

x	y	\bar{x}	\bar{y}	$x \vee y$	$x \& y$	$x \oplus y$	$x \Rightarrow y$	$y \Rightarrow x$	$x \Leftrightarrow y$	$x \downarrow y$	$x y$
0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0

Teisingumo lentelės funkcijoms iš kelių operatorių

Beje, operatorius & turi pirmenybę! Taigi: $x \vee y \& x = x \vee (y \& x)$

Duotą funkciją: $f(x, y) = x \oplus (y \Rightarrow x) \& \bar{y}$

yra gerai išskaidyti (pradedant nuo skliaustelių, paneigimų, „ & “ ir einant iš kairės į dešinę):

1. $(y \Rightarrow x)$
2. \bar{y}
3. $(y \Rightarrow x) \& \bar{y}$ ← žalias dalis jau turėsime
4. $x \oplus (y \Rightarrow x) \& \bar{y}$

ir tada sudaryti jos reikšmių lentelę:

x	y	$y \Rightarrow x$	\bar{y}	$(y \Rightarrow x) \& \bar{y}$	$x \oplus (y \Rightarrow x) \& \bar{y}$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1

taigi: $f(0, 0) = 1, f(0, 1) = 0, f(1, 0) = 0$ ir $f(1, 1) = 1$.

Funkcijų lygumas

$f_1(x, y) = f_2(x, y)$, jei:

1. jos yra (arba po pertvarkymų bus) užrašytos vienodai arba
2. jei jų teisingumo lentelių paskutiniai* stulpeliai yra vienodi.

Taigi, kai prašoma: „Rasti kaip funkcija yra žymima“ ir jūs jau turite lentelę, tiesiog pažiūrėkite, kurio varianto lentelė atitinka tos funkcijos.

Pavyzdžiu: $f(x, y) = x \oplus (y \Rightarrow x) \& \bar{y}$ gali būti žymima kaip: $f(x, y) = x \Leftrightarrow y$

Tautologija

Nesvarbu kokie funkcijos argumentai, ji **visada duos 1**.

Pavyzdžiu: $f(x) = x \vee \bar{x}$ yra tautologija,

nes: $f(0) = 0 \vee \bar{0} = 0 \vee 1 = 1$ ir $f(1) = 1 \vee \bar{0} = 1$

Funkcijų dualumas

Funkcijai dualioji yra perrašyta funkcija, bet ir argumentai, ir rezultatas paneigtai:

$$f(x, y, z) = x \vee y \& z$$

$$f^*(x, y, z) = \overline{\overline{x} \vee \overline{y} \& \overline{z}}$$

Be to, dualiosios funkcijos reikšmių lentelė yra tiesiog:

1. $f(x, y, \dots)$ lentelė, bet

x	y	z	$x \vee y \& z$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2. apversta aukštyn kojom ir

\overline{x}	\overline{y}	\overline{z}	$\overline{x} \vee \overline{y} \& \overline{z}$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

3. paneigta

$\overline{x} \vee \overline{y} \& \overline{z}$
0
0
0
0
0
1
1
1

Funkcijų klasės

T_0 – nekeičiančios nulio funkcijos.

T_1 – nekeičiančios vieneto funkcijos.

Jei visi funkcijos: $f(x, y, z, \dots)$ argumentai yra 0 ir funkcija duoda 0, ji yra nekeičianti nulio.

Jei visi funkcijos: $f(x, y, z, \dots)$ argumentai yra 1 ir funkcija duoda 1, ji yra nekeičianti vieneto.

Pavyzdžiu:

$$f(x, y, z) = x \vee y \& z$$

$f(0, 0, 0) = 0 \vee 0 \& 0 = 0 \vee 0 = 0$, taigi $f(x, y, z)$ yra nekeičianti nulio.

$f(1, 1, 1) = 1 \vee 1 \& 1 = 1 \vee 1 = 1$, taigi $f(x, y, z)$ yra nekeičianti vieneto.

Tiesiog įsistatykit nulius arba vienetus ir matysit...

T_* – saviduiliųiosios funkcijos.

Jei $f(x, y, \dots) = f^*(x, y, \dots)$ funkcija yra saviduali.

Pavyzdžiu:

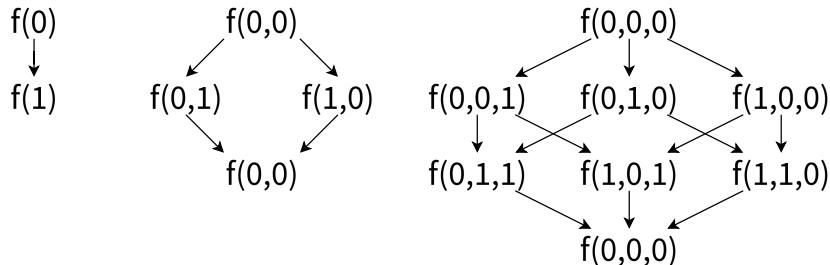
$$f(x) = \overline{x} \text{ yra saviduali, nes } f^*(x) = \overline{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} = \overline{x}$$

$T_<$ – monotonės funkcijos.

