come

$$NL = \frac{V_{TH,0} - V_{TH}}{V}$$



#### 4. Seattività (relativa)

$$S = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV_{TH}}{dx} = \frac{K}{1+K} \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1+K+x} =$$

$$= \frac{K}{1+K} \cdot \frac{1+K+x - x}{(1+K+x)^2} = \frac{K}{(1+K+x)^2}$$

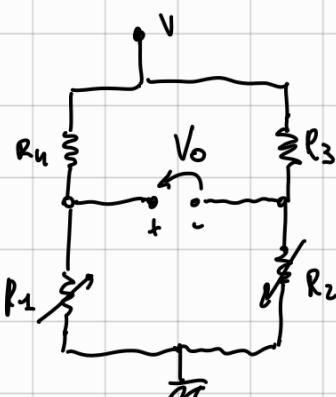
$$S|_{x=0} = \frac{K}{(1+K)^2}$$

$$\frac{dS}{dK} = \frac{(1+K)^2 - 2(1+K) \cdot K}{(1+K)^4} \Big|_{K=\hat{K}} = 0 \rightarrow \text{per trovare la seattività massima}$$

$$(1+K^2 + 2K - 2K - 2K^2) = 0 \rightarrow K^2 - 1 = 0 \quad \hat{K} = \pm 1$$

$\Rightarrow$  il ponte ottimale è quello che ha  $R_0 = R_2 = R_3 = R_4$

#### 1/2 ponte



$$R_1 = R_0 \cdot (1+x_1)$$

$$R_2 = R_0 \cdot (1+x_2)$$

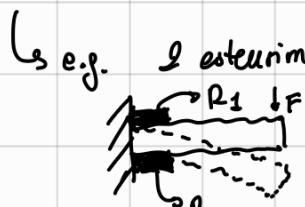
$$K = \frac{R_4}{R_0} = \frac{R_3}{R_0}$$

$$\frac{V_0}{V} = \frac{V_{TH}}{V} = \frac{1+x_1}{1+x_1+K} - \frac{1+x_2}{1+x_2+K} = (1+K \gg x_1, x_2)$$

$\Rightarrow$  ho un output differenziale

$\Rightarrow$  cancello le variazioni di modo comune e resto quelle differenziali

se ho 2 sensori con seattività opposta, ottengo un output con seattività doppia

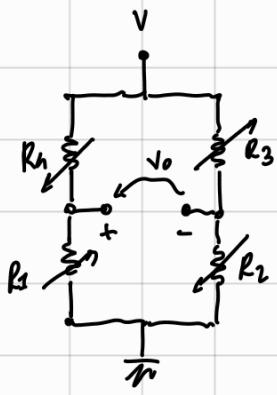


e.g. 2 estensimetri  $\rightarrow R_1 = R_0 \cdot (1 + 6\epsilon_x + \alpha T)$  modo comune si reietta

$$R_2 = R_0 \cdot (1 - 6\epsilon_x + \alpha T)$$

$$\frac{V_{TH}}{V} = \frac{(6\epsilon_x + \alpha T_1) - (-6\epsilon_x + \alpha T_2)}{1+K} = \frac{12\epsilon_x}{1+K}$$

## Full Bridge



estensione  $\rightarrow$  contrazione

$$\text{deformazione } \uparrow : \epsilon(x, t/2) = \epsilon_u$$

$$\text{deformazione } \downarrow : \epsilon(x, -t/2) = \epsilon_d \rightarrow \epsilon_u = -\epsilon_d$$

$$K = \frac{R_{04}}{R_{01}} = \frac{R_{03}}{R_{02}} = 1 \rightarrow R_{01} = R_0$$

$$\epsilon_u = \epsilon_x$$

$$\epsilon_d = -\epsilon_x$$

$$\frac{V_{TH}}{V} = \frac{R_0(1+x_1)}{R_0(1+x_1+1+x_4)} - \frac{R_0(1+x_2)}{R_0(1+x_2+1+x_3)}$$

$$x_1 = x_3 = GE$$

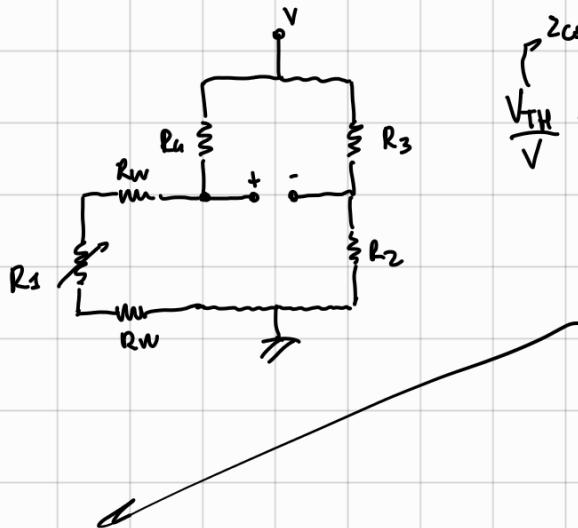
$$x_2 = x_4 = -GE$$

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{1+GE}{2+6E-GE} - \frac{1-GE}{2+6E-GE} = \frac{2GE}{2} = GE$$

$\rightarrow$  se uno strumento con  $K=1$   $\rightarrow$  condizione di massima sensibilità

$$\begin{cases} 1/4 \text{ Bridge} \rightarrow V_{TH}/V = GE/4 \\ 1/2 \text{ Bridge} \rightarrow V_{TH}/V = GE/2 \\ 2/2 \text{ Bridge} \rightarrow V_{TH}/V = GE \end{cases}$$

Caso 1/4 Bridge senza fratturare i cari, consideriamo il caso  $K=1$



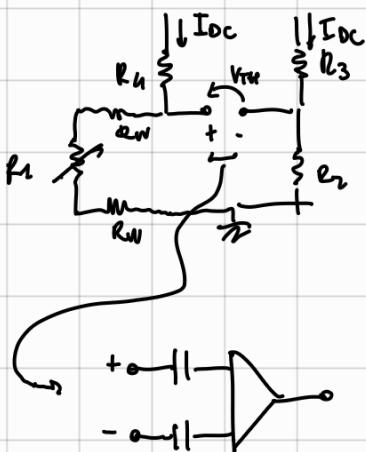
$$\frac{V_{TH}}{V} = \frac{R_0(1+6E) + 2RW}{R_0 + R_0(1+6E) + 2RW} - \frac{R_0}{R_0 + R_0} =$$

$$= \frac{R_0(1+6E) + 2RW}{2R_0 + R_06E + 2RW} - \frac{1}{2}$$

$\hookrightarrow$  ho un offset, infatti

$$\frac{V_{TH}}{V} \Big|_{E=0} = \frac{2RW}{2R_0 + RW} - \frac{1}{2} = \frac{RW}{R_0 + RW}$$

faccio con un generatore di corrente  $K=1$



$$V_{TH} = I_{DC} \cdot [R_0 + 2RW + R_0(1+6E)] - I_{DC} \cdot 2R_0 =$$

$$= I_{DC} \cdot R_0(1+6E) + I_{DC} R_0 + 2I_{DC} \cdot RW - I_{DC} R_0 =$$

quello che  
ci interessa:

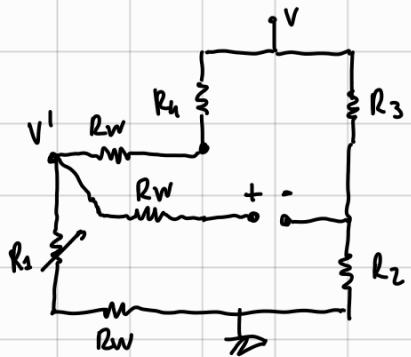
$$= I_{DC} \cdot R_0 \cdot (1+6E) + 2I_{DC} RW - I_{DC} R_0$$

offset

Fixed Gain  $I_{DC} \cdot R_0 \cdot G$

in realtà questo lo  
posso mandare via  
con  $I_{DC} \cdot R_0 \cdot (1+6E)$

### 3 wires Config



$$\frac{V_o}{V} = \frac{R_o(1+G\varepsilon)}{R_o + R_o G\varepsilon + 2R_W}$$

$$V' = \frac{R_o(1+G\varepsilon) + R_W}{2R_o + R_o G\varepsilon + 2R_W} \cdot V$$

$$V' = \frac{R_o(1+G\varepsilon) + R_W}{R_o(1+G\varepsilon) + 2R_W} \cdot \left( V_o + \frac{V}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \textcircled{A} \cdot V = \textcircled{B} \cdot \left( V_o + \frac{V}{2} \right) \rightarrow \left( A - \frac{1}{2} B \right) \cdot V = B \cdot V_o \rightarrow \frac{V_o}{V} = \frac{A - \frac{1}{2} B}{B}$$

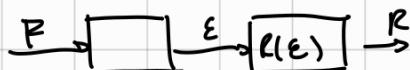
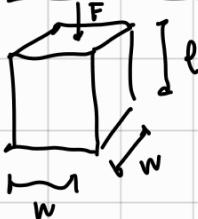
$$\Rightarrow \frac{V_o}{V} = \frac{\cancel{R_o(1+G\varepsilon) + 2R_W}}{\cancel{R_o(1+G\varepsilon) + R_W}} \cdot \left[ \frac{\frac{\cancel{R_o(1+G\varepsilon) + R_W}}{R_o + R_W}}{\frac{\cancel{R_o + R_o(1+G\varepsilon) + 2R_W}}{R_o + x}} - \frac{1}{2} \frac{\cancel{R_o(1+G\varepsilon) + R_W}}{\cancel{x}} \right] =$$

$$= \cancel{(R_o(1+G\varepsilon) + 2R_W)} \cdot \left( \frac{\frac{1}{2} \cancel{R_o(1+G\varepsilon) + 4R_W} - R_o - \cancel{R_o(1+G\varepsilon) - 2R_W}}{2 \cancel{(R_o(1+G\varepsilon) + 2R_W)} \cdot (R_o + R_o(1+G\varepsilon) + 2R_W)} \right)$$

$$= \frac{R_o G\varepsilon + 2R_W}{4R_o + 2R_o G\varepsilon + 4R_W}$$

Esempi di sensori completi

- Cella di Cavico



$$A = \begin{cases} w \cdot w, & \text{se } F \perp \\ w \cdot l, & \text{se } F \parallel \end{cases}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta a}{E}, \quad \varepsilon_T = -\nu \cdot \varepsilon_x, \quad \nu_2 = \frac{F}{A} = \frac{F}{w \cdot l}$$

la faccia  $\perp$

$V_{TH}$  in full bridge  
per la lettura  
con  $K=1$

dove i sensori a sensibilità  
opposta misurano  
le forze tangenziali

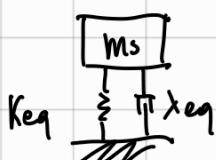
$$\frac{V_{TH}}{V} = \frac{\frac{R_o(1+G\varepsilon_x)}{R_o(1+G\varepsilon_x) + R_o(1+G\varepsilon_T)}}{\frac{R_o(1+G\varepsilon_x) + R_o(1+G\varepsilon_T)}{R_o(1+G\varepsilon_x) + R_o(1+G\varepsilon_T)}} - \frac{\frac{R_o(1+G\varepsilon_T)}{R_o(1+G\varepsilon_x) + R_o(1+G\varepsilon_T)}}{\frac{R_o(1+G\varepsilon_x) + R_o(1+G\varepsilon_T)}{R_o(1+G\varepsilon_x) + R_o(1+G\varepsilon_T)}} = \frac{G(\varepsilon_x - \varepsilon_T)}{2 + G(\varepsilon_x + \varepsilon_T)}$$

$$\varepsilon_T = -\nu \varepsilon_x$$

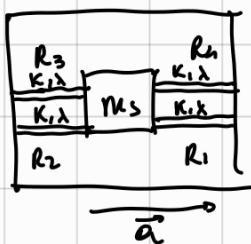
$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{G \cdot \varepsilon_x (1+\nu)}{2 + G \cdot \varepsilon_x (1-\nu)} \underset{\Delta O}{\approx} \frac{G}{2} \cdot (1+\nu) \cdot \varepsilon_x$$

scrittura

## Accelerometro



↔



$$\frac{R(s)}{A(s)} = \frac{m_s / K_{eq}}{\frac{m_s}{K_{eq}} \cdot s^2 + \frac{\lambda_{eq}}{K_{eq}} s + 1}$$

$$\ddot{x} m_s + K_{eq} \cdot x + \lambda_{eq} \cdot \dot{x} = F = m_s \cdot a$$

$$X(s) \cdot \left( s^2 m_s + K_{eq} + \lambda_{eq} \cdot s \right) = m_s \cdot A(s)$$

$$\lambda_{eq} X(s) \left( \frac{m_s}{K_{eq}} \cdot s^2 + \frac{\lambda_{eq}}{K_{eq}} \cdot s + 1 \right) = m_s \cdot A(s) \Rightarrow \frac{X(s)}{A(s)} = \frac{m_s / K_{eq}}{\frac{m_s}{K_{eq}} s^2 + \frac{\lambda_{eq}}{K_{eq}} s + 1}$$

Supponiamo  $a(t)$  costante  $\Rightarrow x(\infty) = A$

$$\Rightarrow x(\infty) = A \cdot \lim_{s \rightarrow 0} \frac{m_s / K_{eq}}{\dots} \Rightarrow A \cdot m_s / K_{eq}$$

$$x_\infty = x_0 \cdot E_x \quad \begin{matrix} \rightarrow \\ \downarrow \end{matrix} \quad E_x = \frac{x_\infty}{x_0} = \frac{m_s}{x_0 K_{eq}} \cdot A$$

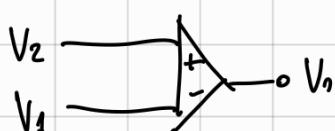
↳ elongazione  
lunghezza a riposo

$$\Rightarrow R = R_0 \left( 1 + G E_x \right) = R_0 \left( 1 + G \cdot \frac{m_s}{x_0 K_{eq}} \cdot A \right)$$

legame tra l'accelerazione e la variazione della resistenza del resistore

approssimazione di  
tenendo un filo  
brilla con  $K=1$

## Ampli differentielle



$$V_d = V_2 - V_1 \rightarrow \text{input differentiale}$$

$$V_c = \frac{V_2 + V_1}{2} \rightarrow \text{input a modo comune}$$

$$V_o = A_1 V_c + A_2 V_d$$

$$\begin{cases} V_2 = V_d + V_1 \\ V_1 = 2V_c - V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = V_d + 2V_c - V_2 \\ \rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2V_2 = V_d + 2V_c \\ \rightarrow \end{cases} \quad \begin{cases} V_2 = \frac{V_d}{2} + V_c \\ V_1 = V_c - \frac{V_d}{2} \end{cases}$$

$$V_o = A_1 \cdot \left( V_c - \frac{V_d}{2} \right) + A_2 \cdot \left( V_c + \frac{V_d}{2} \right) = V_c \underbrace{\left( A_1 + A_2 \right)}_{A_C} + V_d \left( \frac{A_2 - A_1}{2} \right)$$

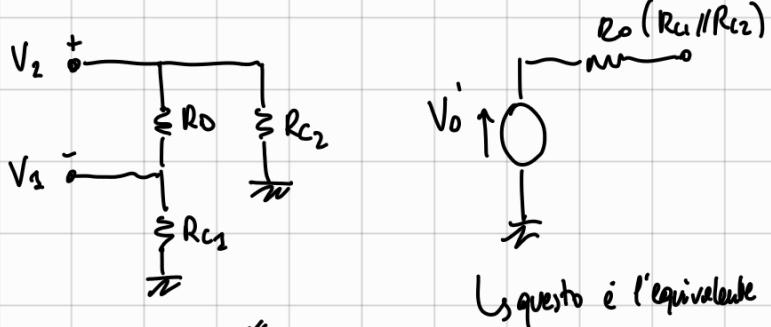
idealmente:  $A_C = 0 \Rightarrow A_1 = -A_2 \Rightarrow A_D = A_2$

common mode rejection ratio

realmente  $|A_D| > |A_C|$ , la qualità di un ampli differenziale è data da

$$CMRR = \frac{|A_D|}{|A_C|} = \frac{A_2 - A_1}{2(A_2 + A_1)}$$

Ampli diff. per misurazioni accurate (a basse frequenze)  $\rightarrow$  e' detto instrumentation amplifier

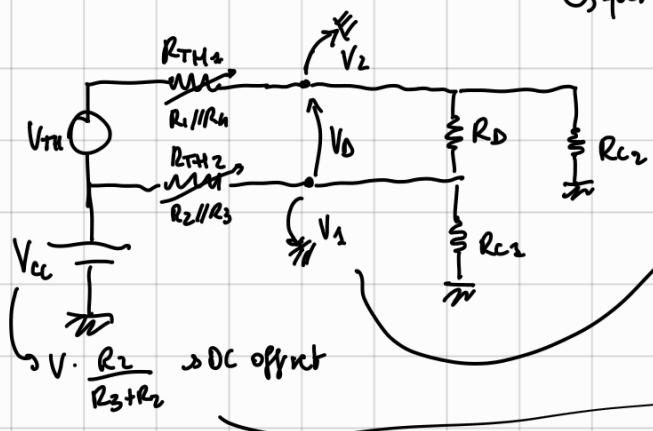


$$V_0' = A_D \cdot V_D + A_C V_C$$

$R_D$ : differential mode resistance

$R_{C1,2}$ : common mode resistances

(best sol.:  $R_{C1} = R_{C2}$ )



$$V_1 = V_{CC}$$

$$V_2 = V_1 + V_D \Rightarrow V_C = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{2V_{CC} + V_D}{2}$$

