Liður 1 í skilaverkefni 2

Stark

September 2024

1 Dæmi 1

Látum A og B vera hlutmengi alsherjarmengisins U. Notið skilgreiningar á mengjahugtökum og þekktar umritunarreglur til að sýna að:

(a) Sýnið að sniðmengi $A \cap B$ má skrifa sem:

$$A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$$

(b) Sýnið að sammengi $A \cup B$ má skrifa með hjálp mismunamengja:

$$A \cup B = (A \setminus B) \cup B$$

Sýnið útreikningana og notið skilgreiningar á sammengi ($\cup$), sniðmengi ($\cap$), og mismengi ($\setminus$), og stærðfræðilega rökfærslu.

(a) **Svar:**
$A \cap B$ (A „snið“ B) er mengi þeirra staka sem eru bæði í A og B. Stök eru annaðhvort í tilteknu mengi eða ekki (1 eða 0) og því má flokka öll stök í einn af fjórum flokkum: $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$ og $(0,0)$ eftir því hvort þau eru í mengjum A og B.

Með það í huga má gefa skýra lýsingu á $A \cap B$ sem $(1,1)$ með:

$$A \cap B = \{stkAenekkiB, stkAogB, stkBenekkiA, stkhvorkiAnB\}$$

Skoðum frá hinum endanum, $A \setminus (A \setminus B)$.

Skiptum A í tvennt:

$$A = \{lkaB, ekkilkaB\}, (1,1)og(1,0)$$

Setjum: $C = A \setminus B$ (A „án“ B), mengi þeirra staka sem eru í A en ekki B, þ.e. $(1,0)$.

Þá er:

$$A \setminus C = AneirrastakaAsemeruekkiB,\ A \setminus C = \{AogB, AogekkiB\}$$

$$(1,0)og(1,1)n(1,0),.e.stksemerubiAogB\,(1,1)$$

Við höfum nú sýnt að báðar hliðar jafnaðarmerkisins eru jafngildar.

(b) **Svar:**
Notum 1 eða 0 aðferðina til að leysa þetta verkefni þar sem stök geta verið $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$ eða $(0,0)$ og fyrri talan táknar stöðu staks miðað við A mengið og seinni talan stöðu þess miðað við B mengið.

$A \cup B$ (A „sam“ B) er mengi þeirra staka sem eru annaðhvort í A eða B, eða bæði. Þetta má tákna með:

$$A \cup B = \{(1,0),(0,1),(1,1)\}$$

Sýnum hvað $(A \setminus B) \cup B$ þýðir með 1 eða 0 aðferðinni:

$$(A \setminus B) \cup B = ((1,0)og(1,1)`n\imath(0,1)og(1,1))`sam\imath(0,1)og(1,1)$$

$$= (1,0)`sam\imath(0,1)og(1,1)$$

$$= (1,0),(0,1)og(1,1)$$

Við höfum hér leitt út að $(A \setminus B) \cup B$ er jafnt og $A \cup B$.