

Aibės, kombinatorika ir sąryšiai.

Aibės

Aibė - daiktų sąrašas, kur tvarka nesvarbi ir elementai negali kartotis, pvz.: $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{a, b, c, \check{c}\}$ ar $C = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}\}$.

Specialiosios aibės:

U – universalioji aibė (dažnai duota sąlygoje, naudinga ieškant aibės „papildinių“)

\emptyset – tuščia aibė

\mathbb{N} – naturalūs skaičiai (be kablelio, ne neigiami, ne nulis)

\mathbb{Z} – sveiki skaičiai (be kablelio)

\mathbb{Q} – racionalūs skaičiai (galima išreikšti trupmena $\frac{a}{b}$, kai a ir b yra sveiki skaičiai)

\mathbb{R} – realieji skaičiai (visi skaičiai*)

\mathbb{P} – pirminiai skaičiai (dalinasi sveikai tik iš savęs ir 1)

$\{2k : k \in \mathbb{Z}\}$ – lyginiai skaičiai

$\{2k + 1 : k \in \mathbb{Z}\}$ – nelyginiai skaičiai

Veiksmai su aibėmis/sąryšiais:

$A \cup B$ – sąjunga (visi elementai iš abiejų aibių)

$A \cap B$ – sankirta (visi BENDRI elementai iš abiejų aibių)

$A \setminus B$ – skirtumas (pirmos aibės elementai, kurie nėra antroje)

\overline{A} – papildinys (elementai, kurių nėra aibėje (dažniausia, imti iš U aibės))

$A \times B$ – dekartio sandauga (aibė iš porų: $\{(a_1, b_1), (a_1, b_2), \dots\}$, kur A pirmi, B antri)

$A \circ B$ – kompozicija (aibių A ir B tranzityvumo rezultatai sukišti į naują aibę)

R^n – sąryšio laipsnis (tik su sąryšiais; reikia atlikti kompozicija n kartų)

Sąryšiai

Sąryšiai (žymimi „ R “) yra aibės sudarytos iš porų, pvz.: $R = \{(a, 1), (c, 5)\}$

Sąryšio „apibrėžimo sritis“ – $D(R)$ – yra pirmi kiekvienos poros elementai.

Sąryšio „reikšmių sritis“ – $R(R)$ – yra paskutiniai kiekvienos poros elementai.

Sąryšių savybės:

(* = nesvarbu)

Refleksyvumas – $\{(a, a), (b, b), (c, c)\}$ $\begin{pmatrix} x & * & * \\ * & y & * \\ * & * & z \end{pmatrix}$ refleksyvus, jei: $\begin{pmatrix} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{pmatrix}$

Simetriškumas – $\{(a, b), (b, a)\}$ $\begin{pmatrix} * & x & y \\ x & * & z \\ y & z & * \end{pmatrix}$ simetriškas, jei: $\begin{pmatrix} x = x \\ y = y \\ z = z \end{pmatrix}$

Tranzityvumas – $\{(a, b), (b, c), (a, c)\}$

Patikrinimui: paimti visas įmanomas porų kombinacijas, kur pirmos poros antras elementas = antros pirmam.

Čia būtų: (a, b) ir (b, c). Sudaryti naują porą iš: pirmosios poros pirmojo elemento ir antrosios antrojo – (a, c).

Patikrinti, ar naujas elementas yra sąryšyje. Kartoti su VISAIS elementais.

Sąryšis refleksyvus, jei visiems porų elementams turi: (a, a), (2, 2) ir t.t. ir antirefleksyvus, jei nei vienai.

Sąryšis simetriškas, jei visos poros turi apkeistąsias sąryšyje ir antisimetriškos, jei nei viena.

Sąryšis tranzityvus, jei visos galimos dviejų porų kombinacijos turi tuos ($1_2, 2_1$) elementus (arba tokių kombinacijų iš viso nėra...)

Ekvivalentumas – refleksyvumas IR simetriškumas IR tranzityvumas.

Tvarkos sąryšis – antisimetriškumas IR tranzityvumas.

Jei dar refleksyvus, sąryšis yra „negriežtosios tvarkos.“

Jei antirefleksyvus, sąryšis yra „griežtosios tvarkos.“

Jei dar pilnasis, sąryšis yra „visiškos tvarkos.“

O jei nepilnasis, sąryšis yra „dalinės tvarkos.“