x	y	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$x \vee y$	$x \mathbin{\&} y$	$x \oplus y$	$x \Rightarrow y$	$y \Rightarrow x$	$x \Leftrightarrow y$	$x \downarrow y$	$x \mid y$
0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0

Teisingumo lentelės funkcijoms iš kelių operatorių

Beje, operatorius $\&$ turi pirmenybę! Taigi: $x \vee y \mathbin{\&} x = x \vee (y \mathbin{\&} x)$

Duotą funkciją: $f(x, y) = x \oplus (y \Rightarrow x) \mathbin{\&} \overline{y}$

yra gerai išskaidyti (pradedant nuo skliaustelių, paneigimų, „ & " ir einant iš kairės į dešinę):

1. $(y \Rightarrow x)$
2. $\overline{y}$
3. $(y \Rightarrow x) \mathbin{\&} \overline{y}$ $\leftarrow$ *žalias dalis jau turėsime*
4. $x \oplus (y \Rightarrow x) \mathbin{\&} \overline{y}$

ir tada sudaryti jos reikšmių lentelę:

x	y	$y \Rightarrow x$	$\overline{y}$	$(y \Rightarrow x) \mathbin{\&} \overline{y}$	$x \oplus (y \Rightarrow x) \mathbin{\&} \overline{y}$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1

taigi: $f(0, 0) = 1$, $f(0, 1) = 0$, $f(1, 0) = 0$ ir $f(1, 1) = 1$.

Funkcijų lygumas

$f_1(x, y) = f_2(x, y)$, jei:

1. jos yra (arba po pertvarkymų bus) užrašytos vienodai arba
2. jei jų teisingumo lentelių paskutiniai* stulpeliai yra vienodi.

Taigi, kai prašoma: „Rasti kaip funkcija yra žymima" ir jūs jau turite lentelę, tiesiog pažiūrėkite, kurio varianto lentelė atitinka tos funkcijos.

Pavyzdžiui: $f(x, y) = x \oplus (y \Rightarrow x) \mathbin{\&} \overline{y}$ gali būti žymima kaip: $f(x, y) = x \Leftrightarrow y$

Tautologija

Nesvarbu kokie funkcijos argumentai, ji **visada duos 1**.

Pavyzdžiui: $f(x) = x \vee \overline{x}$ yra tautologija,
nes: $f(0) = 0 \vee \overline{0} = 0 \vee 1 = 1$ ir $f(1) = 1 \vee \overline{0} = 1$

Funkcijų dualumas

Funkcijai dualioji yra perrašyta funkcija, bet ir argumentai, ir rezultatas paneigti:

$f(x, y, z) = x \lor y \mathbin{\&} z$
$f^*(x, y, z) = \overline{\overline{x} \lor \overline{y} \mathbin{\&} \overline{z}}$

Be to, dualiosios funkcijos reikšmių lentelė yra tiesiog:

1. $f(x, y, \ldots)$ lentelė, bet

x	y	z	$x \lor y \mathbin{\&} z$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2. apversta aukštyn kojom ir

$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{z}$	$\overline{x} \lor \overline{y} \mathbin{\&} \overline{z}$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

3. paneigta

$\overline{\overline{x} \lor \overline{y} \mathbin{\&} \overline{z}}$
0
0
0
0
0
1
1
1

Funkcijų klasės

T_0 – nekeičiančios nulio funkcijos.
T_1 – nekeičiančios vieneto funkcijos.

Jei visi funkcijos: $f(x, y, z, \ldots)$ argumentai yra 0 ir funkcija duoda 0, ji yra nekeičianti nulio.
Jei visi funkcijos: $f(x, y, z, \ldots)$ argumentai yra 1 ir funkcija duoda 1, ji yra nekeičianti vieneto.

Pavyzdžiui:
$f(x, y, z) = x \lor y \mathbin{\&} z$
$f(0, 0, 0) = 0 \lor 0 \mathbin{\&} 0 = 0 \lor 0 = 0$, taigi $f(x, y, z)$ yra nekeičianti nulio.
$f(1, 1, 1) = 1 \lor 1 \mathbin{\&} 1 = 1 \lor 1 = 1$, taigi $f(x, y, z)$ yra nekeičianti vieneto.

Tiesiog įsistatykit nulius arba vienetus ir matysit...

T_* – savidualiosios funkcijos.

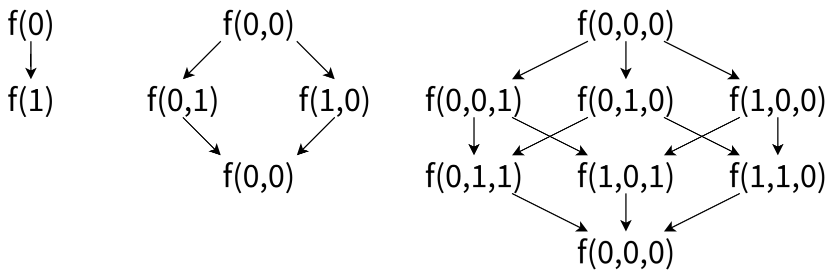
Jei $f(x, y, \ldots) = f^*(x, y, \ldots)$ funkcija yra saviduali.