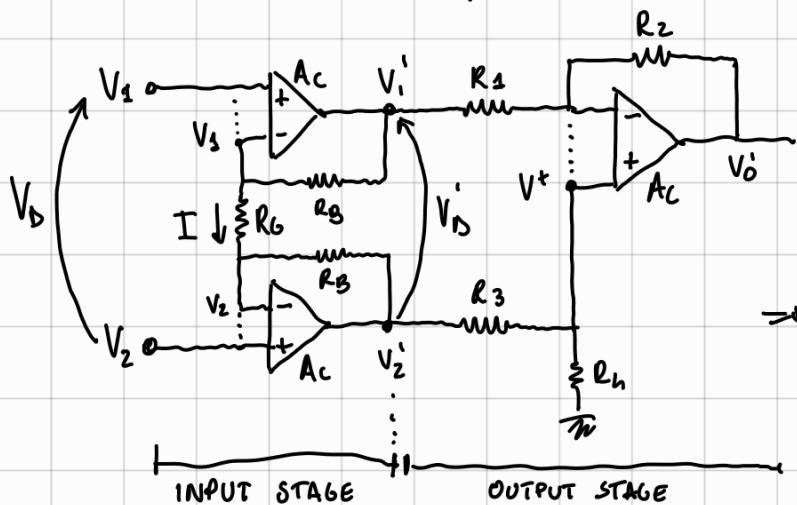
$$\Rightarrow V_C = V_{CC} + \frac{V_D}{2}$$

$$\Rightarrow \text{se } k=1 \Rightarrow V_{CC} = \frac{V}{2}$$

$$\text{In ogni caso } V_0' = \underbrace{A_D V_D}_{\text{piccolo}} + \underbrace{A_C \left( V_{CC} + \frac{V_D}{2} \right)}_{\text{grande rispetto a } V_D}$$

e' la parte informativa

INA-128  $\rightarrow$  VNA 3 opAmp



$$V_1' - V_2' = I (R_B + R_G + R_B)$$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_G}$$

$$\Rightarrow V_1' - V_2' = V_D = \frac{2R_B + R_G}{R_G} (V_1 - V_2) \rightarrow V_D$$

$$\text{Se } V_1 = V_2 \Rightarrow V_C = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$\Leftrightarrow V_D = 0 \Rightarrow V_D = 0 \Rightarrow V_1' = V_2'$$

$$\Rightarrow V_C' = \frac{V_1' + V_2'}{2} = V_C = \frac{V_1 + V_2}{2} \Rightarrow A_{CIN} = 1$$

$$\Rightarrow A_{CTOT} = A_{CIN} \cdot A_{COUT} = A_{COUT}$$

$$A_{DTOT} = A_{DIN} \cdot A_{DOUT} = \left(1 + \frac{2R_B}{R_G}\right) \cdot A_{DOUT}$$

$$\Rightarrow CMRR_{TOT} = \frac{A_{DTOT}}{A_{CTOT}} = \left(1 + \frac{2R_B}{R_G}\right) \cdot A_{DOUT}$$

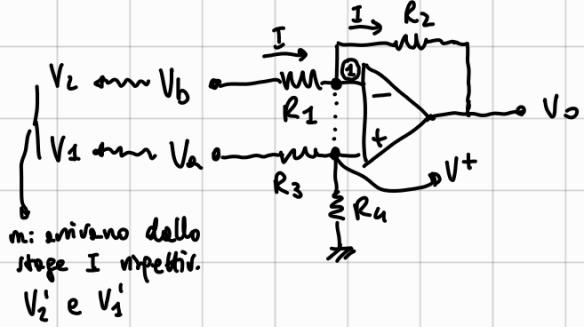
$$V^+ = V_2' \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}, \quad V^+ = (V_0' - V_1') \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow V_2' \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = (V_0' - V_1') \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \rightarrow \frac{\alpha V_2' + \beta V_1'}{\beta} = V_0' \rightarrow \text{a mettere una lasciamo stare}$$

Supponiamo che per lo stadio di output valgano le condizioni ideali:

$$CT(R_{out}) = \infty, A_{Cout} = 0, A_{Dout} \neq \infty$$

Concentriamoci sul secondo stadio  $\rightarrow$  l'amp di differenziale  
cambiando i nomi delle tensioni per non fare confusione



$$V^+ = V_a \cdot \frac{R_u}{R_3 + R_u} \quad \text{per la messa virtuale}$$

bilanciamento connesso al nodo ①:

$$\frac{V_b - V^+}{R_1} = \frac{V^+ - V_o}{R_2} \Rightarrow V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_b + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V^+$$

$$\Rightarrow V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_b + \underbrace{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_u}{R_3}} \cdot \frac{R_u}{R_3} \cdot V_a}_{A_2} \quad \text{voglio } A_2 = -A_2$$

$$\Rightarrow \text{sceglio } \frac{R_2}{R_1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_u}{R_3 + R_u}\right)$$

$$\text{chiamiamo } \beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1}, \quad \text{e} \quad \frac{R_2}{R_1} = K, \quad \frac{R_u}{R_3} = K'$$

$$\Rightarrow A_2 = -K, \quad \frac{1}{\beta} = 1 + K, \quad A_1 = \frac{K'}{1 + K'}$$

$$CMRR = \frac{A_2 - A_1}{2(A_1 + A_2)} = \frac{1}{2} \frac{-K(1 + K') - K'(1 + K)}{-K(1 + K') + K'(1 + K)} = \frac{1 - K - KK' - K' - KK'}{2 - K - KK' + K' + KK'} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{2KK' + K + K'}{K - K'} \quad \text{se avessimo } K = K' \Rightarrow CMRR \text{ infinito} \rightarrow \text{caso ideale}$$

Supponiamo a norma:  $K = K'$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{2K(1 + K)}{\Delta K} \xrightarrow[\text{permesso}]{\text{caso}} \frac{K(1 + K)}{\Delta K_{max}} = \frac{1 + K}{\frac{\Delta K_{max}}{K}} = \frac{1 + K}{\frac{1}{4} \frac{\Delta K_{max}}{K}} = \frac{4(1 + K)}{\Delta K_{max}}$$

legato alle tolleranze delle resistenze

non si perde la relativa

$$\rightarrow \text{scegliendo } R_1 = R_2 = R_3 = R_u \Rightarrow K = 1$$

$$\Rightarrow CMRR = \frac{K+1}{\frac{1}{4} \frac{\Delta K_{max}}{K}} = \frac{2}{\frac{1}{4} \frac{\Delta K_{max}}{K}} = \frac{1}{\frac{\Delta K_{max}}{2K}} \Rightarrow \text{se voglio } CMRR \approx 10^4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\Delta K_{max}}{K} \approx 10^{-4} \rightarrow \text{molto difficile trovare un vero IC}$$

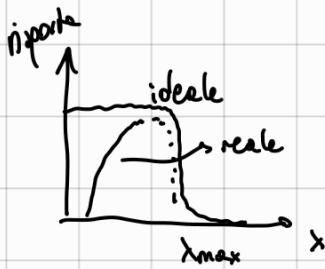
Fotoresistenza → sono dei light detectors, non sensori

L'effetto fotoelettrico → semiconduttore → la luce colpisce e pone elettroni da  $E_V \rightarrow E_C$

$$G = (\mu_n q \cdot n + \mu_p q \cdot p) \cdot A / l$$

$$R = \frac{l}{G} = A \times \bar{E}_X^{-\alpha}$$

↓  
illuminanza



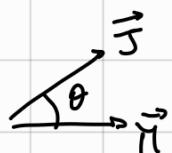
$$E = h\nu \rightarrow \text{energia del fotone}$$

se  $E > E_g \rightarrow$  l'elettrone pone in conduzione

$$E_{min} > E_g \rightarrow V_{min} = \frac{E_g}{h} \rightarrow \lambda_{max} = \frac{c}{V_{min}} = \frac{c \cdot h}{E_g}$$

Luce visibile  $0.4 \mu m < \lambda < 0.7 \mu m$

Magnetoresistenza → Basata sull'effetto Magneto resistivo (anisotropo)



$$\rho(\theta) = \rho_{||} - (\rho_{||} - \rho_{\perp}) \cdot \sin^2 \theta = \rho_{||} - \Delta \rho \sin^2 \theta$$

Se ora un materiale che ha una magnetizzazione spontanea  $\vec{M}_s = \vec{M}_0$ , questa direzione è detta easy axis

I sensori che si basano su questo effetto di solito sono filmi sottili ( $20 \approx \vec{H} = (H_x, H_y)$ )



$$\rho = \rho_{||} - \Delta \rho \sin^2 \theta = \rho_{||} - \Delta \rho \cdot \left( \frac{H_y}{H_s} \right)^2$$

linearizzazione

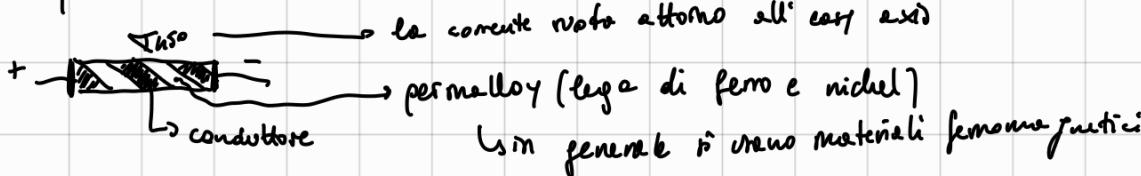
$$R = R_0 \left( 1 - \frac{\Delta R}{R_0} \cdot \left( \frac{H_y}{H_s} \right)^2 \right)$$

reverse direction

$H_s$  è il returcation field del e- caratteristico del materiale

easy axis

Barber pole sensor



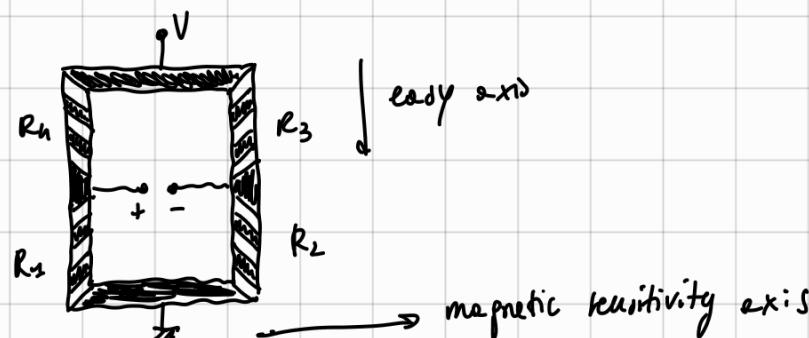
In genere i nuovi materiali fanno più giusti

$$R(H) = R_0 \left( \frac{\Delta R}{R_0} \cdot \frac{H_y}{H_s} \sqrt{1 - \left( \frac{H_y}{H_s} \right)^2} \right) \approx 1$$

dipende dall'orientazione dell'easy axis

Concl.: isteresi legata a grossi  $H_{ext}$

full bridge



## Sensores resistivi chimici

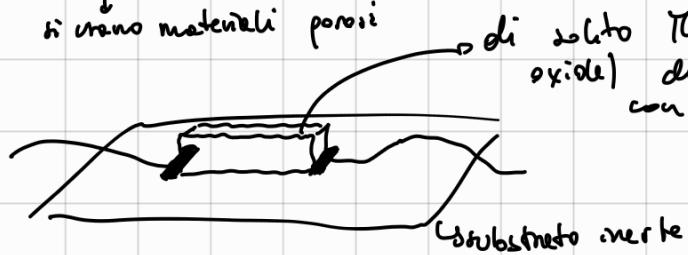
semplicità molto alta

alta sensibilità

non lineari

supponiamo che il sensores debba reagire alle pressioni del composto  $C_X$  concentrazione

il principio di funzionamento  
si basa sull'assorbimento  
di urano materiali porosi



per  $\text{SnO}_2$

di soluto  $\text{TiOX}$  (metal oxide)

dove c'è un semicond.

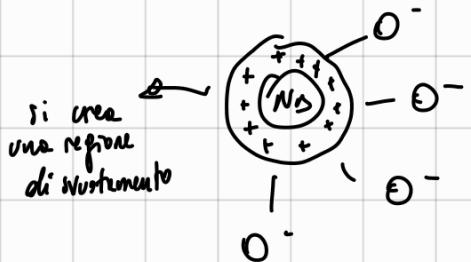
con  $E_g$  molto alta

che hanno un comportamento estremo

$$\Rightarrow \alpha_y = \frac{dR}{dC_X}, y \neq X \text{ dovrebbe} \\ \text{essere } = 0 \text{ ma non lo è}$$

l'ossigeno si lega alle molecole, essendo molto elettronegativo estrarre elettroni

Per velocizzare le reazioni sotto il substrato c'è un filo di riscaldamento



$\Rightarrow$  alcuni elettroni liberi sono catturati sulla superficie

che agiscono da donatori come se stessi fossero in droga gassosa

$$\Rightarrow G = G_0 \cdot e^{-\frac{Ns^2 q^2}{2kNDT_s}} \rightarrow$$

densità delle cariche sulla superficie

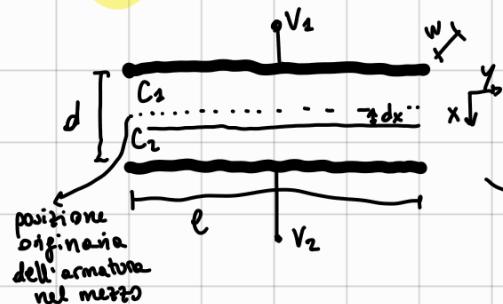
nel buco c'è un catto

esempio  $\rightarrow$  arriva  $\text{CO}$ , lega con un Ossigeno e fa  $\text{CO}_2$

$\Rightarrow N_s$  diminuisce e  $O^-$  se ne va

**SENZORI CAPACITIVI**  $\rightarrow$  usati per: posa / prossimità, livello, temperatura, press., ecc. estensimetri

### ① DISPLACEMENT (CLEARANCE)



$$C_0 = \epsilon \frac{A}{d}$$

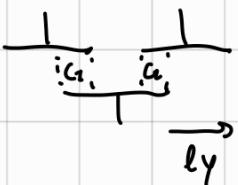
se muovo il coro dentro fra 2 conduttori in parallelo  $\rightarrow C = C_1 + C_2$

$$C_1 = \epsilon \frac{w l}{d(1+x)}, C_2 = \epsilon \frac{w l}{d(l-x)}$$

per fare una misura differenziale

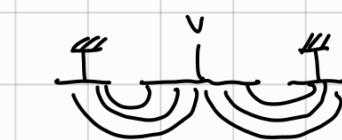
Potrei muoverli in altri modi

$$y \rightarrow \left| \begin{array}{c} b \\ | \\ l \\ | \\ b \end{array} \right| \quad C = \epsilon \cdot \frac{wl(1-y)}{d}$$



$$C_1 = \epsilon \cdot \frac{w l (1-y)}{d}, \quad C_2 = \epsilon \cdot \frac{w l (1+y)}{d}$$

**Sensores di prossimità**



→ target conduttivo

quando si avvicina, il conduttore si divide in quella armatura, non su quelle accanto

In genere (?) le capacità sono molto piccole → i sensori capacitivi sono sensori ad alta impedenza ( $Z = \frac{1}{j\omega C}$ )

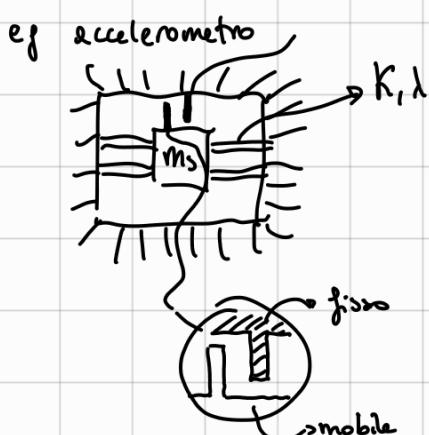
possono talvolta essere utilizzati come sensori primari

Eg. Premiose  $t = \frac{p_1 - p_2}{R}$  → deformazione

$$\overline{D}_2(r) = \frac{3}{16} \cdot \frac{1-\nu^2}{E t^2} \cdot \Delta P (R^2 - r^2)^2, \quad \Delta P = p_1 - p_2$$

$$\overline{D}_2 = \frac{3}{16} \cdot \frac{1-\nu^2}{E t^3} \cdot R^4 \cdot \Delta P$$

$$\Rightarrow C = \epsilon \cdot \frac{A}{d} = \epsilon \cdot \frac{A}{d_0 \left(1 - \frac{\overline{D}_2}{d_0}\right)} \underset{\text{distanza normale}}{\approx} \frac{\epsilon A}{d_0} \left(1 + \frac{\overline{D}_2}{d_0}\right) = C_0 \cdot \left(1 + \frac{\overline{D}_2}{d_0}\right) = C_0 \left(1 + \frac{d_0 \Delta P}{d_0}\right) = C_0 \left(1 + d_P \Delta P\right) = C_0 (1+x)$$



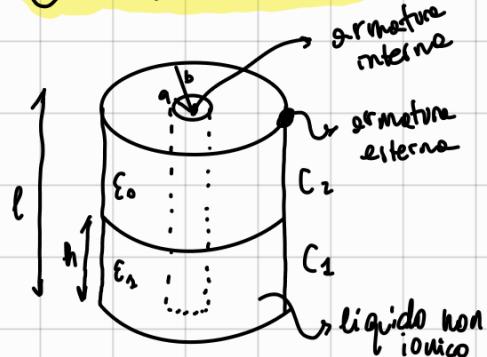
→ elongazione della molla

$$\frac{R(j)}{A(j)} = \frac{m_s / K}{\frac{m_s}{K} \cdot j^2 + \frac{\lambda}{K} \cdot j + 1}, \quad \text{consideriamo acc. costante } a_0$$

$$\Rightarrow r(\infty) = R(0) = a_0 \cdot \left( \frac{m_s}{K} \right) \rightarrow \text{DC gain}$$

$$C = \epsilon \frac{A}{d_{0+r}} = \frac{\epsilon A}{d_0} \cdot \frac{1}{1 + r/d_0} = \frac{C_0}{1 + r/d_0} = \frac{C_0}{1 + \left( \frac{a_0 \cdot d_0}{d_0} \right)} = \frac{C_0}{1 + a_0 \cdot d_0} \rightarrow d_a$$

## ② SENSORE DI LIVELLO



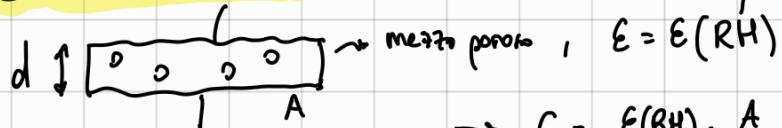
$$C = C_1 + C_2, \quad C_1 = \epsilon_1 \cdot \frac{A_1}{d} = \epsilon_1 \cdot \frac{2\pi b h}{\ln(b/a)}$$

$$C_2 = \epsilon_0 \cdot \frac{A_2}{d} = \epsilon_0 \cdot \frac{2\pi(l-h)}{\ln(b/a)}$$

Se il liquido è ionico → conduttore, posso mettere un'altra armatura sopra e usare il liquido come altra armatura

$$\Rightarrow C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{l-h}$$

### ③ SENSORE DI Umidità



$$\Rightarrow C = E(RH) \cdot \frac{A}{d} \quad \frac{\Delta C}{C} = \frac{1.7 \text{ pF}}{\text{RH}\%}$$

è funzione dell'umidità relativa

### ④ SENSORE DI TEMPERATURA

$$E = \frac{k}{T - T_c}$$

→ non dice un cazzo ma c'è molto nero, una roba ferroellettrica e c'entra qualcosa la temperatura di Curie

Problemi legati alle misurazioni capacitive

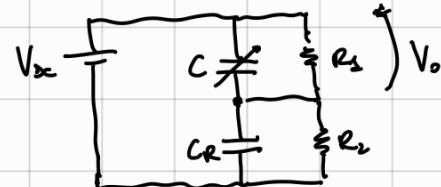
#### A) Effetto parassita



è importante a basse frequenze o comunque per misurazioni precise

Usin + ci sono anche le capacità parassite che qui però non consideriamo

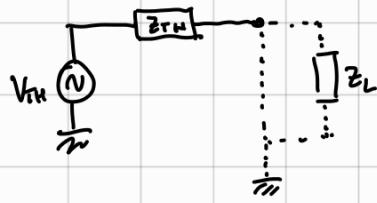
es. partitore



$$V_o = \frac{C}{C_2 + C} \cdot V_{dc}, \quad V_o(\text{no}) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{dc}$$

#### B) ALTA IMPEDANZA

→ C di solito è piccolissima  $\Rightarrow Z_T \gg Z_{TH}$  e' enorme  $\Rightarrow |Z| = \frac{1}{\omega C}$   
equivalente circuitale di un qualcosa sensores (in questo caso  $Z_{TH}$  è capacitiva)

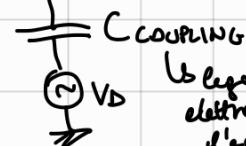
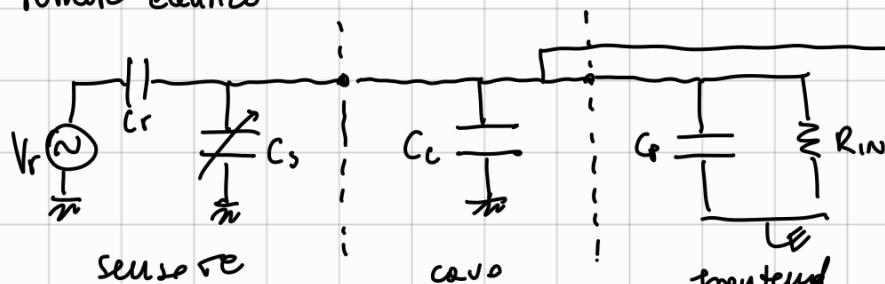


Voglio che  $Z_L \gg Z_{TH}$  in modo che il carico non carichi il sensore.

