

Liður 3

a. Dæmi um vensl sem eru bæði samhverf og andsamhverf (10 stig)

Skilgreiningar

Samhverf vensl: Vensl R á mengi A eru samhverf ef fyrir öll $a, b \in A$, ef $a \in R$ þá $b \in R$.

Andsamhverf vensl: Vensl R á mengi A eru andsamhverf ef fyrir öll $a, b \in A$, ef $a \in b$ og $b \in a$, þá er $a = b$. Þetta þýðir að ef tvö mismunandi stök eru í sambandi við hvort annað, þá er það samband ekki til staðar.

Dæmi

Tökum mengið $A = \{1\}$ og vensl $R = \{(1, 1)\}$.

- **Samhverf:** Þetta vensl er samhverft því ef $1 \in 1$, þá $1 \in 1$ (þar sem a og b eru sama stak, þ.e. $a = b = 1$).
- **Andsamhverf:** Þetta vensl er einnig andsamhverft, því ef $1 \in R$ og $1, 1 \in R$ (þar sem $a = b = 1$), þá er $1 = 1$.

Þetta vensl er bæði samhverft og andsamhverft vegna þess að það er aðeins eitt stak í menginu og eina sambandið er sjálfsamband $(1, 1)$.

b. Munur á milli falla og vensla (5 stig)

Skilgreiningar

Vensl: Vensl milli tveggja mengja A og B er safn para þar sem fyrri stakið í hverju pari kemur úr A og seinna stakið kemur úr B . Vensl lýsa mögulegum samböndum milli staka úr tveimur mengjum.

Fall: Fall er sérstakt tilfelli vensla milli tveggja mengja A og B , þar sem hvert stak í A er tengt nákvæmlega einu staki í B . Þetta þýðir að fyrir hvert $a \in A$, er til nákvæmlega eitt $b \in B$ þannig að $f(a) = b$.

Dæmi

- **Vensl:** Látum $A = \{1, 2\}$ og $B = \{3, 4\}$. Vensl $R = \{(1, 3), (2, 4), (2, 3)\}$ er vensl þar sem stakið 2 úr A er tengt bæði við 3 og 4 í B .
- **Fall:** Ef við tökum sama mengi $A = \{1, 2\}$ og $B = \{3, 4\}$, þá er $f = \{(1, 3), (2, 4)\}$ fall því hvert stak í A (þ.e. 1 og 2) er tengt við nákvæmlega eitt stak í B (þ.e. 3 og 4).

Munur

- Í venslum er ekki krafist að hvert stak í A tengist nákvæmlega einu staki í B ; það getur tengst engum, einu, eða fleiri stöku.
- Í falli er þetta hins vegar krafa: hvert stak í A tengist nákvæmlega einu staki í B .

Dæmið um vensl $R = \{(1, 3), (2, 4), (2, 3)\}$ sýnir að stak getur tengst fleiri en einu staki, sem gerir það að venslum, en ekki falli. Á hinn bóginn, $f = \{(1, 3), (2, 4)\}$ er fall, þar sem hvert stak í A tengist aðeins einu staki í B .