

# Integralai

Paprastas integravimas bus pagal lentelę. Gali tekti paversti  $\int (x+5)^2 dx \Rightarrow \int x^2 + 10x + 25 dx$

## Integravimas keičiant kintamąjį

*Sudėtinėms funkcijoms*

$$\int f(x) dx = \int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) dt$$

$$\int e^{5x} dx = \left[ t = 5x, x = \frac{1}{5}t, dx = \left(\frac{1}{5}t\right)' dt, dx = \frac{1}{5} dt \right] = \int \frac{1}{5} e^t dt = \frac{1}{5} e^{5x} + C$$

## Dalinis integravimas

*Funkcijų daugybai ir  $\ln x$*

$$\int u dv = uv - \int v du \quad \text{arba} \quad \int f(x)g'(x) = f(x)g(x) - \int g(x)f'(x)$$

Tipai (kuri funkcija yra „u“, kuri „v“):

„u“ funkcija

$$\int \ln x, \arcsin x, \arccos x, \operatorname{arctg} x, \operatorname{arcctg} x$$

$$\int \dots dx$$

$$\int e^{ax}, \sin ax, \cos ax \quad (\text{u ir v nesvarbu})$$

„v“ funkcija

$$\dots dx$$

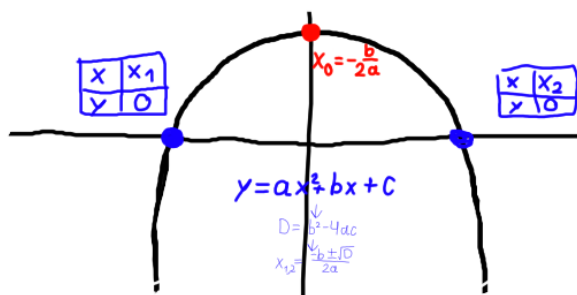
$$e^{ax}, \sin ax, \cos ax$$

$$e^{ax}, \sin ax, \cos ax \quad dx$$

## Kreivinės trapecijos

$$\text{2D figūros plotui: } S = \int_a^b y dx$$

Čia, turbūt, reikės braižyti parabolę, taigi



*Kontrolinyje nebus:*

$$\text{kai persmeigtas per } x \text{ ašį: } V_x = \pi \int_a^b y^2 dx \quad (\text{tada reikės, pvz.: } y = 1 + 2x + x^3)$$

$$\text{kai persmeigtas per } y \text{ ašį: } V_y = \pi \int_a^b x^2 dx \quad (\text{tada reikės, pvz.: } x = 1 + 2y + y^3)$$

*Racionaliųjų funkcijų integravimas yra kitame puslapyje*

## Racionaliųjų funkcijų integravimas

Trupmenos kur  $x$  yra ir skaitiklyje, ir vardiklyje

**Netaisyklingosios trupmenos** ( $x$ 'ų laipsniai viršuje yra didesni arba vienodi apatiniams)

$$\int \frac{x^2}{x+1} dx$$

Reikia „ilgąją dalybą“ dalinti viršų iš apačios.

**Daugianarių integralai**

$$\int \frac{f(x)}{(x \pm a)^k} dx$$

Reikia išreikšti „paprasčiausių“ trupmenų suma. (trupmena – paprasčiausia kai skaičius vardiklyje)

$$\frac{A_1}{x \pm a} + \frac{A_2}{(x \pm a)^2} + \dots + \frac{A_k}{(x \pm a)^k} \equiv A_1(x \pm a)^{k-1} + A_2(x \pm a)^{k-2} + \dots + A_k$$

$\equiv$  yra „tapačiai“/proporcingai lygu

Po to, pavyzdžiui:

$$x \equiv A_1(x+1) + A_2 \equiv A_1x + A_1 + A_2$$

$$A_1x^1 + (A_1 + A_2)x^0 \equiv x^1$$

$$x^1: A_1 = 1$$

$$x^0: A_1 + A_2 = 0, A_2 = x_0 - A_1 = -1$$

**Kvadratinės lygties integralai**

$$\int \frac{mx+n}{x^2+px+q}$$

Išspręsti kvadratinę lygtį, gauti  $x_1$  ir  $x_2$ , tada:

$$\int \frac{mx+n}{(x-x_1)(x-x_2)} = \int \frac{A_1}{x-x_1} + \frac{A_2}{x-x_2} = \int \frac{A_1(x-x_1)+A_2(x-x_2)}{(x-x_1)(x-x_2)} \Rightarrow \int \frac{A_1x-A_1x_1+A_2x-A_2x_2}{1(\text{aš irgi nežinau})}$$

arba, jei  $D < 0$ :  $x^2 + px + q = (x + \frac{p}{2})^2 + \frac{4q-p^2}{4}$ . Beje,  $\frac{4q-p^2}{4}$  bus tiesiog koks nors skaičius.