Questo è difficile perché di no  $Z_{TH}$  è molto grande

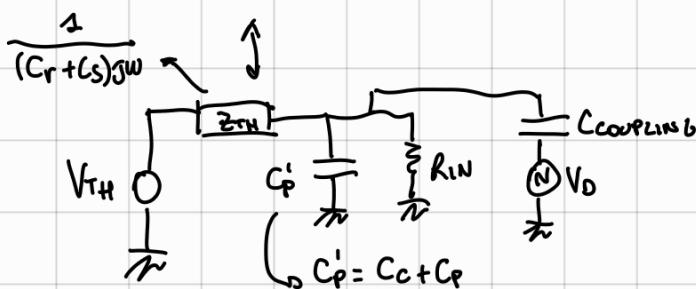
introducendo rumore nella misura

RUMORE ELETTRICO

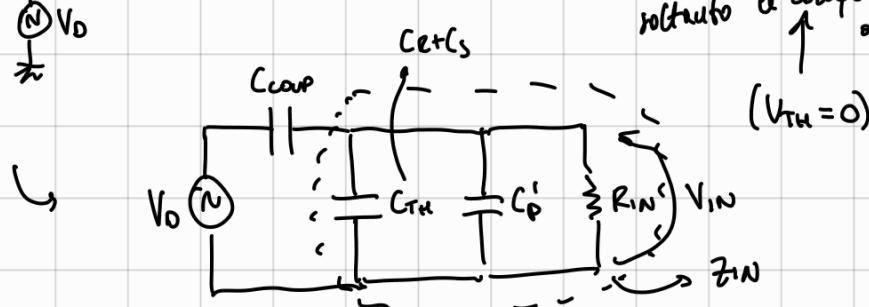


è legato all'ambiente elettromagnetico con l'ambiente  
→ cavi schermati

es. circuito di input dell'amplificatore



effettivamente ci interessano soltanto le componenti legate al rumore

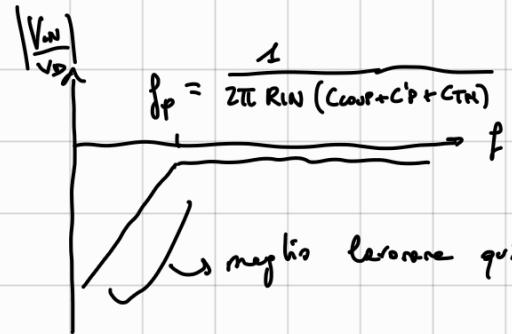


$$V_{IN}|_{V_{TH}=0} = \frac{Z_{IN}}{Z_{IN} + \frac{1}{j\omega C_{COUP}}} V_D$$

$$Y_{IN} = j\omega C_{TH} + j\omega C_P + \frac{1}{R_{IN}} = \frac{1 + j\omega(C_{TH} + C_P) \cdot R_{IN}}{R_{IN}}$$

$$\Rightarrow Z_{IN} = \frac{R_{IN}}{1 + j\omega(C_{TH} + C_P) \cdot R_{IN}}$$

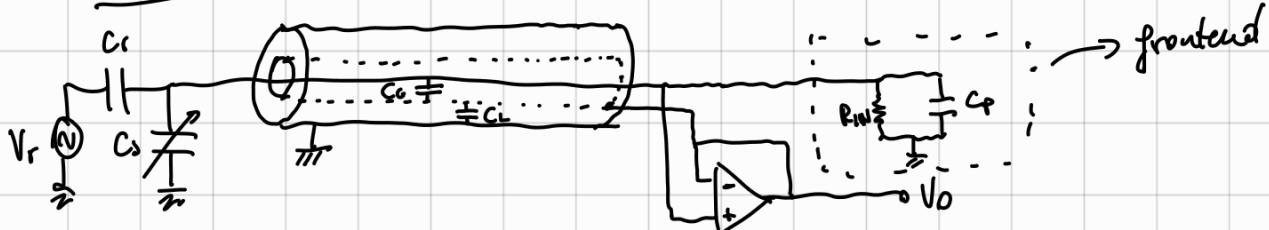
$$V_{IN}|_{V_{TH}=0} = \frac{j\omega C_{COUP} \cdot R_{IN}}{1 + j\omega(C_{TH} + C_P + C_{COUP}) \cdot R_{IN}}$$



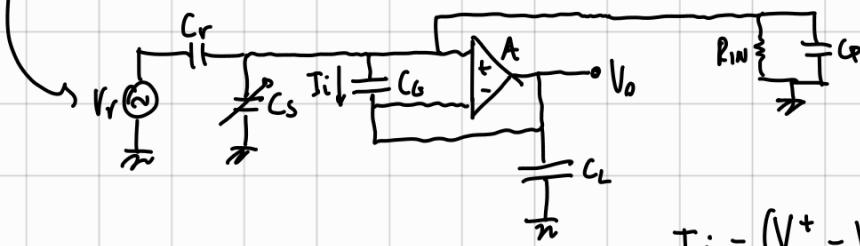
Si rischierebbe di ricevere due  $f_p > 50\text{Hz}$  perché qui c'è un raccolto di campo elettromagnetico per  $V_D$  della rete elettrica.

Un altro problema è se i cavi lunghi e  $C_G \gg C_S$  (e.g. per il condensatore si ha  $100\text{pF/m} \approx 10\text{m}$  ha una capacità di  $1\text{nF}$ )

### Cavi frequentali



In  $C_G$  non ci sono cariche grazie al buffer



$$V_o = V^- = (V^+ - V^-) \cdot A$$

$$V^- (1+A) = A V^+$$

$$V^- = \frac{A}{1+A} \cdot V^+$$

$$I_i = (V^+ - V^-) s C_G = \frac{1+A-A}{1+A} V^+ \cdot s C_G = V^+ \cdot \frac{s C_G}{1+A}$$

$$Z_i = \frac{V^+}{I_i} = \frac{A+1}{s C_G} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C_G}{A+1}$$

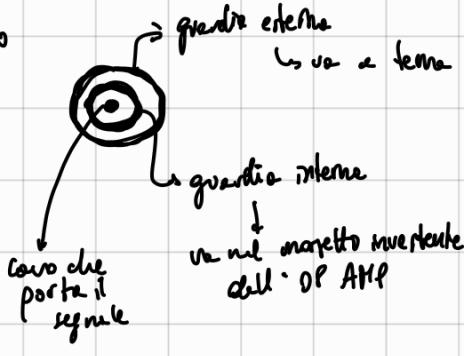
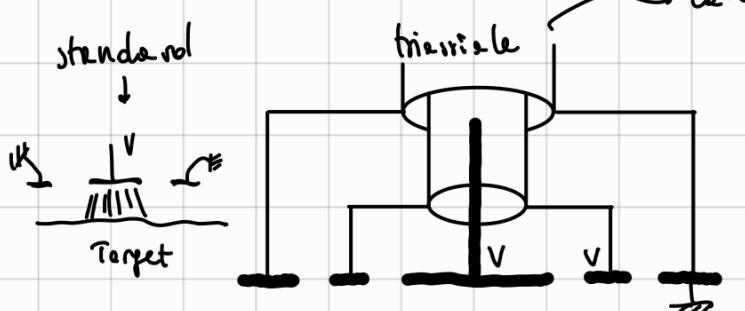
molto piccole quando  $A$  è molto grande

sopra che l'amp ha un guadagno molto grande in un range ampio (fino a  $1\text{GHz}$  circa)

### Sentore triviale +缆

Ese. sentore di proximità

standard



$$C \approx \epsilon \frac{(a+w)^2 \pi}{2}$$

## Read Out

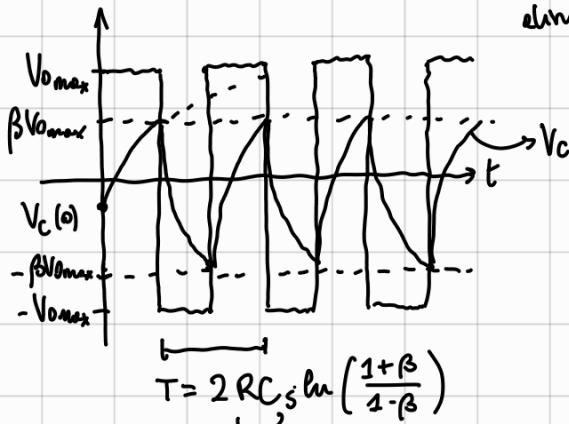
(A) segnali a basse frequenze  $\rightarrow$  problema  $\rightarrow$  il condensatore in realtà ha una resistenza parallela da cui la scarica

$\hookrightarrow$  bisogna di eccitare il sensore in AC con una frequenza  $f_{exc} \gg f_{s max}$



$f_s max \rightarrow$  de qui in poi: .7  
il sensore non reagisce +  
 $\Rightarrow$  il sensore non reagisce al circuito di read out

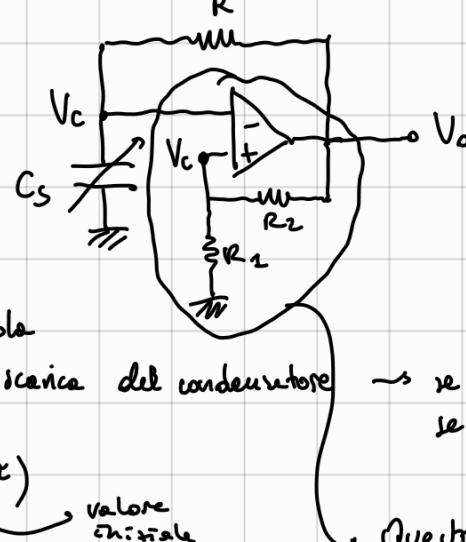
- FM  $\rightarrow$  Frequency Modulation  $\rightarrow$  basta un oscillatore



$\hookrightarrow \gamma \rightarrow$  perché  $R$  regola

la carica e scarica del condensatore

elemento con un generatore di onda quadra (relaxation oscillator)



$$\beta = \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

$\rightarrow$  se  $V_0$  è alto  $\rightarrow$  carica  
se  $V_0$  è basso  $\rightarrow$  scarica

Carica:  $(V(t) = (1 - e^{-t/\gamma}) \cdot V_f + V_0 \cdot e^{-t/\gamma})$

$$V_c(t) = (1 - e^{-t/\gamma}) \cdot V_{0 max} - \beta V_{0 max} \cdot e^{-t/\gamma} =$$

$$= V_{0 max} - (1 + \beta) \cdot V_{0 max} \cdot e^{-t/\gamma}$$

$$T_1 \text{ t.c. } V_c(T_1) = V_{0 max} - (1 + \beta) \cdot V_{0 max} \cdot e^{-T_1/\gamma} = \beta V_{0 max}$$

$$\Rightarrow (1 - \beta) V_{0 max} = (1 + \beta) \cdot V_{0 max} \cdot e^{-T_1/\gamma}$$

$$\Rightarrow -\frac{T_1}{\gamma} = \ln\left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta}\right) \rightarrow T_1 = \gamma \ln\left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right)$$

Considerando simmetria la scarica  $\rightarrow T = 2 \gamma \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta}$

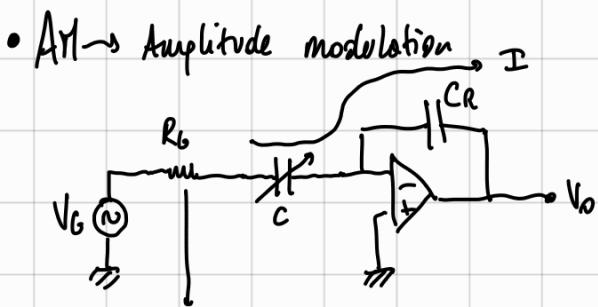
$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 R C_s} \cdot \left[ \ln\left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right) \right]^{-1}$$

$$= \frac{\alpha_C}{C_s} = \left(\frac{1}{C_0}\right) \cdot \alpha(1 + X) = f_0 \cdot (1 + X(t))$$

$\sim f_0 > f_{s max}$  (era quello che volevamo  $f_{exc} \gg f_{s max}$ )

Nel capito un certo punto in pratica  $f_0$  è la frequenza dell'oscillatore, che viene modulata dalla capacità del sensore. Demodulando il segnale posso ritrarre alla grandezza che mi interessa

$$BW = 2 \Delta f_{max} + 2 f_{s max}$$



molto piccola  
consideriamo ideale  
il generatore

$$V_G = V \cdot \operatorname{sen}(2\pi f_0 t + \varphi)$$

$$V_o(t)$$

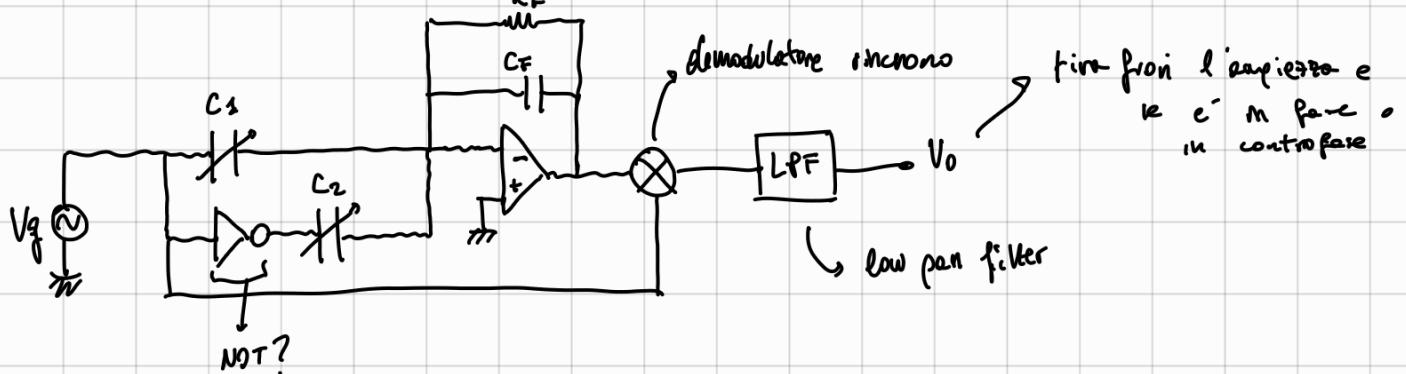
$$\nearrow C = C_0(1+x)$$

$$V_G \cdot \frac{1}{C} = -V_o \cdot \frac{1}{C_R} \rightarrow V_o = -\frac{C}{C_R} \cdot V_G$$

$$\Rightarrow V_o = \underbrace{\frac{C_0}{C_R} \cdot (1+x)}_{\hookrightarrow \text{modulazione in ampiezza}} \cdot V \cdot \operatorname{sen}(2\pi f_0 t + \varphi) = V_R \cdot (1+x) \cdot \operatorname{sen}(2\pi f_0 t + \varphi)$$

Circuito completo per lettura differenziale di sensori capacitivi con AM

$$C_1 = \frac{C_0}{1+x}, \quad C_2 = \frac{C_0}{1-x}$$



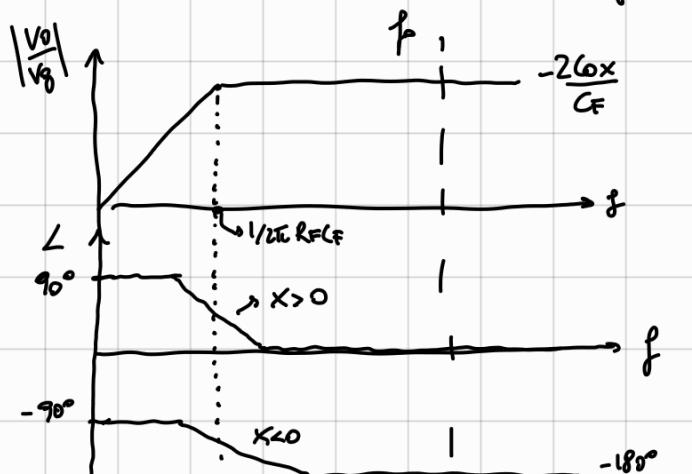
$$V_{\text{var}} = V_g \left( -\frac{Z_F}{Z_1} \right) - V_g \cdot \left( -\frac{Z_F}{Z_2} \right), \quad Z_F = \frac{R_F}{1 + j\omega C_F R_F}, \quad Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1}, \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{var}} &= V_g \left( \frac{Z_F}{Z_2} - \frac{Z_F}{Z_1} \right) = V_g Z_F \cdot \left( \frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_1} \right) = V_g \cdot \frac{R_F}{1 + j\omega C_F R_F} \cdot j\omega (C_2 - C_1) = \\ &= V_g \cdot \frac{R_F}{1 + j\omega C_F R_F} \cdot j\omega C_0 \cdot \left( \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} \right) \xrightarrow{\frac{1+x-1+x}{1-x^2} = \frac{2x}{1-x^2}} \end{aligned}$$

*Le  $x \ll 1 \Rightarrow$  manda via*

$$\Rightarrow V_{\text{out}} = V_g \cdot \frac{R_F}{1 + j\omega C_F R_F} \cdot j\omega C_0 \cdot 2x$$