Monotonės funkcijos reikšmės, tipo, niekada nekrenta...

Jeigu $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq f(y_1, y_2, \dots, y_n)$, kai $x_i \leq y_i$ visoms šioms argumentų poroms, funkcija yra monotonė.

Žodžiu tiesiog persibraižykit 3 diagramas apačioje ir jūsų funkcijos reikšmę kiekvienos rodiklytės pradžioje negali būti didesnė nei pabaigoje. Jei bus, jūsų funkcija nėra monotonė, nubraukite rodyklę.



T_L – tiesinės funkcijos.

Funkcija yra tiesinė, kai ji gali būti žymima formule: $f(x, y, z, \dots) = c_0 \oplus c_1 \& x \oplus c_2 \& y \oplus c_3 \& z \dots$

Čia c_i yra konstantos, kurias reikės surasti.

Pavyzdžiui:

$$f(x, y) = x \vee y$$

1. Reikia ieškoti konstantų: (beje „*&*“ pirmi!)

$$f(0, 0) = 0 \vee 0 = 0$$

$$f(0, 0) = 0 = c_0 \oplus c_1 \& 0 \oplus c_2 \& 0 = c_0 \oplus 0 \oplus 0 = c_0$$

$$c_0 \oplus 0 = c_0, \text{ nes, } \text{ jei } c_0 = 0, 0 \oplus 0 = 0 \text{ ir, } \text{ jei } c_0 = 1, 1 \oplus 0 = 1$$

Gavom, kad $f(0, 0) = 0$ ir $f(0, 0) = c_0$, taigi $c_0 = 0$

$$f(0, 1) = 0 \vee 1 = 1$$

$$f(0, 1) = 1 = 0 \oplus c_1 \& 0 \oplus c_2 \& 1 = 0 \oplus 0 \oplus c_2 = c_2, \text{ taigi } c_2 = 1$$

$$c_2 \& 1 = c_2, \text{ nes, } \text{ jei } c_2 = 0, c_2 \& 1 = 0 \text{ ir, } \text{ jei } c_2 = 1, c_2 \& 1 = 1$$

$$f(1, 0) = 1 \vee 0 = 1$$

$$f(1, 0) = 1 = 0 \oplus c_1 \& 1 \oplus 1 \& 0 = 0 \oplus c_1 \oplus 0 = c_1, \text{ taigi } c_1 = 1$$

2. Patikrinti ar funkcija atitinka lygtį su rastomis konstantomis:

$$f(1, 1) = 1 \vee 1 = 1$$

$$f(1, 1) = 0 \oplus 1 \& 1 \oplus 1 \& 1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1 \oplus 1 = 0$$

Gavome, kad $f(1, 1) = 1$ ir $f(1, 1) = 0$,

kadangi $1 \neq 0$, funkcija $f(x, y) = x \vee y$ nėra tiesinė

Kaip aš darau lenteles (nebūtina)

Lentelėms sudaryti aš naudoju (visada geresnį) „Reverse Polish Notation“ užrašymą. Čia visi operatoriai yra rašomi ne per vidurį (pvz. $x + 3$), o gale (pvz. $x 3 +$).

Kodėl? Šiaip matematikoje, tai atskirato labai logiškai (pagal vibe-us) sugalvotosios operatorių pirmenybės ir skliaustelių. Programavimo kalbų kurėjų gyvenimą padaro lengvesniu. O teisingumo lentelėje reiškia, kad niekada nereikės perrašyti operacijų.

Čia paneigimui naudosiu ir liniją virš – „ \bar{x} “, ir „ J tetrominą“ – „ $\neg x$ “, jie reiškia tą patį.

Taigi:

1. Gavus uždavinį, kaip, pavyzdžiui:

$$f(x, y) = \overline{x \downarrow (\bar{x} \oplus y) \& y} \Leftrightarrow x \& \bar{y}$$

Ji reikia paversti į RPN (Reverse Polish Notation) pradedant nuo operatoriaus su didžiausia pirmenybe ir baigiant mažiausia:

$$f(x, y) = x \neg y \oplus y \& x \downarrow \neg x y \neg \& \Leftrightarrow$$

arba, su skliausteliais: ((((((x \neg) $y \oplus$) $y \&$) $x \downarrow \neg$) ($x (y \neg) \&$) \Leftrightarrow)

x	y	$x \neg$	$y \oplus$	$y \&$	$x \downarrow$	\neg	$y \neg$	$x \&$	\Leftrightarrow
0	0	1	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0

\wedge panaudotas \Leftrightarrow

Sąsiūvinyje aš paskiriu vieną/du langelius kintamajam (ir, jei noriu, perrašau reikšmes) ir vieną langelių operatoriui. Ten lentelės atrodo geriau.