Integralai

Paprastas integravimas bus pagal lentelę. Gali tekti paversti $\int (x+5)^2\ dx$ paversti $\int x^2 + 10x + 25\ dx$

Integravimas keičiant kintamąjį

Sudėtinėms funkcijoms

$\int f(x)\ dx = \int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t)\ \mathrm{dt}$

$\int e^{5x}\ dx = \qquad [\ t = 5x, x = \frac{1}{5}t, dx = \left(\frac{1}{5}t\right)'\ dt, dx = \frac{1}{5}\ dt\ ] \qquad = \int \frac{1}{5}e^t\ \mathrm{dt} = \frac{1}{5}e^{5x} + C$

Dalinis integravimas

Funkcijų daugybai ir ln x

$\int \mathrm{u\ dv} = \mathrm{uv} - \int \mathrm{v\ du}$ $\qquad$ $\int f(x) \cdot g'(x)\ dx = f(x)g(x) - \int g(x) \cdot f'(x)\ dx$

Tipai (kuri funkcija yra u, kuri v, *beje funkcija būna tada kai kas nors padaryta su x, pats x irgi yra funkcija*):

	u funkcija	v funkcija
$\int$	$\ln x, \arcsin x, \arccos x, arctg\ x, arcctg\ x$	$\ldots\ dx$
$\int$	$\ldots\ dx$	$e^{ax}, \sin ax, \cos ax$
$\int$	$e^{ax}, \sin ax, \cos ax$ $\quad$ (u ir v nesvarbu)	$e^{ax}, \sin ax, \cos ax\ dx$

$\int x^2 \cdot \ln x\ dx = \ln x \cdot \frac{x^3}{3} - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x}\ dx = \frac{x^3 \ln x}{3} - \int \frac{x^2}{3}\ dx = \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9}$

$\Big[u = \ln x,$

$dv = x^2,$

$v = \int dv\ dx = \int x^2\ dx = \frac{x^3}{3},$

$du = u' = (\ln x)' = \frac{1}{x}\Big]$

Kreivinės trapecijos

2D figūros plotui: $S = \int_a^b y\ dx$

kai persmeigtas per x ašį: $V_x = \pi \int_a^b y^2\ dx$ $\qquad$ (tada reikės, pvz.: $y = 1 + 2x + x^3$)

kai persmeigtas per y ašį: $V_y = \pi \int_a^b x^2\ dx$ $\qquad$ (tada reikės, pvz.: $x = 1 + 2y + y^3$)

Plotas figūros, kurią kerta: $-x^2 - 3x + 4 = 0$, $x = 0$, $y = -x$.

Nubraižyti parabolę:

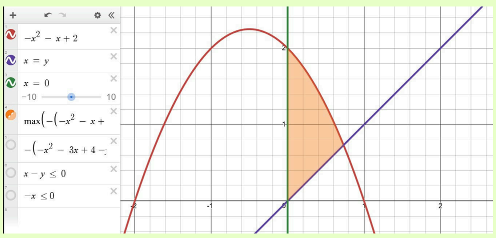
Iš šonų: $-x^2 - x + 2 = 0, D = b^2 - 4ac = 1 - 4(-1)2 = 9, x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, x_1 = \frac{1-3}{-2} = 1, x_2 = \frac{4}{-2} = -2$

centro/simetrijos/viršutinis taškas: $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{-2} = -0.5$

Paskui reikia suskaičiuoti kur kertasi parabolė ir violetinė linija (nes iš grafiko nesimato):

$\begin{cases} y = -x^2 - x + 2 \\ y = -x \end{cases} \longrightarrow \quad -x^2 - x + 2 = -x = -x^2 + 2$

$-x^2 + 2 = 0, -x^2 = -2, x^2 = 2, x = \sqrt{2}$



Racionaliųjų funkcijų integravimas

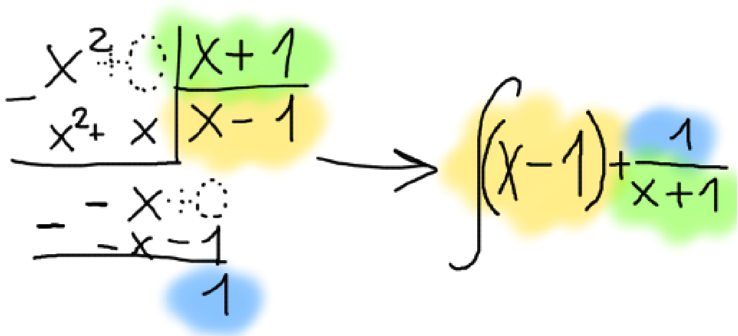
Trupmenos kur x yra ir skaitiklyje, ir vardiklyje

Netaisyklingosios trupmenos (x'ų laipsniai viršuje yra didesni arba vienodi apatiniams)

$$\int \frac{x}{x+1}\ dx = \int -1 + \frac{1}{x+1}\ dx$$

Beje, mišrios trupmenos yra tiesiog praleista ***sudėtis****, aš nežinau kodėl jos iš vis egzistuoja...*

Reikia „ilgąją dalyba" dalinti viršų iš apačios.



Daugianarių integralai

$$\int \frac{f(x)}{(x \pm a)^k}\ dx$$

Reikia išreikšti „paprasčiausių" trupmenų suma. (trupmena – paprasčiausia kai skačius vardiklyje)

$\frac{A_1}{x\pm a} + \frac{A_2}{(x\pm a)^2} + \ldots + \frac{A_k}{(x\pm a)^k} \equiv A_1(x \pm a)^{k-1} + A_1(x \pm a)^{k-2} + \ldots + A_1(x \pm a) + A_k$

$\equiv$ yra „tapačiai"/proporcingai lygu

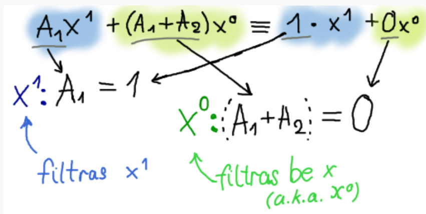
Po to, pavyzdžiui:

$x \equiv A_1(x+1) + A_2 \equiv A_1 x + A_1 + A_2$

$\quad A_1 x^1 + (A_1 + A_2)x^0 \equiv x^1$

x^1: $A_1 = 1$

x^0: $A_1 + A_2 = 0, A_2 = x_0 - A_2 = -1$



Kvadratinės lygties integralai

$$\int \frac{mx+n}{x^2+px+q}$$

Išspręsti kvadratinę lygtį, gauti x_1 ir x_2, tada:

$\int \frac{mx+n}{(x-x_1)(x-x_2)} = \int \frac{A_1}{x-x_1} + \frac{A_2}{x-x_2} = \int \frac{A_1(x-x_1)+A_2(x-x_2)}{(x-x_1)(x-x_2)} \substack{\Rightarrow \\ \Rightarrow} \int \frac{A_1 x - A_1 x_1 + A_2 x - A_2 x_2}{1(\text{aš irgi nežinau})} \to$ daugianarių integralo pabaiga

arba, jei $D < 0$: $x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{4q-p^2}{4}$. Beje, $\frac{4q-p^2}{4}$ bus tiesiog koks nors skaičius.