Se  $f_0 \gg f_{\text{smax}} \rightarrow x$  posso considerarlo quasi costante



## INTERRUTTORI - CAPACITÀ → convertitore A/D

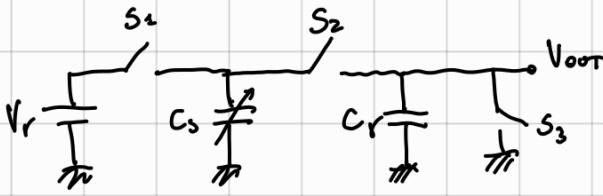
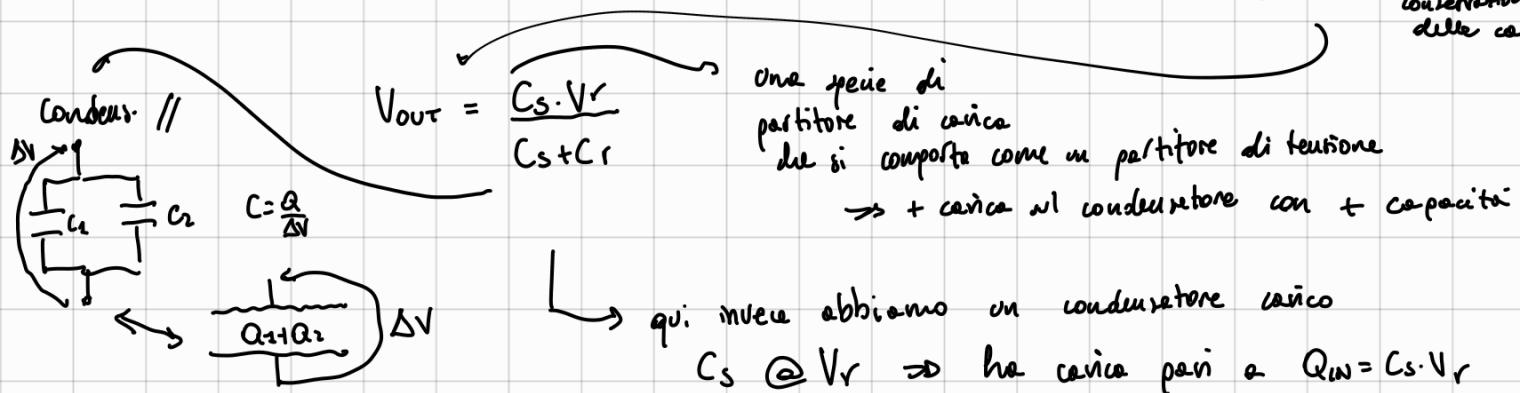


foto iniziale  $\rightarrow S_3$  è chiuso  $\Rightarrow V_0 = 0$

A)  $S_1$  chiuso,  $S_2, S_3$  aperti  $\Rightarrow Q_1 = C_s \cdot V_r$

B)  $S_1$  aperto,  $S_2, S_3$  chiusi  $\Rightarrow Q_{IN} = C_s \cdot V_r = Q_{FIN}$

misura  $\curvearrowright$  conservazione delle cariche



$\rightarrow$  poi chiudo il circuito e la capacità diventa  $C' = C_s + C_r$  mentre la carica rimane costante

$$\Rightarrow V' = \frac{Q_{IN}}{C'} = \frac{C_s \cdot V_r}{C_s + C_r}$$

questa ci applica ai capi di ciascun condensatore

$$\Rightarrow V' = \frac{Q'_s}{C_s} = \frac{Q'_r}{C_r}, Q'_r = Q_s$$

$$\Rightarrow \text{se } C_r > C_s \Rightarrow Q'_r > Q'_s$$

comunque, l'idea è di caricare  $C_s$ , poi scaricarlo su  $C_r$

parte della carica

$\Rightarrow$  Ripeto A, B  $\rightarrow$  se n abbiano

$C_s$  viene scaricato completamente

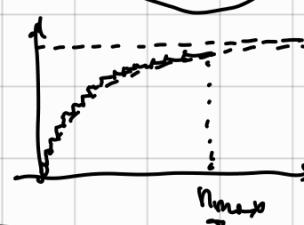
$$Q_{IN}^{(n)} = C_s V_r + C_r V_{OUT}^{(n-1)} \rightarrow \text{quante cariche era stata scaricata su } C_r$$

$$V_{OUT}^{(n)} = \frac{Q_{IN}^{(n)}}{C_s + C_r}$$

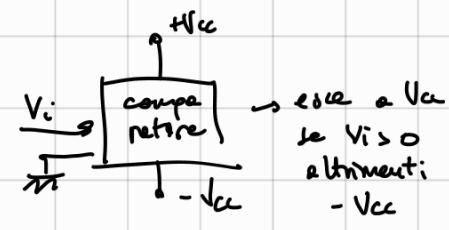
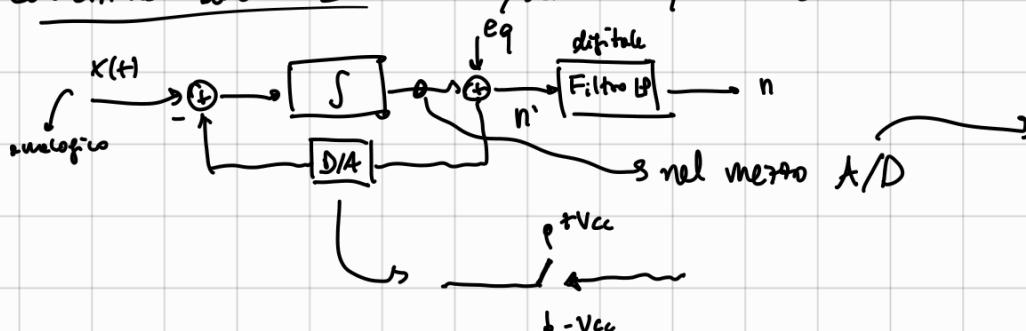
$$\text{fintanto che } V_r \gg V_{OUT} \Rightarrow V_{OUT}^{(n)} = V_{OUT}^{(n-1)} + \frac{C_s \cdot (V_r - V_{OUT}^{(n-1)})}{C_s + C_r}$$

$$\text{nel momento in cui: } V_{OUT} = V_r \Rightarrow V_{OUT}^{(n)} = n \cdot C_s \cdot \frac{V_r}{C_r} = n \cdot C_s \cdot \Delta Q_r$$

$\hookrightarrow$  è una sorta di fermo perché ci si sente all'ago



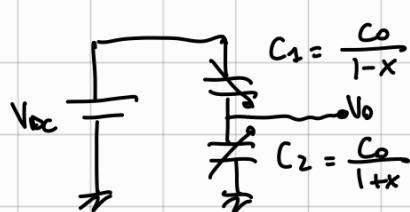
## Conversione diretta Σ-Δ



esce a Vca se  $V_{in} > 0$  altrimenti  $-Vcc$

## B) Segnali in alta frequenza

↳ in questo caso si può anche usare un'alimentazione continua tanto il segnale che ci interessa è ad alta frequenza  $\Rightarrow$  noi leggiamo le oscillazioni nel senso e in genere facciamo una misura differenziale



$$V_o = V_{DC} \cdot \frac{\frac{C_2}{1-x}}{\frac{C_2}{1+x} + \frac{C_2}{1-x}} = V_{DC} \cdot \frac{1-x}{1+x+1-x} = V_{DC} \cdot \frac{1-x}{2}$$

## SENSORI INDUTTIVI

Recap magnetismo

intensità del campo magnetico

$$\oint_T \vec{H} d\ell = \frac{d\Phi(B)}{dt} + \iint_A \vec{J} \vec{n} dA = I$$

$$V = \int_T \vec{E} d\ell = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

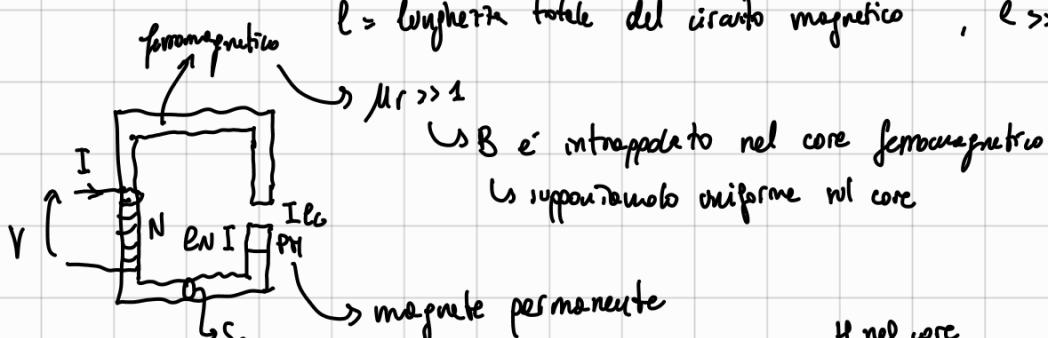
$$\Phi(B) = \iint_A \vec{B} \vec{n} dA$$

no elettromagnetismo

flusso del campo magnetico

induzione magnetica  
(densità di flusso)

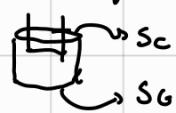
$l =$  lunghezza totale del circuito magnetico ,  $l \gg l_G$



$$\text{Core No PM} \Rightarrow l_N = 0 \rightarrow \int_T \vec{H} d\ell = H_C \cdot l + H_G l_G = N \cdot I \quad \text{corrente}$$

consideriamo una superficie cilindrica che avvolge sia il core che il gap

$$\Rightarrow \Phi(B) = \iint_S \vec{B} \vec{n} dA = 0$$



$$\Rightarrow \Phi_{Sc}(B) + \Phi_{SG}(B) = 0$$

$$\text{lo supponiamo uniforme} \quad \mu_c \cdot H_c \cdot S_c \quad \mu_0 \cdot H_G \cdot S_G$$

$$\Rightarrow H_c = \frac{\Phi_{Sc}(B)}{\mu_c S_c}, \quad H_G = \frac{\Phi_{SG}(B)}{\mu_0 S_G} \quad \Rightarrow \frac{\Phi_{Sc}(B) \cdot l}{\mu_c S_c} + \frac{\Phi_{SG}(B) \cdot l_G}{\mu_0 S_G} = NI$$

MMF

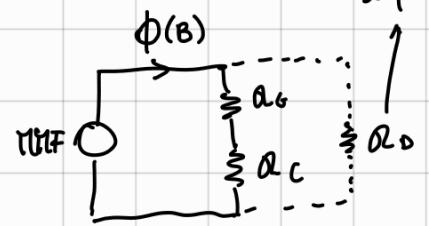
forza magneto-motrice

dipendenza

$$\text{RILUTTANZA} := \frac{l}{\mu s} = R \Rightarrow R_c = \frac{l}{\mu_c S_c}, \quad R_G = \frac{l_G}{\mu_0 S_G}$$

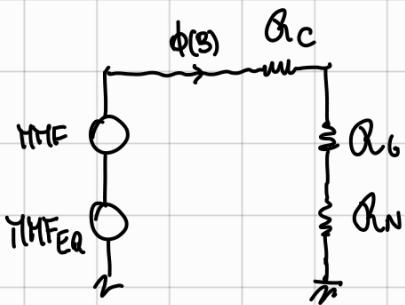
$$\text{Se } l \gg l_G \Rightarrow l_G < \Phi_{Sc} \Rightarrow S_G \approx S_c$$

circuito equivalente :



• se ci metto PM  $\rightarrow$  equivalente ad una nœudtante in serie alla MMF

$$R_N = \frac{e_N}{M_N \cdot S_N}, \quad MMF_{EQ} = R_N \cdot \phi(B_r) = R_N \cdot S_N \cdot \underbrace{\mu_0 \cdot M_r}_{\downarrow \text{magnetizzazione residua}} \cdot \underbrace{R_N}_{\mu_0 \cdot S_N \cdot M_r \cdot R_N}$$



$$V = \int_P \vec{E} dl = - \frac{d\phi(B)}{dt} \Rightarrow V = -N \frac{d\phi(B)}{dt}$$

$$\phi(B) = \frac{MMF_{TOT}}{R_{TOT}} = \frac{MMF + MMF_{EQ}}{R_C + R_G + R_N}$$

$$\Rightarrow V = -N \frac{d}{dt} \left( \frac{MMF_{TOT}}{R_{TOT}} \right) = -N \cdot \left[ \frac{\frac{d}{dt} MMF_{TOT} \cdot R_{TOT} - MMF_{TOT} \cdot \frac{dR_{TOT}}{dt}}{R_{TOT}^2} \right] =$$

$$= - \frac{N}{R_{TOT}} \cdot \frac{d(MMF_{TOT})}{dt} + \frac{N}{R_{TOT}^2} \cdot MMF_{TOT} \cdot \frac{dR_{TOT}}{dt}$$

$$= - \frac{N^2}{R_{TOT}} \cdot \frac{dI}{dt} + \left[ \frac{N^2 I}{R_{TOT}^2} \cdot \frac{d}{dt} R_{TOT} + \frac{N \cdot MMF_{EQ}}{R_{TOT}^2} \cdot \frac{d}{dt} R_{TOT} \right]$$

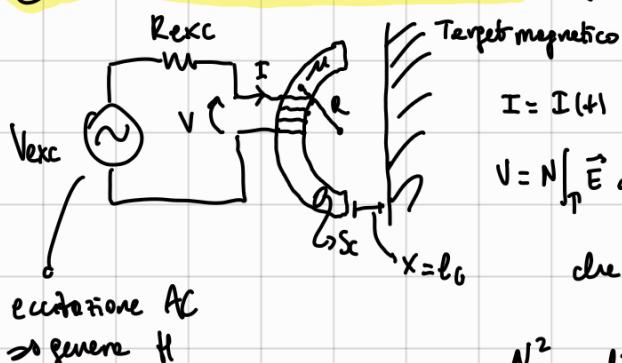
legato al variazione della corrente

legato alla variazione della nœudtante

$$MMF + MMF_{EQ} = NI + \mu_0 S N_r R_N$$

$\downarrow$   
costante  
 $\Rightarrow d/dt = 0$

## ① SENSORÈ PASSIVO SENZA PM (displacement/proximity) (passivo)



$$I = I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega_{exc} t), \quad \omega_{exc} = 2\pi f_{exc}$$

voglio  $f_{exc} \gg f_s$

$$V = N \int_P \vec{E} dl = -N \cdot \frac{d\phi(B)}{dt} \quad \text{ma } \phi(B) = \frac{MMF_{TOT}}{R_{TOT}}$$

$$\text{che nel caso senza MP è } \phi(B) = \frac{NI}{R_{TOT}}$$

$$\Rightarrow V = - \frac{N^2}{R_{TOT}} \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{N^2 I}{R_{TOT}^2} \cdot \frac{dR_{TOT}}{dt}$$

quasi nulla

$$\Rightarrow V = - \left( \frac{N^2}{R_{TOT}} \right) \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}, \quad R_{TOT} = (R_G + R_C + R_T) =$$

dipende dalla corrente

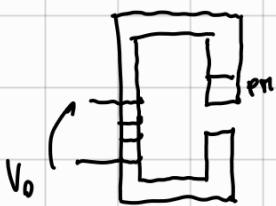
dipende dal target

$$= \frac{2l_0}{\mu_0 S_0} + \frac{\pi R}{\mu_0 C_S C} + \frac{2R}{\mu_0 S_T}$$

$$\Rightarrow N \cdot I = R_{TOT} \cdot \phi(B) \approx \left( \frac{2l_0}{\mu_0 S_0} + \frac{2R}{\mu_0 S_T} \right) \cdot \phi_B = \phi_B \cdot R_0 \left( 1 + \frac{\mu_0 S_T}{\mu_0 S_0} \frac{l_0}{R} \right)$$

per le misurazioni voglio  $f_{exc} \gg f_C$

## ② SENSORI A RILUSSANZA VARIABILE (attivo)



la bobina è unico polo per la lettura

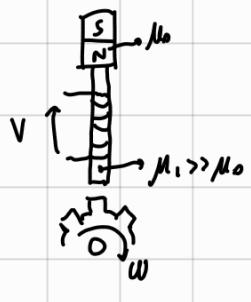
$$V = -N \frac{d}{dt} \left( \frac{\text{MMF}_{\text{eq}}}{\mu_{\text{rot}}} \right)$$

$$\Rightarrow \text{MMF} = 0$$

perché  $I = 0$   
attivo

$$V = -N \cdot \frac{d \text{MMF}_{\text{eq}}}{R_{\text{rot}}} + \frac{N}{R_{\text{rot}}^2} \frac{d}{dt} R_{\text{rot}}$$

### Sensore di velocità (velocità angolare)



T fino a 300°C

$$V = \frac{N}{R_{\text{tot}}^2} \cdot \frac{d R_{\text{tot}}}{dt} \approx \frac{N}{R_{\text{rot}}^2} \alpha \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\text{periodo } T_V = \frac{2\pi}{w} \cdot \frac{1}{N_{\text{deutri}}}$$

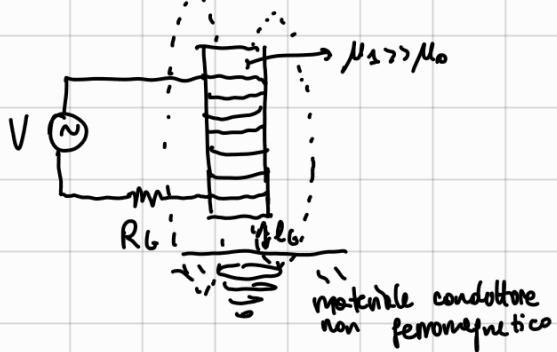
delle moto  
deutri



→ corrente a varico?