Pavyzdžiui:
$f(x) = \overline{x}$ yra saviduali, nes $f^*(x) = \overline{\overline{\overline{x}}} = \overline{x}$

$T_<$ – monotoniškos funkcijos.

Monotoniškos funkcijos reikšmės, tipo, niekada nekrenta...
Jeigu $f(x_1, x_2, .., x_n) \leq f(y_1, y_2, .., y_n)$, kai $x_i \leq y_i$ visoms šioms argumentų poroms, funkcija yra monotoniška.

Žodžiu tiesiog persibraižykit 3 diagramas apačioje ir jūsų funkcijos reikšmė kiekvienos rodiklytės pradžioje negali būti didesnė nei pabaigoje. Jei bus, jūsų funkcija nėra monotoniška, nubraukite rodyklę.



T_L – tiesinės funkcijos.

Funkcija yra tiesinė, kai ji gali būti žymima formule: $f(x, y, z, \ldots) = c_0 \oplus c_1 \;\&\; x \oplus c_2 \;\&\; y \oplus c_3 \;\&\; z \ldots$

Čia c_i yra konstantos, kurias reikės surasti.

Pavyzdžiui:

$f(x, y) = x \vee y$

1. Reikia ieškoti konstantų: *(beje „&“ pirmi!)*

$f(0, 0) = 0 \vee 0 = 0$
$f(0, 0) = 0 = c_0 \oplus c_1 \;\&\; 0 \oplus c_2 \;\&\; 0 = c_0 \oplus 0 \oplus 0 = c_0$
$c_0 \oplus 0 = c_0$, nes, jei $c_0 = 0$, $0 \oplus 0 = 0$ ir, jei $c_0 = 1$, $1 \oplus 0 = 1$

Gavom, kad $f(0, 0) = 0$ ir $f(0, 0) = c_0$, taigi $\boldsymbol{c_0 = 0}$

$f(0, 1) = 0 \vee 1 = 1$
$f(0, 1) = 1 = 0 \oplus c_1 \;\&\; 0 \oplus c_2 \;\&\; 1 = 0 \oplus 0 \oplus c_2 = c_2$, taigi $\boldsymbol{c_2 = 1}$
$c_2 \;\&\; 1 = c_2$, nes, jei $c_2 = 0$, $c_2 \;\&\; 1 = 0$ ir, jei $c_2 = 1$, $c_2 \;\&\; 1 = 1$

$f(1, 0) = 1 \vee 0 = 1$
$f(1, 0) = 1 = 0 \oplus c_1 \;\&\; 1 \oplus 1 \;\&\; 0 = 0 \oplus c_1 \oplus 0 = c_1$, taigi $\boldsymbol{c_1 = 1}$

2. Patikrinti ar funkcija atitinka lygtį su rastomis konstantomis:

$f(1, 1) = 1 \vee 1 = 1$
$f(1, 1) = 0 \oplus 1 \;\&\; 1 \oplus 1 \;\&\; 1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1 \oplus 1 = 0$

Gavome, kad $f(1, 1) = 1$ ir $f(1, 1) = 0$,
kadangi $1 \neq 0$, funkcija $f(x, y) = x \vee y$ nėra tiesinė

Kaip aš darau lenteles (nebūtina)

Lentelėms sudaryti aš naudoju (visada geresnį) „Reverse Polish Notation“ užrašymą. Čia visi operatoriai yra rašomi ne per vidurį (pvz. $x + 3$), o gale (pvz. $x\ 3\ +$).

Kodėl? Šiaip matematikoje, tai atsikrato labai logiškai (pagal vibe-us) sugalvotosios operatorių pirmenybės ir skliaustelių. Programavimo kalbų kurėjų gyvenimą padaro lengvesniu. O teisingumo lentelėje reiškia, kad niekada nereikės perrašyti operacijų.

Čia paneigimui naudosiu ir liniją virš – „$\overline{x}$“, ir „ J tetrominą“ – „$\neg\ x$“, jie reiškia tą patį.

Taigi:

1. Gavus uždavinį, kaip, pavyzdžiui:

$f(x, y) = \overline{x \downarrow (\overline{x} \oplus y)\ \&\ y} \Leftrightarrow x\ \&\ \overline{y}$

Jį reikia paversti į RPN (Reverse Polish Notation) pradedant nuo operatoriaus su didžiausia pirmenybe:

$f(x, y) = x\ \neg\ y \oplus y\ \&\ x \downarrow \neg\ x\ y\ \neg\ \& \Leftrightarrow$

arba, su skliausteliais: $(((((((x\ \neg)\ y \oplus) y\ \&) x \downarrow) \neg)\ (x\ (y\ \neg)\ \&) \Leftrightarrow)$

x	y	$x\ \neg$	$y \oplus$	$y\ \&$	$x \downarrow$	$\neg$	$y\ \neg$	$x\ \&$	$\Leftrightarrow$
0	0	1	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0

^ panaudotas $\Leftrightarrow$

Sąsiūvinyje aš paskiriu vieną/du langelius kintamajam (ir, jei noriu, perrašiau reikšmes) ir vieną langelį operatoriui, ten lentelės atrodo geriau.