### Sonde a eddy currents

→ correnti parasite/ohi Faraday/eddy



Hilfssinn

$t > \delta$

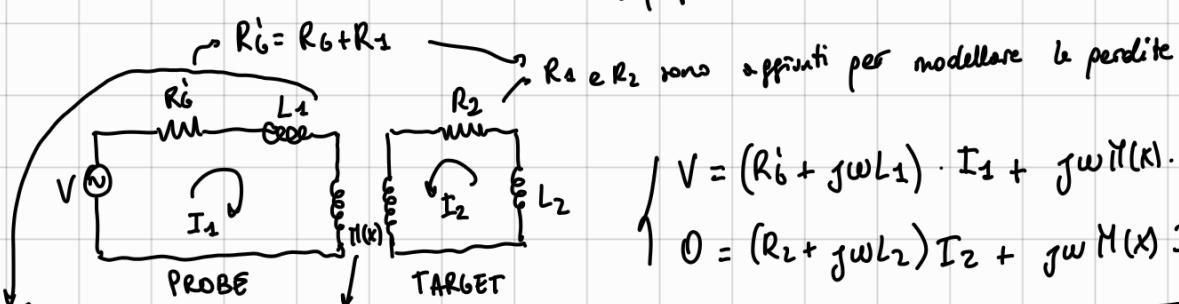
= prof. di penetrazione

→ correnti indotti in masse metalliche immerse  
in un campo magnetico variabile (o che si  
muovono in un campo magnetico costante)

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \sigma} \delta}$$

alta  
di solito  
25 kHz - 2 MHz

utile per trovare difetti sotto  
superficiali in modo non distruttivo



se il target non  
è ferromagnetico  
 $\Rightarrow L_t$  è costante  
elettricamente verso la nu-  
nella e quindi  $L_t$

ecoppiamento magnetico  
 $M(X) \propto x^{-l_G}$

$$\begin{cases} V = (R_b + j\omega L_b) \cdot I_1 + j\omega M(X) \cdot I_2 \\ 0 = (R_t + j\omega L_t) I_2 + j\omega M(X) I_1 \end{cases}$$

$$I_2 = - \frac{j\omega M(X)}{R_t + j\omega L_t} \cdot I_1$$

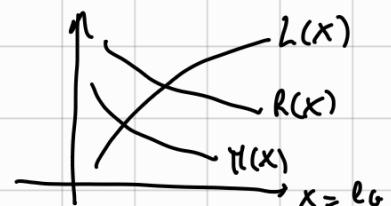
$$\Rightarrow V = \left[ R'G + j\omega L_1 - j\omega M(x) \cdot \frac{j\omega M(x)}{R_2 + j\omega L_2} \right] \cdot I_2 = \left[ R'G + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2(x)}{R_2 + j\omega L_2} \cdot \frac{R_2 - j\omega L_2}{R_2 + j\omega L_2} \right] \cdot I_2$$

$Z = \frac{V}{I_1} = R'_G + \frac{\omega^2 M^2(x) R_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} + j\omega \left( L_1 - \frac{\omega^2 M^2(x) L_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \right)$

diviso in parte reale e immaginaria

R(x) thickness

dipende da:  $x, \sigma_T, \mu_T, t$



In altre parole i) senso di sti senso:

- senso a induzione variabile  $\rightarrow$  basati sulla variazione della induzione del circuito magnetico
- senso a eddy current  $\rightarrow$  induzione mutua (accoppiamento / trasformatore) dove il secondario è il target (conduttore non ferromagnetico)

Proximity sensors. Capacitivi Vs. Induttivi

$\hookrightarrow_C$   $\hookrightarrow_L$

• Conico meccanico:  $F_L > F_C$

$$C: E_C = \frac{1}{2} CV^2, |F_C| = \left| \frac{dE_C}{dx} \right| = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{2} CV^2 \right) = \left| \frac{1}{2} V^2 \frac{d}{dx} \frac{C}{x} \right| =$$

$\hookrightarrow 100 \text{ pF}, 10 \text{ V} \rightarrow |F_C| \approx 10^{-9}$

$$= \left| -\frac{1}{2} V^2 \cdot \left( \frac{C}{x} \right) \cdot \frac{1}{x} \right| = \left| -\frac{1}{2} \frac{C}{x} V^2 \right|$$

$$L: E_L = \frac{1}{2} L I^2, |F_L| = \left| \frac{dE_L}{dx} \right| = \left| \frac{d}{dx} \frac{1}{2} L I^2 \right| = \left| \frac{1}{2} I^2 \cdot \frac{d}{dx} \frac{N^2 \mu S}{x} \right| =$$

$\hookrightarrow 1-100 \text{ nH}, |I| = 10 \text{ mA}$

$$L = \frac{N^2}{\varrho}, \varrho = \frac{l}{\mu \cdot S}$$

$$|F_L| \approx 10^{-7} = \left| -\frac{1}{2} N^2 \frac{L}{x} I^2 \right|$$

• meas. range

$$C: 1/8 \text{ } \begin{matrix} \text{range} \\ \text{distanza} \end{matrix} / \phi$$

$$L: 1/3 \text{ } \begin{matrix} \text{range} \\ \text{spot} \end{matrix} / \phi$$

• risoluzione

$$C: 3/1 \text{ } \phi_{spot} / \phi$$

$$L: 13/1 \text{ } \phi_{spot} / \phi$$

• completezza del front-end

$$C: \text{alta} \quad L: \text{media}$$

• influenza dell'ambiente

L: spessore minimo del target e le caratteristiche uniformità del target, il esterno, T... (NO sporco, umidità)

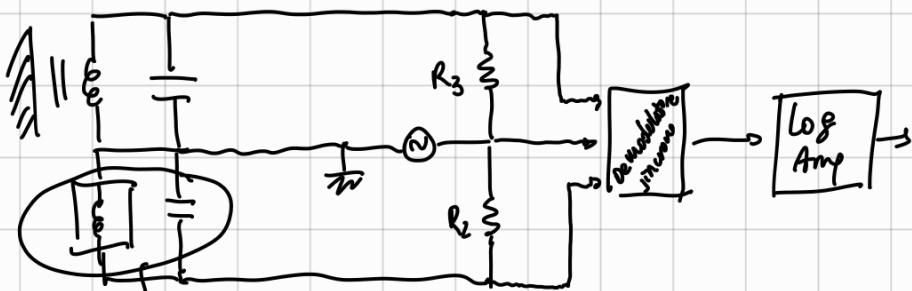
C: E, sporco, ossidazione delle armature, condensa H<sub>2</sub>O (NO uniformità del target, T, umidità della superficie...)



esempio di frontend per induttivi

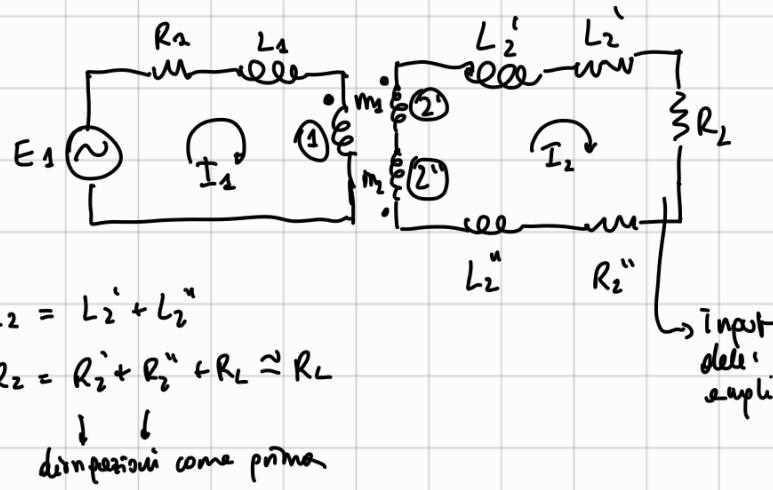
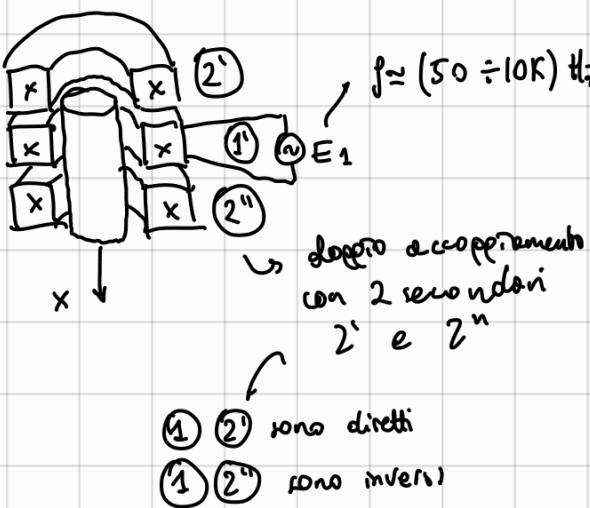
• complessità delle sponde

$$C < L$$



questo è uno sonda aggiuntiva che non viene avvicinata al target e serve solo per compensare gli effetti legati alla temperatura

① LVDT - linear differential variable transformer (sensore di posizione con contatto)



$$\begin{cases} E_1 = (R_1 + j\omega L_1) \cdot I_1 + j\omega (M_2 - M_1) \cdot I_2 \\ 0 = (R_2 + j\omega L_2) \cdot I_2 + j\omega (M_2 - M_1) \cdot I_1 \end{cases} \rightarrow I_1 = \frac{E_1 + j\omega (M_2 - M_1) \cdot I_2}{R_1 + j\omega L_1} \quad \text{superposiz.}$$

$$|E_1| \gg j\omega (M_2 - M_1) \cdot I_2, M_1 - M_2 = K_x$$

$$\Rightarrow 0 = (R_2 + j\omega L_2) I_2 + j\omega (M_2 - M_1) \cdot \frac{E_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{j\omega (M_2 - M_1) \cdot E_1}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2)}$$

$$V_{out} = R_L \cdot I_2 = \frac{j\omega K_x E_1}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2)} \cdot R_L$$

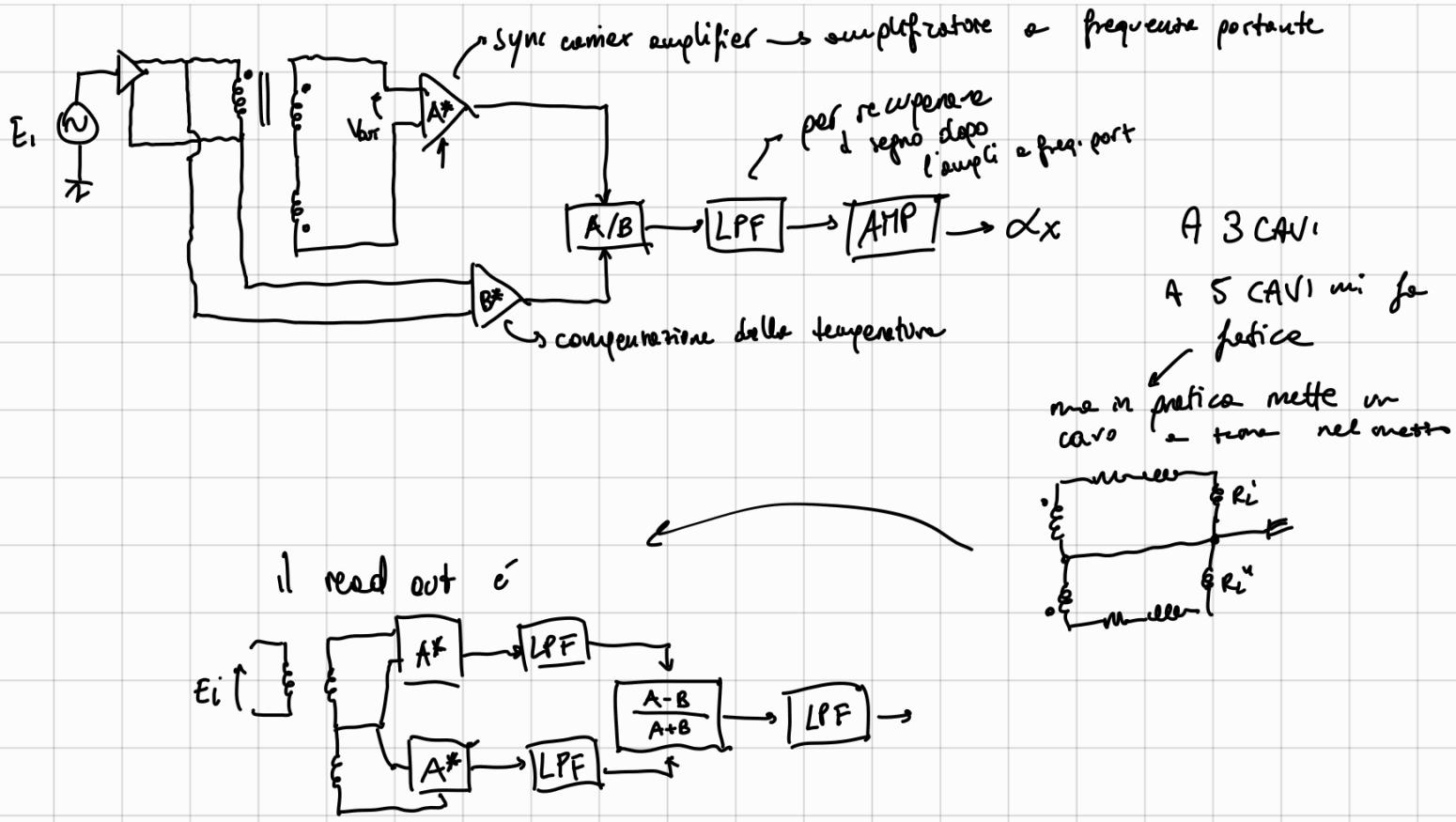
$$= \frac{j\omega K_x \cdot R_L}{(1 + j\delta/f_1)(1 + j\delta/f_2)} E_1, \quad f_1 = \frac{R_1}{L_1}, \quad f_2 = \frac{R_2}{L_2}$$



$f_2 > f_1$  perché  $R_2 \gg R_1$  (domina)

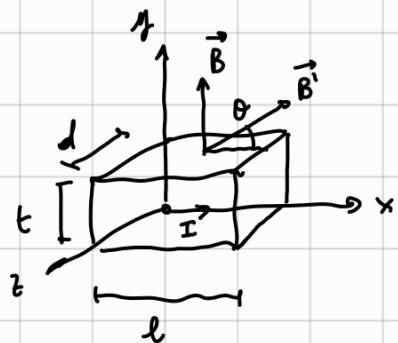
$f_{exc}$   
dovremo lavorare a questa frequenza perché almeno due input-output in fase

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{L_1 L_2}}$$



### ⑤ Sensore e effetto Hall

$\hookrightarrow \Delta V \perp J$  quando  $J \perp H \rightarrow$  c'è la forza di Lorentz  
 $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$



per trovare  $\vec{B}$  metto una bobina intorno al sensore

$$F = \oint v B \sin \theta = Fe = \oint E = f \cdot \frac{V_H}{d} \quad \begin{matrix} \text{tensione generata,} \\ \text{potenziale di Hall} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow V_H = v \cdot d \cdot B \sin \theta$$

$$J = n \cdot q \cdot V \Rightarrow V = \frac{J}{nq} \quad \text{ma} \quad I = J \cdot A \Rightarrow J = \frac{I}{t \cdot d}$$

$$\text{Coef. di Hall} = \frac{1}{qn}$$

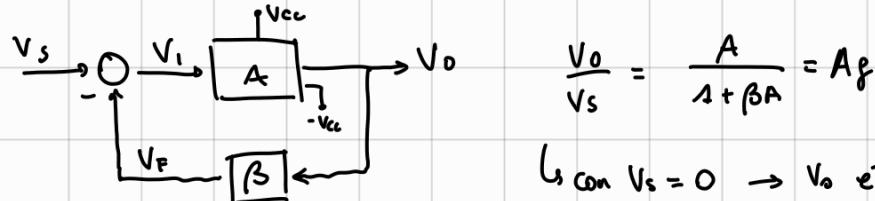
$$\Rightarrow V = \frac{I}{t q d n} \quad \Rightarrow V_H = \frac{I \cdot B \sin \theta}{t q n} = \frac{K_H}{t} \cdot I \cdot B \sin \theta$$

rimane la dimensione lungo cui c'è  $B_1$

Il sensore puo' essere usato per misurare:

1.  $B$
2. posizione in confronto con un Pil
3. angolo con un PM
4. come?

**Oscillatori** → sulla base c'è un circuito in retroazione



↳ con  $V_s = 0 \rightarrow V_o$  è un'onda AC (seno o quadra)

voglio  $V_{out}$  instabile o, idealmente,  
marginalmente stabile, con una coppia  
di poli complessi coniugati

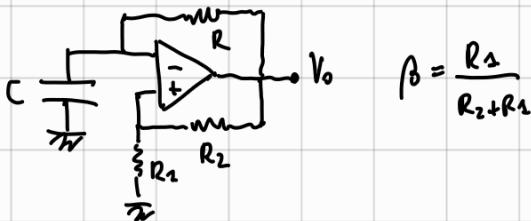
$$V_{out} = V_o \cdot e^{\frac{j\omega_0 t}{\zeta}} \cos(\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} \cdot t + \varphi) \rightarrow \text{poli instabili} \rightarrow \text{onda quadra}$$

↳ poli marginalmente stabili      tralita dalla saturazione  
 ↳ onda sinusoidale

$$\rho_{1,2} = \pm j\omega_0$$

$$1 + \beta A = 0$$

• Oscillatore ad onda quadra e ritenimento



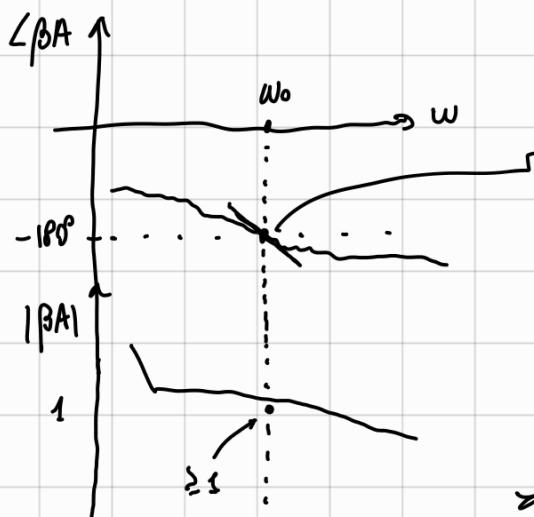
• Oscillatore sinusoidale → vogliamo trovare qualcosa che soddisfi  $1 + \beta(j\omega) A(j\omega) = 0$

quella sarà la frequenza di oscillazione

Condizioni di Barkhausen

$$\begin{cases} |\beta A| = 1 \\ \angle \beta A = \pm 180^\circ \end{cases}$$

La qualità degli oscillatori viene dalla loro stabilità in frequenza

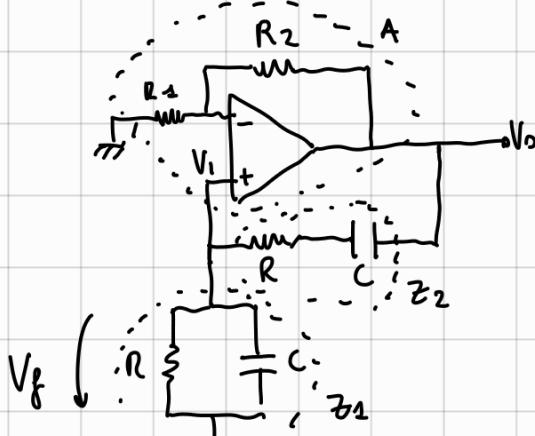


$\frac{\partial L\beta A}{\partial \omega} \rightarrow$  migliore è questo slope minore è la variazione in frequenza a seguito della stessa variazione di fase

$$\Delta \omega_0 = \left( \frac{\partial L\beta A}{\partial \omega} \right)^{-1} \cdot \Delta L\beta A, \quad L\beta A \approx L\beta + \text{costante}$$

$$\Rightarrow \Delta \omega_0 = \left( \frac{\partial L\beta A}{\partial \omega} \right)^{-1} \cdot \Delta L\beta$$

## Oscillatore a ponte di Wien (range dei KHz)



$$\text{OP AMP ideale: } V_i = V_0 \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2} \Rightarrow V_0 = \frac{R_1+R_2}{R_2} V_i$$

$$V_0 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_i$$

$$Z_2 = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

$$Z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

$$\frac{V_0}{V_i} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = A$$

$$-V_f = V_0 \cdot \frac{Z_1}{Z_2 + Z_1} \Rightarrow \frac{V_f}{V_0} = \beta = -\frac{Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$\Rightarrow \beta = -\frac{\frac{R}{1+j\omega CR}}{\frac{1+j\omega CR}{j\omega C} + \frac{R}{1+j\omega CR}} = -\frac{R / 1 + j\omega RC}{1 + 2j\omega RC - \omega^2 R^2 C^2 + j\omega RC} \quad \text{diciamo } CR = \alpha$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{-j\omega d}{1 - d^2 \omega^2 + 3j\alpha \omega}$$

impongo la condizione di Barkhausen nulla per

$$\Rightarrow \angle A\beta = 180^\circ \quad \text{ma } \angle A = 0^\circ \Rightarrow \angle A\beta = \angle \beta \rightarrow \text{a num. c'è un immaginario negativo} \Rightarrow \text{no}$$

Lo voglio che anche il denominatore sia così

pongo  $1 - d^2 \omega^2 = 0$  prendo ovviamente solo la pulsazione +

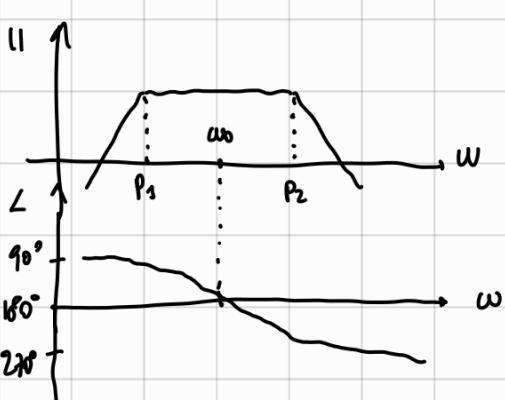
$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{RC}$$

$$\beta|_{\omega_0} = -\frac{1}{3} \Rightarrow |A(\omega_0)\beta(\omega_0)| = \left| \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{-\beta}{1 + 3\beta} \right| = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \geq 1$$

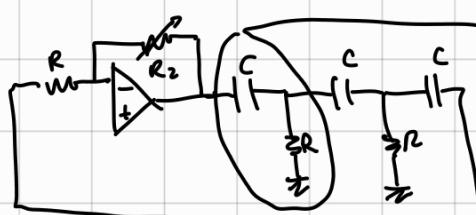
Voglio dimensionare  $R_2$  e  $R_1$  t.c.  $1 + \frac{R_2}{R_1} \approx 3$

se  $\alpha = 3 \Rightarrow$  sinusoidale

$\alpha > 3$  andrebbe quadrata



## Oscillatore a sferamento

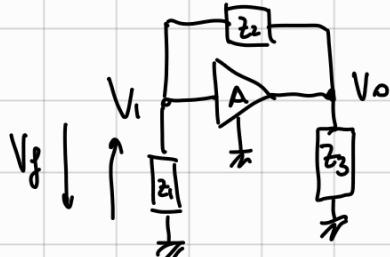


ci sono blocchi e' responsabile di uno sferamento di  $90^\circ \Rightarrow$  ne basterebbero 2 (idealmente)

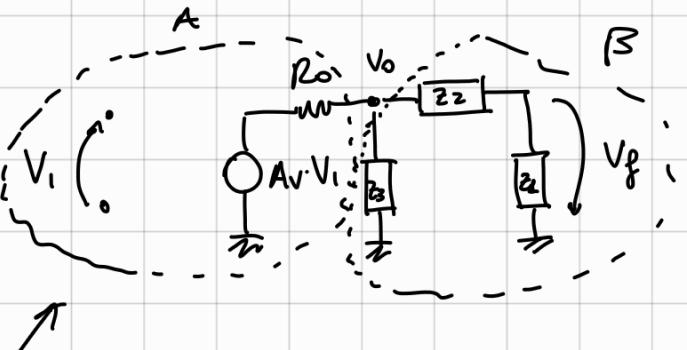
Ma se ne metto 3 per avere + spazio di manovra

## Oscillatori ad alto frequenza (100kHz - 30MHz)

Oscillatore a 3 punti



modello  
lineare  
dell'ampli



$$z_{eq} = (z_1 + z_2) // z_3$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{z_{eq}}{R_o + z_{eq}} \cdot A_v \cdot V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = A = \frac{A_v \cdot (z_1 + z_2) // z_3}{R_o + (z_1 + z_2) // z_3}$$

$$V_f = -\frac{z_1}{z_2 + z_1} \cdot V_o \Rightarrow \frac{V_f}{V_o} = \beta = -\frac{z_1}{z_2 + z_1}$$

1. tutte le  $z$  sono reattanze pure  $\rightarrow z_1 = jx_1, z_2 = jx_2, z_3 = jx_3$

2. per avere  $\angle A\beta = \pm 180^\circ$ , considerando  $A \in \mathbb{R}$

$$\beta = \frac{-z_1}{z_2 + z_1} = \frac{-x_1}{x_2 + x_1}$$

$$\rightarrow A = A_v \cdot \frac{\frac{1}{jx_3} + \frac{1}{j(x_1+x_2)}}{R_o + \frac{1}{jx_3} + \frac{1}{j(x_1+x_2)}} = \frac{-x_3(x_1+x_2)}{jR_o(x_1+x_2+x_3) - x_3(x_1+x_2)}$$

dove essere 0 in modo che  $A \in \mathbb{R}$   
per avere  $\angle A\beta = 180^\circ$  tutti devono  $\in \mathbb{R}$

$$x_1 + x_2 + x_3 \Big|_{\omega=\omega_0} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -x_3 \rightarrow 2C + 1L \rightarrow \text{Colpitts}$$

$$2L + 1C \rightarrow \text{Hartley}$$

Poi voglio  $|A\beta|_{\omega=\omega_0} = 1 \rightarrow A|_{\omega_0} = A_v$

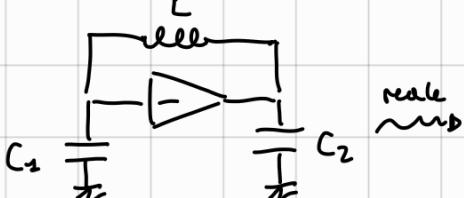
$$\beta|_{\omega_0} = \frac{-x_1}{x_2 + x_1} = \frac{-x_1(\omega_0)}{-x_3(\omega_0)}$$

$$\Rightarrow A_v \cdot \frac{x_1}{x_3} \geq 1$$

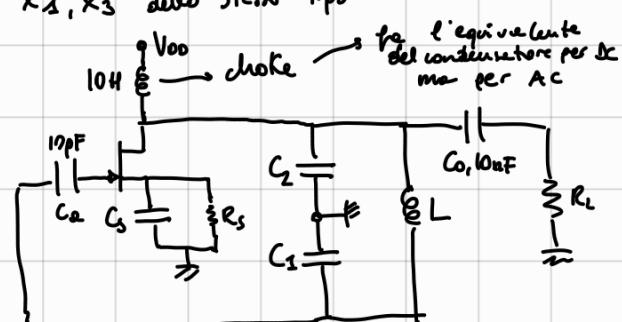
Inoltre: - se l'OP AHP è in config. non invertente  $\Rightarrow A_v > 0 \Rightarrow x_1, x_3$  di tipo opposto

- se l'OP AHP è invertente  $\Rightarrow A_v < 0 \Rightarrow x_1, x_3$  dello stesso tipo

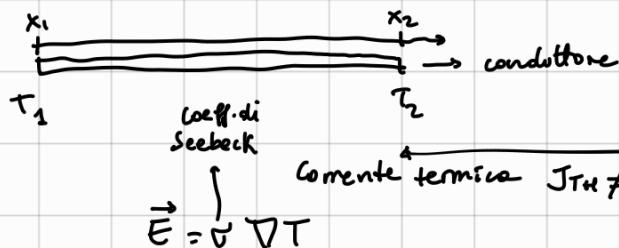
$\Rightarrow$  Colpitts  
invertente



reale  
modo



## Termocoppio (senza effetti)



elettroni: @  $T$  maggiore tendono a diffondersi  
verso zone @  $T$  minore

effetto Seebeck / termoelettrico

$$\Delta V = V(T_2) - V(T_1) = - \int_{T_1}^{T_2} \vec{E} dL \quad \text{ma} \quad E = \sigma \frac{dT}{dx} \Rightarrow \Delta V = - \int_{x_1}^{x_2} \sigma \frac{dT}{dx} dx = \int_{T_1}^{T_2} \sigma dT = V(T_2) - V(T_1)$$

(se  $\sigma$  è costante  $\Rightarrow \Delta = \sigma(T_2 - T_1)$ )

Le dividendo in circuito è meglio misurare  
le ddp  $\Rightarrow \Delta V = \int_{T_0}^{T_1} \sigma dT = 0$

MA se useremo una giunzione fra 2 metalli diversi con diversi coefficienti di Seebeck

$$\Rightarrow \Delta V = \int_{T_2}^{T_1} \sigma_A dT - \int_{T_2}^{T_1} \sigma_B dT = \underbrace{\int_{T_2}^{T_1} (\sigma_A - \sigma_B) dT}_{\sigma_{AB}} \neq 0 \rightarrow \text{effetto Seebeck + Peltier}$$

Leggi per le termocoppiate:

$\bullet \quad T_1 \circ T_2 = T_1 \circ T_2$   $\rightarrow$  contano solo le temperature alle giunzioni:

$\bullet \quad T_1 \circ T_2 = T_1 \circ T_2 + T_3 \circ T_2 \rightarrow \Delta V = \int_{T_3}^{T_1} \sigma_A dT + \int_{T_1}^{T_2} \sigma_B dT + \int_{T_2}^{T_3} \sigma_A dT + \int_{T_3}^{T_1} \sigma_B dT = \Delta V_{AB}$

$\bullet \quad T_1 \circ T_2 = T_1 \circ T_2 + S \circ T_2 \rightarrow$  legge dei metalli intermedi

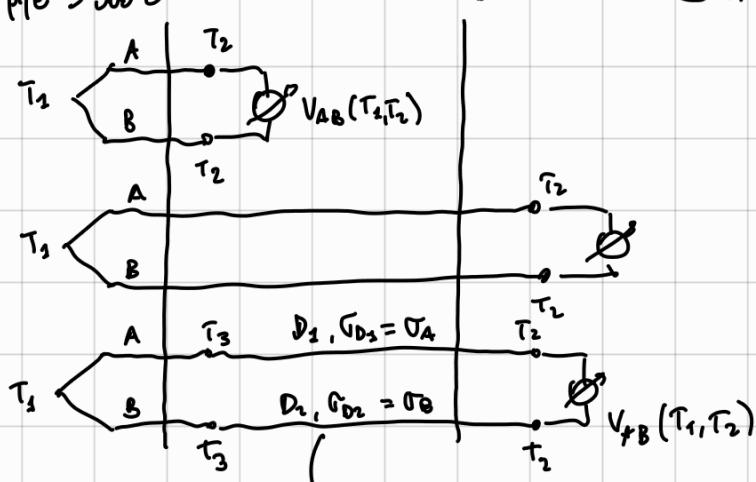
$\bullet \quad T_1 \circ T_2 = T_1 \circ T_2 + C \circ T_2 \rightarrow$  legge delle temperature intermediate

$\bullet \quad T_1 \circ T_2 = 0$  Accuracy  $\approx 1^\circ C$

vari range disponibili

## Circuiti con termocoppia

flat pipe  $> 300^\circ\text{C}$



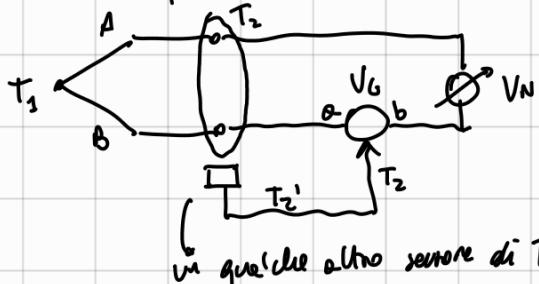
control room @  $T_R = 25^\circ\text{C} / 0^\circ\text{C}$

→ extension wire → specifici al termocoppio, bisogna lo stesso σ

$$V_N = \int_{T_1}^{T_2} V_A dT + \int_{T_1}^{T_0} V_B dT + \int_{T_0}^{T_2} V_A dT = \int_{T_0}^{T_1} (V_A - V_B) dT = V_{AB}(T_1, T_0)$$

cold junction → ci sono le temperature di riferimento → si fa una sempre (?) misura relativa

però compensare la cold junction → facendone una misura assoluta



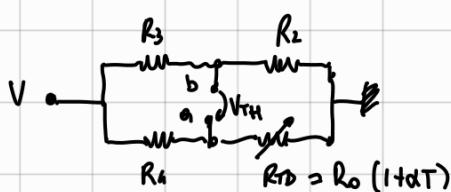
$V_G$  è controllato dalla misura  $T_2'$

$$V_G = V_{AB}(T_1, T_2) - V_{AB}(T_2, 0^\circ\text{C}) = V_{AB}(T_1, T_2) + V_{AB}(0^\circ\text{C}, T_1)$$

$$= V_{AB}(0^\circ\text{C}, T_2)$$

$T_2$  varia in un piccolo range → appross.:  $V_{AB}(T_2, 0^\circ\text{C}) \approx C_0 + C_1 T_2$

Soluzione con ponte resistivo e RTD



$$V_{TH} = V_a - V_b = V \cdot \frac{R_{TD}}{R_4 + R_{TD}} - V \cdot \frac{R_2}{R_3 + R_2}$$

Hp:  $R_1 \gg 1 \Rightarrow R_1 + R_{TD} \approx R_1$   
 $R_3 + R_2 \approx R_3$

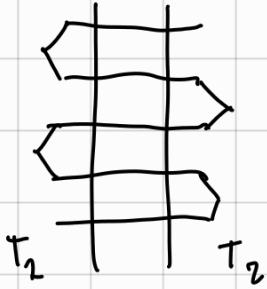
inoltre  
 $\frac{R_0}{R_1} = \frac{R_3}{R_2}$

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{R_0}{R_1} + \frac{R_0 \alpha T}{R_4} - \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_2}{R_3} \alpha T$$

$$\Rightarrow \frac{V_{TH}}{V} = \frac{R_2}{R_3} \alpha V \cdot T$$

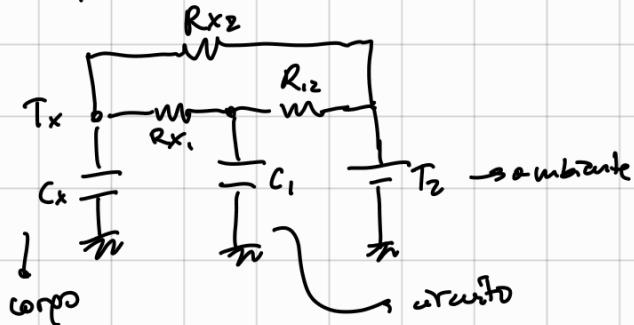
circ. eq. termocoppia  
 zw → resistenza dei cavi  
 $V_{AB}(T_1, T_2)$

• Termopile? → termocoppie impilate



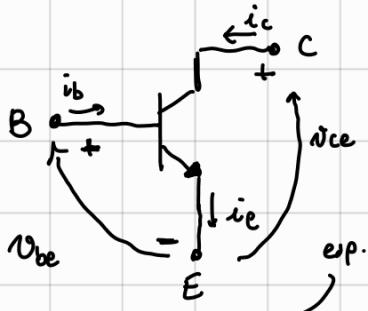
$$V_{AB}^T(T_1, T_2) = N V_{AB}(T_1, T_2)$$

Circ. equiv. di un sistema corpo-termocoppia



RECAP BJT → Transistor o giunzione bipolare (npn o pnp)

si mostra questo

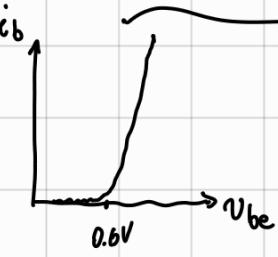


$$i_e = i_b + i_c$$

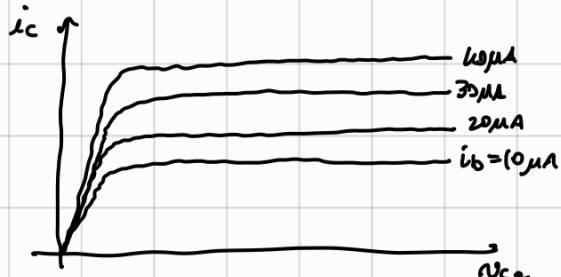
$i_b$  c'è solo dopo una determinata soglia  
 $\rightarrow V_{be} > 0.6/0.7 \text{ V}$

@LOW F è un elemento resistivo

in regione attiva, che è quella che ci interessa abbiamo



$i_c$  è praticamente costante rispetto a  $i_{ce}$  se ci possono avere grandi variazioni di tensione e punti di corrente incrementa linearmente con  $i_b$



si può semplificare tutto dicendo

$$V_{be} = V_0, \quad i_c = \beta i_b$$

↳ guadagno di corrente

inoltre  $i_c = i_s \cdot e^{qV_{be}/kT}$   
↳ corrente di saturazione inversa

$$\ln\left(\frac{i_c}{i_s}\right) = \frac{qV_{be}}{kT}$$

$$V_{be} = V_0 = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{i_c}{i_s}\right)$$

$i_s = Aq D_n \cdot n_i^2 = B n_i^2$   
↳ coefficiente di diffusione  
Area dell'emettore  $\propto W$   
↳ larghezza della base  
densità di carica nella base

$$\text{recall: } n_i = \sqrt{M_i k T} \text{ e } \frac{F_E}{2\pi r} = \sqrt{T k T} \cdot e^{\frac{qV_0}{2kT}}$$

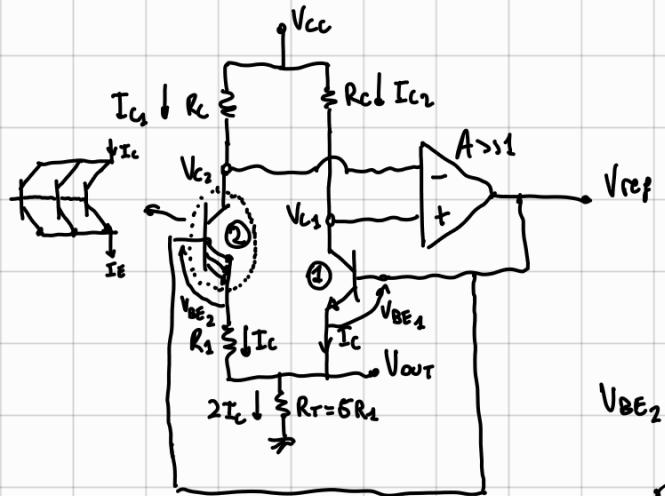
$i_s$  è la  $i_c$  quando  $V_{be} = V_0$   
 $\Rightarrow i_s = k_s \cdot e^{qV_0/kT}$

$$\alpha = \frac{dV_{be}}{dT} = \frac{k}{q} \cdot \ln\left(\frac{i_c}{i_s}\right) - \frac{kT}{q} \cdot \frac{i_c}{i_s} \cdot \frac{di_s}{dT}$$

$$\frac{V_{be}}{T}$$

$$\frac{V_s}{T}$$

• Lavoro Classico di temperatura



in regime attivo  $I_E \approx I_C$

lo spazio di corrente è  $T_c$   $I_{C2} = I_{C1} = I_C$

per questo la corrente di  $R_T$  è pari a  $2I_C$

infatti l'OPAMP tiene  $V_{C2} = V_{C1}$

$$V_{BE2} + I_C \cdot R_1 = V_{BE1} \Rightarrow \Delta V_{BE} = V_{BE1} - V_{BE2} = I_C \cdot R_1$$

$$\Delta V_{BE} = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_C}{I_{S1}}\right) - \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_C}{I_{S2}}\right) = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_{S2}}{I_{S1}}\right) = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right)$$

essendo  $I_S = K_S e^{\frac{qV_B}{kT}}$

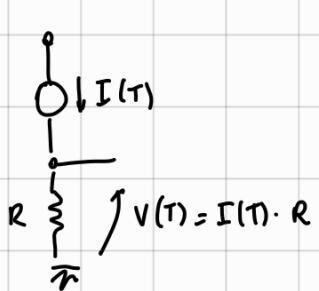
$$I_C = \frac{\Delta V_{BE}}{R_1} = \frac{kT}{qR_1} \cdot \ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right) \quad \rightarrow \quad \frac{k_2}{k_1} \text{ è costante}$$

valore tipico: 10

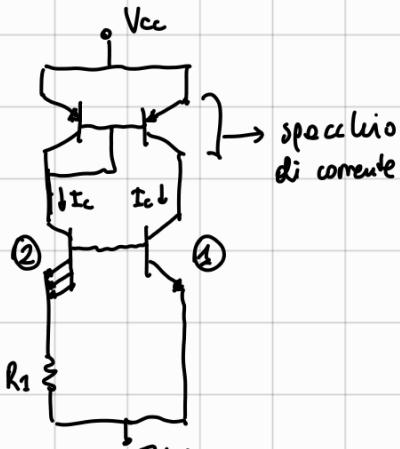
$$V_{out} = 2I_C \cdot R_T = \frac{2kT}{qR_1} \cdot \ln(10) \cdot 5R_1 = \frac{10kT}{q} \ln(10) \approx \left(2 \frac{mV}{^\circ C}\right) T$$

$\alpha \rightarrow$  valori tipici  
 $2 \div 10 \frac{mV}{^\circ C}$

Dispositivo a 2 terminali:



generatore  
di corrente



poi altro roba  
che mi  
sbatte

# SENSORI PIEZOELETTRICI

Rel. Diretta:  $\vec{D} = \bar{\epsilon} \vec{E} + \bar{d} \cdot \bar{T}$  tenore dei coeff. piezoelettrici  $3 \times 3 \times 3$

$\downarrow$  matrice di permittività tenore di stress ( $\sigma$ )  $3 \times 3$

Rel. Inverse:  $\bar{S} = \bar{s} \bar{T} + \bar{d} \cdot \vec{E}$  è simmetrico, resta la stessa notazione

$\downarrow$  tenore della compliance  $\bar{T} = \bar{c} \cdot \bar{S}$ , tenore costanti elastiche

$\downarrow$  strain tensor  $\bar{S} = \bar{s} \bar{T}$

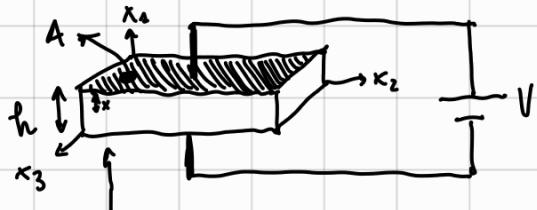
$D_{ij} = \epsilon_{ij} E_j + d_{ijk} T_{jk}$  condensed notation  
→ usiamo su tutti gli indici comuni

Andiamo in 1D verso i poro del capo

$$\hookrightarrow D = \epsilon E + d T \Rightarrow E = \frac{D}{\epsilon} - \left( \frac{d}{\epsilon} \right) T^g = \frac{D}{\epsilon} - g T \quad \hookrightarrow \text{coefficiente di tenore piezoelettrica}$$

materiali: quarzo, PZT, PVDF

$d$  è il coefficiente di uscita piezoelettrica



## ① ATTUATORI

$$\bar{S} = \bar{s} \bar{T} + \bar{d} \cdot \vec{E} \Rightarrow s_{ij} = d_{ijk} E_k$$

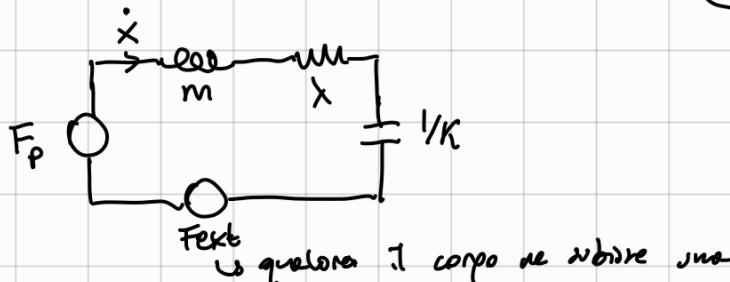
nel caso 1D  $S_{11} = d_{111} \cdot E_1 = d_{111} \cdot \frac{V}{R}$

quella causata dalla deformazione  $\frac{x}{h} = d_{111} \frac{V}{R} \Rightarrow x = d_{111} h$

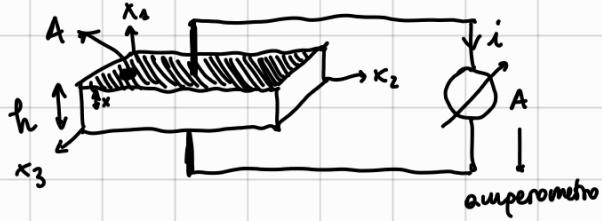
$x = d \cdot V \Rightarrow F = kx = d \cdot k \cdot V \quad - \quad - \quad -$   
 $\downarrow$  molla

legge di Hooke?

$C_{111} \cdot S_{11} = T_{11} = \frac{F}{A} \Rightarrow C_{111} \cdot \frac{x}{h} = \frac{F}{A} \Rightarrow F = \frac{C_{111} \cdot A}{K} x \Rightarrow F_p = K d \cdot V$  forza piezoelettrica



## ② JENSORE



$$\vec{D} = \vec{\epsilon} \vec{E} + \vec{d} \cdot \vec{T}$$

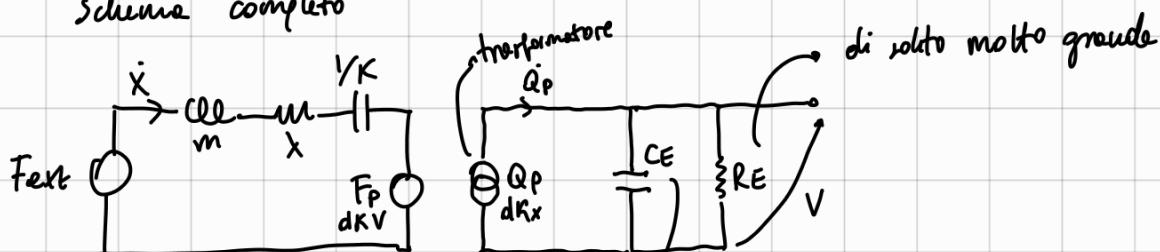
$$T_{ii} = \frac{E}{A} \Rightarrow D_i = d_{iii} \frac{F}{A} \rightarrow \text{applicando il teorema di Gauss su } A$$

$$D_i \cdot A = Q = d_{iii} F$$

$$\Rightarrow Q_p = d \cdot kx$$

La carica "generata" per effetto piezoelettrico

Schemi completi



Il pietro è composto letteralmente come un condensatore

Sensore : prende potere dal dominio meccanico

terminali connessi al read-out,  $V$  è piccolo, e  $F_p$  è trascurabile

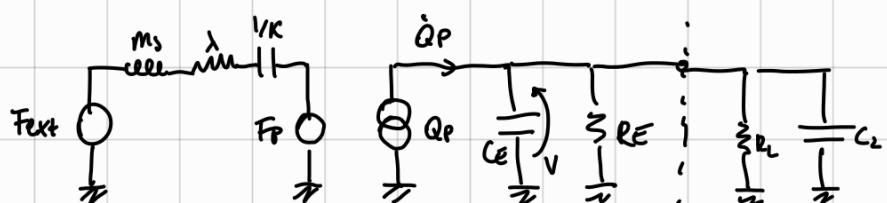
lo si separa da carica ai capi può variare e seguito da deformazioni causate da forze esterne

$$C_E = \frac{E \cdot A}{h}$$

attivatore : prende potere dal dominio elettrico

terminali connessi al generatore,  $Q_p$  è trascurabile e  $F_{ext}$  non viene applicato

## ① ACCELEROMETRI



$$F_{ext} = m_s \cdot a \quad F_p \neq dKV \text{ trascurabile}$$

$$Q_p = dKx$$

Import dell'impulso + capacità parassita del cavo

$$C = C_p + C_L \quad \text{molto grande}$$

$$R = R_E / (R_L \approx R_L)$$

ma non capisco, dovrebbe esserlo anche  $R_L$

$$\ddot{x} = \frac{m_s \cdot a}{m_s + \lambda + \frac{k}{s}} = \frac{\left(\frac{m_s}{k}\right) s \cdot a}{\frac{m_s}{k} \cdot s^2 + \frac{\lambda}{k} s + 1} = H(s) \cdot s \cdot a(s) \rightarrow H(s) = \frac{s}{s^2 + \frac{\lambda}{k} s + \frac{1}{m_s}}$$

Punto sull'analisi del secondario

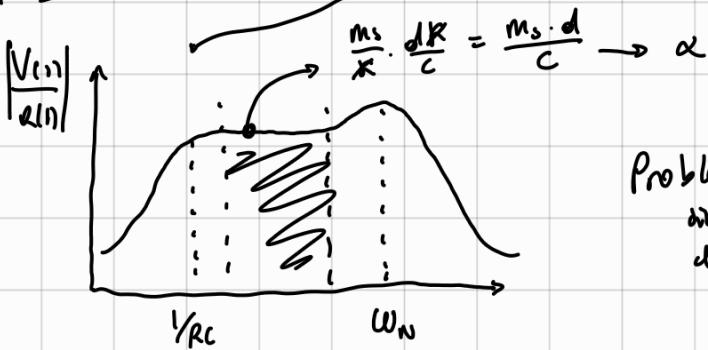
$$\Rightarrow V = \dot{Q}_p \cdot Z, \quad Z = C // R = \frac{1}{SC + \frac{1}{R}} = \frac{R}{1+SCR}, \quad \text{recall } C = C_E + C_L \\ R \approx R_L$$

$$\Rightarrow V = \dot{Q}_p \cdot \frac{R}{1+SCR} = \frac{R}{1+SCR} \cdot dK \dot{x} \rightarrow \dot{x} = H(s) \cdot S \cdot \alpha(s)$$

$$\Rightarrow V(s) = \left( \frac{R \cdot S}{1+SCR} \cdot H(s) \cdot dK \right) \cdot \alpha(s)$$

$$\frac{V(s)}{\alpha(s)} = \frac{dKR_s}{1+SCR} \cdot H(s)$$

2 contributi → le li togliamo



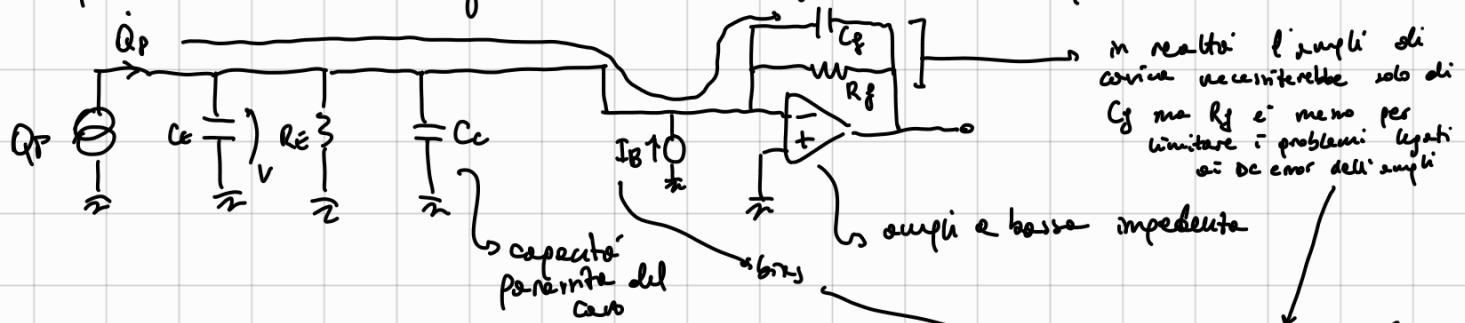
Problema:

da  $f_L$  (low cutoff freq) che  $\alpha$  dipende da  $C$

il sensore puo' essere fatto in tensione solo se metto il frontend integrato nel case

↳ IEPF - ICP piezo accelerometer

→ Uscita si puo' avere una (lettura in corrispondenza?) con un amplificatore di carica che risolve i problemi di sensibilità e larghezza di banda dipendenti dalla capacità del caso



Analisi semplificata ( $A = 10$ , No DC errors)

$$\Rightarrow V = 0 \Rightarrow V_0 = -Z_f \cdot \dot{Q}_p, \quad Z_f = C_f // R_f = \frac{R_f}{1+SCR_f}$$

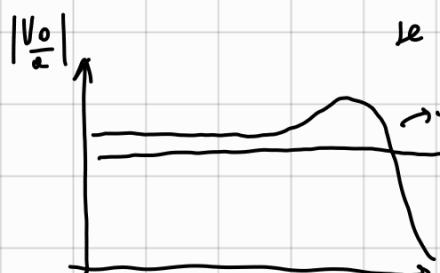
$$\text{Se } R_f = 10 \Rightarrow V_0 = -\frac{\dot{Q}_p}{SCR_f}$$

$$\dot{Q}_p = dK_s \cdot H(s) \cdot \alpha(s) \rightarrow V_0(s) = -\frac{dK_s \cdot H(s) \cdot \alpha(s)}{SCR_f} =$$

$$= -\frac{H(s) \cdot dK}{C_f} \cdot \alpha(s)$$

(scontenuto del front-end)

costante  $\Rightarrow$  no distorsione



$$\text{Consideriamo } A(s) = \frac{A_{DC}}{1 + \frac{s}{\omega_N}} = A \Rightarrow V_o = -AV^-$$

$$\dot{Q}_p = \frac{V^-}{Z_i} + \frac{V^- - V_o}{Z_f} = V^- \left( \underbrace{\frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C)}_{R_E \parallel C_E \parallel C_C} \right) + (V^- - V_o) \cdot \left( \frac{1}{R_f} + sC_f \right)$$

come si  
 che siamo da  
 V<sup>-</sup> sul sensore  
 come siamo sulla  
 rete di feedback

$\frac{1}{Z_i} = Y_i$

sostituiamo  
 $V^- = -\frac{V_o}{A}$

$$\Rightarrow \dot{Q}_p = -\frac{V_o}{A} \left[ \frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) + (A+1) \cdot \left( \frac{1}{R_f} + sC_f \right) \right]$$

$\frac{1}{A} \cdot \left( \frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) \right) =$   
 $\frac{1}{A R_E} + \frac{s(C_E + C_C)}{A}$   
 le componenti  
 parassite sono  
 attenuate dal  
 gain dell'OPAMP

di nuovo  $\dot{Q}_p = dK \dot{x} = dK s \cdot H(s) \cdot R(s)$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{Q_p} = \frac{-A}{\frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) + (A+1) \left( \frac{1}{R_f} + sC_f \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{V_o(s)}{Q(s)} = \frac{-s A \cdot d \cdot K \cdot H(s)}{\dots}$$

ponendo con  
 $A \approx$  dividere in +  
 $A R_E \gg R_f, \frac{C_E + C_C}{A} \ll C_f$   
 per i  
 reciproci  
 si invierte

$$\Rightarrow \frac{V_o(s)}{Q(s)} = \frac{-s \cdot d K H(s)}{\frac{1}{A} \cdot \left( \frac{1}{R_E} + s(C_E + C_C) \right) + \left( 1 + \frac{1}{A} \right) \cdot \left( \frac{1}{R_f} + sC_f \right)} =$$

$$= \frac{-s d K H(s)}{\frac{1}{A R_E} + \frac{s(C_E + C_C)}{A} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{A R_f} + \left( 1 + \frac{1}{A} \right) \cdot sC_f} =$$

$$= \frac{-s d K H(s)}{\left( 1 + \frac{1}{A} \right) \left( \frac{1}{R_f} + sC_f \right)}$$

se  $A \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{A} \ll 1$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{Q} = \frac{-s d K H(s)}{\frac{1}{R_f} + sC_f} \rightarrow \omega \rightarrow \infty \quad \frac{V_o(\infty)}{Q(\infty)} = -H(\omega) \cdot \frac{Kd}{C_f}$$

$\hookrightarrow \omega \gg \frac{1}{R_f C_f}$

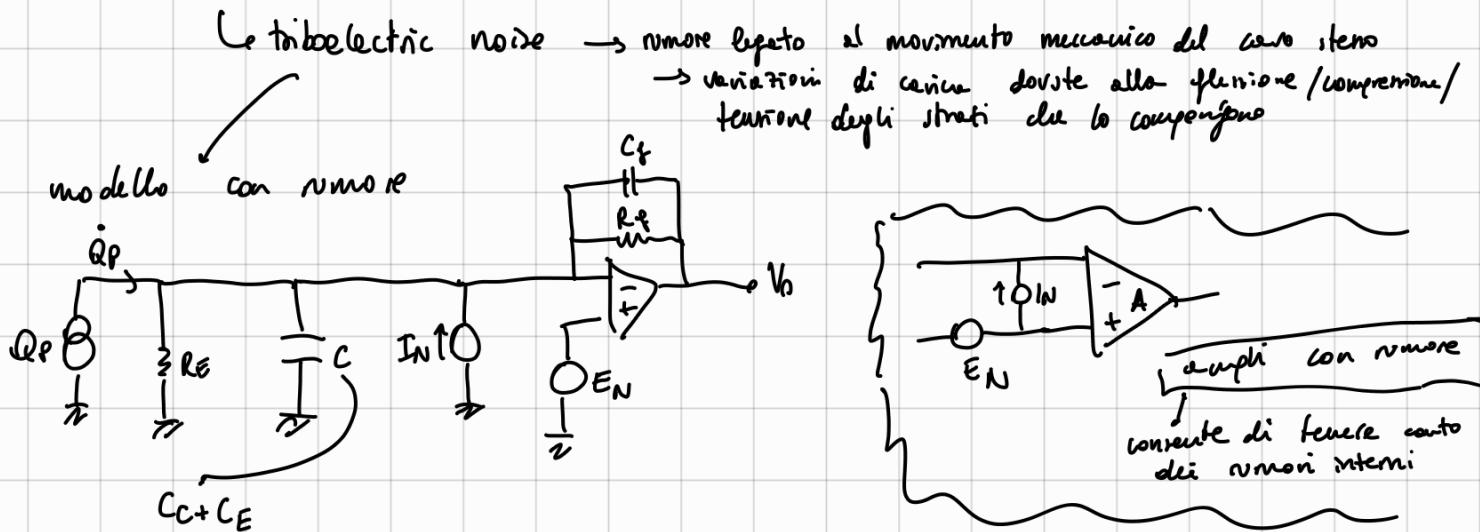
$$\alpha_{amp} = \frac{Kd}{C_f}$$

$$\alpha_{sens} = \frac{m_s}{K}$$

$$\alpha_{overall} = \frac{m_s \cdot d}{C_f}$$

questi li ho ricritti in  
 Maniera diversamente del  
 precedente unico degli appunti  
 di Van - non le più  
 pallide idea te sto dicendo  
 qualcosa di sensato me  
 non me ne frega  
 in cazzo

Con l'uscita in canale abbiamo una sorgente ad alta impedenza  
 $\Rightarrow$  servono canali schermati



supponiamo  $Q_p = 0 \Rightarrow$  solo rumore

$$\Rightarrow V_o = -\frac{I_N}{Z_T} + E_N \left( 1 + \frac{Z_F}{Z_T} \right)$$

$Z_T = R_E // C \approx C = \frac{1}{j\omega C}$   $\rightarrow R_E$  è molto grande

$Z_F = R_F // C_F \approx C_F = \frac{1}{j\omega C_F}$   $\rightarrow R_F$  è molto grande

$$\Rightarrow V_o = -\frac{I_N}{j\omega C_F} + E_N \cdot \left( 1 + \frac{C}{C_F} \right) \Rightarrow V_{noise} = -\frac{I_N}{j\omega C_F} + E_N \left( 1 + \frac{C}{C_F} \right)$$

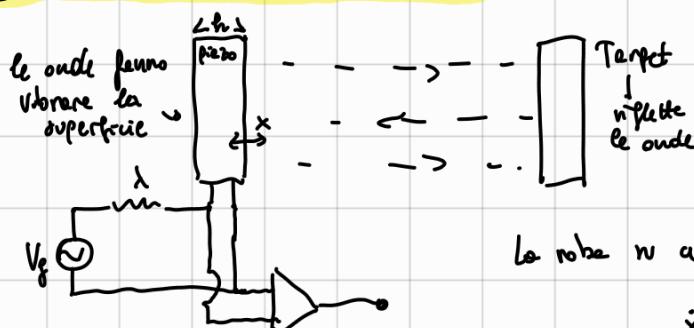
$$Q_{NEQ} = -V_{noise} \cdot C_F = -\frac{I_N}{j\omega} + E_N (C_F + C)$$

Rumore equivalente di  
carica

Recall

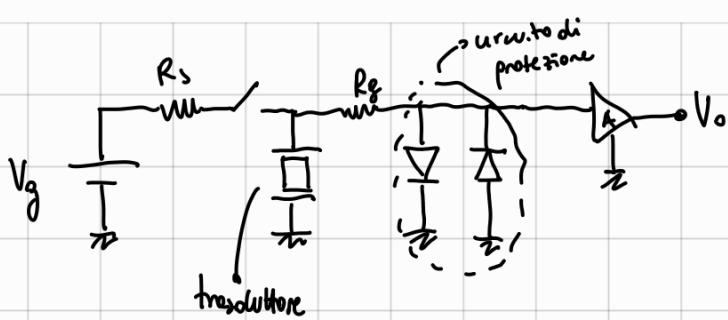
$$\Rightarrow DC error \rightarrow V_{OOC} = -R_F \cdot I_{BIAS} + \left( 1 + \frac{R_F}{R_E} \right) V_o$$

## ② TRASDUTTORI A ULTRASUONI



La roba n' cui poggia il piatto ha da dumper.  $\Rightarrow$



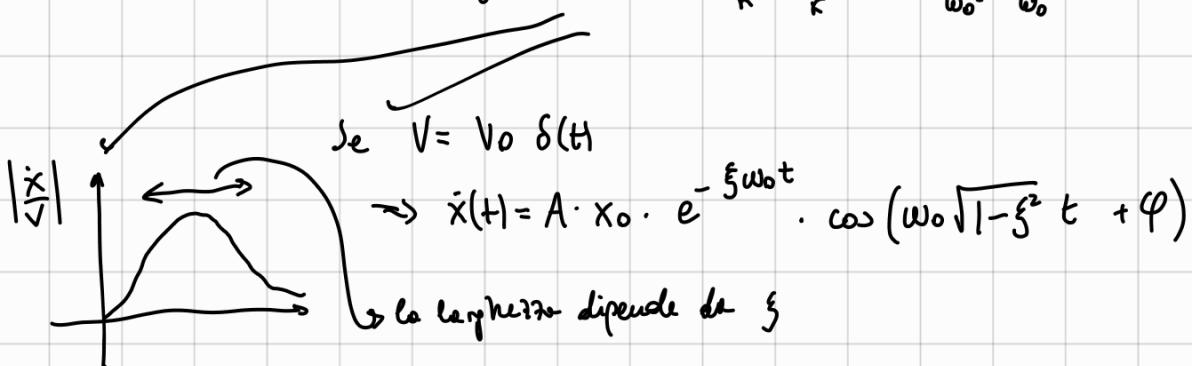


attivatore → read-out

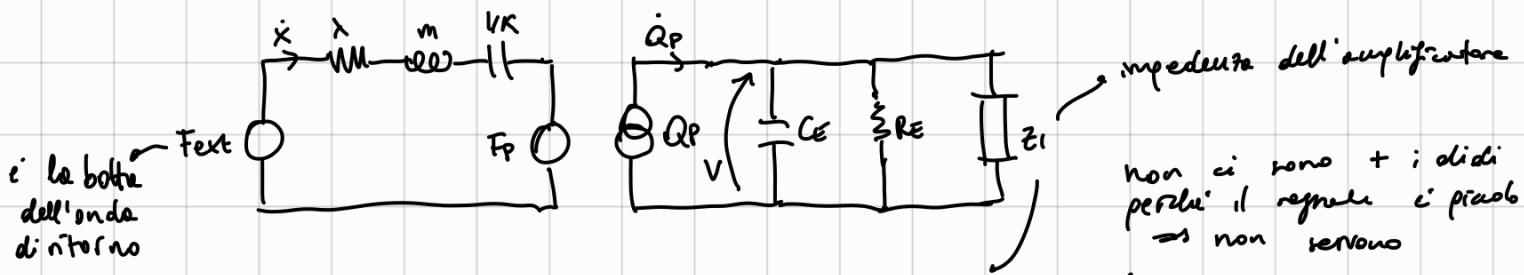
Concentriamoci sull'attivatore (TX)



$$\ddot{x} = \frac{KdV}{m\dot{s} + \lambda + \frac{K}{s}} \Rightarrow \frac{\ddot{x}}{V} = \frac{\frac{s}{K} KdV}{m\dot{s}^2 + \frac{\lambda}{K}s + 1} = \frac{s dV}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0}s + 1}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}, \quad \zeta = \frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{m}{K}}$$



Ora concentriamoci sul sensore (RX)



e la botola dell'onda d'urto

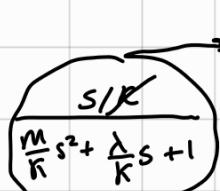
$$R = R_E // R_I$$

$$C = C_E // C_I$$

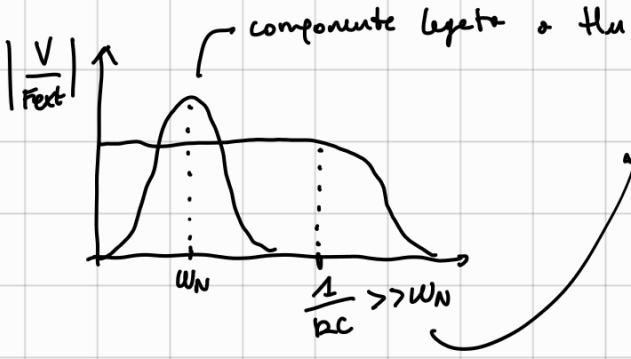
$$\Rightarrow V_{out} = V = Q_P \cdot \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

non consideriamo  $R_f$  che è molto piccola

$$\Rightarrow \dot{Q}_P = F_d \dot{x} = F_d \cdot \frac{F_{ext}}{m\dot{s} + \lambda + \frac{K}{s}} = F_d \cdot \frac{s/K}{m\dot{s}^2 + \frac{\lambda}{K}s + 1} \cdot F_{ext}$$



$$\Rightarrow V = \frac{R}{1 + j\omega RC} \cdot H_U(w) \cdot d \cdot F_{ext} \Rightarrow \frac{V}{F_{ext}} = \frac{R}{1 + j\omega RC} \cdot H_U(w) \cdot d$$



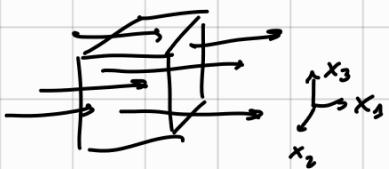
c'è bisogno che lo spettro di  $V_{ext}$  stia nella banda del senso

↳ adesso otiamo lavorando in echo mode ( $\Rightarrow R_x$  e  $T_K$  sono lo stesso) se massimo 2 device diversi dovrebbero sottrarli alla stessa frequenza di risonanza

### Proprietà degli ultrasuoni

onde elastiche  $\rightarrow$  solidi  
onde acustiche  $\rightarrow$  fluidi

$\rightarrow$  onde di pressione / stress legate al comportamento elastico di un mezzo continuo con bassa intensità dell'onda



$$F = m\alpha, \Delta V = dx_1 dx_2 dx_3, \rho$$

distribuzione delle forze nel solido (stress tensor)

$$\begin{aligned} dF_z &= [T_{11}(x_1+dx_1, x_2, x_3) - T_{11}(x_1, x_2, x_3)] \cdot dx_2 dx_3 + \\ &[T_{12}(x_1, x_2+dx_2, x_3) - T_{12}(x_1, x_2, x_3)] \cdots \\ &[T_{13}] \cdots \cdots \\ &= (\rho \ddot{u}_i \cdot dx_1 dx_2 dx_3) \quad \text{massa infinitesima} \\ &\quad \downarrow g_i \end{aligned}$$

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \rho \ddot{u}_i = \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} \quad \rightarrow \text{in generale } \rho \ddot{u}_i = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\text{dalla legge di Hooke} \rightarrow T_{ij} = c_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad \text{notaz. cond.} \quad \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$$

Caso easy  $\rightarrow$  onde piane propaganti su  $x_2$

$$\int \ddot{u}_2 = c_{iikk} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i^2} \quad \text{le derivate rispetto a } x_2 \text{ e } x_3 \text{ sono nulle}$$

$\rightarrow$  la disposizione delle particelle e / la direzione di propagazione dell'onda

↳ onde longitudinali

- onde longitudinali o comprensive  $\rightarrow$  si propagano nei solidi e nei liquidi / fluidi

- onde di taglio  $\rightarrow$  solo nei solidi

$\hookrightarrow$  collegate ai coefficienti di taglio del tensore  $C$

$$V_L = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}, \quad V_T = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$$

$\downarrow$  longitudinali       $\downarrow$  di taglio

nei liquidi:  $V_L = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$   $\rightarrow$  modulo di Bich?

$\frac{P}{AV}$

Considerando un'onda piana sinusoidale

$$u_s(t, x_s) = A \sin(2\pi f(t - \frac{x_s}{V_L}) + \varphi) \rightarrow \lambda = \frac{V_L}{f} \Rightarrow f \text{ forata dipende linearmente da } V_L$$

numero d'onda :=  $k = \frac{1}{\lambda}$  → quante oscillazioni complete/unità di lunghezza

vettore d'onda :=  $\vec{k} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \vec{n}$  → verso di propagazione dell'onda  
numero d'onda angolare

Riflessione introduciamo l'impedenza acustica

$$\rightarrow \text{potenza } P = p \cdot u_i \text{ oppure } P = T_{ii} \cdot u_i$$

$$Z = \frac{P}{u_i} \quad \text{oppure} \quad Z = \frac{T_{ii}}{u_i}$$

pressione

$$\Rightarrow Z = \left| \frac{T_{ii}}{V_i} \right| = \rho \cdot V_L = \rho \sqrt{\frac{C_{ii}}{\rho}} = \sqrt{C_{ii} \rho} = \frac{C_{ii}}{V_L} \rightarrow \text{nei solidi}$$

rag. acustica

$$\text{nei liquidi} \rightarrow Z = \left| \frac{\rho}{V_i} \right| = \rho \cdot V_L = \sqrt{\beta \rho}$$

Se l'ostacolo ha dimensione  $D \gg \lambda$  allora riflette

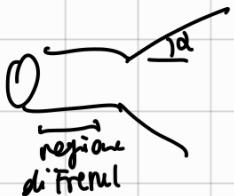
Se  $D \approx \lambda$  o  $D < \lambda_w$  → scattering

Se però  $D \gg \lambda$  ma la raddrizzatezza della superficie è  $h \approx \lambda_w$   
→ si ha una riflessione diffusa

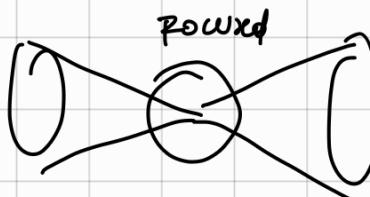
i modelli e parametri condensati hanno bisogno che  $\lambda \gg t, D$

⇒ qui sono un'approssimazione bruttina

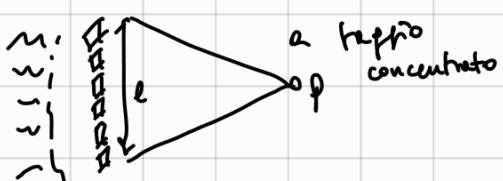
Tipi di transduttore



a PIATTO  
CIRCOLARE

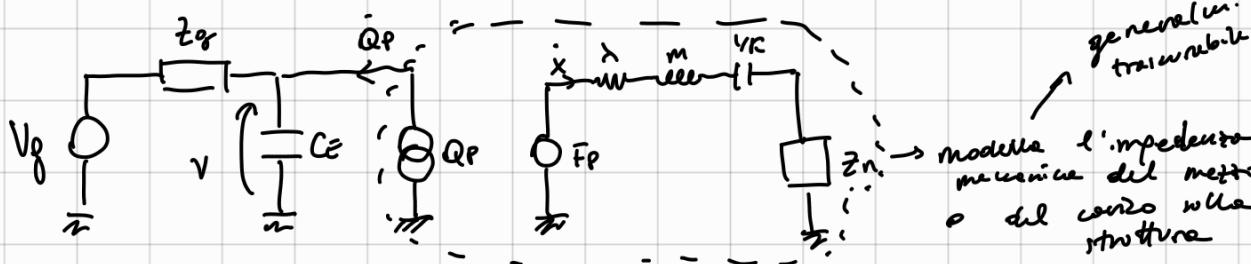


MINIMIZZAZIONI:  
echo mode → 1 solo RX/TX  
transmission mode → 2 probes  
RX e TX devono operare alla stessa f



## Oscillatori di quarzo

Lumped parameter del quarzo:

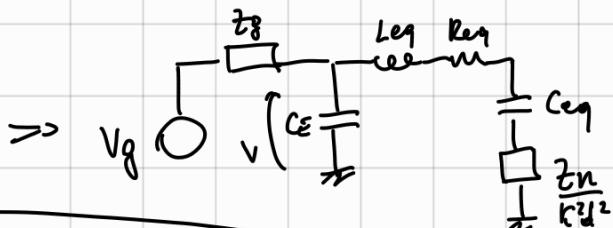
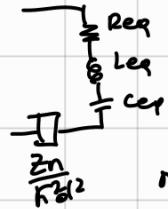


$$\dot{Q}_P = K_d \dot{x} = K_d \cdot \frac{\kappa d V}{m \cdot s + \lambda + z_n + \frac{\kappa}{s}}$$

$$\dot{Q}_P = \frac{V}{z_{eq}} = \frac{V}{\left( \frac{m}{\kappa^2 d^2} s + \frac{\lambda}{\kappa^2 d^2} + \frac{1}{\kappa d^2} \right) s + \frac{z_n}{\kappa^2 d^2}}$$

$\downarrow L_{eq}$        $\downarrow R_{eq}$        $\downarrow C_{eq}$

sostituendo  $Q_P$  con un circuito passivo generico (RLC)



Considerando che  $R_{eq} \approx 0$   
e trascurando  $z_n$

$$z_{eq} = \frac{1}{sCE} \cdot \left( \frac{1}{sC_{eq}} + sL_{eq} \right) = \frac{1 + s^2 L_{eq} C_{eq}}{sL_{eq} + sCE + s^3 CEC_{eq} L_{eq}} =$$

$$= \frac{1 + s^2 L_{eq} C_{eq}}{(1 + s^2 L_{eq}) \frac{(CE C_{eq})}{(CE + C_{eq})} s} \approx \frac{1}{s(CE + C_{eq})}$$

il quarzo si comporta come una capacità

?  
In realtà non sono le stesse robe e proprio  
questa piccola diff. è alla base del loro  
utilizzo negli oscillatori?

in ogni caso  
abbiamo 2 teni e due poli  
ma l'uno vicino all'altro

$$\omega_z = \sqrt{L_{eq} C_{eq}}$$

$$\omega_p = \sqrt{L_{eq} \cdot \frac{C_{eq} \cdot CE}{C_{eq} + CE}} \approx \omega_z$$

tra  $\omega_z$  e  $\omega_p$  il quarzo ha comportamento induttivo

$$Q = \frac{1}{\omega_s \cdot \text{Req. } C_{eq}}$$

